

631²
2

634.92
Кун

УЧЕБНИКЪ

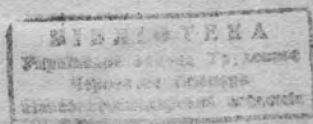
ДРЕВОИЗМѢРЕНІЯ

МАКСА КУНЦЕ

888588
Королевства Саксонскаго Оберъ-ферстера и профессора Математики
и Геодезіи въ Тарантской Лѣсной Академіи.

Переводъ со 2-го изданія, подъ редакціей

О. К. Арнольда.



МОСКВА.

Типографія М. Н. Лаврова и К^о,
Леонтьевскій переул., домъ № 14.

1878.

ПРЕДИСЛОВІЕ

отъ редакціи перевода.

Появленіе на русскомъ языкѣ сочиненія Кунце не нуждается въ объясненіи. Сочиненіе это есть лучшее изъ всѣхъ когда либо написанныхъ по части измѣренія и вычисленія дерева; оно по этой части произведеніе классическое. Кунце излагаетъ чрезвычайно ясно, въ сжатой формѣ, все, что касается до избраннаго имъ предмета и совершенно безпристрастно оцѣниваетъ ученые заслуги другихъ лицъ. Сдѣланные въ оригиналѣ Кунце два, три промаха исправлены въ примѣчаніяхъ къ переводу. Игнорированные у Кунце способы Уриха и Роберта Гартига для выбора модельныхъ деревьевъ и сдѣлавшіеся въ литературѣ извѣстными, уже послѣ появленія сочиненія Кунце, способы Риникера для выраженія видовыхъ чиселъ, и Кребса, для вычисленія массы насажденій, добавлены редакторомъ перевода. Отъ подлинника сдѣлано только одно отступленіе: выпущено описаніе и употребленіе универсальнаго инструмента Бреймана, вслѣдствіе чего измѣненъ конецъ § 26 и въ замѣнъ § 31 помѣщено объясненіе причинъ, почему признано невозможнымъ вычислять растущія деревья съ обмѣромъ у нихъ діаметровъ на разныхъ высотахъ съ помощью какого бы то ни было инструмента. Повторимъ и здѣсь, что причины эти слѣдующія: въ лѣсу трудно найти такую точку для установки инструмента, съ которой возможно бы было видѣть на всемъ протяженіи стволъ дерева, избраннаго для вычисленія, тѣмъ болѣе, что необходимо встать въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ дерева, а это, въ большинствѣ случаевъ, составляетъ непреодолимое препятствіе: то из-

бранный стволъ прикрывается собственными своими сучьями и вѣтвями, то его заслоняють другія деревья или же позади измѣряемаго дерева стоятъ другія, цвѣтъ коры которыхъ, сливаясь съ цвѣтомъ коры измѣряемаго экземпляра, лишаетъ наблюдателя всякой возможности разсмотрѣть, даже чрезъ хорошія зрительныя трубы, концы діаметровъ у вычисляемаго дерева. Вотъ почему ни инструментъ Бреймана, ни какой либо иной, вовсе непригодны для вычисления въ лѣсу растущихъ деревьевъ съ разбивкою ихъ мысленно на отрубки. Способъ этотъ вовсе не можетъ входить въ программу дѣйствій при таксаціи лѣсовъ.

Ө. Арнольдъ.

Петровская
Земл. и Лѣсн. Академія
іюля 6 дня 1878 г.

ВВЕДЕНИЕ.

§ 1.

Предметъ древоизмѣренія.

Древоизмѣреніе *) или лѣсоводственная стереометрія, есть та часть прикладной математики, которая научаетъ опредѣлять кубическое содержаніе не только отдѣльныхъ срубленныхъ, либо на корнѣ стоящихъ деревъ, и ихъ частей, но и цѣлыхъ насажденій. Кромѣ того древоизмѣреніе научаетъ, какимъ образомъ вычислять приростъ, т. е. ту часть древесной массы, которая въ продолженіи извѣстнаго времени прибываетъ на отдѣльныхъ деревьяхъ и въ насажденіяхъ вслѣдствіе ежегоднаго нароста древесныхъ слоевъ.

Древоизмѣреніе, для достиженія своихъ цѣлей, пользуется всѣми общеупотребительными методами, какими опредѣляются вообще объемы тѣлъ. Методы эти отчасти геометрическіе, отчасти физическіе, отчасти же представляютъ соединеніе тѣхъ и другихъ.

Первые выводятъ объемъ такимъ образомъ, что разсматриваютъ деревья и ихъ части будто бы онѣ представляютъ собою геометрическія тѣла, или, по крайней мѣрѣ, тѣла, весьма близко подходящія къ геометрическимъ; затѣмъ необходимыя для вычисленія этихъ тѣлъ протяженія (длину и толщину) приводятъ въ извѣстность и выражаютъ какими либо единицами мѣры; наконецъ, выраженные числами размѣры длины и толщины вставляютъ въ соотвѣтствующія формулы, опредѣляющія объемъ тѣхъ геометрическихъ тѣлъ, съ которыми уподобили деревья или ихъ части.

*) Мы сохранили названіе „древоизмѣреніе“ въ переводѣ съ нѣмецкаго „Holzmesskunst“, хотя названіе это и признаемъ не вполне соотвѣтствующимъ содержанію настоящаго учебника, который представляетъ руководство къ тому, какъ производить обмѣръ и вычисленіе объема и прироста какъ отдѣльныхъ деревъ и ихъ частей такъ и цѣлыхъ лѣсонасажденій.

Изъ методовъ физическихъ, одинъ основывается свои выводы на томъ, что всякое тѣло, погруженное въ жидкость, вытѣсняетъ столбъ жидкости, котораго объемъ равенъ объему погруженного тѣла. Если за тѣмъ вычислить, соответственнымъ образомъ, столбъ вытѣсненной жидкости, то тѣмъ самымъ получаютъ объемъ погруженной части дерева. Но кромѣ того, для опредѣленія кубическаго содержанія дерева, можно воспользоваться еще двумя положеніями физики: объемъ какого либо тѣла равенъ частному, получаемому отъ раздѣленія абсолютнаго вѣса того тѣла его плотностью *); и объемы частей, взятые отъ одного и того же повсюду однороднаго тѣла, относятся другъ къ другу, какъ ихъ вѣсъ.

Такъ какъ каждый изъ перечисленныхъ методовъ, для достиженія своихъ цѣлей, пользуется разнаго рода инструментами, то знаніе ихъ устройства и употребленія входитъ также въ составъ предмета древоизмѣренія.

Единицею мѣры для выраженія объема тѣлъ принять кубическій метръ **). Въ настоящемъ учебникѣ поэтому объемы деревьевъ и лѣсонасажденій, равно какъ и ихъ прирость, выражаются также кубическими метрами. Нѣкоторыя части деревьевъ складываются въ кучи или костры, ***) составляющіе извѣстнаго названія складочную мѣру (напр. кубическія сажени, девятичетвертовыя сажени и т. д.), которые, обыкновенно, образуютъ параллелопипеды, имѣющіе опредѣлемый объемъ. При укладкѣ же подобнаго параллелопипеда, между по-

*) Плотность, въ этомъ случаѣ, Кунце выражаетъ произведеніемъ относительнаго вѣса даннаго тѣла на вѣсъ (принятой для измѣренія) единицы объема воды.

**) Принятіе и у насъ метрической системы во всѣхъ научныхъ изслѣдованіяхъ, крайне необходимо, ибо тогда только безъ пересчетовъ возможно непосредственное сравненіе полученныхъ выводовъ съ изслѣдованіями заграничными. Въ другихъ наукахъ наши ученые большею частію уже приняли въ своихъ сочиненіяхъ метрическую систему; въ лѣсоводственной же литературѣ до сихъ поръ десятичная система не нашла еще себѣ доступа, по разнымъ соображеніямъ практическаго свойства, хотя и чувствовалось проистекающее отъ того чрезвычайное неудобство. Однако въ послѣднее время лѣсное общество рѣшилось ввести употребленіе метрической системы въ программу изслѣдованій, предназначенныхъ для составленія массовыхъ таблицъ. Поэтому и мы при переводѣ на русскій языкъ учебника Кунце сочли своевременнымъ сохранить во всѣхъ примѣрахъ метрическую систему.

***) Менѣе употребительно названіе Полѣница, см. Словарь Имп. Ак. Наукъ.

лѣнными или частями дерева всегда остаются промежутки, не наполняемые древесиною, такъ что складочная мѣра вмѣщающая объемъ 1 кубическій метръ, вмѣщаетъ въ себѣ плотной древесной массы менѣе одного кубическаго метра. Поэтому надо различать кубическій метръ «объема» (Raummeter) и кубическій метръ «плотной массы» (Festmeter). Для того, чтобы всѣ вычисленія древесныхъ массъ могли быть другъ съ другомъ удобно сравниваемы, они должны быть и выражены однородными единицами, а таковыми служатъ только кубическіе метры плотной древесной массы. Поэтому въ настоящемъ учебникѣ всѣ выводы выражаются кубическими метрами плотной древесной массы, и такія именно единицы мѣры подразумѣваются вездѣ, гдѣ показано просто кубическій метръ, безъ ближайшаго обозначенія какой, плотной массы или объема.

Древоизмѣреніе имѣетъ громадную важность для всѣхъ отраслей лѣснаго хозяйства, а нѣкоторыя отрасли безъ нее совершенно не могутъ обойтись. Съ помощью древоизмѣренія только и возможно правильно составить для лѣсныхъ дачъ годовую смѣту отпусковъ лѣса, вычислить объемъ срубленныхъ и обтесанныхъ деревъ, и приготовить нѣкоторые данныя, необходимыя для опредѣленія цѣны нашихъ лѣсовъ.

§ 2.

Почти въ каждомъ учебникѣ лѣсной таксаціи удѣляются особыя главы для объясненія правилъ древоизмѣренія. Журнальная литература также весьма богата статьями, относящимися къ предмету древоизмѣренія, но въ такихъ статьяхъ, появившихся до половины нынѣшняго столѣтія, весьма рѣдко встрѣчаются замѣчательныя по этой части работы; большею же частью въ журналахъ мы находимъ описанія высотомѣровъ, нынѣ уже преданныя забвенію, или разсужденія о нѣкоторыхъ формулахъ для опредѣленія кубическаго содержанія дерева.

Первое самостоятельное и довольно обширное сочиненіе по части древоизмѣренія была практическая стереометрія Госфельда. Къ этому труду, позже, присоединились, достойнымъ образомъ, лѣсная математика Кецинга и древоизмѣреніе Смаліана.

Изъ новѣйшихъ работъ по этой части обращаютъ на себя особенное вниманіе труды: *Рике*, который чрезвычайно ясно изложилъ способы опредѣленія кубическаго со-

держанія необтесанныхъ древесныхъ стволовъ; *Густава Гейера* изслѣдованія объ опредѣленіи массы лѣсо-насажденій,—трудъ, достоинство котораго еще недостаточно оцѣнено; *Драута* превосходный практическій пріемъ для вычисленія древесной массы насажденій; наконецъ, труды *Пресслера* по части ученія объ условной высотѣ и древеснаго прироста. Въ видѣ полнаго учебника древоизмѣренія можно рекомендовать сочиненіе Баура.

Въ нижеслѣдующемъ списокѣ поименованы лишь важнѣйшія самостоятельныя сочиненія, а тѣ, которыми мы пользовались въ нашемъ учебникѣ, каждый разъ упомянуты въ самомъ текстѣ.

Baur, Franz. Anleitung zur Aufnahme der Bäume und Bestände nach Masse, Alter und Zuwachs. Mit 43 dem Texte eingedruckten Holzschnitten. Wien. 1861. Wilhelm Braumüller. 8.

Breimann, Karl. Anleitung zur Waldwerthberechnung, sowie zur Berechnung des Holzzuwachses und nachhaltigen Ertrages der Wälder. Wien, 1855. Wilhelm Braumüller. 8.

Breimann, Karl. Tafeln für Forst-Ingenieure und Taxatoren. Mit zwei lithografirten Tafeln. Wien, 1859. Wilhelm Braumüller. 8.

Breimann, Karl. Anleitung zur Holzmesskunst, Waldertragsbestimmung und Waldwerthberechnung. Mit 3 in dem Text gedruckten Holzschnitten. Wien, 1868. Wilhelm Braumüller. 8.

Draudt, August. Die Ermittlung der Holzmassen. Mit drei lithographirten Tabellen. Giessen 1860. Verlag von Ernst Heinemann. 8.

Hartig, Theodor. Vergleichende Untersuchungen über den Ertrag der Rothbuche im Hoch- und Pflanz-Walde, im Mittel- und Niederwald-Betriebe, nebst Anleitung zu vergleichenden Ertragsforschungen. Im Anhang: Ertragstafeln von I. S. Paulsen und G. L. Hartig; Kreisflächen-, Secanten, Tangenten- und Reductions-Tabellen. Mit Illustrationen in Holzschnitt. Berlin. Verlag von Albert Förstner 1847. 4.

Hartig, Theodor. Kubik-Tabellen für geschnittene, beschlagene und runde Hölzer, Kreisfläche-Tabellen für Durchmesser und für Umfang, Geld-, Potenz- und Reductions-Tabellen nebst einer Anleitung zur Messung liegender und stehender Bäume. Zehnte, für das metrische Syztem bearbeitete und durch Geldtabellen für die neue österreichische Währung vermehrte. Auflage. Mit Holzschnitten. Berlin. Nicolaische Verlagsbuchhandlung 1871. 8.

Heyer, Eduard. Ueber Messung der Höhen, so wie der Durchmesser der Bäume im Allgemeinen, besonders aber bei forststatistischen Untersuchungen, nebst einleitenden Bemerkungen über Bildung der Massen- und Ertrags-tafeln. Mit drei lithographirten Tafeln. Giessen, J. Ricker'sche Buchhandlung. 1870. 8.

Heyer, Gustav. Ueber die Ermittlung der Masse, des Alters und des Zuwachses der Holzbestände. Mit 19 lithographischen Tafeln Dessau 1852. Druck und Verlag von Moritz Kats. 8.

Heyer, Karl. Anleitung zu forststatistischen Untersuchungen;

verfasst im Auftrag der Versammlung süddeutscher Forstwirthe (zu Darmstadt 1845). Mit 2 lithographirten Tafeln und zahlreichen Hülftabellen. Giesen. J. Ricker'sche Buchhandlung 1846. 4.

Hossfeld, Wilhelm. Niedere und höhere praktische Stereometrie oder kurze und leichte Messung und Berechnung aller regel- und unregelmässigen Körper, und selbst der Bäume im Walde, nebst einer gründlichen Anweisung zur Taxation des Holzgehaltes einzelner Bäume und Bestände und ganzer Wälder, besonders für Forstmänner, Baukünstler und Techniker bearbeitet. Mit 6 Kupfertafeln und 8 Tabellen. Leipzig in der Weidmann'schen Buchhandlung. 1812. 4.

Klauprecht, I. L. Die Holzmesskunst. Karlsruhe, 1842. Verlag von A. Bielefeld 8.—Zweite verbesserte und vermehrte Auflage mit Tabellen und eingedruckten Holzschnitten 1846.

König, G. Anleitung zur Holztaxazion, ein Handbuch für jeden Forstmann und Holzhändler. Mit 14 Formularen, 152 Tafeln und 1 Höhenmesser. Gotha, in der Becker'schen Buchhandlung 1813. 8.

König. Die Forst-Mathematik mit Anweisung zur Forstvermessung, Holzschätzung und Waldwerthberechnung, nebst Hülftafeln für Forstschätzer. Gotha, in Commission der Becker'schen Buchhandlung. 1835. 8.—Fünfte, wesentlich vermehrte Auflage von Dr. S. Grebe. Gotha. Verlag von S. F. Thienemann. 1864.

Pressler, Max Robert. Der Messknecht, ein ungemein einfaches, geführliches, billiges und mannichfaltig anwendbares Mess- und Berechnungs-Instrumentchen. Zugleich mit Erläuterungen über den Gangloff'schen Holzberechnungsstock. Mit 49 in den Text eingedruckten Holzschnitten und einer besondern auf Pappe und Katun aufgezogenen Tafel in Futteral, das zum praktisschen Gebrauche vollständig eingerichtete Instrument darbietend. Braunschweig, Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn. 1852. 8.—Dritte Auflage 1862.

Pressler, Max Robert. Neue holzwirtschaftliche Tafeln. Ein mit mehrfachen Erleichterungen und Vervollkommnungen verbundenes rein praktisches Taschenbuch für Forstleute, Landwirthe, Holzhändler, Bauherren, Baugewerken, Staats- und Communalwirthe und Alle, welche an der Erzeugung oder Benutzung der Hölzer ein besonderes Interesse haben. Dresden, Verlag von Woldemar Türk. 1857. 8.—Die zweite Auflage dieses Werkes führt den Titel: Forstliches Hülfsbuch für Schule und Praxis nach neuerem Stande der Wissenschaft und Erfahrung in Tafeln und Regeln zur Erleichterung und Vervollkommnung holzwirtschaftlicher und verwandter Rechnungs-, Messungs, Schätzungs-, und Betriebs-Arbeiten mit besonderer Rücksicht auf einen nationalökonomisch und forsttechnisch möglichst rationellen Reinertragswaldbau. Dresden. Wold. Türk's Verlags. handlung 1869. 8.

Püschel, Alfred. Die Baummessung und Inhaltsberechnung nach Formzahlen und Massentafeln nebst Zusammenstellung der über die Formzahlen der Waldbäume vorliegenden Erfahrungen. Bearbeitet unter Zugrundelegung der neuen metrischen Maasse für Forstwirthe und Holzhändler. Leipzig: F. A. Brockhaus. 1871. 8.

Ricke, Friedrich. Ueber die Berechnung des körperlichen Inhalts unbeschlagener Baumstämme. Ein Programm, aus-

gegeben bei Gelegenheit der Jahresprüfung an der Königl. württembergischen land- und forstwirtschaftlichen Akademie zu Hohenheim den 30. August 1849. Stuttgart. 8.

S m a l i a n, H. L. Beitrag zur Holzmeskunst. Mit VII Beilagen worunter zwei Steindruck-Zeichnungen. Stralsund, Verlag der S. Löffler'schen Buchhandlung. 1837. 8.

S t a h l. Massentafeln zur Bestimmung des Holzgehaltes stehender Bäume, nebst Anleitung, den Masseninhalte liegender und stehender Bäume, so wie ganzer Holzbestände zu ermitteln. Mit 2 Steindrucktafeln und vielen Tabellen. Rüdersdorf bei Berlin. Im Selbst-Verlage des Verfassers. 1852. 8.

§ 3.

Раздѣленіе древоизмѣренія.

Задача древоизмѣренія, на которую мы уже указали въ § 1, обусловливаетъ и самое дѣленіе предметовъ, входящихъ въ составъ учебника. Такимъ образомъ мы рассмотримъ особо вычисленіе кубическаго содержанія отдѣльныхъ деревьевъ и цѣлыхъ насажденій, и особо вычисленіе прироста. Первую часть мы еще подраздѣлимъ на рассмотрѣніе способовъ опредѣленія кубическаго содержанія срубленныхъ деревьевъ и ихъ частей, и способовъ опредѣленія кубическаго содержанія растущихъ деревьевъ.

Часть первая.

Вычисленіе кубическаго содержанія отдѣльныхъ деревъ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Вычисленіе кубическаго содержанія срубленныхъ деревъ.

ОТДѢЛЪ I.

Инструменты и вспомогательныя таблицы.

§ 4.

Инструменты для опредѣленія кубическаго содержанія дерева геометрическими методами.

Для каждаго вычисленія какого либо тѣла геометрическимъ способомъ, требуется знаніе нѣкоторыхъ его размѣровъ. Изъ тѣлъ, съ которыми приходится имѣть дѣло въ лѣсной стереометріи, могутъ подлежать геометрическому вычисленію только стволъ или лѣсина дерева, т. е. часть, находящаяся надъ поверхностью земли, за исключеніемъ вѣтвей. *) Стволъ деревъ, какъ извѣстно, устроенъ по большей части такимъ образомъ, что всѣ площади сѣченія его, въ перпендикулярномъ положеніи ихъ къ оси дерева, образуютъ каждая площадь круга, или, по крайней мѣрѣ, очень близко подходятъ къ площади круга. Слѣдовательно, два протяженія, ширина и толщина, совпадаютъ въ одномъ и могутъ быть выражены однимъ протяженіемъ, именно діаметрами площадей круговъ. Третіе протяженіе, — знаніе котораго необходимо, есть длина ствола. Такъ какъ діаметры площадей круга, въ большинствѣ случаевъ, не могутъ

*) Также и болѣе толстые сучья. *Примыч. редакт. перевода.*

быть измѣрены непосредственнымъ наложеніемъ масштаба на площадь сѣченія, то и пользуются двоякого рода различными инструментами: одни для измѣренія діаметровъ, а другіе для измѣренія длины.

§ 5.

Инструменты для измѣренія діаметровъ.

1. *Мѣрная вилка.* *) Этимъ названіемъ, впервые введеннымъ въ лѣсоводственную литературу Госфельдомъ **), обозначается инструментъ, который, въ самомъ простѣйшемъ его видѣ, состоитъ изъ деревяннаго, обтесаннаго параллелоипедамъ, масштаба, на одномъ концѣ котораго, подъ прямымъ угломъ къ нему, прикрѣпленъ неподвижно другой брусокъ такимъ образомъ, что если его внутренній край продолжить, то образуемая черта пересѣчетъ, на дѣленіи масштаба перваго бруска, точку, обозначенную нулемъ. Кромѣ того, къ бруску съ масштабомъ, также перпендикулярно къ нему, придѣланъ еще другой брусокъ, который можно двигать вдоль масштаба, не измѣняя перпендикулярнаго положенія обоихъ этихъ брусковъ. Если приложить неподвижный брусокъ, или колѣно, къ одной сторонѣ дерева, при этомъ держать масштабъ перпендикулярно къ оси дерева и затѣмъ придвигать подвижное колѣно или брусокъ до тѣхъ поръ, пока онъ своимъ внутреннимъ краемъ, коснется дерева, то между двумя стѣнами или брусками, подвижнымъ и неподвижнымъ, образуется разстояніе, равное діаметру дерева; величину же этого діаметра покажетъ дѣленіе на масштабъ.

Въ частностяхъ различныя устройства мѣрной вилки такъ разнообразны, что мы должны ограничиться описаніемъ только двухъ изъ подобныхъ инструментовъ ***):

*) Въ послѣдніе годы начали въ Лѣсномъ журналѣ называть „скобою“.

**) Hossfeld, Stereometrie. S. 58.

***) Примѣчаніе редакціи перевода.

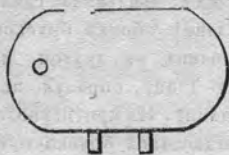
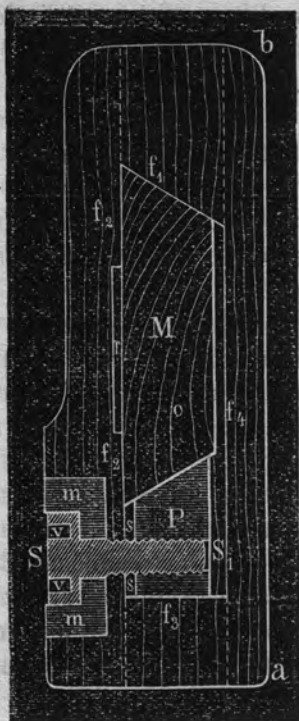
Къ сожалѣнію Кунце не помѣстилъ описанія хотя бы одной мѣрной вилки съ составнымъ масштабомъ. Такихъ есть нѣсколько, и онѣ сдѣланы въ литературѣ извѣстными въ 1858 году. Лучшею изъ такихъ составныхъ мѣрныхъ вилокъ мы признаемъ вилку богемскаго оберъ-ферстера Іосифа Фридриха. Вилка Фридриха устроена такимъ образомъ, что вмѣсто одного деревяннаго бруска, на которомъ у вилки Штаудингера нанесенъ масштабъ, находятся

а) Деревянная мѣрная вилка Штаудингера въ Гиссенѣ. (Фиг. 1 видъ всей мѣрной вилки, при взглядѣ спереди, уменьшенный въ 5 разъ. Фиг. 2. Поперечный разрѣзъ, разсѣкающій подвижной брусокъ по направленію отъ a къ b фиг. 1, въ натуральной величинѣ. Фиг. 3, отвертка въ натуральной величинѣ. Матеріалъ—дикая груша или яблоня).

Основной брусокъ съ масштабомъ M имѣетъ форму призмы. Въ поперечномъ разрѣзѣ эта призма представляетъ собою трапецію, съ двумя параллельными сторонами, изъ которыхъ нижняя 46, а верхняя 32 mm., высота же трапеціи 12 mm. На болѣе узкой изъ двухъ параллельныхъ сторонъ помѣщается дѣленіе масштаба. Подвижной брусокъ снабженъ широкою вырѣзкою, превосходящею какъ наибольшую сторону трапеціи масштабнаго бруска, такъ и его высоту. Въ эту вырѣзку пропущенъ брусокъ съ масштабомъ. На сторону f_1 (фиг. 2) этой вырѣзки плотно налегаетъ одна изъ непараллельныхъ сторонъ масштабнаго бруска; наиболѣе же широкая сторона послѣдняго, напротивъ того, касается только обоихъ концовъ у f_2 f_2' , и притомъ ея середина двигается надъ выемкой r , для уменьшенія тренія.

два бруска, изъ которыхъ одинъ двигается въ фальцахъ, сдѣланныхъ въ другомъ, такъ что при одинаковой длинѣ обоихъ брусковъ, онѣ могутъ быть или совершенно вдвинуты одинъ въ другой, или вытянуты одинъ изъ другаго почти на всю длину, образуя, въ послѣднемъ случаѣ, также почти удвоенную длину. На противоположныхъ концахъ каждаго изъ этихъ двухъдвигающихся брусковъ прикрѣплены плотно и перпендикулярно къ первымъ брускамъ другіе бруски, образующіе колѣна. Такимъ образомъ эти два колѣна могутъ быть другъ къ другу или сближены или отдалены, вдвигая или раздвигая складные бруски, на которыхъ помѣщенъ масштабъ или скала. Дѣленіе нанесено такъ, чтобы на одномъ брукѣ оно начиналось отъ неподвижнаго перпендикулярнаго бруска или колѣна, въ послѣдовательномъ порядкѣ, полагая 0 у перпендикулярнаго колѣна, 1 у первой черты дѣленія, 2 у второй черты дѣленія и т. д. до конца скалы на верхнемъ брукѣ; а на второмъ нижнемъ брукѣ должно помѣститься у перпендикулярнаго колѣна то число, которымъ оканчивалось дѣленіе на верхнемъ брукѣ и затѣмъ въ послѣдовательномъ порядкѣ ведется счетъ далѣе, стало быть въ противоположномъ направленіи, т. е. если на верхней половинѣ складнаго бруска счетъ шель отъ лѣвой къ правой рукѣ, то на нижней половинѣ бруска счетъ идетъ отъ правой къ лѣвой рукѣ; слѣдовательно цифра, которая видна на нижнемъ брукѣ въ томъ мѣстѣ, гдѣ концы обѣихъ брусковъ сходятся, указываетъ разстояніе между обѣими перпендикулярными къ скалѣ колѣнами.

Фиг. 2.



Фиг. 3.

Фиг. 1.



Верхняя сторона масштаба, гдѣ помѣщается дѣленіе, во- все не соприкасается со стороною f_4 вырѣзки; между обѣ- ими образуется разстояніе въ 1,5 mm. Промежутокъ между второй непараллельной стороною масштабнаго бруска и сто- роною f_3 вырѣзки, занимаетъ металлическая призма P , че- резъ которую проходитъ винтъ SS . Этотъ винтъ, проходя- щій также и черезъ сторону f_2 подвижнаго бруска, входитъ головкой въ мѣдную пластинку mm и, посредствомъ отверт- ки (фиг. 3), пригнанной къ углубленіямъ, можетъ быть повороченъ по направленію SS , отъ чего, по тому же на- правленію, получить движеніе и металлическая призма P . Не далеко отъ обоихъ концевъ призмы P , между нею и стороною f_2 подвижнаго бруска въ пространствѣ ss , нахо- дятся двѣ маленькія спиральныя пружины, которыя лежатъ приблизительно на одной прямой линіи съ винтомъ SS и частью входятъ своими концами въ мѣдную призму P . Эти спиральныя пружинки имѣютъ то назначеніе, чтобы метал- лическая призма P могла слѣдовать всеѣмъ, даже малѣй- шимъ движеніямъ винта; пружинки эти столько же препят- ствуютъ слишкомъ плотному притяженію призмы, какъ и сохраненію его прежняго положенія послѣ поворота винта.

Преимущества этой мѣрной вилки передъ другими оче- видны: при всякой температурѣ и всякой степени влажно- сти воздуха, т. е. при всякой степени ссыханія и разбуха- нія дерева, можно легко регулировать ходъ подвижнаго бруска, привертывая или отвертывая винтъ и переставляя посредствомъ его металлическую призму; такую поправкою можно достигнуть того, что подвижной брусокъ или колѣно будетъ постоянно находиться перпендикулярно къ масштабу или же параллельно къ неподвижному колѣну и будетъ сво- бодно скользить по масштабу. Кромѣ того, форма масштаб- наго бруска M и призмы P не допускаютъ движенія масш- таба въ сторону въ ушкѣ подвижнаго бруска *).

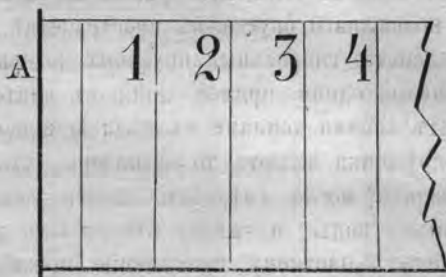
Для нѣкоторыхъ работъ, такъ напримѣръ, при обмѣрѣ заготовленнаго подѣлочнаго лѣса или при измѣреніи цѣ- лыхъ насажденій лѣса, иногда требуется имѣть величину діаметровъ, съ показаніемъ ихъ протяженія округленными цифрами, т. е. отбрасывая, либо прибавляя мелкія дроб-

*) Описаніе этой и похожей на нее мѣрной вилки вмѣстѣ съ ри- сункомъ помѣщено у Эдуарда Гейера; „Ueber Messung der Höhen, so wie der Durchmesser.“ S. 51. u. s. w.

ныя величины; а для того, чтобы работники не сдѣлали при округленіи ошибки, можно устроить масштабъ мѣрныхъ вилокъ такъ, чтобы онѣ сами производили такое округленіе *).

Если хотять, напримѣръ, округлить всѣ измѣренія, показывая діаметръ только цѣлыми сантиметрами, откидывая всѣ части менѣе полусантиметра, и прибавляя всѣ части начиная съ $\frac{1}{2}$ сантиметра, то стоитъ только сдѣлать первую черту дѣленія на масштабѣ въ разстояніи 0,5 сантиметра отъ начала А (фиг. 4.), затѣмъ отъ этой первой черты

Фиг. 4.



нанести остальные дѣленія, въ разстояніи другъ отъ друга по одному сантиметру и, пропустивъ первый полусантиметръ, въ прочихъ поляхъ между чертами, вписать въ последовательномъ порядкѣ числа 1, 2, 3, 4 и т. д. Тогда отсчитываніе округленной величины діаметровъ произведется безошибочно: число, вписанное въ поляхъ между чертами, обозначаетъ, въ предѣлахъ того же поля, вмѣстѣ съ тѣмъ и округленный до цѣлыхъ сантиметровъ діаметръ.

Что касается до степени точности измѣренія посредствомъ мѣрныхъ вилокъ, то весьма важное вліяніе оказываетъ на результаты внѣшняя поверхность древесной коры (отдѣляющіеся слои ея, наросты мхи и лишай).

Но именно мѣрною вилкою можно легче, чѣмъ другимъ инструментомъ, избѣгнуть погрѣшности, происходящей отъ подобныхъ неблагоприятныхъ вліяній.

Нѣсколько изслѣдованій Роберта Миклица **) привели къ тому заключенію, что площади круговъ, вычисленные на основаніи измѣреній, произведенныхъ помощью мѣрной вил-

*) По предложенію Эдуарда Гейера. Vergl. Allgem. Forst- u. Jagdz. 1860. S. 210.

**) Allgem. Forst- u. Jagdz. 1860 S. 108.

ни, представляют всего только на $+0,42$ процента разницу противу площади же круговъ, вычисленныхъ по даннымъ, полученнымъ при измѣреніи тѣхъ же діаметровъ, помощью непосредственнаго наложенія на нихъ масштаба.

б) Металлическая мѣрная вилка Штаудингера въ Гиссене. (Фиг. 5 изображаетъ видъ съ передней стороны мѣрной вилки, въ ея натуральной величинѣ.—Фиг. 6, поперечный разрѣзъ подвижнаго колѣна въ направленіи ab фигуры 5.—Матеріалъ: желтая мѣдь).

Для ученыхъ изслѣдованій, особенно тонкихъ деревъ, точность деревянныхъ мѣрныхъ вилокъ бываетъ не во всѣхъ случаяхъ достаточна; гораздо точнѣе бываютъ показанія металлическихъ мѣрныхъ вилокъ.

Такъ какъ въ металлахъ разширеніе всѣхъ частей отъ дѣйствія температуры равномерно, то поэтому конструкція металлическихъ мѣрныхъ вилокъ можетъ быть гораздо проще, чѣмъ деревянныхъ, такъ какъ масштабъ M можетъ быть совершенно точно пригнанъ къ вырѣзкѣ подвижнаго бруска.

Масштабъ этой мѣрной вилки имѣетъ также поперечный разрѣзъ въ формѣ параллельной трапеціи, величина параллельныхъ сторонъ которой $= 22$ и 16 mm , а высота $= 5$ mm ; дѣленія масштаба доходятъ непосредственно до миллиметровъ.

На верхней сторонѣ подвижнаго бруска находится прямоугольная вырѣзка, въ которой, на плоскости, наклоненной подъ угломъ около 35° къ масштабу, помѣщенъ нониусъ nn . (фиг. 5 и 6), точность показанія котораго доведена до $0,1$ mm .

Для того, чтобы до крайней возможности уменьшить треніе нониуса по масштабу, обращенная къ послѣднему сторона нониуса у n , оттачивается въ острое лезвіе и только этимъ лезвіемъ касается масштаба.

Съ другой стороны, чтобы уменьшить треніе по масштабу подвижнаго бруска, на площади послѣдняго f_2 сдѣлана плоская вырѣзка r , надъ которой и двигается нижняя часть масштабнаго бруска.

2. *Мѣрный циркуль*. Въмѣсто деревянной мѣрной вилки можно также употреблять, такъ называемый мѣрный циркуль. Наилучшее устройство такого циркуля есть то, которое указалъ Пресслеръ *).

*) „Neue holzwirtsch. Tafeln.“. 1857. S. 177, откуда и заимствованы фигуры 7—9.

(Фиг. 7 передній видъ циркуля въ $\frac{1}{6}$ натуральной величины.—Фиг. 8. Видъ циркуля съ одной стороны.—Фиг. 9 Поперечные разрѣзы колѣнъ въ натуральной величинѣ).

Циркуль состоитъ изъ двухъ согнутыхъ желѣзныхъ прутьевъ, которые на высотѣ одной третьей части всей длины циркуля у FG скрѣпляются шпилькомъ. Колѣнамъ $АОМК$ и $APNLB$, придана по законамъ статики, такая форма при которой они, при возможно большей легкости, обладаютъ большою стойкостью. Это достигается параболическимъ обтачиваніемъ брусковъ, какъ оно и показано въ поперечныхъ разрѣзахъ въ пунктахъ q_1, q_2, q_3, q_4 и q_5 , представленныхъ на фиг. 9 въ ихъ естественной величинѣ *). Концы этихъ брусковъ кончаются цилиндрическими пуговками $АА$. Противоположные же концы циркуля снабжены деревянными рукоятками UV . Кромѣ того, на лѣвой части находится дуга съ дѣленіемъ, центръ же этой дуги помѣщается въ шпилькѣ FG ; упомянутая дуга проходитъ черезъ прямоугольное ушко, сдѣланное въ правой части надъ деревянною рукояткой.

Когда циркуль закрытъ, то конечныя пуговки его $АА$ должны соприкасаться, и приклѣпленная къ рукояткѣ надъ дугою пластинка съ указателемъ J , служащимъ для удобнѣйшаго отсчитыванія дѣленій, въ этомъ случаѣ долженъ указывать на нуль.

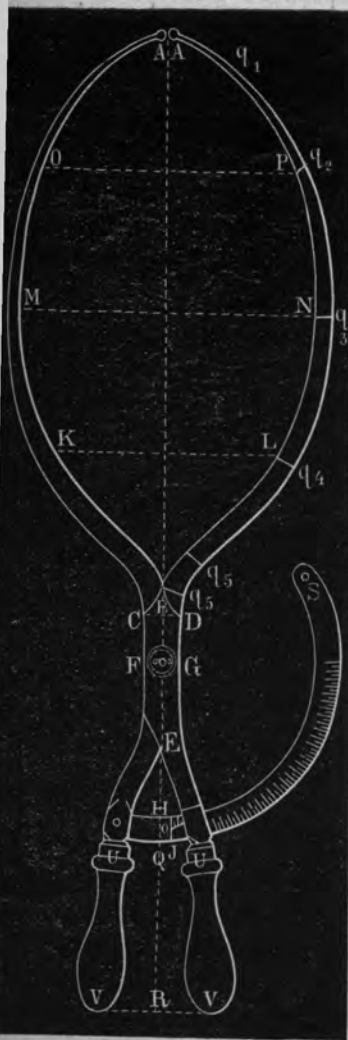
Кромѣ того, подъ дугой находится нажимательный винтикъ T (фиг. 8), который посредствомъ пружины t давитъ на дѣленіе, такъ что колѣно циркуля можетъ быть туго закрѣплено на любомъ дѣленіи дуги; а чтобы, въ случаѣ незакрѣпленія, колѣно циркуля не могло соскочить съ дуги, на концѣ ея помѣщается маленькій шпилькъ s .

Пресслеръ въ упомянутомъ выше описаніи циркуля указалъ размѣры отдѣльныхъ частей его, въ сантиметрахъ, слѣдующимъ образомъ: $AB=38, BE=9, EQ=7, QR=12, UV=10, OP=17, MN=21, KL=15, CD=3, FG=2,2, HQ=1,5, DS=1,2$ сантиметра.

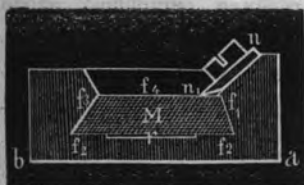
Въ поперечныхъ разрѣзахъ отъ $q_1—q_5$, тѣ линіи, которыя образуютъ ихъ основаніе, имѣютъ по-очередно размѣры 3, 5, 6, 8 и 9, а высотами 5, 8, 11, 13 и 16 сантиметра.

*) Формулы, изъ которыхъ выводится измѣреніе этихъ поперечныхъ размѣровъ, находятся въ Pressler's polytech. Brieftasche, 3 Aufl. S. 122.

Фиг. 7.



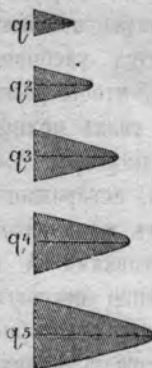
Фиг. 6.



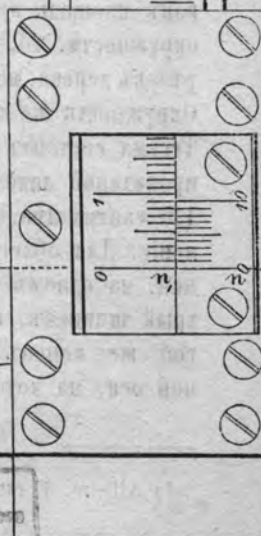
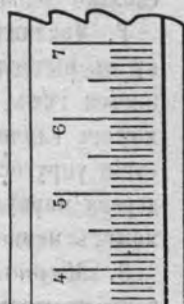
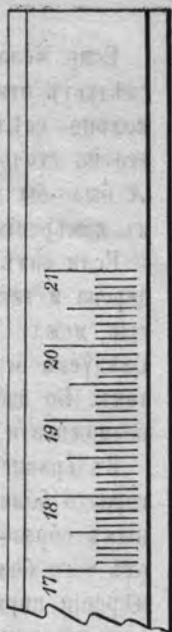
Фиг. 5.



Фиг. 9.



Фиг. 8.



Если желаютъ измѣрить циркулемъ діаметръ дерева, то слѣдуетъ отвернуть нажимательный винтъ, отъ чего правое колѣно сдѣлается удобоподвижнымъ; затѣмъ, отодвинуть его на столько, чтобы разстояніе между обоими шариками *А* было-бы на глазъ немного менѣе, чѣмъ предполагаемый къ измѣренію діаметръ.

Если затѣмъ, осторожно надавить циркулемъ на стволъ дерева и такимъ же образомъ опять отнять его, то отверстіе между пуговками *А* будетъ равно діаметру ствола. Слѣдуетъ особенно остерегаться, чтобы не нажать рукоятокъ. Во избѣжаніи подобной оплошности, необходимо, по возможности, держать циркуль только одной рукой.

Въ сравненіи съ циркулемъ мѣрная вилка представляетъ гораздо большія преимущества. Недостатки циркуля главнымъ образомъ заключаются въ его значительномъ вѣсѣ, отъ чего болѣе утомляются работающіе и, кромѣ того, измѣренія циркулемъ требуютъ большаго времени. Въ добавокъ къ тому же опредѣляемые имъ діаметры всегда нѣсколько меньше дѣйствительныхъ.

Р. Миклицъ, *) при употребленіи циркуля, нашелъ ошибку въ вычисленныхъ площадяхъ на—3,24%, что объясняется тѣмъ, что даже при самомъ осторожномъ измѣреніи можетъ случиться, что, во 1-хъ, сдвинутся пуговки вслѣдствіе упругости циркуля и, во 2-хъ, что при отнятій отъ дерева циркуля, правый брусокъ вслѣдствіе своего вѣса, можетъ немного отодвинуться на дѣленіи.

3. *Мѣрная тесьма* или *масбантъ*. (Рулетка). Такъ какъ площадь круга есть ничто иное, какъ функція его окружности, то, для вычисленія площадей поперечныхъ разрѣзовъ дерева, можно пользоваться измѣреніемъ окружностей. Окружность же измѣряется посредствомъ мѣрной тесьмы. Тесьма состоитъ изъ полотняной или пеньковой, хорошо пропитаной лакомъ или масломъ тесемки, шириною около 1,5 сантиметра, на одной сторонѣ которой находится дѣленіе. Для облегченія измѣренія растущихъ деревьевъ тесьмой, на одномъ концѣ послѣдней находится небольшой острый шпинецъ, который вдавливается въ кору дерева. Другой же конецъ обыкновенно прикрѣпляется къ подвижной оси, на которую тесьма можетъ быть навернута по-

*) Allgem. Forst-und Jagdz 1860 S. 108.

средствомъ рукоятки; ось эта находится въ кожаномъ, деревянномъ или металлическомъ футлярѣ. На другой сторонѣ мѣрной тесьмы часто, и не безъ пользы, намѣчено бываетъ другое дѣленіе, которое указываетъ соответствующій окружности діаметръ. Подобное дѣленіе легко сдѣлать, пользуясь слѣдующимъ уравненіемъ:

$$D = \frac{U}{\pi} = \frac{U}{3,14159}, \text{ или же менѣе точнымъ } D = \frac{7U}{22},$$

гдѣ U обозначаетъ данную окружность, а D —искомый діаметръ. Хотя мѣрная тесьма въ сравненіи съ мѣрной вилкой и циркулемъ имѣетъ преимущество въ отношеніи удобства помѣщенія, такъ какъ ее легко можно возить съ собой въ карманѣ, но за то въ другихъ отношеніяхъ тесьма далеко уступаетъ двумъ остальнымъ инструментамъ. Такъ какъ всѣ поперечныя площади дерева уклоняются болѣе или менѣе отъ формы круга, и, слѣдовательно, зависятъ не отъ одного только діаметра, то и окружность не можетъ быть разсматриваема функціею лишь одного діаметра, а вычисленныя на основаніи измѣренной окружности площади должны быть невѣрны. Кромѣ того, при употребленіи мѣрной тесьмы представляется меньшая возможность обойти мѣстныя неправильности въ образованіи наружной поверхности ствола, чѣмъ при употребленіи мѣрной вилки или же циркуля. Въ особенности надо обратить вниманіе на то, что источникомъ многихъ ошибокъ служитъ употребленіе широкой мѣрной тесьмы, такъ какъ, вслѣдствіе конической формы деревъ, подобная тесьма не можетъ плотно приложиться всею шириною къ поверхности ствола, но образуетъ складки.

Р. Миклицъ *), при измѣреніи мѣрной тесьмой, получилъ ошибку въ вычисленныхъ площадяхъ на $+6,80\%$. Шмидт-борнъ **) обмѣрилъ окружность 12 кружковъ, помощью бичевки и проволоки и нашелъ по даннымъ, взятымъ отъ обмѣра бичевкой, ошибку въ вычисленныхъ площадяхъ на $+2,59\%$, причемъ результатъ колебался между $+0,11$ и $+8,77$; по измѣреніямъ же проволокой оказались въ вычисленныхъ площадяхъ ошибки въ $+3,44\%$, съ колебаніемъ отъ $+0,93$ и до $+9,24\%$.

При употребленіи мѣрной тесьмы, слѣдуетъ накладывать ее непременно перпендикулярно къ оси дерева. Далѣе, не-

*) Allgem Forst- und Jagdz 1860 S. 108.

**) Das. 1863 S. 408.

обходимо, чтобы дѣленіе, обозначающее окружности, находилось на внутренней сторонѣ тесмы, приложенной къ дереву, такъ какъ иначе получится невѣрное показаніе, ибо діаметръ будетъ преувеличенъ на двойную толщину тесмы. Въмѣсто только что описанной мѣрной тесмы употребляютъ еще также пеньковые шнуры и мелко-коленчатые цѣпи, но послѣднія оказываются совершенно негодными.

§ 6.

Вліяніе, оказываемое ошибками, сдѣланными при измѣреніи діаметровъ и окружностей на содержаніе площадей поперечныхъ сѣченій дерева.

Если предположить, что площади поперечныхъ сѣченій деревъ представляютъ совершенно правильную форму круга и что при измѣреніи его діаметра D сдѣлана ошибка Δ , гдѣ Δ можетъ составлять какъ положительную, такъ и отрицательную величину, т. е. гдѣ D можетъ быть измѣренъ или слишкомъ великимъ, или-же слишкомъ малымъ, то получимъ вмѣсто соотвѣтствующей діаметру D площади круга

$$K = \frac{\pi}{4} D^2,$$

другую площадь круга =

$$K_1 = \frac{\pi}{4} (D + \Delta)^2,$$

слѣдовательно, ошибка въ площади, вычисленной на основаніи невѣрно измѣреннаго діаметра будетъ:

$$K_1 - K = x = \frac{\pi}{4} [(D + \Delta)^2 - D^2] = \frac{\pi}{4} (2D\Delta + \Delta^2).$$

Но какъ Δ , а тѣмъ болѣе Δ^2 , будетъ всегда незначительной величиной, то въ расчетѣ можно Δ^2 откинуть, черезъ что погрѣшность въ выводахъ не составитъ замѣтную величину; такъ что

$$x = \frac{\pi}{4} \cdot 2D\Delta \dots \dots \dots 1),$$

выражаетъ ошибку въ вычисленной площади, если Δ показываетъ ошибку въ измѣреніи діаметра. Изъ этого слѣдуетъ, что если Δ будетъ постоянной неизмѣняющейся величиной, то происходящія отъ того ошибки въ вычисленныхъ

площадахъ будутъ пропорціональны величинамъ діаметровъ; напротивъ, если діаметры не будутъ измѣняться, а будутъ одинаковой величины, но при этомъ Δ будутъ различные, то ошибки въ вычисленныхъ площадяхъ будутъ пропорціональны ошибкамъ Δ .

Напримѣръ, діаметръ въ 10 сантиметровъ измѣренъ не вѣрно на $\pm 0,2$ сант., то ошибка въ величинѣ площади равнялась бы $\pm \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0,2 = \pm 3,14159$ кв. сантиметра.

Если бы съ такою же ошибкою въ 0,2 сантим., былъ невѣрно измѣренъ діаметръ въ 50 сантиметра, то ошибка въ площади получается $= \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot 50 \cdot 0,2 = 15,70796$ кв. сант.

Когда вмѣсто діаметра будемъ измѣрять окружность U , тогда получимъ

$$K = \frac{U^2}{4\pi}.$$

Если же при этомъ измѣреніи сдѣлаемъ ошибку Ω , которая опять также можетъ быть или положительной, или отрицательной, то, соотвѣтствующая этой ошибочной окружности, площадь круга $=$

$$K_1 = \frac{(U + \Omega)^2}{4\pi},$$

и

$$K_1 - K = x = \frac{(U + \Omega)^2}{4\pi} - \frac{U^2}{4\pi} = \frac{2U\Omega + \Omega^2}{4\pi},$$

или же, такъ какъ вслѣдствіе незначительности Ω^2 , послѣдняя можетъ быть упущена,

$$x = \frac{U\Omega}{2\pi} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 2).$$

Изъ этого уравненія опять такъ слѣдуетъ, что ошибки въ вычисленныхъ площадяхъ увеличиваются: при неизмѣняющихся Ω , пропорціонально съ возрастающей величиною окружностей; при неизмѣняющихся же окружностяхъ, но измѣняющихся Ω —пропорціональна послѣднимъ.

Если бы ошибкѣ Ω , полученной при измѣреніи окружности соотвѣтствовала ошибка Δ при измѣреніи діаметра, то получилось бы

$$U + \Omega - U = (D + \Delta)\pi - D\pi,$$

$$\Omega = \Delta\pi$$

и

$$\Delta = \frac{\Omega}{\pi},$$

т. е. измѣреніе окружностей было бы болѣе, чѣмъ въ 3
раза точнѣе измѣреній діаметровъ, если бы не существова-
ли другаго рода вліянія, измѣняющія такой выводъ въ
совершенно обратный. Чтобы ошибку въ вычисленіяхъ пло-
щади выразить процентами p къ истинной величинѣ пло-
щади круга K , то пользуясь для того въ одномъ случаѣ
выраженіемъ $\frac{p}{100} K$, въ другомъ же случаѣ по I и II

уравненію—выраженіемъ, выведеннымъ для x , получаемъ
такимъ образомъ $\frac{p}{100} K = x$,

или

$$p = \frac{x}{K} 100.$$

Если замѣнить x и K ихъ выше найденнымъ значеніемъ,
то въ томъ случаѣ, когда былъ измѣряемъ діаметръ, по-
лучится

$$\frac{p}{D^2 \frac{\pi}{4}} 100 = \frac{\Delta}{D} 200, \quad . . . 3),$$

а когда измѣрена была окружность, получается

$$p = \frac{U\Omega}{2\pi} 100 : \frac{U^2}{4\pi} = \frac{\Omega}{U} 200, \quad . . . 4),$$

т. е. процентъ, которымъ выражаютъ ошибки въ вычис-
ленныхъ площадяхъ круга, будетъ при одинаковыхъ по-
грѣшностяхъ, дѣлаемыхъ въ измѣреніи различныхъ размѣ-
ровъ діаметра или окружности, обратно пропорціоналенъ
величинамъ діаметровъ или окружностей и, напротивъ, пря-
мо пропорціоналенъ погрѣшностямъ измѣренія, если взя-
тые діаметры или окружности равны.

Напр. Когда $D = 10, \Delta = 0,2$ сантим., то

$$p = \frac{0,2}{10} 200 = 4\text{-мъ процентамъ};$$

между тѣмъ если

$$D = 50, \Delta = 0,2 \text{ сантиметр.},$$

получаемъ

$$p = \frac{0,2}{50} 200 = 0,8 \text{ процента.}$$

Какъ уже упомянуто, при каждомъ измѣреніи какимъ бы ни было инструментомъ, слѣдуетъ измѣрять всегда перпендикулярно къ оси дерева и старательно удалять на измѣряемыхъ мѣстахъ всякія неровности коры, мохъ, лишай и тому под. Не смотря на это, всегда еще остаются разнаго рода вліянія, увеличивающія результатъ, но въ этомъ отношеніи мы еще не имѣемъ достаточнаго числа изслѣдованій надъ различными породами деревъ, чтобы степень увеличиванія результатовъ обозначить точно цифрами и предложить способъ исправленія. Поперечныя площади дерева, не имѣющія форму круга, слѣдовательно эллиптическія или же совершенно неправильныя очертанія, стараются подвести къ площадямъ круга тѣмъ, что измѣряютъ по крайней мѣрѣ два, перпендикулярно одинъ къ другому, на крестъ взятые діаметра и изъ этихъ двухъ измѣреній выводятъ среднюю величину. Однако, для цѣлей научныхъ изслѣдованій отнюдь не слѣдуетъ довольствоваться такою среднею величиною изъ двухъ только діаметровъ. Такъ, напримѣръ, по изслѣдованіямъ Шмидтборна, *) надо полагать, что при измѣреніи только двухъ діаметровъ бѣльшеею частью должны получаться нѣсколько преувеличенные результаты. Такимъ образомъ, сумма площадей круга, выведенная изъ средняго числа между наименьшимъ и наибольшимъ діаметрами, оказалась вообще на 1,40% преувеличенной; причемъ частные случаи, въ отдѣльныхъ деревьяхъ, представили колебанія между—0,02 до +4,71%. По вычисленіямъ же площади круга, основываясь на средней величинѣ изъ двухъ произвольно взятыхъ діаметровъ, полученъ былъ результатъ больше истиннаго вообще на 2,57%, съ частными колебаніями между—2,91 и +6,02.

§ 7.

Инструменты для измѣренія длины.

1. *Планки или бруски.* Планки состоятъ изъ обтесанныхъ брусковъ длиною отъ трехъ до пяти метровъ; готовятся онѣ изъ дерева съ прямыми волокнами, хорошо высушеннаго и для предохраненія отъ вліянія сырости покрываются лакомъ.

*) Allgem Forst- und, Jagdz. 1863. S. 408.

Поперечный разрёзъ такой планки имѣеть форму квадрата или прямоугольника, ширина сторонъ колеблется между 2 и 4 сантиметрами.

Чтобы бруски не коробились, планки дѣлаются также составными изъ двухъ до трехъ кусковъ. Для предохраненія площадей на концахъ планокъ отъ поврежденія ударовъ, ихъ оббиваютъ на концахъ металлическою оправою; во всякомъ же случаѣ, концы планокъ отрѣзаются такъ, чтобы на этихъ концахъ образовались отвѣсныя плоскости. На площади одной изъ продольныхъ сторонъ планокъ находится дѣленіе, обозначенное чертами, которыя отстоятъ другъ отъ друга на 0,5 и никакъ не менѣе 0,1 метра. Для измѣренія же болѣе мелкихъ частей всегда цѣлесообразнѣе употреблять особо для того устраиваемыя планочки.

Обыкновенно надо имѣть при себѣ, покрайней мѣрѣ, двѣ такія планки.

При измѣреніи стволовъ, кладутъ эти планки, съ возможною тщательностью, по направленію оси дерева, плотно приставляя концами одну къ другой.

Строго говоря, слѣдовало бы планки укладывать также параллельно оси дерева, подкладывая подъ кѣнцы напирѣзъ деревянные клинья. Однако ошибка, происходящая отъ наложенія планокъ непосредственно на выпуклую поверхность древеснаго ствола, а не параллельно оси дерева, такъ ничтожна, что, въ бѣльшинствѣ случаевъ, можно пренебречь такою ошибкою.

Обозначая длину планки AB буквою l , первый діаметръ AE буквою D_1 , второй же BF буквою D_2 , причемъ $D_1 > D_2$, то конецъ планки, находящейся у буквы A , будетъ лежать выше, чѣмъ конецъ, находящійся у буквы B , на величину $AC = \frac{D_1 - D_2}{2}$. Въ прямоугольномъ же треугольникѣ ABC , если назовемъ $BC = \lambda$, будетъ

Фиг. 10.

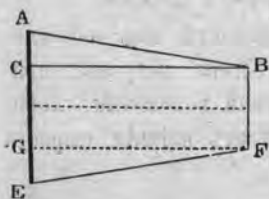
$$\lambda^2 = l^2 - \left(\frac{D_1 - D_2}{2} \right)^2$$

или

$$\lambda = l \sqrt{1 - \left(\frac{D_1 - D_2}{2l} \right)^2}.$$

Такъ какъ $\frac{D_1 - D_2}{2l}$ видимо будетъ

всегда менѣе, нежели единица, то можно формулу



$$\sqrt{1 - \left(\frac{D_1 - D_2}{2l}\right)^2}$$

по теоріи биномовъ, изобразить

$$1 - \frac{1}{2} \left(\frac{D_1 - D_2}{2l}\right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{D_1 - D_2}{2l}\right)^4 - \dots$$

или, если мы, для дальнѣйшаго счета, удержимъ только два первые члена, что допускается, то получимъ

$$\lambda = l \frac{(D_1 - D_2)^2}{8l} \dots \dots \dots 5).$$

Возьмемъ для примѣра

$$l = 5, D_1 = 0,50, D_2 = 0,40 \text{ метрамъ,}$$

то получится

$$\lambda = 5 - \frac{0,010}{40} = 5 - 0,00025$$

или

$$\lambda = 4,99975 \text{ метрамъ}$$

Ошибка $l - \lambda$, которая могла бы произойти въ данномъ примѣрѣ, вслѣдствіе наклоннаго положенія мѣрной планки, составляла бы 0,00025 метровъ; но, такъ какъ разница $D_1 - D_2 = 0,1$ метра представляетъ однимъ изъ крайнихъ случаевъ, то, даже и въ такомъ, наиболѣе неблагопріятномъ случаѣ, при употребленіи мѣрной планки, длиною въ 5 метровъ, все-таки достигается точность въ 1 : 20000.

Поэтому, можно во всѣхъ случаяхъ налагать планки непосредственно на стволъ.

2. *Мѣрная тесьма.* Болѣе удобною, нежели планки, по причинѣ удобопереносимости, представляется мѣрная тесьма, которая отличается отъ тесьмы, употребляемой для измѣренія діаметровъ, только болшею длиною (отъ 20 до 30 метровъ) и способомъ дѣленія, такъ какъ наименьшія доли дѣленія бывають отъ 0,5 до 0,1 метра. Цѣлые метры обозначаются для болшей видимости красными цифрами, или же, еще лучше, половина каждого метра окрашивается попеременною черною и красною, или же, бѣлою и красною красками. Для удобнѣйшаго употребленія, тесьма наматывается на деревянную рамку, которая посредствомъ рукоятки, можетъ быть поворачиваема на своей оси; или же, тесьма бываетъ заключена, какъ уже выше упомянуто, въ кожаномъ, деревянномъ или металлическомъ футлярѣ.

Не столь удобной какъ тесьма представляется:

3. Мѣрная цѣпь изъ желтой мѣди или изъ тонкой желѣзной проволоки, со звеньями въ 0,25 до 0,2 метровъ длины.

При употребленіи, одинъ конецъ, снабженный кольцомъ, прикрѣпляется буравчикомъ или нажимательнымъ деревяннымъ винтомъ къ стволу, послѣ чего тесьма, или цѣпь туго натягивается вдоль ствола. При этомъ, правда, не измѣняется длина оси ствола, а только длина кривой линіи на поверхности; но ошибка эта, какъ намъ показываетъ весьма простое вычисленіе, будетъ также не значительна. Предполагая стволъ прямобокимъ и назвавъ указываемую тесьмою или цѣпью боковую линію буквою L , длину же оси буквою H , нижній діаметръ буквою D_1 , а верхній буквою D_2 , мы получимъ, также какъ и при употребленіи планки

$$H = \sqrt{L^2 - \left(\frac{D_1 - D_2}{2}\right)^2}, \dots\dots\dots 6)$$

или, если стволъ не лишенъ верхушки, то $D_2 = 0$,

$$H = L - \frac{D^2}{8L} \dots\dots\dots 7)$$

Если $L = 30$, $D_1 = 0,8$ метрамъ, то получилось бы

$$H = 30 - \frac{0,64}{240} = 30 - 0,0027$$

или

$$H = 29,9973 \text{ метрамъ.}$$

Слѣдовательно, и здѣсь $L - H$ составляетъ величину, которою можно пренебречь.

§ 8.

Вліяніе ошибокъ при измѣреніи длины и діаметровъ на выводъ объема древеснаго ствола.

1. Какъ мы позднѣе увидимъ, объемъ V cadaго древеснаго ствола можетъ быть вычисленъ по формулѣ

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H f$$

причемъ D означаетъ нижній діаметръ, H длину ствола, а f извѣстный множитель, зависящій отъ формы дерева; на примѣръ, у цилиндра такой множитель $= 1$, у прямобокаго

конуса $= \frac{1}{3}$. Поэтому, если при измѣреніи длины ство-
ловъ сдѣлана ошибка Θ , все равно положительная или от-
рицательная, то получится, вмѣсто истиннаго объема

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H f$$

ошибочный объемъ

$$V_1 = \frac{\pi}{4} D^2 (H + \Theta) f,$$

или ошибка въ опредѣленіи объема сдѣлана на

$$V_1 - V = \Gamma = \frac{\pi}{4} D^2 \Theta f, \dots\dots 8)$$

изъ чего мы видимъ, что эта ошибка пропорціональна ошиб-
кѣ въ измѣреніи длины.

Если ошибку, сдѣланную при опредѣленіи объема выра-
зить процентами p къ истинному объему, то, такъ какъ

эта ошибка равна либо $\frac{p}{100} V$, либо Γ , т. е.

$$\frac{p}{100} V = \Gamma$$

и

$$p = \frac{\Gamma}{V} 100,$$

Вставляя же въ эту формулу, взамѣнь Γ и V , равные
имъ величины, мы получимъ

$$p = \frac{\frac{\pi}{4} D^2 \Theta f}{\frac{\pi}{4} D^2 H f} 100 = \frac{\Theta}{H} 100 \dots\dots 9)$$

Для $H = 20$, $\Theta = 0,4$ метровъ будетъ $p = \frac{0,4}{20} 100 = 2$
процентамъ.

Изъ этихъ чиселъ видно, что ошибка, сдѣланная при из-
мѣреніи діаметра, оказываетъ гораздо большее вліяніе на
результатъ вычисленія, чѣмъ ошибка, сдѣланная при измѣ-
реніи длины.

2. Если при измѣреніяхъ какъ діаметра, такъ и длины
ствола, сдѣланы ошибки, то по вычисленіи объема на ос-
нованіи этихъ невѣрныхъ измѣреній, получается результатъ,
несогласный съ истиннымъ объемомъ; положимъ, что полу-
чается объемъ $= V_2$; обозначая въ этомъ случаѣ опять-

таки ошибки объёма длины и диаметра знаками Δ и Θ , мы ошибочный объём можем выразить

$$V_2 = \frac{\pi}{4} (D + \Delta)^2 (H + \Theta) f,$$

причем Δ и Θ могут быть величинами какъ положительными, такъ и отрицательными. Изъ этого слѣдуетъ:

$$\begin{aligned} V_2 - V = \Gamma_1 &= \frac{\pi}{4} f \left[(D + \Delta)^2 \cdot (H + \Theta) - D^2 H \right] \\ &= \frac{\pi}{4} f \left[2D\Delta(H + \Theta) + \Delta^2 H + D^2 \Theta + \Delta^2 \Theta \right] \end{aligned}$$

Произведение $\Delta^2 \Theta$ можно во всякомъ случаѣ оставить безъ вниманія; тогда останется въ видѣ совокупной ошибки, слѣдующее:

$$\Gamma_1 = \frac{\pi}{4} f \left[2D\Delta(H + \Theta) + \Delta^2 H + D^2 \Theta \right]. \quad 10)$$

Если и эту ошибку пожелаемъ выразить процентами истиннаго объема, то у насъ явится.

$$p = \frac{\Gamma_1}{V} 100 = \frac{\frac{\pi}{4} f \left[2D\Delta(H + \Theta) + \Delta^2 H + D^2 \Theta \right]}{\frac{\pi}{4} D^2 H f} 100$$

и, сдѣлавъ нѣсколько сокращеній

$$p = \left[\frac{2\Delta(H + \Theta)}{DH} + \left(\frac{\Delta}{D} \right)^2 + \frac{\Theta}{H} \right] \cdot 100. \quad 11)$$

Еслибы напримѣръ, $D = 0,5$, $H = 25$ метрамъ, и если бы измѣрены были диаметръ больше дѣйствительнаго на 0,01 метръ, а длина меньше на 0,5 метровъ, то въ этомъ случаѣ получилось бы:

$$\begin{aligned} p &= \left[\frac{2 \cdot 0,01 \cdot 24,5}{0,5 \cdot 25} + \left(\frac{0,01}{0,5} \right)^2 - \frac{0,5}{25} \right] 100 \\ &= (0,0392 + 0,000004 - 0,02) 100 \\ &= 1,9204 \text{ процентовъ.} \end{aligned}$$

3) Кромѣ того, интересно изслѣдовать при какихъ условіяхъ погрѣшности въ измѣреніи длины и погрѣшности въ измѣреніи диаметра производятъ одинаковую ошибку въ результатахъ вычисленія объема. Такъ какъ ошибка, сдѣлан-

ная при измѣреніи длины, если ее выразить процентами, будетъ $\frac{\theta}{H} 100$, а ошибка въ измѣреніи діаметра, выраженная также процентами, будетъ $\frac{2\Delta}{D} 100$, то должно быть

$$\frac{2\Delta}{D} 100 = \frac{\theta}{H} 100$$

или же

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{1}{2} \frac{\theta}{H} .$$

Если бы, наприимѣръ, Δ была равна 0,01, $D=0,50$, $H=25$ метрамъ, то у насъ было бы

$$\theta = 2 \frac{0,01}{0,5} \cdot 25 = 1 \text{ метру} .$$

И, напротивъ того, если бы θ была равна 0,5, $H=25$, $D=0,40$ метрамъ,

$$\Delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,5}{25} \cdot 0,4 = 0,004 \text{ метра} .$$

Въ первомъ примѣрѣ слѣдовательно ошибка въ длинѣ на 1 метръ имѣла бы точно такое же вліяніе, какъ ошибка при измѣреніи діаметра на 1 сент. Во второмъ примѣрѣ 4 миллиметра, на которые ошиблись бы при измѣреніи діаметра, оказали бы ту же ошибку въ объемѣ, какъ погрѣшность въ измѣреніи длины на 0,5 метровъ.

§ 9.

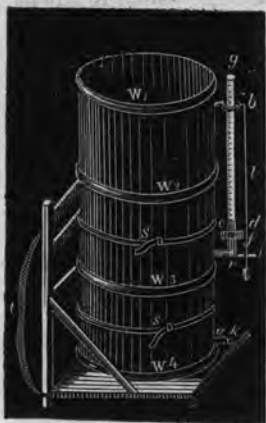
Инструменты для опредѣленія кубическаго содержанія дерева путемъ физическимъ.

1). *Ксилометръ*. Какъ нами было уже сказано, объемъ тѣла опредѣляется также измѣреніемъ столба жидкости, вытѣсняемой тѣломъ при погруженіи его въ сосудъ, наполненный жидкостью. Такое измѣреніе производится удобнѣе всего слѣдующимъ образомъ:

Изготавливается изъ листовъ цинка сосудъ цилиндрической формы, высотой отъ 1,25 до 1,50 метровъ, имѣющій діаметръ отъ 0,5 до 0,6 метра, причемъ сосудъ для бѣльшей прочности и для того, чтобы онъ не измѣнялъ своей

цилиндрической формы, окачиваются нѣсколькими обручами изъ цинка W_1, W_2, W_3, W_4 , (фиг. 11)

Фиг. 11.



Нѣсколько выше дна, сосудъ имѣетъ короткую трубочку a , закрывающуюся посредствомъ пробки, или клапона K и служащую для выпуска воды. Нѣсколько выше, приблизительно на одной трети вышины, находится изогнутая коленомъ цилиндрическая мѣдная трубка r . Въ отверстіе ея вставляется стеклянная трубка g , имѣющая діаметръ отъ 0,005 до 0,010 метровъ, причемъ необходимо, чтобы пробка, при помощи которой вставлена эта трубка, плотно пригнана была къ трубкѣ r

и не пропускала жидкости. Лучше всего снабдить стеклянную трубку мѣдною оправою c , которая шлифовкою пригнана къ мѣдной трубкѣ r , такъ что, когда край оправы a ляжетъ на край f трубки r , то образуется плотный запоръ, непронускающій воду. При такомъ устройствѣ, въ случаѣ далекаго транспорта инструмента, можно снимать стеклянную трубку и прятать въ особый футляръ. Кромѣ того, стеклянная трубка слегка прикрѣплена у буквы b жестянымъ кольцомъ, при помощи пробуровленной пробки. Когда стеклянную трубку g плотно вставляютъ, посредствомъ пробки, въ трубку r , то она покрывается, для охраненія, легко снимающимся жестянымъ колпакомъ, который прикрѣпляется къ цилиндру наверху—двумя петлями и крючками, а внизу—вдвинутымъ болтомъ. Къ жестяному кольцу b придѣляется кромѣ того отвѣсъ l , который пропускается черезъ отверстіе i , сдѣланное на припаянной къ r пластинкѣ, снабженной указателемъ правильной, по отвѣсу, установки инструмента.

Во время транспорта, инструментъ прикрѣпляется двумя ремнями S къ деревянной подставкѣ, снабженной для переноски двумя тесьмами t . Во время употребленія инструмента, его обыкновенно оставляютъ на этой подставкѣ, причемъ подкладываются деревянные клинья, чтобы удержать его въ горизонтальномъ положеніи.

Чтобы произвести дѣленіе на стеклянной трубкѣ, ее снабжаютъ одной, или двумя узкими, лакированными полосками

изъ бѣлой бумаги; затѣмъ приводятъ инструментъ въ горизонтальное положеніе и наливаютъ въ него воды настолько, чтобы она появилась надъ мѣднымъ кольцомъ въ стеклянной трубкѣ и эту точку обозначаютъ нулемъ. Далѣе, берется сосудъ, емкостью въ литръ ($=0,001$ куб. метру), наполняютъ его водою; но такъ какъ поверхность воды образуетъ выпуклую поверхность, то ровняютъ ее матовою отшлифованною стеклянною пластинкою и затѣмъ осторожно, избѣгая брызговъ, выливаютъ изъ этого сосуда жидкость въ цилиндръ. Каждый разъ послѣ подобнаго вливанія замѣчаютъ на стеклянной трубкѣ высоту воды и такимъ образомъ продолжаютъ до тѣхъ поръ, пока вся трубка будетъ раздѣлена. Чтобы легче замѣтить черту уровня воды, можно слегка окрасить воду. Черточки, обозначающія дѣленіе, сперва проводятся карандашомъ, а впоследствии отмѣчаются чернымъ лакомъ. Пространство между полученными черточками можно раздѣлить на еще болѣе мелкія части помощью циркуля. Послѣ каждой пятой, или десятой черточки ставится цифра.

При опредѣленіи кубическаго содержанія какого нибудь тѣла, помощью этого инструмента, послѣдній устанавливается твердо въ горизонтальномъ положеніи, и частью наполняется водою, причемъ замѣчаютъ на стеклянной трубкѣ высоту воды. Тогда тѣло, которое подлежитъ измѣренію, опускается на столько глубоко, чтобы оно было совсѣмъ покрыто водою, причемъ вновь замѣчаютъ на трубкѣ высоту воды. Разница между уровнемъ воды, до и послѣ погруженія въ нее тѣла, указываетъ кубическое содержаніе погруженнаго тѣла.

Для опусканія въ воду кусковъ дерева всего лучше употреблять проволочную мутовку, рукава которой связаны проволочнымъ кольцомъ *).

Другая конструкція подобнаго инструмента описана Теодоромъ Гартигъ **). Для опредѣленія кубическаго содержанія очень маленькихъ кусковъ дерева служатъ удобнѣе

*) Гораздо проще и удобнѣе употреблять тонкій и острый желѣзный прутъ, втыкаемый въ погружаемый кусокъ дерева.

Примѣч. редак. переводчика.

**) Vergleich. Unters. über den Ertrag der Rothbuche. S. 10.

Проще устройство ксилметра, употребленный Робертомъ Гартигъ: Das specifische Frisch- und Trockengewicht, der Wassergehalt und das Schwinden des Kiefernholzes Von Robert Hartig. Berlin. 1874.

всего узкія, цилиндрическія склянки, которыя пробуравлены близь дна. Въ это отверстіе вставляется и плотно замазывается прямоугельно изогнутая стеклянная трубка, которая раздѣляется вышеописаннымъ образомъ, только, конечно, на болѣе мелкія доли. Если стеклянный цилиндръ достаточно длиненъ и узокъ, то опредѣленіе объема маленькихъ кусковъ дерева можетъ быть выполнено съ такою же точностью, какъ и опредѣленіе большихъ кусковъ въ большихъ сосудахъ.

2. *Вѣсы.* Въ отношеніи одного и того же тѣла извѣстно, что объемы тѣлъ V , V_1 относятся другъ къ другу точно такъ же, какъ ихъ вѣсы Q , Q_1 , т. е. существуетъ отношеніе

$$V : V_1 = Q : Q_1,$$

изъ чего слѣдуетъ

$$V_1 = \frac{Q_1}{Q} V$$

если Q , Q_1 , и V намъ извѣстны.

Поэтому, если опредѣлить какимъ бы то ни было методомъ, напр. геометрически, объемъ V какого нибудь тѣла, а также и его вѣсъ, то можно найти объемъ однороднаго съ нимъ тѣла, зная только одинъ его вѣсъ.

Если напримѣръ, $V=0,05$ куб. метрамъ и $Q=60$, а $Q_1=120$ килограммамъ, то получимъ

$$V_1 = \frac{120}{60} \cdot 0,05 = 0,1 \text{ куб. метру.}$$

Вмѣсто формулы

$$V_1 = \frac{Q_1}{Q} V$$

можно употребить выраженіе

$$V_1 = \frac{Q_1}{WS}$$

причемъ W выражаетъ вѣсъ одного кубическаго метра воды, а S относительный вѣсъ тѣла V_1 ; конечно, послѣдній долженъ быть данъ или извѣстнымъ способомъ отысканъ.

Позднѣе, мы вернемся къ приложенію этихъ обоихъ методовъ для опредѣленія объема кусковъ дерева.

Для опредѣленія вѣса употребляютъ вѣсы. Для лѣсоводственныхъ изысканій служатъ преимущественно трехъ родовъ вѣсы, а именно: вѣсы съ пружиною, или самовѣсы,

римскій безмѣнъ и десятичные вѣсы. Первые, т. е. самовѣсы, отличаются наибольшимъ удобствомъ, какъ при транспортѣ, такъ и при взвѣшиваніи; за то послѣдніе, т. е. десятичные вѣсы, допускаютъ одновременное взвѣшиваніе чрезвычайно большихъ тяжестей и даютъ наиболѣе точные результаты. При употребленіи самовѣса, его вѣшаютъ на три пирамидально поставленные кола, связанные въ мѣстѣ ихъ перекрещенія цѣпью, или же бичевкою. Римскій безмѣнъ лучше всего укрѣплять на длинный деревянный винтъ, ввинченный въ крѣпкій стволъ.

§ 10.

Вспомогательныя таблицы.

При опредѣленіи кубическаго содержанія деревь приходится вычислять площади круга и умножать ихъ на длину. Для избѣжанія этой работы и предупрежденія возможныхъ ошибокъ въ счетѣ, составлены таблицы площадей круга и цилиндровъ.

Таблицы площадей круга *) содержатъ въ себѣ для всѣхъ диаметровъ или окружностей, увеличивающихся извѣстными степенями, соотвѣтственные имъ площади круга, а слѣдовательно для каждаго D даютъ произведеніе $\frac{\pi}{4} D^2$.

Такія таблицы вполнѣ удовлетворяютъ цѣлямъ научныхъ изслѣдованій, но никакъ не требованіямъ практики. Эта послѣдняя требуетъ еще таблицъ цилиндровъ, **) т. е. таб-

*) 1. Bd. 1. Abth. Taf. 8.

Самыя обширныя таблицы этого рода издалъ М. Кунце, подъ заглавіемъ: „Siebenstellige Kreisflächen für alle Durchmesser von 0,01 bis 99,99. Dresden. 1868. 4.“ Кромѣ того можно рекомендовать:

Seckendorff, Arthur von. Kreisflächentafel für Metermasz, zum Gebrauche bei Holzmasse-Ermittelungen. Leipzig. 1870. 8. (Zugleich als Walzentafel zu benutzen).

**) 1. Bd. 1. Abth. Taf. 1. u. 2.

Число такихъ таблицъ очень велико. Съ пользою могутъ быть употреблены: Blume, W. Kubik-Tabelle für runde Hölzer nach dem Metersysteme, Düsseldorf. 1869. 8.

Pabst. G. Tafeln zur Inhaltsbestimmung runder Hölzer nach dem mittleren Durchmesser nebst Tafeln zur Kubischen Bestimmung behauener und geschittener Hölzer im metrischen Maszsysteme. Gera. 1870. 8.

Preszler, M. R. Forstliche Cubirungstafeln nach metrischem Masz zum Dienstgebrauche der Kgl. Sächs. Forstverwaltung. Leipz. 1871. 8.

лицъ, которыя указывали бы непосредственно величину $\frac{\pi}{4} D^2 H$.

Величина эта должно быть въ таблицахъ опредѣлена для всѣхъ возможныхъ, встрѣчающихся въ природѣ діаметровъ D и высотъ H , разумѣется образуя какъ въ діаметрахъ, такъ и въ высотахъ, извѣстныя, допускаемыя практикою ступени.

Отдѣлъ II.

Вычисленіе кубическаго содержанія срублен-
ныхъ деревь.

§ 11.

Форма древеснаго ствола.

Представимъ себѣ стволъ дерева, разсѣченного плоско-
стью, проходящею черезъ его ось CD , (Фиг. 11), совпа-
дающую обыкновенно съ сердцевиною; тогда, пересѣченная
поверхность ствола образуетъ на упомянутой плоскости кри-
вую линію $AA_1A_2CB_2B_1B$, называемую кривою произво-
дящею бока дерева.

Если разсматривать эту послѣднюю относительно оси де-
рева, а слѣдовательно и относительно прямой линіи, обра-
зуемой сердцевиною, то оказывается, во 1-хъ, что часть
 A, A_1, A_2, C , лежащая на лѣво отъ оси, имѣетъ обыкно-
венно одинаковый видъ съ частію BB_1, B_2, C , находящеюся
на право; во 2-хъ, что на верхушкѣ, (отъ A_2 и B_2 до

Thiele, Wilhelm. Tafeln zur Inhaltsbestimmung der Rundhölzer nach
Kubikmetern. Dessau und Ballenstedt 1871. 8.

На русскомъ языкѣ есть также подобныя таблицы:

Въ справочной книгѣ для землевладѣльца и лѣсничаго. Арнольда.
1862. 8.

Въ справочной книгѣ для сельскихъ хозяевъ на 1875 годъ. О. А.
Баталина.

Въ лѣсномъ календарѣ на 1876 и 1877 годъ. Изданіе Девріена.

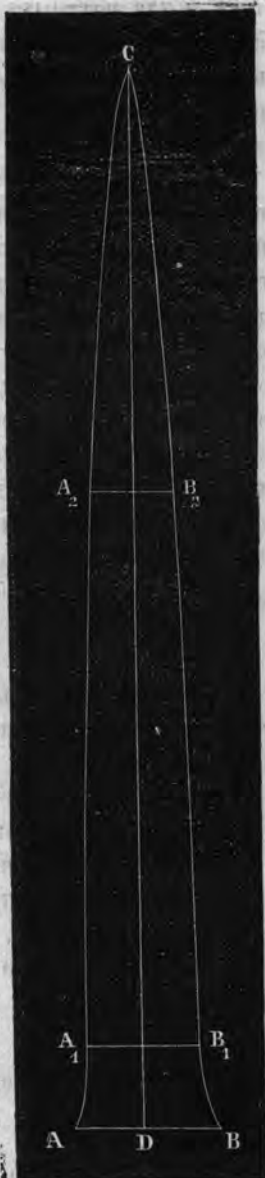
Таблицы объема цилиндровъ въ кубическихъ футахъ, при попе-
речникѣ въ вершкахъ и высотѣ въ аршинахъ, С.-Петербургъ, типо-
графія Трея, 1865 года.

С), вслѣдствіе вліянія вѣтвей, кривизна линіи наиболѣе замѣтна и притомъ довольно неправильная; около середины дерева, между A_1 A_2 и B_1 B_2 , она выпрямляется и дѣлается наиболѣе правильною; за то къ комлю дерева, между AA_1 и BB_1 , она принимаетъ противоположное прежнему направленіе. И точно, у верхушки и въ серединѣ, кривая, производящая бока дерева выпуклая относительно оси, между тѣмъ какъ близъ корня дерева, кривая вдавлена. Поэтому, форма кривой, производящей бока дерева имѣетъ вообще видъ фигуры $\int$.

Фиг. 11.

Всѣ, произведенныя до сихъ поръ изслѣдованія, показали намъ, что формы кривыхъ, производящихъ бока дерева, представляютъ довольно значительныя несходства и зависятъ напримѣръ, отъ возраста дерева, отъ высоты на какой начинается развѣтвленіе, отъ большаго или меньшаго количества сучьевъ и вѣтвей и т. д. Съ другой стороны, эти-же изслѣдованія показали, что древесные стволы, выросшіе при равныхъ условіяхъ прозябанія образуютъ формы, если и не равныя, то по крайнѣй мѣрѣ весьма сходныя.

Если мы представимъ себѣ, что кривая, производящая бока дерева, вращается вокругъ ея оси, то она опишетъ плоскость, образующую наружную поверхность ствола, между тѣмъ, какъ при такомъ поворотѣ площадь $AA_1A_2 CD$ и равная ей площадь $BB_1B_2 CD$ опишутъ все пространство, составляющее весь объемъ ствола. Для цѣлей вычисленія кубическаго содержанія, разсматриваютъ стволъ дерева, какъ будто онъ на всемъ его протяженіи образуетъ правильное тѣло т. е. будто бы кривая, производящая бока



дерева имѣетъ направленіе подчиненное извѣстному закону. Такимъ взглядомъ, въ большинствѣ случаевъ, руководствуются въ практикѣ. Для болѣе-же точныхъ дѣйствій въ практикѣ и для научныхъ изслѣдованій, приходится раздѣлять стволъ на мѣньшія части и уже смотрѣть на каждую изъ нихъ, какъ на тѣла, близко подходящія къ извѣстнымъ правильнымъ тѣламъ. Поэтому мы прежде всего рассмотримъ эти правильныя тѣла.

Если, какъ уже сказано выше, всѣ до сихъ поръ принятые изслѣдованія еще и не доставили намъ возможность заключать по измѣреніямъ на какомъ-либо пунктѣ ствола, о законахъ искривленія линіи, производящей бока дерева, или, говоря языкомъ математика «объ уравненіи кривой», то все же по этимъ изслѣдованіямъ можно было ознакомиться съ тѣми кривыми линіями, къ которымъ близко подходят кривыя, производящія бока ствола, хотя и не на всемъ протяженіи дерева, а только на извѣстномъ протяженіи. Такія кривыя, къ которымъ близко подходят бока дерева, суть: наклоненная къ оси, подъ извѣстнымъ угломъ, прямая линія; апполонова парабола и семикубическая, нейлоидова парабола *).

Вслѣдствіе этого, стволы дерева, или, по крайней мѣрѣ, небольшія части его, могутъ быть разсматриваемы какъ тѣла, произшедшія отъ вращенія вокругъ оси упомянутыхъ кривыхъ, т. е. какъ прямобокіе конусы, параболоиды, или нейлоиды.

Аналитическая геометрія учитъ насъ, что всякая кривая линія на плоскости можетъ быть изображена посредствомъ уравненія съ двумя неизвѣстными, при чемъ одна изъ нихъ x должна быть разсматриваема какъ абцисса, а другая y , какъ ордината кривой, производящей бока ствола.

Извѣстно что прямая линія изображается посредствомъ уравненія:

$$y = p_1 x,$$

Апполонова парабола изображается уравненіемъ

$$y^2 = p_2 x,$$

а нейлоидова парабола изображается уравненіемъ

*) Названная такъ, въ честь имени англійскаго математика Вилліама Нейля, родившагося 1637 г., умершаго 1670 г., который въ 1657 году разъяснилъ эту кривую.

$$y^2 = p_3 x^3,$$

причемъ p_1 , p_2 , p_3 обозначаютъ постоянныя величины, такъ называемыя параметры.

Теперь мы займемся вычисленіемъ тѣлъ, произшедшихъ отъ поворота около оси означенныхъ кривыхъ.

§ 12.

Прямобоній конусъ.

1. Элементарная стереометрія учитъ, что объемъ прямо-бокаго конуса равенъ

$$V = \frac{\pi}{12} D^2 H \dots\dots\dots 1)$$

гдѣ D обозначаетъ діаметръ основанія, H —высоту конуса, или, если кругообразную площадь основанія выразить черезъ G , то

$$V = \frac{1}{3} GH \dots\dots\dots 2)$$

Если представить себѣ, что на серединѣ длины конуса измѣренъ поперечникъ δ , которому соотвѣтствуетъ площадь круга γ , то по закону образованія этого тѣла получается

$$\delta : D = \frac{1}{2} H : H = 1 : 2$$

или

$$D^2 = (2\delta)^2,$$

слѣдовательно

$$V = \frac{\pi}{3} \delta^2 H \dots\dots\dots 3)$$

или

$$V = \frac{4}{3} \gamma H \dots\dots\dots 4)$$

2. Объемъ усѣченного прямобокаго конуса находится по формулѣ

$$v = \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h, \dots\dots\dots 5)$$

если D и d выражаютъ діаметры параллельныхъ площадей сѣченій на концахъ тѣла G и g , h —высоту усѣченного конуса. При введеніи въ расчетъ площадей, находящихся на концахъ, эта формула преобразится въ

$$v = \frac{1}{3} (G + \sqrt{Gg} + g) h \dots\dots\dots 6)$$

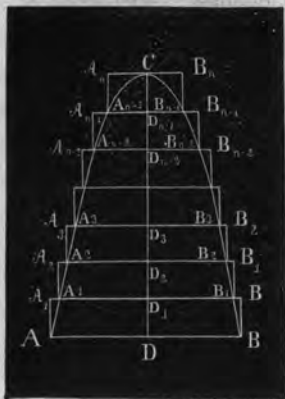
Въ видѣ функціи изъ одного только діаметра, измѣреннаго по срединѣ тѣла, нельзя выразить объемъ усѣченного прямобокаго конуса.

§ 13.

Параболоидъ.

1. Если чрезъ прямую AB , перпендикулярную къ оси CD параболы (фиг. 12а), отсѣчь часть параболической плоскости и вращать эту часть вокругъ ея оси, то она опишетъ параболическій конусъ, или параболоидъ. Каждый поперечный разрѣзъ послѣдняго, перпендикулярный къ оси, долженъ естественно представить кругъ. Если высоту этого тѣла $CD = x$ раздѣлить на n частей и черезъ каждую изъ этихъ точекъ дѣленія провести плоскость, то параболоидъ

Фиг. 12а.



разложится на $n-1$ кругообразныхъ тѣлъ AA_1B_1B , $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$. . . $A_{n-2}A_{n-1}B_{n-1}B_{n-2}$ и на одинъ маленькій параболоидъ $A_{n-1}CB_{n-1}$. Если построить на кругообразныхъ основныхъ плоскостяхъ каждаго изъ этихъ круговъ цилиндры $AA_1B_1B_1$, $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$, . . . $A_{n-2}A_{n-1}B_{n-1}B_{n-2}$, $A_{n-1}A_nB_nB_{n-1}$, то черезъ это образуется ступеньчатое тѣло, котораго объемъ, конечно, больше объема параболоида. Высота кажда-

го изъ цилиндровъ, по ихъ построению, равна $\frac{x}{n}$, напротивъ радіусы отдѣльныхъ основныхъ плоскостей могутъ быть выражены въ видѣ функціи отъ AD . Назовемъ, начиная съ вершины, радіусы отдѣльныхъ круговыхъ плоскостей $A_{n-1}D_{n-1}$, $A_{n-2}D_{n-2}$, $A_{n-3}D_{n-3}$, . . . A_2D_2 , A_1D_1 , AD , буквами y_1 , y_2 , y_3 . . . y_{n-2} , y_{n-1} , y_n , и примемъ y_n за извѣстное данное, тогда получится

$$y_1^2 = p \frac{x}{n},$$

$$y_2^2 = p \frac{2x}{n},$$

⋮

$$y_{n-1}^2 = p \frac{(n-1)x}{n},$$

$$y_n^2 = p \frac{nx}{n},$$

слѣдовательно также

$$y_1^2 : y_n^2 = 1 : n$$

$$y_2^2 : y_n^2 = 2 : n$$

$$y_3^2 : y_n^2 = 3 : n$$

⋮

$$y_{n-1}^2 : y_n^2 = n-1 : n$$

или

$$y_1^2 = \frac{1}{n} y_n^2,$$

$$y_2^2 = \frac{2}{n} y_n^2,$$

$$y_3^2 = \frac{3}{n} y_n^2.$$

⋮

$$y_{n-1}^2 = \frac{n-1}{n} y_n^2.$$

И такъ объемъ отдѣльныхъ цилиндровъ, начиная съ вершины, равенъ

$$y_1^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{1}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

$$y_2^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{2}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

⋮

$$y_{n-1}^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{n-1}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

$$y_n^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{n}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

Ихъ сумма, которую мы условимся называть C , будетъ по-
этому

$$C_1 = y_n^2 \pi x \frac{1}{n^2} \left(1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n \right).$$

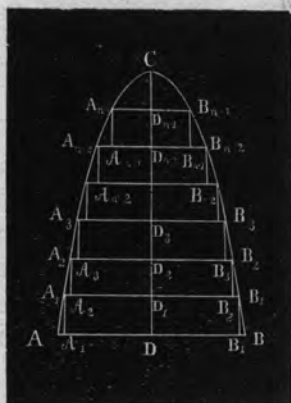
Заклученная въ скобкахъ сумма есть состоящій изъ n членовъ арифметическій рядъ перваго порядка съ начальнымъ членомъ 1 и съ конечнымъ членомъ n , слѣдовательно эта сумма будетъ

$$\frac{1+n}{2} n,$$

такъ что

$$C_1 = y_n^2 \pi x \frac{1+n}{2n} = \frac{1}{2} y_n^2 \pi x \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

Фиг. 12b.



Если описать цилиндры не около параболическаго конуса, а внутри его (фиг. 12b), то основная плоскость перваго цилиндра совпадетъ съ вершиною C и будетъ такимъ образомъ равна нулю, напротивъ же основная плоскость послѣдняго цилиндра будетъ имѣть радіусъ $A_1 D_1$ или y_{n-1} . Объемъ такого ступеньчатаго тѣла, образованнаго внутри вписанными цилиндрами, долженъ быть, конечно, меньше, чѣмъ объемъ параболоида.

Какъ и раньше будемъ имѣть

$$y_0^2 = \frac{0}{n} y_n^2,$$

$$y_1^2 = \frac{1}{n} y_n^2,$$

$$y_2^2 = \frac{2}{n} y_n^2,$$

⋮

$$y_{n-2}^2 = \frac{n-2}{n} y_n^2,$$

$$y_{n-1}^2 = \frac{n-1}{n} y_n^2,$$

а отсюда и объемы цилиндровъ

$$\frac{0}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

$$\frac{1}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

⋮

$$\frac{n-2}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

$$\frac{n-1}{n^2} y_n^2 \pi x,$$

Сумма этихъ членовъ равна

$$C_2 = y_n^2 \pi \frac{x}{n^2} (1+2+3+\dots+(n-1))$$

или же по сложении заключеннаго въ скобкахъ

$$C_2 = y_n^2 \pi x \frac{n-1}{2n} = \frac{1}{2} y_n^2 \pi x \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Разность ступенчатаго тѣла, описаннаго около параболоида и такого же тѣла, вписаннаго внутри его, равна

$$C_1 - C_2 = \frac{1}{n} y_n^2 \pi x,$$

т. е. равна нижнему, описанному около параболоида, цилиндру. Если n будетъ безконечно увеличиваться, т. е. если число слоевъ будетъ непрерывно прибавляться, а ихъ толщина все уменьшаться, то эта разность можетъ сдѣлаться безконечно малою величиною, т. е. она приблизится къ нулю, или, другими словами, оба ступенчатыхъ тѣла приближаются къ одной опредѣленной границѣ, которая не можетъ быть иною, какъ объемомъ параболоида, потому что послѣдній постоянно заключается между C_1 C_2 .

Поэтому-то объемъ параболоида и будетъ равенъ

$$V = \text{крайней величинѣ} \frac{1}{2} y_n^2 \pi x \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

или

$$= \text{крайней величинѣ} \frac{1}{2} y_n^2 \pi x \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

т. е.

$$V = \frac{1}{2} y_n^2 \pi x$$

Если еще замѣнить $y_n^2 = \frac{1}{2} D$, $x = H$, то получится

$$V = \frac{\pi}{8} D^2 H \dots\dots\dots 7)$$

или же вставляя въ формулу площадь основанія

$$V = \frac{1}{2} GH \dots\dots\dots 8)$$

такъ что объемъ параболическаго конуса равенъ произведенію площади основанія на половину высоты.

Такъ какъ изъ уравненія параболы $y^2 = px$ слѣдуетъ, что

$$y^{1/2n} = p \frac{x}{2},$$

Если вставить вмѣсто H' и H найденныя равныя имъ величины въ вышеупомянутую разность объемовъ, то она выразится

$$\frac{\pi}{8} \frac{D^4 - d^4}{D^2 - d^2} h, \quad \text{Фиг. 12.}$$

Но какъ

$$D^4 - d^4 = (D^2 + d^2)(D^2 - d^2),$$

$$\text{то } v = \frac{\pi}{8} (D^2 + d^2) h, \quad \dots 11)$$

или же

$$v = \frac{1}{2} (G + g) h, \quad \dots 12)$$

если черезъ g обозначимъ въ усѣченномъ тѣлѣ верхнюю площадь сѣченія. Последнее выраженіе можно еще упростить. А именно: если измѣрить діаметръ на половинѣ высоты усѣченного параболического конуса и назвать этотъ діаметръ H_j опять δ , то получится

$$d^2 : \delta^2 = H' : H' + \frac{1}{2} h.$$

Если ввести здѣсь вмѣсто H' его выше найденную величину, то получится

$$d^2 : \delta^2 = d^2 : \frac{1}{2} (D^2 + d^2)$$

или

$$\delta^2 = \frac{1}{2} (D^2 + d^2),$$

слѣдовательно если ввести это выраженіе въ уравн. 11), то получится

$$v = \frac{\pi}{4} \delta^2 h \quad \dots \dots \dots 13)$$

и

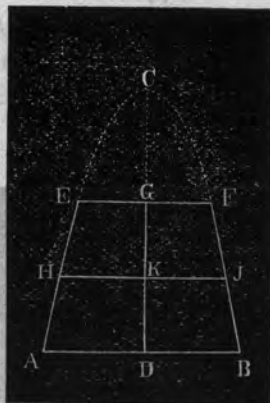
$$v = \gamma h \quad \dots \dots \dots 14)$$

слѣдовательно выше найденная формула для выраженія объема всего параболоида относится также и къ усѣченному параболическому конусу.

§ 14.

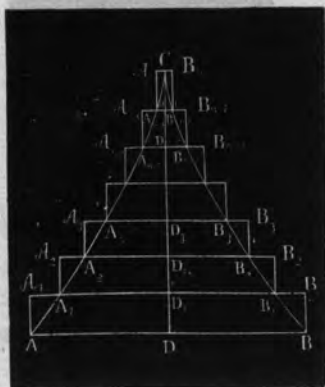
Нейлоидъ.

1. Употребленный въ предыдущемъ параграфѣ способъ къ опредѣленію объема параболоида можетъ быть прило-



женъ и къ нейлоиду, т. е. къ такому тѣлу, которое образуется, если чрезъ хорду AB , перпендикулярную къ оси CD , отсѣчь часть нейлоидовой параболы и вращать эту часть вокругъ ея оси CD . Если разбить высоту этого тѣла на n частей (фиг. 14а), то проведенныя въ каждой точкѣ дѣленія ординаты $A_{n-1} D_{n-1}$, $A_{n-2} D_{n-2} \dots A_3 D_3$, $A_2 D_2$, $A_1 D_1$, AD выразятся по порядку черезъ уравненія.

Фиг. 14а.



$$y_1^2 = p \left(\frac{x}{n} \right)^3,$$

$$y_2^2 = p \left(\frac{2x}{n} \right)^3,$$

$$y_3^2 = p \left(\frac{3x}{n} \right)^3,$$

⋮

$$y_{n-1}^2 = p \left(\frac{n-1x}{n} \right)^3,$$

$$y_n^2 = p \left(\frac{nx}{n} \right)^3,$$

Слѣдовательно существуютъ отношенія:

$$y_1^2 : y_n^2 = 1^3 : n^3,$$

$$y_2^2 : y_n^2 = 2^3 : n^3,$$

$$y_3^2 : y_n^2 = 3^3 : n^3,$$

⋮

$$y_{n-1}^2 : y_n^2 = (n-1)^3 : n^3,$$

или же

$$y_1^2 = \left(\frac{1}{n} \right)^3 y_n^2,$$

$$y_2^2 = \left(\frac{2}{n} \right)^3 y_n^2,$$

$$y_3^2 = \left(\frac{3}{n} \right)^3 y_n^2,$$

⋮

$$y_{n-1}^2 = \left(\frac{n-1}{n} \right)^3 y_n^2.$$

Если построить на каждомъ изъ радіусовъ $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$ цилиндры, которыхъ высота равна $\frac{x}{n}$, а именно $A_{n-1} B_{n-1} B_n B_{n-1}$, $A_{n-2} A_{n-1} B_{n-1} B_{n-2}$, $\dots, A_1$

$A_2 B_2 B_1, A, A_1 B_1 B$, то получится опять ступеневидное тѣло, окружающее нейлоидъ. Такъ какъ объемы отдѣльныхъ цилиндровъ, выраженные по порядку, будутъ

$$\begin{aligned} y_1^2 \pi \frac{x}{n} &= \frac{1^3}{n^4} y_n^2 \pi x \\ y_2^2 \pi \frac{x}{n} &= \frac{2^3}{n^4} y_n^2 \pi x \\ y_3^2 \pi \frac{x}{n} &= \frac{3^3}{n^4} y_n^2 \pi x \\ &\vdots \\ y_{n-1}^2 \pi \frac{x}{n} &= \frac{(n-1)^3}{n^4} y_n^2 \pi x \\ y_n^2 \pi \frac{x}{n} &= \frac{n^3}{n^4} y_n^2 \pi x, \end{aligned}$$

то ихъ сумма составляетъ

$$C_1 = y_n^2 \pi x \frac{1}{n^4} (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3)$$

или, такъ какъ сумма первыхъ, счетомъ n , кубическихъ чиселъ равна

$$\left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 = \frac{n^4}{4} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right),$$

то

$$C_1 = y_n^2 \pi x \frac{1}{4} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{4} y_n^2 \pi x \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)$$

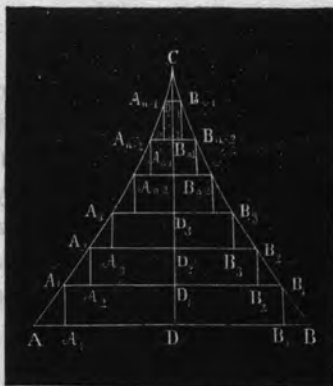
Если далѣе построить внутри нейлоида сумму цилиндровъ на радіусахъ $0, y_1, y_2, \dots, y_{n-2}, y_{n-1}$

(фиг. 14 б), то послѣдніе могутъ быть по порядку выражены черезъ y_n , а именно

$$\begin{aligned} y_0^2 &= \left(\frac{0}{n} \right)^2 y_n^2, \\ y_1^2 &= \left(\frac{1}{n} \right)^2 y_n^2, \\ &\vdots \\ y_{n-2}^2 &= \left(\frac{n-2}{n} \right)^2 y_n^2, \end{aligned}$$

$$y_{n-1}^2 = \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 y_n^2.$$

Фиг. 14б.



Объемъ построенныхъ на этихъ радіусахъ цилиндровъ будетъ въ такомъ случаѣ

$$y_0^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{0^3}{n^4} y_n^2 \pi x,$$

$$y_1^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{1^3}{n^4} y_n^2 \pi x$$

$$y_2^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{2^3}{n^4} y_n^2 \pi x$$

⋮

$$y_{n-2}^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{(n-2)^3}{n^4} y_n^2 \pi x$$

$$y_{n-1}^2 \pi \frac{x}{n} = \frac{(n-1)^3}{n^4} y_n^2 \pi x$$

и такъ сумма ихъ будетъ равна

$$C_2 = y_n^2 \pi x \frac{1}{n^4} \left(0^3 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-2)^3 + (n-1)^3 \right),$$

или, такъ какъ сумма заключенной въ скобкѣ величины составляетъ

$$\left(\frac{n(n-1)}{2} \right)^2 = \frac{n^4}{4} \left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right),$$

то

$$C_2 = y_n^2 \pi x \cdot \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{4} y_n^2 \pi x \left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right).$$

Разность обѣихъ ступеневидныхъ тѣлъ и здѣсь опять

$$C_1 - C_2 = y_n^2 \pi \frac{x}{n}$$

иначе равна цилиндру, описанному надъ оконечной ординатой. Она можетъ слѣдовательно при безконечномъ увеличеніи n сдѣлаться безконечно малою величиною, т. е. она имѣетъ предѣломъ нуль. Такимъ образомъ оба ступеневидныхъ тѣла приближаются къ одному и тому же предѣлу, который не можетъ быть ничѣмъ инымъ, какъ объемомъ нейлоида, потому что послѣдній постоянно заключается между C_1 и C_2 . Поэтому-то объемъ нейлоида и будетъ равенъ

$$V = \text{крайней величины} \frac{1}{4} y_n^2 \pi x \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)$$

или

= крайней величинѣ $\frac{1}{4} y_n^2 \pi x, \left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right),$
т. е.

$$V = \frac{1}{4} y_n^2 \pi x,$$

или вмѣсто y_n вставивъ $= \frac{1}{2} D$, вмѣсто $x = H$,

то получится $V = \frac{\pi}{16} D^2 H \dots\dots\dots 15)$

и

$$V = \frac{1}{4} GH, \dots\dots\dots 16)$$

что легко можно выразить словами.

Если вмѣсто площади основанія ввести площадь круга, измѣренную на половинной высотѣ нейлоида, то такъ какъ

$$y_{1/2^n}^2 : y_n^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 : 1 = 1 : 8$$

$$y_n^2 = 8 y_{1/2^n}^2,$$

и если еще назвать $y_{1/2^n} = \frac{1}{2} \delta$, то

$$V = \frac{\pi}{2} \delta^2 H \dots\dots\dots 17)$$

$$= 2\gamma H \dots\dots\dots 18)$$

2. Объемъ усѣченного нейлоида также выводится изъ разности двухъ нейлоидовъ ACB и ECF (Фиг. 15) съ высотами H и H' и діаметрами D и d . А именно объемъ его будетъ равенъ

$$V = \frac{\pi}{16} (D^2 H - d^2 H').$$

Фиг. 15.

Но изъ уравненія нейловой параболы слѣдуетъ, что

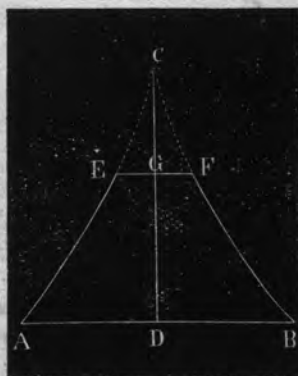
$$d^2 : D^2 = H'^3 : H^3,$$

или же по извѣстнымъ положеніямъ, и если $H - H' = DG$ называть h ,

$$d^{2/3} : D^{2/3} = H' : H,$$

$$d^{2/3} : D^{2/3} - d^{2/3} = H' : H - H' = H' : h,$$

$$D^{2/3} - d^{2/3} : D^{2/3} = H - H' : H$$



$$= h : H,$$

и отсюда

$$H' = \frac{d^{2/3}}{D^{2/3} - d^{2/3}} h,$$

$$H = \frac{D^{2/3}}{D^{2/3} - d^{2/3}} h,$$

Если вставить эти величины въ вышеупомянутую разность объемовъ, то она перейдетъ въ

$$\frac{\pi}{16} \frac{D^2 \cdot D^{2/3} - d^2 \cdot d^{2/3}}{D^{2/3} - d^{2/3}} h = \frac{\pi}{16} \frac{D^{2/3} - d^{2/3}}{D^{2/3} - d^{2/3}} h.$$

Такъ какъ $D^{8/3} - d^{8/3} = (D^{1/3} + d^{1/3})(D^{1/3} - d^{1/3}) = (D^{1/3} + d^{1/3})(D^{2/3} + d^{2/3})(D^{2/3} - d^{2/3})$, то

$$V = \frac{\pi}{16} (D^{1/3} + d^{1/3})(D^{2/3} + d^{2/3}) h$$

и по нѣкоторымъ легкимъ перечисленіямъ

$$V = \frac{\pi}{16} \left(D^2 + D^{2/3} d^{2/3} (D^{2/3} + d^{2/3}) + d^2 \right) h. \quad 19)$$

или

$$V = \frac{\pi}{16} \left(D^2 + \sqrt[3]{D^2 d^2} (\sqrt[3]{D^2} + \sqrt[3]{d^2}) + d^2 \right) h. \quad 20)$$

и по введеніи въ расчетъ площадей сѣченій на обоихъ концахъ

$$V = \frac{1}{4} \left(G + \sqrt[3]{Gg} (\sqrt[3]{G} + \sqrt[3]{g}) + g \right) h. \quad 21)$$

Въ видѣ функціи изъ одного только діаметра, измѣреннаго по срединѣ высоты тѣла, нельзя выразить объемъ усѣченнаго нейлоида.

§ 15.

Методы и формулы для вычисленія кубическаго содержанія древесныхъ стволовъ, употребляемые при научныхъ изслѣдованіяхъ.

1. Если съ цѣлью научныхъ изслѣдованій захотятъ вычислить объемъ стволовъ, то, чтобы поступать при этомъ совершенно точно, необходимо раздѣлить постепенно стволъ на 1, 2, 4, 8 частей, вычислить объемы этихъ частей по одной изъ формулъ, данныхъ выше для усѣченныхъ конусообразныхъ тѣлъ и продолжать такое дѣленіе пополамъ отдѣльныхъ частей до тѣхъ поръ, пока сумма

объемовъ n частей будетъ соотвѣтствовать суммѣ объемовъ 2 n частей такъ, чтобы до опредѣленнаго числа десятичныхъ знаковъ не было разности. Такъ какъ вогнутыя, или нейлоидныя формы стволовъ встрѣчаются очень рѣдко и то лишь въ нижнихъ комлевыхъ частяхъ близъ корней, да и тутъ лишь на короткихъ протяженіяхъ, то крайне неудобныя для вычисленія формулы, выражающія объемъ усѣченнаго нейлоида нѣтъ надобности примѣнять, и приходится имѣть дѣло только съ формулами, выражающими объемъ усѣченного прямобокаго и параболическаго конуса, слѣдовательно

$$\frac{1}{3} \left(G + \sqrt{Gg} + g \right) h \text{ и } \frac{1}{2} \left(G + g \right) h \text{ и } \gamma h.$$

Но также не часто встрѣтятся и совершенно прямобокія формы деревьевъ, а если таковыя и найдутся, то на незначительномъ протяженіи и только на серединѣ ствола; напротивъ почти всѣ стволы на большей части всего протяженія ихъ длины представляютъ выпуклость, хотя бы иногда и очень незначительную. Вслѣдствіе этого можно откинуть еще и формулу

$$\frac{1}{3} \left(G + \sqrt{Gg} + g \right) h,$$

примѣненіе которой, кромѣ того, представляетъ не мало затрудненій. А отъ формулъ для опредѣленія кубическаго содержанія деревъ надо прежде всего требовать, чтобы онѣ допускали примѣненіе простыхъ вспомогательныхъ таблицъ. Такому требованію удовлетворяютъ только формулы, выражающія объемъ усѣченнаго параболоида

$$\frac{1}{2} \left(G + g \right) h \text{ и } \gamma h,$$

которыя кромѣ того вводятъ въ расчетъ выпуклость стволовъ.

2. Если не потребуются отступленія, вслѣдствіе особенно разительныхъ неправильностей въ ростѣ ствола, то слѣдуетъ дѣлить стволъ на части или отрубки равной длины. Если назвать длину каждой части l , да кромѣ того соотвѣтствующія діаметрамъ $D_0, D_1, D_2, \dots, D_n$ площади сѣченій на концахъ такихъ частей $G_0, G_1, G_2, \dots, G_n$, то объемъ ствола будетъ вычисляться такимъ образомъ:

$$V = \frac{1}{2} (G_0 + G_1) l + \frac{1}{2} (G_1 + G_2) l + \dots \\ + \frac{1}{2} (G_{n-2} + G_{n-1}) l + \frac{1}{2} (G_{n-1} + G_n) l,$$

или помѣщая общій множитель $\frac{1}{2} l$ внѣ скобокъ и слагая соотвѣтствующіе члены

$$V = \frac{1}{2} \left[G_0 + 2(G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1}) + G_n \right] l \dots 1)$$

или

$$V = \left[\frac{1}{2} (G_0 + G_n) + G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1} \right] l \dots 1a)$$

Если измѣрять не діаметры площадей сѣченій на концахъ каждой отдѣльной части дѣленія, а по срединѣ длины этихъ частей измѣрять толщину, то, назвавъ соотвѣтствующія послѣднимъ толщинамъ площади круговъ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \gamma_n$, получимъ объемъ ствола равнымъ

$$V = \gamma_1 l + \gamma_2 l + \gamma_3 l + \dots + \gamma_n l.$$

или

$$V = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n) l \dots \dots \dots 2)$$

Если бы произведеніе nl , получаемое отъ умноженія числа дѣленій на длину каждой части дѣленія, не составляло вполнѣ всей длины вычисляемаго ствола, то на концѣ его оставалась бы еще небольшая часть длиною l_1 , которая имѣла бы на концѣ площадь сѣченія G_m или же по срединѣ своей длины площадь сѣченія γ_m , и въ такомъ случаѣ надо бы было для полученія всего объема ствола къ вычисленіямъ по формуламъ 1) и 2) еще прибавить

$$\frac{1}{2} (G_n + G_m) l_1$$

или

$$\gamma_m l_1.$$

3. Примѣромъ вычисленія по формуламъ 1) и 2) могутъ служить слѣдующія данныя, взятые на словомъ стволѣ, длиною въ 12,00 метровъ. Стволъ вообще раздѣленъ былъ на 24 части равной длины, каждая въ 0,5 метра, такъ что если мы образуемъ только двѣнадцать равныхъ частей, длиною каждую въ 1 метръ, то діаметры, которые приходятся на мѣстѣ нечетнаго числа, въ послѣдовательномъ порядкѣ

ихъ счета, будутъ соответствовать площадямъ сѣченій на концахъ дѣлений, а діаметры на мѣстѣ четнаго числа будутъ соответствовать площадямъ сѣченій по срединѣ частей дѣленія. Первые доставляютъ намъ, слѣдовательно, нужныя данныя для уравненія 1), вторыя—для уравненія 2). Въ частностяхъ отдѣльные діаметры и соответствующія имъ площади круговъ суть слѣдующіе:

1. Для формулы 1.

$$D_0 = 17,9 \text{ сант. } G_0 = 0,025165 \text{ кв. метра}$$

$$D_{12} = 6,9 \text{ » } G_{12} = 0,003739 \text{ »}$$

$$G_0 + G_{12} = 0,028904 \text{ кв. метра.}$$

$$\frac{1}{2} (G_0 + G_{12}) = 0,014452 \text{ »}$$

$$D_1 = 16,7 \text{ сант. } G_1 = 0,021904 \text{ кв. метра.}$$

$$D_2 = 15,8 \text{ » } G_2 = 0,019607 \text{ »}$$

$$D_3 = 15,0 \text{ » } G_3 = 0,017671 \text{ »}$$

$$D_4 = 14,0 \text{ » } G_4 = 0,015394 \text{ »}$$

$$D_5 = 13,6 \text{ » } G_5 = 0,014527 \text{ »}$$

$$D_6 = 13,5 \text{ » } G_6 = 0,014314 \text{ »}$$

$$D_7 = 13,0 \text{ » } G_7 = 0,013273 \text{ »}$$

$$D_8 = 12,1 \text{ » } G_8 = 0,011499 \text{ »}$$

$$D_9 = 10,8 \text{ » } G_9 = 0,009161 \text{ »}$$

$$D_{10} = 9,5 \text{ » } G_{10} = 0,007088 \text{ »}$$

$$D_{11} = 8,5 \text{ » } G_{11} = 0,005675 \text{ »}$$

$$G_1 + G_2 + \dots + G_{11} = 0,150113 \text{ кв. метра.}$$

Такимъ образомъ

$$\frac{1}{2} (G_0 + G_{12}) + G_1 + G_2 + \dots + G_{11}$$

$$= 0,164565 \text{ кв. метра}$$

и такъ какъ $l = 1$ метру, то

$$V = 0,164565 \text{ куб. метра.}$$

2. Для формулы 2.

$$\delta_1 = 17,1 \text{ сант, } \gamma_1 = 0,022966 \text{ кв. метра.}$$

$$\delta_2 = 16,1 \text{ » } \gamma_2 = 0,020358 \text{ »}$$

$$\delta_3 = 15,8 \text{ » } \gamma_3 = 0,019607 \text{ »}$$

$$\delta_4 = 14,7 \text{ » } \gamma_4 = 0,016972 \text{ »}$$

$$\delta_5 = 14,0 \text{ » } \gamma_5 = 0,015394 \text{ »}$$

$$\delta_6 = 13,6 \text{ » } \gamma_6 = 0,014527 \text{ »}$$

$$\delta_7 = 13,3 \text{ сант. } \gamma_7 = 0,013893 \text{ кв. метра.}$$

$$\delta_8 = 12,6 \text{ » } \gamma_8 = 0,012469 \text{ »}$$

$$\delta_9 = 11,6 \text{ » } \gamma_9 = 0,010568 \text{ »}$$

$$\delta_{10} = 10,5 \text{ » } \gamma_{10} = 0,008659 \text{ »}$$

$$\delta_{11} = 8,5 \text{ » } \gamma_{11} = 0,005675 \text{ »}$$

$$\delta_{12} = 7,7 \text{ » } \gamma_{12} = 0,004657 \text{ »}$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_{12} = 0,165745 \text{ кв. метра,}$$

следовательно, такъ какъ $l=1$ метру,

$$V = 0,165745 \text{ куб. метра.}$$

Если сложить эту сумму съ предшествующей, и итогъ ихъ раздѣлить пополамъ, то получаемая средняя величина

$$0,165155 \text{ кубич. метра}$$

должна составлять объемъ ствола вычисленнаго по формулѣ 1) изъ 24 секціи. Мы здѣсь кстати воспользуемся показанными выше размѣрами ствола, чтобы объяснить на примѣрѣ, какимъ образомъ вычисляется кубическое содержаніе ствола тѣмъ способомъ, о которомъ мы упомянули въ началѣ настоящаго параграфа, гдѣ отдѣльныя части непрерывно раздѣляются пополамъ.

1. Для формулы 1.

a) Весь стволъ составляетъ 1 часть.

$$D_0 = 17,9 \text{ сант. } G_0 = 0,025165 \text{ кв. метра.}$$

$$D_{12} = 6,9 \text{ » } G_{12} = 0,003739 \text{ »}$$

$$G_0 + G_{12} = 0,028904 \text{ кв. метра.}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) = 0,014452 \text{ »}$$

Такъ какъ $l=12$, то

$$V_1 = 0,173424 \text{ кубич. метра.}$$

b) Стволъ раздѣленъ на 2 части.

$$D_6 = 13,5 \text{ сант. } G_6 = 0,014314 \text{ кв. метра.}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) = 0,014452 \text{ »}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) + G_6 = 0,028766 \text{ кв. метра.}$$

Такъ какъ $l=6$ метрамъ, то

$$V_2 = 0,172596 \text{ кубич. метра.}$$

с) Стволъ раздѣленъ на 4 части.

$$D_3 = 15,0 \text{ сант. } G_3 = 0,017671 \text{ кв. метра.}$$

$$D_6 = 13,5 \text{ » } G_6 = 0,014314 \text{ »}$$

$$D_9 = 10,8 \text{ » } G_9 = 0,009161 \text{ »}$$

$$G_3 + G_6 + G_9 = 0,041146 \text{ кв. метра.}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) = 0,014452 \text{ »}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) + G_3 + G_6 + G_9 = 0,055598 \text{ кв. метра.}$$

Такъ какъ $l = 3$ метрамъ, то

$$V_4 = 0,166794 \text{ кубич. метра,}$$

д) Стволъ раздѣленъ на 8 частей.

$$\delta_2 = 16,1 \text{ сант. } \gamma_2 = 0,020358 \text{ кв. метра.}$$

$$D_3 = 15,0 \text{ » } G_3 = 0,017671 \text{ »}$$

$$\delta_5 = 14,0 \text{ » } \gamma_5 = 0,015394 \text{ »}$$

$$D_6 = 13,5 \text{ » } G_6 = 0,014314 \text{ »}$$

$$\delta_8 = 12,6 \text{ » } \gamma_8 = 0,012469 \text{ »}$$

$$D_9 = 10,8 \text{ » } G_9 = 0,009161 \text{ »}$$

$$\delta_{11} = 8,5 \text{ » } \gamma_{11} = 0,005675 \text{ »}$$

$$\gamma_2 + G_3 + \dots + \gamma_{11} = 0,095042 \text{ кв. метра.}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) = 0,014452 \text{ »}$$

$$\frac{1}{2}(G_0 + G_{12}) + \gamma_2 + G_3 + \dots + \gamma_{11} = 0,109494 \text{ кв. метра.}$$

Такъ какъ $l = 1,5$ метра, то

$$V_8 = 0,164241 \text{ кубич. метра.}$$

2. Для формулы 2.

а) Весь стволъ составляетъ 1 часть.

$$D_6 = 13,5 \text{ сант. } G_6 = 0,014314 \text{ кв. метра.}$$

Такъ какъ $l = 12$ метрамъ, то

$$V_1 = 0,171768 \text{ кубич. метра.}$$

б) Стволъ раздѣленъ на 2 части.

$$D_3 = 15,0 \text{ сант. } G_3 = 0,017671 \text{ кв. метра,}$$

$$D_9 = 10,8 \text{ » } G_9 = 0,009161 \text{ »}$$

$$G_3 + G_9 = 0,026832 \text{ кв. метра,}$$

такъ какъ $l = 6$ метрамъ, то

$$V_2 = 0,160992 \text{ кубич. метра.}$$

с) Стволъ раздѣленъ на 4 части.

$$\begin{aligned} \delta_2 &= 16,1 \text{ сант.} & \gamma_2 &= 0,020358 \text{ кв. метра.} \\ \delta_3 &= 14,0 & \gamma_3 &= 0,015394 & \gg \\ \delta_8 &= 12,6 & \gamma_8 &= 0,012469 & \gg \\ \delta_{11} &= 8,5 & \gamma_{11} &= 0,005675 & \gg \end{aligned}$$

$$\gamma_2 + \dots + \gamma_{11} = 0,053896 \text{ кв- метра,}$$

такъ какъ $l = 3$ метрамъ, то

$$V_4 = 0,161688 \text{ кубич. метра.}$$

Формулы 1) и 2) предполагаютъ, какъ уже упомянуто, выпуклость кривой, производящей бока ствола. Но мы можемъ также стать въ независимость отъ этого предположенія, употребивъ для вычисленія объема ствола выраженіе, которое будетъ одинаково вѣрнымъ для всѣхъ трехъ выше разсмотрѣнныхъ видовъ конуса.

а) Если мы, какъ и прежде, обозначимъ діаметры площадей круговъ на обоихъ концахъ усѣченного прямобокаго конуса черезъ D и d , діаметръ площади, измѣренной на срединѣ длины—черезъ δ , а высоту усѣченного конуса черезъ h , то у насъ получится, какъ это видно изъ фиг. 16,

Фиг. 16.



$$EF - GH : AB - JK = \frac{1}{2} h : h,$$

или

$$\delta - d : D - d = 1 : 2,$$

откуда

$$\delta = \frac{1}{2} (D + d).$$

Если выраженіе

$$v = \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h$$

разложить на

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{12} \left(\frac{D^2}{2} + \frac{d^2}{2} + \frac{D^2}{2} + \frac{2Dd}{2} + \frac{d^2}{2} \right) h \\ &= \frac{\pi}{24} \left(D^2 + d^2 + (D+d)^2 \right) h \end{aligned}$$

и замѣнить $D+d=2\delta$, то получится

$$v = \frac{\pi}{24} (D^2 + 4\delta^2 + d^2) h,$$

или же, если D , δ и d замѣнить соотвѣтствующими имъ площадями круговъ

$$v = -\frac{1}{6}(G+4\gamma+g)h.$$

б) Для усѣченного параболоида намъ извѣстно

$$v = \frac{\pi}{8}(D^2+d^2)h.$$

Правая сторона этого уравненія разлагается на

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{8} \left(\frac{D^2}{3} + \frac{d^2}{3} + \frac{2D^2}{3} + \frac{2d^2}{3} \right) h \\ &= \frac{\pi}{24} (D^2+d^2+2(D^2+d^2))h. \end{aligned}$$

Но по § 13, 2. $\frac{1}{2}(D^2+d^2)=\delta^2$, слѣдовательно $2(D^2+d^2)=4\delta^2$ и

$$v = \frac{\pi}{24}(D^2+4\delta^2+d^2)h$$

или же

$$v = -\frac{1}{6}(G+4\gamma+g)h.$$

с) Объемъ усѣченного нейлоида

$$v = \frac{\pi}{16} \left(D^2 + D^{2/3} d^{2/3} (D^{2/3} + d^{2/3}) + d^2 \right) h,$$

по перемноженіи перваго фактора внѣ скобокъ на $\frac{2}{3}$, а втораго въ скобкахъ на $\frac{3}{2}$ преобразуется въ

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{24} \left(-\frac{3D^2}{2} + \frac{3D^{2/3} d^{2/3} (D^{2/3} + d^{2/3})}{2} + \frac{3d^2}{2} \right) h = \\ & \frac{\pi}{24} \left[D^2 + d^2 + \frac{1}{2} [D^2 + 3D^{2/3} d^{2/3} (D^{2/3} + d^{2/3}) + d^2] \right] h. \end{aligned}$$

Если представить себѣ усѣченный нейлоидъ $A E F B$ (фиг.

17) дополненнымъ до полного нейлоида $A C B$ и высоту дополняемой части обозначить черезъ H' , а толщину на срединѣ его опять—черезъ δ , то въ силу уравненія нейловой параболы

$$d^{2/3} : \delta^{2/3} = H' : H' + \frac{1}{2} h,$$

$$d^{2/3} : D^{2/3} = H' : H' + h,$$

или

$$d^{2/3} : \delta^{2/3} - d^{2/3} = H' : \frac{1}{2} h,$$

$$d^{2/3} : D^{2/3} - d^{2/3} = H' : h.$$

Фиг. 17.



Если раздѣлить нижнее изъ этихъ уравненій на верхнее, то получится

$$\frac{\delta^{2/3} - \bar{a}^{2/3}}{D^{2/3} - \bar{a}^{2/3}} = \frac{1}{2}$$

или

$$2\delta^{2/3} = D^{2/3} + \bar{a}^{2/3}.$$

Если возвысить это уравненіе въ третью степень, то оно перейдетъ въ

$$8\delta^2 = D^2 + 3D^{2/3}\bar{a}^{2/3}(D^{2/3} + \bar{a}^{2/3}) + \bar{a}^2,$$

т. е. въ выраженіе, выше заключенное въ скобки. Если замѣнить это выраженіе равнымъ ему $8\delta^2$, то получится

$$v = \frac{\pi}{24} (D^2 + 4\delta^2 + \bar{a}^2)h$$

или

$$v = \frac{1}{6} (G + 4\gamma + g)h.$$

Слѣдовательно объемъ усѣченного прямобокаго конуса, усѣченного параболоида и усѣченного нейлоида можетъ быть выраженъ совершенно точно одною общею формулою. Поэтому, употребляя такую общую формулу, можно стать въ независимость отъ особенныхъ свойствъ образованія ствола. Въ литературѣ, касающейся древоизмѣренія, это выраженіе часто называютъ формулой Рике.

Если предположить $\bar{a}=0$, т. е. если перевести усѣченіе въ полное тѣло, то формулою, выражающею объемъ прямобокаго конуса, параболоида и нейлоида, получается

$$V = \frac{\pi}{24} (D^2 + 4\delta^2)h$$

или же

$$V = \frac{1}{6} (G + 4\gamma)h.$$

4. Формула Рике, конечно, также допускаетъ постепенное примѣненіе ея къ раздѣленному на мелкія части стволу, но такъ какъ при вычисленіяхъ надобно соединять вмѣстѣ по двѣ части дѣленія, то число частей n , на которыя раздѣляется стволъ, должно быть четное, т. е. каждая двѣ части должны подходить къ формулѣ $2m$, причемъ вмѣсто m вставляются всѣ числа отъ 1, 2, 3... m . Въ такомъ случаѣ, если отдѣльныя площади поперечныхъ сѣченій опять обозначить черезъ $G_0, G_1, G_2, \dots, G_n$, а двойную длину образовавшихся частей,

т. е. разстояніе первой площади поперечнаго сѣченія отъ третьей и т. д., выразить черезъ $2l$, то будетъ

$$V = \frac{1}{6} (G_0 + 4G_1 + G_2)2l + \frac{1}{6} (G_2 + 4G_3 + G_4)2l + \dots \\ + \frac{1}{6} (G_{n-2} + 4G_{n-1} + G_n)2l,$$

откуда послѣ нѣсколькихъ перечисленій получается

$$V = \frac{1}{6} \left[G_0 + G_n + 4(G_1 + G_3 + G_5 + \dots + G_{n-1}) \right. \\ \left. + 2(G_2 + G_4 + G_6 + \dots + G_{n-2}) \right] 2l. \quad . \quad . \quad 3)$$

Если вмѣсто $2l$ ввести въ формулу разстояніе каждаго двухъ сосѣднихъ площадей сѣченій, т. е. l , то получится

$$V = \frac{1}{3} \left[G_0 + G_n + 4(G_1 + G_3 + G_5 + \dots + G_{n-1}) \right. \\ \left. + 2(G_2 + G_4 + G_6 + \dots + G_{n-2}) \right] l. \quad . \quad . \quad 4)$$

Уравненія 3) и 4) извѣстны подъ названіемъ «формулы Симпсона» *); если затѣмъ вставить

$$G_0 + G_n = g_0, \\ G_1 + G_3 + G_5 + \dots + G_{n-1} = g_1, \\ G_2 + G_4 + G_6 + \dots + G_{n-2} = g_2,$$

то формулы переходятъ въ

$$V = \frac{1}{6} (g_0 + 4g_1 + 2g_2) 2l \quad . \quad . \quad 5)$$

и

$$V = \frac{1}{3} (g_0 + 4g_1 + 2g_2) l \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Выше приведенный на страницахъ 50, 51 и 52 примѣръ вычисленія можетъ быть также примѣненъ и къ формулѣ Симпсона, такъ какъ число дѣленій равно 24, слѣдовательно есть четное. Кромѣ того $2l = 1$, $l = 0,5$ метра.

Тогда получается

*) Отъ имени англичанина Томаса Симпсона, профессора математики въ Вульвичѣ, род. въ 1710 г., умер. въ 1761 г.

$$D_0 = 17,9 \text{ сант. } G_0 = 0,025165 \text{ кв. метра.}$$

$$D_{12} = 6,9 \text{ » } G_{12} = 0,003739 \text{ »}$$

$$g_0 = 0,028904 \text{ кв. метра.}$$

$$\delta_1 = 17,1 \text{ сант. } \gamma_1 = 0,022966 \text{ кв. метра.}$$

$$\delta_2 = 16,1 \text{ » } \gamma_2 = 0,020358 \text{ »}$$

$$\delta_3 = 15,8 \text{ » } \gamma_3 = 0,019607 \text{ »}$$

$$\delta_4 = 14,7 \text{ » } \gamma_4 = 0,016972 \text{ »}$$

$$\delta_5 = 14,0 \text{ » } \gamma_5 = 0,015394 \text{ »}$$

$$\delta_6 = 13,6 \text{ » } \gamma_6 = 0,014527 \text{ »}$$

$$\delta_7 = 13,3 \text{ » } \gamma_7 = 0,013893 \text{ »}$$

$$\delta_8 = 12,6 \text{ » } \gamma_8 = 0,012469 \text{ »}$$

$$\delta_9 = 11,6 \text{ » } \gamma_9 = 0,010568 \text{ »}$$

$$\delta_{10} = 10,5 \text{ » } \gamma_{10} = 0,008659 \text{ »}$$

$$\delta_{11} = 8,5 \text{ » } \gamma_{11} = 0,005675 \text{ »}$$

$$\delta_{12} = 7,7 \text{ » } \gamma_{12} = 0,004657 \text{ »}$$

$$g_1 = 0,165745 \text{ кв. метра.}$$

$$4g_1 = 0,662980 \text{ »}$$

$$D_1 = 16,7 \text{ сант. } G_1 = 0,021904 \text{ кв. метра.}$$

$$D_2 = 15,8 \text{ » } G_2 = 0,019607 \text{ »}$$

$$D_3 = 15,0 \text{ » } G_3 = 0,017671 \text{ »}$$

$$D_4 = 14,0 \text{ » } G_4 = 0,015394 \text{ »}$$

$$D_5 = 13,6 \text{ » } G_5 = 0,014527 \text{ »}$$

$$D_6 = 13,5 \text{ » } G_6 = 0,014314 \text{ »}$$

$$D_7 = 13,0 \text{ » } G_7 = 0,013273 \text{ »}$$

$$D_8 = 12,1 \text{ » } G_8 = 0,011499 \text{ »}$$

$$D_9 = 10,8 \text{ » } G_9 = 0,009161 \text{ »}$$

$$D_{10} = 9,5 \text{ » } G_{10} = 0,007088 \text{ »}$$

$$D_{11} = 8,5 \text{ » } G_{11} = 0,005675 \text{ »}$$

$$g_2 = 0,150113 \text{ кв. метра.}$$

$$2g_2 = 0,300226 \text{ »}$$

Изъ этого слѣдуетъ, что

$$g_0 + 4g_1 + 2g_2 = 0,028904 + 0,662980 + 0,300226 \\ = 0,992110 \text{ кв. метра.}$$

а раздѣливъ на 6,

$$V = 0,165352 \text{ куб. метра,}$$

Вообще для этого ствола получилось бы объему,

по раздѣленіи на 2 части . . $V = 0,172320$ куб. метра.

по раздѣленіи на 4 части . . $V = 0,164860$ »

и наконецъ по разд. на 8 частей. $V = 0,163390$ »

§ 16.

Продолженіе.

1. Выше (§ 15. 1) былъ уже обозначенъ приѣмъ, который ведетъ къ совершенно точному опредѣленію объема стволовъ, но онъ требуетъ много времени, и потому имъ никогда не пользуются. Охотнѣе, при всѣхъ изслѣдованіяхъ, касающихся древоизмѣренія, раздѣляютъ стволье безъ дальнѣйшихъ околичностей на любое число то болѣе крупныхъ, то болѣе мелкихъ частей и потомъ вычисляютъ ихъ объемъ по одной изъ выше изложенныхъ формулъ для опредѣленія кубическаго содержанія деревьевъ. Конечно, при такомъ способѣ нельзя отдать себѣ отчета, въ какой степени будетъ достигнута точность результата. Въ прежнихъ нашихъ изслѣдованіяхъ нѣкотораго количества стволовъ мы примѣнили точный способъ вычисленія *) и сдѣлали сравненіе касательно того, по которой изъ трехъ, выведенныхъ въ предшествующемъ параграфѣ, формулъ для опредѣленія кубическаго содержанія деревьевъ можно самымъ точнымъ образомъ вычислить объемы стволовъ и нашли слѣдующее.

а) Вычисленіе объема стволовъ изъ очень большаго числа дѣленій даетъ по всѣмъ тремъ формуламъ приблизительно одну и ту же величину, такъ какъ части ствола тѣмъ ближе подходятъ къ усѣченнымъ параболическимъ конусамъ, чѣмъ онѣ короче. Но при этомъ надо упомянуть, что формула 2), или

$$V = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n) l$$

оказывается въ практическомъ приложеніи самою удобною, потому что она требуетъ только простаго сложенія площадей круговъ, тогда какъ тѣ же площади сѣченій должны быть раздѣлены по уравненію 1) на двѣ группы, а по уравненію 3) даже на три группы.

б) При разбивкѣ ствола на небольшое число дѣленій, формулы 2) и 3) даютъ самый точный результатъ, тогда какъ формула 1) дѣлается чрезъ уменьшеніе числа частей очень скоро совсѣмъ не годною. Это основывается на томъ, что въ послѣдней формулѣ площадь сѣченія G^0 , находящаяся на концѣ усѣченного параболическаго конуса, и являющаяся самою большею, но вмѣстѣ съ тѣмъ вслѣдствіе своей

*) Tharand. Forstl. Jarb. 19. B. S. 244.

неправильности и самую ошибочную, оказываетъ очень значительное вліяніе на сумму прочихъ площадей сѣченій, тогда какъ по правилу Симпсона она имѣетъ гораздо меньшее вліяніе, а въ уравненіе 2) эта площадь даже совсѣмъ не входитъ.

с) Для вычисленій, не требующихъ большой точности, разбивка ствола на восемь и даже уже на шесть частей даетъ по формуламъ 2) и 3) весьма пригодные результаты. Если число вычисляемыхъ стволовъ большое, то даже при разбивкѣ на шесть отрубковъ въ результатѣ получается въ сложности ошибка никакъ не болѣе одного процента.

д) Для изслѣдованій, требующихъ большой точности, надо разбивать стволъ на такія части, которыхъ длина не превышала бы двухъ метровъ, и при вычисленіи пользоваться формулами 2) и 3); формулу же первую совершенно исключить изъ употребленія.

2) Весьма часто случается, что изслѣдователи, измѣряя діаметры и округляя числовое ихъ выраженіе, дѣйствуютъ при этомъ совершенно одинаковымъ образомъ какъ съ тонкими, такъ и съ толстыми деревьями, т. е. какъ крупныя, такъ и мелкіе діаметры, одинаково округляютъ причисленіемъ или отбрасываніемъ одной и той же величины, составляющей обыкновенно извѣстную дробную часть принятой единицы мѣры. Черезъ это, конечно, соотвѣтствующія этимъ діаметрамъ площади сѣченій получаютъ различную степень точности. Кромѣ того эта разница въ степени точности увеличится еще болѣе вслѣдствіе того, что всѣ площади круговъ вводятся въ расчетъ съ одинаковымъ числомъ десятичныхъ знаковъ.

Поэтому важно изслѣдовать, какія могутъ быть допущены разницы въ діаметрахъ, вводимыхъ въ расчеты, противу дѣйствительно измѣренныхъ, чтобы полученные въ расчетахъ площади круговъ уклонялись отъ истинныхъ площадей, т. е. отъ соотвѣтствующихъ абсолютно точнымъ діаметрамъ, не болѣе какъ на одинъ и тотъ же постоянный процентъ p . Это изслѣдованіе было произведено впервые Эдуардомъ Гейеромъ *) и именно для частнаго случая, когда $p = 1$.

Для этой величины p Гейеръ находитъ, что діаметры должны быть разбиты на восемь группъ, которыя образуются

*) Supplement. zur allg. Forst. u Jagdz Y B. S. 161.

ниже показанными крайностями въ величинѣ діаметровъ, причемъ въ предѣлахъ каждой группы должно различать ступени толщины, величина которыхъ также показана ниже:

Группа.	Крайніе предѣлы діаметровъ.	Ступени толщины должны представлять разницу:
1	0,75 до 1,4937 сант.	0,00625 сант.
2	1,50 » 2,4875 »	0,0125 »
3	2,50 » 4,975 »	0,025 »
4	5,00 » 12,450 »	0,050 »
5	12,50 » 24,875 »	0,125 »
6	25,00 » 59,750 »	0,250 »
7	60,00 » 124,375 »	0,625 »
8	125,00 » 151,250 »	1,250 »

Конечно, для примѣненія этой системы измѣренія, необходимо имѣть при себѣ нѣсколько различныхъ мѣрныхъ вилокъ, изъ которыхъ однѣ для группъ отъ 1 до 5—должны быть металлическія, съ ноніусомъ, котораго точность была бы до 0,1 миллиметра; другія же мѣрныя вилки могутъ быть деревянныя съ дѣленіемъ, котораго точность доходила бы до 2 миллиметровъ; послѣднія пригодны для группъ отъ 6 до 8.

Основанія, которыя послужили Эд. Гейеру руководствомъ для образованія группъ и ступеней, слѣдуетъ прочесть въ статьѣ, на которую сдѣлана въ выноскѣ ссылка. Если не обращать вниманія на образованіе группъ, которыя безъ сомнѣнія необходимы для практическихъ цѣлей, то, принимая при выраженіи всѣхъ площадей круговъ одинаковое число десятичныхъ знаковъ, легко составить слѣдующимъ образомъ таблицу величинъ ступеней, которыя могутъ быть допущены при различныхъ діаметрахъ съ тѣмъ условіемъ, чтобы ошибка въ площади сѣченія не превышала p процентовъ. Выше въ § 6 мы въ процентахъ опредѣлили вліяніе ошибки въ измѣреніи діаметра на соотвѣтствующую ему площадь круга и нашли, что

$$p = \frac{\Delta}{D} 200.$$

Если въ этомъ уравненіи p будетъ величина извѣстная или данная, а Δ неизвѣстно, то послѣднее выразить объемъ ступени, которая при вычисленіи площади круга произво-

дѣть въ послѣдней ошибку p . Изъ приведеннаго же уравненія легко выводится, что

$$\Delta = \frac{p}{200} D.$$

Если въ этой послѣдней формулѣ вмѣсто D подставлять въ послѣдовательномъ порядкѣ цифры, выражающія различной величины діаметры, то можно легко составить себѣ маленькую таблицу, которая будетъ непосредственно показывать, какой величины ступени, при измѣреніи діаметровъ, могутъ быть допущены. Въ слѣдующей таблицѣ предполагается $p=1$.

D	Δ	D	Δ
1 сант.	0,005 сант.	40 сант.	0,200 сант.
2 »	0,010 »	50 »	0,250 »
3 »	0,015 »	60 »	0,300 »
4 »	0,020 »	70 »	0,350 »
5 »	0,025 »	80 »	0,400 »
10 »	0,050 »	90 »	0,450 »
20 »	0,100 »	100 »	0,500 »
30 »	0,150 »	150 »	0,750 »

§ 17.

Употребляемые въ практикѣ методы и формулы для вычисленія кубическаго содержанія стволовъ.

1. Первою формулою, предложенною для вычисленія объема взятыхъ съ верхушкою стволовъ, была формула, служащая для вычисленія прямобокаго конуса *),

$$V = \frac{1}{3} G H.$$

Сообразуясь съ этимъ, должно бы для стволовъ съ отрубленною верхушкою примѣнять формулу, выражающую объемъ прямобокаго усѣченнаго конуса

$$v = \frac{1}{3} (G + \sqrt{Gg} + g) h,$$

*) Oettelt, Practischer Beweis, dass [die Mathesis bei dem Forstwesen unentbehrliche Dienste thue. Eisenach. 1765. § 105.

однако же послѣдняя рѣдко употреблялась *); такъ напр. Грабнеръ **) воспользовался ею для составленія таблицъ, которыя имѣютъ три входа (для D , d и h), вслѣдствіе чего пользоваться ими довольно неудобно. Такъ какъ кромѣ того въ этихъ таблицахъ не принята во вниманіе выпуклая форма деревъ, то въ большей части случаевъ результаты получаются по нимъ слишкомъ преуменьшенные (если при вычисленіи не дѣлать ствола на очень короткіе отрубки; примѣненіе подобныхъ таблицъ поэтому нельзя рекомендовать).

2. Неудобства, соединенныя съ примѣненіемъ формулы для прямобокаго усѣченнаго конуса, вѣроятно, повели къ вычисленію объема съ введеніемъ въ расчетъ такъ называемаго средняго ариѳметическаго діаметра $\frac{1}{2} (D + d)$ по формулѣ

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h$$

Если мы сравнимъ эту формулу съ формулой, выражающей объемъ прямобокаго усѣченнаго конуса, которую мы обозначимъ черезъ v_k , то

$$\begin{aligned} v_k - v &= \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2)h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h \\ &= \frac{\pi}{12} \left(\frac{D^2 - 2Dd + d^2}{4} \right) h \\ &= \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h, \end{aligned}$$

слѣдовательно

$$v_k = v + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h 1)$$

*) Между прочимъ весьма оригинальное примѣненіе находимъ у Фогта въ сочиненіи:

„Voigt, Beherzigungen für diejenigen, welche sich dem Forsthaushalte als Vorgesetzte zu widmen denken“. Lemgo. 1782.

Фогтъ находитъ объемъ усѣченнаго конуса такъ: онъ представляетъ усѣченный конусъ дополненнымъ до полнаго, вычисляетъ добавочную высоту H' изъ D , d и h и затѣмъ находитъ разность обоеихъ тѣлъ $\frac{1}{3} GH$ и $\frac{1}{3} gH$.

**) Grabner, L. Tafeln zur Bestimmung des kubischen Inhaltes walzen- und kegelförmiger Nutz- und Bauholz Stücke, der Klawerhölzer und ganzer Holzbestände, sowie zur Preisberechnung des Holzes nach dem Kubikfusse. Wien. 1840. 8.

Выше приведенное правило вычисления показываетъ поэтому объемъ ствола съ отрубленною вершиною (бревна) слишкомъ малымъ противу усѣченного прямобokaго конуса, а именно разниа равняется объему такого конуса, который имѣеть одинаковую съ бревномъ высоту и имѣеть при основаніи толщину равную половинѣ разности верхняго и нижняго діаметровъ бревна.

Если мы и здѣсь воспользуемся числами примѣра, приведеннаго выше въ § 15, то у насъ будетъ $D=17,9$ сант. $d=6,9$ сант. $h=12$ метрамъ. Отсюда выводится, что $G=0,025165$, $g=0,003739$, $\sqrt{Gg}=0,009694$ кв. метра, слѣдовательно, такъ какъ $\frac{1}{3}h=4$ метрамъ,

$$vk = 0,154392 \text{ куб. метра.}$$

Средній же ариметическій діаметръ получается равнымъ $\frac{1}{2}(17,9+6,9)=12,4$ сант., соотвѣтствующая площадь круга—равною $0,012076$ кв. метра, и $h=12$, то

$$v=0,144912 \text{ куб. метра,}$$

такимъ образомъ объемъ получается меньше надлежащаго на 6,1 процента.

Ошибка въ объемѣ v , выраженная въ процентахъ къ vk легко находится и безъ вычисленій объема, а именно эта ошибка равна

$$\frac{p}{100} \left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \right],$$

но затѣмъ она также равна

$$\frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h,$$

такъ что

$$\frac{p}{100} \left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \right] = \frac{\pi}{12} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h.$$

Отсюда слѣдуетъ, что

$$p = \frac{\left(\frac{D-d}{2} \right)^2}{3 \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 + \left(\frac{D-d}{2} \right)^2} 100 = \frac{1}{3 \left(\frac{D+d}{D-d} \right)^2 + 1} 100$$

Для нашего примѣра эта формула переходитъ, какъ и выше, въ

$$p = \frac{1}{3 \left(\frac{24,8}{11} \right)^2 + 1} 100 = 6,1 \text{ процента.}$$

Такъ какъ $\left(\frac{D+d}{D-d} \right)^2$ во всякомъ случаѣ должно быть положительной и не можетъ быть меньше единицы, то p достигаетъ своей наибольшей величины, когда $\frac{D+d}{D-d} = 1$, т. е.

когда $d = 0$. Эта наибольшая ошибка составляетъ слѣдовательно $\frac{100}{4}$, или 25 процентовъ; это значить, что если

бы стали вычислять прямобокій конусъ по формулѣ $\frac{\pi}{4}$

$\left(\frac{D}{2} \right)^2 H$, то сдѣлали бы ошибку въ 25 процентовъ. Въ-

стѣ съ тѣмъ изъ величины p слѣдуетъ еще, что ошибка зависитъ отъ частнаго $\frac{D+d}{D-d}$, увеличивается съ увеличеніемъ разности $D-d$ и уменьшается, когда эта разность дѣлается меньше.

Изъ сличенія съ усѣченнымъ параболическимъ конусомъ, котораго объемъ

$$v_p = \frac{\pi}{8} (D^2 + d^2) h,$$

явствуетъ, что

$$v_p - v = \frac{\pi}{8} (D^2 + d^2) h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h,$$

$$= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D^2}{4} - \frac{2Dd}{4} + \frac{d^2}{4} \right) h,$$

$$= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h,$$

слѣдовательно

$$v_p = v + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \dots \dots \dots 2)$$

Такимъ образомъ въ настоящемъ случаѣ ошибка вдвое больше, чѣмъ при усѣченномъ прямобокомъ конусѣ, и именно равна цилиндру, который имѣетъ одинаковую высоту съ усѣченнымъ конусомъ, и который имѣетъ діаметръ, равный разности верхняго и нижняго діаметровъ усѣченнаго конуса. Чтобы выразить эту ошибку въ процентахъ истинна-

го объема, мы по тѣмъ же соображеніямъ, какъ и выше, получаемъ

$$\frac{p}{100} \left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h \right] = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D-d}{2} \right)^2 h,$$

а отсюда

$$p = \frac{\left(\frac{D-d}{2} \right)^2}{\left(\frac{D+d}{2} \right)^2 + \left(\frac{D-d}{2} \right)^2} 100 = \frac{1}{\left(\frac{D+d}{D-d} \right)^2 + 1} 100.$$

Для выше приведенныхъ чиселъ p будетъ равно 16,4 процента. Очевидно, что ошибка достигаетъ максимума опять, когда $\frac{D+d}{D-d} = 1$, т. е. когда $d=0$, или когда усѣченный конусъ обращается въ полный; тогда ошибка равна $\frac{100}{2}$, или 50 процентамъ истиннаго объема.

Наконецъ изъ сличенія съ нейлоидомъ явствуется, что

$$v_n - v = \frac{\pi}{16} \left[D^2 + \sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} + d^2 \right] h - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h = \frac{\pi}{16} \left[\sqrt[3]{D^4 d^2} + \sqrt[3]{D^2 d^4} - 2Dd \right] h.$$

Если $2Dd$ выразить въ видѣ $2\sqrt[3]{D^3 d^3}$, то будетъ

$$v_n - v = \frac{\pi}{16} \left[\sqrt[3]{D^4 d^2} - 2\sqrt[3]{D^3 d^3} + \sqrt[3]{D^2 d^4} \right] h \\ = \frac{\pi}{16} \left[\sqrt[3]{D^2 d} - \sqrt[3]{D d^2} \right]^2 h$$

слѣдовательно

$$v_n = v + \frac{\pi}{16} \left[\sqrt[3]{D^2 d} - \sqrt[3]{D d^2} \right]^2 h, \quad \dots \quad 3)$$

такъ что даже формула, выражающая объемъ усѣченного нейлоида, представляетъ большую величину, чѣмъ равной высоты цилиндръ, построенный на площади, имѣющій средній ариѳметическій діаметръ усѣченного нейлоида. Первая дала бы для выше приведенныхъ чиселъ

$$V_n = 0,147882 \text{ куб. метра,}$$

такъ что въ объемѣ оказалась бы ошибка въ

$\frac{0,147882 - 0,144912}{0,147882} 100 = 2,0$ процента. Эта величина, впрочемъ, могла бы быть выведена и инымъ путемъ изъ уравненія

$$\frac{p}{100} \left[\frac{\pi}{16} \left[D^2 + \sqrt[3]{D^4 a^2} + \sqrt[3]{D^2 a^4} + a^2 \right] h \right. \\ \left. = \frac{\pi}{16} \left\{ \sqrt[3]{D^2 a} - \sqrt[3]{D a^2} \right\}^2 h, \right.$$

которое даетъ

$$p = \frac{\left[\sqrt[3]{D^2 a} - \sqrt[3]{D a^2} \right]^2}{D^2 + \sqrt[3]{D^4 a^2} + \sqrt[3]{D^2 a^4} + a^2} 100.$$

Если приложить и вычесть въ знаменателѣ этой дроби $2D\bar{a}$ и опять принять въ соображеніе, что $-2D\bar{a} = -2\sqrt[3]{D^3 \bar{a}^3}$, то знаменатель перейдетъ въ

$$(D + \bar{a})^2 + \left[\sqrt[3]{D^2 \bar{a}} - \sqrt[3]{D \bar{a}^2} \right]^2 \text{ такъ что} \\ p = \frac{\left[\sqrt[3]{D^2 \bar{a}} - \sqrt[3]{D \bar{a}^2} \right]^2}{(D + \bar{a})^2 + \left[\sqrt[3]{D^2 \bar{a}} - \sqrt[3]{D \bar{a}^2} \right]^2} 100 \\ = \frac{1}{\left(\frac{D + \bar{a}}{\sqrt[3]{D^2 \bar{a}} - \sqrt[3]{D \bar{a}^2}} \right)^2 + 1} 100.$$

Если затѣмъ въ это уравненіе вставить числа, выше употребленныя вмѣсто D и $\bar{a}$, то p будетъ равно 2,0 процентамъ.

Несмотря на то, что цилиндръ, вычисленный на основаніи средняго ариѳметическаго діаметра, во всякомъ случаѣ показываетъ объемъ ствола невѣрно, именно меньше надлежащаго, всетаки формула $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D + \bar{a}}{2} \right)^2 h$ весьма часто и весьма долгое время употреблялась при вычисленіи стволовъ деревь и бревенъ *), хотя уже давно стали доказы-

*) Даже и теперь еще таблицы, основанныя на среднемъ ариѳметическомъ діаметрѣ, вѣроятно, находятъ себѣ почитателей, ибо иначе не могли бы являться въ печати подобныя таблицы, какъ таблицы Кютнера:

вать ошибочность подобнаго способа вычисленія *). Впрочемъ въ настоящее время этотъ способъ вычисленія, кажется, въ казенныхъ лѣсныхъ управленіяхъ нигдѣ болѣе не употребляется.

Упомянутый въ предшествующемъ способъ вычисленія бревна, уподобляя послѣднее цилиндру, имѣющему равную съ бревномъ длину при толщинѣ, составляющей средній ариѳметическій выводъ изъ нижняго и верхняго діаметровъ бревна у комля и въ отрубѣ, доставляетъ не только что ошибочный результатъ вычисленія, но можетъ быть и поводомъ къ злоупотребленіямъ со стороны лѣсопромышленниковъ, которые съ выгодною для себя могутъ эту формулою воспользоваться (конечно, только въ тѣхъ случаяхъ, когда продажная цѣна бревна назначается по числу кубическихъ футовъ или метровъ, заключающихся въ бревнѣ).

Обстоятельство, на которое мы здѣсь намѣкаемъ, объяснимъ слѣдующимъ.

Если представить себѣ часть ствола или бревно длиною h , съ нижнимъ діаметромъ D и верхнимъ d ; положимъ, что мы такое бревно укоротимъ на часть длины η , то послѣ отрѣзки верхній діаметръ оставшейся части увеличится и будетъ равенъ $d + \Delta$. Объемъ v_1 этой укороченной части будетъ въ такомъ случаѣ равенъ

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d + \Delta}{2} \right)^2 (h - \eta) \\ &= \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 h + \frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D + d}{2} \frac{\Delta}{2} + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right) h \\ &\quad - \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 \eta - \frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D + d}{2} \frac{\Delta}{2} + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right) \eta. \end{aligned}$$

Если теперь

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D + d}{2} \frac{\Delta}{2} + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right) h &> \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2 \eta \\ &+ \frac{\pi}{4} \left(2 \frac{D + d}{2} \frac{\Delta}{2} + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right) \eta, \end{aligned}$$

„Tafeln zur Inhaltsbestimmung runder und vierkantiger Hölzer, nebst den vorzüglich in Anwendung gekommenen Formzahlen. Bearbeitet von W. Küttner. Potschappel. Druck und Verlag von A. Fr. Lütze. (1871). 8.

*) Уже Кестнеръ, извѣстный Геттингенскій математикъ указывалъ на эту ошибочность. Vergl. Anfangsgr. d. Arithm. Geom. etc. 1 Thl.

то сокращеніе длины повлечетъ за собою увеличеніе объема. Последнее уравненіе переходить въ

$$\left[2 \left(\frac{D+d}{2} \right) \frac{\Delta}{2} + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right] (h-\eta) > \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 \eta$$

или, если къ величинѣ, помѣщенной по лѣвую руку въ первой общей скобкѣ, мы приложимъ и затѣмъ опять вычтемъ величину $\left(\frac{D+d}{2} \right)^2$, то получимъ *)

$$\left[\left(\frac{D+d+\Delta}{2} \right)^2 - \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 \right] (h-\eta) > \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 \eta.$$

Если по лѣвую сторону въ первыхъ скобкахъ разложить разность обоихъ квадратовъ извѣстнымъ способомъ въ одну сумму, то

$$\left[\left(D+d+\frac{\Delta}{2} \right) \frac{\Delta}{2} \right] (h-\eta) > \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 \eta$$

и отсюда

$$\frac{h-\eta}{\eta} > \frac{\left(\frac{D+d}{2} \right)^2}{\left(D+d+\frac{\Delta}{2} \right) \frac{\Delta}{2}} > \frac{D+d}{\left(1+\frac{\Delta}{2(D+d)} \right)^2 2\Delta}$$

или, если пренебречь $\frac{\Delta}{2(D+d)}$, что въ большей части случаевъ, по ничтожности этой величины, можетъ быть допущено, получаемъ

$$\frac{h-\eta}{\eta} > \frac{D+d}{2\Delta}.$$

Если бы, напримѣръ, выше приведенное бревно имѣло у комля, въ нижней части, толщину 17,9 сант., а въ отрубѣ,

*) Примѣч. переводчика. Выводъ этотъ получается изъ слѣдующаго:

$$2. \left(\frac{D+d}{2} \right) \cdot \frac{\Delta}{2} + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 + \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 - \left(\frac{D+d}{2} \right)^2;$$

$$\left(\frac{D+d}{2} \right)^2 = \frac{D^2 + 2Dd + d^2}{4}; \text{ слѣдоват.}$$

$$\frac{D^2 + 2Dd + d^2 + 2(D+d) \cdot \frac{\Delta}{2} + \Delta^2}{4} - \left(\frac{D+d}{2} \right)^2;$$

а величина $\frac{D^2 + 2Dd + d^2 + 2(D+d) \cdot \frac{\Delta}{2} + \Delta^2}{4}$ есть квадратъ

трехъ-члена $\left(\frac{D+d+\Delta}{2} \right)^2$.

въ верхнемъ концѣ, 6,9 сант., и длина была бы 12 метровъ, то, сдѣлавъ бревно на 2 метра короче, мы основываясь на предшествующей формулѣ, убѣждены, что если

$$\Delta > \frac{D+d}{2(h-\eta)} \eta, \text{ т. е. въ нашемъ примѣрѣ } \Delta \text{ больше } 2,48$$

сант., тогда непременно и объемъ укороченной на 2 метра части бревна будетъ больше объема бревна первоначальной длины въ 12 метровъ. И въ самомъ дѣлѣ взятое нами для примѣра бревно, на томъ мѣстѣ его длины, которое отстоять отъ комлеваго конца въ 10 метрахъ, имѣетъ толщину 9,5 сант., такъ что $\Delta = 9,5 - 6,9 = 2,6$ сант., слѣдовательно больше 2,48. Въ этомъ случаѣ средній арифметическій диаметръ будетъ $\frac{1}{2} (D+d+\Delta) = 13,7$ сант., а цилиндръ такой толщины и въ 10 метровъ длины имѣетъ объемъ

$$V_1 = 0,147411 \text{ куб. метра,}$$

между тѣмъ какъ объемъ цилиндра въ 12 метровъ, при $d = 6, 9$, по расчету той же формулы, равняется

$$V = 0,144312 \text{ куб. метра,}$$

такъ что выходитъ тотъ обсуртъ, будто бы часть больше цѣлаго.

Если такимъ же образомъ вычислить верхнюю, отрѣзанную у бревна, часть, то объемъ ея будетъ равенъ 0,010562 куб. метра.

Ошибочность вычисленія, когда объемъ бревна принять равнымъ цилиндру, имѣющему средній арифметическій диаметръ, выведенный изъ нижняго и верхняго диаметровъ бревна, и одинаковую длину, пытались исправить различными способами. Во первыхъ тѣмъ, что изъ большаго числа съ точностью измѣренныхъ и вычисленныхъ стволовъ составили форму нормальнаго бревна или ствола и изъ сравненія объема бревна такой нормальной формы съ объемомъ, получаемымъ по вычисленію на основаніи средняго арифметическаго діаметра, выводили тотъ постоянный множитель, на который надлежитъ всегда умножать произведеніе $\frac{\pi}{4}$

$\left(\frac{D+d}{2}\right)^2 h$ *). Кромѣ того, иногда еще и требовалось соблю-

*) Подобнымъ образомъ вычислены напр. таблицы Котта, на которыя мы здѣсь только ссылаемся: но кто пожелаетъ подробнѣе ознакомиться съ способомъ, употребленнымъ при ихъ составленіи, тотъ

деніе того условія, чтобы вершина отрубалась непременно такъ, чтобы на остающемся бревнѣ, на мѣстѣ верхняго его отруба, образовался діаметръ, который долженъ былъ всегда составлять извѣстную долю нижняго діаметра бревна у комля (напр. $d = \frac{1}{3}D$). Но и съ примѣненіемъ тѣхъ объ-ихъ поправокъ все таки описанный способъ вычисленія нигуда не годенъ.

3. Въ хорошо организованныхъ лѣсныхъ управленіяхъ *) почти уже вездѣ принято разсматривать стволъ, какъ параболическій конусъ и вычислять его объемъ изъ длины и, измѣренной на его срединѣ, толщины по выше изложенной формулѣ **)

$$v = -\frac{\pi}{4} \delta^2 h = \gamma h,$$

такъ какъ въ той формулѣ соединены возможно большая простота и весьма удовлетворительная точность. Такъ напр. Рике ***) получилъ по этой формулѣ при вычисленіи 48 стволовъ выводъ менѣе истиннаго на 0,72 процента, съ колебаніями отъ—9,3 до +3,6 процента; Пресслеръ ****) при 80 стволахъ получилъ излишекъ на 1,56 процента, съ колебаніями отъ—9,0 до +16,5 процента; Зейденштикеръ *****)—при 25 стволахъ излишекъ въ 4,33 процента; Юдейхъ †)—при 32 стволахъ—излишекъ въ 1,32 процента съ колебаніями отъ—6,7 до +4,8 процента, Шааль ††)—при 300 стволахъ излишекъ въ 3,78 процента; Кунце †††)—при 10 стволахъ недостатокъ въ 2,99 процента съ колебаніями отъ—13,7 до +8,2 процента.

найдетъ весьма обстоятельное описаніе способа въ сочиненіи Cotta подъ заглавіемъ: „Tafeln zur Bestimmung des Inhaltes der runden Hölzer, der Klawterholzer und des Reiszigs, sowie zur Berechnung der Nutz- und Bauholz-Preise. Auf allerhöchsten Befehl entworfen. Zweite durchaus umgearbeitete Auflage“. Dresden, 1823. 8.

*) Въ нѣкоторыхъ лѣсныхъ управленіяхъ уже давно введена формула параболическаго конуса, напр. въ Прусскомъ управленіи, уже въ 1817 году, какъ упоминаетъ Смаліанъ. (Holzmeszkunst, S. 46).

**) Уже Китнеръ обратилъ вниманіе на примѣненіе этого метода вычисленія кубическаго содержанія ствола. (Anfangsgr. d. Arithm. Geom. etc. 1 Th. 1 Abth. S. 418. 5 Aufl.).

***) Berechnung d. Baumst. S. 74.

****) Tharand. forstl. Jahrb. 12. B. S. 192.

*****) Allgem. Forst- u. Jagdz. 1860. S. 106.

†) Allgem. Forst- u. Jagdz. 1861. 117.

††) Supplem. z. allg. Forst- u. Jagdz. V. B. S. 141.

†††) Tharand. forstl. Jahrb. 19. B. S. 250.

Чѣмъ интензивнѣе (напряженнѣе) хозяйство, и чѣмъ цѣннѣе матеріалъ, тѣмъ болѣе точенъ долженъ быть способъ опредѣленія кубическаго содержанія деревьевъ, и въ такомъ случаѣ стволы, особенно тѣ, которые отличаются длиною, толщиною, полнодревесностью, и т. п., не могутъ уже быть вычисляемы на основаніи обмѣра на одномъ только мѣстѣ толщины, а должны быть вычислены по способу дѣленія ствола на болѣе мелкія части.

Относительно числа частей, на которыя слѣдуетъ разбить стволъ, можно вывести нѣкоторыя руководящія начала изъ опытовъ, сообщенныхъ нами выше въ § 16. I. Часто бываетъ достаточнымъ разбить стволъ только на двѣ части, т. е. вычислять кубическое содержаніе ствола по діаметрамъ, измѣреннымъ на $\frac{1}{4}$ (нижняя половина) и на $\frac{3}{4}$ (верхняя половина) длины и помножать соотвѣтствующія тѣмъ діаметрамъ площади круговъ на половину длины ствола. Пресслеръ нашелъ въ показанномъ выше числѣ деревъ по этому способу, что выводъ полученъ менѣе дѣйствительнаго на 1,53 процента, съ колебаніями отъ—11,9 до +7,8 процента; Зейденштикеръ получилъ результатъ менѣе дѣйствительнаго на 5,53 процента; Юдейхъ—меньше дѣйствительнаго на 0,59 процента, съ колебаніями отъ—4,9 до +5,3 процента; Кунце нашелъ выводъ меньше истиннаго на 1,87 процента, съ колебаніями отъ—4,22 до +5,67 процента. Изъ этихъ чиселъ слѣдуетъ, что, раздѣляя стволъ на двѣ только части и вычисляя по нимъ кубическое содержаніе, получается результатъ, который въ среднемъ выводѣ увеличиваетъ степень точности вообще незначительно, но за то значительно сближаются крайніе предѣлы колебаній, замѣчаемыхъ въ ошибкахъ отдѣльныхъ вычисленій.

Примѣчаніе. Изъ § 12. урав. 3) и 4), а также и изъ § 17 урав. 1) непосредственно явствуетъ ошибка, которая происходитъ въ томъ случаѣ, если примѣнять формулы $V = \gamma H$ и $v = \gamma h$ къ прямобокому конусу и къ его усѣченію.

Для цѣлаго нейлоида эта ошибка выводится изъ § 14 урав. 17) и 18) Для усѣченного же нейлоида надо имѣть въ виду, что

$$z^{2/3} = \frac{1}{2} (D^{2/3} + d^{2/3}) ,$$

$$\gamma h = \frac{1}{8} \left(G + 3\sqrt[3]{G^2 g} + 3\sqrt[3]{G g^2} + g \right) h.$$

$$\delta - d : D - d = \frac{2}{3} h : h = 2 : 3$$

и отсюда

$$D = \frac{1}{2} (3 \delta - d).$$

Вставивъ это выраженіе въ формулу $v = \frac{\pi}{12} (D^2 + Dd + d^2) h$, она переходитъ въ

$$V = \frac{\pi}{16} (3 \delta^2 + d^2) h 6)$$

или въ

$$V = \frac{1}{4} (3 g + g) h 7)$$

б) Для параболическаго конуса подобнымъ же образомъ получается

$$\delta^2 : D^2 = \frac{2}{3} H : H = 2 : 3$$

и

$$D^2 = \frac{3}{2} \delta^2.$$

Изъ уравненія $V = \frac{\pi}{8} D^2 H$ выводятся поэтому равныя по величинѣ

$$V = \frac{3\pi}{16} \delta^2 H 8)$$

и

$$V = \frac{3}{4} g H 9)$$

А для усѣченнаго параболическаго конуса оказывается

$$d^2 : \delta^2 = H' : H' + \frac{2}{3} h,$$

$$d^2 : D^2 = H' : H' + h,$$

откуда

$$d^2 : \delta^2 - d^2 = H' : \frac{2}{3} h,$$

$$d^2 : D^2 - d^2 = H : h$$

и

$$\frac{D^2 - d^2}{\delta^2 - d^2} = \frac{3}{2}$$

или

$$D^2 = \frac{1}{2} (3\delta^2 - d^2).$$

Если эту величину ввести въ $V = \frac{\pi}{8} (D^2 + d^2) h$,
то эта формула перейдетъ въ

$$V = \frac{\pi}{16} (3 \delta^2 + d^2) h \dots \dots \dots 10)$$

или въ

$$V = \frac{1}{4} (3 g + g) h \dots \dots \dots 11)$$

с) Въ нейлоидѣ существуютъ слѣдующія пропорціи

$$\delta^2 : D^2 = \left(\frac{2}{3} H \right)^3 : H^3 = 8 : 27,$$

а отсюда

$$D^2 = \frac{27}{8} \delta^2.$$

Черезъ что

$$V = \frac{\pi}{16} D^2 H$$

превращается въ

$$V = \frac{27 \pi}{128} \delta^2 H.$$

Но такъ какъ $\frac{27}{128} = \frac{3}{16} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{16} \left(1 + \frac{1}{8} \right)$, то

$$V = \frac{3 \pi}{16} \delta^2 H + \frac{1}{8} \cdot \frac{3 \pi}{16} \delta^2 H \dots \dots \dots 12),$$

или

$$V = \frac{3}{4} g H + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4} g H \dots \dots \dots 13).$$

Въ усѣченномъ нейлоидѣ мы имѣемъ

$$d^2 : \delta^2 = H'^3 : \left(H' + \frac{2}{3} h \right)^3$$

$$d^2 : D^2 = H'^3 : (H' + h)^3,$$

а отсюда

$$d^{2/3} : \delta^{2/3} = d^{2/3} : H' : \frac{2}{3} h$$

$$d^{2/3} : D^{2/3} = d^{2/3} : H' : h.$$

Если раздѣлить нижнюю пропорцію на верхнюю, то получится

$$\frac{D^{2/3} - d^{2/3}}{\delta^{2/3} - d^{2/3}} = \frac{3}{2}$$

и

$$D^{2/3} = \frac{1}{2} (3d^{2/3} - d^{2/3})$$

$$D^2 = \frac{1}{8} (3d^{2/3} - d^{2/3})^3.$$

Если эту величину ввести въ

$$v = \frac{\pi}{16} (D^2 + D^{2/3} d^{2/3} (D^{2/3} + d^{2/3}) + d^2) h,$$

то уже легко получается

$$v = \frac{\pi}{16} \left[\frac{27d^2 - 9d^{4/3}d^{2/3} + 9d^{2/3}d^{4/3} + 5d^2}{8} \right] h.$$

Если вписать тутъ вмѣсто $5d^2$ равное ему по величинѣ $9d^2 - 4d^2$, то получится

$$v = \frac{\pi}{16} \left[\frac{9(3d^2 + d^2) - 9d^{4/3}d^{2/3} + 9d^{2/3}d^{4/3} - 4d^2}{8} \right] h,$$

а если $9(3d^2 + d^2)$ замѣнить $8(3d^2 + d^2) + 3d^2 + d^2$, то

$$v = \frac{\pi}{16} (3d^2 + d^2) \cdot h + \frac{3\pi}{16} \left(\frac{d^2 - 3d^{4/3}d^{2/3} + 3d^{2/3}d^{4/3} - d^2}{8} \right) \cdot h.$$

Если наконецъ обратить вниманіе на то, что послѣднее заключенное въ скобкахъ выраженіе равно $\left(\frac{d^{2/3} - d^{2/3}}{2} \right)^3$, то получается

$$v = \frac{\pi}{16} (3d^2 + d^2) h + \frac{3\pi}{16} \left(\frac{d^{2/3} - d^{2/3}}{2} \right)^3 h \quad . \quad 14)$$

или же также

$$v = \frac{1}{4} (3g + g) h + \frac{3}{4} \left(\frac{\sqrt[3]{g} - \sqrt[3]{g}}{2} \right)^3 h \quad . \quad 15).$$

Если бы при обмѣрахъ срубемаго лѣса приходилось имѣть дѣло только съ цѣльными стволами, у которыхъ вершины не сняты, то формула

$$V = \frac{3}{4} g H$$

могла бы быть примѣнима съ большею выгодой и даже имѣла бы въ этомъ случаѣ преимущество предъ обыкновенно употребляемой

$$V = \gamma H,$$

такъ какъ объемъ прямобокаго конуса и параболоида она показываетъ совершенно точно, и объемъ нейлоида — съ менѣе значительною ошибкою, чѣмъ вычисленіе кубическаго

содержанія по діаметру на срединѣ, а объѣмъ діаметровъ на третьей части длины производится съ одинаковымъ удобствомъ, какъ и объѣмъ на срединѣ ствола. Если же напротивъ приходится вычислять кубическое содержаніе бревна, т. е. ствола, у котораго вершина отнята, то, хотя по формулѣ

$$v = \frac{1}{4} (3g + g)h,$$

усѣченные прямой и параболическій конусы вычисляются совершенно точно, а усѣченный нейлоидъ только съ очень незначительной ошибкой, но для вычисленія по этой формулѣ требуется знать, слѣдовательно и измѣрять, не только одинъ діаметръ на $\frac{1}{3}$ высоты, но еще и другой діаметръ, именно верхняго отрубѣ, а потому и употребленіе этой формулы представляетъ гораздо менѣе удобствъ, чѣмъ выраженіе

$$v = \gamma h.$$

Рике, который очень рекомендуетъ эту формулу, нашель, при ея посредствѣ, при вычисленіи упомянутыхъ уже 48 стволовъ (см. выше), что результатъ менѣе истиннаго на 0,73 процента, съ колебаніями отъ — 6,4 до + 1,4 процента; Пресслеръ—при 80 стволахъ (см. выше) получилъ ошибку отрицательную на 2,33 процента, съ колебаніями отъ—15,8 до + 11,0 процента. Оба, слѣдовательно, пользуясь этимъ способомъ, получили нѣсколько болѣе точные результаты, чѣмъ при вычисленіи кубическаго содержанія ствола по толщинѣ, измѣренной на срединѣ его.

Примѣчаніе 1. Множество формулъ для вычисленія кубическаго содержанія, которыя въ лѣсоводствѣ совсѣмъ не вошли или вошли въ очень ограниченное употребленіе, какъ напр. формулы Рудорфа, Вальтера и др. упомянуты въ приведенномъ выше сочиненіи Рике.

Примѣчаніе 2. Касательно опредѣленія кубическаго содержанія стволовъ, надо, кромѣ того, еще обратить вниманіе на сочиненія:

Presler, M. R. Fundamente und Regeln einer rationalen Stammcubirung. Tharand. forstl. Jahrb. 10 B. S. 152.
Schmidt, A. Zur Cubirungslehre; — Supplem. zur Monatsch. für Forst-u. Jagdwesen. 1. B. S. 1.

§ 18.

Вычисленіе кубическаго содержанія бревенъ (или колодъ) по верхнему отрубѣ и по длинѣ.

Въ тѣхъ лѣсничествахъ, гдѣ главная масса отпусковъ состоитъ изъ подѣлочнаго лѣса, заготовляемаго въ видѣ бревенъ, или колодъ и гдѣ обыкновенно довольно значительное число ихъ скатывается и складывается въ штабели, тамъ, если желаютъ знать діаметры по срединѣ бревенъ, необходимо производить обмѣръ этихъ діаметровъ непременно ранѣе скатыванія бревенъ въ штабели. Чтобы избѣгнуть этого, и во вниманіе того, что цѣнность подобнаго сорта мѣта лѣса основывается на діаметрѣ верхняго отрубѣ, по которому устанавливается пила, въ нѣкоторыхъ хозяйствахъ измѣряютъ только діаметры верхняго отрубѣ и соединяютъ въ одной и той же штабели только бревна, имѣющія въ верхнемъ отрубѣ приблизительно равную толщину, такъ чтобы въ этомъ отношеніи разниа не превышала известную, напередъ обусловленную мѣру, образующую ступень толщины.

Дѣйствуя такимъ образомъ, представляется удобнымъ, вмѣстѣ съ обмѣромъ бревенъ, собрать нужныя данныя для изслѣдованій прироста цѣнности лѣса. При вычисленіи же кубическаго содержанія измѣренныхъ подобнымъ образомъ кражей, пользуются особенными таблицами *), данныя для которыхъ должны быть извлечены изъ большаго числа тщательно произведенныхъ опредѣленій кубическаго содержанія.

Примѣняемый къ вычисленію подобныхъ таблицъ способъ слѣдующій. Возможно большее число кражей различной длины вычисляются, съ разбивкою на нѣсколько отрубковъ, по одной изъ изложенныхъ выше формулъ, служащихъ для научныхъ изслѣдованій. Объемы тѣхъ бревенъ, которыя имѣютъ одинаковую толщину въ верхнемъ концѣ и одинаковую длину, соединяются въ суммы, и каждая изъ этихъ суммъ раздѣляется на число ея членовъ, т. е. на число кражей, послужившихъ для вывода итога. Частными числами получается

*) Такія таблицы были одновременно составлены корол. Сакс. Государств. лѣснымъ управленіемъ и директоромъ лѣсовъ Бурггардтомъ (Forstl. Hülft. II. Abth. S. 65—71.) Также Кунце, на основаніи многочисленныхъ изслѣдованій (25909 елей и 12270 сосенъ) вычислялъ подобную таблицу. (Massentafel für Nadelholzklötze nach Oberstärke. Dresden, 1870.) Смотри I. Bb. 1 Abl. Taf. 3.

въ такомъ случаѣ средній объемъ отдѣльныхъ классовъ діаметровъ. Еслибы напр. измѣряли и вычисляли 257 еловыхъ кражей, каждый по 20 сант. толщины въ верхнемъ отрубѣ и по 3,4 метра длины и нашли, что сумма ихъ объемовъ составляетъ 32,46424 куб. метра, то средній объемъ одного такого кража былъ бы $\frac{32,46424}{257} = 0,12632$ куб. метра.

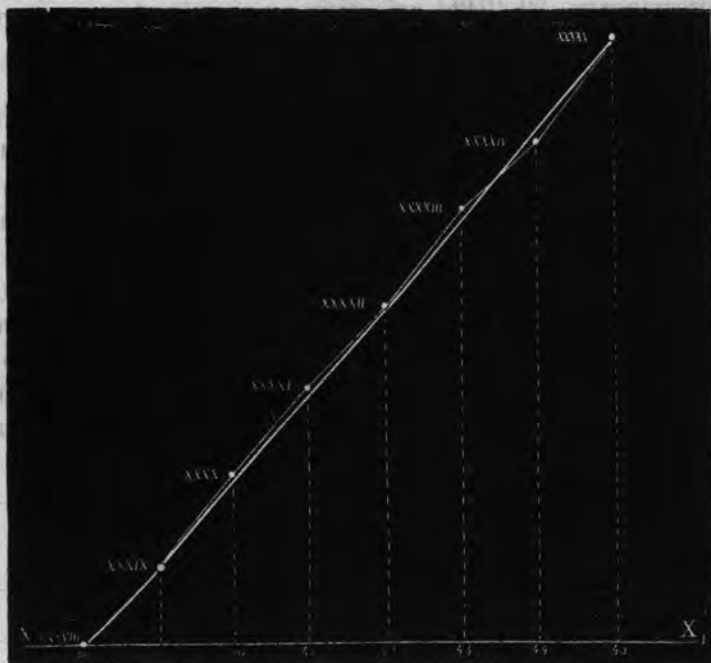
Смотря по тому сдѣланы-ли выводъ для такихъ среднихъ объемовъ изъ большаго или изъ меньшаго числа кражей, подобные средніе выводы содержатъ менѣе или болѣе значительныя погрѣшности, которыя видны изъ того, что разности, слѣдующихъ въ послѣдовательномъ порядкѣ объемовъ, не образуютъ правильно увеличивающагося ряда, а представляютъ колебанія, то увеличиваясь, то уменьшаясь, какъ это усмотрѣть можно изъ слѣдующей таблицы, которая заключаетъ въ себѣ нѣсколько чиселъ изъ произведенныхъ Кунце измѣреній и вычисленій еловыхъ кражей, длиною въ 3,4 метра.

Верхній отрубъ. Сант.	Объемъ. Куб. метры.	Разность. Куб. метры.
38	0,427	—
39	0,449	0,022
40	0,473	0,024
41	0,497	0,024
42	0,519	0,022
43	0,545	0,026
44	0,563	0,018
45	0,591	0,028

Для исправленія погрѣшностей можно поступить слѣдующимъ образомъ. На прямой XX_1 , образующей ось, (фиг. 18), откладываютъ изъ любой начальной точки, по какому либо масштабу, не слишкомъ однако мелкому, разстоянія 1, 2, 3, 4,... 38, 39, 40, 41,..., которыя соответствуютъ верхнимъ діаметрамъ и изъ полученныхъ вслѣдствіе этого точекъ возставляютъ перпендикуляры. Если за тѣмъ цифры, выражающія кубическіе объемы, отложить по любому масштабу и обозначить ихъ на упомянутыхъ перпендикулярахъ и соединить полученные такимъ образомъ точки I, II, III, IV.... XXXVIII, XXXIX, XXXX, XXXXI линіями, то образуется кривая, съ небольшими неправильными выдающимися и

выдающимися углами. Эта линия может быть преобразована въ болѣе правильную, черезъ проведеніе новой кривой, которая-бы, избѣгая слишкомъ выдающіяся и опущенныя

Фиг. 18.



точки, все таки придерживалась-бы какъ можно ближе первоначальнаго общаго направленія *). При этомъ надо замѣтить, что вообще объемы должны считаться тѣмъ точнѣе, чѣмъ изъ большаго числа наблюденій они будутъ выведены.

Вмѣсто того, чтобы непосредственно уравнивать кубическіе объемы кражей, можно подобное регулированіе произвести видовыми числами, относящимися къ верхнему діа-

*) Помѣщенные выше въ маленькой таблицѣ объемы кражей отъ 38 до 45 сант. въ верхнемъ отрубѣ нанесены на чертежѣ описаннымъ способомъ. Соответствующія этимъ толщинамъ точки 38, 39, 40, ... 45 удалены одна отъ другой на 1 сант.; чтобы не получить слишкомъ большихъ чиселъ для ординатъ (кубическіе объемы), объемъ кража въ 38 сант. толщины, т. е. 0,427 куб. метра вычитается изъ прочихъ объемовъ. Разности 0,449—0,427 и т. д. нанесены по масштабу такъ, что 0,001 куб. метра = 0,5 миллиметра. Наконецъ еще принято, будто для кражей въ 38 и 45 сант. верхняго отруба (начальная и конечная ординаты) объемы совершенно точно вычислены.

метру, т. е. тѣми частными, которыя получаютъ, если средній объемъ одного кряжа раздѣлить на объемъ цилиндра, котораго длина равна длинѣ, а діаметръ — верхнему отрубѣ кряжа. Выше упомянутый кряжъ въ 20 сант. толщины въ верхнемъ концѣ и въ 3, 4 метра длины имѣлъ

бы видовое число $\frac{0,12632}{0,10681} = 1,183$. Такъ какъ болѣе

тонкія бревна, получаемыя отъ болѣе молодыхъ деревьевъ или отъ верхнихъ частей стволовъ, относительно быстрѣе утончаются, нежели толстыя, то видовыя числа, относящіяся къ первымъ, должны быть больше видовыхъ чиселъ, относящихся ко вторымъ. Однако-же такъ какъ верхній діаметръ все-таки всегда меньше нижняго, то и видовыя числа никогда не могутъ быть меньше единицы. Вышепоказанный для кубическихъ объемовъ способъ регулированія, конечно, почти буквально относится и къ видовымъ числамъ; стоитъ только слово «объемъ» замѣнить словомъ «видовое число».

Вмѣсто описаннаго только что графическаго способа, можно при регулированіи видовыхъ чиселъ употребить также способъ вычисленія. При этомъ однако необходимо, чтобы изъ наблюденій или инымъ образомъ подмѣчены были нѣкоторыя свойства той кривой, которая производится видовыми числами, чтобы имѣть возможность по крайней мѣрѣ приблизительно опредѣлить форму уравненія этой кривой. Если такое условіе выполнено, то этотъ второй способъ безусловно имѣетъ преимущество предъ первымъ, такъ какъ въ такомъ случаѣ можно будетъ воспользоваться всѣми наблюденіями для опредѣленія направленія кривой, и всякій произволъ въ дѣйствіяхъ будетъ исключенъ. (Смотри объ этомъ Tharand. forst. Jahrb. 21 B. S. 101).

§ 19.

Вычисленіе кубическаго содержанія жердей по толщинѣ, измѣренной въ нижней ихъ части, и по длинѣ.

Лѣсному управленію невозможно обмѣрять и вычислять по одиначкѣ, или по-штучно тотъ лѣсной матеріалъ, который извѣстенъ подъ именемъ «жердей», и который состоитъ изъ тонкихъ деревцовъ съ остающеюся при нихъ вершиною, — въ особенности это относится до болѣе тонкихъ жердей. Напротивъ для этого сорта лѣснаго матеріала необходимо, чтобы по нѣсколько штукъ ихъ, сходныхъ въ

толщинѣ у комля и въ длинѣ, соединялись въ одну кучку, для образованія одной счетной единицы. Конечно, что, смотря по большей или меньшей интензивности хозяйства, зависитъ, до какой разницы въ толщинѣ и длинѣ жердей можетъ быть допущено соединеніе ихъ въ одну счетную единицу. Эти, служащія счетными единицами, кучки, по n штукъ жердей въ каждой (по 10, 50, 100), приблизительно равной толщины и длины, вычисляются также съ помощью опытныхъ таблицъ, составленныхъ подобнымъ же образомъ, какъ таблицы для кражей. Здѣсь также находятъ изъ большаго числа точно вымѣренныхъ жердей среднія величины для объемовъ каждаго 100 штукъ, которыя разсортированы такъ, что въ толщинѣ различаютъ каждый сантиметръ, а въ длинѣ каждый метръ. Эти среднія величины могутъ быть регулированы непосредственно графически или также посредствомъ видовыхъ чиселъ, выведенныхъ по діаметру у комля такимъ образомъ, что средній по вычисленію объемъ жерди раздѣляется объемомъ цилиндра, имѣющимъ одинаковыя длину и діаметръ, какъ у комля. Если же хотять, помощью вычисленія, сдѣлать поправки въ видовыхъ числахъ, то для этого должны быть соблюдены тѣ же условія, какія были указаны при вычисленіи бревенъ *).

§ 20.

Способы вычисленія кубическаго содержанія и формулы, примѣняемыя къ неправильнымъ частямъ дерева, а также къ сучьямъ, хворосту, пнямъ и корнямъ при научныхъ изслѣдованіяхъ.

1. Опредѣленіе объема тѣхъ частей дерева, которыя не могутъ быть разсмотрѣны, какъ близко подходящія къ правильнымъ тѣламъ, должно при научныхъ изслѣдованіяхъ производить посредствомъ погруженія въ воду.

Для этого устанавливаютъ ксилومترъ горизонтально, подбивая для того подъ ножки сосуда деревянные клинья съ одной или другой стороны до тѣхъ поръ, пока отвѣсъ совпадетъ со значкомъ; часть сосуда наполняютъ водою и уровень воды замѣчаютъ на трубчкѣ, на которой сдѣлано дѣленіе. Послѣ этого, при помощи вышеописанной (§ 9.)

*) Кубическіе объемы жердей до сихъ поръ еще очень мало изслѣдованы. Самые обширныя изслѣдованія относительно ихъ сдѣланы Максомъ Кунце. 1 Bd. 1 Abth. Taf. 5.

проволочной мутовки, измѣряемый кусокъ дерева погружаютъ въ сосудъ въ воду и снова замѣчаютъ на дѣленіи трубочки уровень воды. Разность обобщъ уровней показываетъ кубическій объемъ погруженного въ воду куска дерева. Крупные куски дерева погружаются въ воду по одиночѣ, болѣе же мелкіе, тонкіе сучья, хворостъ и т. п. связываютъ въ пучки, такъ какъ при погруженіи въ воду отдѣльныхъ мелкихъ частей дерева, неизбѣжно бываютъ незамѣтны для глаза погрѣшности въ опредѣленіи уровня воды, каковыя погрѣшности при большомъ числѣ погруженій въ воду мелкихъ кусковъ скопляются до значительныхъ величинъ и вредятъ точности получаемого результата.

Для примѣра вышесказанному позаимствуемся нѣсколькими числами изъ нашихъ изслѣдованій относительно кубическаго содержанія жердей. Между прочимъ 30 штукъ еловыхъ жердей, каждая въ 3 сант. толщины и въ 2,5 метра длины, были разрѣзаны на части длиною по 0,85 метра и связаны въ два пучка. До погруженія въ километръ перваго пучка, уровень воды указывалъ на 0,0934, а до погруженія втораго пучка— на 0,0933. Послѣ погруженія въ воду, ея уровни указали на 0,1124 и 0,1130. Разности этихъ уровней, стало-быть, составляли 0,0190 и 0,0197, такъ что кубическій объемъ этихъ 30 жердей равнялся $0,0190 + 0,0197 = 0,0387$ куб. метра. Если кубическое содержаніе дерева будетъ опредѣляться подобнымъ образомъ тотчасъ послѣ срубки, то почти во всѣхъ случаяхъ получится достаточно точный результатъ. Если же изслѣдованіе воспослѣдуетъ, когда дерево уже нѣсколько пролежало и высохло, то, вслѣдствіе того, что при погруженіи древесина жадно вбираетъ въ себя воду, въ опредѣленіе объема вкрадывается маленькая ошибка, которую можно сдѣлать безвредною слѣдующимъ образомъ.

Изслѣдуемый кусокъ дерева взвѣшиваютъ на чувствительныхъ вѣсахъ, потомъ погружаютъ его въ воду по выше приведенному способу и, по вынутіи изъ воды, взвѣшиваютъ его еще разъ. Возьмемъ для примѣра нѣсколько кусковъ дерева, которые, положимъ, до погруженія въ воду вѣсили 8,105, а послѣ—8,194 килограмма; въ такомъ случаѣ разность во взвѣшиваніяхъ, т. е. вѣсъ принятой деревомъ воды составилъ бы 0,089 килограмма. Такъ какъ при средней температурѣ (19° Цельсія) 1 кубическій метръ чистой воды вѣситъ 992 килограмма (1000 килограммовъ

при $+4^{\circ}$ Ц.), то кубическій объемъ всосанной воды $\frac{0,089}{992} = 0,00009$ куб. метра.

Если бы, кромѣ того, чрезъ погруженіе въ воду упомянутыхъ кусковъ дерева оказалась по ксилометру разность уровней воды, или, что одно и тоже, кубическій объемъ тѣхъ кусковъ дерева былъ равнымъ 0,01006, куб. метра то искомый истинный объемъ кусковъ дерева былъ бы $0,01006 - 0,00009 = 0,00997$ куб. метра. *)

Такая какъ вѣсъ изслѣдуемаго куска дерева равенъ 8,105 килограмма, то вѣсъ 1 кубическаго метра такихъ кусковъ равенъ $8,105 : 0,00997 = 812,94$ килограмма и относительный вѣсъ его равенъ $812,94 : 992 = 0,819$. **)

2. Если приходится предпринимать изслѣдованія надъ значительнымъ количествомъ дерева, то погруженіе въ воду всего количества лѣса потребуетъ слишкомъ много времени. Но если въ результатѣ не требуется очень большой точности, то можно сократить работу тѣмъ, что старательно сортируютъ части дерева; такъ напр. пни съ корнями, раздѣляютъ на дерево отъ самаго пня, на болѣе толстые и особливо тонкіе корни и т. д. Если затѣмъ опредѣлить для каждаго изъ такихъ сортовъ, при помощи хорошихъ вѣсовъ, абсолютный вѣсъ $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, и для извѣстнаго числа образчиковъ, выбранныхъ изъ каждаго сорта, какъ абсолютный вѣсъ $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, такъ и, посредствомъ погруженія въ воду, кубическій объемъ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$, то на основаніи вышеприведенной въ § 9 теоремы, что въ одномъ и томъ же тѣлѣ объемы относятся другъ къ другу, какъ ихъ абсолютный вѣсъ, получаются пропорціи

$$V_1 : v_1 = Q_1 : q_1$$

$$V_2 : v_2 = Q_2 : q_2$$

$$V_3 : v_3 = Q_3 : q_3$$

$$V_n : v_n = Q_n : q_n$$

и отсюда такъ какъ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n, Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n, q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, извѣстны,

*) Кунце въ этомъ случаѣ ошибается: надо не вычитать, а приложить, т. е. объемъ будетъ $0,01006 + 0,00009 = 0,01015$. Примѣч. ред. перев..

**) Вслѣдствіе первой ошибки измѣняется какъ абсолютный, такъ и относительный вѣсъ. Абсолютный вѣсъ $= 8,105 : 0,01015 = 798,52$ килограммъ, а относительный вѣсъ $= 798,52 : 992 = 0,805$.

$$V_1 = \frac{Q_1}{q_1} v_1, \quad V_2 = \frac{Q_2}{q_2} v_2, \quad V_3 = \frac{Q_3}{q_3} v_3, \dots$$

$$V_n = \frac{Q_n}{q_n} v_n,$$

Если бы напр. взятые отъ нѣсколькихъ деревь выкарчеванные пни раздѣлили на три сорта матеріала, взвѣсили его и нашли, что

вѣсъ древесины отъ самыхъ пней $(Q_1) = 253,1$ килограмма

» » отъ толстыхъ корней $(Q_2) = 250,1$ »

» » отъ тонкихъ корней $(Q_3) = 86,4$ »

если бы затѣмъ взвѣсили и погрузили въ воду по нѣсколь-
ку образчиковъ cadaго изъ этихъ сортовъ и получили

вѣсъ перваго сорта $(q_1) = 73,9$ килограмма, его объемъ
 $(v_1) = 0,0925$ куб. метра;

вѣсъ втораго сорта $(q_2) = 82,3$ килограмма, его объемъ
 $(v_2) = 0,0879$ куб. метра;

вѣсъ третьяго сорта $(q_3) = 20,0$ килограмма, его [объемъ
 $(v_3) = 0,0207$ куб. метра, то было бы

$$V_1 = \frac{253,1}{73,9} 0,0925 = 0,3168 \text{ куб. метра,}$$

$$V_2 = \frac{250,1}{82,3} 0,0879 = 0,2672 \quad \text{»}$$

$$V_3 = \frac{86,4}{20,0} 0,0207 = 0,0894 \quad \text{»}$$

такимъ образомъ объемъ всѣхъ выкорчеванныхъ пней былъ
бы 0,6733 куб. метра.

3. Если бы мы не имѣли километра, съ помощью кото-
раго могли бы опредѣлять кубическое содержаніе, по край-
ней мѣрѣ, образчиковъ, а у насъ были бы только вѣсы, то
для опредѣленія кубическихъ объемовъ $v_1, v_2, v_3, \dots v_n$ этихъ
образчиковъ, надо бы было воспользоваться гидростатичес-
кимъ взвѣшиваніемъ и въ такомъ случаѣ или употребить
способъ, изложенный выше подъ н. 2., или же вычислить
относительный вѣсъ $s_1, s_2, s_3, \dots s_n$ отдѣльныхъ сортовъ и
послѣ примѣнить также уже упомянутую въ § 9 формулу

$$V = \frac{Q}{ws},$$

въ которой Q обозначаетъ абсолютный вѣсъ изслѣдуемаго
тѣла, s — его относительный вѣсъ и w — вѣсъ одной еди-
ницы кубической мѣры воды. Величины же $v_1, v_2, v_3, \dots v_n$,

s_1, s_2, s_3, s_n можно найти слѣдующимъ образомъ. Какъ извѣстно погруженное въ воду тѣло теряетъ въ ней такую часть своего вѣса въ воздухѣ, какую вѣситъ вытѣсненная имъ вода. Поэтому если опредѣлить вѣсъ тѣла въ воздухѣ и въ водѣ и вѣсъ единицы кубической мѣры воды, то по этимъ тремъ величинамъ можно вычислить кубическій объемъ погруженнаго въ воду тѣла. Если мы обозначимъ вѣсъ тѣла въ воздухѣ — черезъ Q , вѣсъ его въ водѣ — черезъ q , то вѣсъ вытѣсненной тѣломъ массы воды составитъ $Q - q$. Если затѣмъ вѣсъ единицы кубической мѣры воды будетъ w , то эта послѣдняя должна относиться къ вѣсу вытѣсненной воды, какъ единица кубической мѣры воды къ объему вытѣсненной воды, или что то же, къ объему погруженнаго въ воду тѣла. Такимъ образомъ должно быть

$$w : Q - q = 1 : V,$$

слѣдовательно

$$V = \frac{Q - q}{w},$$

И такимъ способомъ можно найти кубическій объемъ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ образчиковъ каждаго сорта и затѣмъ поступать, какъ было показано выше.

$$\text{Такъ какъ } V = \frac{Q}{ws}, \text{ то и}$$

$$\frac{Q}{ws} = \frac{Q - q}{w}$$

или

$$s = \frac{Q}{Q - q},$$

слѣдовательно, если $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ обозначаютъ абсолютные вѣса образчиковъ каждаго сорта въ воздухѣ, а $q', q'', q''', \dots, q^{(n)}$ ихъ абсолютные вѣса въ водѣ, относительные вѣса отдѣльныхъ сортовъ будутъ

$$s_1 = \frac{q_1}{q_1 - q'}, s_2 = \frac{q_2}{q_2 - q''}, s_3 = \frac{q_3}{q_3 - q'''}, \dots, s_n = \frac{q_n}{q_n - q^{(n)}}.$$

Отсюда тогда получаются объемы отдѣльныхъ сортовъ

$$V_1 = \frac{Q_1}{ws_1}, V_2 = \frac{Q_2}{ws_2}, V_3 = \frac{Q_3}{ws_3}, \dots, V_n = \frac{Q_n}{ws_n}.$$

Такъ какъ древесина большей части породъ деревьевъ имѣетъ относительный вѣсъ менѣе единицы, а потому плаваютъ на водѣ, то для того, чтобы дерево погрузилось въ

воду, должно связать куски дерева съ тѣлами, имѣющими значительный относительный вѣсъ, напр.: съ металлическими цилиндрами, предварительно опредѣливъ ихъ вѣсъ, какъ въ воздухѣ (Q_m), такъ и въ водѣ (q_m). Если тогда вѣсъ обоихъ тѣлъ, дерева и металла, въ воздухѣ будетъ равенъ Q_s , а въ водѣ— q_s , то вѣсъ вытѣсненной ими воды будетъ равенъ $Q_s - q_s$, вѣсъ вытѣсненной металломъ воды будетъ $Q_m - q_m$, слѣдовательно, вѣсъ воды, вытѣсненной только деревомъ, будетъ $Q_s - q_s - (Q_m - q_m)$, откуда, какъ и выше, выводится объемъ вытѣсненной деревомъ воды или равный ему объемъ погруженнаго въ воду дерева

$$V = \frac{Q_s - q_s - (Q_m - q_m)}{w},$$

При чемъ w имѣетъ прежнее значеніе. Если предположить еще вѣсъ дерева въ воздухѣ равнымъ Q_h , то получается

$$s = \frac{Q_h}{Q_s - q_s - (Q_m - q_m)}.$$

Для примѣра могутъ служить слѣдующія числа. Вѣспли

1. въ воздухѣ:

металлическій цилиндръ (Q_m), . . . 5,000 килограммовъ,
онъ же вмѣстѣ съ деревомъ (Q_s), . . . 40,415 »

2. въ водѣ

металлическій цилиндръ (q_m) . . . 4,593 килограмма,
онъ же вмѣстѣ съ деревомъ (q_s) . . . 1,368 »

Слѣдовательно, вѣсъ вытѣсненной деревомъ воды, или $Q_s - q_s - (Q_m - q_m)$ составлялъ $40,415 - 1,368 - (5,000 - 4,593) = 38,640$ килограмма, и, предполагая вѣсъ кубическаго метра воды при средней температурѣ (19°C) равнымъ 992 килограммамъ, объемъ погруженнаго въ воду дерева, или

$$V = \frac{38,640}{992} = 0,0389 \text{ куб. метра,}$$

а относительный вѣсъ его

$$s = \frac{40,415 - 5,000}{38,640} = 0,917.$$

Наконецъ одинъ кубическій метръ этого дерева вѣсилъ бы

$$\frac{40,415 - 5,000}{0,0389} = 910,3 \text{ килограмма.}$$

Если требуется еще большая точность, то вѣсъ кубическаго метра воды, при средней температурѣ нельзя безъ дальнѣйшихъ околичностей принимать равнымъ 992 килограммамъ, а должно при помощи ареометра опредѣлить плотность воды, которая пусть будетъ равна σ , откуда въ такомъ случаѣ $w = 1000 \sigma$. Если бы напр. было найдено, что $\sigma = 1,005$, то дѣлитель былъ бы 1005, а для $\sigma = 0,995$ получился бы дѣлитель 995.

Такъ какъ относительный вѣсъ частей дерева измѣняется сообразно съ временемъ года, мѣстомъ прозябенія, лѣтами и т. п., то при строго точныхъ изслѣдованіяхъ нельзя пользоваться какими-либо средними числами объ относительномъ вѣсѣ, выведенными изъ опытовъ и помѣщенными въ многочисленныхъ сочиненіяхъ, но при каждомъ изслѣдованіи должно опредѣлять относительный вѣсъ выбранныхъ тщательно образчиковъ дерева.

§ 21.

Вычисленіе кубическаго содержанія мѣръ емкости.

1. Тѣ стволы или тѣ части стволовъ, которые не пригодны на постройки и разнаго рода подѣлки, а потому и не имѣютъ сбыта въ видѣ бревенъ, кражей или колодъ, а также болѣе толстые сучья, раздѣляются на короткіе куски, или полѣнья одинаковой длины и, оставаясь или въ естественномъ своемъ кругломъ видѣ или же расколотыя вдоль на нѣсколько частей, складываются въ костры, извѣстной мѣры емкости, имѣющіе опредѣленную ширину, высоту и длину и, смотря по мѣстности, называются различно: сажнями, клафтерами, мальтерами и т. д. Если такія мѣры емкости сложены изъ расколотыхъ кусковъ дерева, или полѣньевъ, то именуются колотымъ лѣсомъ; если же полѣнья оставлены въ естественномъ округленіи безъ расколки ихъ, то называются круглякомъ, или кругляшемъ. Лѣсъ неправильной формы, заготовленный изъ выкорчеванныхъ пней и корней, складывается особо и именуется согласно съ своимъ происхожденіемъ. Вершинки, которыя тоньше извѣстной, въ каждой мѣстности различной, толщины, равно и тонкіе сучья и вѣтви, называются хворостомъ, который вяжется въ пучки опредѣленной длины и толщины, которые отпускаются или десятками, либо сотнями, или складываются также въ опредѣленную мѣру емкости.

Но для хозяйства недостаточно знать число заготавливаемых ежегодно мѣръ емкости или сотенъ пучковъ хвороста, а нужно также знать, сколько въ этихъ мѣрахъ емкости заключается плотной древесной массы. Для этого необходимо изслѣдовать значительное число подобныхъ мѣръ емкости и опредѣлить, сколько въ нихъ заключается плотной древесной массы, а затѣмъ вывести изъ этихъ изслѣдованій среднія числа для перевода извѣстной мѣры емкости на извѣстную мѣру плотной массы, или, какъ выражаются въ общепринятомъ сокращенно, для превращенія метра объема въ плотный метръ (Raummeter und Festmeter).

Для того, чтобы возможно было съ пользою руководствоваться подобными средними выводами, т. е. чтобы вычисленные съ помощью ихъ массы были близки къ истинѣ, необходимо, чтобы и лѣсной матеріалъ заготавлился и складывался въ опредѣленные мѣры емкости, сколько возможно одинаковымъ образомъ. Съ этою цѣлью нужно, чтобы въ колотыхъ дровахъ и въ кругляшѣ съ cadaго полѣна сняты были сучки, срубая ихъ гладко близъ самой поверхности полѣна; кромѣ того должны быть предписаны правила относительно того, до какой толщины слѣдуетъ полѣнья складывать кругляшамъ и какіе колотыми. Наконецъ, слѣдуетъ также опредѣлить, какую ширину при расколѣ полѣньевъ должна имѣть та сторона ихъ, которая покрыта корою.

Заслуживаетъ также вниманія и то обстоятельство, какимъ образомъ обезпечена устойчивость дровъ, сложенныхъ въ опредѣленную мѣру емкости, ибо не все равно, будетъ-ли сложенный костеръ дровъ на каждомъ концѣ подпертъ однимъ только коломъ или имѣетъ на концахъ по двѣ подпоры. Въ послѣднемъ случаѣ мѣра емкости вмѣщаетъ менѣе плотной древесной массы, чѣмъ когда на концахъ костра, для предотвращенія развалки его, вбито только по одному колу.

Въ гористыхъ мѣстахъ при складкѣ дровъ на наклонной поверхности, надо строго слѣдить за тѣмъ, чтобы послѣ забивки въ вертикальномъ положеніи кола, подпирающаго дровяной костеръ съ одного конца, при измѣреніи длины костра, производился обмѣръ въ направленіи линіи, перпендикулярной къ упомянутому выше, поставленному вертикально колу, а отнюдь не слѣдуетъ мѣрить длину костра по поверхности земли, ибо, если эту предосторожность упустить изъ вида, то, при измѣреніи длины костра по землѣ, пос-

лѣдствіемъ оказалось бы то, что сажень имѣла бы дѣйствительную длину не b , но $b \cdot \cos. a$, если a будетъ угломъ наклоненія поверхности земли, и тогда объемъ одной сажени получился бы не bhl , но $bhl \cdot \cos. a$, гдѣ h = высотѣ сажени, l = длинѣ полѣнцевъ. Чрезъ упущеніе изъ вида этого обстоятельства, получаемыя въ объемахъ сложенной сажени ошибки бываютъ пропорціональны косинусамъ угловъ наклоненія поверхности земли.

Для $a = 5^\circ$ будетъ косинусъ = 0,996, слѣд. ошибка = 0,004 объема палѣнницы.

Для $a = 10^\circ$ будетъ косинусъ = 0,985, слѣд. ошибка = 0,015 объема палѣнницы.

Для $a = 15^\circ$ будетъ косинусъ = 0,966, слѣд. ошибка = 0,034 объема палѣнницы.

Для $a = 20^\circ$ будетъ косинусъ = 0,940, слѣд. ошибка = 0,060 объема палѣнницы.

Для $a = 25^\circ$ будетъ косинусъ = 0,906, слѣд. ошибка = 0,094 объема палѣнницы.

На количество плотной массы, заключающейся въ объемѣ одной палѣнницы колотыхъ дровъ и кругляша, имѣетъ прежде всего вліяніе длина полѣнцевъ, такъ какъ съ нею увеличиваются источники ошибокъ. Такимъ образомъ, чѣмъ меньше длина полѣнцевъ, тѣмъ большую долю будетъ составлять заключающаяся въ сажени плотная древесная масса, сравнительно съ объемомъ сажени. На количество плотной древесной массы въ опредѣленной мѣрѣ объема, въ хворостѣ, оказываютъ значительное вліяніе порода и возрастъ деревъ, отъ коихъ полученъ хворостъ.

Отъ того и весьма различное количество плотной древесной массы укладывается въ опредѣленной мѣрѣ емкости хвороста, смотря потому, заготовленъ ли онъ при проходныхъ рубкахъ или на спѣлыхъ высокоствольныхъ лѣсососянкахъ. Чтобы для этого сортамента получить достаточно надежные средніе выводы о плотной древесной массѣ, надо образовать нѣсколько классовъ различнаго хвороста.

2 Опредѣленіе плотной древесной массы, заключающейся въ сажени колотыхъ дровъ, проще всего производится такимъ образомъ, что предъ расколькою всѣхъ полѣнцевъ, потребныхъ для складки всего объема одной сажени, у каждаго полѣна по срединѣ его длины обмѣряютъ его толщину и принимаютъ, что объемъ полѣна такой же, какъ объемъ цилиндра той же толщины и длины, какъ полѣно.

Этимъ способомъ получается съ достаточною точностью объемъ каждаго полѣна, такъ какъ длина ихъ не превышаетъ двухъ метровъ.

Если бы напр. было найдено, что для наполненія такой мѣры емкости, которая имѣетъ два метра ширины, одинъ метръ высоты и одинъ метръ длины, необходимо употребить одинадцать полѣнъ слѣдующихъ размѣровъ:

				площади сѣченія по
1 пол.	29,3 с. толщ.	посред.	и 0,067426 кв. м.	средины
1 »	29,5 »	»	0,068349 »	»
1 »	32,5 »	»	0,082958 »	»
1 »	34,8 »	»	0,095115 »	»
1 »	35,1 »	»	0,096762 »	»
1 »	39,0 »	»	0,119459 »	»
1 »	44,8 »	»	0,157633 »	»
1 »	45,5 »	»	0,162597 »	»
1 »	47,4 »	»	0,176460 »	»
1 »	48,4 »	»	0,183984 »	»
1 »	59,7 »	»	0,279923 »	»

то сумма этихъ площадей сѣченій на срединѣ полѣнъ была бы равна 1,490666 кв. метра, а плотной древесной массы заключалось бы въ этихъ двухъ кубическихъ метрахъ объема 1,490666 куб. метра, слѣдовательно въ одномъ метрѣ объема заключалось плотной древесной массы 0,745333 куб. метра.

Если такимъ способомъ вычислить большое число мѣръ емкости и изъ полученныхъ результатовъ сдѣлать средній выводъ о плотной древесной массѣ, заключающейся въ одной мѣрѣ емкости, то такимъ среднимъ выводомъ можно пользоваться безъ опасенія внести въ крупную ошибку. Въ отношеніи кругляша выводъ получается одинаковымъ способомъ, какъ для колотаго лѣса.

Количество плотной древесной массы, заключающейся въ дровахъ, заготовленныхъ изъ пней и корней, опредѣляютъ посредствомъ погруженія въ воду и взвѣшиваніемъ достаточно значительнаго числа образчиковъ лѣса, выбранныхъ изъ изслѣдуемыхъ дровъ и затѣмъ взвѣшиваніемъ всего количества тѣхъ же дровъ, сложенныхъ въ какую-либо единицу мѣры емкости. Изъ этихъ данныхъ дѣлается выводъ извѣстнымъ уже вышеуказаннымъ образомъ.

Точно такимъ способомъ опредѣляютъ также массы для хворостяннаго лѣса *).

Если бы напр. было назначено къ изслѣдованію хвороста всего на всего 1120 пучковъ, каждый въ 0,7 метра длины и въ 1 метръ окружности, и общій вѣсъ ихъ оказался бы 3641,39 килограмма; кромѣ того, по взвѣшиваніи 100 пучковъ, эти послѣдніе имѣли вѣсъ 340,68 килограмма, а плотную массу этихъ же пучковъ опредѣлили погруженіемъ въ воду и нашли равною 1,4673 куб. метра; тогда 1 килограммъ хвороста былъ бы $= \frac{1,4673}{340,68}$ куб. метра, а 3641,39 килограмма этого сорта вѣшали бы $\frac{1,4673 \cdot 3641,39}{340,68} = 15,6834$ куб. метра, такъ что 100 пучковъ хвороста заключали бы $\frac{15,6834 \cdot 100}{1120} = 1,4003$ куб. метра.

Поэтому, для того чтобы перевести расчетомъ мѣру емкости и сотни пучковъ хвороста въ плотную древесную массу, надо число пучковъ помножить на факторъ, выражающій отношеніе вѣса къ извѣстному объему. Наоборотъ можно по количеству плотной древесной массы найти число единицъ мѣры емкости или сотенъ пучковъ, если раздѣлить количество плотной древесной массы соотвѣствующимъ для такого перечисленія факторомъ.

§ 22.

Вычисленіе объема коры.

Кора нѣкоторыхъ древесныхъ породъ имѣетъ особую цѣнность, и въ такомъ случаѣ продажа ея производится или по объему или по вѣсу. Если продажа производится по объему, то отпускаютъ кору или складывая ее въ опредѣленную мѣру по объему (напр. въ нѣкоторыхъ странахъ кору толстыхъ пихтъ, охотно употребляемую на топку), или рассчитывая по количеству кубической мѣры плотной массы (какъ напр. это дѣлается въ иныхъ странахъ при отпускѣ еловой коры, для цѣли дубленія кож), и въ такомъ случаѣ объемъ коры вычисляется по расчету древесины, съ которой снимается кора. Напротивъ дубовая кора, употреб-

*) Выведенныя изъ опытовъ среднія числа о плотной древесной массѣ, заключающейся въ колотыхъ дровахъ и въ хворостномъ лѣсѣ, помѣщены между прочимъ въ I. Bd. 1. Abth. taf. 6.

ляемая на дубленіе кожъ, продается большею частію на вѣсъ, и въ этомъ случаѣ приходится вѣсъ коры переводить разсчетомъ на объемъ ея.

Опредѣленіе кубическаго содержанія коры не въ одномъ изъ этихъ случаевъ не представляетъ затрудненій. Плотная масса коры, сложенная въ сажени или иную мѣру, можетъ быть найдена или при помощи взвѣшиванія и погруженія въ воду, причемъ дѣйствуютъ точно такъ, какъ и при опредѣленіи плотной массы дровъ и хвороста; или же посредствомъ измѣренія діаметровъ по срединѣ длины круглыхъ полѣнъ дерева, сначала съ корою, а потомъ безъ оной. Разность въ объемахъ цилиндровъ съ корою и безъ оной будетъ тогда равна кубическому содержанію коры, снятой съ этихъ полѣнъ. Конечно, надо взять при этомъ столько круглыхъ полѣнъ, сколько потребуется, чтобы снятою съ нихъ корою сложить достаточное число метровъ объема или иную единицу мѣры емкости. Средній выводъ изъ результатовъ, добытыхъ такимъ образомъ о плотной массѣ коры въ извѣстной мѣрѣ емкости, можетъ затѣмъ служить факторомъ для перечета мѣры емкости на плотную массу коры *).

Если кора не будетъ складываема въ сажени или другую определенной емкости мѣру, то должно изслѣдовать, какой процентъ со всей массы того дерева, съ котораго содрана кора, составляетъ послѣдняя. Для этого раздѣляютъ стволы, предназначенные къ сдиркѣ коры, на части, измѣряютъ на срединѣ каждой части діаметры до и послѣ сдирки коры и изъ разности обоихъ измѣреній выводятъ объемъ коры, снятой съ извѣстнаго количества древесины. Съ дровами въ видѣ кругляшей можно поступать такимъ же образомъ; но проще, хотя и менѣе точно, достагается та же цѣль, если сложить дрова съ корою въ сажени, затѣмъ со всѣхъ полѣнъ содрать кору и послѣ вновь сложить въ костеръ оголенные отъ коры полѣнья, тогда объемъ, недостающій до прежде сложенной мѣры (напр. сажени), укажетъ на массу коры.

По полученнымъ такимъ образомъ числамъ вычисляютъ процентное отношеніе массы коры къ массѣ дерева вмѣстѣ съ корою, и затѣмъ этими числами, выражающими отноше-

*) Опытныя таблицы о плотной древесной массѣ коры въ мѣрѣ емкости (въ клафтерѣ) можно найти въ I. Bd, 1 Abth. taf. 6.

не, пользуются для опредѣленія количества ожидаемой на лѣсосѣкахъ коры.

а) Если бы напр. было найдено, что изъ дровъ въ количествѣ 300 метровъ объема, послѣ сдирки съ нихъ коры, вновь сложились изъ оголенныхъ отъ коры полѣнъ тѣхъ же дровъ только 273 метра объема, то кора составляла бы

$$\frac{300-273}{300} 100 = 9 \text{ процентовъ,}$$

или $\frac{1}{11}$ общей массы, и при продажѣ это число послужило бы факторомъ для редуцированія.

б) Объемъ нѣкотораго довольно значительнаго числа подѣлочныхъ кряжей, измѣренныхъ вмѣстѣ съ корою, оказался равнымъ 631,542 куб. метра, по снятіи же коры онъ равнялся 573,231 куб. метра, слѣдовательно кубическое содержаніе коры составляло

$$\frac{631,542 - 573,231}{631,542} 100 = 9,22 \text{ процента всей массы.}$$

в) Если бы на лѣсосѣкѣ находилось 735,19 куб. метра подѣлочныхъ кряжей и 90 куб. метровъ дровъ, то примѣнивъ процентные выводы, сдѣланные выше подъ а) и б) получимъ, что на нашей лѣсосѣкѣ должно ожидать слѣдующаго количества коры: отъ подѣлочныхъ кряжей

$$\frac{735,19 \cdot 9,22}{100} = 67,78 \text{ куб. метра; а отъ дровъ } \frac{90 \cdot 9}{100} = 8,1 \text{ метровъ объ-}$$

ема или $8,1 \cdot 0,75 = 6,08$ кубич. плотныхъ метровъ; слѣдовательно общее количество коры составитъ $67,78 + 6,08 = 73,86$ куб. плотныхъ метра.

Въ дубовыхъ низкоствольникахъ, выращиваемыхъ для полученія дубла, слѣдуетъ кубическое содержаніе коры опредѣлять по довольно большому числу образчиковъ ея, посредствомъ ксилометра, такъ какъ вычисленіе по геометрическимъ измѣреніямъ, которыя тутъ приходится дѣлать на тонкихъ жердяхъ, съ тонкою корою, будетъ весьма ненадежной точности; равнымъ образомъ должно изслѣдовать также вѣсъ q коры, взятой съ тѣхъ же образчиковъ. Въ такомъ случаѣ кубическое содержаніе всей массы коры, находящейся на лѣсосѣкѣ, вычисляется изъ ея общаго вѣса Q по формулѣ

$$V = \frac{Q}{q} v.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ КЪ ПЕРВОЙ ГЛАВѢ.

Добавленіе 1 (къ § 6).

Вычисленіе площадей поперечнаго сѣченія дерева, имѣющихъ эллиптическую форму.

Площади поперечныхъ сѣченій дерева представляютъ собою, большею частію, не кругообразную, а эллиптическую форму. Въ силу такого предположенія ихъ квадратное содержаніе E можетъ быть выражено формулою

$$E = \frac{\pi}{4} D_g D_k. \quad 1)$$

причемъ D_g обозначаетъ наибольшій, а D_k наименьшій діаметръ.

Но обыкновенно при вычисленіи эллиптическихъ отрѣзковъ поперечнаго сѣченія дерева примѣняется формула

$$E_1 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D_g + D_k}{2} \right)^2. \quad 2)$$

Такъ какъ правая сторона этого выраженія можетъ быть также выражена черезъ

$$\frac{\pi}{4} \cdot \frac{4D_g D_k + D_g^2 - 2D_g D_k + D_k^2}{4}$$

или черезъ

$$\frac{\pi}{4} \left(D_g D_k + \left(\frac{D_g - D_k}{2} \right)^2 \right)$$

то и будетъ

$$E_1 = \frac{\pi}{4} \left(D_g D_k + \left(\frac{D_g - D_k}{2} \right)^2 \right). \quad 3)$$

такъ что отъ примѣненія урав. 2) каждая эллиптич. площадь поперечнаго сѣченія будетъ получаться на $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D_g - D_k}{2} \right)^2$ больше истинной величины.

Въ самомъ дѣлѣ изъ указанныхъ уже выше (§ 6), изслѣдованій Шмидтборна слѣдуетъ, что площади сѣченій, взятыхъ съ 12 деревъ и вычисленные по обыкновенному способу исчисленія (урав. 2), руководствуясь среднимъ изъ наибольшаго и наименьшаго діаметровъ, получаютъ на 1,14 процента больше истинныхъ, но у отдѣльныхъ деревъ оказались такіе выводы о площадяхъ поперечныхъ сѣченій съ погрѣшностями, которыя колебались между — 0,02 и + 4,71 процентами; однако изъ тѣхъ же изслѣдованій обнаруживается также, что, если употребить для вычисленій

и болѣе точную формулу (урав. 1), то и тогда получается въ среднемъ выводѣ ошибка на — 0,34 процента, а въ отдѣльныхъ случаяхъ ошибка колеблется отъ 0,09 до +4,62 процента. Когда на тѣхъ же деревьяхъ взяты были произвольно два взаимно перпендикулярныхъ діаметра и по нимъ произведено было вычисленіе съ примѣненіемъ урав. 1), то въ результатѣ получена средняя ошибка для площади сѣченія въ +2,43 процента, съ колебаніями въ отдѣльныхъ случаяхъ отъ —3,09 до +5,73 процента.

Будущимъ болѣе обширнымъ изслѣдованіямъ предстоитъ еще доказать, всегда ли геометрическое среднее число изъ наибольшаго и наименьшаго діаметровъ приводитъ къ такимъ же благопріятнымъ результатамъ, какіе получены въ приведенныхъ выше изслѣдованіяхъ Шмидтборна. Если бы это подтвердилось, то для вывода среднего діаметра необходимо будетъ формулу $D = \sqrt{D_g D_h}$ ввести въ употребленіе и въ особенности при вычисленіяхъ древеснаго запаса насажденій.

Добавленіе 2 (къ § 15. 3).

Выводъ общей формулы для вычисленія кубическаго содержанія.

Если бы уравненіе кривой производящей бока ствола было дано въ формѣ

$$y^2 = F(x, a, b, c, \dots),$$

гдѣ $a, b, c, \dots$ означаютъ непремѣнныя (постоянныя) величины, то тѣло, образованное вращеніемъ около оси этой кривой производящей, т. е. объемъ ствола былъ бы равенъ

$$V = \pi \int y^2 dx,$$

причемъ интегралъ могъ бы измѣняться отъ $x = 0$ до $x = H$, если стволъ дерева не лишенъ вершины, или же отъ $x = H'$ до $x = H_1$, если у ствола отрублена вершина.

Это интегрированіе прежде всего требуетъ, чтобы намъ было извѣстно, чему именно равняется $y^2 = F(x, a, b, c, \dots)$.

Но такъ какъ всѣ извѣстныя до сихъ поръ изслѣдованія отнюдь не достаточны для опредѣленія этихъ уравне-

ній, то интегралы $\pi \int_0^H y^2 dx$ и $\pi \int_{H'}^{H_1} y^2 dx$ приходится вы-

числать приблизительно. Но если объемъ какого либо тѣла опредѣленъ посредствомъ $n+1$ послѣдовательно расположеннаго числа площадей поперечнаго сѣченія $G_0, G_1, G_2, \dots, G_{n-1}, G_n$, съ разстояніемъ между ними $=1$, то любая площадь сѣченія G_x можетъ быть изображена общимъ выраженіемъ

$$G_x = G_0 + x\Delta G_0 + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 G_0 + \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta^3 G_0 + \dots 1)$$

Если помножить это уравненіе на dx и интегрировать затѣмъ въ границахъ 0 и n , то объемъ тѣла, заключеннаго между площадями сѣченія G_0 и G_n получается равнымъ

$$V = \int_0^n G_x dx = G_0 \int_0^n dx + \Delta G_0 \int_0^n x dx + \frac{\Delta^2 G_0}{1 \cdot 2} \int_0^n x(x-1) dx + \dots 2)$$

Если же разстояніе между площадями поперечныхъ сѣченій тѣла будетъ $=h$, то приведенное выраженіе переходитъ въ

$$V = \int_0^{nh} G_x dx = G_0 \int_0^{nh} dx + \Delta G_0 \int_0^{nh} \frac{x}{h} dx + \frac{\Delta^2 G_0}{1 \cdot 2} \int_0^{nh} \frac{x}{h} \left(\frac{x}{h} - 1 \right) dx + \dots 3)$$

Вставляя затѣмъ въ послѣднее уравненіе послѣдовательно n равнымъ 1, 2, 3, то, такъ какъ извѣстно, что

$$\Delta G_0 = G_1 - G_0,$$

$$\Delta^2 G_0 = G_2 - 2G_1 + G_0,$$

$$\Delta^3 G_0 = G_3 - 3G_2 + 3G_1 - G_0,$$

$$\Delta^4 G_0 = G_4 - 4G_3 + 6G_2 - 4G_1 + G_0, \text{ получится}$$

1) для $n=1$

$$V = \frac{1}{2} (G_0 + G_1) h;$$

2) для $n=2$

$$V = \frac{1}{3} (G_0 + 4G_1 + G_2) h;$$

3) для $n=3$

$$V = \frac{3}{8} [G_0 + 3(G_1 + G_2) + G_3] h;$$

4) для $n=4$

$$V = \frac{1}{45} [14(G_0 + G_4) + 64(G_1 + G_3) + 6G_2] h;$$

5) для $n=6$, если допустить, что $\frac{41}{140} = \frac{42}{140} = \frac{3}{10}$,

$$V = \frac{3}{10} \left[G_0 + G_2 + G_4 + G_6 + 5 (G_1 + G_3) + 6 G_5 \right] h;$$

Эта послѣдняя формула есть трудъ Веддля *), Если вычислить по этой формулѣ стволъ, разсмотрѣнный въ §. 15, то получается

$$D_0 = 17,9 \text{ сант. } G_0 = 0,025165 \text{ кв. метра,}$$

$$D_4 = 14,0 \text{ » } G_4 = 0,015394 \text{ »}$$

$$D_8 = 12,1 \text{ » } G_8 = 0,011499 \text{ »}$$

$$D_{12} = 6,9 \text{ » } G_{12} = 0,003739 \text{ »}$$

$$G_0 + \dots + G_{12} = 0,055797$$

$$D_2 = 15,8 \text{ сант. } G_2 = 0,019607 \text{ кв. метра,}$$

$$D_{10} = 9,5 \text{ » } G_{10} = 0,007088 \text{ »}$$

$$G_2 + G_{10} = 0,026695 \text{ кв. метра,}$$

$$5 (G_2 + G_{10}) = 0,133475 \text{ »}$$

$$D_6 = 13,5 \text{ сант. } G_6 = 0,014314 \text{ кв. метра,}$$

$$6 G_6 = 0,085874 \text{ »}$$

Такъ какъ $h = 2$ метрамъ и $G_0 + \dots + G_{12} + 5 (G_2 + G_{10}) + 6 G_6 = 0,275156$ кв. метра, то

$$V = 0,165094 \text{ куб. метра,}$$

слѣдовательно только на $\frac{0,165155 - 0,165094}{0,165155} 100 = 0,04$

процента меньше кубическаго содержанія ствола, вычисленнаго по формулѣ Симпсона изъ 24 частей дѣленія.

Добавленіе 3 (къ §. 15.3).

Выводъ формулы Ньютона для тѣлъ.

Если параллельныя площади G поперечныхъ сѣченій какаго либо тѣла находятся въ такой зависимости отъ остающейся надъ ними высоты h того же тѣла, что

$$G_h = a + bh + ch^2 + dh^3, \dots 1)$$

то кубическое содержаніе тѣла, ограниченнаго площадью сѣченія hG будетъ равно

$$\begin{aligned} V_h &= \int (a + bh + ch^2 + dh^3) dh \\ &= ah + \frac{1}{2} bh^2 + \frac{1}{3} ch^3 + \frac{1}{4} dh^4 \dots 2) \end{aligned}$$

*) Томасъ Ведле, бывшій профессоръ математики въ королевскомъ военномъ училищѣ въ Зандгурстѣ, род. въ 1817 г., ум. въ 1853 г.

А площадь поперечнаго сѣченія, на половинѣ всей высоты тѣла получается, если въ урав. 1) вмѣсто h замѣнить $\frac{1}{2} h$, т. е.

$$G_{\frac{1}{2} h} = a + \frac{1}{2} b h + \frac{1}{4} c h^2 + \frac{1}{8} d h^3.$$

Если помножить это уравненіе на 4 и съ полученнымъ произведеніемъ сложить величину площади сѣченія G_h и величину площади сѣченія $G_0 = a$, то получится

$$G_h + 4 G_{\frac{1}{2} h} + G_0 = 6a + 3 b h + 2 c h^2 + \frac{3}{2} d h^3,$$

а если обѣ стороны этого уравненія помножить на $\frac{1}{6} h$, то получится

$$\frac{1}{6} (G_h + 4 G_{\frac{1}{2} h} + G_0) h = a h + \frac{1}{2} b h^2 + \frac{1}{3} c h^3 + \frac{1}{4} d h^4 \dots \dots \dots 3)$$

Такъ какъ правая сторона этого выраженія соотвѣтствуетъ формулѣ 2) найденной для V_h , то конечно,

$$V_h = \frac{1}{6} (G_h + 4 G_{\frac{1}{2} h} + G_0) h \dots \dots \dots 4)$$

Это и есть именно формула называемая обыкновенно въ лѣсохозяйственной литературѣ по имени высоко заслуженнаго Оберъ-Студіенрата Рике. Однако эта формула была уже раньше найдена Ньютономъ.

Если три изъ величинъ a , b , c , d одновременно привести къ нулю, то получаются четыре уравненія, являющіяся какъ бы частными случаями формулы 3),

$$\left. \begin{array}{l} a h \\ \frac{1}{2} b h^2 \\ \frac{1}{3} c h^3 \\ \frac{1}{4} d h^4 \end{array} \right\} = \frac{1}{6} (G_h + 4 G_{\frac{1}{2} h} + G_0) h,$$

которыя въ послѣдовательномъ порядкѣ изображаютъ цилиндръ, параболоидъ, прямобокій конусъ и нейлоидъ.

Добавленіе 4 (къ § 17.2).

Исѣдованія касательно формулы для опредѣленія кубическаго содержанія.

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h.$$

Выше (§ 17.2) мы указали вообще, не имѣя въ виду никакой особенной формы тѣла, что при вычисленіи ствола, какъ цилиндра, имѣющаго толщину, равную среднему арифметическому діаметру, выведенному изъ верхняго и нижняго поперечника какого либо усѣченнаго коническаго тѣла, можетъ случиться, что съ уменьшеніемъ длины такого тѣла получится тѣло, которое, не смотря на уменьшеніе длины, будетъ имѣть по расчету болѣе объемъ, чѣмъ первоначальное тѣло. Теперь остается еще опредѣлить предѣлъ уменьшенія длины, до котораго продолжается непрерывное приращеніе объема, и вычислить объемъ наиболѣе тѣла, которое можетъ получиться при такомъ уменьшеніи длины. Для рѣшенія этихъ двухъ задачъ мы должны рассмотретьъ нами выше три коническихъ тѣла изслѣдовать по одной точкѣ.

1. Когда высоту усѣченнаго прямобокаго конуса уменьшить на величину η , то, если эта величина относится ко всей общей длинѣ усѣченнаго тѣла, какъ $n:1$, т. е. если $\eta = nh$, тогда, вслѣдствіе уменьшенія всей прежней длины, долженъ на новомъ усѣченіи образоваться верхній діаметръ d_1 , котораго величина получится изъ уравненія

$$\frac{d_1 - d}{D - d} = n,$$

а изъ этого выводится

$$d_1 = nD + (1 - n) d.$$

Если вставить величины η и d_1 въ уравненіе

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d_1}{2} \right)^2 (h - \eta),$$

то получится

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{(1+n)D + (1-n)d}{2} \right)^2 (1-n)h \quad . \quad 1)$$

Если дифференцировать это выраженіе до n , то получается

$$\frac{dv}{dn} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{(1+n)D + (1-n)d}{2} \right) (D-d) (1-n) -$$

$$-\left(\frac{(1+n)D + (1-n)d}{2}\right)^2 h,$$

а если правую сторону этого уравнения обратить въ равную 0, то послѣ нѣсколькихъ перечисленій получается

$$(D-d)(1-n) - \frac{(1+n)D + (1-n)d}{2} = 0$$

$$n = \frac{D-3d}{3(D-d)} \quad \dots \quad 2)$$

т. е. если уменьшать высоту усѣченного прямобокаго конуса и образующіяся чрезъ то тѣла вычислять по формулѣ цилиндра, коего діаметръ равенъ среднеарифметическому изъ діаметровъ верхняго и нижняго сѣченія, то объемъ образующихся чрезъ уменьшеніе высоты усѣченныхъ тѣлъ будетъ непрерывно увеличиваться до тѣхъ поръ, пока уменьшеніе длины составитъ $\frac{D-3d}{3(D-d)} h$; при этой величинѣ объемъ достигнетъ максимума и затѣмъ станетъ уменьшаться, такъ что по обѣ стороны выше и ниже того сѣченія, при которомъ достигнутъ максимумъ объема, будутъ въ неравныхъ отъ него разстояніяхъ два такихъ сѣченій, при которыхъ образуются неравные по длинѣ тѣла, но равныя по объему. Точно также ниже сѣченія, при которомъ получается максимумъ объема, можетъ быть найдено тѣло, равное по объему первоначальному, неукороченному усѣченію конику. Если величину n ввести въ урав. 1), а также въ выраженіе величинъ η и d , то кубическое содержаніе тѣла наибольшаго объема будетъ равно

$$v_{max} = \frac{\pi}{4} D^2 h \cdot \frac{8}{27} \frac{D}{D-d}, \quad \dots \quad 3)$$

а длина его равна $\frac{2D}{3(D-d)} h$, его верхній діаметръ равенъ $\frac{1}{3}D$.

Если въ этихъ выраженіяхъ предположить верхній діаметръ $d=0$, то усѣченіе обращается въ полный конусъ и $n = \frac{1}{3}$. Такимъ образомъ тѣло наибольшаго объема, отъ уменьшенія длины, получится въ отношеніи полнаго конуса, если длину его убавить на $\frac{1}{3}$. При этомъ верхній діаметръ со-

ставить $\frac{1}{3}$ нижняго; это и есть причина, почему нѣкоторыя таблицы, опредѣляющія кубическое содержаніе по формулѣ

$$\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h,$$

предписываютъ отрубать вершину такъ, чтобы въ остающемся бревнѣ верхній діаметръ составлялъ $\frac{1}{3}$ нижняго. Кубическое содержаніе тѣла наибольшаго объема выводится изъ

урав. 3) равнымъ $\frac{\pi}{4} D^2 h \cdot \frac{8}{27}$.

2. Для усѣченного параболоида получается

$$\eta = hn, \\ d_1^2 = nD^2 + (1-n)d^2,$$

а по введеніи этихъ величинъ

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + \sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}}{2} \right)^2 (1-n) h. \quad (4)$$

Если дифференцировать до n , то получается

$$\frac{dv}{dn} = \frac{\pi}{4} \left[\frac{D + \sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}}{4\sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}} (D^2 - d^2) (1-n) - \left(\frac{D + \sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}}{2} \right)^2 h \right],$$

а если предположить правую сторону этого выраженія равною нулю, то послѣ нѣсколькихъ сокращеній получается

$$\frac{(D^2 - d^2)(1-n)}{\sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}} - (D + \sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}) = 0.$$

Если $\sqrt{nD^2 + (1-n)d^2}$ сдѣлать равнымъ x , то n будетъ равно $\frac{x^2 - d^2}{D^2 - d^2}$ и вслѣдствіе этого

$$\frac{(D^2 - d^2) \left(1 - \frac{x^2 - d^2}{D^2 - d^2} \right)}{x} - (D + x) = 0$$

или

$$x^2 + \frac{1}{2} Dx - \frac{1}{2} D^2 = 0,$$

откуда

$$x = -\frac{1}{4} D \pm \frac{3}{4} D.$$

Такъ какъ для корня отъ x возможна только величина $= \frac{1}{2} D$, то

$$n = \frac{D^2 - 4d^2}{4(D^2 - d^2)} \dots \dots \dots 5)$$

Такимъ образомъ и при усѣченномъ параболоидѣ также случается, что, если сокращать его длину, а тѣла образовавшіяся вслѣдствіе этого укорачиванія вычислять какъ цилиндры, имѣющіе среднеарифметическіе діаметры усѣченныхъ параболоидовъ, то кубическое содержаніе этихъ тѣлъ будетъ непрерывно увеличиваться до тѣхъ поръ, пока сокращеніе достигнетъ величины $\frac{D^2 - 4d^2}{4(D^2 - d^2)} h$, а затѣмъ станетъ уменьшаться. Кубическое содержаніе тѣла наибольшаго объема, по введеніи величины n въ уравненіе 4), получится равнымъ

$$v_{max} = \frac{\pi}{4} D^2 h \cdot \frac{27}{64} \frac{D^2}{D^2 - d^2} \dots \dots \dots 6),$$

длина его $= \frac{3D^2}{4(D^2 - d^2)} h$, верхній діаметръ его будетъ $= \frac{1}{2} D$.

Объемъ усѣченного тѣла наибольшаго объема, образуемаго изъ полного параболоида, будетъ равенъ $\frac{\pi}{4} D^2 H \cdot \frac{27}{64}$, длина его равна $\frac{3}{4} H$, верхній діаметръ его—равенъ $\frac{1}{2} D$.

3. Если съ усѣченіемъ нейлоида поступить такимъ же образомъ, какъ съ усѣченіями прямобокаго и параболическаго конусовъ, то діаметръ d_1 , соответствующій сокращенію длины на $\eta = nh$, будетъ равенъ $\sqrt{[nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}]^3}$. Если обѣ эти величины вставить въ формулу, выражающую кубическое содержаніе

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d_1}{2} \right)^2 (h - \eta),$$

то получится

$$v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + \sqrt{[nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}]^3}}{2} \right)^2 (1-n) h \dots \dots \dots 7)$$

Если дифференцировать это уравненіе къ n , то получается

$$\frac{dv}{dn} = \frac{\pi}{4} \left\{ \frac{3}{4} \left\{ D + \sqrt{[nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}]^3} \right\} \sqrt{nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}} \right. \\ \left. (D^{2/3} - d^{2/3}) (1-n) - \left(\frac{D + \sqrt{[nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}]^3}}{2} \right)^2 h \right\},$$

а если предположить правую сторону этого уравнения равною нулю, то

$$3\sqrt{nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}} (D^{2/3} - d^{2/3})(1-n) - \\ (D + \sqrt{nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}})^3 = 0$$

или

$$\sqrt{nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}} [3(D^{2/3} - d^{2/3})(1-n) - \\ (nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}) - D] = 0.$$

Если $\sqrt{nD^{2/3} + (1-n)d^{2/3}}$ замѣнить новымъ неизвѣстнымъ x , то получается

$$n = \frac{x^2 - d^{2/3}}{D^{2/3} - d^{2/3}}$$

и вслѣдствіе этого

$$x [3(D^{2/3} - x^2) - x^2] - D = 0$$

или

$$x^3 - \frac{3}{4} D^{2/3} x + \frac{1}{4} D = 0.$$

Такое кубическое уравненіе имѣетъ три корня

$$-\sqrt[3]{D}, +\frac{1}{2}\sqrt[3]{D}, +\frac{1}{2}\sqrt[3]{D},$$

изъ которыхъ можетъ быть взятъ только первый, а тогда

$$(1-n)D^{2/3} + (1-n)d^{2/3} = 0.$$

Но условія этого уравненія тогда только выполнены, когда будетъ $n=1$, т. е. изъ усѣченного нейлоида нельзя съ уменьшеніемъ высоты получать такіа усѣченія, которыя бы заключали болѣе объема, чѣмъ первоначально взятый усѣченный конусъ.

Конечно, то же самое заключеніе относится и къ полному нейлоиду.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Вычисленіе кубическаго содержанія деревьевъ на корню.

ВВЕДЕНІЕ.

§ 23.

Методы вычисленія кубическаго содержанія деревьевъ на корню.

Вычисленіе кубическаго содержанія срубленныхъ деревьевъ, какъ мы видѣли въ предшествующей главѣ, не представляетъ большихъ затрудненій; но при опредѣленіи кубическаго содержанія стоящихъ на корню деревьевъ являются значительныя, частію еще непреодолимыя трудности. Мы видѣли, что на срубленныхъ деревьяхъ возможно получать необходимыя для вычисленія кубическаго содержанія данныя, выражающія въ числахъ длину и толщину, въ любомъ количествѣ и съ надлежащей точностью, черезъ непосредственное приложеніе масштабовъ; совсѣмъ иное представляютъ намъ растущія деревья; тутъ мы можемъ получать необходимыя для вычисленій элементы непосредственнымъ обмѣромъ только въ предѣлахъ роста наблюдателя, если не захотимъ прибѣгать къ операціямъ, которыя во всѣхъ случаяхъ чрезвычайно затруднительны и часто даже совсѣмъ не выполнимы (взлѣзаніе на деревья по лѣстницамъ и т. д.). Поэтому мы принуждены элементы для вычисленія, именно высоту дерева и діаметры, находящіеся выше роста наблюдателя, измѣрять посредствомъ инструментовъ, которые могутъ быть двоякаго рода: инструменты, служащіе для измѣренія высотъ и инструменты, служащіе для измѣренія діаметровъ.

Изъ примѣненія этихъ инструментовъ вытекаютъ два метода для опредѣленія кубическаго содержанія деревъ, стоящихъ на корню, а именно: раздѣляя дерево на части или секціи, и Пресслера методъ по условной высотѣ.

Но часто при опредѣленіи кубическаго содержанія растущихъ деревъ совсѣмъ отказываются отъ точныхъ измѣреній и довольствуются только оцѣнкою кубическаго содержанія дерева, причемъ или пользуются только навыкомъ глаза, т. е. примѣняютъ оцѣнку на глазомѣръ или же пользуются опытами и изслѣдованіями другихъ лицъ, руководствуясь составленными ими массовыми таблицами и видовыми числами.

Первый отдѣлъ.

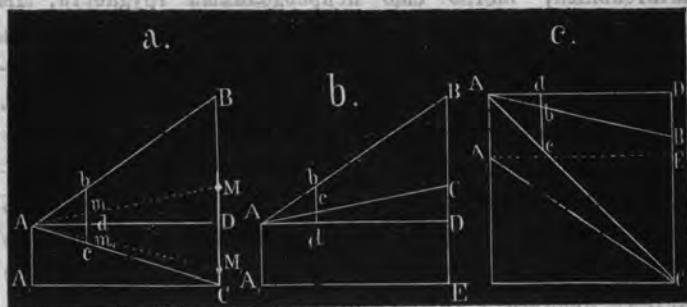
Инструменты.

§ 24.

Инструменты для измѣренія высоты деревь.

1. *Теорія геометрическаго измѣренія высоты.*—Многочисленные высотомѣры опредѣляютъ высоту деревь или путемъ геометрическимъ, или же тригонометрическимъ. Инструменты перваго разряда разсматриваютъ дерево какъ бы раздѣленнымъ на двѣ части BD и DC (фиг. 19 $a b c$),

Фиг. 19.



причемъ буква D ставится на концѣ горизонтальной линіи AD , идущей отъ глаза наблюдателя A . Смотря по наклонности земной поверхности пунктъ D будетъ находиться или: между вершиною и основаніемъ (фиг. 19 a), или ниже основанія (фиг. 19 b), или же надъ вершиною дерева (фиг. 19 c).

Во всѣхъ 3-хъ случаяхъ, направляя лучъ зрѣнія (визируя) на вершину дерева и на его основаніе, образуютъ, посредствомъ различныхъ приспособленій, на высотомѣрѣ треугольники Abd и Adc , подобные треугольникамъ ABD и ADC . Если, кромѣ того, измѣрить горизонтальное разстояніе наблюдателя отъ оси дерева, т. е, линію AD , то въ этихъ треугольникахъ получаются слѣдующія отношенія:

$$BD : bd = AD : Ad$$

$$DC : dc = AD : Ad,$$

а изъ нихъ выводятся

$$BD = \frac{bd}{Ad} \cdot AD$$

$$DC = \frac{dc}{Ad} \cdot AD$$

Сложивъ два послѣднихъ вывода, получимъ (фиг. 19 а)
 $BD + DC$, или

$$H = \frac{bd + dc}{Ad} AD \quad 1^a)$$

Взглянувъ на фиг. 19 б видно тотчасъ, что $H = BD - DC$, или

$$H = \frac{bd - dc}{Ad} AD \quad 1^b)$$

Наконецъ, фигура 19 с указываетъ, что $H = DC - BD$, или

$$H = \frac{dc - bd}{Ad} AD \quad 1^c)$$

Величины bd , dc и Ad отсчитываютъ принятою единицею мѣры на высотомѣрѣ; линія же AD измѣряется посредствомъ тесмы, или посредствомъ одного изъ другихъ орудій, описанныхъ въ § 7, употребляемыхъ для измѣренія длины линій, и выражается метрами, такъ что и высота дерева получится также въ метрахъ.

Длина AD можетъ быть найдена и безъ непосредственнаго измѣренія, слѣдующимъ образомъ: поставимъ (фиг. 19 а) возлѣ ствола, въ вертикальномъ положеніи, жердь или брусокъ извѣстной длины, съ условіемъ, чтобы разстояніе между осью ствола и глазомъ наблюдателя было равно разстоянію между жердью и глазомъ того же наблюдателя. Затѣмъ, визируя не только на вершину и на основаніе дерева, но также на верхній и нижній конецъ жерди, на которой особыми, явственными значками должны быть обозначены верхняя и нижняя точки визирования M и M_1 , между коими разстояніе извѣстно, тогда черезъ пересѣченіе линій, получимъ на высотомѣрѣ, кромѣ bd и dc , еще и md и dm_1 ; изъ подобія же треугольниковъ AMD , Amd и DM_1Adm_1 , выводится

$$\begin{aligned} MD : md &= AD : Ad \\ DM_1 : dm_1 &= AD : Ad, \end{aligned}$$

или

$$MD = \frac{md}{Ad} \cdot AD$$

$$DM_1 = \frac{dm_1}{Ad} \cdot AD.$$

Вставляя-же значеніе x въ первое уравненіе, получимъ

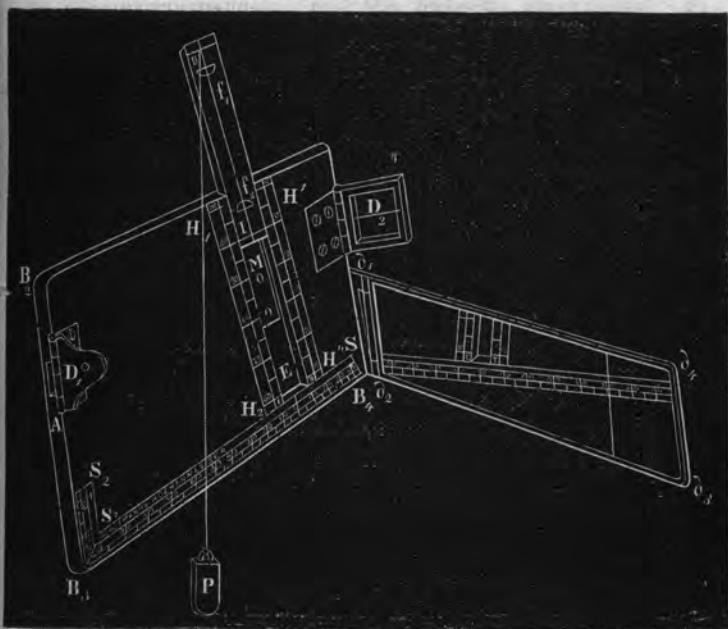
$$H = \frac{bd + dc}{Ad} \left(e + \frac{A'd_1}{b_1d_1 + d_1c_1} \cdot H \right),$$

изъ чего слѣдуетъ, что

$$H = \frac{(bd + dc) (b_1d_1 + d_1c_1)}{Ad (b_1d_1 + d_1c_1) - A'd_1 (bd + dc)} \cdot e.$$

2. Зеркальный гипсометръ Фаустманна. Самый уютный и цѣлесообразный высотомѣръ этого рода, даже, пожалуй, самый цѣлесообразный изъ всѣхъ высотомѣровъ вообще — есть зеркальный гипсометръ Фаустманна *) (фиг. 21). Онъ

Фиг. 21.



состоитъ изъ дощечки $B_1 B_2 B_3 B_4$, длиною въ 18 сант.; шириною въ 8 сант. и толщиною въ 0,6 сант.; снабженной параллельно къ ея верхнему и нижнему краю, двумя діоптрами

*) Allgem. Forst- u. Jagdz. 1856. S. 441. — Многие высотомѣры описаны въ сочиненіяхъ, упомянутыхъ въ § 2, а именно у: Baur, Hartig. Ed. Heyer, Hoszfeld, König u. Smalian. Справиться можно у: Groszbauer, Franz, Das Winkler'sche Taschen- Den rometer neuster Construction in seiner Anwendung zur Baum- und Bestandesschätzung und zu anderen in der fôrstlichen Praxis vorkommenden Messungsarbeiten. Mit 63 in den Text eingedruckten Holzschnitten. wien, 1864. Wilhelm Braumüller. 8.

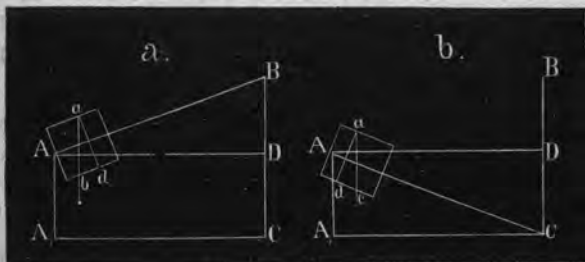
D_1 и D_2 , изъ которыхъ D_1 , имѣющій для визировація дырочку, представляетъ глазной діоптръ, а D_2 предметный діоптръ, имѣющій натянутый конскій волосъ для точнѣйшаго обозначенія того мѣста на предметѣ, куда направленъ взглядъ. Оба діоптра укрѣплены на шарнирахъ, чрезъ посредство которыхъ могутъ быть притнуты и уложены на переднюю сторону дощечки. Параллельно къ визирной линіи, т. е. къ линіи, проведенной отъ дырки глазнаго діоптра D_1 къ волоску, находящемуся въ предметномъ діоптрѣ D_2 , прикрѣплена къ дощечкѣ, по краю ея, полоска лакированной бумаги, на которой нанесено дѣленіе скалы SS_1 . На этой скалѣ точка нуля обозначена на мѣстѣ пересѣченія прямой SS_1 съ перпендикулярною къ ней и къ линіи визировація прямою-же. Вправо отъ нулевой точки нанесено на скалѣ 40 равныхъ частей; влево отъ нуля помѣщено 100 такихъ же частей; также раздѣлена на 20 равныхъ частей и небольшая скала $S_1 S_2$ образующая прямой уголъ съ первою скалою. Цыфры на всей скалѣ пишутся на выворотъ, потому что они читаются не прямо съ доски, а черезъ зеркало. Черточки, сдѣланныя на скалѣ $SS_1 S_2$ не стоятъ перпендикулярно къ прямой SS_1 и къ прямой $S_1 S_2$, но суживаются кверху. Если продлить эти черточки дѣленія, то они непременно должны сойтись въ одной точкѣ, которая находится на прямой линіи, проходящей черезъ точку нуля, перпендикулярно къ линіи визировація $D_1 D_2$, слѣдовательно и къ прямой линіи SS_1 . Если на этой перпендикулярной линіи, въ такомъ-же разстояніи отъ нулеваго пункта, въ какомъ онъ находится отъ черточки дѣленія, обозначенной цыфрою 100, взять точку, то именно она и будетъ тотъ пунктъ, въ которомъ сходятся всѣ линіи, составляющія продолженіе черточекъ, образующихъ дѣленіе на скалѣ $SS_1 S_2$. Эту скалу $SS_1 S_2$ Фаустманъ называетъ скалою высотъ (Höhenscala).

Параллельно съ прямою, составляющею перпендикуляръ къ линіи визировація и къ проведенной черезъ нулевую точку на скалѣ высотъ, вырѣзано на дощечкѣ углубленіе E , котораго поперечный разрѣзъ представляетъ собою параллельную трапецію, широкая сторона которой образуетъ дно вырѣзки. Въ углубленіе это входитъ задвижка $f_1 f_2$, которая выварена въ льяномъ маслѣ для того, чтобы она не коробилась и не взбухала. Кромѣ того, на днѣ вырѣза сдѣлана плоская выемка, въ которую вставляется мѣдная

пластинка съ подъемною пружинкою M , прижимающая задвижку $f_1 f_2$ къ бокамъ вырѣза. Съ каждой стороны задвижки или запора устроены, параллельно къ нему, скѣлы H_1 , H_2 и $H' H''$, названныя Фаустманномъ, вслѣдствіе нижеприведенныхъ причинъ, скѣлами разстояній (*Distanzscala*). На правой скѣлѣ сдѣланы дѣленія, коихъ части обозначены цифрами, начиная съ 10-ти и кончая 60-тью; на лѣвой же, отъ 60-ти до 110-ти; такимъ образомъ, черточки, обозначенныя на одной скѣлѣ 10-тью, а на другой 60-тью, или же 60 и 110, составляютъ прямыя линіи. Въ углубленіе между этими двумя скѣлами вдвигается запорка, концы которой обозначены значками I и II. Къ средней линіи, проведенной чрезъ средину запорки, находящейся перпендикулярно къ скѣлѣ SS_1 , въ ея нулевой точкѣ, привѣшанъ на шелковинкѣ отвѣсъ P , состоящій изъ куска свинца; шелковинка этого отвѣса прикрѣплена на томъ концѣ запорки, который обозначенъ римскою цифрою II. Когда отвѣсъ не находится въ употребленіи, его можно прятать въ вырѣзкѣ A , сдѣланной въ доскѣ подъ глазнымъ діоптромъ D_1 . Къ краю дощечки $B_1 B_4$ прикрѣплено посредствомъ шарнира зеркало $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4$, въ мѣдной оправѣ идвигающееся на упомянутомъ шарнирѣ, вслѣдствіе чего оно можетъ быть поднято, или опущено подъ любымъ угломъ къ верхней площади доски, а также можетъ на нее лечь, такъ что весь инструментъ можно удобно помѣстить въ футлярѣ изъ папки.

Теорія инструмента очень не сложна, а именно; если наблюдатель, желающій измѣрить высоту дерева BC (фиг. 22 *ab.*) помѣстится въ пунктѣ A и будетъ визировать чрезъ

Фиг. 22.



оба діоптра на точку B , то остающаяся въ вертикальномъ положеніи нитка отвѣса отойдетъ на скѣлѣ на какое-либо разстояніе отъ нулевой точки d ; положимъ нитка пересѣ-

четь скалу въ точкѣ b (фиг. 22 a). Вслѣдствіе этого, изъ трехъ прямыхъ, т. е. изъ средней линіи запорки ad , отвѣсной нитки ab и части скалы bd , образуется прямоугольный треугольникъ abd , который подобенъ треугольнику въ натурѣ ABD *), потому что ad перпендикулярна къ AB , ab къ AD .

Точно такъ, если направить визиръ къ основанію дерева C (фиг. 22 b), то отвѣсная нитка отойдетъ отъ нулевой точки на разстояніе dc , вслѣдствіе чего треугольникъ acd будетъ подобенъ треугольнику ACD , такъ какъ ac перпендикулярна къ AD , а ad къ AC . Изъ этихъ четырехъ треугольниковъ вытекають пропорціи:

$$\begin{aligned} BD : bd &= AD : ad \\ DC : dc &= AD : ad; \end{aligned}$$

слѣдовательно

$$BC = \frac{bd}{ad} AD,$$

$$DC = \frac{dc}{ad} AD.$$

Складывая въ общій итогъ и имѣя въ виду, что $BC + DC$ равны высотѣ дерева H , получимъ

$$H = \frac{bd + dc}{ad} AD.$$

Въ этомъ уравненіи bd и dc представляютъ (на скѣлѣ высотѣ) число пропорціонально уменьшенныхъ частей той единицы мѣры, какая принята для измѣренія въ натурѣ; ad указываетъ на дистанцъ-скѣлѣ число частей (въ такой-же пропорціи уменьшенныхъ, какъ на скѣлѣ высотѣ и той же единицы мѣры), образующихъ разстояніе точки прикрѣпленія нити отвѣса отъ нулеваго пункта, помѣщенного на скѣлѣ высотѣ. (Если запорка вставлена въ вырѣзку такъ, что первымъ входитъ конецъ со значкомъ I, то берется число на скѣлѣ по лѣвую руку; когда же впередъ засовывается конецъ со значкомъ II, то на скѣлѣ берутъ число по правую руку). Частное $\frac{bd + dc}{ad}$ должно быть еще умножено на число единицъ мѣры горизонтальнаго разстоянія AD и тогда тою-же единицею мѣры получается высота дерева.

*) Смотри выше объясненіе фиг. 19 abc на счетъ пункта D .

Уравненіе $H = \frac{bd+dc}{ad} AD$ можетъ быть еще упрощено двоякимъ образомъ, а именно: если запорку пускать впередъ концемъ со значкомъ I и черту этого значка установить на черточку съ цифрою 100, находящуюся на дистанцъ-скѣлѣ по лѣвую руку, то ad , или разстояніе между точкою прикрѣпленія отвѣса и нулевою точкою, будетъ равно 100 частямъ дистанцъ-скѣлы, причеиъ вышеприведенное уравненіе измѣнится слѣдующимъ образомъ:

$$H = \frac{bd+dc}{100} AD.$$

Съ другой стороны можно также избѣгнуть умноженія на AD . Измѣривъ разстояніе AD ранѣе визированія инструмента и установивъ запорку такъ, чтобы разстояніе между точкою укрѣпленія нити отвѣса и нулевымъ пунктомъ, составляя на дистанцъ-скѣлѣ такое число частей, сколько по измѣренію въ натурѣ горизонтальнаго разстоянія AD оказалось числоиъ единицъ принятой мѣры; тогда число частей на дистанцъ-скѣлѣ ad будетъ равно числу единицъ мѣры, заключающихся въ линіи AD ; слѣдовательно

$$ad : AD = 1 : n$$

такъ что

$$H = (bd+dc) n,$$

т. е. при подобномъ положеніи задвижки получаютъ прямо высоту дерева въ тѣхъ цифрахъ, какія пересѣчетъ нить отвѣса на скѣлѣ высотъ.

Изъ всего вышесказаннаго легко понять, какимъ образомъ употребляется этотъ инструментъ. Мѣрщикъ становится на нѣкоторомъ разстояніи отъ измѣряемаго дерева (если возможно, на разстояніе приблизительно равное высотѣ дерева, потому что въ этомъ случаѣ ошибка, происходящая отъ визированія, будетъ наименьшая *), и измѣ-

* Это положеніе можетъ быть элементарно объяснено такимъ образомъ: если въ треугольникѣ ABC , имѣющемъ прямой уголъ C , сторона $BC = a$, $AC = b$, уголъ $BAC = \varphi$, то



$$\frac{a}{b} \tan \varphi.$$

Если измѣнить b на малую величину Δb , φ на малую величину $\Delta \varphi$, тогда a измѣнится тоже на Δa и мы получимъ

рять горизонтальное разстояніе между избраннымъ пунктомъ и осью дерева. Затѣмъ, можно дѣйствовать двумя способами, а именно: значекъ I ставить на черточку дѣленія 100, обозначенную на дистанцѣ скѣлъ и начинаютъ ви-

$$\frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} = \tan (\varphi + \Delta \varphi).$$

Вычтемъ изъ этого уравненія $\frac{a}{b} = \tan \varphi$, то получимъ

$$\frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} - \frac{a}{b} = \tan (\varphi + \Delta \varphi) - \tan \varphi.$$

Разложимъ тангенсы суммы угловъ $\varphi + \Delta \varphi$, тогда

$$\frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} - \frac{a}{b} = \frac{\tan \varphi + \tan \Delta \varphi}{1 - \tan \varphi \cdot \tan \Delta \varphi} - \tan \varphi,$$

или, такъ какъ по малости $\Delta \varphi$, можно, вмѣсто $\tan \Delta \varphi$, поставить $\Delta \varphi$,

$$\frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} - \frac{a}{b} = \frac{\tan \varphi + \Delta \varphi}{1 - \Delta \varphi \cdot \tan \varphi} - \tan \varphi.$$

Послѣ небольшого видоизмѣненія можно вывести:

$$\frac{b \Delta a - a \Delta b}{b(b + \Delta b)} = \frac{\Delta \varphi (1 + \tan^2 \varphi)}{1 - \Delta \varphi \tan \varphi}.$$

Уничтоживъ перемноженіемъ знаменатели и отбросивъ всѣ члены, въ которыхъ встрѣчается произведеніе ничтожныхъ величинъ $\Delta a \Delta \varphi$ и $\Delta b \Delta \varphi$, получимъ

$$b \Delta a = a \Delta b + b^2 \Delta \varphi (1 + \tan^2 \varphi),$$

или

$$\Delta a = \frac{a}{b} \Delta b + b \Delta \varphi (1 + \tan^2 \varphi).$$

Слѣдовательно, для того, чтобы ошибка въ высотѣ, или Δa , сдѣлалась бы возможно малою, должно, чтобы

$$\frac{a}{b} \Delta b + b \Delta \varphi (1 + \tan^2 \varphi)$$

тоже сдѣлалось минимумомъ. Но очевидно, что наименьшую величину, которую это уравненіе можетъ принять, составляетъ нуль; поэтому, если положимъ, что

$$\frac{a}{b} \Delta b + b \Delta \varphi (1 + \tan^2 \varphi) = 0,$$

а въ первомъ членѣ, вмѣсто $\frac{a}{b}$ поставимъ равняющееся ему $\tan \varphi$, то получимъ

$$\Delta b \tan \varphi + b \Delta \varphi (1 + \tan^2 \varphi) = 0,$$

и наконецъ

$$\frac{\Delta b}{\Delta \varphi} = b \frac{1 + \tan^2 \varphi}{\tan \varphi}.$$

Такъ какъ правая сторона этого уравненія равна $b \frac{1}{\sin \varphi \cos \varphi}$, то не измѣняя ея величину, можно ее преобразовать, умножая и въ

визировать черезъ діоптры на верхушку и на основаніе дерева; затѣмъ, замѣчаютъ черезъ зеркало положеніе отвѣсной нитки во время обѣихъ визированій, вслѣдствіе чего получаютъ въ цифрахъ на скалѣ высотъ, отраженіемъ въ зеркалѣ, величины bd и dc ; ихъ сумму раздѣляютъ на 100 (ad), потомъ умножаютъ частное на цифру горизонтальнаго разстоянія и получаютъ въ произведеніи искомую высоту дерева въ одной единицѣ мѣры съ разстояніемъ отъ измѣряемаго предмета.

Можно, однако, поступить также слѣдующимъ образомъ: если горизонтальное разстояніе оси дерева отъ мѣста установки инструмента будетъ отъ 10 до 60 единицъ принятой для измѣренія мѣры (метровъ), то впередъ запускаютъ конецъ запорки со значкомъ II; а если горизонтальное разстояніе дерева отъ мѣста установки инструмента будетъ 60 до 110 единицъ мѣры (метровъ), то запорка вкладывается впередъ концами, гдѣ значекъ I. Затѣмъ указательная черта на запоркѣ (какъ на концѣ I, такъ и II) ставится противу той цифры на дистанцъ-скалѣ, которая выражаетъ найденное при измѣреніи горизонтальнаго разстоянія отъ дерева число единицъ мѣры. Въ этомъ случаѣ, при визированіи инструмента, мы въ цифрахъ (скалы высотъ), отраженныхъ въ зеркалѣ, получаемъ прямо, безъ вычислений, высоту дерева въ единицахъ той мѣры, какою измѣрялось разстояніе отъ дерева.

Если бы, напримѣръ, по измѣренію между наблюдателемъ и осью дерева оказалось горизонтальное разстояніе равнымъ 63 метрамъ и, еслибы, поставивъ значекъ I на 100, мы, при визированіи инструмента на вершину и на основаніе дерева, увидѣли въ зеркалѣ, что на скалѣ высотъ, вправо отъ нулевой точки, находится цифра 41, а влево 12,5, то вся высота дерева была бы

то же время раздѣляя ее на 2; тогда получается — $2b \frac{1}{2\sin\varphi\cos\varphi}$,

или же — $2b \frac{1}{\sin 2\varphi}$, такъ что $\frac{\Delta b}{\Delta\varphi} = - 2b \frac{1}{\sin 2\varphi}$.

Частное же изъ $\frac{\Delta b}{\Delta\varphi}$ достигаетъ тогда только наименьшую величину — $2b$, когда $\frac{1}{\sin 2\varphi} = 1$, или когда $\sin 2\varphi = 1$; это можетъ случиться только тогда, когда $2\varphi = 90^\circ$, или когда $\varphi = 45^\circ$, т. е. когда треугольникъ ABC будетъ равнобедреннымъ прямоугольнымъ треугольниками, что и требовалось доказать.

$$\frac{41 + 12.5}{100} 63 = 33,7 \text{ метровъ.}$$

Если-же, напротивъ того, значекъ 1 былъ бы поставленъ на черточку дистанцъ скалы подъ цифрою 63, и зеркало показало бы намъ вправо отъ нулевой точки 25,7, а влево 8, то высота дерева получилась бы непосредственно, т. е.

$$25,7 + 8 = 33,7 \text{ метрамъ.}$$

Ранѣе, чѣмъ употреблять вышеописанный инструментъ, нужно убѣдиться въ томъ, что линія визированія, т. е. линія, проведенная отъ глазнаго отверстія къ предметному волоску, идетъ параллельно съ скалою высотъ, а также, что средняя линія задвижки перпендикулярна къ той-же скалѣ высотъ и проходитъ черезъ находящуюся на послѣдней скалѣ точку нуля. Оба рода испытанія легко произвести посредствомъ циркуля и линейки.

Если инструментъ неудовлетворяетъ первому изъ сихъ условій, то погрѣшность можетъ быть исправлена передвиженіемъ одного изъ діоптровъ; если же не выполнено второе условіе, то поправка можетъ быть сдѣлана перемѣщеніемъ въ сторону точки прикрѣпленія отвѣса въ значекъ II.

При опредѣленіи высотъ, помощью этого инструмента, могутъ быть иногда получаемы невѣрные результаты, вслѣдствіе трехъ причинъ: или цифры не вѣрно прочтены въ зеркалѣ, или визированіе сдѣлано неправильно, или-же измѣреніе въ натурѣ растоянія отъ предмета произведено не точно. Не касаясь грубыхъ погрѣшностей, первый источникъ являющихся ошибокъ кроется въ толщинѣ нитки отвѣса, которая вліяетъ на столько, что можетъ произвести ошибку, равняющуюся около одной четверти одного дѣленія, сдѣланнаго на скалѣ высотъ. Ошибочное визированіе едва-ли возможно, такъ какъ одного взгляда въ зеркало достаточно для чтенія цифръ; а также можно всегда избѣжать и ошибокъ при измѣреніи разстоянія отъ предмета. Поэтому, если на скалѣ высотъ нитка отвѣса указываетъ на части дѣленія a_1 и a_2 , то возможная ошибка будетъ равняться $a_1 \pm \frac{1}{4}$ и $a_2 \pm \frac{1}{4}$, такъ что въ самомъ неблагоприятномъ случаѣ, получится

$$H_1 = \frac{a_1 \pm \frac{1}{4} + a_2 \pm \frac{1}{4}}{100} AD,$$

$$= \frac{a_1 + a_2}{100} AD \pm \frac{1}{200} AD.$$

Наибольшая ошибка была бы слѣдовательно, равна $\pm \frac{1}{200} AD$, т. е. составляла бы полпроцента всей длины измѣреннаго расстоянія инструментомъ отъ предмета, такъ что, если $AD = 63$ метрамъ, то возможная ошибка $\pm 0,315$ метрамъ *).

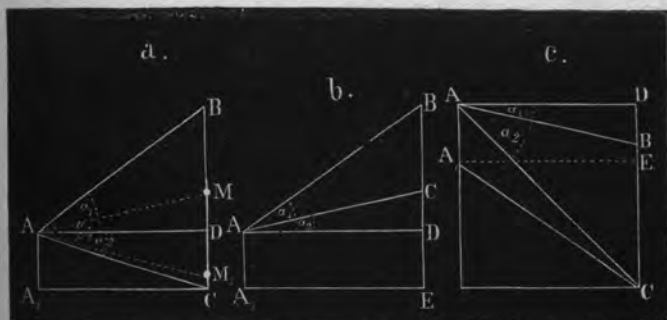
§ 25.

Продолженіе.

1. Теорія тригонометрическаго способа измѣренія высотъ.

Измѣреніе высотъ способомъ тригонометрическимъ отличается отъ способа геометрическаго только формою выраженія числовыхъ выводовъ. Если, на примѣръ, къ высотомѣру придѣлать дугу и опредѣлять съ ея помощью углы $BAD = a_1$, и $CAD = a_2$ (фиг. 24а, b, c.), образуя, конечно,

Фиг. 24.



эти углы посредствомъ визированія инструмента, подобно тому, какъ объяснено было въ § 24. I., какъ на вершину дерева B , такъ и на основаніе того-же дерева C , то по правиламъ тригонометріи, получимъ

*) Зеркальный гипсометръ можетъ быть также съ пользою употребленъ и для небольшихъ нивелированій, особенно для отысканія на мѣстности пунктовъ равной высоты; но здѣсь было бы не вѣстать распространяться объ этомъ. Противъ этого инструмента можно сказать только то, что въ немъ обращено слишкомъ большое вниманіе на дешевизну. Инструментъ много бы выигралъ въ достоинствахъ своихъ, если бы дощечку сдѣлать нѣсколько толще, вырѣзку для запорки глубже, а оправу зеркала прочнѣе и вообще всѣ части отдѣлать тщательнѣе.

$$BD = AD \tan a_1,$$

$$DC = AD \tan a_2,$$

слѣдовательно, для случаевъ, приведенныхъ въ фигурѣ 24а, б, с, будетъ

$$H_a = AD (\tan a_1 + \tan a_2),$$

$$H_b = AD (\tan a_1 - \tan a_2),$$

$$H_c = AD (\tan a_2 - \tan a_1).$$

Когда бы, почему либо, пожелали избавиться отъ непосредственнаго на поверхности земли измѣренія растоянія точки установки инструмента отъ дерева, то такое растояніе AD можетъ быть опредѣлено съ помощью бруска, имѣющаго напередъ извѣстную длину, т. е. посредствомъ визиrowанія на значки M и M_1 , сдѣланные близъ концовъ упомянутаго бруска, черезъ что (въ фиг. 24а) опредѣляются углы μ_1 и μ_2 , и тогда будетъ

$$MD = AD \tan \mu_1,$$

$$DM_1 = AD \tan \mu_2,$$

слѣдовательно $MD + DM_1$, или

$$a = AD (\tan \mu_1 + \tan \mu_2),$$

или

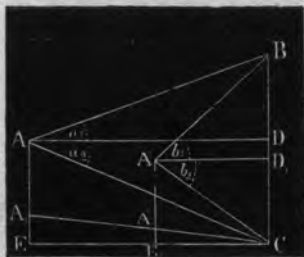
$$AD = \frac{a}{\tan \mu_1 + \tan \mu_2}.$$

Если выраженіе этой величины включить, на примѣръ, въ H_a , то

$$H_a = a \frac{\tan a_1 + \tan a_2}{\tan \mu_1 + \tan \mu_2}.$$

Въ случаѣ, если горизонтальное разстояніе AD , между точкою наблюденія и осью дерева, не будетъ доступно на всемъ его протяженіи, надо и здѣсь, какъ прежде, измѣрить горизонтальную проецію $EE_1 = e$ (фиг. 25) доступной

Фиг. 25.



намъ части A_1A_1' и въ точкѣ A_1 опредѣлить углы a_1 и a_2 , въ точкѣ же A_1' углы β_1 и β_2 . Тогда изъ треугольниковъ ABD и ACD , если $E_1C = x$, получимъ

$H = (e + x) (\tan a_1 + \tan a_2)$; напротивъ того, изъ треугольниковъ $A'BD_1$ и $A'CD_1$

$$H = x (\tan \beta_1 + \tan \beta_2),$$

Изъ этого послѣдняго уравненія вытекаетъ, что

$$x = \frac{H}{\tan \beta_1 + \tan \beta_2},$$

и, если выраженіе этой величины вставить въ нашъ первый выводъ, то получимъ

$$H = \left(e + \frac{H}{\tan \beta_1 + \tan \beta_2} \right) (\tan a_1 + \tan a_2)$$

или

$$H = e \frac{\tan a_1 + \tan a_2}{(\tan \beta_1 + \tan \beta_2) - (\tan a_1 + \tan a_2)}$$

2. *Измѣритель Пресслера*: Самый несложный инструментъ изъ числа этого рода высотомѣровъ—есть измѣритель Пресслера *). Онъ состоитъ изъ наклееннаго на холстъ картона, на которомъ сдѣланы крестообразно, подъ прямыми углами, прорѣзы, такъ что эта картонная пластинка, образующая четыре равные, квадратные поля, въ мѣстахъ прорѣзовъ можетъ быть сгибаема подъ прямымъ угломъ. Правое нижнее поле этой доски, т. е. то самое, которое при складываніи образуетъ переднюю сторону инструмента, предназначено для измѣренія высотъ и для этой цѣли снабжено дугою, заключающею 118 градусовъ; въ центрѣ этой дуги прикрѣпленъ на ниткѣ отвѣсъ, гирька котораго, въ случаѣ ненадобности, можетъ быть спрятана въ маленькій кармашекъ, находящійся на обтянутой холстомъ задней сторонѣ папки. Дѣленіе на дугѣ доведено до точности полуградуса, хотя, впрочемъ, можно оцѣнкою съ достаточною вѣрностью опредѣлить углы, до точности одной восьмой доли градуса. Непосредственно возлѣ градуснаго дѣленія обозначены тангенсы угловъ для радіуса 100.

*) Подробное описаніе и точное указаніе употребленія этого полезнаго инструментика можно найти въ сочиненіи „Pressler, das mathematische Aschenbrödel in Schule, Werkstatt, Wald und Feld oder der Ingenieur.—Meszknecht in 4. Auflage. Leipzig. Baumgärtner's Buchhandlung. 1870. 8“.

На русскомъ языкѣ имѣется описаніе этого инструмента и употребленія его въ изданномъ редакціей бывшей газеты „Лѣсоводство и Охота“, въ 1855 году, переводѣ перваго изданія брошюры Пресслера, подъ заглавіемъ „Измѣритель чрезвычайно простой, дешевый, удобно и разнообразно употребляемый“. Инструментъ для разнаго рода измѣреній и вычисленій, предстоящихъ гг. лѣсничимъ, сельскимъ хозяевамъ, инженерамъ и лѣсопромышленникамъ. Сочиненіе Пресслера, С.-Петербургъ, въ типографіи Дмитріева. 1855.

При употребленіи инструмента его складываютъ по раздѣламъ въ кубикъ, такъ что на предназначенномъ для измѣренія высотъ полѣ, визируютъ по верхнему его краю, какъ на верхушку, такъ и на основаніе дерева, причемъ каждый разъ замѣчаютъ углы α_1 и α_2 , образуемые отклоненіемъ отвѣса отъ другаго края поля, перпендикулярнаго къ верхнему краю, или же тангенсы этихъ угловъ; затѣмъ, сумму или разность этихъ послѣднихъ раздѣляютъ на 100 и умножаютъ частное на число единицъ мѣры, вмѣщающихся въ горизонтальномъ разстояніи AD . Если, напримѣръ, это разстояніе будетъ равно 63 метрамъ, $\alpha_1=22\frac{1}{4}^\circ$, $\alpha_2=7\frac{1}{4}^\circ$, то $\tan \alpha_1=0,41$, $\tan \alpha_2=0,125$ и $H=63 (0,41+0,125)=33,7$ метрамъ.

Ранѣе, чѣмъ употреблять этотъ инструментъ, надо убѣдиться въ томъ, что прямая линія, идущая черезъ точку прикрѣпленія отвѣса и черезъ нулевую точку круга, перпендикулярна къ діаметру другаго круга, котораго центръ въ означенной нулевой точкѣ, а самый діаметръ совпадаетъ съ линіей, параллельной къ тому краю инструмента, вдоль котораго производятъ визированіе. Повѣрку этого условія легко произвести или приложеніемъ прямого угла треугольника, или извѣстнымъ чертежнымъ приѣмомъ, при помощи циркуля. Отклоненіе обозначается значкомъ и тогда въ измѣряемыхъ углахъ легко ввести поправку въ расчетъ.

Точность инструмента можетъ быть усилена, если его привинтить къ палкѣ, или къ треножному стативу и если въ вышеупомянутый верхній край поля, или въ какую-нибудь прямую, параллельную съ тѣмъ краемъ, вставить два визирные штифтика, или, еще лучше, два діоптра. Визирная, или соединительная линія, проведенная отъ глазной дырки къ предметной нити, должна быть строго перпендикулярна къ прямой линіи, идущей черезъ точку нуля и черезъ точку прикрѣпленія отвѣса.

Совпаденіе этихъ условій, или же уклоненіе угла, образованнаго названными линіями, отъ прямого угла, т. е. ошибка индекса *), опредѣляется слѣдующимъ образомъ:

*) Ошибку эту обыкновенно называютъ кулимаціонною ошибкою, но мы назвали ее здѣсь ошибкою индекса, потому что въ геодезій подъ именемъ кулимаціонной ошибки уже принято называть совершенно другаго рода погрѣшность, а именно: уголъ отклоненія геометрической оси вращенія зрительной трубы отъ оптической оси той же трубы.

инструментъ, прикрѣпленный къ палкѣ, или стативу, ставится на точку A на одномъ концѣ прямой линіи AB ; на точку B этой же прямой ставится нивеллирная рейка; затѣмъ, прикрѣпляютъ отвѣсъ такимъ образомъ, чтобы онъ совпадалъ съ нулевымъ пунктомъ и передвигаютъ щитокъ на рейкѣ до тѣхъ поръ, пока его середина не совпадетъ съ валікомъ объектива. Пусть высота планки будетъ l_1 , а въ точкѣ A высота глазнаго діоптра будетъ i_1 ; тогда разни́ца высотъ обоихъ пунктовъ будетъ $I_1 - i_1$. Если затѣмъ перемѣстимъ рейку въ точку A , а инструментъ въ точку B , и повторимъ вышесказанное нивеллированіе, то высота рейки будетъ I_2 , а высота инструмента i_2 , а слѣдовательно и разни́ца высотъ обоихъ пунктовъ $i_2 - I_2$. Если инструментъ правильный, т. е. безошибоченъ, то должно получиться

$$I_1 - i_1 = i_2 - I_2$$

Если же инструментъ неправильный, то, при обоихъ перемѣщеніяхъ, высота рейки будетъ представлять разни́цу на величину y , которая можетъ быть какъ положительною, такъ и отрицательною, т. е. получится слѣдующее уравненіе:

$$(I_1 + y) - i_1 = i_2 - (I_2 + y).$$

изъ чего слѣдуетъ

$$y = \frac{1}{2} (i_1 + i_2) - \frac{1}{2} (I_1 + I_2).$$

На эту величину отодвигается указательный щитокъ на рейкѣ; затѣмъ, на него направляется діоптръ и замѣчается мѣсто, которое пересѣкается ниткой отвѣса на градусномъ дѣленіи. Отклоненіе отвѣса отъ нулевой точки вводится въ расчетъ при измѣреніи угловъ.

Безъ статива можно измѣрять углы съ точностью до $\frac{1}{4}$ градуса, если при этомъ помощникъ отсчитываетъ градусы дѣленія; со стативомъ же измѣреніе можетъ дойти до точности $\frac{1}{8}$ градуса *).

*) Положимъ, что при измѣреніи горизонтальнаго разстоянія инструмента отъ измѣряемаго предмета и при визированіи не сдѣлано грубыхъ ошибокъ, то, обозначивъ погрѣшности въ измѣреніи угловъ черезъ $\Delta\alpha_1$ и $\Delta\alpha_2$; происшедшую же, вслѣдствіе такой невѣрности въ углахъ, ошибку въ высотѣ чрезъ ΔH , получимъ вообще

На счетъ точности, достигаемой измѣрителемъ, сдѣланы нѣкоторыя изслѣдованія г-номъ Бренчеке *).

Онъ получилъ при легкомъ вѣтрѣ, когда работалъ безъ статива, ошибку отъ 0,88 до 1,46 метровъ; при употребленіи же статива и визирныхъ штифтиковъ, ошибка заключалась между 0,15 и 0,58 метровъ. При тихой погодѣ и примѣняя стативъ и визирные штифтики, ошибка уменьшилась до предѣловъ 0,15 до 0,29 метровъ. Впрочемъ ошибки эти составляли то положительную, то отрицательную величину.

$$H + \Delta H = AD [\tan(\alpha_1 \pm \Delta\alpha_1) + \tan(\alpha_2 \pm \Delta\alpha_2)] =$$

$$AD \left[\frac{\tan \alpha_1 \pm \Delta\alpha_1}{1 \mp \Delta\alpha_1 \tan \alpha_1} + \frac{\tan \alpha_2 \pm \Delta\alpha_2}{1 \mp \Delta\alpha_2 \tan \alpha_2} \right].$$

или, если отнимемъ по лѣвую руку H , а по правую руку равносильное ему $AD[\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2]$, и отбросимъ всѣ члены, въ которыхъ встрѣчается произведение $\Delta\alpha_1 \Delta\alpha_2$, то послѣ небольшого счета, получимъ

$$\Delta H = AD \frac{\pm \Delta\alpha_1(1 + \tan^2 \alpha_1) \pm \Delta\alpha_2(1 + \tan^2 \alpha_2)}{1 \mp \Delta\alpha_1 \tan \alpha_1 \mp \Delta\alpha_2 \tan \alpha_2},$$

причемъ предполагается, что α_1 и α_2 не превышаютъ величину 45° .

Если бы, на примѣръ, $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = 0$, то это уравненіе, такъ какъ $\tan 45^\circ = 1$, перешло бы для положительнаго $\Delta\alpha_1$ въ

$$\Delta H = AD \frac{2\Delta\alpha_1}{1 - \Delta\alpha_1},$$

а для отрицательнаго $\Delta\alpha_1$, напротивъ того въ

$$\Delta H = AD \frac{2\Delta\alpha_1}{1 + \Delta\alpha_1}.$$

Для $\Delta\alpha_1 = +\frac{1^\circ}{4}$ ошибка еще будетъ

$$\Delta H = AD \frac{0,00873}{0,99564} = 0,0088 AD.$$

Для $\Delta\alpha_1 = -\frac{1^\circ}{4}$, напротивъ того

$$\Delta H = AD \frac{0,00873}{1,00436} = 0,0087 AD.$$

Для $AD = 63$ метрамъ, $\alpha_1 = 22\frac{1^\circ}{4}$, $\alpha_2 = 7\frac{1^\circ}{4}$, получилось бы, при погрѣшности на $+\frac{1^\circ}{4}$ въ каждомъ изъ двухъ угловъ, ошибка въ высотѣ на 0,6 метровъ; а при погрѣшности въ углахъ на $+\frac{1^\circ}{8}$, ошибка въ высотѣ составляла бы 0,4 метра.

*) Krit. Blätt. 46. B. 2. H. S. 180.

§ 26.

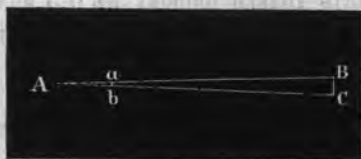
Инструменты, служащие для измѣренія у растущихъ деревь діаметровъ на разныхъ высотахъ.

1. Инструменты для измѣренія у растущихъ деревь діаметровъ основаны большею частію на томъ, что они непосредственно на инструментѣ получаютъ указаніе величины весьма малой дуги, или прямой линіи, которыя, по соображенію съ разстояніемъ инструмента отъ дерева, находятся въ извѣстной пропорціональности къ діаметру дерева, такъ что послѣдній легко выводится по разсчету. Для исполненія работы, инструменты требуютъ особыя приспособленія въ діоптрахъ и масштабы съ мелкими дѣленіями. Первые могутъ быть принаровлены къ обыкновеннымъ діоптрамъ (волоски, винтики и т. д.), или къ зрительнымъ трубамъ съ на крестъ укрѣпленными волосками.

Если (фиг. 26) разстояніе $Aa = Ab$ будетъ между глазнымъ діоптромъ и волоскомъ на предметномъ діоптрѣ и мы назовемъ это раз-

Фиг. 26.

стояніе s , толщину же предметнаго волоска $ab = \omega$, наконецъ разстояніе $AB =$



AC дерева отъ глазнаго визира равно e , то неточность при измѣреніи діаметра дерева, происходящая отъ толщины волоска діоптра, $BC = \varphi$, можетъ быть найдена изъ пропорціи

$$\varphi : \omega = e : s,$$

изъ чего слѣдуетъ, что

$$\varphi = \frac{e}{s} \omega.$$

Если бы, напримѣръ, e было равно 20 метрамъ, $s = 20$ савт., толщина предметнаго волоска $= 0,2$ миллиметрамъ, а неточность визировація ω хотя бы составляла только величину, равную половинѣ толщины волоска объектива, т. е. примѣрно 0,1 миллиметра, то неточность въ величинѣ измѣряемаго діаметра дерева была бы

$$\varphi = \frac{20}{0,20} 0,0001 = 1 \text{ сантиметру.}$$

Такъ какъ подобная ошибка можетъ встрѣтиться одинаковымъ образомъ и въ одинаковой величинѣ на обоихъ

конечныхъ пунктахъ діаметра, то эта ошибка при измѣреніи діаметра можетъ простираться до 2 сантиметровъ.

Но такая невѣрность, принимая D за настоящую величину діаметра, какъ сказано выше (§ 6), произвела бы ошибку въ площади на $\frac{2}{D}$ 200 процентовъ.

Къ только что разсмотрѣнной нами ошибкѣ, происходящей отъ неточности визированія, присоединяется еще неточность отсчитыванія на масштабѣ. Назовемъ эту послѣднюю знакомъ ω_1 , и положимъ, что отъ вліянія ея получается въ величинѣ діаметра ошибка φ_1 , то

$$\varphi_1 : \omega_1 = e : s$$

и

$$\varphi_1 = \frac{e}{s} \omega_1,$$

Если бы мы, напримѣръ, пожелали измѣрить діаметръ до 1 миллиметра точно, то можно бы съ каждой стороны сдѣлать только ошибку въ 0,5 миллиметровъ; тогда получилось бы, что $\varphi = 0,0005$, а слѣдовательно, предполагая опять, что $e = 20$ метрамъ, $s = 20$ сантиметрамъ

$$0,0005 = \frac{20}{0,20} \omega,$$

а изъ этого

$\omega_1 = \frac{0,0005 \cdot 0,20}{20} = 0,005$ миллиметрамъ, т. е. на масштабѣ должно бы быть сдѣлано дѣленіе, по которому можно отсчитывать до 0,005 миллиметровъ.

Если бы мы захотѣли, для опредѣленія діаметра, употребить теодолитъ, съ радіусомъ въ 10 сант., то, такъ какъ тамъ $s = 0,10$ метрамъ, было бы $\omega = 0,0025$ миллиметрамъ; слѣдовательно, въ этомъ случаѣ нониусъ долженъ бы раздѣлить кругъ на части, величиною до 0,0025 миллиметровъ.

Чтобы выразить эту величину мѣрою дуги a , употребляется уравненіе

$$a^\circ : 360^\circ = 0,0025 : 2 \cdot 100 \cdot \pi,$$

или, выражая a секундами

$$a = 206265'' \cdot \frac{0,0025}{100} = 5,15662 \text{ секундамъ.}$$

Изъ этого видно, что теодолитъ въ этомъ случаѣ долженъ бы быть снабженъ нониусомъ, указывающимъ разницу по меньшей мѣрѣ на 5 секундъ.

Соображая все вышесказанное, нѣтъ никакого сомнѣнія что для измѣренія посредствомъ инструментовъ толщины, деревъ, нужны непременно инструменты, снабженные зрительными трубами; инструменты же съ простыми діоптрами не соотвѣтствуютъ цѣли уже потому, что одна толщина діоптровыхъ волосковъ влечетъ за собою такую ошибку въ опредѣленіи діаметра, которая не можетъ быть терпима. Неточность этихъ діоптровъ еще усиливается тѣмъ, что для невооруженнаго глаза почти невозможно рѣзко различить конечные пункты діаметра, какъ по причинѣ цвѣта древесной коры, такъ еще и потому, что эта кора представляетъ на своей поверхности множество неправильныхъ изгибовъ, неуловимыхъ простому глазу издали.

Для того, чтобы привести къ наименьшей мѣрѣ ошибки, происходящія отъ неточности отсчитыванія, надо было бы употребить масштабъ, раздѣленный на очень мелкія части; но такъ какъ для достиженія этого нужно бы инструменту придать неудобную для употребленія значительную величину, коль скоро будутъ пользоваться устройствомъ нониуса для отсчитыванія мельчайшихъ частей, то во избѣжаніе этого слѣдуетъ взаимно нониуса устраивать микрометричный винтъ. Пока одинъ только Брейманнъ употребилъ для этой цѣли такой винтъ въ придуманномъ имъ универсальномъ инструментѣ. (Описанію универсальнаго инструмента Брейманна посвящены въ книгѣ Кунце конецъ 26 го и цѣлый параграфъ 27-й, почти 11 страницъ; но мы сочли напраснымъ помѣщать описаніе этого инструмента, такъ какъ по глубокому убѣжденію редактора перевода, на практикѣ этотъ и всѣ подобныя инструменты оказываются мало пригодными, не смотря на то, что Кунце воехвалаетъ универсальный инструментъ Брейманна).

Отдѣлъ II.

Методы для опредѣленія кубическаго содержанія стоящихъ на корнѣ деревь.

§ 28.

Глазomѣрная оцѣнка.

Этотъ старѣйшій, но и до сихъ поръ нерѣдко еще практикуемый способъ опредѣленія кубическаго содержанія стоящихъ деревь есть ни что иное, какъ весьма грубая форма той оцѣнки по видовымъ числамъ *), которая будетъ нами объяснена въ слѣдующихъ параграфахъ.

Въ этомъ способѣ устраняють всякое непосредственное, фактическое измѣреніе, а всѣ необходимыя для вывода кубическаго содержанія дерева факторы, какъ то: его толщина, длина и видовое число, опредѣляются только глазомѣромъ. Такъ какъ при этомъ способѣ достоинство результата оцѣнки зависитъ единственно отъ бѣльшей, или мѣньшей ловкости и опытности отдѣльной личности и умѣнія ея болѣе или мѣньше вѣрно оцѣнивать вышеназванные факторы, то, конечно, случается, что у людей, часто упражнявшихся и пріобрѣвшихъ навыкъ въ этомъ дѣлѣ, получаются точные и полезные результаты; но никогда, въ такомъ случаѣ, оцѣнщикъ не можетъ съ точностью опредѣлить, насколько полученные имъ результаты близко подходятъ къ истинѣ, или-же на сколько уклоняются отъ нея.

Желающій пріобрѣсти навыкъ въ оцѣнкѣ кубическаго содержанія стоящихъ деревь, долженъ прежде всего упражняться въ оцѣнкѣ діаметровъ и высотъ деревь; затѣмъ, запомнить хорошенъко средній объемъ ствола, данной длины и толщины, и умѣть увеличивать или уменьшать эту среднюю величину объема, смотря по особенностямъ формъ дерева. Для этого необходимо, чтобы возможно чаще въ очередныхъ лѣсосѣкахъ, предъ ихъ срубкою, опредѣлять глазомѣрно объемы деревь и послѣ того, срубивъ тѣ же деревья и вычисливъ ихъ объемы, съ разбивкою на части,

*) Это доказано въ книгѣ Kohli „Anleitung zur Abschätzung stehender Kiefern nach Massentafeln und nach dem Augenmasze. Mit 41 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Berlin. Verlag von Julius Springer. 1861. 8“.

Книгу эту весьма полезно прочесть, чтобы ознакомиться съ глазомѣрною оцѣнкою деревь.

сравнивать результаты глазомѣрной оцѣнки съ результатами точнаго вычисленія.

На точность глазомѣрной оцѣнки имѣютъ вліяніе различныя факторы, какъ то: ясное небо, склонъ поверхности почвы, порода деревъ и т. д. Оцѣнивая, напримѣръ, постоянно одну и ту-же породу деревъ, сдѣлаешь въ началѣ непременно невѣрную оцѣнку, перейдя къ другой породѣ, потому что невольно будешь примѣнять особенности формы одной породы къ другой.

Обширныя сравнительныя изслѣдованія о точности, достигаемой глазомѣрною оцѣнкою, сдѣланы Пригомъ *).

Изъ его изслѣдованій можно заключить, что опытные таксаторы получали, въ общей сложности, довольно удовлетворительные результаты при оцѣнкѣ большаго числа стволовъ и что, напротивъ того, при оцѣнкѣ отдѣльныхъ деревъ, результаты оказывались совершенно недостоверными. Такъ, напримѣръ, при трехъ рядахъ опытовъ, ошибки въ оцѣнкѣ древесной массы каждаго отдѣльнаго ряда достигали до — 10,2; + 11,4; — 11,7 процентовъ противу точной таксаціи; между тѣмъ, какъ каждый разъ, при оцѣнкѣ массы тѣхъ-же рядовъ, лучшіе таксаторы производили ошибку только на + 1,9; — 1,5; — 0,6 процентовъ. Однако и при этомъ, въ опредѣленіи кубическаго содержанія отдѣльныхъ стволовъ дѣлались ошибки, которыя отступали отъ истинныхъ величинъ на 30 процентовъ.

§ 29.

Вычисленіе кубическаго содержанія стоячихъ деревъ по видовымъ числамъ.

1. Послѣ глазомѣрной оцѣнки былъ сдѣланъ скорѣ шагъ впередъ, а именно: измѣряли въ небольшомъ разстояніи отъ земли діаметръ или окружность дерева, опредѣляли всю высоту дерева отъ основанія до крайняго конца макушки посредствомъ высотомѣра и съ помощью этихъ данныхъ вычисляли кубическое содержаніе ствола дерева, принимая его за конусъ и вставляя числа, полученные при обмѣрѣ діаметра и всей высоты дерева отъ верхушки до основанія, въ формулу $V = \frac{\pi}{12} D^2 H$.

Скоро, однако, пришли къ убѣжденію, что кубическое со-

*) Supplem. z. allgem. Forst. u. Jagdz. III. B. S. 66.

держаніе ствола, въ большинствѣ случаевъ, больше, чѣмъ объемъ конуса, имѣющаго со стволомъ одинаковую площадь основанія и одинаковую высоту, а также, что измѣреніе діаметра дерева непосредственно надъ землею несоответственно; поэтому, придумали другой образъ дѣйствія: стали измѣрять діаметръ деревъ на какой либо постоянной высотѣ, до которой не доходитъ неправильное, зависящее отъ корней, утолщеніе (на высотѣ груди человѣка, 1,3—1,5 метровъ надъ землею), а послѣ срубки дерева измѣряли длину его и опредѣляли кубическое содержаніе ствола. Объемъ его обозначимъ чрезъ V . Затѣмъ, представляли себѣ цилиндръ, имѣющій равную съ деревомъ высоту и такой діаметръ, какой измѣренъ на стволѣ дерева, на высотѣ груди человѣка. Объемъ такого цилиндра обозначимъ чрезъ C . Послѣ того, вычисляли отношеніе, въ какомъ находится кубическое содержаніе древеснаго ствола къ объему упомянутаго цилиндра. Это отношеніе, или частное $\frac{V}{C}$, показывающее какую именно часть упомянутаго цилиндра, построеннаго на діаметрѣ дерева, взятаго на высотѣ груди человѣка, составляетъ кубическое содержаніе древеснаго ствола, называли редуціоннымъ, или же видовымъ числомъ, потому что полагали, будто такое видовое число выражаетъ форму ствола. Видовое число означимъ буквою f . И такъ

$$\frac{V}{C} = f,$$

а потому

$$V = Cf.$$

На основаніи этого уравненія можно было находить кубическое содержаніе древесныхъ стволовъ слѣдующимъ образомъ: измѣряли у ствола діаметръ, находящійся на высотѣ груди человѣка и всю высоту дерева; вычисляли, по даннымъ обѣихъ измѣреній, цилиндръ (который называли сравнительнымъ цилиндромъ) и умножали его объемъ на видовое число f , которое заранѣе было опредѣлено измѣреніемъ и вычисленіемъ, прежде сдѣланнымъ по срубленнымъ деревьямъ, имѣвшимъ одинаковую высоту и сходную форму.

Изъ этого слѣдуетъ, что если бы у дерева найденъ былъ, измѣреніемъ на высотѣ груди человѣка, діаметръ равнымъ 20 сант., высота равною 20 метрамъ, а кубическое содержаніе того ствола 0,385832 кубич. метрамъ, то сравнительный цилиндръ будетъ =

$$\frac{\pi}{4} 0,20^2 \cdot 20 = 0,0314159 \cdot 20 = 0,628318$$

кубич. метровъ, а слѣдовательно, видовое число

$$\frac{0,385832}{0,628318} = 0,614.$$

Напротивъ того, кубическое содержаніе древеснаго ствола, имѣющаго 30 метровъ длины и на высотѣ груди 30 сантим. толщины, видовое число котораго 0,614 должно быть

$$\frac{\pi}{4} \cdot 0,30^2 \cdot 30 \cdot 0,614 = 1,302018 \text{ куб. метровъ.}$$

Если бы стволы всѣхъ деревьевъ, или, по крайней мѣрѣ, деревьевъ одинаковой породы, имѣли и одинаковыя видовыя числа, то вычисленіе кубическаго содержанія стволовъ растущихъ деревьевъ было бы очень просто. Но, при вычисленіи видовыхъ чиселъ довольно большаго числа стволовъ, найдено, что видовыя числа очень разнообразны не только для различныхъ породъ деревьевъ, но что даже для одной и той же породы находятся нѣсколько классовъ различныхъ формъ (классы полнодревесности), которые обуславливали значительное различіе въ величинѣ видовыхъ чиселъ; на конецъ, что даже въ предѣлахъ одного и того же класса полнодревесности, величина видового числа находилась въ зависимости отъ высоты дерева (и именно съ прибывающей высотой уменьшалось видовое число).

2. Можно легко убѣдиться въ томъ, что полученные по только что описанному способу видовыя числа не могутъ быть одинаковыми для стволовъ хотя бы и одной и той же формы, но не одинаковой длины; для этого стоитъ только подвергнуть изслѣдованію правильныя тѣла, рассмотренныя нами во 2-мъ отдѣлѣ 1-й главы.

а) Измѣривъ на постоянномъ отъ основанія разстояніи m , діаметръ D_m прямобочаго конуса, имѣющаго вышину H и полагая діаметръ площади основанія равнымъ D , получимъ

$$D : D_m = H : H - m,$$

изъ чего слѣдуетъ

$$D = \frac{D_m H}{H - m}.$$

Если эту величину вставить въ формулу, по которой вычисляется объемъ конуса, то та формула преобразится въ слѣдующую

$$V = \frac{\pi}{12} D_m^2 \left(\frac{H}{H - m} \right)^2 H.$$

Объемъ же сравнительнаго цилиндра равенъ $\frac{\pi}{4} D_m^2 H$, а по-
этому видовое число будетъ

$$f = \frac{\frac{\pi}{12} D_m^2 \left(\frac{H}{H-m} \right)^2 H}{\frac{\pi}{4} D_m^2 H} = \frac{1}{3} \left(\frac{H}{H-m} \right)^2,$$

или также

$$f = \frac{1}{3} \frac{1}{\left(1 - \frac{m}{H} \right)^2}.$$

Такъ какъ величина частнаго $\frac{1}{\left(1 - \frac{m}{H} \right)^2}$ зависитъ отъ
величины H , т. е. уменьшается, когда H увеличивается
и наоборотъ увеличивается, когда H уменьшается, то и
видовыя числа прямобокаго конуса должны уменьшаться по
мѣрѣ увеличенія высоты дерева. Кромѣ того, такъ какъ
 $1 - \frac{m}{H}$ всегда меньше 1, а $\frac{1}{\left(1 - \frac{m}{H} \right)^2}$ всегда болѣе 1,
то и видовыя числа должны быть болѣе, чѣмъ $\frac{1}{3}$ или
0,333...

Положимъ, напримѣръ, что $m = 1,5, H = 10, 20, 30 \dots$
метрамъ и такимъ образомъ

$$f_{10} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(1-0,15)^2} = 0,461,$$

$$f_{20} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(1-0,075)^2} = 0,390,$$

$$f_{30} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(1-0,05)^2} = 0,369,$$

⋮

б) Для пораболоида, гдѣ существуютъ отношенія

$$D^2 : D_m^2 = H : H-m,$$

получилось бы

$$D^2 = \frac{D_m^2 H}{H-m},$$

а изъ этого

$$V = \frac{\pi}{8} D_m^2 \frac{H}{H-m} H,$$

а такъ какъ сравнительный цилиндръ равенъ $\frac{\pi}{4} D_m^2 H$,
то

$$f = \frac{\frac{\pi}{8} D_m^2 \frac{H}{H-m} H}{\frac{\pi}{4} D_m^2 H} = \frac{1}{2} \frac{H}{H-m}$$

или

$$f = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{m}{H}}.$$

На основаніи тѣхъ же умозаключеній, которыя помѣщены въ *а.*, приходимъ къ убѣжденію, что и у параболоида видовыя числа уменьшаются вмѣстѣ съ высотой и что они всегда должны быть болѣе, чѣмъ $\frac{1}{2}$ или 0,5. Вышеприведеннымъ въ примѣрѣ высотамъ соответствуютъ въ параболоидѣ слѣдующія видовыя числа:

$$f_{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-0,15} = 0,588,$$

$$f_{20} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-0,075} = 0,541,$$

$$f_{30} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-0,05} = 0,526,$$

⋮

с) Вводя въ наше обозрѣніе также нейлоидныя формы древесныхъ стволовъ, припомнимъ, что въ нейлоидѣ существуютъ слѣдующія отношенія

$$D^2 : D_m^2 = H^3 : (H-m)^3,$$

слѣдовательно

$$D^2 = \frac{D_m^2 H^3}{(H-m)^3}$$

$$\text{и } V = \frac{\pi}{16} D_m^2 \left(\frac{H}{H-m} \right)^3 H.$$

Изъ этого получается видовое число

$$f = \frac{\frac{\pi}{16} D_m^2 \left(\frac{H}{H-m} \right)^3 H}{\frac{\pi}{4} D_m^2 H} = \frac{1}{4} \left(\frac{H}{H-m} \right)^3,$$

или также

$$f = \frac{1}{4} \frac{1}{1 - \left(\frac{m}{H} \right)^3}.$$

Стало быть, у тѣл этой формы видовыя числа будутъ уменьшаться съ увеличеніемъ высоты, но никакъ не могутъ быть менѣе $\frac{1}{4}$ или 0,25. Предполагая и здѣсь высоты въ 10, 20, 30... метровъ, убѣдимся, что имъ соотвѣтствуютъ слѣдующія видовыя числа:

$$f_{10} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1-0,15)^3} = 0,407,$$

$$f_{20} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1-0,075)^3} = 0,316,$$

$$f_{30} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1-0,05)^3} = 0,292,$$

3. Для того, чтобы видовыя числа, получаемыя путемъ, указаннымъ въ пунктѣ I, сдѣлать пригодными для оцѣнки массы древесныхъ стволовъ, вычисляютъ видовыя числа для различныхъ древесныхъ породъ, избирая при томъ для этой цѣли деревья, конхъ стволы представляютъ, по возможности, всѣ замѣтныя различія въ формѣ, вытотѣ и т. п. Вычисленныя такимъ образомъ для различныхъ высотъ, (прописываемыхъ въ послѣдовательномъ порядкѣ), видовыя числа раздѣляются еще на классы и составляютъ *видовыя числа древесныхъ стволовъ*.

Конечно, описанный выше способъ можетъ быть примѣненъ не только для опредѣленія одного древеснаго ствола, но и для опредѣленія всего, заключающагося въ деревѣ количества древесной массы надъ поверхностью земли V_1 , и тогда частное будетъ $\frac{V_1}{C}$, гдѣ C сохраняетъ свое прежнее значеніе сравнительнаго цилиндра. Въ этомъ случаѣ, видовое число всего дерева F будетъ

$$F = \frac{V_1}{C}.$$

Все, что было сказано нами въ пунктѣ 2 о видовыхъ числахъ стволовъ, относится, конечно, и къ видовымъ числамъ всего дерева; одно только слѣдуетъ замѣтить: эти послѣднія должны быть болѣе, чѣмъ первыя, такъ какъ вся масса дерева, находящагося надъ поверхностью земли, болѣе, нежели масса одного ствола, а слѣдовательно $V_1 > V$, между тѣмъ какъ C не измѣняетъ своего значенія.

Такъ какъ форма древесныхъ стволовъ зависитъ преимущественно отъ болѣе тѣснаго, или болѣе просторнаго по-

положенія, въ которомъ дерево выросло, а также отъ величины его вершины, зависящей отъ того же простора или тѣсноты прозябанія, то съ этими двумя условіями сообразуются при образованіи классовъ видовыхъ чиселъ, или классовъ полнодревесности.

Кенигъ *), который уже въ 1813 году составилъ таблицы видовыхъ чиселъ для стволовъ и для цѣлыхъ деревьев, различаетъ пять классовъ и характеризуетъ ихъ слѣдующимъ образомъ **).

1 классъ. Въ болѣе тѣсномъ, скудномъ положеніи, деревья тонкія и заостренныя.

2 классъ. Въ умѣренно-сомкнутомъ насажденіи, деревья болѣе сильныя и въ толщинѣ развитыя.

3 классъ. Въ болѣе просторномъ и изрѣженномъ насажденіи, съ полною вершиною.

4 классъ. Въ сильно изрѣженномъ насажденіи, стволъ короче, вершина шире и сучковатѣе.

5 классъ. Деревья выросли одиноко, вершина опущена низко и широко разкинута. Въ этомъ классѣ помѣщена, въ видѣ исключенія, масса однихъ только стволовъ, безъ всякаго причисленія къ нимъ массы сучьевъ; съ прибавленіемъ же массы сучьевъ, деревья этого класса должны быть причислены къ 4 му классу. Тонкія вѣтви хвойныхъ деревьев въ одномъ классѣ не вошли въ счетъ.

Для полноты обзора приведемъ здѣсь видовыя числа деревьевъ по Кенигу (по перечисленіи ихъ изъ его сравнительныхъ высотъ). Но замѣтимъ здѣсь кстати, что Кенигу часто ставятъ въ упрекъ, что таблицы его основаны на

*) Holztaxation, Taf. II. u. III. — Forsttafeln zur Ausmessung, Gehalts- und Werthschätzung aufbereiteter Hölzer, stehender Baume und ganzer Waldbestände. Gotha, in Commission der Becker'schen Buchhandlung. 1842. 8. 5. Auflage von Dr. Carl Grebe. Gotha. Verlag von C. F. Thienemann. 1864. Taf. II.

Кенигъ помѣстилъ въ этихъ таблицахъ не частныя $F = \frac{V_1}{C}$ и $f = \frac{V}{C}$, а произведенія HF и Hf , которыя онъ называлъ сравнительными высотами. Тогда, конечно,

$$V_1 = \frac{\pi}{4} D^2(HF) \text{ и } V = \frac{\pi}{4} D^2(Hf),$$

причемъ $\frac{\pi}{4} D^2$, т. е. площадь поперечнаго сѣченія, на высотѣ груди человѣка, должна быть заимствована изъ таблицы круговъ.

**) Forsttafeln. S. 77.

слишкомъ маломъ количествѣ дѣйствительно сдѣланныхъ измѣреній и что потому они не точны. Впрочемъ, ошибочность этихъ таблицъ видна тотчасъ, если, напримѣръ, въ вышеизложенныя подѣ пунктами 2. а. б., формулы для видовыхъ чиселъ прямобокаго конуса и параболоида, возьмемъ $m=1,5$ и $H=3$ метра. Тогда получимъ:

$$fk = \frac{1}{3.0,5^2} = 1,333..$$

$$fp = \frac{1}{2.0,5} = 1,$$

между тѣмъ, какъ у Кенига самыя высокія видовыя числа деревь, а именно для дуба, не превышаютъ 0,891, если m и H будутъ, какъ нами сказано, 1,5 и 3 метра.

Высота метры.	Дубъ.					Буковое дерево и грабъ.				
	Классы полнодревесности цѣ- льныхъ деревь.					Классы полнодревесности цѣ- льныхъ деревь.				
	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.
5,0	0,578	0,629	0,699	0,788	0,886	0,568	0,614	0,674	0,749	0,837
7,5	0,572	0,624	0,691	0,782	0,880	0,562	0,609	0,669	0,743	0,831
10,0	0,566	0,619	0,689	0,776	0,873	0,556	0,604	0,664	0,738	0,825
12,5	0,560	0,614	0,684	0,770	0,866	0,550	0,599	0,659	0,732	0,819
15,0	0,554	0,609	0,678	0,764	0,860	0,544	0,594	0,654	0,727	0,813
17,5	0,548	0,604	0,673	0,758	0,854	0,538	0,589	0,649	0,721	0,807
20,0	0,542	0,597	0,667	0,752	0,847	0,532	0,583	0,643	0,715	0,801
22,5	0,536	0,592	0,662	0,746	0,840	0,527	0,578	0,638	0,710	0,794
25,0	0,530	0,586	0,657	0,740	0,833	0,521	0,573	0,633	0,704	0,787
27,5	0,524	0,581	0,652	0,734	0,827	0,515	0,568	0,628	0,699	0,781
30,0	0,518	0,576	0,646	0,728	0,820	0,509	0,563	0,623	0,693	0,775
32,5	0,512	0,570	0,640	0,722	0,814	0,503	0,557	0,617	0,687	0,769
35,0	0,506	0,565	0,635	0,716	0,807	0,497	0,552	0,612	0,682	0,763
37,5	0,500	0,560	0,630	0,710	0,800	0,491	0,546	0,607	0,676	0,757

Высота метры.	Кленъ, Ясень, Илимъ, Липа.					Ольха, Осина, Тополь, Ива.				
	Классы полнодревесности цѣ- льныхъ деревь.					Классы полнодревесности цѣ- льныхъ деревь.				
	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.
5,0	0,558	0,600	0,650	0,710	0,788	0,548	0,584	0,626	0,675	0,743
7,5	0,552	0,595	0,645	0,705	0,782	0,542	0,579	0,621	0,670	0,737
10,0	0,547	0,590	0,640	0,700	0,777	0,537	0,574	0,616	0,665	0,732
12,5	0,541	0,585	0,635	0,695	0,771	0,531	0,570	0,611	0,660	0,726
15,0	0,535	0,580	0,630	0,690	0,765	0,526	0,565	0,606	0,655	0,721
17,5	0,529	0,575	0,625	0,685	0,759	0,521	0,560	0,601	0,650	0,715
20,0	0,523	0,569	0,619	0,679	0,753	0,515	0,555	0,595	0,645	0,709
22,5	0,518	0,564	0,614	0,674	0,748	0,509	0,550	0,590	0,640	0,703
25,0	0,512	0,559	0,609	0,669	0,742	0,503	0,545	0,585	0,635	0,697
27,5	0,506	0,554	0,604	0,664	0,736	0,498	0,541	0,580	0,631	0,692
30,0	0,500	0,549	0,599	0,659	0,730	0,492	0,536	0,575	0,626	0,687
32,5	0,494	0,544	0,594	0,654	0,724	0,486	0,531	0,570	0,621	0,681
35,0	0,489	0,539	0,589	0,649	0,719	0,481	0,526	0,565	0,616	0,675
37,5	0,483	0,534	0,584	0,644	0,713	0,475	0,521	0,560	0,611	0,669

Высота метры.	Береза.					Лиственница и Сосна.				
	Классы полнодревесности цѣ- лыхъ деревь.					Классы полнодревесности цѣлыхъ деревь.				
	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.
5,0	0,475	0,508	0,538	0,578	0,634	0,491	0,531	0,590	0,666	.
7,5	0,463	0,501	0,531	0,571	0,627	0,486	0,526	0,584	0,660	.
10,0	0,461	0,494	0,524	0,564	0,621	0,481	0,521	0,579	0,653	.
12,5	0,454	0,488	0,518	0,558	0,614	0,476	0,516	0,573	0,646	.
15,0	0,447	0,482	0,512	0,552	0,607	0,471	0,511	0,567	0,640	.
17,5	0,440	0,475	0,505	0,545	0,600	0,467	0,507	0,562	0,633	.
20,0	0,432	0,469	0,499	0,539	0,592	0,463	0,503	0,557	0,627	.
22,5	0,425	0,463	0,493	0,533	0,585	0,458	0,498	0,552	0,620	.
25,0	0,418	0,456	0,486	0,526	0,578	0,453	0,493	0,546	0,613	.
27,5	0,411	0,450	0,480	0,520	0,571	0,449	0,489	0,541	0,607	.
30,0	0,404	0,444	0,474	0,514	0,564	0,445	0,485	0,536	0,600	.
32,5	0,396	0,437	0,467	0,507	0,556	0,440	0,480	0,530	0,594	.
35,0	.	.	.	.	.	0,435	0,475	0,525	0,587	.
37,5	.	.	.	.	.	0,430	0,470	0,520	0,580	.

Высота метры.	Ель и Пихта.				
	Классы полнодревесности цѣ- лыхъ деревь.				
	1.	2.	3.	4.	5.
5,0	0,557	0,597	0,646	0,706	.
7,5	0,551	0,591	0,639	0,699	.
10,0	0,544	0,584	0,632	0,692	.
12,5	0,538	0,578	0,625	0,685	.
15,0	0,532	0,572	0,618	0,678	.
17,5	0,525	0,566	0,611	0,671	.
20,0	0,519	0,560	0,605	0,665	.
22,5	0,513	0,554	0,599	0,659	.
25,0	0,507	0,547	0,592	0,652	.
27,5	0,501	0,541	0,585	0,645	.
30,0	0,494	0,534	0,578	0,638	.
32,5	0,488	0,528	0,571	0,631	.
35,0	0,482	0,522	0,565	0,625	.
37,0	0,476	0,516	0,558	0,618	.
40,0	0,470	0,510	0,551	0,611	.
42,5	0,464	0,504	0,544	0,604	.
45,0	0,457	0,497	0,537	0,597	.
47,5	0,451	0,491	0,531	0,591	.

Такъ какъ для сбереженія мѣста видовыя числа выстав-
лены только по ступенямъ длины, съ интервалами въ 2,5
метра, то для всѣхъ высотъ, которыхъ здѣсь не достаесть,
должна быть сдѣлана ариѳметическая интерполяція видо-
выхъ чиселъ. Еслибы, напримѣръ, надо было опредѣлить
объемъ ели въ 28,8 метровъ высоты и 23,0 сент. толщи-
ны, причеиъ эта ель отнесена къ третьему классу, то по-
лучили бы,

такъ какъ видовое число для 30 метровъ = 0,578,

» » 27,5 » = 0,585,

разность » 2,5 » = 0,007,

» » 1, » = 0,0028,

» » 1,3 » = 0,00364,

вслѣдствіе этого видовое число для 28,8 метровъ равно 0,585—0,004=0,581, а кубическое содержаніе дерева

$$\frac{\pi}{4} \cdot 0,230^2 \cdot 28,8 \cdot 0,581 = 0,041548 \cdot 28,8 \cdot 0,581 \\ = 0,695214 \text{ кубич. метровъ.}$$

4. Видовыя числа, составленныя отдѣльными авторами, какъ на примѣръ, Кенигомъ, Коттой, Гундесгагеномъ и т. д. не согласны между собою, преимущественно потому, что у нихъ площадь основанія для сравнительнаго цилиндра измѣрялась не на одинаковой высотѣ отъ земли. Кенигъ, производилъ измѣренія на высотѣ груди человѣка, что, конечно, представляетъ очень неопредѣленную мѣру; такой же приѣмъ для измѣренія діаметра деревьевъ принять Гундесгагеномъ; Котта *) измѣряетъ деревья на высотѣ еще болѣе неопредѣленной, а именно: два, или три фута надъ нижнимъ концемъ ствола, поступающимъ въ дѣло, (т. е. надъ оставляемымъ пнемъ). Изъ приведенныхъ въ 2а, b, c, формулъ выходить:

$$f_k = \frac{1}{3} \frac{1}{\left(1 - \frac{m}{H}\right)^2},$$

$$f_p = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{m}{H}},$$

$$f_n = \frac{1}{4} \frac{1}{\left(1 - \frac{m}{H}\right)^3},$$

*) Hülftabellen für Forstwirthe und Forsttaxatoren. Dresden 1821, in der Arnoldischen Buchhandlung, S. S. 7. Впрочемъ, Котта получаетъ свои видовыя числа (tab. III и IV. а. а. 0) не изъ отношенія массы дерева къ сравнительному цилиндру, но къ конусу, имѣющему такую площадь основанія, какая находится въ поперечномъ сѣченіи дерева, на мѣстѣ измѣренія его діаметра: а высоту равную высотѣ дерева надъ оставляемымъ пнемъ. Поэтому, видовыя числа Котты должны быть еще раздѣлены на 3, чтобы ихъ хотя нѣсколько можно было сравнивать съ числами другихъ авторовъ.

слѣдовательно, видовыя числа должны быть тѣмъ больше, чѣмъ выше надъ землею измѣрять на стволѣ діаметръ, послужившій для построения сравнительнаго цилиндра, или, что тоже самое, чѣмъ больше будетъ взятое m , такъ какъ при увеличеніи m уменьшается разность $1 - \frac{m}{H}$, а част.

ное $\frac{1}{1 - \frac{m}{H}}$ увеличивается. Поэтому, если для при-

мѣра предположимъ, что $m=1$ метру, а $H=10$, то для параболоида видовое число будетъ равно:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-0,1} = \frac{1}{1,8} \text{ или } 0,556,$$

между тѣмъ какъ для $m=1,5$ метрамъ, какъ мы уже видѣли, видовое число было бы гораздо болѣе, т. е. 0,588.

§ 30.

Продолженіе.

1. Во вниманіе къ тому обстоятельству, что изъ вычисленій на основаніи способа, предложеннаго въ предъидущемъ параграфѣ, получаются видовыя числа весьма различной величины для деревъ совершенно одинаковой формы, коль скоро длина стволовъ различна, и что, вслѣдствіе этого, для каждой породы деревъ приходится составлять весьма обширныя, обнимающія всѣвозможныя длины, таблицы видовыхъ чиселъ,—явилось весьма понятное желаніе устранить такія неудобства и исправить самыя видовыя числа.

Это исправленіе произвелъ замѣчательный по своимъ трудамъ по части лѣсной таксаціи—Смаліанъ *); онъ предложилъ измѣрять стволы всегда на такой высотѣ отъ земли, которая бы составляла постоянно одну и ту же пропорціональную долю всей длины ствола, а именно: на разстояніи отъ земли, составляющемъ $\frac{1}{20}$ долю всей длины дерева.

Если, въ виду такого предложенія, изслѣдовать разсмотрѣнныя уже нами правильныя коническія тѣла и при этомъ обозначить буквою D_n діаметръ, взятый на $\frac{1}{n}$ доли ($\frac{1}{20}$) высоты H дерева, а буквою D діаметръ площади основанія у земли, то, когда передъ нами изслѣдуемое дерево бу-

*) Holzmeszkunst. S. 65.

дѣтъ имѣть форму *прямобокаго конуса*, на немъ разныя со-
размѣренія представлять слѣдующую пропорцію:

$$D : D_n = H : H - \frac{1}{n} H,$$

а изъ этого слѣдуетъ, что

$$D^2 = D_n^2 \left(\frac{H}{H - \frac{1}{n} H} \right)^2 = D_n^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n} \right)^2}.$$

Въ параболоидѣ:

$$D^2 : D_n^2 = H : H - \frac{1}{n} H,$$

слѣдовательно,

$$D^2 = D_n^2 \frac{H}{H - \frac{1}{n} H} = D_n^2 \frac{1}{1 - \frac{1}{n}}.$$

наконецъ въ *неилоидѣ*:

$$D^2 : D_n^2 = H^3 : \left(H - \frac{1}{n} H \right)^3,$$

такъ что

$$D^2 = D_n^2 \frac{H^3}{\left(H - \frac{1}{n} H \right)^3} = D_n^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n} \right)^3}.$$

Если ввести эти величины D^2 въ формулы, выражающія
объемы этихъ трехъ тѣлъ, то получится

$$V_k = \frac{\pi}{12} D_n^2 H \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n} \right)^2},$$

$$V_p = \frac{\pi}{8} D_n^2 H \frac{1}{1 - \frac{1}{n}},$$

$$V_n = \frac{\pi}{16} D_n^2 H \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n} \right)^3}.$$

Если раздѣлить эти объемы на объемъ сравнительнаго
цилиндра $\frac{\pi}{4} D_n^2 H$, то для каждаго изъ упомянутыхъ трехъ
правильныхъ коническихъ тѣлъ, въ томъ порядкѣ, какъ мы
ихъ рассматривали, получаются слѣдующія соответствую-
щія имъ видовыя числа:

$$f^k = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2},$$

$$f^p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{n}},$$

$$f^n = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^3},$$

Если, за тѣмъ, принять вмѣстѣ съ Смаліаномъ, что $n=20$, то, вставляя это число въ помѣщенные нами формулы, получимъ, что

$$f^k = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{20}{19}\right)^2 = 0,369,$$

$$f^p = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{20}{19}\right) = 0,526,$$

$$f^n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{20}{19}\right)^3 = 0,292.$$

Какъ видно, при подобномъ приѣмѣ вычисленія въ выраженіи видового числа или частнаго числа $\frac{V}{C}$, вовсе не входитъ высота дерева—она не имѣетъ на него вліянія, такъ-что такія видовыя числа зависятъ единственно только отъ различной формы тѣла. Вслѣдствіе этого Пресслеръ, который послѣ Смаліана занимался въ особенности обработкою теоріи видовыхъ чиселъ *), называетъ тѣ видовыя числа, которыя получены отъ вычисленія по только-что приведенному приѣму, *настоящими* (раціональными **) , въ отлічіе отъ рассмотрѣнныхъ въ предъидущемъ параграфѣ *ненастоящихъ* (рутинныхъ) видовыхъ чиселъ.

Подобныя-же видовыя числа какъ для вычисленія одного ствола можно вывести и для всей, находящейся надъ поверхностью земли массы дерева; это достигается прибавленіемъ къ объему ствола еще массы сучьевъ дерева, такъ что и тутъ слѣдуетъ различать видовыя числа ствола и видовыя числа всего дерева. Последнія, разумѣется, должны

*) Tharand. forstl. Jahrb. 9 B. S. 16. u a D.

**) Supplem. sur allgem. Forst-und. Jagdz. II. B. S. 86,

быть больше первыхъ, такъ-какъ общій итогъ надземной древесной массы V_1 , больше массы одного ствола V .

Если обозначить видовыя числа ствола буквою f , а всего дерева — F и массу сравнительнаго цилиндра чрезъ C , то

$$f = \frac{V}{C}, F = \frac{V_1}{C},$$

и
$$F - f = \frac{V_1 - V}{C}.$$

Такъ какъ $V_1 - V$ показываетъ величину массы сучьевъ, то обозначая частное $\frac{V_1 - V}{C}$ чрезъ φ (видовое число для сучьевъ) $F - f = \varphi$; или же разность между величиною видового числа всего дерева и величиною видового числа ствола — составляетъ величину видового числа однихъ сучьевъ.

Въ то время, какъ ненастоящія (рутинныя) видовыя числа, чтобы быть пригодными для цѣлей практическихъ, должны быть размѣщены въ таблицахъ въ послѣдовательномъ порядкѣ возрастающихъ высотъ деревьевъ, чрезъ что въ каждомъ классѣ полнодревесности приходится имѣть столько различныхъ видовыхъ чиселъ, сколько находится ступеней высотъ, — настоящія или рациональныя видовыя числа требуютъ для каждаго класса полнодревесности только одно видовое число. Однако, это преимущество, какъ мы увидимъ ниже, опять таки частью теряется.

Для составленія пригодныхъ таблицъ видовыхъ чиселъ настоящихъ (рациональных), слѣдуетъ для каждой древесной породы произвести изслѣдованія надъ значительнымъ количествомъ деревьевъ, которыя должны быть различныхъ высотъ, толщинъ и возрастовъ, съ тою въ особенности цѣлью, чтобы привести въ положительную ясность между какими крайними предѣлами колеблятся видовыя числа у каждой древесной породы.

Эти крайніе предѣлы Пресслеръ обозначилъ выраженіями «мало-полнодревесны» (abholzig) «и очень полнодревесны» (sehr vollholzig). Между этими двумя крайностями Пресслеръ вставилъ еще три промежуточныхъ класса: «слабо полнодревесны» (ziemlich abholzig); «посредственно полнодревесны» (mittelholzig) и «полнодревесны» (vollholzig). Оцѣнка этихъ классовъ легко достигается при нѣкоторомъ навыкѣ, еще болѣе облегчается тою зависимостью, въ которой находятся классы полнодревесности отъ возраста де-

рева. Если, напริมѣръ, нормальнымъ лѣснымъ возрастомъ A назвать тотъ возрастъ, въ которомъ лѣсонасажденіе доставляетъ наибольшій средній годовой приростъ *), то лѣсъ, въ возрастѣ $\frac{1}{4} A$ долженъ быть признанъ молодымъ; въ возрастѣ $\frac{1}{2} A$ — средне-возрастнымъ; въ возрастѣ A — спѣлымъ; въ возрастѣ же $1\frac{1}{2} A$ — старымъ. Затѣмъ, вообще, деревья 1 до 2-го класса полнодревесности принадлежать преимущественно къ молодымъ. Деревья 2-го до 3-го класса — къ средневозрастнымъ, 3-го до 4-го класса — къ спѣлымъ, а отъ 4-го до 5-го класса къ старымъ. Мы здѣсь ниже помѣщаемъ составленную Пресслеромъ таблицу настоящихъ видовыхъ чиселъ ствола (f) (I Bd. 3 Abth. Taf. 16 A). Въ ней возлѣ видоваго числа ствола (f) помѣщена цифра въ видѣ показателя степени; эта цифра означаетъ видовое число сучьевъ (φ); сумма же обѣихъ этихъ цифръ или $f + \varphi$ будетъ, какъ изъ сказаннаго выше извѣстно, видовымъ числомъ всего дерева (F).

Черта надъ видовыми числами сучьевъ обозначаетъ «съ избыткомъ или $\frac{1}{2}$ ».

Норм. Лѣта деревьевъ.	Молодой. $\frac{1}{4}A$.	Средн. $\frac{1}{2}A$.	Спѣлый. A.	Старый. $1\frac{1}{2}A$.	
Классы полно- древесности. или	I. Мало понодре- весны.	II. Слабо понодре- весны.	III. Посред- ственно понодр- весны.	IV. Полнодре- весны.	V. Очень поно- др-весны.
Пихта.	42 ¹⁰	до 45 ⁹	до 48 ⁸	до 52 ⁷	до 56 ⁶
Ель.	41 ⁹	43 ⁹	46 ⁸	49 ⁸	53 ⁷
Сосна.	40 ¹²	43 ¹⁰	46 ⁸	50 ⁷	55 ⁶
Лиственница .	40 ⁹	42 ⁹	44 ⁸	47 ⁷	50 ⁶
Букъ	40 ¹⁵	44 ¹⁴	47 ¹³	51 ¹²	55 ¹¹
Дубъ	40 ¹⁵	45 ¹⁵	46 ¹⁴	50 ¹⁴	53 ¹³
Ольха	42 ¹¹	45 ¹⁰	48 ¹⁰	52 ⁹	55 ⁸
Береза.	40 ⁹	42 ⁸	44 ⁸	46 ⁷	49 ⁷

Вязъ же, Кленъ, Ясень, Осина и Ива—вѣроятно, между ольхой и березой.

*) Обозначимъ чрезъ M_n массу насажденія, въ лѣтахъ 1, 2, 3, ..., 10, ..., 20, Если за тѣмъ взять частныя числа $\frac{M_1}{1}, \frac{M_2}{2},$

Если бы, напримеръ, у букового дерева, вышиною въ 25,5 метр. оказался надъ землею въ разстояніи $\frac{25,5}{20}=1,28$ метр., діаметръ=30 сантим., и если бы этотъ букъ былъ признанъ приспѣвающимъ, т. е. еще не вполне спѣлымъ, но въ возрастъ, близкомъ къ спѣлому (III классъ полнодревесности), то видовое число ствола было бы 0,47; видовое число всего дерева— $0,47+0,13=0,60$. Поэтому кубическое содержаніе всего дерева =

$$\frac{\pi}{4} 0,30^2 \cdot 25,5 \cdot 0,60 = 0,706858 \cdot 25,5 \cdot 0,60 = 10,81493 \text{ куб. метр.}$$

Объемъ одного ствола этого бука получился бы 0,706858. $25,5 \cdot 0,47 = 8,47169$ куб. метр., а куб. содержаніе однихъ только сучьевъ $0,70685 \cdot 25,5 \cdot 0,13 = 2,34323$ куб. метр.

Сравнительныя изслѣдованія объ точности, какую возможно достигнуть при глазомѣрной оцѣнкѣ настоящихъ видовыхъ чиселъ, произведены Шаалемъ *).

Изъ вычисленія кубическаго содержанія 300 деревъ, произведеннаго съ помощью глазомѣрно-оцѣненнаго видоваго числа, оказалось, что объемъ былъ полученъ на 0,549% болѣе истиннаго.

Предѣлы же колебаній мы не можемъ съ точностью указать, потому что у насъ предъ глазами не всѣ частные случаи въ опредѣленіи отдѣльныхъ деревъ, но изъ тѣхъ частныхъ опредѣленій, какія показаны, видно, что результаты расходятся отъ — 16,0 до + 24,6 процентовъ.

$\frac{M_3}{3}, \frac{M_{10}}{10} \dots \frac{M_{20}}{20}, \dots$ и въ рядѣ этихъ частныхъ отыскать самое большое, то лѣта, на которыя приходится такое наибольшее частное, будутъ составлять нормальный возрастъ лѣса А. Такъ, напримеръ, если-бы масса еловаго насажденія на одной десятинѣ равнялась-бы, въ нижепоказанныхъ лѣтахъ, нижепоказанному количеству кубическихъ метровъ:

50	60	70	80	90	100 лѣтъ
250	320	390	450	520	570 куб. метровъ, то было-бы

$\frac{M_a}{a} = 5,00 \quad 5,33 \quad 5,57 \quad 5,63 \quad 5,78 \quad 5,70$ куб. м., слѣдовательно,

такъ какъ $\frac{520}{90} = 5,78$ есть наибольшее изъ этихъ частныхъ, то 90 лѣтній возрастъ будетъ въ данномъ случаѣ нормальнымъ лѣснымъ возрастомъ.

*) Supplem. z. allgem. Forst-u Jagdz. V. B. S. 141.

Какъ уже было замѣчено въ § 29.3, выраженіе $V = G Hf$ можно изобразить также формулою

$$V = G (Hf),$$

и произведеніе Hf можно назвать «сравнительной высотой». Если вычислить произведеніе для всѣхъ встрѣчаемыхъ видовыхъ чиселъ и для всѣхъ возможныхъ общихъ высотъ деревъ, то получается объемъ деревъ V , который въ такомъ случаѣ можетъ быть непосредственно найденъ изъ таблицъ, составленныхъ для цилиндровъ, если при этомъ принять тотъ діаметръ, какой измѣренъ у дерева на $\frac{1}{20}$ доли всей высоты его, а произведеніе Hf принять за высоту цилиндра.

2. Если, слѣдуя примѣру Смаліана, съ которымъ согласился и Пресслеръ, производить измѣренія толщины дерева на такомъ отъ земли разстояніи, чтобы это разстояніе равнялось $\frac{1}{20}$ доли всей общей высоты дерева, — то случается, что приходится измѣрять діаметръ на такомъ мѣстѣ ствола, гдѣ исполнять это оказывается чрезвычайно неудобнымъ.

Напримѣръ, если вся высота дерева равняется 15 метрамъ, то точка измѣренія будетъ находиться на высотѣ 0,75 метровъ; напротивъ же, если вся высота дерева равнялась бы 40 метрамъ, а высота мѣста обмѣра діаметра равнялась бы 2 метрамъ, то оба эти мѣста, для измѣренія толщины ствола, находились бы на такой высотѣ отъ земли, гдѣ обмѣръ діаметра неудобенъ. Вслѣдствіе этого, еще Клаупрехтомъ *) было предложено различать деревья по ихъ общей высотѣ и образовать въ послѣднемъ отношеніи нѣсколько классовъ, производя затѣмъ обмѣръ нижняго діаметра на деревьяхъ перваго класса (болѣе низкихъ) на разстояніи отъ земли, равномъ $\frac{1}{10}$, а втораго класса (высокихъ) на $\frac{1}{20}$ доли всей высоты деревъ, такъ что въ этомъ случаѣ мѣсто для обмѣра нижняго діаметра будетъ всегда находиться въ положеніи, удобномъ для исполненія этой работы.

*) Holzmeszkunst. 2 Auflage. S. 45; Тутъ же на страницѣ 47 показаны также видовыя числа для нашихъ главныхъ лѣсныхъ древесныхъ породъ, когда измѣреніе діаметра произведено отъ земли на $\frac{1}{10}$ всей высоты дерева.

Пресслеръ же попытался другимъ способомъ избѣгнуть упомянутое неудобство. Онъ требуетъ, чтобы видовыя числа были оцѣнены по составленнымъ имъ таблицамъ; діаметръ же нижней площади поперечнаго сѣченія ствола, чтобы обмѣрять постоянно на одной и той же высотѣ отъ земли, не различая при этомъ общую высоту деревь, — и затѣмъ видовое число, общую высоту дерева, нижнюю измѣренную площадь основанія или вычисленную по этимъ даннымъ древесную массу исправить на извѣстный процентъ, величина котораго находится въ зависимости отъ общей высоты дерева и отъ разстоянія отъ земли, въ какомъ производится обмѣръ діаметра. Такая поправка будетъ у деревь, имѣющихъ общую высоту меньше $20m$, (гдѣ m означаетъ разстояніе отъ земли, въ какомъ производится обмѣръ діаметра) *положительною*, а у деревь, коихъ высота болѣе, чѣмъ $20m$, — *отрицательною*.

Еслибы величина процентнаго выраженія такой поправки была p , а площади поперечныхъ сѣченій ствола, находящихся на $\frac{1}{10}n$ метровъ надъ или подъ площадью сѣченія, взятой на $\frac{1}{20}$ доли всей H высоты дерева, каковыя площади мы обозначимъ буквами G_o и G_u , то между площадями поперечныхъ сѣченій существовали бы слѣдующія отношенія:

$$G \frac{1}{20} H = G_o + \frac{pn}{100} G_o$$

$$G \frac{1}{20} H = G_u - \frac{pn}{100} G_o.$$

Такъ какъ разница между высотами на мѣстахъ G_o и $G_o \frac{1}{20} H$ равняется $m - \frac{1}{20} H$, а между $G \frac{1}{20}$ и $G_u = \frac{1}{20} H - m = - (m - \frac{1}{20} H)$, то примѣняемая къ G_o поправка

$$c_o = \left(m - \frac{1}{20} H \right) \frac{p}{100},$$

а поправка для G_u будетъ

$$c_u = - \left(m - \frac{1}{20} H \right) \frac{p}{100},$$

Общее же выраженіе для поправки будетъ

$$c = \pm \left(m - \frac{1}{20} H \right) \frac{p}{100}$$

гдѣ p имѣетъ вышеуказанное значеніе и должно быть приписано опытомъ. Еслиже поправку c пожелаютъ выразить не процентами, а положительною мѣрою высоты, на примѣръ, въ метрахъ, то процентное выраженіе поправки c надлежитъ помножить на число метровъ всей высоты дерева H , и тогда

$$Hc = \pm \left(m - \frac{1}{20} H \right) \frac{Hp}{100}.$$

По изслѣдованіямъ, произведеннымъ уже ранѣе Пресслеромъ*) и дополненнымъ въ послѣдствіи Кунце**), оказалось, что если m и H выражены въ дециметрахъ, то $p = 2$ и въ этомъ случаѣ будетъ

$$c = \pm \left(m - \frac{1}{20} H \right) 0,02.$$

По этой формулѣ сдѣланъ расчетъ въ ниже помѣщенной табличкѣ поправокъ***), въ которой черточки, поставленныя надъ числами обозначаютъ «достаточно» или $\frac{1}{2}$.

Употребленіе этой таблицы весьма простое, а именно слѣдующее: если бы нашли высоту всего дерева (бука) равною 24,0 метрамъ, діаметръ ствола на высотѣ 1,4 метра надъ землею равнымъ 25,5 сант., а настоящее видовое число по оцѣнкѣ признали въ 0,47, то по таблицѣ поправокъ нужно бы сдѣлать поправку въ общей высотѣ дерева на +4 процента, т. е. на $24 \times 0,04 = +0,96$ метр., такъ что въ расчетъ надо ввести высоту равную $24 + 0,96$ или 24,96 метра. Тогда кубическое содержаніе ствола этого дерева равнялось бы $= 0,706858 \times 24,96 \times 0,47 =$

*) Allgem Forst-und Jagdz 1861. S. 408. — Gesetz der Stammbildung S. 130; здѣсь Пресслеръ приводитъ слѣдующее уравненіе:

$$G_{\frac{1}{20}} H = G_o + 0,06 G_o,$$

$$G_{\frac{1}{20}} H = G_u - 0,06 G_o,$$

гдѣ G_o и G_u обозначаютъ площади, расположенныя на 1 прусскій футъ надъ или же подъ $\frac{1}{20}$ долей всей высоты дерева.

**) Anhang. Zus. 2.

***) I. B. 3. Abth Taf. 16 B. — Эта таблица поправокъ для общей высоты дерева до конца его макушки, выраженной въ футахъ, находится въ „Forstl. Hülfsb. S. 63 и а. а. D; — Тамъ же находится подобная же таблица для непосредственнаго исправленія высоты дерева также въ футахъ стр. 64. — Приведенныя прежде Пресслеромъ числа (Supplem. zur allgem Forst-und Jagdz. II B. S. 96) по изслѣдованіямъ Р. Миклица, оказались слишкомъ малыми. Приведенныя прежде Пресслеромъ числа поправокъ помѣщены въ справочной книгѣ Арнольда стр. 293.

Пресслеръ же попытался другимъ способомъ избѣгнуть упомянутое неудобство. Онъ требуетъ, чтобы видовыя числа были оцѣнены по составленнымъ имъ таблицамъ; діаметръ же нижней площади поперечнаго сѣченія ствола, чтобы обмѣрять постоянно на одной и той же высотѣ отъ земли, не различая при этомъ общую высоту деревь, — и затѣмъ видовое число, общую высоту дерева, нижнюю измѣренную площадь основанія или вычисленную по этимъ даннымъ древесную массу исправить на извѣстный процентъ, величина котораго находится въ зависимости отъ общей высоты дерева и отъ разстоянія отъ земли, въ какомъ произведень обмѣръ діаметра. Такая поправка будетъ у деревь, имѣющихъ общую высоту меньше $20m$, (гдѣ m означаетъ разстояніе отъ земли, въ какомъ производится обмѣръ діаметра) *положительною*, а у деревь, коихъ высота болѣе, чѣмъ $20m$, — *отрицательною*.

Еслибы величина процентнаго выраженія такой поправки была p , а площади поперечныхъ сѣченій ствола, находящихся на $\frac{1}{10}$ n метровъ надъ или подъ площадью сѣченія, взятой на $\frac{1}{20}$ доли всей H высоты дерева, каковыя площади мы обозначимъ буквами G_o и G_u , то между площадями поперечныхъ сѣченій существовали бы слѣдующія отношенія:

$$G \frac{1}{20} H = G_o + \frac{pn}{100} G_o$$

$$G \frac{1}{20} H = G_u - \frac{pn}{100} G_u$$

Такъ какъ разница между высотами на мѣстахъ G_o и $G_u \frac{1}{20} H$ равняется $m - \frac{1}{20} H$, а между $G \frac{1}{20}$ и $G_u = \frac{1}{20} H - m = -\left(m - \frac{1}{20} H\right)$, то примѣняемая къ G_o поправка

$$e_o = \left(m - \frac{1}{20} H\right) \frac{p}{100},$$

а поправка для G_u будетъ

$$e_u = -\left(m - \frac{1}{20} H\right) \frac{p}{100},$$

Общее же выраженіе для поправки будетъ

$$c = \pm \left(m - \frac{1}{20} H \right) \frac{p}{100}$$

гдѣ p имѣеть вышеуказанное значеніе и должно быть приис-
кано опытомъ. Еслиже поправку c пожелаютъ выразить не
процентами, а положительною мѣрою высоты, напимѣръ, въ
метрахъ, то процентное выраженіе поправки c надлежитъ по-
множить на число метровъ всей высоты дерева H , и тогда

$$Hc = \pm \left(m - \frac{1}{20} H \right) \frac{Hp}{100}.$$

По изслѣдованіямъ, произведеннымъ уже ранѣе Прессле-
ромъ *) и дополненнымъ впослѣдствіи Кунце **), оказалось,
что если m и H выражены въ дециметрахъ, то $p = 2$ и
въ этомъ случаѣ будетъ

$$c = \pm \left(m - \frac{1}{20} H \right) 0,02.$$

По этой формулѣ сдѣланъ расчетъ въ ниже помѣщенной
табличкѣ поправокъ ***), въ которой черточки, поставлен-
ныя надъ числами обозначаютъ «достаточно» или $\frac{1}{2}$.

Употребленіе этой таблицы весьма простое, а именно
слѣдующее: если бы нашли высоту всего дерева (бука)
равною 24,0 метрамъ, діаметръ ствола на высотѣ 1,4
метра надъ землею равнымъ 25,5 сант., а настоящее ви-
довое число по оцѣнкѣ признали въ 0,47, то по таблицѣ по-
правокъ нужно бы сдѣлать поправку въ общей высотѣ де-
рева на +4 процента, т. е. на $24 \times 0,04 = +0,96$ метр.,
такъ что въ расчетъ надо ввести высоту равную $24 + 0,96$
или 24,96 метра. Тогда кубическое содержаніе ствола это-
го дерева равнялось бы $= 0,706858 \times 24,96 \times 0,47 =$

*) Allgem Forst-und Jagdz 1861. S. 408.— Gesetz der Stammbil-
dung S. 130; здѣсь Пресслеръ приводитъ слѣдующее уравненіе:

$$G^{\frac{1}{20}} H = G_o + 0,06 G_o,$$

$$G^{\frac{1}{20}} H = G_u - 0,06 G_o,$$

гдѣ G_o и G_u обозначаютъ площади, расположенныя на 1 прусскій
футъ надъ или же подъ $\frac{1}{20}$ долей всей высоты дерева.

**) Anhang. Zus. 2.

***) I. B. 3. Abth Taf. 16 B.—Эта таблица поправокъ для об-
щей высоты дерева до конца его макушки, выраженной въ футахъ,
находится въ „Forstl. Hülfsb. S. 63 и а. а. D.—Тамъ же находится
подобная же таблица для непосредственнаго измѣренія высоты де-
рева также въ футахъ стр. 64.—Приведенныя прежде Прессле-
ромъ числа (Supplem. zur allgem Forst-und Jagdz. II B. S. 96)
по изслѣдованіямъ Р. Миклица, оказались слишкомъ малыми. При-
веденныя прежде Пресслеромъ числа поправокъ помѣщены въ спра-
вочной книгѣ Арнольда стр. 293.

8,292292 куб. метр. Въмѣсто того, чтобы перемѣнять всю высоту дерева можно бы на 4⁰/₁₀₀ увеличить видовое число или же площадь основанія и въ этомъ случаѣ получили бы видовое число=0,4888, или же площадь основанія=0,735132; въ этихъ случаяхъ кубическое содержаніе также было бы =0,706858×24,0×0,4888 или же=0,735132×24,0×0,47; результаты вычисленій по обѣмъ этимъ даннымъ получаются совершенно одинаковые, какъ и по первому выше-показанному нашему вычисленію.

Настоящее видовое число, массу, всю высоту дерева или площадь основанія ствола, какіе найдены въ дѣйствительности, необходимо исправить, увеличивая ихъ или уменьшая на столько процентовъ, сколько показано ниже въ табличкѣ, если при томъ будетъ

Вся высота дерева.	Высота отъ земли на какой производится из- мѣреніе нижней площади основанія.					
<i>H</i>	0,6 ^m	0,8 ^m	1,0 ^m	1,2 ^m	1,4 ^m	1,6 ^m
8 ^m	+4	+8	.	.	.	.
9	+3	+7	.	.	.	.
10	+2	+6	+10	.	.	.
11	+1	+5	+9	.	.	.
12	0	+4	+8	.	.	.
13	—1	+3	+7	.	.	.
14	—2	+2	+6	+10	.	.
15	—3	+1	+5	+9	.	.
16	—4	0	+4	+8	.	.
17	—5	—1	+3	+7	.	.
18	—6	—2	+2	+6	+10	.
19	—7	—3	+1	+5	+9	.
20	—8	—4	0	+4	+8	.
22	—9	—6	—2	+2	+6	+10
24	—10	—8	—4	0	+4	+8
26	.	—10	—6	—2	+2	+6
28	.	.	—8	—4	0	+4
30	.	.	—10	—6	—2	+2

32	.	.	.	$-\overline{8}$	$-\overline{4}$	0
34	.	.	.	$-\overline{10}$	$-\overline{6}$	$-\overline{2}$
36	.	.	.	$-\overline{12}$	$-\overline{8}$	$-\overline{4}$
38	.	.	.	.	$-\overline{10}$	$-\overline{6}$
40	.	.	.	.	.	$-\overline{8}$

До какой степени достигается точность въ результатахъ, когда пользуются поправками видовыхъ чиселъ помощью предложенной Пресслеромъ вспомогательной таблицы,—можетъ быть опредѣлено только посредствомъ изслѣдованій.

Оцѣнивъ предварительно по только-что указанному способу въ 80 до 100 лѣтнемъ сосновомъ насажденіи видовое число въ 0,51, Шааль *) нашелъ по изслѣдованію ста срубленныхъ стволовъ, что результаты вычисленій съ примѣненіемъ таблицы поправокъ оказались совершенно сходными съ результатами точнаго вычисленія.

Прежнія (рутинныя) видовыя числа, безъ сомнѣнія, составляли уже шагъ впередъ на пути развитія таксаціонной науки, но имъ присущъ тотъ важный недостатокъ, что глазомѣрная ихъ оцѣнка невозможна безъ помощи довольно объемистой таблицы. Этотъ недостатокъ обойденъ рациональными видовыми числами.

Если кто ознакомится, посредствомъ изслѣдованій, какое значеніе имѣютъ мѣстныя условія на раздѣленіе различныхъ формъ дерева на классы, и достигнетъ того, чтобы при оцѣнкѣ класса полнодревесности не сдѣлать значительной ошибки,—то результатъ вычисленія по этой методѣ кубическаго содержанія растущихъ деревьевъ не будетъ на многое различаться отъ истиннаго объема и во многихъ случаяхъ доставить достаточно удовлетворительную точность, такъ какъ общая высота дерева и толщина его нижней площади основанія, взятой отъ земли въ разстояніи, равномъ $\frac{1}{20}$ доли всей высоты дерева, могутъ быть почти всегда измѣрены съ большою точностью. Въ случаѣ-же, что принуждены измѣрять толщину основанія на постоянной отъ земли высотѣ, приложеніе поправокъ по вышеуказанной табличкѣ, т. е. переводъ настоящихъ видовыхъ чиселъ Пресслера въ ненастоящія, поведетъ къ цѣли, по крайней мѣрѣ такъ-же скоро, какъ и непосредственное пользованіе рутинными видовыми

*) Allgem. Forstl. und Jagdz. 1866. s. 202.

числами, которыя, сверхъ того, вѣроятно вслѣдствіе измѣненія діаметровъ на различномъ отъ земли разстояніи, показаны въ сочиненіяхъ разныхъ авторовъ, чрезвычайно несходной величины.

Несмотря на это, все-таки въ такомъ только случаѣ можно допустить вычисленіе кубическаго содержанія деревъ на корню съ помощью видовыхъ чиселъ, хотя-бы и настоящихъ (раціональных), когда обстоятельства вынуждаютъ опредѣлять объемъ древесной массы съ наимвозможно меньшею тратою времени, напр., при безденежныхъ отпускахъ громаднаго количества деревъ при малоцѣнности матеріала и т. п.

Во всѣхъ-же тѣхъ случаяхъ, когда требуется большая точность результатовъ, необходимо должны быть употреблены тѣ методы вычисленія объема деревъ, которыя ни единого изъ вводимыхъ въ расчетъ элементовъ не опредѣляютъ глазомерной оцѣнкой, а подвергаютъ каждый изъ нихъ обмѣру, какъ на примѣръ, тотъ методъ вычисленія объема, который изложенъ въ слѣдующемъ параграфѣ. *)

Если даже совершенно отрицать практическую пригодность раціональных видовыхъ чиселъ, то, тѣмъ не менѣе, все-же надо за ними признать научное значеніе, а именно для характеристики формъ различныхъ деревъ. Это значеніе сохраняютъ за собой видовыя числа до тѣхъ поръ, пока кривыя, производящія бока древеснаго тѣла, приходится разсматривать какъ параболы или какъ линіи, соответствующія формѣ $y^2 = px$, т. е. до тѣхъ поръ, пока еще не будетъ возможнымъ въ уравненіи кривой, производящей бока древесныхъ стволовъ, выразить и вставить всѣ измѣренія изгибовъ той кривой. **)

*) У Кунце въ оригиналѣ сдѣлана ссылка на два слѣдующихъ параграфа, но мы одинъ §, а именно его 31-й, вовсе не помѣстили въ переводѣ, потому что онъ крайне не практиченъ.

**) Кунце, печатавъ 2-е изданіе своего сочиненія, не зналъ еще о предложеніи Риникера, оберъ-ферстера въ Швейцарскомъ кантонѣ Аргау, сочиненіе котораго явилось въ томъ же 1873 году, какъ и изданіе Кунце, подъ заглавіемъ: „Über Baumform und Bestandesmasse“. Не впускаясь здѣсь въ подробности сочиненія Риникера, редакция перевода считаетъ нужнымъ только вкратцѣ указать на обстоятельства, касающіяся видовыхъ чиселъ. Признавая превосходство раціональных видовыхъ чиселъ предъ нужными Риникеръ замѣчаетъ, что не смотря на то, что эти раціональныя числа, при одной и той же формѣ стволовъ, остаются постоянными, нисколько не завися отъ высоты, но они не въ то-
*) Allgemeine Forstl. und Jagdsk. 1896. S. 292.

§ 31.

Вычисленіе кубическаго содержанія ствола у растущихъ деревь, посредствомъ способа разбивки его на части.

Способъ, описанный Кунце въ этомъ §, возможенъ только при помощи точныхъ инструментовъ, которыми необходимо измѣрять діаметры на различныхъ высотахъ ствола. Тогда разбивая мысленно растущее дерево на болѣе или менѣе длинныя отрубки, измѣряя у нихъ на обоихъ концахъ діаметры и длину между ними, послѣ того вычисляютъ каждый такой отрубокъ точно такъ, какъ нами описано у срубленныхъ стволовъ. Слѣдовательно, самый пріемъ не представляетъ ничего новаго, а только требуетъ инструментовъ, которыми бы возможно было, не взлѣзая на дерево, измѣрять на любой высотѣ

ности выражаютъ дѣйствительную форму ствола, а вслѣдствіе того такія рациональныя видовыя числа, составляя сложную функцію экспонента той параболы, которая образуетъ кривую линію, производящую бока ствола, представляютъ затрудненіе на основаніи даннаго рациональнаго видового числа вывести, какой именно экспонентъ соответствуетъ параболѣ древеснаго ствола, тогда какъ зная экспонентъ, можно бы весьма близко опредѣлить какой діаметръ имѣетъ дерево на любой высотѣ. Поэтому Ринкертъ предлагаетъ, въ отличіе отъ рациональныхъ видовыхъ чиселъ, опредѣлять истинныя видовые числа только для той части ствола, которая находится надъ чертою измѣренія нижняго діаметра D , а для включенія послѣдствіи объема той части ствола, которая находится ниже D , можно прибавлять ей объемъ, принявъ его за цилиндръ съ діаметромъ D . Напр. если стволъ дерева до макушки имѣетъ отъ земли высоту $H + a$, гдѣ

$a = \frac{H + a}{20}$; у него измѣренъ нижній діаметръ D отъ земли на высотѣ a , и по точному вычисленію древесной массы этого ствола оказалось, что одна часть ствола, отъ земли до высоты a , имѣетъ объемъ E , а часть ствола, находящаяся выше a , на протяженіи H , имѣетъ объемъ C , то рациональное видовое число $f_1 = \frac{C + E}{\frac{\pi}{4} D^2 \cdot (H + a)}$

истинное же видовое число $f = \frac{C}{\frac{\pi}{4} D^2 H}$, безъ включенія нижней ча-

сти, слѣдовательно объемъ всего ствола равняется: съ помощію рациональнаго видового числа $= \frac{\pi}{4} D^2 \cdot (H + a) \cdot f_1$, съ помощію ис-

тиннаго видового числа $= \frac{\pi}{4} D^2 \cdot (H f + a)$. Различіе въ значеніи этихъ двухъ различныхъ видовыхъ чиселъ видно изъ слѣдующаго: у ствола дерева, производящая его бока кривая линія есть парабола, коей экспонентъ m есть положительное число, варіирующее между единицею и тремя. Если на разсѣченіи по оси ствола мы коорди-

влетворительны, хотя ихъ и не мало. Кунце восхищается универсальнымъ инструментомъ Бреймана и, основываясь на опытахъ, находить его результаты весьма точными. Поэтому только съ инструментомъ Бреймана находить Кунце возможнымъ производить упомянутую операцію вычисленія растущаго дерева.

Мы не разделяемъ мнѣнія Кунце и вполнѣ убѣждены въ неудобствѣ чрезвычайно дорогаго Универсальнаго инструмента Бреймана, котораго описаніе мы поэтому уже выше въ §§ 26 и 27 выпустили. За неимѣніемъ же пригоднаго инструмента, было бы и напрасно рекомендовать такой способъ для вычисленія растущихъ деревьевъ, исполненіе котораго требуетъ точнаго показанія многихъ діаметровъ на различныхъ высотахъ.

Замѣтимъ здѣсь однако, что у Кунце приведенъ одинъ примѣръ весьма удачнаго вычисленія ствола дерева, помощію Универсальнаго инструмента. Объемъ этого дерева, вычисленнаго на основаніи инструментальныхъ показаній, оказался $= 0,278614$ куб. метра; а по срубкѣ дерева, разбивки его на части съ точнымъ обмѣромъ ихъ, вычисленіе дало объемъ $= 0,286202$ куб. метра, слѣдовательно, инструментомъ вычисленъ объемъ дерева, который, противъ истиннаго, представлялъ погрѣшность всего на $- 0,92\%$. Это, однако же, не больше, какъ счастливая случайность. Стоитъ только вспомнить, какъ трудно найти въ лѣсу такую точку для установки инструмента, съ которой возможно бы было видѣть на всемъ протяженіи стволъ, избранный для вычисленія дерева, тѣмъ болѣе, что необходимо встать въ нѣкоторомъ отдаленіи отъ дерева; обыкновенно же это составляетъ непреодолимое препятствіе: то избранный стволъ прикрывается собственными своими сучьями и вѣтвями, то его заслоняютъ другія деревья или же позади измѣряемаго дерева стоятъ другія, цвѣтъ корни которыхъ лишаетъ наблюдателя всякой возможности разсмотрѣть, даже чрезъ хорошія зрительныя трубы, концы діаметровъ у вычисляемаго дерева. Вотъ почему и инструментъ Бреймана, при всѣхъ его другихъ достоинствахъ, вовсе не пригоденъ для вычисленія въ лѣсу растущихъ деревьевъ, съ разбивкою ихъ мысленно на отрубки. Способъ этотъ вовсе не можетъ входить въ программу дѣйствій при таксаціи лѣсовъ.

Примѣчаніе редактора перевода.

§ 32.

Вычисленіе кубическаго содержанія ствола растущихъ деревьевъ, по діаметру площади основанія и по условной высотѣ.

1. Невозможность достаточно точнаго измѣренія діаметровъ на стоячихъ деревьяхъ, безъ пособія инструментовъ, снабженныхъ хорошо увеличивающими зрительными трубами, побудила Пресслера придумать особый способъ вычисленія кубическаго содержанія древесныхъ стволовъ, который и доставляетъ, по крайней мѣрѣ у гладкоствольныхъ хвойныхъ деревьевъ, замѣчательно точные результаты.

На растущемъ стволѣ дерева всегда гораздо легче замѣтить то мѣсто, гдѣ діаметры составляютъ какую—либо определенную часть поперечника нижняго основанія, чѣмъ опредѣлить въ томъ-же высокомъ мѣстѣ, съ достаточною точностью, положительную величину діаметра. Исходя изъ этого положенія, Пресслеръ *) старался опредѣлить мѣсто, гдѣ толщина ствола составляетъ половину діаметра нижняго основанія. Это мѣсто онъ назвалъ «условнымъ мѣстомъ» (Richtpunkt) **), а разстоянія отъ измѣряемой внизу площади основанія, до этого условнаго мѣста, назвалъ, «условною высотой», (Richtpunktshöhe).

Прежде всего разсмотримъ, какое преобразование послѣдуетъ въ извѣстныхъ формулахъ, выражающихъ объемы изслѣдованныхъ уже нами правильныхъ коническихъ тѣлъ, когда мы введемъ въ нихъ, вмѣсто всей высоты тѣла, только условную высоту.

а) Въ прямобокомъ конусѣ мы получимъ, если обозначимъ высоту, находящуюся надъ $\frac{1}{2} D$, чрезъ букву H' , а всю высоту конуса чрезъ H ,

$$H' : H = \frac{1}{2} D : D = 1 : 2$$

или

$$H - H' : H = 2 - 1 : 2 = 1 : 2.$$

Такъ какъ разность $H - H'$ равняется условной высотѣ h , то и получаютъ

$$h : H = 1 : 2,$$

или

$$h = \frac{1}{2} H,$$

$$H = 2 h, \text{ т. е.}$$

мѣсто на стволѣ, гдѣ діаметръ, равный половинѣ діаметра площади основанія, находится у прямобокаго конуса на половинной высотѣ полнаго конуса, или же здѣсь условная высота равняется половинѣ всей высоты полнаго конуса.

Если въ формулѣ, выражающей объемъ $V = \frac{\pi}{12} D^2 H$, замѣнить H величиною $2h$, то

*) Tharand. forstl. Jahrb. 11. B. S. 77.

**) Das. 12. B. S. 177.

$$V = \frac{\pi}{6} D^2 h$$

$$= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{4} D^2 h \right),$$

или также

$$V = \frac{2}{3} G h,$$

такъ что объемъ прямобюкаго конуса ровняется произведе-
нію изъ площади основанія на двѣ трети условной вы-
соты.

б) Въ параболоидѣ, съ сохраненіемъ предъидущихъ обо-
значеній, мы имѣемъ

$$H' : H = \left(\frac{1}{2} D \right)^2 : D^2 = 1 : 4,$$

или

$$H - H' : H = 4 - 1 : 4 = 3 : 4,$$

слѣдовательно

$$h : H = 3 : 4$$

и

$$h = \frac{3}{4} H,$$

$$H = \frac{4}{3} h,$$

такъ что въ параболлическомъ конусѣ оказывается, что та-
кой діаметръ, который равенъ половинѣ діаметра площади
основанія, находится на $\frac{3}{4}$ всей высоты полнаго конуса.

А если еще выраженіе всей высоты конуса $H = \frac{4}{3} h$ вве-

сти въ формулу $V = \frac{\pi}{8} D^2 H$, то получится

$$V = \frac{\pi}{6} D^2 h$$

$$= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{4} D^2 h \right)$$

и

$$V = \frac{2}{3} G h.$$

Слѣдовательно, правило, найденное выше, для вычисленія

кубическаго содержанія прямобокаго конуса, выражаетъ точъ въ точъ также объемъ параболическаго конуса.

с) Въ нейлоидѣ, наконецъ, существуютъ отношенія

$$H'^3 : H^3 = \left(\frac{1}{2} D^2 \right) : D^2 = 1 : 4,$$

а изъ этого слѣдуетъ, что

$$H' : H = 1 : \sqrt[3]{4}$$

или

$$H - H' : H = \sqrt[3]{4} - 1 : \sqrt[3]{4},$$

$$h : H = \sqrt[3]{4} - 1 : \sqrt[3]{4}.$$

Изъ послѣдняго отношенія выводится, что

$$h = \frac{\sqrt[3]{4} - 1}{\sqrt[3]{4}} H, \text{ или почти } = 0,37 H.$$

$$H = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} - 1} h, \quad \text{»} \quad \text{»} \quad = 2,70 h.$$

Отъ введенія этой величины H въ формулу, выражающую объемъ нейлоида $V = \frac{\pi}{16} D^2 H$, получается

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi}{16} D^2 h \times \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} - 1} = \frac{\pi}{16} D^2 h \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1} \right) \\ &= \frac{\pi}{16} D^2 h + \frac{\pi}{16} D^2 h \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1} \end{aligned}$$

Вмѣсто $\frac{\pi}{16} D^2 h$ можно написать

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h \times \frac{3}{8} &= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h \left(\frac{8}{8} - \frac{5}{8} \right) = \\ &= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h - \frac{5\pi}{48} D^2 h. \end{aligned}$$

Если же $\frac{\pi}{16} D^2 h \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1}$ еще перемножить и раздѣлить

на 3, то

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h + \frac{\pi}{48} D^2 h \left(5 - \frac{3}{\sqrt[3]{4}-1} \right) \\
 &= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h + \frac{\pi}{48} D^2 h \frac{5 \sqrt[3]{4}-8}{\sqrt[3]{4}-1} = \\
 &= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h + \frac{\pi}{48} D^2 h \times 0,10725 = \\
 &= \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h + \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h \times 0,0134 = \\
 &= \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{4} D^2 h \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{4} D^2 h \times 0,0134 \right),
 \end{aligned}$$

или также

$$V = \frac{2}{3} G h + 0,0134 \times \frac{2}{3} G h.$$

Стало быть, выведенное нами выше правило для опредѣленія объема прямобокаго и параболическаго конусовъ, по которому $V = \frac{2}{3} G h$ доставляетъ намъ для нейлоида не совершенно точный выводъ, такъ что дѣйствуя на основаніи упомянутого правила, мы получаемъ объемъ нейлоида нѣсколько меньше истиннаго, а именно, какъ это непосредственно видно изъ коофеціента, помѣщеннаго во второмъ членѣ, меньше на 1,34 процента.

По этимъ выводомъ уже можно предсказать, что отъ примѣненія, только что указаннаго нами правила для вычисленія объема коническихъ тѣлъ къ стволамъ деревъ, должно ожидать весьма не малую точность результатовъ.

Опытъ подтвердилъ такое предположеніе, какъ это и доказываютъ ниже приведенныя изслѣдованія. Напримѣръ, толщина у основанія ствола равнялась 23,0 сант., его условная высота = 13,97 метр., такъ что объемъ ствола равенъ

$$0,041548 \times \frac{2}{3} \times 13,97 = 0,386950 \text{ куб. метр.}$$

Тотъ-же самый стволъ, раздѣленный на отрубки, длиною каждый по = 1,5 метра, доставилъ при измѣреніи діаметровъ, по срединѣ каждого отрубка, слѣдующія данныя:

22,1	сан.,	съ площадью круга, равн.	0,038360	кв. мет.
21,8	»	»	037325	»
20,9	»	»	034307	»
19,4	»	»	029559	»
17,8	»	»	024885	»
17,3	»	»	023506	»
16,3	»	»	020867	»
14,5	»	»	016513	»
13,4	»	»	014103	»
11,2	»	»	009852	»
8,0	»	»	005027	»

и оставшийся верхний концы ствола въ 0,75 метровъ длины и на серединѣ его 3,5 сант. толщины; слѣдовательно, весь общій объемъ ствола $= 0,254304 \times 1,5 + 0,000962 \times 0,75 = 0,382177$ куб. метр.

Изъ этого видно, что вышеуказанный способъ вычисленія, помощью условной высоты, далъ намъ объемъ, болѣе истиннаго на

$$\frac{0,386950 - 0,382177}{0,382177} 100 = 1,25 \text{ процента.}$$

2. Такъ какъ нижній діаметръ не долженъ быть измѣряемъ непосредственно у земли (у мѣста сруба), но лишь на высоту отъ 1,3 до 1,5 метра надъ землею, потому что иначе діаметръ былъ бы полученъ совершенно невѣрнымъ, то кусокъ ствола, находящійся между землею (мѣстомъ сруба) и мѣстомъ измѣренія нижняго діаметра, не входитъ во все въ нашъ расчетъ и поэтому долженъ быть измѣренъ и вычисленъ уже отдѣльно. Но для того, чтобы кусокъ этотъ можно было прямо включить въ формулу, Пресслеръ предложилъ слѣдующій приемъ:

Если обозначить длину куска ствола, находящагося подъ мѣстомъ обмѣра толщину, буквою m , то этотъ кусокъ ствола можно принять, по меньшей мѣрѣ, равнымъ цилиндру съ діаметромъ D и длиною m , такъ что если сумму $m+h$, т. е. разстояніе между условнымъ мѣстомъ на стволѣ и поверхностью земли, обозначить буквою $\mathfrak{H}$ (условная высота отъ земли), то h будетъ равно $\mathfrak{H} - m$, и

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} (\mathfrak{H} - m) + \frac{\pi}{4} D^2 m$$

Изъ послѣдняго уравненія слѣдуетъ, что

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} \left(\delta + \frac{1}{2} m \right) \quad (1)$$

$$V = \frac{2}{3} G \left(\delta + \frac{1}{2} m \right) \quad (2)$$

Слѣдовательно, вышеупомянутый стволъ имѣлъ бы
 $0,041548 \times \left(15,47 + \frac{1,5}{2} \right) \times \frac{2}{3} = 0,449273$ куб. метр.
 Для того, чтобы облегчить вычисленіе, Пресслеръ составилъ
 для выраженія $\frac{2}{3} G \left(\delta + \frac{1}{2} m \right)$ таблицу*), въ которую
 входятъ по двумъ даннымъ: по діаметру нижняго измѣре-
 нія и по величинѣ $\delta + \frac{1}{2} m$ или «исправленной сравни-
 тельной высотѣ». По этой таблицѣ для $D = 23,0$ сант. а
 $\delta + \frac{1}{2} m = 16,22$ метра, (такъ какъ послѣдній равняет-
 ся среднему выводу изъ 16 и 16,5 метр.) показанъ объ-
 емъ $= \frac{1}{2} (0,44 + 0,46) = 0,45$ куб. метр. Если же, на-
 конецъ, желаютъ ввести въ расчетъ вліяніе утолщенія
 нижняго конца дерева отъ близости корней, которое, смот-
 ря по обстоятельствамъ, можетъ быть и не мало значитель-
 нымъ, то необходимо измѣрить еще толщину, въ полови-
 нной высотѣ отъ земли, того мѣста, гдѣ обыкновенно из-
 мѣряютъ діаметръ. Если этотъ, на серединѣ нижняго кон-
 ца, найденный діаметръ назовемъ D_m , а соответствую-
 щую ему площадь круга назовемъ G_m , и за тѣмъ поло-
 жимъ $10 \frac{D_m - D}{D} = n$, то

$$D_m = \frac{n}{10} D + D = D \left(1 + \frac{1}{10} n \right),$$

такъ что объемъ куска, находящагося подъ точкою измѣре-
 нія, будетъ равняться $\frac{\pi}{4} D^2 \left(1 + \frac{1}{10} n \right)^2 m$.

Съ замѣненіемъ этою величиною величины $\frac{\pi}{4} D^2 m$,
 вышепомѣщенное уравненіе 1) переходитъ въ

*) I. B. 3. Abth. Taf. 15 — Сперва помѣщена была въ „Neue holt-
 wirtsch. Tafeln“ Taf. VII

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} (\mathfrak{H} - m) + \frac{\pi}{4} D_2 \left(1 + \frac{1}{10} n \right)^2 m \\ = \frac{\pi}{4} D^2 \times \left(\frac{2}{3} \mathfrak{H} + \frac{1}{3} m + \frac{1}{5} mn + \frac{1}{100} mn^2 \right).$$

А такъ какъ, вмѣсто $\frac{1}{3} m + \frac{1}{5} mn + \frac{1}{100} mn^2$ мож-
но написать $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} m + \frac{2}{3} \times \frac{3}{10} m + \frac{2}{3} \frac{3}{200} mn^2$,
то

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} \left(\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m + \frac{3}{10} mn + \frac{3}{200} mn^2 \right).$$

Членъ $\frac{3}{200} mn^2$ въ большинствѣ случаевъ можетъ быть
упущенъ, безъ опасенія замѣтной погрѣшности; тогда остается

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} \left(\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m + \frac{3}{10} mn \right). \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

или

$$V = \frac{2}{3} G \left(\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m + \frac{3}{10} mn \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Если же и эту формулу примѣнить къ вышеприведенному
примѣру, то такъ какъ $D_m = 23,4$ сент., получаемъ

$$10 \frac{D_m - D}{D} = 10 \frac{23,4 - 23,0}{23,0} = \frac{4}{23,0} = 0,174 = n,$$

а объемъ всего ствола, со включеніемъ утолщенія пня, бу-
детъ:

$$\frac{\pi}{4} \times (0,23)^2 \left(15,47 + \frac{1,5}{2} + \frac{3}{10} \times 1,5 \times 0,174 \right) \frac{2}{3} \\ = 0,451488 \text{ куб. метрамъ.}$$

По вычисленію ствола, съ разбивкою его на отрубки, по-
лучился бы объемъ $= 0,381456 + 0,043005 \cdot 1,5 = 0,445964$
кубич. метровъ.

Слѣдовательно, по правилу Пресслера, полученъ резуль-
татъ преувеличенный на $\frac{0,451488 - 0,445964}{0,445964} 100 = 1,24$
процента.

3. Отыскать условное мѣсто на срубленныхъ стволахъ не
представляетъ никакого затрудненія. Слѣдуетъ только обра-
щать вниманіе на то, чтобы измѣреніе нижней толщины не
производилось слишкомъ низко, дабы избѣжать вліяніе кор-

ней на ненормальное утолщеніе и другія неправильности нижней части ствола. Поэтому, мѣсто измѣренія нижняго діаметра должно находиться на высотѣ около 1,5 метра. Кромѣ того, Пресслеръ *) предлагаетъ еще соблюдать слѣдующія правила предосторожности. Вблизи условнаго мѣста, выше и ниже, находится кусокъ ствола, имѣющій на всемъ своемъ протяженіи довольно ровную толщину, которая представляетъ едва замѣтную разницу противъ половины діаметра нижняго основанія. Поэтому, слѣдуетъ замѣтить мѣсто, гдѣ діаметръ едва достигаетъ величины равной половинѣ нижняго основанія и мѣсто, гдѣ толщина чуть-чуть меньше; между этими двумя предѣлами надо по срединѣ считать условное мѣсто. Ту часть ствола, гдѣ находятся означенные два предѣла едва замѣтной въ толщинѣ разницы противу половины діаметра нижняго основанія, Пресслеръ называетъ «областью условной высоты» (Richtpunktszone).

Что касается примѣненія къ срубленнымъ деревьямъ способа вычисленія кубическаго содержанія, на основаніи условной высоты, то въ степени точности этого способа не должно быть сомнѣній, такъ какъ изслѣдованія многихъ лицъ, помѣщенные нами ниже, доказываютъ, что въ среднемъ выводѣ результаты этого способа не только не уступаютъ въ степени точности вычисленіямъ, произведеннымъ съ помощью взятаго по срединѣ дерева діаметра, но даже превосходятъ ихъ. Да и въ отдѣльныхъ случаяхъ, оба способа представляютъ въ результатахъ одинаковыя колебанія.

Но является другого рода возраженіе противу введенія способа вычисленія объема *срубленныхъ* деревъ, съ помощью сравнительной высоты,—именно то, что этотъ способъ требуетъ гораздо болѣе времени и что для вычисленія объема бревенъ, т. е. стволовъ, лишенныхъ вершинъ, необходимо предпринять дополнительный расчетъ, а это обстоятельство, вѣроятно, навсегда исключаетъ упомянутый способъ изъ числа тѣхъ, которыми практика воспользуется для опредѣленія кубическаго содержанія срубленнаго лѣса.

Сообщенія о степени точности этого способа, при вычисленіи кубическаго содержанія срубленныхъ деревъ, сдѣла-

*) Das Gesetz der Stammbildung und dessen forstwirthschaftliche Bedeutung insbesondere für den Waldbau höchsten Reinertrags. Mit zahlreichen Holzchnitten“. Лейпцигъ, у книгопродавца Арнольда. 1865. 8. S. 95.

ны Пресслеромъ, ¹⁾ который у 80 стволовъ получилъ объему меньше истиннаго на 0,89%, съ колебаніями отъ — 8,0 до + 8,7 процента; затѣмъ еще 100 стволовъ дали въ среднемъ счетъ ошибку на + 1,39%, но при этихъ стволахъ не была соблюдена достаточная точность при вычисленіи ихъ по способу раздѣленія на отрубки. Бауръ ²⁾ нашелъ у 21 сосны и у 1 ели въ среднемъ счетъ преувеличенный результатъ на 4,47%, съ частными колебаніями отъ — 11,0 до + 16,4 процента; Зейденстиккеръ ³⁾ у 25 елей нашелъ въ среднемъ выводъ излишекъ на + 2,51% и частныя колебанія отъ — 19,4 и до + 5,2 процента; Миклицъ ⁴⁾ нашелъ меньше истиннаго объема у 15 елей и пихтъ на 1,45%, съ колебаніями отъ — 5,4 до + 1,2%; а у 13 лиственныхъ деревъ результатъ былъ меньше на 0,92%, съ колебаніями отъ — 11,8 до + 16,6%; Іудейхъ ⁵⁾ получилъ у 27 елей слишкомъ малые результаты на 0,22%, у 5 сосенъ слишкомъ великіе на 1,52% и въ первомъ случаѣ колебанія отъ — 6,5 до + 4,1, во второмъ случаѣ, отъ — 0,5 до + 4,5 процента; Фонъ Зеебахъ ⁶⁾ нашелъ у 37 буковъ избытокъ на 1,71%, у 27 елей недостатокъ на — 0,59% и въ первомъ случаѣ частныя колебанія отъ — 7,6 до + 17, во второмъ отъ — 11,8 до + 10,6%; Тегеръ ⁷⁾ производилъ изслѣдованія надъ 41 хвойнымъ деревомъ и 14 буками: изслѣдованія надъ первыми дали результаты, увеличенные на 0,64%, съ частными колебаніями отъ — 6,3 до + 7,0; изслѣдованія же надъ вторыми дали меньше на 0,87%, съ частными колебаніями отъ — 6,7 до + 5,2. Наконецъ Пресслеръ ⁸⁾ сообщилъ еще ганноверскія изслѣдованія надъ 32 буками, которыя дали въ среднемъ выводъ меньшій результатъ на 1,06% съ отклоненіями отъ — 11,0 до + 21,4%.

Биберъ ⁹⁾ опредѣлялъ кубическое содержаніе 150 пихтъ по правилу условной высоты и нашелъ въ общемъ итогъ ошибку на + 0,47%. вмѣстѣ съ тѣмъ, Биберъ нѣсколько

1) Tharand. forstl. Jahrb. 12. B. S. 190.

2) Allgem. Forst. u. Jagdz. 1859. S. 209

3) Тамъ-же 1860. S. 106.

4) Тамъ-же 1860. S. 108.

5) Тамъ-же 1861. S. 117.

6) Suplem. z. allgem. Forst. und Jagdz. III. B. S. 7.

7) Allgem. Forst. u. Jagdz. 1864. S. 181.

8) Тамъ-же 1865. S. 174.

9) Verhandl. d. Forst. v. Mähren und Schlesien. 1870. 1. H. S. 1.

измѣнилъ формулы Пресслера, такъ что, обмѣряя нижній діаметръ на высотѣ отъ земли въ 1,581 метра, онъ вывелъ

$$V = \frac{2}{3} G \left(5 + \frac{7}{10} \times 1,581 \right).$$

При употребленіи этой формулы Биберъ получилъ, у показанныхъ 150 стволовъ, общую ошибку на $+0,05\%$. Наконецъ, Максъ Кунце производилъ изслѣдованія надъ 17 соснами, причемъ нашелъ, въ среднемъ выводѣ, ошибку на $+0,86\%$, съ отклоненіями у отдѣльныхъ стволовъ отъ— 7,6 до $+7,1$ процента.

§ 33.

Продолженіе.

Совершенно въ иномъ положеніи, чѣмъ относительно срубленныхъ деревь, находится вопросъ касательно вычисленія объема по способу условной высоты, коль скоро рѣчь идетъ объ *растущихъ деревьяхъ*. Здѣсь способъ опредѣленія кубическаго содержанія, съ помощью условной высоты, является такимъ, который, вѣроятно, изъ всѣхъ способовъ, не требующихъ инструментовъ со зрительными трубами, доставляетъ наиболѣе надежные результаты, по крайней мѣрѣ у породъ деревь, стволъ которыхъ не сильно развѣтвляется, какъ напр. у гладкоствольныхъ хвойныхъ деревь, также и у березы и ольхи. Для того, чтобы опредѣлить на стволѣ мѣсто условной толщины съ бѣльшею точностью, чѣмъ оно возможно при одномъ только глазомѣрѣ, необходимъ еще небольшой инструментъ, устройство котораго основано на слѣдующихъ соображеніяхъ:

Если a будетъ мѣсто, гдѣ находится глазъ (фиг. 30), $S_1 S_2$ предметъ (діаметръ дерева), A_1, A_2 , двѣ нити діоптровъ, изъ которыхъ одна A_1 направлена на S_1 , а другая A_2 на S_2 , и если разстояніе ae , отъ глаза до діоптровъ удвоить, посредствомъ передвиженія діоптровъ (но не измѣняя разстояніе нитей A_1 и A_2), то они примутъ положеніе A_1' и A_2' . Если же въ этомъ второмъ положеніи діоптровъ представить себѣ, что вычерченъ лучъ зрѣнія по направленію визированія as_1, as_2 , тогда въ подобныхъ треугольникахъ aA_1A_2 и aS_1S_2

Фиг. 30.



$$\frac{ae_1}{A_1 A_2} = \frac{a E}{S_1 S_2}$$

между тѣмъ, какъ изъ треугольниковъ $aA_1' A_2'$ и $as_1 s_2$

$$\frac{ae_2}{A_1' A_2'} = \frac{a E}{s_1 s_2},$$

или, вслѣдствіе того, что $ae_2 = 2ae_1$ и $A_1' A_2' = A_1 A_2$, слѣдуетъ

$$\frac{2ae_1}{A_1 A_2} = \frac{a E}{s_1 s_2}.$$

Результатомъ обоихъ уравненій, черезъ дѣленіе, $\frac{ae_1}{A_1 A_2}$

$$\frac{2ae_1}{A_1 A_2} = \frac{a E}{S_1 S_2} : \frac{a S}{s_1 s_2} \text{ является } \frac{1}{2} = \frac{s_1 s_2}{S_1 S_2},$$

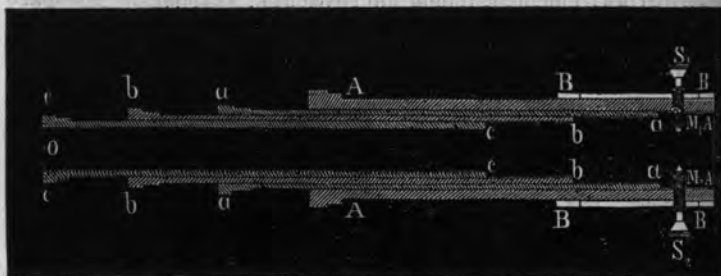
или

$$s_1 s_2 = \frac{1}{2} S_1 S_2.$$

Этими уравненіями можно воспользоваться для устройства уже упомянутого небольшого инструмента, назначеніе котораго состоитъ въ томъ, чтобы нѣсколько точнѣе опредѣлять мѣсто условной высоты, вслѣдствіе чего Пресслеръ и называлъ этотъ инструментъ «Richtrohr», т. е. трубочка для отысканія мѣста условнаго діаметра (наводная трубочка).

Этотъ инструментъ (фиг. 31), въ нынѣшнемъ его видѣ, состоитъ изъ картонной трубкы A , около 17 сент. длины и 4 сент. ширины. Эта трубка имѣетъ спереди короткую

Фиг. 31.



трубку B , съ цѣлью предотвратить ослѣпленіе при яркомъ солнечномъ свѣтѣ; кромѣ того, на томъ же концѣ находятся двѣ металлическія пластинки M_1 , M_2 , въ которыхъ вращаются два винта S_1 , S_2 , такимъ образомъ, что ихъ оси находятся на одной прямой. Эти винтики служатъ въ то же время къ тому, чтобы удержать трубку B отъ спаденія.

отыскиваютъ точку R_1 , гдѣ діаметръ опять будетъ охваченъ концами винтиковъ, которые остались безъ измѣненія ихъ прежняго положенія. Этотъ діаметръ будетъ близко, хотя и не совсѣмъ точно, подходить къ половинѣ перваго діаметра, взятаго на высотѣ 1,5 метра отъ земли, такъ какъ отъ глаза разстояніе R_1A больше, чѣмъ горизонтальное разстояніе EA . Обѣ величины, R_1A и EA , можно найти, если измѣрить уголъ $R_1AD = a_1$ и уголъ $EAD = a_2$; именно: $R_1A = AD \times \sec a_1$; $EA = AD \times \sec a_2$.

Если для измѣренія угловъ высоты пользоваться, напр., измѣрителемъ Пресслера, то вмѣстѣ съ величиною угловъ, получатся непосредственно и ихъ секанты, которые, положимъ, будутъ a_1 и a_2 .

Послѣ такой подготовки, трубки b и c устанавливаютъ опять на дѣленіе 50, трубку a на $\frac{1}{2} \sec a_2$, или $\frac{1}{2} a_2$, и при взглядѣ на нижній діаметръ около E устанавливаютъ винтики такъ, чтобы ихъ концы на видъ опять касались обѣихъ противоположныхъ оконечностей діаметра при точкѣ E . Затѣмъ выдвигаютъ трубки b и c до дѣленія 100, а трубку a до дѣленія, коего цифра соответствуетъ величинѣ $\sec a_1$, или a_1 , и въ подобномъ положеніи трубы отыскиваютъ опять точку, гдѣ діаметръ проходитъ между концами, не тронутыхъ въ это время, винтиковъ. Если эта точка будетъ не далеко отъ прежде, до измѣренія секантовъ, приблизительно опредѣленной, то результатомъ можно удовольствоваться; но если между точками, первой приблизительно опредѣленной, и второй съ помощью секантовъ, будетъ большое разстояніе, то все изслѣдованіе нужно повторить. Въ подобномъ случаѣ принимаютъ аргіогі точку R_2 за вѣрную и измѣряютъ уголъ высоты a_1 съ помощью его секанта a_1' . Если теперь поставить трубку a соответственно съ величиною a_1 и въ такомъ положеніи отыскивать точку, гдѣ проходитъ діаметръ между концами винтиковъ, то эта точка будетъ близко подходить къ дѣйствительной условной точкѣ. Условную же высоту можно получить изъ слѣдующаго уравненія: $\S = AD (\tan a_1' \pm \tan a_2) + m$, гдѣ весьма важно обратить вниманіе на то, какой именно знакъ слѣдуетъ поставить передъ $\tan a_2$ *).

*) Отрицательный знакъ ставится, если E находится надъ D , а положительный, когда E находится ниже D , у E_1 .

Примѣръ болѣе еще разъяснить весь ходъ изслѣдованія. Разстояніе AD отъ наблюдателя до оси дерева было найдено равнымъ 40 метрамъ; визируя потомъ на точку измѣренія, положимъ, нашли, что $\sec a_2$, или $a_2 = 1,001$. Послѣ того, визируя на предварительно опредѣленную условную точку, нашли, что $\sec a_1$ или $a_2 = 1,16$. Затѣмъ, слѣдовало бы трубку a поставить на дѣленіе 50,05, трубки же b и c на 50 и захватить между концами винтиковъ діаметръ нижняго основанія. Послѣ этого, надо установить трубку a на 116, b и c на 100 и въ этомъ положеніи трубы отыскать точку, гдѣ у дерева будетъ діаметръ, равный половинѣ нижняго діаметра. Положимъ, что при этомъ найдено, что точка R_1 была опредѣлена ошибочно, а именно, слишкомъ низко. Послѣ повторенія получилось, что секантъ исправленной точки оказался равнымъ 0,20. Тогда, слѣдовало бы трубку a поставить на 120 и въ этомъ положеніи трубы произвести провѣрку точки R_1 . Если же и послѣ этого окажется замѣтная разница въ положеніи исправленной условной точки, полученной при провѣркѣ, то было бы необходимо произвести поправку еще въ третій разъ.

Такъ какъ, $\sec a_1 = 1001$ соотвѣствуетъ $\tan a_1 = 0,046$, а $\sec a_2 = 1,20$ соотвѣствуетъ $\tan a_2 = 0,663$, то условная высота будетъ $= (0,663 - 0,046) \cdot 40 = 24,68$ метра, (принимая, что a_2 есть уголъ высоты) слѣдовательно, если нижній діаметръ измѣрялся на высотѣ отъ земли $= 1,5$ метрамъ, а діаметръ этой нижней площади основанія былъ $= 40$ сент., то условная высота будетъ $= 24,68 + 1,5 = 26,88$ метра, a

$$V = \frac{\pi}{4} \left(0,40 \right)^2 \times \left(26,18 + \frac{1,5}{2} \right) \times \frac{2}{3} = 2,255669 \text{ куб. метр. *)}.$$

Весьма мало произведено еще изслѣдованій, съ цѣлью доказать, какая степень точности достигается съ помощью только что описаннаго нами метода опредѣленія кубическаго содержанія растущихъ стволовъ.

Пресслеръ **) сообщилъ свои измѣренія, сдѣланныя имъ надъ 100 растущими стволами, въ которыхъ общій итогъ погрѣшности составилъ величину $+0,86\%$.

*) Tafeln zur Erleichterung der Rechnung I. B. 3. Abth Taf 15.

**) Tharand. forstl Jahrb 12. B. S. 197.

Но такъ какъ вычисленіе кубич. содержанія немногихъ только изъ этихъ стволовъ, послѣ ихъ срубки, произведено было съ помощью разбивки на короткія части; значительнѣйшее же число стволовъ вычислены были лишь по среднему діаметру двухъ половинокъ, верхней и нижней части ствола, то результаты, достигнутые Пресслеромъ, въ этомъ случаѣ, недостаточно надежны. Юдейхъ *) у 22 елей нашелъ въ среднемъ выводѣ ошибку въ $1,08\%$, съ колебаніями въ отдѣльныхъ результатахъ отъ 12,2 до $+7,8$ процентовъ. Шааль **) получилъ отъ 250 хвойныхъ и 50 лиственныхъ деревъ ошибку въ $-0,28\%$ и въ 50-ти специально сообщенныхъ случаяхъ, колебанія у хвойныхъ деревъ, отъ $-16,8$ до $+8,6$, а у лиственныхъ деревъ отъ 14,5 до $+7,2$ процента.

Оцѣнка степени точности этого метода опредѣленія кубическаго содержанія ствола должна производиться, конечно, лишь сравнительно съ тѣми методами, которые также вычисляютъ объемъ ствола лишь съ помощью двухъ элементовъ: толщины и длины. Наиболѣе соотвѣтственнымъ, для сравненія въ данномъ случаѣ, былъ бы предложенный Госфельдомъ методъ опредѣленія кубическаго содержанія, гдѣ требуются для вычисленія объема только двое данныхъ: общая высота и толщина, измѣренная на одной трети всей высоты дерева. Вычисленіе послѣднимъ способомъ, было бы весьма удобнымъ произвести съ пособіемъ универсальнаго инструмента Бреймана, но до сихъ поръ подобныхъ изслѣдованій еще не сдѣлано и нѣтъ поэтому данныхъ для сравненія степени точности обоихъ методовъ. Тѣмъ не менѣе, сообщенные выше, весьма благопріятные результаты вычисленія объема растущихъ деревъ, произведенные съ помощью двухъ данныхъ, — нижней площади основанія и условной высоты, должны обратить вниманіе на этотъ методъ вычисленія и вызываютъ желаніе, чтобы дальнѣйшими изслѣдованіями можно было придти къ окончательному заключенію о степени точности выводовъ. Упреки, часто дѣлаемые этому методу вычисленія объема деревъ, отчасти несправедливы.

Оправданіемъ на обвиненіе, что методъ этотъ долженъ доставлять ошибочные результаты, вслѣдствіе того, что имъ

*) Allgem. Forstl und Jagdz 1861. S. 117.

**) Supplem. z. allgem. Forst und. Jagdz V. B. S. 141.

вычисляются точно лишь прямобоній конусъ и параболоиды, можетъ служить отвѣтъ: въ практикѣ всѣ вообще методы вычисленія, а особенно методъ опредѣленія кубическаго содержанія, на основаніи одной толщины, измѣренной посреди ствола, страдаютъ тѣмъ же недостаткомъ, ибо всѣ они основываются на формулахъ, выражающихъ совершенно точно объемъ тѣлъ лишь нѣкоторыхъ, а не всѣхъ формъ. Бояѣ важнымъ является то возраженіе, что во многихъ случаяхъ на деревѣ бываетъ прикрытая вѣтвями условная точка измѣренія, которую поэтому трудно найти, а у многихъ древесныхъ породъ почти постоянно стволъ дѣлится на нѣсколько вершинъ гораздо ранѣе, чѣмъ стволъ достигаетъ до толщины условной точки. Нельзя не согласиться, что дѣйствительно, въ нѣкоторыхъ случаяхъ, условная точка на стволѣ бываетъ заслонена вѣтвями, но обстоятельство это является не очень часто, по крайней мѣрѣ менѣе частымъ оно бываетъ въ спѣлыхъ насажденіяхъ, въ которыхъ преимущественно и приходится вычислять кубическое содержаніе деревъ. Что же касается до развѣтвленія, у многихъ породъ, вершинъ, ранѣе чѣмъ стволъ достигаетъ толщины условной точки, то въ виду справедливости этого замѣчанія, надо сознаться, что у такихъ древесныхъ породъ пока еще не можетъ быть примѣненъ методъ вычисленія объема, съ помощью условной высоты; предложенныя же Пресслеромъ, на такой случай, приемы вычисленія, *) мы не можемъ рекомендовать до тѣхъ поръ, пока изслѣдованіями не будетъ доказана пригодность этихъ приѣмовъ.

Наконецъ, послѣднее возраженіе, будто бы весьма затруднительно опредѣлять съ достаточною точностью на стволѣ условную точку, даже и тогда, когда она вовсе не прикрыта вѣтвями, это возраженіе, надо полагать, есть послѣдствіе нѣкотораго, даже до извѣстной степени основательнаго, страха пускаться на глазомѣрную оцѣнку діаметровъ, опредѣленіе которыхъ такимъ способомъ, въ видѣ положительной величины, весьма затруднительно, если желаютъ имѣть результатъ точный, или по крайней мѣрѣ, близко приближающійся къ точности.

По этотъ-то камень преткновенія избѣгаетъ какъ разъ методъ условной высоты тѣмъ, что не требуетъ опредѣле-

*) Vergl. und A. I. Bd. I. Abth. S. 58.

нія діаметра положительною величиною, а требуетъ только указанія на стволъ мѣста, гдѣ имѣющійся діаметръ по величинѣ своей находился бы въ извѣстномъ, возможно простѣйшемъ отношеніи къ другому, данному на томъ же деревѣ, діаметру. Даже для простаго глаза эта задача не очень трудная, но она еще облегчается вышеписаннымъ, не сложнымъ инструментомъ, въ видѣ трубочки.

Кромѣ того, ошибка въ оцѣнкѣ условной точки вліяетъ на общій результатъ вычисленія кубическаго содержанія не какъ ошибка въ опредѣленіи величины діаметра, а только какъ ошибка въ опредѣленіи высоты. Потому что, если дѣйствительный объемъ ствола равенъ

$$V = \frac{2}{3} G \left(\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m \right),$$

а при оцѣнкѣ условной точки произошла ошибка, то такая ошибка измѣняетъ только условную высоту $\mathfrak{H}$ на величину сдѣланной ошибки θ , причемъ послѣдняя можетъ быть или положительною, или же отрицательною. Въ такомъ случаѣ, съ этою ошибочною высотой получается объемъ

$$V_1 = \frac{2}{3} G \left(\mathfrak{H} + \theta + \frac{1}{2} m \right),$$

а ошибку въ вычисленіи общей массы, выражая ее въ процентахъ дѣйствительнаго объема, получимъ

$$\begin{aligned} p = \frac{V_1 - V}{V} 100 &= \frac{\frac{2}{3} G \left(\mathfrak{H} + \theta + \frac{1}{2} m \right) - \frac{2}{3} G \left(\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m \right)}{\frac{2}{3} G \left(\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m \right)} 100 \\ &= \frac{\theta}{\mathfrak{H} + \frac{1}{2} m} 100. \end{aligned}$$

Если бы, напримѣръ въ вышеприведенномъ нами примѣрѣ сохранить первый результатъ сек $a_1 = 116$, то условная высота была бы найдена невѣрною на $(0,663 - 0,630)$ 40 или 1,32 метра. Ошибка въ опредѣленіи массы, явившаяся вслѣдствіе введенія въ расчетъ ошибочной длины, составила бы въ этомъ случаѣ $\frac{1,32}{26,18 + \frac{1,5}{2}} 100 = 4,9$ про-

цента всего дѣйствительнаго объема.

Здѣсь слѣдуетъ еще указать на соотношеніе, существующее между положеніемъ условной точки ствола и его рациональнымъ видовымъ числомъ *).

У прямобокаго конуса, какъ извѣстно, видовое число = 0,369, а условная высота = 0,50 общей высоты всего дерева до конца макушки; у параболоида видовому числу 0,526 соответствуетъ условная высота 0,75 H . Въ виду этого, если условную высоту выразить въ сотыхъ доляхъ общей высоты дерева, и за тѣмъ въ послѣдовательномъ порядкѣ увеличивать условную высоту, постепенно прибавляя по одной сотой доли общей высоты, и за тѣмъ вычислить соответствующія этимъ возрастающимъ условнымъ высотамъ видовыя числа, то получается табличка **), которою можно пользоваться, чтобы по мѣсту положенія условной точки какого нибудь дерева опредѣлять его видовое число. Процедура эта весьма существенно упрощается тѣмъ, что вовсе не требуется знанія ни абсолютной величины общей высоты дерева, ни условной высоты, а требуется только знаніе взаимнаго отношенія этихъ двухъ величинъ, которое можетъ быть просто выведено изъ тангенсовъ измѣренныхъ для высотъ угловъ.

Пресслеръ, кромѣ того пытался воспользоваться различнымъ мѣстоположеніемъ на стволѣ условной точки, для цѣли опредѣленія верхнихъ толстотъ, безъ помощи увеличительныхъ инструментовъ, но болѣе точно, чѣмъ это бываетъ возможнымъ при глазомѣрной оцѣнкѣ. Если обозначить

*) На это Пресслеръ первый обратилъ вниманіе въ „Supplem. z. Allgem. Forst-und Jagdz. II. B. S. 94.

**) Подобное сопоставленіе сдѣлалъ Іюдейхъ (Allgem. Forstl u. Jagdz. 1861. S. 119). Мы приводимъ ее здѣсь въ слѣдующемъ:

Условная точка.	Видовое число.	Условная точка.	Видовое число.	Условная точка.	Видовое число.
0,50 H	0,369	0,61 H	0,438	0,72 H	0,507
51	376	62	445	73	514
52	382	63	451	74	520
53	388	64	457	75	526
54	394	65	464	76	533
55	401	66	470	77	539
56	407	67	476	78	544
57	413	68	482	79	551
58	420	69	489	80	558
59	426	70	495	81	564
60	432	71	501	82	571

буквою *D* нижній измѣряемый діаметръ, *h*—условную высоту, *m*—высоту отъ земли, на которой измѣренъ нижній діаметръ, и притомъ назвавъ: форму прямобокаго конуса скудною формой, а форму параболическую—полнодревесною, то, на основаніи извѣстныхъ для этихъ двухъ тѣлъ условныхъ высотъ и уравненія ихъ кривыхъ, производящихъ бока, легко составить слѣдующую таблицу: *)

На высотѣ.	Верхняя толщина <i>d</i> составляетъ, если форма дерева бываетъ: средней скудная. полнодревесности. полнодревесная				
	К л а с с ы ф о р м ы.				
	I.	I—II.	II.	II—III.	III.
$m + 0,1 h$	0,95D	0,95D	0,95D	0,95D	0,95D
0,2	90	90	91	91	92
0,3	85	85	86	87	88
0,4	80	81	82	83	84
0,5	75	76	77	78	79
0,6	70	71	72	73	74
0,7	65	66	67	68	69
0,8	60	61	62	62	63
0,9	55	55	56	56	57
1,0	50	50	50	50	50
1,1	45	44	43	42	42
1,2	40	38	36	34	32
1,3	35	31	27	24	20
1,4	30	25	—	—	—
1,5	25	—	—	—	—

Конечно, числа эти выражаютъ лишь приближеніе къ истинѣ, но никакъ нельзя на нихъ основывать какіе либо расчеты, или хозяйственныя мѣропріятія.

§ 34.

Законъ массы вѣтвей.

Какъ уже было замѣчено, рутинныя видовыя числа ствола, равно и раціональныя, черезъ присоединеніе къ нимъ массы сучьевъ, вѣтвей и хвороста, преобразовываются въ видовыя числа цѣлаго дерева, такъ что изъ разности между этими обѣими величинами получается видовое число вѣтвей, съ помощью котораго уже становится возможнымъ опредѣлять величину всей массы вѣтвей и хвороста.

Если опредѣлить массу всего ствола посредствомъ метода условной высоты, или посредствомъ вычисленій, съ разбив-

*) Gesetz der Stammbildung 8. 99. Менѣе подробно можно найти также въ раньше приведенномъ „Измѣритель“ 3 Aufl. S. 393.

кою дерева на отрубки, то слѣдовало бы, не прибѣгая ни къ какой посторонней помощи, исключая какъ къ этимъ видовымъ числамъ, сперва снова найти видовое число ствола и отыскать въ таблицѣ видовыхъ чиселъ принадлежащее этому видовому числу ствола видовое-же число вѣтвей. Сравнительно съ такимъ дѣйствіемъ, гораздо проще и вѣрнѣе, намъ кажется, пріемъ, предложенный Пресслеромъ, подъ названіемъ «законъ массы вѣтвей». На основаніи этого закона можно опредѣлять массу сучьевъ, вѣтвей и хвороста въ приспѣвающихъ и спѣлыхъ лѣсахъ, пользуясь отношеніемъ, въ какомъ находится высота древесной кроны (вершины) къ общей высотѣ дерева *). Пресслеръ выразилъ этотъ законъ слѣдующимъ образомъ: если мѣсто, гдѣ начинается надъ землею крона, или вершина дерева, или, что одно и то же, если свободная отъ вѣтвей нижняя часть ствола будетъ увеличиваться въ видѣ арифметическаго ряда перваго порядка, то процентъ массы вѣтвей (т. е. масса вѣтвей, выраженная въ процентахъ къ массѣ ствола), будетъ уменьшаться въ видѣ арифметическаго ряда второго порядка.

Пресслеръ, на основаніи изслѣдованій, произведенныхъ частію имъ самимъ, частію-же оберъ-ферстеромъ Тегеромъ, составилъ слѣдующую таблицу **):

Вершина начинается на высотѣ отъ земли.	Процентъ массы вѣтвей.			
	Ель и пихта.	Сосна.	Букъ.	Береза.
	(Съ включеніемъ иглъ).		(Исключая листьевъ).	
0,9 Н.	5	5	6	5
8	9	11	11	6
7	14	19	17	10
6	20	29	24	16
5	27	41	32	24
4	35	55	42	(34)
3	45	(71)	55	(46)
2	56	(89)	71	(60)

Еслибы, напримѣръ, по нижней площади основанія и условной высотѣ, опредѣленъ былъ весь объемъ еловаго ствола въ 0,763 куб. метра, и вся высота дерева найдена = 20,5 метра, а высота свободной отъ сучьевъ нижней

*) Allgem. Forstl. und Jagdz. 1864. S. 406.—Gesetz der Stammbildung. S. 105.

**) I. B. 3. Abth. Taf. 14. b.—Эта таблица прежде всего была помещена въ „Gesetz der Stammbildung“, S. 113. Числа, находящіяся въ скобкахъ, составляютъ величины, найденныя вычисленіемъ.

части ствола = 15,0 метр., то коронка была бы прикреплена на высоту $\frac{15,0}{20,5}$ или 0,73 общей высоты дерева. Поэтому, вся масса вѣтвей составила бы $14 - \frac{5}{10} \times 3$, или 12,5% массы ствола, т. е. $0,763 \times 0,125$, или 0,095 куб. метра, такъ какъ въ таблицѣ масса вѣтвей при гладкой части ствола = 0,7 общей высоты дерева составляетъ 14%, при 0,8, напротивъ того, 9 процентовъ всей массы ствола. Следовательно, вся масса цѣлаго дерева была бы равна $0,763 + 0,095 = 0,858$ куб. метр.

Въ строгомъ смыслѣ, приведенныя Пресслеромъ числа, годны лишь для деревьевъ, достигшихъ отъ половиннаго до полного нормальнаго лѣснаго возраста *) и выросшихъ въ нормальной, благопріятной для развитія деревьевъ, полнотѣ насажденія. Если-же деревья выросли въ болѣе густыхъ насажденіяхъ, то числа, выражающія процентъ массы сучьевъ, должны быть на одну треть уменьшены; такое-же уменьшеніе надо сдѣлать и въ болѣе старшихъ возрастахъ лѣса **).

*) О способѣ опредѣленія нормальнаго лѣснаго возраста смотри выше на страницѣ 141, т. е. возрастъ, въ которомъ получается наибольшій средний приростъ.

**) Кунце имѣлъ случай проверить приведенныя Пресслеромъ числа на еловомъ насажденіи въ Тарантской дачѣ; насажденіе это хотя и перешло немного за нормальные лѣта лѣса, но, судя по строенію коронки, выросло въ умѣренной густотѣ. Изслѣдованы были 91 стволъ, но изъ нихъ только у 68 коронка оказалась полнодревесной; у остальныхъ-же 23 она была насажена односторонно. Поэтому, эти послѣдніе остались безъ дальнѣйшаго изслѣдованія. Вычисленіе упомянутыхъ 68 стволовъ дало нижеприведенныя числа, изъ которыхъ средний выводъ близко сходенъ съ данными Пресслеромъ процентами, такъ что послѣднія при оцѣнкѣ насажденій могутъ доставить достаточно удовлетворительные результаты.

Прикреплё- ніе ко- ронки на высотѣ.	Число из- слѣдован- ныхъ ство- ловъ.	Процентъ массы сучьевъ.	Прикреплё- ніе ко- ронки на высотѣ.	Число из- слѣдован- ныхъ ство- ловъ.	Процентъ массы сучьевъ.
0,4Н	1	17	0,6Н	1	23
	1	28		1	24
	1	37		1	25
	1	50		1	27
	Среднее	30		1	33

Прикрѣп- леніе ко- ронки на высотѣ.	Число из- слѣдован- ныхъ ство- ловъ.	Процентъ массы сучьевъ.	Прикрѣп- леніе ко- ронки на высотѣ.	Число из- слѣдован- ныхъ ство- ловъ.	Процентъ массы сучьевъ.
0,5 Н	1	14	0,6 Н	Среднее	18
	1	15	0,7 Н	2	7
	1	19		2	9
	1	22		2	10
	1	23		1	11
	1	25		1	12
	1	26		1	13
	1	27		1	14
	1	36		4	15
	1	42		2	16
	Среднее	25		1	17
0,6 Н	5	13	0,8 Н	1	18
	5	14		2	19
	3	15		1	23
	3	16		Среднее	14
	1	17		1	5
	3	18		1	12
	4	19		Среднее	9
	1	20			
	1	22			

Менѣе сходны полученныя нами числа отъ 17 сосенъ, съ приве-
денными для сосенъ-же Пресслеромъ процентами массы сучьевъ.
Очень возможно, что причина этого разногласія заключается въ томъ,
что изслѣдованные нами стволы едва только перешли за возрастъ $\frac{1}{2}$ А.

0,4 Н	1	25	0,6 Н	1	38
	1	43		1	42
	1	54		Среднее	32
0,5 Н	Среднее	41		2	18
	1	23		1	24
	1	26		1	27
	2	29		1	36
	1	30		Среднее	25
	1	32			
	1	35			

ПРИЛОЖЕНІЕ КО ВТОРОЙ ГЛАВѢ.

Дополненіе I (къ § 30).

*Методъ Бреймана для вычисленія видовыхъ чиселъ ра-
стущихъ стволовъ.*

Весьма своеобразно находилъ Брейманъ, посредствомъ сво-
его лѣснаго универсальнаго инструмента, видовыя числа ра-
стущихъ стволовъ *).

*) Breymann. Tafeln f. Forst Ing. und Taxatoren. S. 27.

Если предположить, что кривая линия, производящая бока ствола, имѣетъ форму $y^2 = px^m$, и затѣмъ измѣрить на стволѣ нижній діаметръ D на высотѣ $\frac{1}{20}$ всей высоты дерева и вычислить объемъ части ствола, находящейся подъ мѣстомъ измѣреннаго діаметра D , принявъ будто объемъ этой части равенъ цилиндру съ діаметромъ D и длиною $\frac{1}{20} H$, то объемъ всего ствола дерева будетъ

$$V = \frac{1}{20} G H + \frac{1}{m+1} G \left(H - \frac{1}{20} H \right) \\ = \left(\frac{1}{20} + \frac{19}{20(m+1)} \right) G H,$$

а видовое число =

$$f = \frac{\left(\frac{1}{20} + \frac{19}{20(m+1)} \right) G H}{G H} = \frac{1}{20} + \frac{19}{20(m+1)}$$

Для $m = 8, 4, 2, 1$ и $\frac{1}{3}$ получаются слѣдующія видо-
вые числа по порядку

$$f = \frac{1}{20} + \frac{19}{20 \cdot 9} = \frac{28}{180} = 0,156;$$

$$f = \frac{1}{20} + \frac{19}{20 \cdot 5} = \frac{24}{100} = 0,240;$$

$$f = \frac{1}{20} + \frac{19}{20 \cdot 3} = \frac{22}{60} = 0,367;$$

$$f = \frac{1}{20} + \frac{19}{20 \cdot 2} = \frac{21}{40} = 0,525;$$

$$f = \frac{1}{20} + \frac{19}{20 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{61}{80} = 0,763.$$

Если составить таблицы, содержащія величины слѣдующихъ уравненій:

$$y = \sqrt{px^8} = \sqrt{px^4}$$

$$y = \sqrt{px^4} = \sqrt{px^2}$$

$$y = \sqrt{px^2} = \sqrt{px}$$

$$y = \sqrt{px}$$

$$y = \sqrt{px^{1/3}} = \sqrt{px^{1/6}}$$

для всѣхъ величинъ отъ $x = 0$ до $x = H$, въ случаѣ, когда

соответствующая величинѣ $x = H$, величина y будетъ равна единицѣ *), то изъ такихъ таблицъ можно будетъ для каждой любой высоты находить соответствующій этой высотѣ діаметръ, выраженный въ доляхъ того діаметра, какой имѣетъ площадь основанія. Образую, кромѣ того въ таб-

лицахъ еще и частное число отъ раздѣленія
$$\frac{H - \frac{1}{20} H - x}{H - \frac{1}{20} H},$$

или, если принять $H - x = h$ и эту величину вставить въ част-

ное, т. е.
$$\frac{h - \frac{1}{20} H}{H - \frac{1}{20} H}$$
 для всѣхъ величинъ $H - x$, или

h и внести эти величины рядомъ съ соответствующими имъ діаметрами, то, полученные при этомъ числа, могутъ быть употреблены для опредѣленія видовыхъ чиселъ древесныхъ стволовъ слѣдующимъ образомъ:

Если, напримѣръ, измѣрить у дерева кромѣ діаметра площади основанія D , на высотѣ $\frac{1}{20} H$, еще какой-либо діаметръ d , на любой высотѣ h отъ земли и образовать частное

$\frac{d}{D} = p$ и $\frac{h - \frac{1}{20} H}{H - \frac{1}{20} H}$, то, отыскавъ въ таблицѣ величину

$\frac{h - \frac{1}{20} H}{H - \frac{1}{20} H}$, мы рядомъ съ нею, тамъ-же, найдемъ и част-

ное $\frac{d}{D}$, которое будетъ или совершенно совпадать съ показаннымъ въ таблицѣ числомъ, или-же будетъ заключаться между двумя числами таблицы. Въ первомъ случаѣ дать заголовка таблицы непосредственно величину видового числа ствола дерева; въ послѣднемъ-же, видовое число f ствола получится между двумя видовыми числами таблицы.

Если напримѣръ, сосѣднія видовыя числа таблицы будутъ f_1 и f_2 , а именно, f_1 меньшимъ, f_2 большимъ, и если также назвать p_1 меньшимъ, а p_2 большимъ діаметрами,

*) Breymann a. a. D. Taf. 18.—

показанными въ таблицѣ, то будетъ приблизительно $\frac{p_2 - p}{p_2 - p_1}$
равно $\frac{f_2 - f}{f_2 - f_1}$,

или

$$\frac{p - p_1}{p_2 - p_1} = \frac{f - f_1}{f_2 - f_1}.$$

Изъ перваго этихъ двухъ уравненій получается

$$f = f_2 - (p_2 - p) \frac{f_2 - f_1}{p_2 - p_1},$$

изъ втораго уравненія

$$f = f_1 + (p - p_1) \frac{f_2 - f_1}{p_2 - p_1}.$$

Частное $\frac{f_2 - f_1}{p_2 - p_1}$ Брейманъ помѣстилъ въ свою 18 таблицу, въ видѣ прибавленія Δn .

Пользуясь приведеннымъ Брейманномъ примѣромъ, пусть $d = 18,2$ и $D = 21,5$ вѣнскихъ дюймовъ; $h = 27,0$ и $H = 82,4$ вѣнск. футамъ; въ такомъ случаѣ $\frac{d}{D}$, или p равня-

лось бы $\frac{18,2}{21,5} = 0,847$. Напротивъ того, $\frac{h - \frac{1}{20} H}{H - \frac{1}{20} H}$ рав-

нялось бы $\frac{27,0 - 4,1}{82,4 - 4,1} = \frac{22,9}{78,3} = 0,29$. Таблица 18-я въ со-

чиненіи Брейманна показываетъ рядомъ съ $\frac{h - \frac{1}{20} H}{H - \frac{1}{20} H} = 0,29$,

еще величины $p_1 = 0,747$ въ столбцѣ видового числа 0,367, и $p_2 = 0,864$ въ столбцѣ видового числа 0,525. Поэтому получаемъ

$$\begin{aligned} f &= 0,525 - (0,864 - 0,847) \frac{0,525 - 0,367}{0,864 - 0,747} \\ &= 0,525 - 0,017 \cdot 1,350 \\ &= 0,50; \end{aligned}$$

по повѣркѣ этого результата подробнымъ вычисленіемъ ствола, съ разбивкою его на отрубни, убѣдились, что выводъ совершенно точенъ.

Очевидно, однако, что если уже разъ инструментъ Брейманна установленъ, то не къ чему скупиться на тѣ, все-

ма малые, моменты времени, какіе потребны для измѣренія нѣсколькихъ діаметровъ; если же это исполнить, то мы получаемъ непосредственно объемъ ствола, а не его видовое число. Поэтому, строго разсматривая, способъ Брейманна ничто иное, какъ легко избѣгаемый обходъ.

Дополненіе 2 (къ § 30).

Изслѣдованія надъ формою нижней части ствола.

Для того, чтобы убѣдиться въ какихъ предѣлахъ видоизмѣняется форма нижнихъ частей ствола, подвергнуты были стволы 91 елей точному анализу, причемъ діаметры были измѣрены на высотѣ $\frac{1}{20}$ всей высоты ($D_{1/20}H$), а также и на высотѣ 1,2 — 1,3 — 1,4 — 1,5 метровъ надъ поверхностью земли ($D_{1,2} — D_{1,3} — D_{1,4} — D_{1,5}$). Затѣмъ, для каждаго ствола были составлены частныя

$$\frac{D_{1,2}}{D_{1/20}H}, \frac{D_{1,3}}{D_{1/20}H}, \frac{D_{1,4}}{D_{1/20}H}, \frac{D_{1,5}}{D_{1/20}H},$$

и послѣднія такъ расположены, что всѣ, находящіяся на одинаковой высотѣ надъ $D_{1/20}H$, помѣщены въ одномъ вертикальномъ столбцѣ, какъ и видно изъ нижеприведенной вѣдомости (а)

Такъ какъ длина изслѣдованныхъ стволовъ колебалась между 14 и 34 метрами, $\frac{14}{20} = 0,7$, и $\frac{34}{20} = 1,7$, то слѣдовательно не трудно было вывести отношеніе между діаметрами при 0,1—0,2—0,3 .. 0,8 метра надъ $D_{1/20}H$, и при 0,1 — 0,2 — ... 0,5 метр. подъ $D_{1/20}H$. Возведя за симъ въ квадратъ, находящіяся въ вертикальныхъ столбцахъ отношенія, и послѣ того складывая квадраты (b) и раздѣляя полученныя суммы на число слагаемыхъ (c), то получатся среднія величины поперечныхъ площадей ствола, находящихся 0,1 — 0,2 — 0,3 метровъ надъ $D_{1/20}H$ и на 0,1 — 0,2 ... 0,5 метр. подъ $D_{1/20}H$, причемъ эти среднія величины получаютъ выраженными въ доляхъ къ площади на высотѣ $\frac{1}{20} H(d)$; если же извлечь изъ нихъ корень квадратный, то получаютъ соотвѣтствующіе тѣмъ площадямъ діаметры, также выраженные въ доляхъ къ діаметру, находящемуся на высотѣ $\frac{1}{20} H(e)$.
Послѣднія числа показываютъ, что умереніе діаметровъ

ниже $\frac{1}{20} H$ и выше, до $\frac{1}{20} H + 0,3^m$, происходитъ быстрѣе, чѣмъ уменьшеніе діаметровъ на высотѣ отъ $\frac{1}{20} H + 0,3^m$ и до $\frac{1}{20} H + 0,8^m$. Такимъ образомъ, если эти діаметры выписать въ послѣдовательномъ порядкѣ, съ округленіемъ чиселъ до двухъ десятичныхъ знаковъ, то получимъ слѣдующій рядъ:

1,05 — 1,04 — 1,03 — 1,02 — 1,01 — (1,00) — 0,99 — 0,98
— 0,97 — 0,96₃ — 0,96 — 0,95₃ — 0,95 — 0,94₃.

Изъ этого слѣдуетъ, что, считая отъ земли вверхъ, діаметры, находящіеся ниже $\frac{1}{20} H$ и до $\frac{1}{20} H + 0,3^m$, уменьшаются съ каждымъ десиметромъ длины ствола на процентъ, слѣдовательно площади, соотвѣтствующія имъ на 2%, между тѣмъ какъ, начиная съ высоты $\frac{1}{20} H + 0,3^m$ и до $\frac{1}{20} H + 0,8^m$, уменьшеніе діаметровъ составляетъ только 0,5%, а уменьшеніе соотвѣтствующихъ площадей 1 процентъ. Однако, для вычисленія помѣщенной въ § 30 табличкѣ поправокъ, принято, что на всемъ протяженіи длины ствола, уменьшеніе площадей равно двумъ процентамъ.

а. Если діаметръ, измѣренный на высотѣ $\frac{1}{20}$ всей длины дерева, положить равнымъ единицѣ, то на нижепоказанныхъ высотахъ будутъ діаметры составлять слѣдующія доли такой единицы:

(Таблица относящаяся къ этому пункту, помѣщена на 179 и 180 страницахъ; а находящаяся, на тѣхъ же страницахъ внизу пункты *b*, *c*, *d* и *e*, составляютъ выводъ изъ всѣхъ данныхъ таблицъ).

На высотѣ.

На высотѣ.

<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>
0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	
ниже діаметра единицы:					выше діаметра единицы:								
.	.	.	.	.	.	.	.	.	0,94	0,92	0,92	0,92	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	97	95	91	91	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	99	99	98	95	
.	.	.	.	.	.	.	.	0,97	97	96	96	.	
.	.	.	.	.	.	.	.	99	99	99	99	.	
.	.	.	.	.	.	.	.	98	97	96	96	.	
.	.	.	.	.	.	.	0,98	96	96	93	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	94	93	93	93	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	98	97	97	95	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	1,00	99	99	99	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	99	97	97	96	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	96	95	93	92	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	97	97	96	96	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	1,00	99	99	99	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	98	96	96	95	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	99	99	99	99	.	.	
.	.	.	.	.	.	0,99	96	96	96	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	99	99	98	97	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	99	99	97	97	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	98	97	96	95	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	1,00	1,00	99	99	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	99	99	99	97	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	1,00	98	95	94	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	98	97	97	96	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	99	98	96	95	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	98	95	94	90	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	98	98	97	97	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	99	97	96	96	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	96	93	93	93	.	.	.	
.	.	.	.	.	0,96	95	95	94	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	99	98	98	97	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	1,00	1,00	99	98	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	98	97	96	92	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	1,00	1,00	99	99	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	1,00	98	98	97	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	98	97	96	95	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	98	98	98	97	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	97	97	96	96	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	99	96	93	93	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	98	97	97	97	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	1,00	1,00	99	99	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	1,00	1,00	99	99	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	98	97	97	97	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	1,00	99	98	98	.	.	.	.	

b. Сумма квадратовъ чиселъ, помѣщенныхъ въ каждомъ изъ отдѣльныхъ вертикальныхъ столбцовъ, составляетъ:

3,2213 | 5,3319 | 12,3833 | 30,2330 | 55,3788 | 60,7174 | 50,1730 | 38,3203 | 26,8332 | 14,7170 | 5,4382 | 2,3394

c. Число произведенныхъ отдѣльныхъ измѣреній, помѣщенныхъ въ тѣхъ же столбцахъ, составляетъ:

2 | 3 | 5 | 12 | 30 | 57 | 63 | 53 | 41 | 29 | 16 | 6 | 3

d. Средній выводъ величины площадей поперечныхъ сѣченій, если площадь на высотѣ $\frac{1}{20}$ всей длины ствола принять за единицу, будетъ:

1,0748 | 1,0610 | 1,0321 | 1,0094 | 0,9751 | 0,9638 | 0,9167 | 0,9316 | 0,9260 | 0,9195 | 0,9097 | 0,8163

На высотѣ.

На высотѣ.

м	м	м	м	м	м	м	м	м	м	м	м	м	м
0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
ниже діаметра единицы:					выше діаметра единицы:								
.	.	.	.	.	1,00	1,00	0,99	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	93	97	95	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	97	96	95	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	98	97	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	99	98	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	1,00	99	98	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	98	97	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	96	96	95	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	96	95	94	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	98	98	96	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	98	97	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	98	97	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	99	99	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	98	97	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	99	99	99	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,02	1,00	1,00	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,01	98	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	1,00	1,00	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	93	90	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	1,00	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	98	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,03	1,00	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,03	1,00	1,00	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	1,00	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,01	1,00	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,01	99	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	99	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	1,00	99	98	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,00	1,00	98	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,00	1,00	98	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,02	1,00	98	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,01	1,00	99	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,04	1,02	1,00	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,01	1,00	98	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	1,02	1,00	1,00	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	1,04	1,03	1,00	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	1,02	1,01	1,00	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	1,03	1,02	1,01	1,01	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1,05	1,05	1,04	1,04	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1,05	1,03	1,03	1,00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

г. Средняя же величина діаметровъ будетъ, если принять діаметръ высотѣ $\frac{1}{20}$ всей длины дерева за единицу:

1,030	1,037	1,030	1,016	1,003	0,988	0,982	0,973	0,967	0,962	0,939	0,934	0,911	0,894
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Дополненіе 3 (къ § 32).

Изслѣдованія касательно метода вычисленія объема на основаніи условной высоты.

Мы выше, въ § 32, нашли посредствомъ индукціи, что объемъ прямобокаго и параболическаго конусовъ можетъ быть найденъ совершенно точно, а объемъ нейлоида съ незначительною лишь погрѣшностью съ отрицательнымъ знакомъ, по формулѣ

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{2}{3} h,$$

гдѣ h обозначаетъ условную высоту.

Здѣсь мы намѣрены подвергнуть изслѣдованію вопросъ, не существуютъ ли, кромѣ упомянутыхъ тѣлъ, еще другія, объемъ которыхъ можетъ быть вычисленъ по той формулѣ *). При нашихъ изслѣдованіяхъ мы ограничимся только формами такихъ тѣлъ, у которыхъ кривыя, производящія бока, соотвѣтствуютъ формѣ

$$y^2 = p x^m \dots \dots \dots 1).$$

Обозначая буквою R радіусъ, находящейся перпендикулярно къ оси тѣла площади основанія, а буквою H расстояние этой площади отъ верхушки, мы находимъ, что объемъ тѣла, происходящаго отъ вращенія кривой, упомянутой формы, будетъ равенъ

$$V = \pi \int y^2 dx = \frac{1}{m+1} R^2 \pi H, \dots \dots \dots 2).$$

Изъ уравненія 1) слѣдуетъ

$$y_1^2 : y^2 = x_1^m : x^m$$

и если принять, что

$$y_1 = \frac{1}{2} y, x = H, x - x_1 = h$$

то будетъ

$$h = \frac{2^{\frac{2}{m}}}{2^{\frac{2}{m}} - 1} H,$$

гдѣ h обозначаетъ опять условную высоту.

Съ введеніемъ этой величины въ уравненіе 2), послѣднее переходитъ въ

*) Эти изслѣдованія Кунце сдѣланы были гораздо ранѣе и обнародованы. Vergl. Krit. Blätt. 46. B. 2. H. S. 183.

$$V = \frac{1}{m+1} \times \frac{2^{\frac{2}{m}}}{2^{\frac{2}{m}} - 1} R^2 \pi h \quad 3).$$

Сравнивая это выраженіе съ слѣдующимъ, приведеннымъ Пресслеромъ

$$V = \frac{2}{3} R^2 \pi h, \quad 4)$$

то для того, чтобы оба эти выраженія были тождественны, необходимо, чтобы

$$\frac{1}{m+1} \frac{2^{\frac{2}{m}}}{2^{\frac{2}{m}} - 1} = \frac{2}{3}$$

и тогда корни $m_0, m_1, m_2 \dots$ этого уравненія характеризуютъ тѣ кривыя, черезъ вращеніе которыхъ около оси образуются тѣла, объемомъ конхъ совершенно точно вычисляется по 4).

Размѣщая въ иномъ порядкѣ послѣднее, только что выведенное уравненіе, оно можетъ быть представлено въ слѣдующемъ новомъ выраженіи

$$2^{\frac{2}{m}} \times m - 2^{\frac{2}{m}-1} - m - 1 = 0. \quad 5),$$

въ которомъ заключаются два корня положительной величины: $m_0 = +1$, $m_1 = +2$. Этимъ корнямъ соотвѣтствуютъ кривыя линіи $y^2 = px$ и $y = px$; а этимъ доказывается то положеніе, что по двумъ даннымъ, именно: площади основанія и по условной высотѣ, можетъ быть точно опредѣлено кубическое содержаніе только лишь тѣла, происходящаго отъ вращенія апполоновой параболы и прямобокаго конуса.

Уравненіе 5-е представляетъ намъ вмѣстѣ съ тѣмъ удобное средство для опредѣленія погрѣшности, которая происходитъ отъ примѣненія формулы 4) къ такимъ тѣламъ, въ которыхъ m будетъ составлять другія величины, а не $+1$ и не $+2$, такъ что не трудно вывести поправку, чтобы та же формула была пригодна для тѣлъ другихъ формъ, въ коихъ m составляетъ всякую иную величину.

Если, напримѣръ, принять, что уравненіе 5) равно $F(m)$ такъ что

$$F(m) = 2^{\frac{2}{m}} \cdot m - 2^{\frac{2}{m}-1} - m - 1,$$

то поправка, которая необходимо должна быть введена въ уравненіе 4) будетъ равна

$$-\frac{2}{3} R^2 \pi h \cdot \frac{F(m)}{(m+1) \left(2^{\frac{2}{m}} - 1\right)},$$

такъ что получится, что

$$V = \frac{2}{3} R^2 \pi h - \frac{2}{3} R^2 \pi h \cdot \frac{F(m)}{(m+1) \left(2^{\frac{2}{m}} - 1\right)}.$$

Въ этомъ случаѣ, второй членъ съ правой руки, взятый съ противоположнымъ знакомъ, выражаетъ погрѣшность, которая происходитъ отъ распространенія уравненія 4) на всѣ величины m .

Ради большей наглядности, мы приводимъ въ слѣдующей таблицѣ, нѣсколько сгруппированныхъ величинъ $F(m)$.

m	$F(m)$	m	$F(m)$	m	$F(m)$
$-\infty$	$-\frac{3}{2} + 2 \log. \text{nat. } 2$	$+1,5$	$+0,01984$	$+0,1$	$-41944,2$
	$= -0,11371$	$+1,4$	$+0,02262$	$+0$	$-\infty$
$+10$	$-0,08736$	$+1,3$	$+0,02388$	-0	-1
$+9$	$-0,08450$	$+1,2$	$+0,02236$	-1	$-0,37500$
$+8$	$-0,08095$	$+1,1$	$+0,01582$	-2	$-0,25000$
$+7$	$-0,07641$	$+1,0$	0	-3	$-0,20486$
$+6$	$-0,07044$	$+0,9$	$-0,03355$	-4	$-0,18198$
$+5$	$-0,06221$	$+0,8$	$-0,10294$	-5	$-0,16822$
$+4$	$-0,05025$	$+0,7$	$-0,25084$	-6	$-0,15905$
$+3$	$-0,03150$	$+0,6$	$-0,59206$	-7	$-0,15251$
$+2$	0	$+0,5$	$-1,50000$	-8	$-0,14762$
$+1,9$	$+0,00403$	$+0,4$	$-4,60000$	-9	$-0,14382$
$+1,8$	$+0,00816$	$+0,3$	$-21,6187$	-10	$-0,14078$
$+1,7$	$+0,01228$	$+0,2$	$-308,400$	$-\infty$	$-\frac{3}{2} + 2 \log. \text{nat. } 2$
$+1,6$	$+0,01611$				$= -0,11371$

Если, наиримѣръ, принять m равнымъ 3 и, слѣдовательно, превративъ производящую тѣло кривую линію въ параболу Нейля, то $F(m) = -0,03150$, а

$$V = \frac{2}{3} R^2 \pi h + \frac{2}{3} R^2 \pi h \frac{0,03150}{4 \left(\sqrt[3]{2^2} - 1 \right)}$$

$$= \frac{2}{3} R^2 \pi h + \frac{2}{3} R^2 \pi h \cdot 0,0134,$$

что совершенно согласуется съ результатомъ § 32.

Изъ вышесказанной таблицы легко могутъ быть выведены, кромѣ того, нѣкоторые небезынтересныя положенія.

1. Погрѣшности, почти повсюду, получаютъ отрицательныя, т. е. объемъ, вычисленный по площади основанія и

по условной высотѣ, получается меньше дѣйствительнаго для всѣхъ величинъ m , исключая тѣхъ, которыя заключаются между $+2$ и $+1$. Для послѣднихъ ошибка бываетъ положительная и достигаетъ своего максимума $F(m) = +0,02388$ для $m = +1,29475$, что легко можно найти изъ ближайшаго разсмотрѣнія уравненія

$$F'(m) = 2 \frac{2}{m} + \frac{2 \frac{2}{m} \log. \text{nat. } 2}{m^2} - \frac{2 \frac{2}{m} + 1}{m} \log. \text{nat. } 2 - 1 = 0.$$

Для этой послѣдней величины m , объемъ тѣла равняется

$$V = \frac{2}{3} R^2 \pi h - \frac{2}{3} R^2 \pi h \cdot 0,00543.$$

2. Далѣе, изъ сообщенныхъ чиселъ прямой выводъ тотъ, что методъ вычисленія объема по условной высотѣ представляетъ весьма значительную степень точности во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда будетъ величина $m = +1$ до $m = +\infty$; и наоборотъ: методъ этотъ оказывается непригоднымъ съ приближеніемъ величины m къ нулю, т. е. чѣмъ ближе тѣло подходитъ къ цилиндрической формѣ.

Часть вторая.

Вычисленіе древеснаго запаса лѣсонасажденій.

Отдѣлъ I.

Опредѣленіе древеснаго запаса насажденій
оцѣнкою его.

§ 34.

Опредѣленіе древеснаго запаса въ лѣсонасажде-
ніяхъ посредствомъ оцѣнкина глазомѣръ.

Подобно тому, какъ кубическое содержаніе отдѣльныхъ де-
ревьевъ опредѣляется посредствомъ оцѣнки на глазомѣръ,
можно также глазомѣрнымъ способомъ опредѣлять наличный
древесный запасъ, заключающійся въ болѣе или менѣе зна-
чительной группѣ деревьевъ, т. е. въ лѣсонасажденіяхъ. Въ
такомъ случаѣ могутъ быть примѣнены двоякаго рода приемы.

Одинъ изъ этихъ двухъ приемовъ состоитъ въ томъ, что
оцѣнщикъ проходитъ все насажденіе и опредѣляетъ на глазъ
кубическое содержаніе cadaго отдѣльнаго дерева, и затѣмъ
итогъ кубическихъ объемовъ всѣхъ деревьевъ представляетъ
сумму древеснаго запаса всего насажденія. При этомъ оцѣн-
щикъ проходитъ насажденіе полосами, кладя мѣтку на каж-
домъ уже оцѣненномъ деревѣ со стороны, обращенной къ
ближайшей непройденной еще полосѣ; мѣтка дѣлается или
намазывая на деревѣ черту свѣтлою краскою, или отмѣчая
на корѣ значекъ топоромъ или рѣзакомъ подобно тому, какъ
это дѣлають на деревьяхъ, предназначенныхъ къ проходной
вырубкѣ.

Весьма полезно, если для цѣли глазомѣрной оцѣнки про-
ходятъ насажденіе одновременно не одно, а нѣсколько лицъ
(опытные дровосѣки) по параллельно лежащимъ полосамъ.
Эти полосы, однако-же, должны быть узкія, такъ чтобы дви-
жушіеся по направленію ихъ длины оцѣнщики могли на сво-
емъ пути ясно видѣть, во всю ширину полосы, каждый на-

ходящийся отдѣльный стволъ. Для того, чтобы оцѣнщики могли легче сохранять параллельное направленіе, раздѣляютъ насажденія, посредствомъ встрѣчаемыхъ въ нихъ дорогъ, тропинокъ, ручейковъ и т. д., на небольшіе части и производятъ оцѣнку порознь въ каждой такой маленькой части. Если въ большихъ насажденіяхъ не находится подобныхъ естественныхъ разграниченій, то приходится образовывать искусственные признаки для раздѣла; напр. посредствомъ натянутыхъ шнурковъ и т. п.

Указанные выше въ § 28 источники происхожденія погрѣшностей при опредѣленіи кубическаго содержанія отдѣльныхъ деревьевъ посредствомъ оцѣнки на глазомѣръ вліяютъ также болѣе или менѣе и при оцѣнкѣ лѣсопасаженій. Хотя непрерывная оцѣнка стволовъ одной и той же породы деревъ, усиливая навыкъ, конечно, возвыситъ и степень точности оцѣнки, но взамѣнъ того является новый источникъ погрѣшностей, вслѣдствіе неизбежно и довольно скоро наступающей усталости, которая влечетъ за собою уменьшеніе внимательности. Поэтому при оцѣнкѣ запаса насаженій точно такъ, какъ и при оцѣнкѣ отдѣльныхъ стволовъ, надо признать превосходными тѣ результаты, которые приближаются къ истиннымъ на столько, что представляютъ разницу не болѣе 10 процентовъ, но среднимъ числомъ можно ожидать ошибку въ 20, а въ нѣкоторыхъ случаяхъ даже въ 30 и болѣе процентовъ. Однако, сколько намъ извѣстно, до сихъ поръ еще нѣтъ сравнительныхъ изслѣдованій касательно степени точности этого метода оцѣнки.

Другой приемъ при глазомѣрной оцѣнкѣ насаженій состоитъ въ слѣдующемъ. Оцѣнщикъ проходитъ насажденіе по всѣмъ направленіямъ, оцѣниваетъ на глазъ величину встрѣчающихся тамъ безлѣсныхъ прогалинъ и вычитаетъ площадь ихъ изъ величины общей площади насаженія, которая должна быть уже извѣстна. Затѣмъ таксаторъ выбираетъ въ границахъ насаженія нѣсколько небольшихъ площадокъ, около 1 аръ каждую, на которыхъ возросшій лѣсъ, по виду своему, соответствуетъ возможно болѣе общему среднему состоянію всего оцѣниваемого насаженія; на этихъ избранныхъ небольшихъ площадкахъ таксаторъ глазомѣрно оцѣниваетъ количество находящагося тамъ древеснаго запаса и выводитъ сколько по среднему расчету причитается древеснаго запаса на одинъ аръ; затѣмъ, помножая средній запасъ одного аръ на число аръ, заключающихся во всемъ

насаждений, за исключеніемъ прогалинь, получается древесный запасъ всего насажденія. Этотъ способъ, слѣдовательно, есть ни что иное, какъ нѣсколько грубая форма способа опредѣленія массы насажденія по пробнымъ площадямъ который будетъ рассмотрѣнъ въ § 42.

Именно этимъ или по крайней мѣрѣ подобнымъ образомъ постунають болшею частію Саксонскіе таксаторы. Касательно степени точности, достигаемой при этомъ методѣ оцѣнки, можно отчасти судить по слѣдующему сравнительному перечню, заимствованному изъ одной хозяйственной отчетной книги. Изъ 45 оцѣнокъ, которыя могли быть сличены съ результатами дѣйствительныхъ срубковъ, 31—оказались ниже, и только 14—выше истинныхъ. Изъ первыхъ 31 низкихъ оцѣнокъ оказалось, что

5 оцѣнокъ представляли ошибку между 0,1 и 5 процентами					
1	»	»	»	5,1	» 10
4	»	»	»	10,1	» 15
5	»	»	»	15,1	» 20
3	»	»	»	20,1	» 25
3	»	»	»	25,1	» 30
4	»	»	»	30,1	» 35
3	»	»	»	35,1	» 40
2	»	»	»	40,1	» 45
1	»	»	»	45,1	» 50

Изъ послѣднихъ 14 высокихъ оцѣнокъ напротивъ показывали 6 оцѣнокъ ошибку отъ 0,1 до 5 процентовъ.

2	»	»	»	5,1	» 10
4	»	»	»	10,1	» 15
2	»	»	»	15,1	» 20

Во всякомъ случаѣ нельзя рекомендовать ни одинъ изъ этихъ двухъ способовъ оцѣнки, въ особенности же ненадеженъ первый. Этотъ способъ требуетъ немаловажной траты времени, такъ что съ незначительнымъ лишь прибавленіемъ времени и также лишь малымъ увеличеніемъ средствъ можно другими лучшими методами достигнуть существенно точнѣйшихъ результатовъ.

Этимъ двумъ способамъ кромѣ того присущъ еще тотъ недостатокъ, что результаты ихъ нельзя провѣрить повтореніемъ однородныхъ дѣйствій, такъ какъ при второй оцѣнкѣ можетъ явиться совершенно та же или еще большая

ошибка, быть можетъ, въ противоположномъ даже направленіи *).

Отдѣлъ II.

Вычисленіе древеснаго запаса насажденій, посредствомъ опредѣленія порознь объема каждаго дерева, растущаго въ предѣлахъ вычисляемаго участка.

§ 35.

Введеніе.

Если бы лѣсныя насажденія состояли изъ совершенно однородныхъ частей, т. е. если бы всѣ отдѣльныя особи деревьевъ, образующія вмѣстѣ одно насажденіе, имѣли всѣ одинаковую толщину, высоту и форму, то опредѣленіе общаго кубическаго содержанія ихъ не представляло бы никакихъ трудностей. Въ такомъ случаѣ надо бы только было

*) Какъ особенный видъ оцѣнки на глазомѣръ, надо еще признать опредѣленіе древеснаго запаса въ насажденіи съ помощью опытныхъ таблицъ. Таблицы эти, какъ извѣстно, показываютъ древесный запасъ нормально насажденныхъ площадей въ различныхъ мѣстоположеніяхъ и въ различныхъ возрастахъ и употребляются при устройствѣ лѣсовъ для опредѣленія количества древеснаго запаса, ожидаемаго въ будущемъ времени, для опредѣленія массы при вырубкѣ въ то время насажденія. Поэтому, употребляя эти таблицы для оцѣнки нѣтъ находящейся на лицо древесной массы насажденій, надо оцѣнить не только добротность мѣстности, а также и различіе, какое представляетъ наличная древесная масса насажденія отъ нормальнаго количества. Обѣ оцѣнки, въ особенности же послѣдняя, сопряжены съ такими же трудностями, какъ самая оцѣнка древесной массы, потому что для опредѣленія степени добротности мѣстоположенія въ большинствѣ случаевъ нѣтъ иного масштаба, кромѣ добротности насажденія, а если добротность насажденія не соотвѣтствуетъ мѣстоположенію, то большія ошибки неизбѣжны. Поэтому при оцѣнкѣ въ какомъ-либо насажденіи добротности его мѣстоположенія, непременно нужно принять въ соображеніе, не только добротность оцѣниваемаго насажденія, но и сосѣднихъ, особенно младшихъ возрастовъ. Точно также опредѣленіе отношенія дѣйствительно находящейся на лицо древесной массы къ массѣ нормальной является чрезвычайно затруднительнымъ. Следовательно, большаго облегченія въ оцѣнкѣ на глазомѣръ или замѣтнаго увеличенія степени точности отъ пользованія опытными таблицами едва-ли можно ожидать.

сосчитать число деревь, находящихся въ насажденіи, котораго древесную массу хотятъ вычислить, затѣмъ опредѣлить какимъ либо способомъ кубическое содержаніе одного изъ сосчитанныхъ деревь и помножить объемъ его на число всѣхъ находящихся деревь, чтобы получить кубическое содержаніе цѣлаго насажденія.

Такія правильныя насажденія, однако, въ нашихъ лѣсахъ не встрѣчаются. Но можно составить себѣ въ идеѣ подобныя насажденія, если измѣрить въ какомъ либо насажденіи толщину и высоту каждаго дерева и соединить въ однородныя группы всѣ тѣ деревь, которыя имѣютъ одинаковыя размѣры толщины и высоты.

Въ такомъ случаѣ каждое насажденіе какъ бы разбивается на нѣсколько фиктивныхъ насажденій меньшей величины, изъ коихъ каждое достаточно удовлетворяетъ вышеуказанному условію однородности и въ предѣлахъ которыхъ уже возможно будетъ опредѣлить заключающійся въ каждой такой однородной части древесный запасъ, когда вычислимъ лишь объемъ одного дерева (модельнаго дерева).

Если бы въ каждомъ насажденіи при образованіи однородныхъ частей вздумали бы дѣйствовать съ строжайшею точностью, принимая въ расчетъ малѣйшую разницу въ толщинѣ и высотѣ деревь, то такимъ дѣйствіемъ чрезвычайно увеличилось бы количество работы, потребной на это дѣло. Поэтому образуютъ не только извѣстныя ступени толщины, т. е. соединяютъ въ одну группу (ступень) всѣ тѣ различныя діаметры, которыхъ размѣры представляютъ разность до извѣстной величины, но иногда еще соединяютъ и нѣсколько ступеней толщины въ классы (классы толщины); равнымъ образомъ образуютъ и классы высотъ и вычисляютъ нижеописаннымъ способомъ діаметръ модельнаго дерева для каждаго класса. Касательно величины этихъ классовъ нельзя постановить опредѣленнаго правила; рѣшеніе этого вопроса зависитъ отъ степени точности, съ которою требуется опредѣлить древесный запасъ насажденія. Способъ выбора и вычисленія модельныхъ деревь также различны, а именно: или выбираютъ модельныя деревь для каждаго класса толщины и высоты, а затѣмъ срубаютъ и вычисляютъ ихъ сваленными (самый точный методъ), или разсматриваютъ высоту, какъ находящуюся въ зависимости отъ толщины и тогда образуютъ, сообразно съ этимъ только классы толщины и вычисляютъ для этихъ только классовъ модельныя де-

рѣвья; или же, наконецъ, изъ всѣхъ вообще деревъ насажденія выбираютъ одно, опредѣляя, какую толщину оно должно имѣть, и это одно дерево служитъ модельнымъ, причемъ его срубаютъ и вычисляютъ его кубическое содержаніе въ лежачемъ положеніи. Такимъ способомъ опредѣляется иногда древесная масса только небольшой части лѣсонасажденія и изъ сравненія площади или числа деревъ всего насажденія уже выводится заключеніе о древесной массѣ послѣдняго. Иногда вовсе не предпринимаютъ труда вырубки и вычисленія модельныхъ деревъ, а только оцѣниваютъ среднюю величину видового числа, встрѣчаемую у деревъ насажденія и съ помощью такого видового числа вычисляютъ древесную массу всего насажденія.

Каждый изъ этихъ способовъ вычисленія мы подробнѣе объяснимъ въ слѣдующихъ параграфахъ.

§ 36.

Опредѣленіе въ насажденіи числа деревъ, ихъ діаметровъ и высотъ.

1. Каждый изъ указанныхъ въ предшествующемъ параграфѣ методовъ опредѣленія древесной массы въ насажденіи требуетъ знанія числа находящихся въ участкѣ деревъ и ихъ діаметровъ. Обѣ работы, т. е. опредѣленіе числа деревъ и измѣреніе ихъ діаметровъ исполняются одновременно, такъ какъ при измѣреніи діаметровъ ведется и счетъ деревьямъ.

Обмѣръ діаметровъ производится на постоянной высотѣ 1,3 до 1,5 метра надъ поверхностью земли (высота груди) съ помощью мѣрной вилки, на которой желательно имѣть масштаб такого устройства, какой указанъ на фиг. 4., потому что тогда возможно округленіе размѣра, не подвергаясь произволу лица, орудующаго мѣрною вилкою. Постоянная высота надъ землею, указанная нами для обмѣра діаметровъ, избрана для того, чтобы избѣгнуть обмѣра стволовъ въ слишкомъ близкомъ отъ земли разстояніи, гдѣ являются на стволѣ значительныя иногда неправильности и утолщенія, подѣ влияніемъ близости расходящихся въ стороны корней. Для того, чтобы при каждомъ стволѣ безъ труда и съ точностью получать эту постоянную для обмѣра высоту, дѣлаютъ на груди лица орудующаго мѣрною вилкою мѣтку, до которой это лицо и поднимаетъ вилку каждый разъ, какъ только обмѣряетъ стволъ. Большею частію бываетъ достаточно измѣрить только одинъ діаметръ у каж-

Образецъ 1.

(для записной книги, если предприняты измѣренія только толщины).

Лѣсная дача: Тараидтъ.

Кварталь, или урочище: у С. Горы

Участокъ: 15а.

Диаметры при высотѣ 1,5 м. надъ поверх- ностью земли. Сант.	Порода деревь: Ель.	Число стволовъ:	Диаметры при высотѣ 1,5 м. надъ поверх- ностью земли. Сант.	Порода деревь: Сосна.	Число стволовъ:	Примѣчанія.
15.		18				Пять пихтъ 18, 19, 20, 27 и 30 сант. въ диаметрѣ бы- ли причисле- ны къ елямъ.
16.		9				
17.		27				
18.		45				
19.		45				
20.		45				
21.		36				
22.		63				
23.		63				
24.		81				
25.		45				
26.		36				
27.		81				
28.		18				
29.		36				
30.		27				
31.		9				
32.		45				
33.		27				
34.		18				
35.		.				
36.		9				
37.		9				
38.		9				
39.		.				
40.		.				
41.		9				
42.		.				
43.		9				
		819				

даго ствола. Но если встрѣчаются стволы съ особенно неправильною площадью поперечнаго сѣченія, то берутъ два взаимно пересѣкающихся подъ прямымъ угломъ діаметра и среднее изъ этихъ двухъ измѣреній принимаютъ за истинный діаметръ. Кромѣ того лице, производящее обмѣръ вилою, снабжается еще кускомъ мѣла, легкимъ топоромъ или рѣзакомъ, на подобіе употребляемаго при обозначеніи проходныхъ рубокъ, чтобы отмѣчать каждое измѣренное дерево.

Результаты измѣренія вносятся въ записную книгу. Каждое лице, ведущее записную книгу, можетъ безъ затрудненія слѣдить за работою двухъ и даже трехъ работниковъ, производящихъ измѣреніе вилками. Послѣдніе становятся въ недалекомъ разстояніи одинъ отъ другаго, между тѣмъ какъ первый занимаетъ свое мѣсто сзади нихъ. Въ этомъ случаѣ каждый работникъ держитъ въ лѣвой рукѣ неподвижное колѣно вилки, а правою рукою, въ которой у него мѣлъ или рѣзакъ, раздвигаетъ подвижное колѣно вилки. Неподвижное колѣно вилки прикладывается къ одной сторонѣ ствола противъ отмѣтки, имѣющейся на груди человѣка, правое же колѣно вилки придвигается до тѣхъ поръ, пока оно коснется съ другой стороны ствола, причемъ, если масштабъ на вилкѣ имѣетъ выше упомянутое устройство, то выкликается послѣдняя цифра масштаба, стоящая передъ подвижною ножкою. Наконецъ, измѣренный стволъ отмѣчается мѣломъ или рѣзакомъ съ той стороны, въ которую на полосѣ земли идетъ обмѣръ. Мѣра, объявленная работниками, орудующими вилками, иногда, для предупрежденія ошибокъ, громко повторяется лицомъ, ведущимъ записную книгу. Такимъ образомъ проходятъ одну узкую полосу насажденія. Когда работники дойдутъ до одного края насажденія, то они поворачиваются, идутъ сосѣднею полосою опять впередъ, измѣряя и отмѣчая стволы и, продолжая поступать тѣмъ же способомъ, захватываютъ одну за другою узкія полосы, пока пройдутъ всю площадь насажденія. Если насажденіе раздѣлено на мелкія части дорожками, канавами и т. п., то ими пользуются, какъ ясно видимыми разграниченіями, потому что въ предѣлахъ меньшихъ площадей подвергаются меньшей опасности пропустить какой-нибудь стволъ. На склонахъ горъ работники должны двигаться вдоль склона.

До начала измѣренія предназначеннаго къ тому насажденія, лице, ведущее записную книгу, должно предварительна осмотрѣть лѣсной участокъ для того, чтобы возможно

Образецъ 2.

(для записной книги, если предпринимаются измѣренія не только толщиямъ, но различаются также классы высоты).

Лѣсная дача: Тарандтъ.

Кварталь, или урочища: у С. Горы.

Участокъ: 15а.

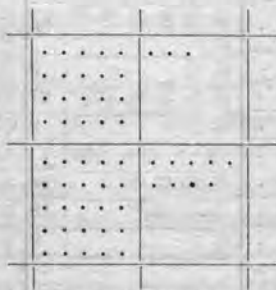
Древесная порода: ель.

Диаметры при высоте 1,5 м. надъ поверхностью земли. Сант.	Классъ высоты I.		Классъ высоты II.		Классъ высоты III.		Примѣчанія.
	Число стволовъ.	Число стволовъ.	Число стволовъ.	Число стволовъ.	Число стволовъ.	Число стволовъ.	
15.	III III III III	18		.		.	
16.	III III	9		.		.	
17.	III III III III III III	27		.		.	
18.	III III III III III III	36	III III	9		.	
19.	III III	36	III III	9		.	
20.	III III III III III III	27	III III III III	18		.	
21.	III III III III	18	III III III III	18		.	
22.	III III	9	III III III III III III	54		.	
23.	III III	9	III III III III III III	36	III III III III	18	
24.	III III III III	18	III III III III III III	36	III III III III III III	27	
25.	III III	9	III III III III III III	27	III III	9	
26.	III III	9	III III III III	18	III III	9	
27.		.	III III III III III III	36	III III III III III III	45	
28.		.	III III	9	III III	9	
29.		.	III III III III III III	27	III III	9	
30.		.	III III	9	III III III III	18	
31.		.		.	III III	9	
32.		.	III III III III	18	III III III III III III	27	
33.		.	III III III III	18	III III	9	
34.		.	III III	9	III III	9	
35.		.		.		.	
36.		.		.	III III	9	
37.		.		.	III III	9	
38.		.	III III	9		.	
39.		.		.		.	
40.		.		.		.	
41.		.		.	III III	9	
42.		.		.		.	
43.		.		.	III III	9	
		225			360	234	

цѣлесообразнѣй разграфить и устроить свою записную книгу. При этомъ ему приходится обратить вниманіе на то, какія древесныя породы встрѣчаются въ насажденіи, и одна ли или нѣсколько и какія именно ступени толщины попадаютъ наиболѣе часто, для того, чтобы, сообразно съ этими свѣдѣніями, образовать въ записной тетради болѣе или менѣе свободнаго мѣста, для записыванія отдѣльныхъ породъ и нѣкоторыхъ ступеней толщины. Обозначеніе отдѣльныхъ стволовъ въ записной книгѣ производится различнымъ образомъ, частію точками, частію черточками. Выборъ этихъ значковъ зависитъ отъ привычки: мы постоянно пользуемся значками, употребленными въ образцахъ 1 и 2 *).

2. Въ спѣлыхъ одновозрастныхъ и равномерно выросшихъ насажденіяхъ, особенно въ тѣхъ, гдѣ уже съ давнихъ поръ производилась правильная проходная вырубка, тамъ все отдѣльныя особи деревъ бываютъ почти одинаковой высоты. Поэтому въ подобныхъ насажденіяхъ не представляется и надобности раздѣлять деревья на классы высоты. Но въ насажденіяхъ (разновозрастныхъ), гдѣ, вслѣдствіе встрѣчаемаго значительнаго различія въ высотѣ, приходится дѣлить деревья на классы высоты, всетаки правильный перечетъ и обмѣръ отдѣльныхъ деревъ вовсе не представля-

*) Бауръ (Auleitung S. 144) совѣтуетъ раздѣлять бумагу записной книги на квадраты и въ каждый такой квадратъ вносить до 20 точекъ, вслѣдствіе чего получается слѣдующая форма:



Другіе употребляютъ слѣдующіе знаки отъ 1 до 10:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
.	:	:	:	:	!	!	!	!	!

Во всякомъ случаѣ, въ особенности же при употребленіи этихъ послѣднихъ знаковъ, лучше всего для записной книги выбирать бумагу, покрытую квадратною сѣтью изъ тонкихъ голубыхъ линій, чѣмъ значительно возвышается правильность въ письмѣ, а вмѣстѣ съ тѣмъ и порядокъ.

еть такихъ громаднхъ трудностей, какъ очень часто многіе полагають, а только при исполненіи этой работы требуется отъ лица, ведущаго записную книжку, нѣсколько болѣе напряженнаго вниманія. Обыкновенно дѣйствуютъ слѣдующимъ образомъ: всѣ деревья даннаго насажденія раздѣляютъ на нѣсколько классовъ высоты, напр. на три, какъ въ образцѣ 2) и въ записной книгѣ отводятъ необходимые для каждаго такого класса столбцы, въ которые вписываются діаметры.

Послѣ того, какъ работникъ, производящій обмѣръ діаметра вилкою, кликнетъ размѣръ толщины, должно лице, ведущее записную книгу, прежде, чѣмъ внести въ нее величину діаметра, взглянуть на измѣренное дерево и оцѣнить его классъ высоты, и уже затѣмъ только вписать въ книгу діаметръ. Оцѣнка же класса высоты не представляетъ трудностей, такъ какъ тутъ опредѣляется не абсолютная высота стволовъ, а только классъ ихъ высоты. Въ насажденіяхъ полныхъ, тѣмъ болѣе густыхъ, гдѣ оцѣнка классовъ высоты можетъ быть иногда затруднительной и мѣшкотной, вслѣдствіе захватывающихся сучьями другъ въ друга вершинъ деревьевъ, слѣдуетъ записывать только за однимъ работникомъ, производимъ обмѣръ вилкою, чтобы не такъ легко было впасть въ ошибку.

§ 37.

Вычисленіе діаметровъ модельныхъ деревьевъ.

1. Мы уже упомянули въ § 35, что для вычисленія древеснаго запаса насажденія необходимо брать модельныя деревья, причемъ выбираютъ или только одну модель (среднее модельное дерево), если всѣ деревья въ насажденіи соединяются въ одинъ классъ, или нѣсколько моделей (модельныя деревья для класса), если деревья въ насажденіи дѣлятся на нѣсколько классовъ, и для каждаго опредѣляется одно модельное дерево.

Вычисленіе діаметра для средняго модельнаго дерева, если высота всѣхъ стволовъ въ насажденіи почти одна и таже, производится слѣдующимъ образомъ. Положимъ, діаметры встрѣчающихся въ насажденіи деревьевъ будутъ $D_0, D_1, D_2, \dots$, соотвѣтствующія этимъ діаметрамъ площади круговъ — $G_0, G_1, G_2, \dots$, видовыя числа ступеней толщины — $F_0, F_1, F_2, \dots$, число деревьевъ, соотвѣтствующихъ каждой отдѣльной

ступени толщины— $n_0, n_1, n_2, \dots$, а ихъ сумма $n_0 + n_1 + n_2 = n$ и общая всѣмъ деревьямъ высота H .

Въ такомъ случаѣ масса всего насажденія равна суммѣ массъ, заключающихся въ отдѣльныхъ ступеняхъ толщины, слѣдовательно равна:

$$G_0 H F_0 n_0 + G_1 H F_1 n_1 + G_2 H F_2 n_2 + \dots \\ = (G_0 F_0 n_0 + G_1 F_1 n_1 + G_2 F_2 n_2 + \dots) H.$$

Но можно также эту массу предположить равною массѣ n стволовъ, изъ которыхъ каждый имѣетъ площадь основанія g , высоту H и видовое число F , которыхъ масса слѣдовательно равна:

$$g H F n.$$

Въ такомъ случаѣ:

$$g H F n = (G_0 F_0 n_0 + G_1 F_1 n_1 + G_2 F_2 n_2 + \dots) H. \quad . \quad . \quad 1)$$

Здѣсь $g H F$ есть масса средняго модельнаго дерева.

Изъ уравненія 1) слѣдуетъ, такъ какъ H общая величина обѣимъ сторонамъ этого уравненія, что

$$g F n = G_0 F_0 n_0 + G_1 F_1 n_1 + G_2 F_2 n_2 + \dots$$

Лѣвая сторона этого уравненія содержитъ еще два неизвѣстныхъ g и F ; поэтому, для того чтобы имѣть возможность вычислить g , должны быть извѣстны особенныя условія для опредѣленія F . Если мы предположимъ, что $F_0 = F_1 = F_2 = \dots$, то и F будетъ $= F_0 = F_1 = F_2 = \dots$, и слѣдовательно

$$g n = G_0 n_0 + G_1 n_1 + G_2 n_2 + \dots$$

или

$$g = \frac{1}{n} (G_0 n_0 + G_1 n_1 + G_2 n_2 + \dots) \quad . \quad . \quad 2)$$

Если бы почему либо не признано было возможнымъ принять равныя для всѣхъ деревъ видовыя числа, то можно бы было какимъ-либо способомъ найти среднюю величину для F , такъ напр. принять

$$F = \frac{1}{n} (F_0 n_0 + F_1 n_1 + F_2 n_2 + \dots)$$

Если ввести въ уравненіе 2) вмѣсто $G_0, G_1, G_2, \dots$ соотвѣтствующія имъ величины $\frac{\pi}{4} D_0^2, \frac{\pi}{4} D_1^2, \frac{\pi}{4} D_2^2, \dots$, а

вмѣсто g —выраженіе $\frac{\pi}{4} d^2$, то получимъ:

$$d^2 = \frac{1}{n} (D_0^2 n_0 + D_1^2 n_1 + D_2^2 n_2 + \dots)$$

$$d = \sqrt{\frac{1}{n} (D_0^2 n_0 + D_1^2 n_1 + D_2^2 n_2 + \dots)} \quad \dots \quad 3)^*)$$

Если вставить въ эту формулу находящіяся въ образцѣ 1) числа стволовъ и толщины ихъ, то, для вычисленія діаметра средняго модельнаго дерева, получаются слѣдующія вычисленія, помѣщенные нами въ таблицѣ образца 3) **).

При этомъ вычисленіи надо еще замѣтить, что для опредѣленія «многократныхъ площадей круга», т. е. для образованія произведенія «площадей круга на число стволовъ» имѣются вычисленные особенныя таблицы ***).

*) Для вычисленія діаметра средняго модельнаго дерева, примѣняли также формулу

$$d = \frac{1}{n} \left(D_0 n_0 + D_1 n_1 + D_2 n_2 + \dots \right).$$

Ошибочность этого способа вычисленія ясно видна, такъ какъ объемъ тѣла, образованнаго вращеніемъ, есть не функція первой степени его діаметра, а его квадрата.

**) Уравненія 2) и 3) получатся также въ томъ случаѣ, если предположить, что высоты и видовыя числа въ отдѣльныхъ ступеняхъ толщины будутъ различными, если только произведенія ихъ $H_0 F_0$, $H_1 F_1$, $H_2 F_2$, ... будутъ одинаковыми. Эти произведенія будутъ тогда всѣ равны одной постоянной величинѣ c , или

$$H_0 F_0 = H_1 F_1 = H_2 F_2 = \dots = c.$$

Изъ этихъ уравненій слѣдуетъ затѣмъ, что

$$H_0 : H_1 : H_2 \dots = \dots F_2 : F_1 : F_0,$$

т. е. если ступени толщины имѣютъ неодинаковыя высоты и видовыя числа, то по среднему модельному дереву все-таки совершенно вѣрно вычисляется древесный запасъ насажденія въ томъ случаѣ, когда высоты, соответствующія ступенямъ толщины, будутъ обратно пропорціональны видовымъ числамъ.

Но примѣненіе средняго модельнаго дерева доставляетъ вѣрный результатъ древеснаго запаса насажденія еще и въ томъ случаѣ, когда или видовое число, или высота, или оба вмѣстѣ составляютъ извѣстную функцію толщины. Касательно формы этихъ функцій должно справиться въ замѣчательныхъ изслѣдованіяхъ г. Гейера. ((Über die Ermittlung der Masse, des Alters und des Zuwachses der Holzbestände. §§. 2 u. 7 u. Anhang).

***) Vergl. I. Bd. 3 Abth. Taf. 13. Впрочемъ для этой цѣли можетъ служить каждая таблица цилиндровъ, если въ ней цифры, выражающія длину, разсматривать какъ число стволовъ.

Образецъ 3.

Диаметры при высотѣ 1,5 м. надъ поверх- ностью земли. Сант.	Число ство- ловъ.	Площади кру- говъ. Кв. метры.	Множественная площади круговъ. (bc) Кв. метры.
a.	b.	c.	d.
15	18	0,0177	0,3186
16	9	0201	0,1809
17	27	0227	0,6129
18	45	0254	1,1430
19	45	0284	1,2780
20	45	0314	1,4130
21	36	0346	1,2456
22	63	0380	2,3940
23	63	0415	2,6145
24	81	0452	3,6612
25	45	0491	2,2095
26	36	0531	1,9116
27	81	0573	4,6413
28	18	0616	1,1088
29	36	0661	2,3796
30	27	0707	1,9089
31	9	0755	0,6795
32	45	0804	3,6180
33	27	0855	2,3085
34	18	0908	1,6344
35	.	.	.
36	9	1018	0,9162
37	9	1075	0,9675
38	9	1134	1,0206
39	.	.	.
40	.	.	.
41	9	1320	1,1880
42	.	.	.
43	9	1452	1,8068

819
=n.

42,6609
=ng.

Слѣдова-
тельно:

$$g = \frac{42,6609}{819} = 0,0521 \text{ кв. м.}$$

$$d = 2\sqrt{\frac{0,0521}{\pi}} = 25,8 \text{ сант.}$$

Среднее модельное дерево имѣеть слѣдовательно, при вы-
сотѣ 1,5 метра надъ поверхностью земли, діаметръ въ
25,8 сант.

2. Если деревья, находящіяся въ насажденіи, не соеди-
няются всѣ вмѣстѣ въ одну группу, а напротивъ образуютъ
классы толщины, причемъ соединяють въ особые классы
ступени толщины, напр. D_0 до D_k , D_{k+1} до D_p , D_{p+1}
до D_t и т. д., то, если, соотвѣтствующія этимъ классамъ тол-
щины, высоты обозначить черезъ H' , H'' , H''' ..., получаютъ
слѣдующія древесныя массы, заключающіяся въ отдѣльныхъ
классахъ толщины въ послѣдовательномъ ихъ порядкѣ:

$$\begin{aligned} & (G_0 F_0 n_0 + G_1 F_1 n_1 + \dots + G_k F_k n_k) H', \\ & (G_{k+1} F_{k+1} n_{k+1} + G_{k+2} F_{k+2} n_{k+2} + \dots + G_p F_p n_p) H'', \\ & (G_{p+1} F_{p+1} n_{p+1} + G_{p+2} F_{p+2} n_{p+2} + \dots + G_t F_t n_t) H''', \\ & \vdots \end{aligned}$$

Но масса каждого изъ этихъ классовъ будетъ опять равна соотвѣтствующей массѣ числа n' , n'' , n''' , ..., стволъ съ площадями ихъ основанія g' , g'' , g''' , ..., съ высотами H' , H'' , H''' , ... и съ видовыми числами F' , F'' , F''' , ..., причемъ $n' = n_0 + n_1 + \dots + n_k$, $n'' = n_{k+1} + n_{k+2} + \dots + n_p$, $n''' = n_{p+1} + n_{p+2} + \dots + n_t$, ... такъ что

$$\begin{aligned} g' H' F' n' &= (G_0 F_0 n_0 + G_1 F_1 n_1 + \dots + G_k F_k n_k) H', \\ g'' H'' F'' n'' &= (G_{k+1} F_{k+1} n_{k+1} + G_{k+2} F_{k+2} n_{k+2} + \dots + G_p F_p n_p) H'', \\ g''' H''' F''' n''' &= (G_{p+1} F_{p+1} n_{p+1} + G_{p+2} F_{p+2} n_{p+2} + \dots + G_t F_t n_t) H''', \\ & \vdots \end{aligned}$$

Въ данномъ случаѣ $g' H' F'$, $g'' H'' F''$, $g''' H''' F'''$, ... выражаютъ объемы модельныхъ деревьевъ каждого класса.

Для $F_0 = F_1 = \dots = F_k$ будетъ также $F' = F_0 = F_1 = \dots = F_k$; точно также для $F_{k+1} = F_{k+2} = \dots = F_p$ получатся $F'' = F_{k+1} = F_{k+2} = \dots = F_p$; и т. д. и слѣдовательно

$$\begin{aligned} g' n' &= G_0 n_0 + G_1 n_1 + \dots + G_k n_k, \\ g'' n'' &= G_{k+1} n_{k+1} + G_{k+2} n_{k+2} + \dots + G_p n_p, \\ g''' n''' &= G_{p+1} n_{p+1} + G_{p+2} n_{p+2} + \dots + G_t n_t, \\ & \vdots \end{aligned}$$

По раздѣленіи на n' , n'' , n''' , ..., получаютъ площади основанія модельныхъ деревьевъ по ихъ классамъ толщины, равными

$$\left. \begin{aligned} g' &= \frac{1}{n'} (G_0 n_0 + G_1 n_1 + \dots + G_k n_k), \\ g'' &= \frac{1}{n''} (G_{k+1} n_{k+1} + G_{k+2} n_{k+2} + \dots + G_p n_p), \\ g''' &= \frac{1}{n'''} (G_{p+1} n_{p+1} + G_{p+2} n_{p+2} + \dots + G_t n_t), \end{aligned} \right\} 4).$$

Если площади круговъ замѣнить соотвѣтствующими имъ діаметрами, то получится:

$$\left. \begin{aligned} d' &= \sqrt{\frac{1}{n'} (D_0^2 n_0 + D_1^2 n_1 + \dots + D_k^2 n_k)}, \\ d'' &= \sqrt{\frac{1}{n''} (D_{k+1}^2 n_{k+1} + D_{k+2}^2 n_{k+2} + \dots + D_p^2 n_p)}, \\ d''' &= \sqrt{\frac{1}{n'''} (D_{p+1}^2 n_{p+1} + D_{p+2}^2 n_{p+2} + \dots + D_t^2 n_t)} \end{aligned} \right\} 5).$$

Образецъ 4.

Классы толщины.	Діаметры при высотѣ 1,5 м. надъ поверхно- стью земли. Сант. <i>a.</i>	Число стволовъ. <i>b.</i>	Площади круговъ. Кв. метры. <i>c.</i>	Многократныя площади круговъ. (вс.) Кв. метры. <i>d.</i>
I.	15	18	0,0177	0,3186
	16	9	0201	0,1809
	17	27	0227	0,6129
	18	45	0254	1,1430
	19	45	0284	1,2780
	20	45	0314	1,4130
		189 = n' .	Слѣдова- тельно	4,9464 = $g' n'$. $g' = \frac{4,9464}{189} = 0,0262$ к. м. $d' = 18,3$ сант.
II.	21	36	0,0346	1,2456
	22	63	0380	2,3940
	23	63	0415	2,6145
	24	81	0452	3,6613
	25	45	0491	2,2095
		288 = n'' .	Слѣдова- тельно.	12,1248 = $g'' n''$. $g'' = \frac{12,1248}{288} = 0,0421$ к. м. $d'' = 23,1$ сант.
III.	26	36	0,0531	1,9116
	27	81	0573	4,6413
	28	18	0616	1,1088
	29	36	0661	2,3796
	30	27	0707	1,9089
		198 = n''' .	Слѣдова- тельно.	11,9502 = $g''' n'''$. $g''' = \frac{11,9502}{198} = 0,0604$ к. м. $d''' = 27,7$ сант.
IV.	31	9	0,0755	0,6795
	32	45	0804	3,6180
	33	27	0855	2,3085
	34	18	0908	1,6344
	35	.	.	.
		99 = n^{iv} .	Слѣдова- тельно.	8,2040 = $g^{iv} n^{iv}$. $g^{iv} = \frac{8,2040}{99} = 0,0832$ к. м. $d^{iv} = 32,5$ сант.
V.	36	9	0,1018	0,9162
	37	9	1075	0,9675
	38	9	1134	1,0206
	39	.	.	.
	40	.	.	.
	41	9	1320	1,1880
	42	.	.	.
	43	9	1452	1,3068
		45 = n^v .	Слѣдова- тельно.	5,3991 = $g^v n^v$. $g^v = \frac{5,3991}{45} = 0,1200$ к. м. $d^v = 39,1$ сант.

Если въ формулы на стр. 199 вставить числа изъ образца 1) и образовать изъ помѣщенныхъ тамъ толщинъ напр. пять классовъ толщины, а именно соединить въ классы слѣдующія ступени толщины отъ 15 до 20, отъ 21 до 25, отъ 26 до 30, отъ 31 до 35, отъ 36 до 43 сант., то получается расчетъ, приведенный въ образцѣ 4).

3. Если въ извѣстномъ насажденіи образовали классы высоты, то можно или а) разсматривать каждый изъ этихъ классовъ, какъ будто онъ составляетъ отдѣльное насажденіе и вычислять для каждого класса особое среднее модельное дерево; или б), въ каждомъ классѣ высоты, встрѣчающіяся ступени толщины соединять въ особые еще классы толщины; или же наконецъ с), опредѣлять среднее модельное дерево для всего насажденія, причемъ однако должно вычислить не только діаметръ для этой модели, но и ея высоту.

а) Если каждый классъ высоты будетъ разсмотрѣнъ отдѣльно, то вычисленіе, приведенное въ образцѣ 5), показываетъ способъ, примѣняемый въ данномъ случаѣ для расчета средняго модельнаго дерева каждого класса.

Образецъ 5.

I классъ высоты,

обнимающій деревья отъ 14—20 метровъ. Средняя высота 18 метровъ.

Діаметры при высотѣ 1,5 м. надъ поверх- ностью земли. Сант. а.	Число стволовъ. b.	Площади круговъ. Кв. метры. с.	Многokrатныя площади круговъ. (bc). Кв. метры. d.
15	18	0,0177	0,3186
16	9	0201	0,1809
17	27	0227	0,6129
18	36	0254	0,9144
19	36	0284	1,0224
20	27	0314	0,8478
21	18	0346	0,6228
22	9	0380	0,3420
23	9	0.15	0,3735
24	18	0452	0,8136
25	9	0491	0,4419
26	9	0531	0,4779
	225 = n'.		6,9687 = g'n'.
		Слѣдователь- но.	$g' = \frac{6,9687}{225} = 0,0310 \text{ к. м.}$ $d' = 19,9 \text{ сант.}$

II классъ высоты,
обнимающій деревья отъ 21—25 метровъ. Средняя высота 23 метра.

Діаметры при высотѣ 1,5 м. надъ поверх- ностью земли. Сант.	Число стволовъ.	Площади круговъ. Кв. метры.	Многokrатныя площади круговъ. (bc) Кв. метры.
a.	b.	c.	d.
18	9	0,0254	0,2286
19	9	0,284	0,2556
20	18	0,314	0,5652
21	18	0,346	0,6228
22	54	0,380	2,0520
23	36	0,415	1,4940
24	36	0,452	1,6272
25	27	0,491	1,3257
26	18	0,531	0,9558
27	36	0,573	2,0628
28	9	0,616	0,5544
29	27	0,661	1,7847
30	9	0,707	0,6363
31	.	.	.
32	18	0,804	1,4472
33	18	0,855	1,5390
34	9	0,908	0,8172
35	.	.	.
36	.	.	.
37	.	.	.
38	9	1,134	1,0206

$$\frac{360}{= n''}$$

Слѣдователь-
но.

$$\frac{18,9891}{= g'' n''}$$

$$g'' = \frac{18,9891}{360} = 0,0527 \text{ к. м.}$$

$$d'' = 25,9 \text{ сант.}$$

III классъ высоты,
обнимающій деревья отъ 26—33 метр. Средняя высота 28 метровъ.

23	18	0,0415	0,7470
24	27	0,452	1,2204
25	9	0,491	0,4419
26	9	0,531	0,4779
27	45	0,573	2,5725
28	9	0,616	0,5544
29	9	0,661	0,5949
30	18	0,707	1,2726
31	9	0,755	0,6795
32	27	0,804	2,1708
33	9	0,855	0,7695
34	9	0,908	0,8172
35	.	.	.
36	9	1,018	0,9162
37	9	1,075	0,9675
38	.	.	.
39	.	.	.
40	.	.	.
41	9	1,320	1,1880
42	.	.	.
43	9	1,452	0,3068

$$\frac{234}{= n'''}$$

Слѣдователь-
но.

$$\frac{16,7031}{= g''' n'''}$$

$$g''' = \frac{16,7031}{234} = 0,0714 \text{ к. м.}$$

$$d''' = 30,1 \text{ сант.}$$

б) Если бы хотѣли между этими классами высоты различать еще классы толщины, то вычисленіе каждаго класса высоты должно бы было производиться по образцу 4). Впрочемъ это вычисленіе не представило бы никакихъ затрудненій.

в) Если высота деревъ въ насажденіи представляетъ весьма рѣзкія различія и требуетъ поэтому образованія нѣсколькихъ классовъ высоты, но таксаторъ не желаетъ разсматривать отдѣльно каждый классъ высотъ, т. е. не желаетъ вычислять для каждаго класса отдѣльное модельное дерево, а намѣренъ опредѣлить только одно для всего насажденія модельное дерево, то приходится для исполненія этого вычислить не только діаметръ, какой должна имѣть эта средняя модель, но и высоту ея.

Положимъ, что высоты отдѣльныхъ классовъ высоты будутъ $H_0, H_1, H_2, \dots$ и что въ этихъ классахъ высотъ встрѣчающіяся ступени толщины найдены $D_0, D_1, D_2, \dots$, число же деревъ обозначимъ въ послѣдовательномъ порядкѣ чрезъ $n'_0, n'_1, n'_2, \dots; n''_0, n''_1, n''_2, \dots$; и т. д., причемъ, конечно, можетъ случиться, что нѣкоторыя изъ этихъ чиселъ будутъ равны нулю, то древесная масса насажденія получается, во-первыхъ, равною

$$(G_0 F'_0 n'_0 + G_1 F'_1 n'_1 + G_2 F'_2 n'_2 + \dots) H_0 \\ + (G_0 F''_0 n''_0 + G_1 F''_1 n''_1 + G_2 F''_2 n''_2 + \dots) H_1 \\ + \dots$$

во вторыхъ, равною

$$g H F n,$$

гдѣ

$$n = n'_0 + n'_1 + \dots + n''_0 + n''_1 + \dots,$$

такъ что

$$g H F n = (G_0 F'_0 n'_0 + G_1 F'_1 n'_1 + \dots) H_0 \\ + (G_0 F''_0 n''_0 + G_1 F''_1 n''_1 + \dots) H_1 + \dots$$

Въ этомъ уравненіи g, F и H являются неизвѣстными, поэтому для разрѣшенія уравненія должны быть найдены дальнѣйшія условія или сдѣланы особенныя предположенія, касательно двухъ изъ величинъ g, H, F . Если прежде всего предположить, что $F = F'_0 = F'_1 = \dots; H = H_0 = H_1 = \dots$, то для $g n$ получается уравненіе

$$g n = G_0 n'_0 + G_1 n'_1 + \dots + G_0 n''_0 + G_1 n''_1 + \dots$$

или

$$g = \frac{1}{n} (G_0 n'_0 + G_1 n'_1 + \dots + G_0 n''_0 + G_1 n''_1 + \dots) \dots 6)$$

$$d = \sqrt{\frac{1}{n} (D_0^2 n_0' + D_1^2 n_1' + \dots + D_0^2 n_0'' + D_1^2 n_1'' + \dots)} \dots 7) ^*)$$

Для того, чтобы найти еще H , мы должны или уравнять $F_0' = F_1' = \dots = F_0'' = F_1'' = \dots = F$ или определить для F среднюю величину изъ F_0' , F_1' Въ первомъ случаѣ получается

$$H = \frac{1}{gn} [(G_0 n_0' + G_1 n_1' + \dots) H_0 + (G_0 n_0'' + G_1 n_1'' + \dots) H_1 + \dots]$$

во второмъ

$$H = \frac{1}{gnF} [(G_0 n_0' F_0' + G_1 n_1' F_1' + \dots) H_0 + (G_0 n_0'' + G_1 n_1'' + \dots) H_1 + \dots]$$

Примѣняя къ нашему примѣру тотъ случай, когда уравниваются $F_0' = F_1' = \dots = F_0'' = F_1'' = \dots = F$, мы получаемъ слѣдующее исчисленіе. Сначала получается

$$gn = G_0 n_0' + G_1 n_1' + \dots + G_0 n_0'' + G_1 n_1'' + \dots = 42,6609 \text{ кв. метра;}$$

затѣмъ

$$\begin{aligned} (G_0 n_0' + G_1 n_1' + G_2 n_2' + \dots) H_0 &= 6,9687.18 \\ &= 125,4366 \text{ куб. метра,} \\ (G_0 n_0'' + G_1 n_1'' + G_2 n_2'' + \dots) H_1 &= 18,9891.23 \\ &= 436,7493 \text{ куб. метра,} \\ (G_0 n_0''' + G_1 n_1''' + G_2 n_2''' + \dots) H_2 &= 16,7031.28 \\ &= 467,6868 \text{ куб. метра,} \end{aligned}$$

$$\text{Сумма} = 1029,8727 \text{ куб. метра.}$$

Слѣдовательно

$$H = \frac{1029,8727}{42,6609} = 24,1 \text{ метра,}$$

т. е. среднее модельное дерево должно имѣть діаметръ въ 25,8 сантим. и длину въ 24,1 метра.

§ 38.

Выборъ модельныхъ деревьевъ и вычисленіе ихъ кубическаго содержанія.

1. Выборъ модельныхъ деревьевъ.

Выборъ модельныхъ деревьевъ долженъ быть сдѣланъ съ большою осторожностью. Эти модели должны имѣть не только діаметръ, по возможности совершенно точно совпадающій

*) Уравненія 6) и 7), конечно, тождественны уравненіямъ 2) и 3), такъ какъ $n_0' + n_0'' + \dots = n_0$, $n_1' + n_1'' + \dots = n_1$,...

съ вычисленнымъ для нихъ, но и на высотѣ, гдѣ этотъ діаметръ измѣняется, стволъ долженъ имѣть почти кругообразную форму, а кромѣ того модели не должны представлять ни виллообразно раздвоенныхъ вершинъ, ни какихъ другихъ неправильныхъ формъ. Равнымъ образомъ модели должны имѣть высоту, соответствующую средней величинѣ деревъ всего насажденія или класса толщины; поэтому высота ихъ не должна быть ни значительно больше, ни значительно меньше средней высоты насажденія или класса толщины. Точно также должно обращать вниманіе и на то, чтобы развѣтвленіе модельнаго дерева представляло средній видъ деревъ во всемъ насажденіи или классѣ. Отчасти по этой причинѣ, отчасти и вслѣдствіе того, что стволы деревъ, растущихъ по окраинамъ насажденія, представляютъ на высотѣ груди человѣка большею частію эллиптическія площади поперечнаго сѣченія, подобныя деревья отнюдь не должны быть избираемы для моделей. Что касается числа выбираемыхъ модельныхъ деревъ, то вообще нельзя въ этомъ отношеніи указать положительнымъ образомъ, до какого предѣла надо доходить: чѣмъ болѣе срубается и вычисляется модельныхъ деревъ, тѣмъ точнѣе получается выводъ о древесной массѣ насажденія.

Можетъ случиться, что въ насажденіи вовсе не найдется, или найдется слишкомъ мало деревъ съ такимъ діаметромъ, какой по вычисленію должны имѣть модельныя деревья. Въ такомъ случаѣ для образованія моделей можно поступить слѣдующимъ образомъ. Пусть D обозначаетъ діаметръ, какой должно бы имѣть модельное дерево; D_1 — діаметръ, близко подходящій къ вычисленному діаметру и принадлежащій стволу, находящемуся въ изслѣдуемомъ насажденіи, причемъ послѣдній стволъ во всѣхъ прочихъ отношеніяхъ соответствуетъ условіямъ, требуемымъ отъ модельнаго дерева; пусть V обозначаетъ кубическое содержаніе перваго, а V_1 — кубическое содержаніе втораго ствола; — въ такомъ случаѣ высота и видовое число этихъ обоихъ стволовъ, вслѣдствіе очень небольшой разницы въ ихъ діаметрахъ, могутъ быть приняты за равныя. Пропорція

$$V : V_1 = \frac{\pi}{4} D^2 HF : \frac{\pi}{4} D_1^2 H_1 F_1$$

переходятъ въ такомъ случаѣ въ

$$V : V_1 = D^2 : D_1^2, \quad \text{и получается}$$

$$V = V_1 \frac{D^2}{D_1^2}$$

или же

$$V = V_1 \frac{G}{G_1}.$$

Если бы напр. было $D = 20,0$ сант., $D_1 = 20,2$ сант. $V_1 = 0,2796$ куб. метра, то получилось бы

$$V = 0,2796 \frac{400,00}{408,04} = 0,2741 \text{ куб. метра.}$$

Можно также выбрать два вспомогательных ствола такого свойства, чтобы их площади круга дополняли одну другую до площади круга искомого ствола, т. е., что, если обозначить вычисленный диаметр через D , а измеренные—через D_1 и D_2 , то получается отношение

$$D^2 = \frac{1}{2} (D_1^2 + D_2^2)$$

или равное ему

$$G = \frac{1}{2} (G_1 + G_2).$$

Если бы напр. было $D = 20,0$ сант. или $G = 0,0314$ кв. метра, то можно бы было выбрать $D_1 = 19,8$ сант.; $G_1 = 0,0308$ кв. метра и $D_2 = 20,2$ сант., $G_2 = 0,0320$ кв. метра, потому что

$$\frac{1}{2} (0,0308 + 0,0320) = 0,0314 \text{ кв. метра.}$$

При обстоятельствах, упомянутых въ § 37 с. может случиться, что не найдется ни одного ствола съ среднею высотой, равною вычисленной. Въ такомъ случаѣ, кубическое содержаніе такого ствола должно также быть интерполировано. Но, такъ какъ искомый и измеренный стволы сходны по диаметрамъ, то

$$V : V_1 = \frac{\pi}{4} D^2 HF : \frac{\pi}{4} D^2 H_1 F_1.$$

Такъ какъ и видовыя числа обоихъ стволовъ могутъ быть предположены почти равными, то получается

$$V : V_1 = H : H_1$$

и отсюда $V = V_1 \frac{H}{H_1}.$

2. *Вычисленіе кубическаго содержанія модельныхъ деревь.* Для вычисленія кубическаго содержанія модельныхъ деревь пользуются одною изъ формулъ для вычисленія кубическаго содержанія, указанныхъ въ § 15. Необходимые для этихъ формулъ элементы вычисленія должны быть взяты на модельномъ деревѣ съ возможно большею точностію. Для это-

го раздѣляютъ стволъ на очень мелкіе отрубки, которыхъ длина по § 16 должна быть отнюдь не болѣе 2 метровъ; діаметры этихъ отрубковъ измѣряютъ по крайней мѣрѣ по двумъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ въ миллиметрахъ, и среднее изъ найденныхъ двухъ измѣреній принимаютъ за истинный діаметръ. Масса сучьевъ и вѣтвей опредѣляется посредствомъ ксилометра или посредствомъ гидростатическихъ вѣсовъ; при очень большомъ количествѣ сучьевъ и вѣтвей можно вычислить массу ихъ простымъ взвѣшиваніемъ, причемъ кубическое содержаніе только небольшой части вычисляется посредствомъ ксилометра или гидростатическимъ путемъ. При большей части вычисленій древеснаго запаса насажденій есть возможность срубить модельныя деревья и предпринимать измѣреніе діаметровъ и длины ихъ послѣ свалки. Для цѣлей лѣсоустройства, напримѣръ, такая рубка моделей можетъ быть всегда предпринята. Однако-же, возможны и такіе случаи, напр. при покупкахъ лѣса и т. д., когда или совсѣмъ не можетъ быть допущена срубка моделей или допускается въ весьма маломъ числѣ. Въ такихъ случаяхъ опредѣленіе кубическаго содержанія моделей должно производить или посредствомъ раздѣленія растущихъ деревьевъ на части, измѣряя діаметръ и длину съ помощью лѣснаго универсальнаго инструмента Бреймана *), или пользуясь методомъ условной высоты Пресслера для вычисленія объема модельныхъ деревьевъ. Но въ обоихъ случаяхъ надо брать возможно большее число моделей для того, чтобы ошибки, присущія этимъ методамъ вычисленія кубическаго содержанія, могли взаимно уничтожаться.

Кубическое содержаніе средняго модельнаго дерева, или модели одного класса, или даже ствола каждой отдѣльной ступени толщины, можно также опредѣлить посредствомъ такъ называемыхъ массовыхъ таблицъ для стволовъ или цѣлыхъ деревьевъ **). Эти таблицы показываютъ кубичес-

*) Исполненіе чего считаетъ рѣшительно невозможнымъ редакторъ перевода.

**) Самыя обширныя таблицы этого рода составлены баварскимъ лѣснымъ управленіемъ. Онѣ опубликованы подъ заглавіемъ: „Massen-tafeln zur Bestimmung des Inhaltes der vorzüglichsten Deutschen Waldbäume aus dem Durchmesser auf Brusthöhe und der ganzen Länge. Bearbeitet im Forsteinrichtungsbureau des königl. bayer. Finanzministeriums. München, 1846. I. Palm's Hofbuchhandlung. Fol. 50 S.

Эти таблицы были переведены на прусскія мѣры Шталемъ (Massen-tafeln. 1852); перечисленіе, на австрійскія мѣры, сдѣлалъ Бушекъ

кое содержаніе стволовъ на корню (включая или не включая вѣтвей) непосредственно въ кубическихъ метрахъ, если только извѣстны діаметръ, высота и возрастъ деревъ. Они основываются на предположеніи, что стволы, которые согласуются въ этихъ трехъ факторахъ, должны имѣть равный объемъ, и дѣйствительно такое предположеніе, до известной степени, справедливо.

Но такъ какъ числа подобныхъ таблицъ являются средними, выведенными изъ древеснаго запаса весьма большаго количества деревъ, то и вычисленные при посредствѣ этихъ таблицъ, модельныя деревья доставляютъ тѣмъ болѣе точные результаты о древесномъ запасѣ насажденія, чѣмъ обширнѣе площади участковъ лѣса, на коихъ производится вычисленіе древесныхъ массъ всѣхъ находящихся тамъ деревъ, потому что въ этомъ случаѣ есть и большая вѣр-

(Verhandlungen der Forstsection für Mähren und Schlefien. 1855. Н.) и Бреймана (Holzmesskunst. 1868); на метрическія мѣры — от Нёрдлингера (Krit. Bl. 49. Bd. 1. и 2. Н. и 50. Bd. 1. Н.) и Бема (Massentafeln zur Bestimmung des Gehaltes stehender Bäume in Cubicmetern fester Holzmasse. Berlin, 1872. Verlag von Gust. Lange. 8. 47. S.). На русскомъ языкѣ напечатаны Баварскія таблицы Григорьевымъ. Баварскія таблицы основываются на вычисленіи кубическаго содержанія 40220 стволовъ, и именно 21780 елей, 4500 сосенъ, 4280 сосенъ, 590 лиственницъ, 3710 буковъ, 2490 дубовъ, 2870 березъ. Стволы были раздѣляемы при этомъ на отрубки, длиннѣе 10 бавар. футовъ, діаметры точно измѣрены до десятой доли дюйма и числа, выражающія мѣры, внесены въ формулу для вычисленія кубическаго содержанія

$$V = \frac{1}{2} \left[G_0 + G_n + 2 (G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1}) \right] h.$$

Затѣмъ площадью основанія была принята та, которая соответствуетъ діаметру, измѣренному на высотѣ 1,3 метра надъ поверхностью земли; по этимъ даннымъ вычислено видовое число. После того соединяли и выводили среднія видовыя числа изъ результатовъ полученныхъ для стволовъ, имѣвшихъ одинаковыя на высотѣ гру діаметры, одинаковую длину и возрастъ, причемъ различали ступени діаметровъ отъ дюйма до дюйма, ступени высотъ отъ 10 до 10 футовъ, ступени возрастовъ отъ 30 до 30 лѣтъ. Колебанія среднихъ чиселъ сглаживались большею частію графическимъ способомъ.

Особеннаго порицанія заслуживаетъ въ баварскихъ таблицахъ большое различіе въ возрастѣ стволовъ, соединяемыхъ въ одинъ классъ, такъ какъ съ возрастомъ значительно измѣняются видовыя числа; въ этомъ отношеніи таблицы должны быть значительно улучшены, прежде чѣмъ онѣ сдѣлаются пригодными къ вычисленію кубическаго содержанія модельныхъ деревъ.

ятность встрѣтиться съ наиболѣе разнообразными формами деревь.

§ 39.

Вычисленіе древеснаго запаса насажденій.

1. Выбравъ модельныя деревья и опредѣливъ ихъ кубическое содержаніе, можно приступить къ вычисленію кубическаго содержанія и цѣлыхъ насажденій.

а. Если было выбрано только одно среднее модельное дерево, то, обозначая неизвѣстную еще массу всего насажденія черезъ M , а массу модельнаго дерева—черезъ m , мы получаемъ, какъ уже видѣли въ § 37. 1.,

$$M = g H F n.$$

Но съ другой стороны

$$m = g H F,$$

а слѣдовательно также

$$M = m n. \quad 1^a)$$

т. е. масса насажденія равна произведенію массы средняго модельнаго дерева на число деревь въ насажденіи.

Но столь-же основательно и уравненіе

$$M = G H F,$$

въ которомъ G обозначаетъ сумму площадей круговъ всѣхъ деревь въ насажденіи. Далѣе изъ

$$m = g H F$$

слѣдуетъ, что

$$H F = \frac{m}{g}$$

и вмѣстѣ съ тѣмъ, что

$$M = \frac{G}{g} m, \quad 1^b)$$

т. е. древесная масса насажденія получается, если помножить массу одного средняго модельнаго дерева на частное число, которое получается отъ раздѣленія общей площади древесныхъ основаній во всемъ участкѣ на площадь основанія одного средняго модельнаго дерева.

Уравненіе $1^b)$ выражается также пропорціей

$$M : m = G : g.$$

Это же уравненіе въ соединеніи съ $1^a)$ приводитъ къ отношенію

$$\frac{G}{g} = n,$$

по которому можетъ быть найдено число деревь въ насажденіи, если извѣстны G и g .

Въ нашемъ примѣрѣ будетъ $G = 42,6609$, $g = 0,0521$ кв. метра, кубическое содержаніе модельнаго дерева составляетъ 0,6009 куб. метра, и именно 0,4995 куб. метра матераго лѣса и 0,1014 куб. метра хвороста. Въ такомъ случаѣ расчетъ указываетъ:

$$\text{общій итогъ древесной массы} = \frac{42,6609}{0,0521} \cdot 0,6009 \\ = 492,00 \text{ куб. метра,}$$

$$\text{масса матераго лѣса} = \frac{42,6609}{0,0521} \cdot 0,4995 \\ = 408,98 \text{ куб. метра,}$$

$$\text{масса хвороста} = \frac{42,6609}{0,0521} \cdot 0,1014 \\ = 83,02 \text{ куб. метра.}$$

Матерый лѣсъ можетъ быть еще раздѣленъ на лѣсъ подѣлочный, на колотыя дрова и на круглякъ, и для этого дѣленія можно также добыть нужныя свѣдѣнія, при вычисленіи модельнаго дерева. Но болѣею частію полезнѣе для вывода различныхъ сортиментовъ лѣса пользоваться сравнительными числами, выведенными изъ опыта прежнихъ обширныхъ вырубокъ.

б. Если образованы были классы толщины, и если $M_0, M_1, M_2 \dots$ обозначаютъ искомыя массы цѣлыхъ классовъ толщины; напротивъ $m_0, m_1, m_2 \dots$ — массы отдѣльно взятыхъ въ каждомъ классѣ модельныхъ деревьевъ, то подобно случаю а, получается:

$$M_0 = m_0 n_0, \quad M_1 = m_1 n_1, \quad M_2 = m_2 n_2 \dots$$

или же

$$M_0 = \frac{G_0}{g_0} m_0, \quad M_1 = \frac{G_1}{g_1} m_1, \quad M_2 = \frac{G_2}{g_2} m_2 \dots$$

а отсюда масса всего насажденія =

$$M = M_0 + M_1 + M_2 + \dots = m_0 n_0 + m_1 n_1 + m_2 n_2 \dots \quad 2$$

$$M = M_0 + M_1 + M_2 + \dots = \frac{G_0}{g_0} m_0 + \frac{G_1}{g_1} m_1 + \frac{G_2}{g_2} m_2 + \dots \quad 3)$$

с. Выраженія подобной же формы, какъ въ урав. 2) получаются при образованіи какъ однихъ только классовъ высоты, такъ и въ совокупности классовъ высоты въ соединеніи съ классами толщины.

2. Расчетъ во всѣхъ этихъ случаяхъ лучше всего производить въ видѣ таблицъ. Мы приводимъ здѣсь такое вычисленіе въ видѣ примѣра для нѣсколькихъ случаевъ.

а. Среднее модельное дерево.

Образец 6.

Диаметръ среднего модельнаго дерева = 25,8 сант.

Площадь круга (g) " " " = 0,0521 кв. м.

Сумма площадей круговъ всего насажденія (G) = 42,6609 "

$$n = \frac{G}{g} \dots \dots \dots = 819.$$

Кубическое содержаніе модельнаго дерева
въ куб. метрахъ для матераго лѣса.

Нумера- ція въ по- слѣдова- тельномъ порядкѣ.	Лѣсъ по- лѣлочный.	Колотый дрова.	Круглякъ.	Сумма.	для хворо- ста.	Сумма.
1	0,3304	0,1070	0,0621	0,4995	0,1014	0,6009
2	0,3162	0,1282	0,0438	0,4882	0,2688	0,7570
3	0,3802	0,1503	0,0504	0,5809	0,0609	0,6418
4	0,3849	0,1234	0,0632	0,5715	0,0784	0,6499
5	0,5018	0,1424	0,0407	0,6849	0,0858	0,7707
6	0,4832	0,1021	0,0645	0,6498	0,0942	0,7440
Сумма:	2,3967	0,7534	3,3247	3,4748	0,6895	4,1643
Среднее: Отсюда древес- ный за- насъ.	0,3994 ₃	0,1255 ₇	0,0541 ₂	0,5791 ₃	0,1149 ₂	0,6940 ₃
	327,75	102,84	44,32	474,31	94,12	568,43

б. Модельныя деревья, взятыя по классамъ толщины.

Образец 7.

I классъ толщины 15 до 20 сант.

Диаметръ модельнаго дерева = 18,3 сант.

Площадь круга (g_0) " " " " " = 0,0262 кв. м.

Сумма площадей круговъ (G_0) всего класса = 4,9464 "

$$n_0 = \frac{G_0}{g_0} \dots \dots \dots = 189.$$

Кубическое содержаніе модельнаго дерева
въ куб. метрахъ для матераго лѣса,

Нумера- ція въ по- слѣдова- тельномъ порядкѣ.	Лѣсъ по- лѣлочный.	Колотый дрова.	Круглякъ.	Сумма.	для хворо- ста.	Сумма.
1	.	.	.	0,2122	0,0637	0,2809
2	.	.	.	0,2361	0,0735	0,3096
Сумма:	.	.	.	0,4483	0,1422	0,5905
Среднее: Отсюда масса класса I:	.	.	.	0,2241 ₃	0,0711	0,2952 ₃
	.	.	.	42,36	13,44	55,80

II классъ толщины 21 до 25 сант.

Диаметръ модельнаго дерева = 23,1 сант.
 Площадь круга (g_1) " " = 0,0421 кв. м.
 Сумма площадей круговъ (G_1) всего класса = 12,1248 " "
 $n_1 = \frac{G_1}{g_1} = 288.$

Кубическое содержаніе модельнаго дерева
 въ куб. метрахъ для матераго лѣса.

Нумера- ція въ по- слѣдова- тельномъ порядкѣ.	Лѣсъ по- дѣлочный.	Колотыя дрова.	Круглякъ.	Сумма.	для хворо- ста.	Сумма.
1	.	.	.	0,3988	0,0889	0,4877
2	.	.	.	0,5244	0,0538	0,5782
3	.	.	.	0,5120	0,0458	0,5578
Сумма:	.	.	.	1,4352	0,1885	1,6237
Среднее:	.	.	.	0,4784	0,0628 ₃	0,5412 ₃
Отсюда масса класса II.	.	.	.	137,78	18,09	155,87

III классъ толщины 26 до 30 сант.

Диаметръ модельнаго дерева = 27,7 сант.
 Площадь круга (g_2) " " = 0,0604 кв. м.
 Сумма площадей круговъ (G_2) всего класса = 11,9502 " "
 $n_2 = \frac{G_2}{g_2} = 198.$

1	.	.	.	0,6819	0,1111	0,7930
2	.	.	.	0,7456	0,1074	0,8530
3	.	.	.	0,5959	0,1500	0,7459
Сумма:	.	.	.	2,0234	0,3685	2,3919
Среднее:	.	.	.	0,6744 ₇	0,1228 ₃	0,7973
Отсюда масса класса III	.	.	.	133,55	24,32	157,87

IV классъ толщины 31 до 35 сант.

Диаметръ модельнаго дерева = 32,5 сант.
 Площадь круга (g_3) " " = 0,0832 кв. м.
 Сумма площадей круговъ (G_3) всего класса = 8,2404 " "
 $n_3 = \frac{G_3}{g_3} = 99.$

1	.	.	.	1,2408	0,2043	1,4446
2	.	.	.	0,9001	0,1085	1,0086
Сумма:	.	.	.	2,1404	0,3128	2,4532
Среднее:	.	.	.	1,0702	0,1564	1,2266
Отсюда масса класса IV:	.	.	.	105,96	15,47	121,43

V классъ толщины 36 до 43 сант.

Диаметръ модельнаго дерева : = 39,1 сант.
 Площадь круга (g_1) " " = 0,1200 кв. м.
 Сумма площадей круговъ (G_1) всего класса. = 5,3991 " "
 $n_1 = \frac{G_1}{g_1}$ = 45.

Кубическое содержаніе модельнаго дерева
 въ куб. метрахъ для матераго лѣса.

Нумера- ція въ по- слѣдова- тельномъ порядкѣ.	Лѣсъ по- дѣлочный.	Колотыя дрова.	Круглякъ.	Сумма.	для хворос- та.	Сумма.
1	.	.	.	1,0839	0,2235	1,3074
2	.	.	.	1,6425	0,3344	1,9769
Сумма:	.	.	.	2,7264	0,5579	3,2843
Среднее: Отсюда масса класса V:	.	.	.	1,3632	0,2789 ₃	1,6421 ₃
	.	.	.	61,35	12,55	73,90

Повтореніе.

Масса класса I:	.	.	.	42,35	13,44	55,80
" II:	.	.	.	137,78	18,09	155,87
" III:	.	.	.	133,55	21,32	157,87
" IV:	.	.	.	105,99	15,47	121,43
" V:	.	.	.	61,35	12,55	73,90
Масса всего на- сажденія:	.	.	.	481,00	83,87	564,87

с. Модельныя деревья, взятыя по классамъ высоты.

Образецъ 8.

I классъ высоты. Средняя высота 18 метровъ.

Диаметръ модельнаго дерева. = 19,9 сант.
 Площадь круга (g_0) " " = 0,0310 кв. м.
 Сумма площадей круговъ (G_0) всего класса = 6,9687 " "
 $n_0 = \frac{G_0}{g_0}$ = 225.

Кубическое содержаніе модельнаго дерева
 въ куб. метрахъ для матераго лѣса.

Нумера- ція въ по- слѣдова- тельномъ порядкѣ.	Лѣсъ по- дѣлочный.	Колотыя дрова.	Круглякъ.	Сумма	для хворос- та.	Сумма.
1	.	.	.	0,2451	0,0394	0,2845
2	.	.	.	0,2658	0,0607	0,3265
3	.	.	.	0,2518	0,0873	0,3391
Сумма:	.	.	.	0,7627	0,1874	0,9501
Среднее: Отсюда масса класса I:	.	.	.	0,2542 ₃	0,0624 ₇	0,3167
	.	.	.	57,20	14,06	71,26

II классъ высоты. Средняя высота 23 метра.

Диаметръ модельнаго дерева = 25,9 сант.

Площадь круга (g_1) " " = 0,0527 кв. м.

Сумма площадей круговъ (G_1) всего класса = 18,9891 " "

$n_1 = \frac{G_1}{g_1}$ = 360.

**Кубическое содержаніе модельнаго дерева
въ куб. метрахъ для матераго лѣса.**

Нумера- ція въ по- слѣдова- тельномъ порядкѣ.	Лѣсъ по- лѣлочный.	Колотыя дрова.	Круглякъ.	Сумма.	для хворос- та.	Сумма.
1	.	.	.	0,5095	0,0994	0,6089
2	.	.	.	0,5924	0,0621	0,6545
3	.	.	.	0,5760	0,0791	0,6551
Сумма:	.	.	.	1,6779	0,2406	1,9185
Среднее:	.	.	.	0,5593	0,0802	0,6395
Отсюда масса класса II:	.	.	.	201,35	28,87	230,22

III классъ высоты. Средняя высота 28 метровъ.

Диаметръ модельнаго дерева = 30,1 сант.

Площадь круга (g_2) " " = 0,0714 кв. м.

Сумма площадей круговъ (G_2) всего класса = 16,7031 " "

$n_2 = \frac{G_2}{g_2}$ = 234.

1	.	.	.	0,8861	0,1841	1,0702
2	.	.	.	0,8857	0,1854	1,0711
3	.	.	.	0,9018	0,1600	1,0618
Сумма	.	.	.	2,6736	0,5295	3,2031
Среднее:	.	.	.	0,8912	0,1765	1,0677
Отсюда масса класса III	.	.	.	208,54	41,30	249,84

Повтореніе.

Масса класса I.	.	.	.	57,20	14,06	71,26
" II:	.	.	.	201,35	28,87	230,22
" III:	.	.	.	208,54	41,30	249,84
Масса всего на- сажденія :	.	.	.	467,09	84,23	551,32

d. Какъ выше было уже упомянуто, вычисленіе модельныхъ деревь можно также произвести съ помощью массовыхъ таблицъ для стволовъ или же деревьевъ. При употребленіи такихъ таблицъ можно совершенно избавиться отъ труда образовывать классы толщины и вычислять діаметры модельныхъ деревь, а раздѣлять деревья извѣстнаго насажденія только на классы высоты. Однако же для этихъ классовъ не вычисляютъ среднихъ модельныхъ деревь и ихъ объемовъ, а изъ таблицъ непосредственно извлекаютъ объемы для ступеней толщины, заключающихся въ классахъ высоты и помножаютъ эти объемы на число-стволовъ этихъ ступеней толщины.

Для примѣра воспользуемся числами, данными въ образцѣ 5, и вычислимъ ихъ съ помощью таблицъ Бема (см. стр. 208), причемъ объемы тѣхъ деревь, которыхъ діаметры выражены нечетными числами, будемъ интерполировать (посредствомъ дѣленія пополамъ разностей объемовъ) и предположимъ, что діаметры, находящіеся на высотѣ 1,5 метра надъ поверхностью земли, соответствуютъ діаметрамъ, отстоящимъ на 1,3 метра отъ поверхности земли. Таблица для спѣлой ели *) даетъ въ такомъ случаѣ для трехъ классовъ высоты, принятыхъ въ образцѣ 5, слѣдующіе объемы стволовъ **).

Образецъ 9.

I классъ высоты. Средняя высота 18 метровъ.

Діаметръ при 1,5 метровъ надъ землею. Сант.	Число де- ревъ.	Объемъ ство- ла (безъ вѣт- вей). Куб. метры.	Множественный объемъ ствола (безъ вѣтвей). (bc). Кубич. метры.
a.	b.	c.	d.
15	18	0,17	3,06
16	9	19	1,71
17	27	21	5,67
18	36	23	8,28
19	36	26	9,36
20	27	29	7,83
21	18	31,5	5,67
22	9	34	3,06
23	9	37	3,33
24	18	40	7,20
25	9	43	3,87
26	9	46	4,14

Масса всего класса I-го . . . | 63,18

*) S. 31. f. der angeführten Tafeln.

**) Кромѣ массы вѣтвей не включена въ эти числа и масса верхушекъ, толщиной менѣе 3 сант. Поэтому эти объемы стволовъ соответствуютъ обозначенной нами въ выше указанныхъ примѣрахъ „масса матератаго лѣса“.

II классъ высоты. Средняя высота 23 метра.

Діаметры при 1,5 метровъ надъ землею. Сант.	Число де- ревъ.	Объемъ ство- ла (безъ вѣт- вей). Куб. метры.	Многократный объемъ ствола (безъ вѣтвей) (bc). Кубич. метры.
a.	b.	c.	d.
18	9	0,30	2,70
19	9	33	2,97
20	18	36	6,48
21	18	40	7,20
22	54	44	23,76
23	36	47,3	17,10
24	36	51	18,36
25	27	55	14,88
26	18	59	10,62
27	36	63,3	22,86
28	9	68	6,12
29	27	72,3	19,58
30	9	77	6,93
31	.	.	.
32	18	87	15,66
33	18	92	16,56
34	9	97	8,73
35	.	.	.
36	.	.	.
37	.	.	.
38	9	1,19	10,71

Масса всего класса II-го . . . 211,22

III классъ высоты. Средняя высота 28 метровъ.

23	18	0,57,3	10,35
24	27	62	16,74
25	9	67	6,03
26	9	72	6,48
27	45	77,3	14,88
28	9	83	7,47
29	9	88,3	7,97
30	18	94	16,92
31	9	1,00	9,00
32	27	1,06	28,62
33	9	1,12	10,08
34	9	1,18	10,62
35	.	.	.
36	9	1,32	11,88
37	9	1,38,3	12,47
38	.	.	.
39	.	.	.
40	.	.	.
41	9	1,66,3	14,99
42	.	.	.
43	9	1,81,3	16,34

Масса всего класса III-го . . . 200,84

Повтореніе:

Совокупность класса I-го	63,18
„ „ II-го	211,22
„ „ III-го	200,84

Общій итогъ массы матераго лѣса въ насажденіи
(безъ вѣтвей) 475,24

3. Вопросъ, какой изъ вышеприведенныхъ методовъ лучше выбрать для вычисленія древеснаго запаса насаждений, можетъ быть разрѣшенъ только для каждаго даннаго частнаго случая, а никакъ не вообще. Отвѣчая на данный вопросъ, надо принимать во вниманіе наличное состояніе насажденія и степень точности, которую желательно достигнуть вычисленіемъ. Если не требуется большой точности отъ вычисленія, или, если состояніе насажденія очень правильное, то можно обойтись однимъ среднимъ модельнымъ деревомъ, отыскавъ, конечно, нѣсколько подобныхъ экземпляровъ и вычисливъ ихъ. Если же, напротивъ того, требуются болѣе точные результаты, то должно образовать классы толщины. Наиболѣе точные результаты, конечно, достигаются при образованіи одновременно классовъ толстоты и классовъ высотъ; однако, сдѣланные нами изслѣдованія показали, что и съ одними классами толщины, безъ классовъ высотъ, достигается почти такая же точность вычисленія, если только различіе въ діаметрахъ одного и того же класса толщины не будетъ слишкомъ велико. Одни только классы высотъ нельзя особенно рекомендовать: они во всѣхъ отношеніяхъ уступаютъ классамъ толщины, а именно: они замедляютъ работу при пересчетѣ деревъ и достигаютъ меньшей точности, нежели классы толщины. Наконецъ, употребляя хорошія массовыя таблицы, можно будетъ достигнуть той же точности, какъ и при вычисленіи особыхъ модельныхъ деревъ для каждаго класса толщины *);

*) Числа, приведенныя въ примѣрахъ, взяты изъ дѣйствительности одного изъ нашихъ изслѣдованій; только, для достиженія болѣе крупныхъ чиселъ, мы умножили число стволовъ на 9, вслѣдствіе чего и массы увеличились въ девять разъ. Настоящій объемъ, полученный посредствомъ разбивки ствола на обрубки и вычисленія по нимъ кубическаго содержанія, равно и объема сучьевъ и вѣтвей, съ помощью километра и взвѣшиваніемъ, составлялъ, послѣ умноженія его на 9=491,31 куб. метровъ матераго лѣса и 87,16 куб. метровъ хвороста. Сравнивая эти числа съ числами, полученными въ ст. 2, пунктахъ а. б. с. д., окажется, что а) при одномъ среднемъ модельномъ деревѣ, куб. содержаніе матераго лѣса получено менѣе дѣйствительности на 17,00 куб. метровъ, или на 3,50%; содержаніе же хвороста получено противъ дѣйствительности болѣе на 6,96 куб. метровъ, или на 8,00%.

б.) При взятіи модельныхъ деревъ по классамъ толщины, кубическое содержаніе матераго лѣса получилось менѣе на 10,31 куб. метръ, или на 2,10%; а содержаніе хвороста получилось также менѣе на 3,29 куб. метровъ или на 3,80%.

стоитъ только брать непосредственно изъ таблицъ массы для деревь каждой ступени толщины.

4. Каждая ступень толщины и соответствующіе имъ діаметры, не должны представлять слишкомъ большихъ различій, если желаютъ, чтобы масса дерева, вычисленная по среднему разиѣру той же ступени толщины, близко подходила къ массѣ, соответствующей обѣимъ крайностямъ толщины той же ступени. Пусть, напримѣръ, въ ступеняхъ толщины дерева будетъ разница между обѣими крайностями равна $2c$; тогда діаметръ какого либо ствола, составляющаго наименьшую величину этой ступени, будетъ $D - c$, а діаметръ другого ствола, составляющаго наибольшую толщину той же ступени $= D + c$. Если, кромѣ того, у обѣихъ стволовъ обозначить высоту буквою H , а видовое число буквою F , то сумма объемовъ обѣихъ деревь будетъ

$$V_{D-c} + V_{D+c} = \frac{\pi}{4} \left[(D - c)^2 + (D + c)^2 \right] HF,$$

$$= \frac{\pi}{2} (D^2 + c^2) HF;$$

между тѣмъ, если мы эти стволы соединимъ въ одну ступень съ среднимъ діаметромъ D , то объемъ ихъ получится

е.) При модельныхъ деревьяхъ, по однимъ классамъ высоты, кубическое содержаніе матераго лѣса получилось менѣ дѣйствительности на 24,22 куб. метровъ или на 4,90%; содержаніе же хвороста также менѣ на 2,93 куб. метра, или на 3,40%.

д.) При образованіи классовъ высотъ и примѣненіи къ нимъ массовыхъ таблицъ, содержаніе матераго лѣса получилось менѣ на 16,07 куб. метровъ, или на 3,30%.

Г. Гейеръ (Ueber die Ermittlung der Masse ec. Anhang) опредѣлилъ древесный запасъ на 16-ти пробныхъ площадяхъ посредствомъ модельныхъ деревь, избранныхъ по классамъ, а также и посредствомъ одного только общаго средняго модельнаго дерева. Масса, вычисленная по одному среднему модельному дереву, представила въ процентахъ противу массы, вычисленной посредствомъ модельныхъ деревь, взятыхъ особо для каждого класса, слѣдующую разницу:

1. У бука на:

—2,45, —2,00, —1,81, —0,86, —0,047 + 0,69 + 1,52 + 4,52 + 5,71

2. У сосны на:

—4,74, —4,08, —3,92 + 2,23 + 4,13.

3. У ели на:

—10,80.

4. У лиственницы на:

—1,58.

$$2 V_D = 2 \frac{\pi}{4} D^2 HF = \frac{\pi}{2} D^2 HF.$$

Разница между объемами опредѣленіями будетъ

$$V_{D-c} + V_{D+c} - 2 V_D = \frac{\pi}{2} c^2 HF,$$

изъ чего видно, что разница въ объемахъ возрастаетъ квадратами одной половины разстоянія, заключающагося между объемами крайностями діаметровъ, соединенныхъ въ одну ступень толщины.

Если, напримѣръ, $D = 15$, $c = 2$ сант., $H = 20$ метрамъ, $F = 0,50$, то получимъ

$V - V_1 = 1,570796 \cdot 0,0004 \cdot 20 \cdot 0,50 = 0,006283$ куб. метрамъ; между тѣмъ, если бы c было равно 3 сантиметрамъ, то разность въ объемахъ была бы равна 0,014137 куб. метрамъ.

§ 40.

вычисленіе кубическаго содержанія модельныхъ деревь и цѣлыхъ насажденій, по способу Драудта.

1. Драудтъ употребляетъ очень умный и въ тоже время очень практичный способъ для опредѣленія числа и массы модельныхъ деревь *)). Когда на площади, занятой лѣсомъ оконченъ обмѣръ толщины стволовъ съ помощью извѣстной уже намъ мѣрной вилки, и перечнемъ приведено въ извѣстность какое число деревь составляетъ каждую ступень толщины, тогда рѣшаютъ прежде всего, какой процентъ изъ всего наличнаго числа стволовъ слѣдуетъ назначить къ срубкѣ въ видѣ моделей. Если предположено будетъ срубить на модели изъ общаго числа деревь p процентовъ, всѣхъ же въ насажденіи деревь оказывается числомъ n , а число деревь, порознь въ каждой ступени толщины, оказывается $n_0, n_1, n_2, \dots$, то въ каждой отдѣльной ступени толщины приходится взять моделей:

$$0, \text{ or } . n_0, 0, \text{ or } . n_1, 0, \text{ or } . n_2, \dots$$

Дроби, которыя получаютъ при такомъ счетѣ, округляются извѣстнымъ образомъ **). При этомъ, многія ступени

*) Die Ermittlung der Holzmassen. Von Dr. Draudt. Allgem. Forst- u. Jagdz. 1867 S. 121. Способъ Драудта далъ поводъ къ оживленнымъ преніямъ. Литература, относящаяся къ этому вопросу, находится преимущественно въ Allgem. Forst- u. jagdz. jahrg. 1860—1865.

**) Дробь менѣ половины отбрасывается, а половина и болѣе принимается за единицу.

толщины, изъ которыхъ ни на одну можетъ не причитать-ся цѣлаго модельнаго дерева, могутъ быть соединены вмѣстѣ, для взятія общаго для всѣхъ ихъ модельнаго дерева.

Одинъ и тотъ-же результатъ получится также, если опредѣлимъ напередъ число v , подлежащихъ срубкѣ модельныхъ деревьевъ; тогда получимъ въ произведеніи $\frac{v}{n} 100$ величину процента p , подлежащихъ срубкѣ моделей; послѣ чего уже поступаютъ вышеуказаннымъ образомъ.

Чтобы не имѣть дѣло съ слишкомъ многими ступенями толщины, въ которыхъ, въ каждой, было бы очень малое число деревьевъ, мы, вообще удерживая прежній нашъ примѣръ, раздѣлимъ только деревья на ступени толщины, не такъ какъ прежде съ различіемъ діаметровъ на одинъ сантиметръ, а образуемъ ступени съ различіемъ діаметровъ на два сантиметра. Такимъ образомъ получатся слѣдующія ступени толщины и слѣдующее въ нихъ число стволовъ:

Діаметръ при 1,5 метра надъ землею. Сант.	Число стволовъ.	Площадь круга. Квадрат. метры.	Многократная площадь круга. (b c) Квадрат. метры.
a.	b.	c.	d.
15	27	0,0177	0,1779
17	72	0,227	1,6314
19	90	0,284	2,5560
21	99	0,316	3,4251
23	114	0,415	5,9769
25	81	0,491	3,9771
27	99	0,573	5,6727
29	63	0,661	4,1643
31	51	0,755	4,0770
33	45	0,855	3,8475
35	9	0,962	0,8658
37	18	1,075	1,9350
39			
41	9	1,320	1,1880
43	9	1,452	1,3068
	819		41,1039

Если назначено срубить 10 модельныхъ деревьевъ, то $\frac{10}{819} 100 = 1,2$ процентамъ изъ общаго числа деревьевъ, которыя должны быть срублены и распределены по отдѣльнымъ ступенямъ толщины слѣдующимъ образомъ:

На ступень толщины въ	15 сан. приходится	$\frac{27.1,2}{100} = 0,324$	модельи. стволовъ.
»	17 »	$\frac{72.1,2}{100} = 0,854$	»
»	19 »	$\frac{90.1,2}{100} = 1,080$	»
»	21 »	$\frac{99.1,2}{100} = 1,188$	»
»	23 »	$\frac{144.1,2}{100} = 1,728$	»
»	25 »	$\frac{81.1,2}{100} = 0,972$	»
»	27 »	$\frac{99.1,2}{100} = 1,188$	»
»	29 »	$\frac{63.1,2}{100} = 0,756$	»
»	31 »	$\frac{54.1,2}{100} = 0,648$	»
»	33 »	$\frac{45.1,2}{100} = 0,540$	»
»	35 »	$\frac{9.1,2}{100} = 0,108$	»
»	37 »	$\frac{18.1,2}{100} = 0,216$	»
»	39 »	.	»
»	41 »	$\frac{9.1,2}{100} = 0,108$	»
»	43 »	$\frac{9.1,2}{100} = 0,108$	»

Такимъ образомъ, послѣ округленія приходится на

Ступень толщины въ 15 (сант. ни одного ствола.

»	17 »	1	»
»	19 »	1	»
»	21 »	1	»
»	23 »	2	»
»	25 »	1	»
»	27 »	1	»
»	29 »	1	»
»	31 »	1	»
»	33 »	1	»

Ступень толщины въ 35 сант. ни одного ствола.

»	»	37	»	»	»
»	»	39	»	»	»
»	»	41	»	»	»
»	»	43	»	»	»

Итого 10 модельныхъ стволовъ.

Но такъ какъ ступени толщины отъ 35 — 43 сант. заключаютъ въ себѣ 45 стволовъ, а сумма модельныхъ стволовъ этихъ ступеней составляетъ 0,540, то слѣдуетъ выбрать для этихъ ступеней еще одинъ общій модельный стволъ, имѣющій 37 сант. въ діаметръ.

Послѣ того какъ стволы, служащіе моделью, выбраны въ насажденіи, при соблюденіи вышеприведенныхъ правилъ, приступаютъ къ ихъ срубкѣ. Способъ опредѣленія кубическаго содержанія модельныхъ деревьевъ можетъ быть двоякій, а именно: или деревья эти обмѣряютъ и вычисляютъ ихъ объемъ, съ помощью одного изъ извѣстныхъ уже намъ способовъ, по предварительному раздѣленію ихъ на довольно короткіе отрубки, причемъ различаютъ и ожидаемые сортаменты лѣснаго матеріала; этотъ способъ обыкновенно употребляется при небольшомъ числѣ модельныхъ стволовъ; или же модельныя деревья, если ихъ взято много, не подвергаются вычисленію, а ихъ тотчасъ, распилкою и расколкою, разрабатываютъ въ тотъ сортиментъ лѣснаго матеріала, какой въ данной мѣстности впослѣдствіи поступаетъ въ продажу и складываютъ въ обычную мѣру емкости, такъ что кубическое содержаніе всѣхъ моделей получается при этомъ непосредственно выраженнымъ въ единицахъ употребительной мѣры емкости. Преимущество этого способа заключается въ томъ, что при непосредственной укладкѣ заготовленнаго лѣса въ обычныя мѣры емкости, избѣгается ошибка, легко возможная при редуцированіи вычисленной плотной массы метра на единицы мѣры емкости, вслѣдствіе чего и случается иногда, что результаты, полученные при вычисленіи древеснаго запаса, не сходны съ результатами, достигаемыми въ дѣйствительности при срубкѣ и складкѣ того же древеснаго запаса.

Слѣдующій счетъ показываетъ объемъ модельныхъ стволовъ, выраженный кубическими метрами:

Вычисленіе всей древесной массы насажденія послѣ того производится такимъ образомъ, что предполагаютъ, что

масса насаждения находится въ такомъ же отношеніи къ массѣ m модельныхъ деревьевъ, какъ площадь основанія G всѣхъ стволовъ насаждения къ площади основанія g , взятыхъ модельныхъ стволовъ, т. е. что

Въ моделяхъ оказывается:

Номера по порядку.	Діаметръ при 1,5 метра надъ землею.	Число моделей.	Площадь круга одного дерева.	Многократная площадь круга.	Объемъ деревь въ кубическихъ метр. плотной древесины.				
					Подъпочного лѣсу.	Колотыхъ деревь.	Круглая.	Сумма.	Хворосту.
	Сент.		Квадр. мет.	Квадр. мет.					Сумма.
1	15	.	.	.	.	.	.	.	.
2	17	1	0,0227	0,0227	.	.	.	0,1933	0,0576
3	19	1	0284	0284	.	.	.	0,2639	0,0563
4	21	1	0346	0346	.	.	.	0,9435	0,0417
5	23	2	0115	0415	.	.	.	0,9092	0 1482
6	25	1	0491	0491	.	.	.	0,5534	0,0806
7	27	1	0573	0573	.	.	.	0,6490	0,0919
8	29	1	0661	0661	.	.	.	0,7440	0,0975
9	31	1	0755	0755	.	.	.	0,9289	0,1640
10	33	1	0855	0855	.	.	.	0,1260	0,2083
11	35	1	.	.	.	.	.	.	.
12	37		1075	1075	.	.	.	1,5541	0,2415
13	39		.	.	.	.	.	.	.
14	41		.	.	.	.	.	.	.
15	43		.	.	.	.	.	.	.
Сумма	.	.	.	0,6097	.	„	„	6,2653	1,1876
								8,4529.	

$$M:m = G:g.$$

Изъ этой пропорціи слѣдуетъ

$$M = \frac{G}{g} m.$$

Точно также получится масса матерого лѣса и хвороста, а также и всякаго другаго сорта древесины, если добытыя на модельныхъ стволахъ числовые данныя умножить на $\frac{G}{g}$.

Въ нашемъ примѣрѣ

$$\frac{G}{g} = \frac{41,1039}{0,6097} = 67,4,$$

а вмѣстѣ съ тѣмъ *) и

*) По § 39 настоящая плотная масса матерой древесины равна 491,31 куб. метрамъ, плотная масса хвороста 87,16 куб. метрамъ. Поэтому, по способу Драудта, мы получили бы слишкомъ мало

Масса матерого лѣса въ насажденіи $= 7,2653.67,4 = 489,68$
куб. метрамъ.

Масса хвороста $= 1,1876.67,4 = 80,04$
куб. метрамъ.

Вся древесная масса $= 8,4529.67,4 = 569,72$
куб. метрамъ.

Если-бы массу модельныхъ стволовъ, вмѣсто вычисленія, заготовили и сложили въ торговые мѣры и получили бы при этомъ: 5,75 куб. метровъ подѣлочнаго лѣса, въ видѣ кражей; 1 метръ колотыхъ дровъ, съ остаткомъ еще ихъ въ 1.1.0,5 куб. метровъ; ни одного полного кубич. метра кругляша, а только остатокъ въ 1.1.0,4 куб. метровъ; 83 вязанокъ хвороста, то по разчету причитается на все насажденіе слѣдующее количество древесной массы:

Подѣлочнаго лѣсу $= 5,75.67,4 = 387,55$ плотнымъ куб. метрамъ.

Колотыхъ дровъ $= 1.67,4 + 0,5.67,4 = 101,10$ метровъ объема *) $= 75,83$ плотн. куб. метрамъ.

Итого

Кругляша $= 0,4.67,4 = 26,96$ метровъ объема $= 20,22$ плотн. куб. метрамъ.

Матерого лѣсу $= 483,60$ плотнымъ куб. метрамъ.

Хворосту $= 83.67,4 = 55,84$ сотенъ вязанокъ $= 83,76$ плотн. куб. метрамъ.

2. Правильность способа, указаннаго Драудтомъ, до того ясна, что едва-ли требуетъ доказательствъ; не смотря на это, мы помѣстимъ здѣсь доказательство правильности метода въ томъ видѣ, какъ оно объяснено самимъ Драудтомъ **).

Предположимъ, что всѣ стволы, находящіеся въ какомъ-нибудь насажденіи, соединены въ одинъ классъ и поэтому срубленъ только одинъ стволъ, въ видѣ модели для всѣхъ ступеней толщины; тогда общая древесная масса насажденія будетъ

$$M = \frac{G}{g} m,$$

матерого лѣса на 2,63 куб. метровъ, или на 0,50%, а хворосту на 7,12 куб. метровъ, или на 8,20%.

*) Метръ объема для колотаго лѣса и кругляша здѣсь принятъ равнымъ 0,75 плотнаго метра; сотня вязанокъ хвороста принята равной 1,5 плотнаго метра.

**) Draudt die Ermittlung der Holzmassen. Gieszen 1860. S. 13 и f.

гдѣ G обозначаетъ сумму площадей основаній всѣхъ деревь въ насажденіи, g сумму площадей основаній модельныхъ деревь, m массу послѣднихъ.

Если же мы, напротивъ того, образуемъ классы толщины и обозначимъ въ каждомъ классѣ величины, соответствующія величинамъ G , g и m , буквами $G_0, G_1, G_2, \dots, g_0, g_1, g_2, \dots, m_0, m_1, m_2, \dots$, то получимъ

$$M = \frac{G_0}{g_0} m_0 + \frac{G_1}{g_1} m_1 + \frac{G_2}{g_2} m_2 + \dots$$

Но если $n_0, n_1, n_2, \dots$ будутъ означать число стволовъ въ отдѣльныхъ классахъ толщины, а $g_0, g_1, g_2, \dots$ площади основаній одного ствола въ каждомъ изъ тѣхъ-же классовъ, то

$$G_0 = g_0 n_0, G_1 = g_1 n_1, G_2 = g_2 n_2, \dots$$

и, такъ какъ число модельныхъ стволовъ избирается пропорціонально общему числу стволовъ въ каждомъ классѣ, то

$$g_0 = g_0 n_0 p, g_1 = g_1 n_1 p, g_2 = g_2 n_2 p, \dots$$

Изъ этого слѣдуетъ

$$G_0 : g_0 = 1 : p, G_1 : g_1 = 1 : p, G_2 : g_2 = 1 : p, \dots$$

и такъ какъ

$$G : g = 1 : p,$$

то отношенія $\frac{G_0}{g_0} = \frac{G_1}{g_1} = \frac{G_2}{g_2} = \dots$ постоянны и равны $\frac{G}{g}$;

причемъ получится

$$\begin{aligned} M &= \frac{G}{g} m = \frac{G}{g} m_0 + \frac{G}{g} m_1 + \frac{G}{g} m_2 + \dots \\ &= \frac{G}{g} (m_0 + m_1 + m_2 + \dots) \end{aligned}$$

изъ чего слѣдуетъ

$$m = m_0 + m_1 + m_2 + \dots$$

И такъ, масса модельныхъ деревь въ обоихъ случаяхъ получается равная, изъ чего слѣдуетъ, что и общая древесная масса насажденія должна быть вычислена одинаковой величины въ обоихъ случаяхъ.

3. Насчетъ точности, съ какою способъ Драудта вычисляеть кубическое содержаніе лѣсныхъ насажденій, сдѣланы только два небольшія изслѣдованія *); при первомъ нашли, что 174 дерева, діаметръ которыхъ колебался между 18,4 и 85,1 сантиметровъ, имѣли кубическое содержаніе

*) Allgem. Forst u. Jagdz. 1863 S. 170.

352,11 куб. метровъ; площадь основанія этихъ деревь равнялась 28,0703 квадрат. метрамъ, слѣдовательно, площадь основанія средняго модельнаго ствола 0,1613 квад. метрамъ, діаметръ этого послѣдняго 45,3 сант., а кубич. содержаніе средней модели, опредѣленное изъ четырехъ срубленныхъ стволовъ 1,8287 куб. метровъ. Изъ этого слѣдуетъ, что древесный запасъ всего насажденія равенъ 317,89 куб. метрамъ. Когда же образовали два класса толщины и взяли въ каждомъ классѣ по модельному дереву, то по разсчету получилось, что древесный запасъ долженъ быть 367,67 куб. метровъ и наконецъ, по способу Драудта, запасъ оказался въ 348,04 куб. метровъ. Это указываетъ на ошибки въ $-9,7, +4,4$ и $-1, 2$ процентовъ.

Второе изслѣдованіе опредѣлило кубическое содержаніе 61 ствола, очень неровной высоты, въ 165,92 кубич. метровъ; сумма ихъ площади основанія равнялась 12,1607 квадрат. метрамъ, площадь же основанія средняго модельнаго ствола 0,1994 квад. метрамъ, діаметръ его 50,4 сантиметрамъ. Кубическое содержаніе средняго модельнаго ствола получилось по тремъ срубленнымъ деревьямъ въ 2,8137 куб. метровъ и поэтому кубическое содержаніе насажденія въ 171,64 кубич. метровъ; между тѣмъ по методу Драудта оказалось 166,11 кубич. метровъ. Тутъ ошибки на $+3,5$ и $+0,1$ процента.

§ 41.

Вычисленіе древеснаго запаса насажденій, съ помощью видовыхъ чиселъ.

1. Въмѣсто того, чтобы выбирать модельные стволы и опредѣлять ихъ кубическое содержаніе послѣ срубки, или же на корнѣ, можно, въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ не требуется большая точность, опредѣлять, или правильнѣе говоря, оцѣнять кубическое содержаніе насажденій, съ помощью видовыхъ чиселъ.

Дѣлается это слѣдующимъ образомъ: прежде всего находятъ посредствомъ мѣрной вилки площадь основанія всего насажденія G на высотѣ груди, затѣмъ измѣряютъ, или оцѣняютъ среднюю высоту дерева H и выбираютъ изъ имѣющейся, или самимъ таксаторомъ составленной, таблицы рутинныхъ видовыхъ чиселъ подходящее видовое число F . Тогда общій древесный запасъ насажденія будетъ

$$M = GHF.$$

Если бы, напимѣрь, площадь основанія въ какомъ нибудь еловомъ насажденіи была бы равна 42,7509 квадр. метрамъ, средняя высота деревь 23 метра, среднее видовое число (см. стр. 135) было бы равно 0,553, то общій древесный запасъ насажденія (матерый лѣсъ и хворостъ), составлялъ бы

$$M=42,7509 \cdot 23 \cdot 0,553=543,75 \text{ куб. метрамъ.}$$

Если бы въ таксируемомъ насажденіи оказалась большая разница высотъ, то надо было бы устроить классы высотъ и опредѣлить для каждаго класса соотвѣтствующее видовое число.

Предположимъ, что мы сдѣлали раздѣленіе на q классовъ высоты, со средними высотами $H_0, H_1, H_2, \dots$, которымъ соотвѣтствуютъ видовыя числа $F_0, F_1, F_2, \dots$ и площади основанія $G_0, G_1, G_2, \dots$; тогда древесный запасъ насажденія будетъ

$$M=G_0 H_0 F_0 + G_1 H_1 F_1 + G_2 H_2 F_2 + \dots$$

Пусть G_0 будетъ равно 6,9687, $G_1=18,9891$, $G_2=16,7031$ квадр. метрамъ, $H_0=18$, $H_1=23$, $H_2=28$ метрамъ и $F_0=0,565$, $F_1=0,553$, $F_2=0,540$, тогда получимъ:

$$M=6,9687 \cdot 18 \cdot 0,565 + 18,9891 \cdot 23 \cdot 0,553 + 16,7031 \cdot 28 \cdot 0,540 = 70,87 + 241,52 + 252,55 = 564,94 \text{ куб. метрамъ.}$$

2. Если же не желательно пользоваться рутинными видовыми числами, а непременно раціональными, то поступаютъ такъ: опредѣляютъ по прежнему мѣрною вѣлкой, на высотѣ груди, площадь основанія всѣхъ деревь, затѣмъ измѣряютъ высоту и наконецъ исправляютъ одну изъ этихъ двухъ величинъ, или же величину раціональнаго видоваго числа, по указанной на стр. 146 табличкѣ поправокъ. Въ этомъ случаѣ, древесный запасъ насажденія получится $M=(G+Gc) HF=G(H+Hc) F=GH(F+Fc)$, гдѣ $c^*)$ означаетъ ту поправку, которая должна быть сдѣлана.

Ели бы, вслѣдствіе большой разницы въ высотѣ деревь, находящихся въ насажденіи, пришлось образовать классы высотъ, то, придерживаясь обозначеній, принятыхъ выше въ 1, и если $c_0, c_1, c_2, \dots$, выражаютъ поправку площадей основаній, высотъ, или видовыхъ чиселъ, получимъ

^{*)} Насчетъ значенія c сравнить стр. 145.

основываясь на древесномъ запасѣ, найденномъ на такой небольшой частицѣ площади, выводили заключеніе о древесномъ запасѣ на всей, конечно, извѣстной площади большаго насажденія. Хотя поводъ къ подобному дѣйствію, т. е. сбереженіе будто бы значительнаго времени, и нельзя признать вѣскимъ, но все же бываютъ случаи, когда способъ опредѣленія запаса, по пробнымъ площадямъ, можетъ быть оправдываемъ *).

Вслѣдствіе этого, помѣстимъ краткій очеркъ этого способа опредѣленія древесной массы насажденія.

Выборъ пробныхъ площадей долженъ быть произведенъ съ особенною тщательностью, потому что ошибки, сдѣланныя въ этомъ отношеніи, имѣютъ тѣмъ большее значеніе, чѣмъ болѣе таксируемая площадь насажденія. Избрана должна быть пробная площадь на такомъ мѣстѣ, гдѣ наиболѣе выражается среднесложный, преобладающій характеръ всего насажденія. Конечно, чѣмъ равномернѣе насажденіе, тѣмъ вѣрнѣе можно распознать преобладающій его видъ, и тѣмъ легче сдѣлать выборъ соотвѣтствующей пробной площади. Вслѣдствіе этого, опредѣлять древесный запасъ, съ помощью пробныхъ площадей, только и возможно бываетъ съ нѣкоторою точностью въ участкахъ лѣса равномерно насажденныхъ, неподвергшихся разнаго рода поврежденіямъ, образовавшимъ болѣе или менѣе большія прогалины.

Въ подобнаго рода насажденіяхъ съ прогалинами и просвѣтами невозможно и не должно опредѣлять древесный запасъ посредствомъ пробныхъ площадей.

Въ лѣсонасажденіяхъ, расположенныхъ на склонахъ горъ и часто мѣняющихъ свои свойства постепенно отъ подошвы къ вершинѣ горы, безъ рѣзкаго разграничиванія, вслѣд-

*) Одинъ опытъ, произведенный Бауромъ (Ableitung, S. 241) показываетъ намъ на сколько можно ошибиться на счетъ мнимаго выигрыша времени при опредѣленіи древеснаго запаса насажденій посредствомъ пробныхъ площадей, сравнительно съ пересчетомъ и обмѣромъ всѣхъ деревьевъ. Бауръ употребилъ 10 минутъ для выбора пробной площади, величиною въ 0,58 гектаровъ; 28 минутъ для обхода визириями линіями и измѣренія этого мѣста; 20 минутъ для пересчета и обмѣра деревьевъ мѣрною вилкою, стало быть всего 58 минутъ. Напротивъ того, пересчетъ и обмѣръ мѣрною вилкою всѣхъ деревьевъ на всей площади насажденія, котораго величина была 1,90 гектаровъ, потребовали всего 60 минутъ времени; изъ этого видно, что въ этомъ случаѣ выигрышъ времени, въ ущербъ однако точности изслѣдованія, составлялъ только 2 минуты!

ствіе котораго было бы возможно раздѣленіе всего участка на нѣсколько отдѣльныхъ частей,—въ такихъ насажденіяхъ поступаютъ двоякимъ образомъ: или, выбираютъ такую одну пробную площадь, которая заключала бы въ себѣ всѣ разнообразія насажденія, или же, поступаютъ цѣлесообразнѣе, вообразивъ себѣ, будто все насажденіе разбито на многія полосы, раздѣлительныя линіи которыхъ параллельны подошвѣ горы, послѣ чего въ каждой изъ этихъ полосъ избираютъ особую пробную площадь. На площадяхъ, искусственно культивированныхъ, т. е. возвращенныхъ рядовымъ посѣвомъ или посадкою, надѣ линіи, ограничивающія пробныя площади, провести по серединѣ засѣянныхъ, или засажженныхъ, рядовъ.

2. Для какихъ бы цѣлей ни служили пробныя площади, отъ нихъ требуется, во всякомъ случаѣ, чтобы ихъ окружность была бы возможно малою, т. е. чтобы ихъ фигура была такая, у которой окружность составляетъ наименьшее протяженіе сравнительно со всякой другою фигурою, заключающею равную съ ней площадь, ибо въ такомъ только случаѣ и вредныя вліянія будутъ уменьшены до минимума. Этому требованію соответствуетъ форма круга. Но такъ какъ отмѣрить кругъ въ насажденіи довольно затруднительно, то должно избрать другую удобопримѣнимую фигуру, а именно—четыреугольникъ. Изъ всѣхъ родовъ этой фигуры, требованію соответствуетъ только квадратъ *), у котораго окружность составляетъ минимумъ. Поэтому, пробнымъ площадямъ даютъ форму квадрата, или по крайней

*) Пусть A означаетъ площадь прямоугольника, x одну его сторону, тогда другая сторона будетъ $\frac{A}{x}$. Поэтому, надо найти то условіе, при которомъ окружность u , или сумма $2\left(x + \frac{A}{x}\right)$ будутъ минимумомъ. Мы имѣемъ

$$u = 2\left(x + \frac{A}{x}\right),$$

что равно

$$u = 2\left[2\sqrt{A} + \left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{A}{x}}\right)^2\right].$$

Это уравненіе будетъ минимумомъ, когда $\sqrt{x} - \sqrt{\frac{A}{x}} = 0$, т. е. когда $x = \sqrt{A}$. При этомъ одна сторона будетъ равна $\sqrt{A}$, другая $\frac{A}{\sqrt{A}} = \sqrt{A}$; слѣдовательно прямоугольникъ сдѣлается квадратомъ.

мѣръ прямоугольника, который возможно ближе подходить къ квадрату *).

Величина пробныхъ площадей не должна быть слишкомъ мала, потому что имѣя очень малую площадь, трудно соединить въ ней средній характеръ всего насажденія. Величина 0,5 гектаровъ составляетъ наименьшую допускаемую величину пробной площади, взятой въ сѣломъ насажденіи. Въ насажденіяхъ же младшихъ возрастовъ, если они однородны и равномерны, величина пробной площади можетъ уменьшиться, пожалуй, до 0,25 гектаровъ **).

Углы на пробныхъ площадяхъ отводятся эккеромъ, или посредствомъ подобнаго ему несложнаго инструмента; стороны же измѣряются цѣпью, стальною лентою, или же хорошо свернутымъ мѣрнымъ шнуркомъ. Мы полагаемъ, что способъ разграничиванія и измѣренія всѣмъ извѣстенъ.

Линіи по окружности пробной площади, для ихъ легчайшаго распознаванія, отмѣчаютъ на поверхности земли посредствомъ ея взрыхленія. Если желательно обозначить пробную площадь на болѣе долгое время, надо на углахъ ея поставить прочныя столбы, или, что еще лучше, каменя.

3. Опредѣленіе древеснаго запаса на пробныхъ площадяхъ производится однимъ изъ вышеуказанныхъ методовъ. Прежде всего приводятъ въ извѣстность, посредствомъ мѣрной вѣски, сумму всѣхъ площадей древесныхъ основаній на пробной площади; затѣмъ, вычисленіемъ опредѣляютъ величину діаметра одного средняго модельнаго ствола для всей площади, или для каждого класса толщины, срубаютъ эти модели и вычисляютъ ихъ массу. Если же пробная площадь отведена, въ видѣ опытной, для производства на ней наблюденій въ теченіи многихъ лѣтъ, то, конечно, найденныя, по расчету, величины модельныхъ деревьевъ не срубаются въ предѣлахъ пробной площади, а вблизи за ея

*) Теодоръ Гартигъ предлагаетъ (*Vergleichende Untersuchungen über den Ertrag der Rothbuche*. S. 48) придавать пробнымъ площадямъ форму равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника. Но пробныя площади Гартига вовсе не имѣютъ то значеніе, какое мы придаемъ пробнымъ площадямъ, въ нашемъ смыслѣ. Гартиговскія пробныя площади имѣютъ назначеніе опредѣлять запасъ въ участкахъ, нормально насаженныхъ. Для этой цѣли, предложеніемъ Гартига нельзя пренебрегать.

**) О величинѣ пробныхъ площадей надо справиться: G. Heyer, *über die Grösse der Probeflächen*. Allgem. Forst u. Jagdj. 1861. S. 399.

границами. Дальнейшее же вычисление древесной массы дѣлается по только что указанному способу.

Въ низкоствольномъ лѣсу и въ очень молодомъ высокоствольномъ насажденіи, лучше всего опредѣлять массу посредствомъ сплошной вырубki пробной площади.

4. За симъ, общее количество древеснаго запаса въ цѣломъ насажденіи выводится изъ сопоставленія величины всей площади, занимаемой цѣлымъ насажденіемъ, съ величиною площади и количествомъ древеснаго запаса, найденныхъ на взятой пробной площади. Въ этомъ случаѣ, предполагая, что общій средній характеръ цѣлаго насажденія долженъ быть выраженъ въ избранной для вычисленія пробной площади, понятно, что древесная масса M , въ цѣломъ насажденіи, должна относиться къ древесной массѣ M , найденной на взятой пробной площади, такъ какъ площадь A цѣлаго насажденія, относится къ площади a , занятой пробною площадью, т. е.

$$M:M = A:a$$

или

$$M = \frac{A}{a} m$$

Если для примѣра скажемъ, что A равно 12,5 гектарамъ, $a = 0,5$ гектару, $m = 320,54$ плотнымъ куб. метрамъ, то получимъ

$$M = \frac{12,5}{0,5} \cdot 320,54 = 8013,50 \text{ плотныхъ куб. метровъ.}$$

Древесный запасъ цѣлаго насажденія иногда выводили, не зная вовсе какую площадь занимаетъ цѣлое насажденіе и какую пробная площадь, основываясь единственно на числѣ деревь, найденныхъ въ цѣломъ насажденіи и на числѣ деревь, сосчитанныхъ на пробной площади, причемъ на последней вычислялась и масса деревь. Тогда заключали: Масса M цѣлаго насажденія должна относиться къ массѣ m на пробной площади, какъ число стволовъ N во всемъ насажденіи, относится къ числу стволовъ n на пробной площади; т. е. что $M:m = N:n$.

или

$$M = \frac{N}{n} m.$$

Если $m = 320,54$, $N = 6200$, $n = 310$, то

$$M = \frac{6200}{310} \cdot 320,54 = 6410,80 \text{ куб. метрамъ.}$$

Этотъ способъ приведетъ скорѣе къ цѣли тогда, когда величина площади цѣлаго насажденія неизвѣстна. Въ обратномъ случаѣ, перечесть и обмѣръ стголовъ въ цѣломъ насажденіи потребуетъ большаго времени, нежели измѣреніе пробныхъ площадей. Однако, надо замѣтить, что второй методъ достигаетъ нѣсколько большей точности, нежели первый, потому что неровности и просвѣты, очень часто встрѣчающіяся въ большихъ лѣсныхъ насажденіяхъ, неказываютъ, при такомъ способѣ дѣйствія, вліянія на результатъ вычисленія, тогда какъ при выборѣ пробной площади легко можетъ случиться, что они, влѣдствіе такихъ просвѣтовъ и неровностей, не вполне выражаютъ средній характеръ всего насажденія.

ПРИБАВЛЕНІЕ КО ВТОРОЙ ЧАСТИ.

(отъ редакціи перевода).

Прибавленіе 1-е (къ § 40).

Кунце, описывая и разбирая способъ Драута, ничего не упомянулъ о видоизмѣненіяхъ этого способа, предложенныхъ Урихомъ *) и Робертомъ Гартигомъ, **) хотя эти предложенія въ литературѣ извѣстны были гораздо ранѣе изданія въ 1873 г. сочиненія Кунце.—Такое упущеніе уже никакъ нельзя объяснять незнаніемъ объ этихъ предложеніяхъ, такъ какъ Кунце зорко слѣдитъ за всею лѣсоводственною литературою; скорѣе надо допустить такое объясненіе, что Кунце не считалъ нужнымъ говорить о всѣхъ предложенныхъ въ литературѣ болѣе или менѣе крупныхъ видоизмѣненіяхъ способа Драута, въ которыхъ онъ не признавалъ существенныхъ достоинствъ. Но издавая на русскомъ языкѣ сочиненіе Кунце, редакторъ перевода считалъ полезнымъ для полноты сочиненія, сообщить о предложеніяхъ Уриха и Роберта Гартига.

Способъ Уриха.

Способъ Уриха отличается отъ способа Драута только въ приемахъ выбора модельныхъ деревьевъ.

Измѣненіе въ выборѣ модельныхъ деревьевъ предложено на томъ основаніи, что по Драуту весьма часто случается, что то число моделей, какое по вычисленію должно бы быть

*) Allg. Forst- u Jagdz. 1862. S. 77. 1865. S. 325 и monatschrift für Forst- u Jagdwesen 1871 S. 415.

**) Dr Robert Hartig, die Rentabilität der Fichtenutzholz- und Buchenbrennholzwirtschaft im Harz u Wesergebirge. Stuttgart. 1868. S. 16 u folg.

вырублено въ каждомъ классѣ, сообразно съ предназначеннымъ процентомъ, составляетъ не только цѣлыя цифры, но и дробныя, такъ что приходится округлять число срубаемыхъ моделей и для многихъ ступеней или классовъ толщины вовсе не брать моделей, а для другихъ болѣе чѣмъ по расчету слѣдуетъ, причемъ скидки и прибавки не всегда уравниваются, черезъ что и являются не точникомъ чувствительныхъ погрѣшностей. Хотя Драутъ доказывалъ, что происходящія погрѣшности до того ничтожны, что они для практики не имѣютъ никакого значенія, однако Урихъ все таки счелъ нужнымъ регулировать и эти возможные погрѣшности.

Для этой цѣли Урихъ предложилъ не ограничиваться только выборомъ одного числа моделей, долженствующихъ составлять извѣстный процентъ съ общаго числа всѣхъ деревьевъ въ насажденіи и въ классахъ толщины, но чтобы для каждой предназначаемой модели, прежде избранія ихъ, составлять группы изъ равнаго числа деревьевъ, для которыхъ и должна модель служить среднимъ представителемъ, какъ по общей формѣ, такъ и главнѣйшимъ образомъ по площади его древеснаго основанія. Въ этихъ видахъ Урихъ требуетъ установить совершенно равное отношеніе во всѣхъ группахъ деревьевъ между общею площадью ихъ древесныхъ основаній $G_1, G_2, G_3 \dots$ (полагая G_0 —итогоу общихъ площадей древесныхъ основаній во всѣхъ группахъ) и площадью основанія модельныхъ деревьевъ $g_1, g_2, g_3 \dots$, избираемыхъ для каждой группы (полагая g_0 —итогоу площадей основаній всѣхъ моделей), т. е. чтобы

$$\frac{G_0}{g_0} = \frac{G_1}{g_1} = \frac{G_2}{g_2} = \frac{G_3}{g_3} = \frac{G_n}{g_n}.$$

Для нагляднаго разъясненія приемовъ Уриха возьмемъ тотъ же примѣръ, который помѣщенъ у Кунце для объясненія способа Драута (см. стран. 220). Тамъ изъ общаго числа 819 деревьевъ назначено взять для моделей 1,2 процента или 10 деревьевъ. Примемъ ту же самую цифру. Въ этомъ случаѣ Урихъ, прежде всего, опредѣляетъ сколько деревьевъ должны составлять одну группу для каждаго модельнаго дерева. Съ этою цѣлью, общее число всѣхъ деревьевъ въ насажденіи раздѣляютъ числомъ назначенныхъ въ избранію моделей,

т. е. $\frac{819}{10} = 81,9$ или, по округленіи, надо образовать 9

группъ по 82 дерева въ каждой, и одну группу изъ 81 дерева.

Такимъ образомъ въ нашемъ примѣрѣ образуются слѣдующія группы, съ относящимися къ нимъ моделями:

Группы.	Диаметръ при 1,5 м. надъ зем- лею. Сант.	Включаемое въ группу число де- ревъ.	Площадь основанія.		Избираемые модели.		
			Одного дерева. Квадр. метры.	Всѣхъ дерева. Квадр. метры.	Число моде- лей.	Площадь лесного ос- нов. модели. Кв. мет.	Соотвѣст. диаметръ сантиметр.
I.....	15	27	0,0177	0,4779			
	17	55	0,0227	1,2485			
		82		1,7264	1	0,0211	16,4
II.....	17	17	0,0227	0,3859			
	19	65	0,0284	1,8460			
		82		2,2319	1	0,0272	18,6
III.....	19	25	0,0284	0,7100			
	21	57	0,0346	1,9722			
		82		2,6822	1	0,0327	20,4
IV.....	21	42	0,0346	1,4532			
	23	40	0,0415	1,6600			
		82		3,1132	1	0,0380	22
V.....	23	82	0,0415	3,4030	1	0,0415	23
		82					
VI.....	23	22	0,0415	0,9130			
	25	60	0,0491	2,9460			
		82		3,8590	1	0,0471	24,5
VII.....	25	21	0,0491	1,0311			
	27	61	0,0573	3,4953			
		82		4,5264	1	0,0552	26,5
VIII.....	27	38	0,0573	2,1774			
	29	44	0,0661	2,9084			
		82		5,0858	1	0,0620	28,1
IX.....	29	19	0,0661	1,2559			
	31	54	0,0755	4,0770			
	33	9	0,0835	0,7695			
		82		6,1024	1	0,0743	30,8
	33	36	0,0855	3,0780			
	35	9	0,0962	0,8658			
	37	18	0,1075	1,9350			
	41	9	0,1320	1,1880			
	43	9	0,1452	1,3068			
		81		8,3736	1	0,1034	36,3
Всего....		819		41,1039	10	0,5025	

Затѣмъ остальные дѣйствія совершенно такія, какъ и въ способѣ Драута, а именно: модельныя деревья заготавливаются и складываются на мѣстѣ въ существующую мѣру емкости, съ раздѣлкою разныхъ сортиментовъ, или же вычисляются, а массы всѣхъ моделей сводятся въ общій итогъ, — и если модельныя деревья, все вмѣстѣ, составляютъ, положимъ, m кубич. метровъ, то во всемъ насажденіи общій итогъ кубич. метровъ будетъ M ,

$$m : M = 0,5025 : 41,1039$$

$$M = m \cdot \frac{41,1039}{0,5025} = m \cdot 81,80$$

Примѣчаніе. Здѣсь я долженъ оговориться, у Кунце выведено $\frac{G}{g} = 67,4$, тогда какъ я по Уриху нашелъ $\frac{G}{g} = 81,80$, это происходитъ отъ того, что если уже число моделей решено ограничить 1,2 процентами съ общаго числа деревьевъ, то Кунце поступилъ не совсемъ правильно взявъ вмѣстѣ 10 моделей еще одно лишнее, ибо вводя въ расчетъ 11 моделей, онъ увеличиваетъ первоначально назначенный процентъ, а лишнее дерево, съ діаметромъ 37 сантим. и площадью основанія 0,1075 кв. метровъ, составляетъ именно излишекъ противъ нашего расчета, ибо остальные 10 деревьевъ и у Кунце образуютъ площадь основанія $= 0,5022$ кв. метра, слѣдовательно тогда также получается $\frac{G}{g} = \frac{41,1039}{0,5022} = 81,84$.

Не должно однако полагать, чтобы общій выводъ Кунце былъ неправиленъ отъ прибавки лишняго модельнаго дерева; нисколько нѣтъ, потому что за то и масса m отъ всѣхъ моделей будетъ болѣе массы m найденной нами по Уриху для 10 деревьевъ и потому неточность отъ разницы между оценщиками 67,4 и 81,80 явится ничтожною.

Способъ Роберта Гартига.

Способъ его состоитъ въ томъ, что число избираемыхъ моделей для каждой ступени или для каждаго класса толщины не составляетъ какую либо пропорціональную долю общаго числа деревьевъ той же ступени или того же класса толщины, а ставится въ зависимость исключительно только отъ площади древесныхъ основаній, соединенныхъ въ одну группу деревьевъ. Для этого, послѣ обмѣра и перечета всѣхъ деревьевъ въ насажденіи, вычисляется общая площадь всѣхъ

древесныхъ оснований G , которая раздѣляется тѣмъ числомъ n модельныхъ деревь, какое предполагается взять, а частное $\frac{G}{n} = q$ выразить на какую именно площадь древесныхъ оснований должно причитаться по одному модельному дереву. Затѣмъ, начиная съ меньшихъ ступеней толщины и переходя постепенно къ болѣе крупнымъ, образуютъ группы изъ такого числа s деревь, сколько ихъ нужно для составленія пни площади древесныхъ оснований равной q . Для каждой такой группы деревь берутъ одно модельное дерево, котораго площадь основанія должна быть $= \frac{q}{s} = g$.

Объяснимъ наглядно способъ выбора моделей по Роберту Гартингу, удерживая прежній примѣръ, по которому объяснены и способы Драудта и Уриха.

Въ вычисляемомъ насажденіи по перечету и объѣму всѣхъ деревь оказалось:

Диаметръ на 1,5 м. надъ землею Сантиметр.	Число де- ревъ.	Площадь осно- ванія одного дерева.	Площадь основа- нія всѣхъ деревь.
15	27	0,0177	0,4779
17	72	0,0227	1,6344
19	90	0,0384	2,5560
21	99	0,0346	3,4254
23	144	0,0115	5,9760
25	81	0,0491	3,9771
27	99	0,0573	5,6727
29	63	0,0661	4,1613
31	54	0,0755	4,0770
33	45	0,0855	3,8475
35	9	0,0962	0,8658
37	18	0,1075	1,9350
41	9	0,1320	1,1880
43	9	0,1452	1,3068
	819		41,1039

Моделей полагается взять 10. Слѣдовательно на 1 модельное дерево причитается изъ общей площади древесныхъ оснований $= \frac{41,1039}{10} = 4,1104$ кв. метра.

Въ этомъ насажденіи образуютъ группы, съ выборомъ моделей, слѣдующимъ образомъ:

Группы.	Какихъ разнѣ ровъ диаметрѣ. Сантим.	Сколько де- ревъ включе- ны въ группу.		Какую площадь основанія имѣютъ:		Одно модельное дерево имѣеть:	
		изъ каждой ступени тол- щины:	всѣхъ деревь.	деревья каждой ступени Квадр.	всѣ де- ревья группы. Метры.	Площадь основанія. Кв. метр.	Диаметръ. Сантим.
I.	15 17 19	27 72 70	} 169	0,4779 1,6344 1,9880	} 4,1003	0,0242	17,6
II.	19 21 23	20 99 3		0,5680 3,4251 0,1245			
III.	23	99		4,1085	4,1085	0,0415	23
IV.	23 25	42 48	} 90	1,7430 2,3568	} 4,0998	0,0456	24,1
V.	25 27	33 44		1,6208 2,5212			
VI.	27 29	55 15	} 70	3,1515 0,9913	} 4,1428	0,0592	27,5
VII.	29 31	48 12		3,1728 0,9060			
VIII.	31 33	42 11	} 53	3,1710 0,9405	} 4,1115	0,0776	31,4
IX.	33 35 37	34 9 3		2,9070 0,8658 0,3225	} 4,0953	0,0890	33,7
X.	37 41 43	15 9 9	} 33	1,6125 1,1850 1,3068			
Итого.....			819		41,1037	0,6172	

Дальнѣйшія дѣйствія, для вычисленія древеснаго запаса въ насажденіи, если выборъ моделей произведенъ по указанію Роберта Гартига, не могутъ быть одинаковыя какъ у Драута, если желаютъ избѣгнуть крупную ошибку. Въ способѣ Р. Гартига надо поступить слѣдующимъ образомъ:

1. Каждая модель должна быть вычислена отдѣльно и масса ея умножена на число деревь той группы, для которой была взята модель.

2. Массы, опредѣленныя для каждой группы деревь отдѣльно, слагаются въ общій запасъ всего насажденія.

3. При вычислении моделей, определяется въ процентахъ объемъ различныхъ сортиментовъ древесины, которые и со-
отвѣтствуютъ только той же группѣ деревь.

Важный недостатокъ способа Роберта Гартига состоитъ
именно въ томъ, что нельзя соединить въ общій итогъ вы-
числения всѣхъ взятыхъ моделей, а надо каждое изъ нихъ
вводить въ расчетъ отдѣльно. Необходимость этого явствуется
изъ слѣдующаго:

Группы, для которыхъ берутъ по одному модельному де-
реву, образуются такъ, чтобы въ каждой группѣ состави-
лось по равной площади древесныхъ основаній $q_1, q_2, q_3,$
 $q_4 \dots$. Но число стволовъ $s_1, s_2, s_3 \dots$, въ группахъ будетъ
неровное, а напротивъ съ прибывающей толщиной будетъ
уменьшаться число деревь въ группахъ, стало быть площа-
ди древесныхъ основаній $\frac{q}{s} = q_1, q_2, q_3 \dots$, одного сред-
няго модельнаго дерева для группы будутъ увеличиваться.

Такимъ образомъ въ дробяхъ $\frac{q_1}{g_1}, \frac{q_2}{g_2}, \frac{q_3}{g_3} \dots$, числители ос-
таются равными величинами, а знаменатели будутъ возрас-
тать и вслѣдствіе того должны измѣняться и отношенія, въ
какихъ приходятся площади древесныхъ основаній всѣхъ
стволовъ въ данной группѣ къ площади основанія средняго
модельнаго дерева. Соединять же можно въ общій итогъ мас-
сы всѣхъ модельныхъ деревь, разныхъ группъ, только тог-
да, когда существуетъ равенство между $\frac{q_1}{g_1} = \frac{q_2}{g_2} = \frac{q_3}{g_3} \dots$.

Прибавленіе 2-е (къ § 41), сдѣланное редакціей перевода.

Прусскій Оберъ-Ферстеръ Кребсъ (Anleitung zur Betriebs-
Regulirung der Hochwaldungen и. Massen-Ermittlung der
Holzbestände vom Königl. Preusz. oberförster C. F. W.
Krebs. 1876. 8. 47 Seiten) предлагаетъ своеобразный и по
идеи новый методъ для опредѣленія древесныхъ массъ въ
насажденіяхъ. Исходною точкою отправленія, во всѣхъ даль-
нѣйшихъ разсужденіяхъ, послужила г. Кребсу та, по его
мнѣнію, доказанная многими изслѣдованіями гипотеза, что
всѣ деревья, одной и той же древесной породы, растущія
въ одномъ и томъ же насажденіи, представляютъ собою
тѣла подобныя. Предположивъ это, нельзя не согласиться,
что въ такомъ случаѣ массы отдѣльныхъ деревь ($m_1, m_2,$
 $m_3 \dots$) должны другъ къ другу относиться какъ кубы ихъ
діаметровъ $d_1, d_2, d_3 \dots$. Слѣдовательно частныя числа

$\frac{m_1}{d_1^3}, \frac{m_2}{d_2^3}, \frac{m_3}{d_3^3} \dots$ должны представлять равныя величины, или, придавая этому заключенію болѣе общее выраженіе, $\frac{m}{d^3}$ есть постоянная величина. Эту-то величину Кребсъ обозначилъ буквою i и называлъ ее «массою дерева, имѣющаго діаметромъ одинъ сантиметръ» (Masse des Baumes von 1 centimeter Durchmesser), такъ какъ при $d = 1$ сантим., будетъ $\frac{m}{d^3} = m = i$.

Если мы обозначимъ чрезъ $n_1, n_2, n_3 \dots$ число найденныхъ въ насажденіи деревъ съ діаметрами $d_1, d_2, d_3 \dots$, то древесный запасъ M въ насажденіи будетъ $M = n_1 m_1 + n_2 m_2 + n_3 m_3 + \dots$, или, такъ какъ $m_1 = \frac{m}{d_1^3} \cdot d_1^3$, — и $m_2 = \frac{m}{d_2^3} \cdot d_2^3$, и $m_3 = \frac{m}{d_3^3} \cdot d_3^3 \dots$, стало быть

$$M = n_1 m \cdot \frac{d_1^3}{d^3} + n_2 m \frac{d_2^3}{d^3} + n_3 m \cdot \frac{d_3^3}{d^3} + \dots$$

$$M = (n_1 d_1^3 + n_2 d_2^3 + n_3 d_3^3 \dots) \cdot i$$

Затѣмъ Кребсъ предлагаетъ дѣйствовать слѣдующимъ образомъ: съ помощью мѣрной вилки надо произвести обмѣръ толщины всѣхъ деревъ въ насажденіи; послѣ того выбрать отъ 15 до 20 модельныхъ деревъ изъ тѣхъ классовъ толщины и высоты, которые наиболѣе вліяютъ на величину общаго запаса древесины въ данномъ насажденіи и на этихъ моделяхъ вычислить величину i ; наконецъ, съ помощью вышепомѣщенной формулы вывести величину M .

Если разъ опредѣлена величина i , то она, по увѣренію Кребса, пригодна для всѣхъ деревъ той же древесиной породы, размѣры конхъ представляютъ противу модельнаго ствола разницу въ толщинѣ не болѣе 4 сантиметровъ, а въ высотѣ не болѣе 1,5 метра. Въ этихъ случаяхъ, ошибка въ количествѣ вычисляемой массы насажденія, противу истинной, никакъ не будетъ превосходить 4-хъ процентовъ.

Вообще Кребсъ полагаетъ, что въ насажденіяхъ чистыхъ, состоящихъ изъ одной породы деревъ, не представляется надобности въ опредѣленіи большаго числа величинъ i , потому что въ спѣлыхъ и приспѣвающихъ, — напр. сосновыхъ насажденіяхъ, величина i колеблется въ весьма тѣсныхъ предѣлахъ, между 0,000014 и 0,000022, такъ что при нѣкоторой опытности вовсе не затруднительно правильное из-

браніе соотвѣтствующаго фактора. Однако Кребсъ ошибается: колебанія величины i вовсе не малозначительны. Измѣнчивость i столь же возможна и столь же вліятельна, какъ измѣнчивость видовыхъ чиселъ.

Хотя о степени точности, достигаемой методомъ Кребса, еще нѣтъ сравнительныхъ изслѣдованій, но надо полагать, что методъ этотъ долженъ доставлять результаты одинаковой точности, какъ способъ вычисленія запаса, съ принятіемъ въ расчетъ видовыхъ чиселъ, опредѣляемыхъ на мѣстѣ, по нѣсколькимъ модельнымъ деревьямъ, избираемыхъ изъ господствующихъ классовъ толщины и высоты, въ неопредѣленномъ числѣ и безъ пропорціональности ихъ къ общему числу всѣхъ деревъ, либо къ площади древесныхъ основаній, потому что данныя, извлекаемые непосредственнымъ обмѣромъ, въ обѣихъ способахъ одни и тѣ же, а именно: обмѣръ толщины и высоты всѣхъ деревъ въ насажденіи производится одинаковаго въ обѣихъ способахъ; модельныя деревья также выбираются, въ обѣихъ способахъ, одинаковаго, или изъ каждаго класса толщины и высоты, или изъ преобладающаго класса, и затѣмъ, на модельномъ деревѣ опредѣляется толщина (діаметръ d), высота (H), вычисляется древесная масса модельнаго дерева (m), а за тѣмъ изъ этихъ данныхъ выводятся, въ одномъ случаѣ видовое число (f), а въ другомъ случаѣ факторъ Кребса (i). Но такъ какъ

$$i = \frac{m}{d^3} \text{ слѣдоват. } m = id^3;$$

$$f = \frac{m}{\frac{\pi}{4} d^2 H}, \text{ слѣдов. } m = \frac{\pi}{4} d^2 H f,$$

то $id^3 = \frac{\pi}{4} d^2 H f$, т. е. на однѣхъ и тѣхъ же модельныхъ деревьяхъ выводятся данныя, величина коихъ равная, и эта же величина умножается опять таки въ обѣихъ способахъ на равную величину, т. е. на число всѣхъ деревъ класса.

Въ поясненіе возьмемъ несложный примѣръ.

Въ чистомъ сосновомъ спѣломъ насажденіи оказались по перечету двухъ размѣровъ деревья, а именно:

200 деревъ, коихъ толщина $d=30$ сант., высота $H=25$ метр..
 1000 » , » » $d=40$, » $H=26$ ».

Срублены были два модельныхъ дерева: одно толщиною 30 сант., другое 40 сант.

По вычисленію этихъ моделей, по способу Симпсона, оказалось въ стволѣ каждаго древесной массы:

Въ моделѣ, коего $d_1=30$ сант., всего стволовой массы
 $m_1=0,8128867$ куб. метр.

Въ моделѣ, коего $d_2=40$ сант., стволовой массы
 $m_2=1,43759616$ куб. метр.

$$i_1 = \frac{m_1}{d_1^3} = \frac{0,8128867}{30^3} = 0,0000301069148148...$$

$$i_2 = \frac{m_2}{d_2^3} = \frac{1,43759616}{40^3} = 0,00002246244.$$

Видовыя числа f оказались:

Въ моделѣ коего $d_1=30$ сант.

$$=f_1 = \frac{m_1}{\frac{\pi}{4} d_1^2 H} = \frac{0,8128867}{1,7671450} = 0,46$$

Въ моделѣ, коего $d_2=40$ сант.

$$=f_2 = \frac{m_2}{\frac{\pi}{4} d_2^2 H} = \frac{1,43759616}{3,26726400} = 0,44.$$

На основаніи этихъ данныхъ, древесный запасъ стволоваго лѣса въ насажденіи будетъ:

1) По способу Кребса:

$$M = \begin{cases} (n_1 d_1^3) \cdot i_1 = (200 \cdot 30^3) \cdot 0,0000301069148148 ... \\ \quad \quad \quad = 162,577 \text{ куб. метр.} \\ (n_2 d_2^3) \cdot i_2 = (1000 \cdot 40^3) \cdot 0,00002246244... \\ \quad \quad \quad = 1437,596 \text{ куб. метр.} \end{cases}$$

Всего 1600,173 куб. метр.

2) Съ помощью видовыхъ чиселъ:

$$\begin{aligned} M &= n_1 \cdot \left(\frac{\pi}{4} d_1^2 \cdot H_1 f_1 \right) + n_2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} d_2^2 \cdot H_2 f_2 \right) \\ &= 200 \cdot 0,8128867 \cdot 25 \cdot 0,46 + \\ &\quad + 1000 \cdot 1,43759616 \cdot 26 \cdot 0,44 = \\ &= 162,577 + 1437,596 = \\ &= 1600,173 \text{ куб. метр.} \end{aligned}$$

Часть третья.

Вычисленіе прироста.

Введеніе.

§ 43.

Общее понятіе о приростѣ и различіе его виды.

Подъ именемъ прироста дерева, или лѣсонасажденія, подразумѣваютъ ту прибыль древесной массы, которая происходитъ вслѣдствіе ежегоднаго образованія новаго слоя древесины. Такое приращеніе, на каждомъ деревѣ порознь, представляется глазу наблюдателя, съ одной стороны—въ видѣ увеличенія высоты дерева отъ наростанія годоваго побѣга (прирость въ высоту и длину); съ другой же стороны, въ видѣ увеличенія діаметра, (прирость діаметра, или толщины дерева).

Вмѣстѣ взятые приросты, въ высоту и въ толщину, образуютъ пустой конусъ, окружающій прошлогодній древесный стволъ и тѣсно съ нимъ связанный; полый конусъ этотъ составляетъ прирость древесной массы.

Онъ бываетъ очень различно построенъ, смотря по возрасту лѣса, мѣсту произростанія, по породѣ дерева, по количеству и раздѣленію развѣтвленія и т. п. Отъ того-то съ каждымъ годомъ мѣняется, болѣе или менѣе, форма дерева, слѣдовательно и его видовое число. Видоизмѣненіе формы дерева выразится самымъ нагляднымъ образомъ, если мы представимъ себѣ древесный стволъ разсѣченнымъ плоскостью, проходящею черезъ ось длины дерева (плоскость меридіана). Плоскость эта, конечно, разрѣзаетъ не только стволъ, но и вѣтви, и тогда края, ви́шній и внутренній, такого пустаго конуса прироста, представятся на плоскости въ видѣ множества непараллельныхъ другъ другу кривыхъ.

Мѣридомъ для измѣренія приростовъ высоты и толщины служитъ принятая вообще для измѣренія протяженій, еди-

ница погонной мѣры (метрѣ), а приростъ массы вычисляется принятыми единицами кубической мѣры (плотный метръ).

Та прибыль древесной массы, которая происходитъ въ продолженіи одного года, называется *годовымъ или текущимъ* приростомъ, въ отличіе *періодическаго прироста*, т. е. того прироста, который послѣдуетъ въ продолженіи опредѣленнаго, большаго или меньшаго числа цѣлаго ряда годовъ (періода), а также и въ отличіе отъ *общаго или совокупнаго* приращенія, т. е. той суммы прироста, которая послѣдовала вообще, начиная отъ момента перваго появленія дерева, или насажденія, до наступленія извѣстнаго времени, или возраста дерева, либо насажденія, и которая, слѣдовательно, равна всей, образовавшейся въ этотъ промежутокъ времени, массѣ дерева, или насажденія.

Кромѣ того, различаютъ еще *средній годовой приростъ*, который получается, если мы всю сумму приростовъ, послѣдовавшихъ во всѣ предшествующіе годы, до извѣстнаго возраста, т. е. если мы общую сумму приращенія раздѣлимъ числомъ лѣтъ, заключающихся въ упомянутомъ, извѣстномъ возрастѣ. Наконецъ, различаютъ еще *средній періодическій приростъ*, который получается, если мы величину періодическаго прироста раздѣлимъ на число годовъ того же періода времени. Если, на примѣръ, куб. содержаніе какого нибудь дерева будетъ въ концѣ сотаго года равно 1,05 куб. метрамъ, а въ концѣ 99-го года, напротивъ того, равно 1,01 куб. метру, то годичный, или текущій приростъ будетъ 0,04 куб. метра. Если бы это самое дерево, въ концѣ 90-го года, имѣло кубическое содержаніе 0,75 куб. метровъ, то приростъ въ 10-ти лѣтній періодъ, т. е. отъ 90-го до 100-го года, составлялъ бы 1,05—0,75 или 0,30 куб. метровъ; между тѣмъ, общій, или совокупный, приростъ въ 100-мъ году, былъ бы, 1,05 куб. метровъ. Средній же годовой приростъ составлялъ бы въ возрастѣ 100 лѣтнемъ $= 1,05 : 100 = 0,0105$ куб. метровъ, а въ возрастѣ 90 лѣтнемъ, напротивъ того, $0,75 : 90 = 0,00833$ куб. метровъ; средній же періодическій приростъ отъ 90 до 100 лѣтнаго возраста представлялъ бы величину $(1,05 - 0,75) : 10 = 0,30 : 10 = 0,03$ куб. метровъ.

Такъ какъ въ лѣсонасажденіяхъ надо различать господствующее насажденіе и насажденіе подчиненное, то вз-

слѣдованія о приростѣ могутъ относиться или къ массѣ одного только господствующаго или одного только подчиненнаго насажденія, или же къ суммѣ обѣихъ.

§ 44.

Соотношенія, существующія между текущимъ годичнымъ приростомъ и приростомъ среднимъ.

Разсмотрѣніе законовъ приращенія по отдѣльнымъ древеснымъ породамъ, не можетъ, конечно, составлять предметъ лѣсоизмѣренія. Упомянемъ только, что вообще замѣчено, что текущей годовой приростъ нашихъ деревъ бываетъ очень незначителенъ въ первыхъ годахъ ихъ жизни; впослѣдствіи, текущей приростъ постепенно увеличивается, достигаетъ максимума и послѣ того опять уменьшается. Степень и порядокъ этого увеличенія и уменьшенія, а также моментъ времени, когда годичный приростъ достигаетъ своего максимума, бываютъ очень различны, смотря по древесной породѣ, почвѣ, уходу за лѣсомъ и т. д. Кромѣ того, опыты убѣдиль, что средній годовой приростъ увеличивается и уменьшается инымъ путемъ, нежели текущей; приростъ средній достигаетъ позднѣе своего максимума и послѣ того быстрѣе уменьшается *).

Соотношеніе между обоими родами прироста, т. е. между текущимъ годичнымъ и среднимъ, можетъ быть доказано не только изслѣдованіями, сдѣланными въ лѣсу, но и теоретически, простымъ умозаключеніемъ. Предположимъ, что $Z_1, Z_2, Z_3, \dots Z_n$ означаютъ текущей годичный приростъ въ 1, 2, 3, ... n -мъ году, то совершенно естественно и несомнѣнно, что

будетъ Z_1 массою дерева, или насажденія въ концѣ 1-го года,

» $Z_1 + Z_2$ массою дерева или насажденія въ концѣ 2-го года,

» $Z_1 + Z_2 + Z_3$ массою дерева, или насажденія, въ концѣ 3-го года,

» $Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n$ массою дерева или насажденія въ концѣ n -го года,

и

*) Примѣч. редакціи перевода. Послѣдняя замѣтка Макса Кунце не справедлива; послѣ достиженія максимума, средній годовой приростъ уменьшается медленнѣе, чѣмъ текущей приростъ.

будеть $\zeta_1 = \frac{1}{1} Z_1$ средній приростъ въ 1-мъ году,

» $\zeta_2 = \frac{1}{2} (Z_1 + Z_2)$ » » 2-мъ »

» $\zeta_3 = \frac{1}{3} (Z_1 + Z_2 + Z_3)$ » » 3-мъ »

⋮

» $\zeta_n = \frac{1}{n} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n)$ » н мѣ »

Предположимъ теперь, что текущій годичный приростъ увеличивается изъ году въ годъ и достигаетъ въ n -мъ году своего maximum'a, тогда

$$Z_n > Z_1$$

$$Z_n > Z_2$$

$$Z_n > Z_3$$

⋮

$$Z_n = Z_n,$$

Складывая въ общую сумму предъудущія неравныя величины, особо по лѣвую и правую сторону помѣщенныя, получимъ

$$n Z_n > Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n,$$

и

$$Z_n > \frac{1}{n} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n),$$

или, такъ какъ $\frac{1}{n} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n) = \zeta_n$,

$$\text{то } Z_n > \zeta_n,$$

т. е. что текущій годичный приростъ до момента наступленія его максимума, всегда составляетъ величину большую, чѣмъ средній годовой приростъ. Если, затѣмъ, текущій годичный приростъ въ $(n+1)$ -мъ году будетъ равенъ Z_{n+1} , то средній годовой приростъ въ томъ же году

$$\zeta_{n+1} = \frac{1}{n+1} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n + Z_{n+1})$$

или

$$(n+1) \zeta_{n+1} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n + Z_{n+1},$$

а такъ какъ $Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n = n \zeta_n$,

$$\text{то } (n+1) \zeta_{n+1} = n \zeta_n + Z_{n+1},$$

изъ чего слѣдуетъ

$$\begin{aligned}\zeta_n &= \frac{1}{n} \left[(n+1) \zeta_{n+1} - Z_{n+1} \right] \\ &= \zeta_{n+1} + \frac{1}{n} \left[\zeta_{n+1} - Z_{n+1} \right].\end{aligned}$$

И такъ, если текущій годичный приростъ въ возрастѣ $(n+1)$ -мъ году, или иначе Z_{n+1} будетъ меньше, нежели текущій приростъ въ n -мъ году, или Z_n , но останется все же болѣе средняго годоваго прироста въ $(n+1)$ -мъ году, или чѣмъ ζ_{n+1} , а слѣдовательно, если $Z_{n+1} > \zeta_{n+1}$, то разность $\zeta_{n+1} - Z_{n+1}$ будетъ величина отрицательная и равна $-\delta_{n+1}$,

поэтому $\zeta_n = \zeta_{n+1} - \frac{1}{n} \delta_{n+1}$,

или

$$\zeta_{n+1} = \zeta_n + \frac{1}{n} \delta_{n+1}.$$

Изъ послѣдняго уравненія слѣдуетъ, что

$$\zeta_{n+1} > \zeta_n,$$

т. е. что пока текущій годичный приростъ бываетъ болѣе средняго годоваго прироста, до тѣхъ поръ все еще увеличивается средній приростъ. Если, напротивъ того, текущій годичный приростъ сдѣлается меньше средняго, или $\zeta_{n+1} < Z_{n+1}$, то разность $\zeta_{n+1} - Z_{n+1}$ будетъ величиною положительною и равною $+\delta_{n+1}$, такъ что тогда

$$\zeta_n = \zeta_{n+1} + \frac{1}{n} \delta_{n+1},$$

или

$$\zeta_{n+1} = \zeta_n - \frac{1}{n} \delta_{n+1}.$$

Изъ этого же послѣдняго уравненія оказывается, что $\zeta_{n+1} < \zeta_n$, т. е. если текущій годовой приростъ, послѣ достиженія имъ своего максимума уменьшится до того, что составитъ величину меньше средняго годоваго прироста, то и послѣдній уже началъ уменьшаться.

Если, напротивъ того, текущій годовой приростъ, послѣ достиженія имъ своего максимума, уменьшится только въ такой степени, что сдѣлается равнымъ среднему приросту, слѣдовательно, когда осуществится уравненіе $\zeta_{n+1} = Z_{n+1}$, то будетъ разность $\zeta_{n+1} - Z_{n+1} = 0$, или же

$$\zeta_n = \zeta_{n+1},$$

т. е. что средній годовой приростъ достигаетъ тогда своей наибольшей величины, когда онъ сдѣлается равнымъ съ величиною текущаго годоваго прироста *).

Изъ сказаннаго видно, что если въ лѣсномъ хозяйствѣ желаютъ стремиться къ тому, чтобы производить возможно большее количество древесной массы, то надо назначить оборотъ рубки такой продолжительности, чтобы насажденія достигали того возраста, въ которомъ годовой текущій приростъ становится равнымъ среднему.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Вычисленіе прироста отдѣльныхъ деревъ.

§ 45.

Измѣреніе и вычисленіе прироста высоты.

Вычисленіе прироста длины на срубленныхъ стволахъ у нѣкоторыхъ хвойныхъ породъ не затруднительно, особенно у тѣхъ, которыя обозначаютъ границу каждаго годоваго побѣга расположеніемъ вѣтвей въ видѣ мутовки. Чтобы найти ту точку, на которой находилась вершина дерева за нѣсколько, положимъ m годовъ, стоятъ только отсчитать m годовыхъ побѣговъ отъ настоящей верхушки. Разстояніе, измѣренное метрами отъ нынѣшней вершины до m -ой мутовки, будетъ тогда равно искомому приращенію высоты, въ теченіи m годовъ. У стоячихъ стволовъ, конечно, нельзя измѣрить разстояніе между обоими точками непосредственнымъ приложеніемъ мѣры длины (шнура, планки); поэтому, ихъ измѣреніе должно производиться посредствомъ инструментовъ, опредѣляя какъ прежнюю, такъ и настоящую высоту ствола надъ почвою, или надъ горизонтомъ глаза. Разность обѣихъ высотъ покажетъ приращеніе высоты дерева.

Однако, у болѣе старыхъ стволовъ хвойныхъ породъ, особенно у сосновыхъ, а также и у лиственныхъ деревъ,

*) Помѣщенное здѣсь элементарное доказательство нашего положенія, приведено было Егеромъ, по поводу рецензіи имъ сочиненія Карла Гейера „Waldetrags—Regelung“. Сравни: Allgem. Forst u. Jagdz. 1841. S. 177. Другія доказательства, основанныя на высшемъ анализѣ, даны Дингеромъ (Grunert, Archiv für Mathematik u. Physik. 41. Bd. S. 191.) и Леромъ (Allgem. Forst. u. Jagdz. 1870, S. 482. u. Heyer, Forstl. Statik. 1. Abth. S. 126.

вышеприведенное вспомогательное средство оказывается непримѣнимымъ. Поэтому, у нихъ немислимо точное опредѣленіе приращенія высоты до тѣхъ поръ, пока стволы находятся на корню; для точнаго изслѣдованія, ихъ срубаютъ и затѣмъ поступаютъ слѣдующимъ образомъ: На стволѣ избираютъ ту точку, въ которой предполагалась вершина дерева за нѣсколько, положимъ за m годовъ, разрѣзаютъ стволъ на этомъ мѣстѣ и считаютъ на образовавшейся торцовой площади, число годовыхъ колецъ. Если число этихъ послѣднихъ окажется болѣе, чѣмъ m , то это означаетъ, что искомая точка находится выше, т. е. ближе къ настоящей вершинѣ; въ противномъ случаѣ, т. е. когда число годовыхъ колецъ будетъ менѣе, чѣмъ m , искомая точка должна быть кускомъ ниже отрѣза.

Въ первомъ случаѣ надо отрѣзать еще кусокъ ствола вверхъ, во второмъ случаѣ — внизъ, и до тѣхъ поръ повторять это дѣйствіе, пока не найдется та точка, въ которой, разрѣзавъ дерево, число годовыхъ колецъ будетъ равно m годамъ.

Если желательно знать ростъ ствола въ длину, въ продолженіи всей его жизни, то надо раздѣлить стволъ на нѣсколько частей и расположить мѣста для пилки у хвойныхъ деревьевъ тамъ, гдѣ находятся старыя сучья, или слѣды ихъ, выражающіеся углубленіями и указывающія на то, что прежде въ этихъ мѣстахъ были мутовкообразныя вѣтви; затѣмъ, надо сосчитать на торцовыхъ площадяхъ, образующихся по роспилки ствола, годовые слои. Положимъ, напр., что число годовыхъ слоевъ на одной торцовой площади равно 68, а на другой 76 и что первая находится на 23, а вторая на 19 метрахъ надъ почвою. Это означаетъ, что дерево въ 76 лѣтъ было около 23, а въ 68 лѣтъ 19 метровъ высоты и что приращеніе длины въ этотъ промежутокъ времени, или въ 8 лѣтъ, приблизительно равно 4-мъ метрамъ, а слѣдовательно, для каждаго отдѣльнаго года равно 0,5 метрамъ *). Болѣе точное опредѣленіе приращеній длины будетъ указано нами далѣе въ § 48.

*) *Примѣч. редакціи перевода.* Здѣсь, безъ сомнѣнія, у Кунце вкрасась ошибка. Дерево, взятое для примѣра, не было въ 76 лѣтъ высотой 23 метра, а въ 68 лѣтъ небыло 19 метровъ, потому, что, если на высотѣ 19 метровъ отъ земли оказалось 76 годовыхъ слоевъ, то у самой поверхности земли было гораздо болѣе слоевъ, положимъ, что 90 слоевъ, слѣдовательно дереву было 14 лѣтъ, (т. е. $90 - 76$)

§ 46.

Измѣреніе и вычисленіе прироста діаметра (толщины).

1. Приѣмъ и способъ измѣренія и вычисленія приращеній въ діаметрѣ.

Граница годичнаго приращенія длины въ позднѣйшихъ возрастахъ можетъ быть ясно узнана только у нѣкоторыхъ, немногихъ древесныхъ породъ; напротивъ того, годичное увеличеніе діаметра нашихъ древесныхъ породъ ясно обозначается тѣмъ, что вновь образовавшійся слой имѣетъ на внутренней и внѣшней его границахъ различную окраску и тѣмъ замѣтно отличается отъ предъидущаго и послѣдующаго древеснаго слоя. Исключеніе составляютъ только нѣкоторыя лиственные породы, напр. осина, береза и иногда букъ, которыя съ помощью вспомогательныхъ средствъ показываютъ ясно границу годичныхъ колецъ *).

Ширина годичнаго кольца рѣдко бываетъ ровная на всемъ его протяженіи; напротивъ, большею частію, ширина слоя очень измѣнчива: поэтому, нельзя довольствоваться измѣреніемъ ширины слоя на одномъ какомъ нибудь мѣстѣ; на-

когда его высота была 19 метровъ; равнымъ образомъ когда на высотѣ 23 метровъ еще найдено 68 слоевъ, то высота 76-лѣтнаго дерева была непремѣнно болѣе 23 метровъ. Положимъ, что нинѣ общая высота дерева оказалась 40 метровъ; тогда нужно было бы отыскать на деревѣ мѣсто, гдѣ имѣлась бы, въ одномъ 14 слоевъ (90—76 л.), а въ другомъ 22 слоя (90—68 л.); положимъ, что эти мѣста найдутся, первое на высотѣ 37, а второе на высотѣ 35 метровъ отъ земли. Въ такомъ случаѣ расчетъ показалъ бы, что въ различные годы жизни дерева, высота его была слѣдующая:

въ 14 лѣтъ (т. е. 90—76)	высота 19 метровъ
" 22 " (— 90—68)	" 23 "
" 68 " (— 90—22)	" 35 "
" 76 " (— 90—14)	" 37 "
" 90 " (— " " "	" 40 "

Слѣдовательно дерево приросло въ высоту:

въ первые 14 лѣтъ		19 метровъ
послѣдующее 8 "		4 "
" 46 "		12 "
" 8 "		2 "
въ послѣдствіи 14 "		3 "

*) Пресслеръ предлагаетъ для этой цѣли желѣзистый хлоридъ и винный спиртъ, окрашенный анилиномъ въ красный цвѣтъ. Ноббе, согласно его устному сообщенію, рекомендуетъ водянистый растворъ коричневаго анилина,

до повторять измѣреніе на нѣсколькихъ мѣстахъ и изъ многихъ измѣреній вывести среднюю мѣру.

Если бы, напр., у 38-ми лѣтней сосны разность въ діаметрахъ нынѣшняго 38-ми лѣтняго ствола и бывшаго 33-хъ лѣтняго, по измѣреніямъ въ четырехъ точкахъ оказалась 8,5—13,5—9,5—12,0 миллиметровъ, то средняя ширина всѣхъ пяти годовичныхъ слоевъ была бы равною $(8,5 + 13,5 + 9,5 + 12,0) : 4 = 43,5 : 4 = 10,9$ миллиметрамъ.

2. *Инструменты для измѣренія прироста діаметра.* Для измѣренія увеличеній діаметра при изслѣдованіяхъ, не требующихъ особенной точности, употребляютъ масштабъ, раздѣленный на миллиметры, поперечный разрѣзъ котораго составляетъ прямоугольный треугольникъ. Дѣленіе на миллиметры сдѣлано на плоскости гипотенузы этой трехсторонней призмы. При измѣреніи увеличенія діаметра (ширины годовыхъ колецъ) накладываютъ непосредственно этотъ масштабъ нижнею плоскостью катета на гладко соструганную площадь торца и измѣряютъ ширину отдѣльныхъ годовыхъ колецъ, оцѣнивая глазомѣрно дробныя части миллиметровъ.

Для болѣе точныхъ работъ, требующихъ, чтобы діаметры, или ширины годовичныхъ колецъ, показаны были съ точностью до 0,1 миллиметра, употребляютъ такъ называемый ножницеобразный масштабъ. Это есть ничто иное, какъ нѣсколько измѣненная мѣрная вилка; упомянутый инструментъ состоитъ изъ масштаба M , приблизительно въ 30 сант. длины (фиг. 33 до 37), сдѣланнаго изъ желтой мѣди и имѣющаго поперечный разрѣзъ въ видѣ параллельной трапеціи, у которой параллельныя стороны имѣютъ 15 и 8 миллиметровъ, а высота 5,5 миллиметра. Самая широкая изъ параллельныхъ сторонъ обращена къ верху и снабжена дѣленіемъ, доходящимъ до половины миллиметра. Къ масштабу привинчена пластинка R_2 , имѣющая снаружи стальной, заостренный во внутрь указатель Z_1 . Кромѣ того, при масштабѣ находятся двѣ задвижки R_3 и R_4 . Первая изъ нихъ, т. е. R_3 , имѣетъ на передней сторонѣ второй, тоже заостренный во внутрь, указатель Z_2 , внутренний край котораго плотно подходитъ къ подобному же краю указателя Z_1 . Внѣшнія края обоихъ указателей, кромѣ того, выпилены параллельно масштабу: верхняя сторона задвижки R_3 снабжена прямоугольною вырѣзкою, въ которой находится нониусъ m_1 , наклоненный приблизительно на 35 градусовъ къ площади масштаба; этотъ

ноніусъ придѣланъ такимъ образомъ, что, когда заостренные внутренніе края указателей Z_1 и Z_2 сдвинутся, тогда нулевая точка ноніуса должна непременно совпасть съ нулевою точкою масштабнаго дѣленія. Такъ какъ 9 дѣлений масштаба равны 10-ти дѣленіямъ ноніуса, и такъ какъ масштабъ раздѣленъ на полумиллиметры, то точность указанія ноніуса равняется $\frac{0,5}{10}$ или $\frac{1}{20}$ миллиметра. Далѣе, задвижка

R_3 имѣетъ къ верху продолженіе P_1 , въ видѣ призмы, въ которой сидитъ остріе винта микрометра S_2 ; гладкая шейка послѣдняго проходитъ чрезъ подобную же призму P_1 задвижки R_4 . Чтобы обѣ задвижки R_3 и R_4 не могли плотно сдвинуться и оставаться безъ движенія при дѣйствіи микрометрическаго винта, окружають послѣдній, въ промежуткѣ между P_1 и P_2 , спиральною пружиною F_1 . На задней сторонѣ задвижки R_4 находится винтъ S_3 , нажимающій, въ видѣ тормазы, пластинку b къ масштабу (Фиг. 35). Когда этотъ винтъ открыть, обѣ задвижки R_3 и R_4 могутъ быть легко сдвинуты рукою и поставлены на любую точку. Чтобы совершенно точно установить ноніусъ, надо закрыть нажимной винтъ S_3 и повернуть винтъ микрометра S_1 , вслѣдствіе чего задвижка R_3 получаетъ самое чувствительное, мельчайшее движеніе.

Задній конецъ масштаба вдѣланъ въ задвижку R_3 , которую легко двигать рукою. На нижней сторонѣ этой задвижки, для плотной постановки, находятся острія t_1 , t_2 (фиг. 34), которыя могутъ быть вдавлены въ дерево.

Кромѣ того, чтобы избѣжать сползанія задвижки съ масштаба M , этотъ послѣдній оканчивается пластинкою T , имѣющей одинаковый съ нимъ поперечный разрѣзъ, но возвышающійся вездѣ надъ масштабомъ на миллиметръ.

Передній конецъ масштаба M находится въ металлической призмѣ R_1 , также снабженной на нижней сторонѣ остріями для вдавливанія въ дерево. Кромѣ того, на концѣ масштаба сидитъ винтъ микрометра S_1 , проходящій также чрезъ призму R_1 у D (фиг. 37). Такъ какъ винтъ имѣетъ у точки D удлиненную, гладкую шейку, то онъ можетъ только вертѣться въ призмѣ, а никакъ не мѣнять мѣсто. Поэтому, при поворачиваніи этого винта происходитъ только не большое движеніе масштаба M , вслѣдствіе чего заостренный внутренній край перваго указателя можетъ быть точно поставленъ на опредѣленную точку. Чтобы пре-

дупредить затираніе, или плотное сдвигеніе масштаба M съ призмой R_1 , черезъ что могло бы случиться, что микрометрическій винтъ не въ состояніи былъ бы преодолѣть треніе, окружають и этотъ микрометрическій винтъ S_1 также спиральною пружиною F_1 .

Въ видахъ предупрежденія порчи черточекъ дѣленія и для уменьшенія тренія, задвижки R_3 , R_4 , R_5 снабжены надъ поверхностью дѣленія вырѣзами r_1 и r_2 (фиг. 35 и 34).

Если на отпиленномъ отъ ствола кускѣ дерева предназначено измѣрить этимъ инструментомъ діаметръ или ширину годовыхъ слоевъ, то прежде всего надо поверхность кружка дерева ножомъ сгладить, затѣмъ провести на поверхности кружка, острымъ карандашемъ, тонкія линіи по направленію предназначенныхъ къ измѣренію діаметровъ и, если величина кружка досточна, поставить на него инструментъ такимъ образомъ, чтобы параллельные масштабу передніе края указателей прилегали къ начертанной карандашемъ на кружкѣ линіи, такъ чтобы первый указатель совпадалъ почти съ начальною точкою измѣренія. Затѣмъ, съ помощью ручной лупы и посредствомъ микрометрическаго винта S_1 , приводятъ внутренній край указателя Z_1 въ полное совпаденіе съ начальною точкою измѣренія; ослабляютъ винтъ нажима S_2 и ставятъ, сперва приблизительно рукою, а затѣмъ совершенно точно винтомъ микрометра S_1 , второй указатель Z_2 на границы годичнаго слоя, разстояніе котораго отъ начальной точки должно быть нами опредѣлено. Послѣ того, величина этого разстоянія прочитывается на масштабѣ и на ноніусѣ съ точностью до $\frac{1}{10}$ миллиметра.

Если начальная, или конечная точка измѣренія находится на краю кружка дерева, то должно положить возлѣ него кусокъ другаго дерева, одинаковой съ измѣряемымъ кружкомъ высоты, установить на этомъ приставленномъ кускѣ дерева призмы R_1 , или R_5 и вдавить ихъ. Если, несмотря на это, діаметръ измѣряемаго кружка окажется даже меньше, чѣмъ раздѣленная вышесказаннымъ образомъ длина масштаба M , то надо въ какой-либо доскѣ сдѣлать круглую вырѣзку, въ которую вкладываютъ предназначенный для измѣренія кружокъ ствола, и приводятъ, посредствомъ подкладываемыхъ клиньевъ, поверхность доски и поверхность измѣряемаго древеснаго кружка въ одну плоскость; затѣмъ ставятъ задвижки R_1 и R_5 на доску и поступаютъ выше-

описаннымъ образомъ. Еще цѣлесообразнѣе снабдить доску тремя установочными винтами, посредствомъ которыхъ легче приводить въ одну плоскость поверхность доски съ поверхностью измѣряемаго кружка дерева. Впрочемъ, если измѣренію подлежатъ мелкіе кружки ствола, то вовсе нѣтъ непремѣнной необходимости, чтобы первый указатель совпадалъ съ начальною точкою измѣренія. Его можно, по желанію, поставить и въ нѣкоторомъ разстояніи отъ [начальной точки; но, въ такомъ случаѣ, необходимо поставить на эту послѣднюю второй указатель Z_1 и затѣтитъ на какой точкѣ дѣленія онъ остановился. Дѣлая вычитаніе этой первой постановки изъ всѣхъ другихъ, мы, понятно, должны получить одинаковые результаты, какъ и при первомъ способѣ *).

§ 47.

Вычисленіе приращенія площадей.

Зная насколько увеличился діаметръ въ одинъ годъ, или въ нѣсколько лѣтъ, т. е. зная мѣру ширины одного, или нѣсколькихъ годичныхъ слоевъ, мы еще не можемъ составить себѣ никакого сужденія насчетъ величины приращенія площади, т. е. насчетъ величины площади, образуемой однимъ или нѣсколькими слоями на площади поперечнаго сѣченія ствола, сдѣланнаго на извѣстной высотѣ отъ земли. Для этого необходимо знать также и абсолютную величину діаметра той площади, вокругъ которой образовался изслѣдуемый годичный слой древесины.

Если мы представимъ себѣ поперечную площадь ствола кругообразною, то, предполагая ея діаметръ равнымъ D , получимъ площадь круга въ $\frac{\pi}{4} D^2$; далѣе, если увеличеніе діаметра равно Δ , то соответствующая діаметру $D + \Delta$ площадь круга равна $\frac{\pi}{4} (D + \Delta)^2$; слѣдовательно увеличеніе площади будетъ

*) Здѣсь описанный инструментъ, принадлежащій опытной лѣсной станціи въ Тарантѣ, сдѣланъ въ мастерской Staudinger u. Comp. въ Гиссенѣ. Подобный же инструментъ, того-же мастера, описанъ Эдуардомъ Гейеръ'омъ въ его уже неоднократно упомянутой книгѣ: „Über Messung der Höhen sowie der Durchmesser u. S. 73 u. Taf. III. Fig. 18 bis 20.

$$\Gamma = \frac{\pi}{4} (D + \Delta)^2 - \frac{\pi}{4} D^2,$$

или

$$\Gamma = \frac{\pi}{4} (2D\Delta + \Delta^2).$$

Обозначивъ соотвѣтствующую діаметру D площадь круга буквами G_{Δ} , можно составить, вмѣсто послѣдняго уравненія

$$\Gamma = G_{\sqrt{2D\Delta}} + G_{\Delta}.$$

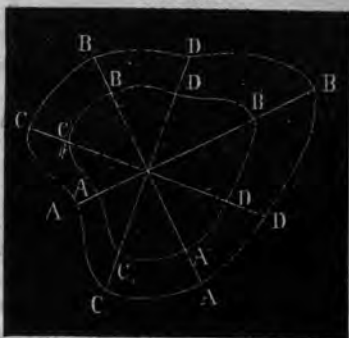
Если, напримѣръ, діаметръ одного круга, отпиленного со ствола, составляетъ 25,8 сент., а ширина послѣднихъ пяти годовичныхъ слоевъ 1,9 сент., то $D + \Delta = 25,8$, $\Delta = 1,9$, а слѣдовательно $D = 25,8 - 1,9 = 23,9$ сент.; при такихъ данныхъ, имѣя въ виду, что $\sqrt{2 \cdot 25,8 \cdot 1,9} = \sqrt{98,04} = 9,9$, оказывается, что увеличеніе площади этого кружка ствола, за послѣдніе пять лѣтъ, составляетъ

$\Gamma = K_{9,9} + K_{1,9} = 76,977 + 2,835 = 79,812$ квадратныхъ сантиметровъ.

Если поперечныя площади сѣченій ствола представляютъ эллиптическую, или совсѣмъ неправильную форму (что бываетъ почти всегда въ нижнихъ частяхъ ствола), то для вычисленія такихъ площадей должно употреблять одинъ изъ слѣдующихъ способовъ: при первомъ способѣ, хотя весьма часто употребляемомъ, но мало точномъ, проводятъ карандашемъ на измѣряемомъ кружкѣ нѣсколько діаметровъ, изъ которыхъ всегда два должны пересѣкаться подъ прямымъ угломъ, а всѣ остальные діаметры должны въ точкѣ пересѣченія, около центра, образовать почти равные углы. (Фиг. 38). Затѣмъ, измѣряютъ не-

Фиг. 38.

посредственнымъ наложеніемъ масштаба, не включая въ обмѣръ коры, не только абсолютную величину настоящихъ діаметровъ AB , A_1B_1 , CD , C_1D_1 , но также и величину $A'B'$, $A'_1B'_1$ — $C'D'$, $C'_1D'_1$, т. е. діаметровъ, соотвѣтствующихъ меньшей площади, какую имѣлъ поперечный разрѣзъ ствола, — *т* лѣтъ раньше. Среднюю величину первыхъ діаметровъ принимаютъ за це-

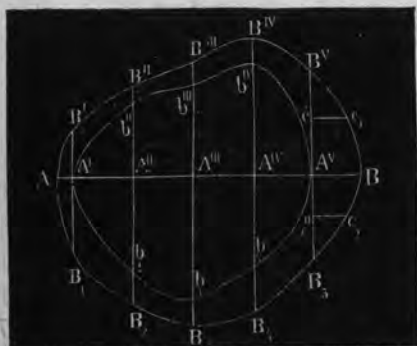


тинную величину діаметра такого круга, котораго площадь равняется площади, взятаго отъ ствола кружка $ACB_1D_1 BDA_1C_1$; точно такъ средній выводъ изъ величинъ $A'B' + A_1'B_1 + \dots$ принимается за діаметръ такого круга, котораго площадь равна площади $A'C'B_1D_1 B'D'A_1C_1$. Если бы, напримѣръ, AB былъ равенъ 35,8; $A_1B_1 = 33,2$; $CD = 33,5$; $C_1D_1 = 32,9$ сантиметрамъ, то величина средняго діаметра площади $ACB_1D_1 BDA_1C_1$ была бы равна $\frac{1}{4} (35,8 + 33,2 + 33,5 + 32,9) = \frac{135,4}{4} = 33,85$ сантиметровъ. Измѣривъ, что $A'B' = 23,4$, $A_1'B_1 = 21,9$, $C'D' = 22,2$, $C_1D_1 = 21,7$ сантиметрамъ, получился бы напротивъ того, средній діаметръ площади $A'C'B_1D_1 B'D'A_1C_1$ въ $\frac{1}{4} (23,4 + 21,9 + 22,2 + 21,7) = \frac{89,2}{4} = 22,30$ сантиметровъ.

Увеличеніе діаметра составляло бы поэтому $33,85 - 22,30 = 11,55$ сент.; а увеличеніе площади было бы равно $K_{33,85} - K_{22,30}$, или, такъ какъ $\sqrt{2 \cdot 22,30 \cdot 11,55} = \sqrt{515,12} = 22,70$, то оно было бы равно $K_{22,70} + K_{11,55}$. Изъ первой формулы слѣдуетъ, что увеличеніе площади равно 509,356 квадратнымъ сантиметрамъ, а изъ второй 509,482 квадрат. сантиметрамъ.

Если требуются болѣе точные результаты, то должно примѣнить слѣдующій, или ему подобный способъ. На гладко соструганной поверхности древеснаго кружка проводятъ діаметръ AB (Фиг. 39) такимъ образомъ, чтобы онъ имѣлъ

Фиг. 39.



положеніе по направленію наибольшей ширины, какую имѣлъ стволъ дерева въ поперечномъ разрѣзѣ m лѣтъ предъ симъ, т. е. по линіи $A.A''$, затѣмъ въ точкахъ A' и A'' проводятъ перпендикуляры $B'A.B_1$ и $B''A''B_2$, вслѣдствіе чего они образуютъ тангенты на

внутренней площади въ пунктахъ A' и A'' . Разстояніе отъ $A.A''$ раздѣляютъ на нѣсколько равныхъ частей и прово-

дять чрезъ эти точки дѣленія линіи, пересѣкающіяся перпендикулярно съ AB , причемъ всѣ эти линіи должны достигать до нынѣшней окружности, вверху въ точкахъ B_1 , B^m , B^{iv} , внизу въ B_4 , B_3 , B_1 , а съ окружностью прежней площади круга, бывшей m лѣтъ тому назадъ, пересѣкаются тѣ же линіи вверху въ точкахъ b^u , b^{m^u} , b^{iv} , а внизу въ b_2 , b_3 , b_4 . Тогда можно вычислить внутреннюю площадь и кусокъ наружной площади $B_1A'B'B'A'B_3$ по правилу Симсона, а оба отсѣченія B_1AB' и $B'BV_3$, по причинѣ ихъ незначительнаго, въ большинствѣ случаевъ, протяженія, считать за сегменты параболы. Но, еслибы представился случай, что подобныя отсѣченія образуютъ довольно значительную площадь, то тогда можно $B'B_1$ и $B'B_3$ разсматривать какъ оси абциссовъ, отъ которыхъ провести нѣсколько ординатовъ и съ ихъ помощью найти площадь этихъ отрѣзовъ, также по формулѣ Симсона.

Напримѣръ, если

$$B^i B_1 = y_1 = 16,7 \text{ сант.}$$

$$B^{ii} B_2 = y_2 = 28,3 \quad \gg \quad b^{ii} b_2 = r_2 = 23,2 \text{ сант.}$$

$$B^{iii} B_3 = y_3 = 34,4 \quad \gg \quad b^{iii} b_3 = r_3 = 28,5 \quad \gg$$

$$B^{iv} B_4 = y_4 = 37,7 \quad \gg \quad b^{iv} b_4 = r_4 = 27,6 \quad \gg$$

$$B^v B_5 = y_5 = 27,1 \quad \gg$$

$$A'A^{ii} = A^{ii}A^{iii} = A^{iii}A^{iv} = A^{iv}A^v = \frac{1}{4} A'A^v = X =$$

8,7 сант., и наконецъ $AA' = 2,5$ и

$A'B = 7,1$ сант.; обозначая площадь $AB' \dots B' \dots B_1$ буквою G , площадь $A'b^{ii} \dots A^vb_2$ буквою g , получимъ

$$G = \frac{1}{3} \left[y_1 + y_5 + 4(y_2 + y_4) + 2 y_3 \right] X$$

$$+ \frac{2}{3} \left(y_1 \cdot AA' + y_5 A^v B \right),$$

$$g = \frac{1}{3} \left[4(r_2 + r_4) + 2 r_3 \right] X$$

Вставляя въ эти формулы вышеприведенныя числа, получимъ, что $G = 1248,24$ квад. сантиметрамъ, а $g = 753,42$ квад. сантиметрамъ. Такъ какъ здѣсь второе отсѣченіе $B'BV_3$ довольно велико, то можно ординатъ $B'B_3$ раздѣлить на четыре части, каждая длиною въ 6,9 сантиметровъ и возстановить въ точкахъ раздѣленія ординаты (5,8; 7,7; и 5,0 сант. длины); въ такомъ случаѣ для площади этого сегмента получится $[4 \cdot (5,8 + 5,0) + 2 \cdot 7,7] 6,9 =$

133,78 квадр. сант. Площадь G пришлось бы увеличить на $133,78 - 128,27 = 5,51$ квадр. сантиметровъ, вслѣдствіе чего получилась бы площадь всего въ $1248,24 + 5,51 = 1253,75$ квадр. сант. Увеличеніе же площади въ m лѣтъ оказалось бы въ $1253,75 - 753,42 = 500,33$ квадр. сантиметровъ.

Опредѣленіе площади приращенія по этому послѣднему способу, если дѣйствовать тщательно, требуетъ много времени и поэтому едва-ли примѣнимо. Взамѣнъ этого, весьма скоро и точно могутъ быть опредѣляемы площади поперечныхъ сѣченій ствола, на отпиленныхъ для того кружкахъ, съ помощью полярнаго планиметра Амслера, если только замѣнить обводный штифтикъ небольшимъ увеличительнымъ стеклышкомъ. Планиметръ всегда установится непосредственно на большихъ кружкахъ стволовъ; для маленькихъ-же, надо имѣть въ помощь еще особую плоскость, снабженную тремя винтами для установки (доску, или рейсбретъ съ натянутою бумагою). На эту доску ставятся полюсъ и валикъ, а самая доска, посредствомъ винтовъ, приводится въ одинъ уровень съ поверхностью вычисляемаго кружка ствола *).

У хвойныхъ деревъ можно безъ дальнѣйшихъ приспособленій обойти всѣ годовичные слои на гладкой поверхности стволоваго кружка; у лиственныхъ-же деревъ границы слоевъ часто выражены не довольно ясно, а потому, надо ихъ напередъ обвести карандашемъ. Свѣжіе хвойные кружки обтираются до начала работы спиртомъ, чтобы смола не пачкала инструментъ.

Точность, которую можно достигнуть планиметромъ при опредѣленіи площадей поперечныхъ сѣченій дерева, лучше всего уяснится слѣдующими числами: обходомъ кружка дерева (ели), 25 разъ повтореннымъ, получился средній выводъ площади въ 141,636 квадр. сант. Средній-же выводъ каждаго пяти обходовъ далъ слѣдующія цифры:

141,38—141,56—141,60—141,82—141,82 квадр. сант.

Наибольшія отклоненія этихъ чиселъ отъ общаго средняго вывода суть—0,256 и +0,184 квадр. сант., или—0,18 и +0,13 процентовъ. Наименьшая величина, какая была получена при отдѣльномъ измѣреніи, составляла площадь 140,8,

*) Полярный планиметръ и указанная приставная доска приготавлиются наилучшимъ образомъ придворнымъ механикомъ. Аусфельдомъ въ Готѣ.

наибольшая 142,5 квадр. сант., такъ что наибольшія уклоненія отъ средняго вывода были—0,836 и + 0,864 квадр. сант., или—0,59 и + 0,61 процентовъ. На каждый обходъ требовалось времени среднимъ счетомъ 1,1 минуту.

Другой кружокъ ствола (ели) былъ обведенъ 20 разъ и средній выводъ площади оказался 93,79 квадр. сант., между тѣмъ, какъ для каждаго пяти обходовъ получались площади 93,46—93,54—93,92—94,24 квадр. сантиметровъ. Наибольшее уклоненіе этихъ чиселъ отъ общаго средняго вывода—0,33 и + 0,45 квадр. сантиметрамъ, или—0,35 и + 0,48 процентовъ. Наименьшее отдѣльное измѣреніе показало площадь кружка въ 92,5, наибольшее въ 94,5 квадр. сантиметровъ, а слѣдовательно—1,29 и + 0,71 квадр. сантиметровъ, или—1,38 и + 0,76 процентовъ уклоненія отъ средняго вывода. Каждый обходъ длился среднимъ числомъ 0,9 минуты.

§ 48.

Вычисленіе прироста массы на срубленныхъ стволахъ.

1. Опредѣленіе величины массы прироста на срубленныхъ деревьяхъ достигается тѣмъ, что стволъ дѣлятъ на большія или меньшія части, смотря по тому какой степени точности желаютъ достичь, и на каждой поперечной площади въ различныхъ направленіяхъ опредѣляютъ величины какъ настоящихъ діаметровъ, такъ и на *т* лѣтъ болѣе молодыхъ. Изъ этихъ чиселъ берутъ среднее и тѣмъ получаютъ діаметры площадей круговъ для изслѣдуемыхъ ступеней возраста. Если эти средніе діаметры для внѣшнихъ площадей будутъ— $D_0, D_1, \dots, D_n$, соотвѣтствующія этимъ діаметрамъ площади круговъ $G_0, G_1, \dots, G_n$, а длина отрубковъ кражей будетъ 1, причемъ послѣдній остающійся конецъ вершины будетъ имѣть длину 1,—то нынѣшній объемъ всего ствола (§ 15) равенъ

$$V_n = \frac{1}{2} \left[G_0 + 2(G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1}) + G_n \right] 1 + \frac{1}{2} G_n 1_1.$$

Если періодъ, приращеніе котораго желаютъ опредѣлить, охватываетъ *т* лѣтъ, то, какъ было уже упомянуто, у хвойныхъ деревъ годовое приращеніе длины узнается по числу образуемыхъ вѣтвями мутовокъ, слѣдов. можно *т* такихъ мутовокъ отсчитать и такимъ образомъ получить не-

посредственно длину, какую стволъ имѣлъ, когда былъ *т* лѣтъ моложе.

Въ тѣхъ же случаяхъ, гдѣ этотъ вспомогательный способъ оказывается неудобопримѣнимымъ, слѣдуетъ удовольствоваться интерполяціей. Если, напримѣръ, одна площадь поперечнаго сѣченія имѣетъ болѣе, слѣдующая же за ней площадь поперечнаго сѣченія менѣе чѣмъ *т* лѣтъ, то конецъ вершинки болѣе молодаго на *т* лѣтъ ствола долженъ находиться въ какомъ либо мѣстѣ той части ствола, которая заключается между этими двумя площадями сѣченій; длина же l_1 этого кончика вершины дерева, бывшаго на *т* лѣтъ младше, можетъ быть опредѣлена, въ большинствѣ случаевъ, достаточно точно, по способу, указанному ниже въ числовомъ примѣрѣ.

Если предположимъ, что G_q есть послѣдняя поперечная площадь, заключающая болѣе, чѣмъ *т* годовыхъ колець, l_i — найденная посредствомъ интерполяціи, — длина кончика младшаго ствола и что $G'_0, G'_1 \dots G'_q$ обозначаютъ для младшаго ствола площади поперечныхъ сѣченій на концахъ отрубковъ, на которые раздѣленъ стволъ, то объемъ младшаго ствола будетъ:

$$V = \frac{1}{2} \left[G'_0 + 2(G'_1 + G'_2 + \dots + G'_{q-1}) + G'_q \right] l_i + \frac{1}{2} G'_q l_i.$$

А массу приращенія Γ въ продолженіи *т* лѣтъ покажетъ тогда разность $V_n - V$.

Вмѣсто того, чтобы измѣрять діаметры площадей на концахъ отрубковъ, можно произвести эти измѣренія на площадяхъ, находящихся посрединѣ отрубковъ. Если эти, находящіяся посреди отрубковъ, внѣшнія площади обозначить буквами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, а площади, соотвѣтствующія младшему на *т* лѣтъ стволу, находящіяся также на срединѣ отрубковъ обозначить чрезъ $\gamma'_1, \gamma'_2, \dots, \gamma'_q$, причемъ l будетъ длина отрубковъ, G_{n+1} — верхняя послѣдняя площадь поперечнаго сѣченія на срединѣ послѣдняго отрубка, нынѣшняго старшаго ствола, а l_1 будетъ длина кончика вершинки, оставшейся послѣ разбивки ствола на отрубки; G_{q+1} — верхняя послѣдняя площадь поперечнаго сѣченія, полученная посрединѣ послѣдняго отрубка, соотвѣтствующая младшему на *т* лѣтъ стволу, и, наконецъ, l_i — будетъ полученная интерполяціей длина кончика вершины, оставшейся у

младшаго дерева, послѣ разбивки его на отрубки. Въ этомъ случаѣ будетъ объемъ старшаго ствола:

$$V_n = \left(\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_n \right) \cdot 1 + \frac{1}{2} G_n + {}_11_1,$$

а младшій, внутри помѣщающійся, стволъ будетъ имѣть объемъ:

$$V = \left(\gamma'_1 + \gamma'_2 + \dots + \gamma'_q \right) \cdot 1 + \frac{1}{2} G_q + {}_11_1.$$

Разность $V_n - V$ обоихъ стволовъ даетъ опять массу прироста за m лѣтъ.

Если-же нельзя будетъ распилить стволъ на отрубки, то слѣдуетъ, посредствомъ нижеописаннаго бурава, вынуть изъ ствола цилиндрики дерева на концахъ или посрединѣ каждаго дѣленія и на такихъ выбуравленныхъ цилиндрикахъ измѣрить толщину коры (r) и ширину послѣднихъ годовыхъ слоевъ за m лѣтъ (Δ). Если, затѣмъ, приведутъ въ извѣстность мѣрною вилкой теперешній, вмѣстѣ съ корою, діаметръ D , то $D - r$ будетъ теперешній, $D - r - \Delta$ прежній діаметръ ствола безъ коры.

Какъ примѣры, могутъ служить слѣдующія произведенія на одной соснѣ измѣренія. Сосну эту распилили, начиная отъ земли, на отрубки, каждый 0,9 метровъ длины и на каждой чертѣ, отдѣляющей одинъ отрубокъ отъ другаго, выпилили по кружку.

На каждомъ изъ такихъ кружковъ были измѣрены два взаимно-перпендикулярныхъ діаметра и притомъ отмѣтили особо какъ діаметры настоящаго ствола, такъ и діаметры ствола на пять лѣтъ младшаго.

За разбивкою на 14 отрубковъ, остался отъ вѣшняго ствола еще конецъ вершинки въ 2,6 метра длины, такъ-что вся общая длина ствола составила 15,2 метра. Результаты, произведеннаго обмѣра въ различныхъ частяхъ, показаны въ слѣдующей табличкѣ:

Такъ-какъ требуется опредѣлить приростъ за послѣдніе пять лѣтъ, то сначала должно быть отыскано на стволѣ мѣсто, гдѣ находится конецъ вершинки того-же дерева, но за время когда оно было на пять лѣтъ моложе нынѣшняго.

Кончикъ этотъ долженъ находиться между 14-й и 15-й площадью поперечнаго сѣченія. Такъ-какъ первая содержитъ 13 годичныхъ слоевъ, а вторая—3, то все приращеніе въ длину въ продолженіе одного года составляетъ въ это время $0,9 : 10 = 0,09$ метр.; а приращеніе длины за все время

13—5=8 лѣтъ будетъ, слѣдовательно, =0,72 или 0,7 метра. Вслѣдствіе этого находящійся между 14 и 15 поперечнымъ разрѣзомъ конецъ младшаго на 5 лѣтъ дерева будетъ имѣть длину въ этомъ дѣленіи приблизительно равную 0,7 метра. Объемъ вишняго ствола опредѣляется тогда въ 0,251298 куб. метра, а объемъ вутренняго въ 0,189687 к. м., такъ-что масса приращенія за пять послѣднихъ лѣтъ у этаго дерева составляетъ 0,251298 — 0,189687 = 0,061611 куб. метра.

Нумеръ площади попе- речнаго сѣченія ствола въ послѣдовательномъ порядкѣ.	Число го- дичныхъ слоевъ.	Діаметры на поперечныхъ площадахъ		Нумеръ площади попе- речнаго сѣченія ствола, въ послѣдовательномъ порядкѣ.	Число го- дичныхъ слоевъ.	Діаметры на поперечныхъ площадахъ	
		нышняго ствола.	ствола на 5 лѣтъ млад- шаго.			нышняго ствола.	ствола на 5 лѣтъ млад- шаго.
		Сантим.				Сантим.	
1	38	23,28	21,10	9	22	14,48	12,90
2	35	21,00	18,73	10	21	14,13	12,50
3	33	19,55	17,50	11	18	13,53	10,67
4	30	18,70	16,63	12	17	10,55	8,23
5	28	18,70	16,50	13	16	9,43	7,00
6	27	17,70	15,70	14	13	5,55	3,83
7	25	17,48	15,28	15	3	3,88	
8	24	16,38	14,45				

Это дерево можетъ еще служить какъ примѣръ въ томъ случаѣ, когда измѣряются діаметры площадей посрединѣ отрубковъ; тогда, для вишняго ствола, подвергаются обмѣру — 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 поперечныя площади, а для вутренняго 2, 4, 6, 8, 10 и 12-ая.

Къ вишнему стволу слѣдуетъ еще прибавить конецъ вершинки $\frac{1}{2}$. $G_{3,88} \times 2,6$; къ второму же, или къ вутреннему младшему стволу $\frac{1}{2}$ $G_{7,00} \times 1,6$.

Присовокупляя къ общему объему и эти куски—для обоихъ стволовъ получается: 0,245392 и 0,187801 куб. м. содержанія, а, слѣдовательно, масса приращенія = 0,245392 — 0,187801 = 0,057591 куб. метр.

Если довольствоваться лишь приблизительною точностью,

то достаточно будет объемъ вѣшняго и внутренняго ствола вычислить изъ толстотъ обмѣренныхъ на срединѣ всей длины стволовъ.

Еслибы на срединѣ длины каждого изъ обоихъ выше указанныхъ стволовъ, обмѣръ толстотъ составлялъ бы 14,32 и 14,54 сант., а длина—15,2 и 12,4 метр., то, слѣдовательно, объемъ этихъ стволовъ составилъ бы 0,244805 и 0,205892 куб. метра, а вмѣстѣ съ тѣмъ масса приращенія равнялась бы $0,244805 - 0,205892 = 0,038913$ куб. метра. Этотъ послѣдній способъ вычисленія, — требующій нахождения діаметровъ внутренняго и вѣшняго ствола изъ двухъ различныхъ измѣреній, а именно на срединѣ длины нынѣшняго и на срединѣ длины младшаго ствола — имѣетъ главнымъ образомъ тотъ недостатокъ, что въ случаѣ, что періодъ, на который распространяется изслѣдованіе о приращеніи, не очень коротокъ, то видовое число вѣшняго ствола можетъ представить большую разницу съ видовымъ числомъ внутренняго; а именно, съ рѣдкими только исключеніями, будетъ видовое число увеличиваться съ переходомъ отъ младшаго къ старшему стволу. Поэтому, если формула для вычисленія объема деревь $V = \gamma H$ доставляетъ для одного ствола вѣрные результаты, то та же формула доставитъ для другаго дерева менѣе годные выводы.

Чтобы до возможной степени уменьшить происходящее отъ измѣненія видовыхъ чиселъ вліяніе на результаты вычисленія объема, а также и для того, чтобы еще болѣе упростить работу, Пресслеръ предложилъ слѣдующій способъ приближенія *). Слѣдуетъ отрубить верхушки разсматриваемаго ствола на томъ мѣстѣ, гдѣ при началѣ періода приращенія, находится конецъ младшаго дерева; мѣсто это можетъ быть найдено, какъ было уже неоднократно упомянуто, отсчитываніемъ m числа годовыхъ побѣговъ; послѣ правильнаго отсѣченія вершины (Пресслеръ называетъ «Zuwachsrecht entwirpelt»), надо измѣрить оставшійся безъ вершины стволъ и на срединѣ всей его длины распилить его на двое и на образовавшейся площади поперечнаго разрѣза измѣрить діаметръ какъ теперешней поперечнои площади, такъ и прежней за пять лѣтъ.

Если діаметръ первой $= d_n$, а второй $= d$, то объемъ

*) Neue holzwirtschaftliche Tafeln, S. 198.

обоихъ стволовъ $= \frac{\pi}{4} \delta_n^2 H + \frac{\pi}{4} \delta^2 H$; слѣдовательно, масса приращенія $= \frac{\pi}{4} (\delta_n^2 - \delta^2) H$.

Если же $\delta_n = 16,50$, $\delta = 14,54$ сант., $H = 12,4$ метр., — то масса приращенія будетъ равняться $0,265143 - 0,205892 = 0,059251$ куб. метр.

Масса *m* лѣтнаго конца вершинки не вводится вовсе въ расчетъ при этомъ способѣ, что, впрочемъ, по малости величины ея, сравнительно съ общей массой всего ствола, можетъ быть допущено и не составляетъ ощутительную погрѣшность. Притомъ, какъ это опущеніе, такъ и постепенное увеличеніе видовыхъ чиселъ исправляется тѣмъ, что объему подвергается площадь поперечнаго разрѣза нынѣшняго, т. е. старшаго ствола, не на дѣйствительной срединѣ всей длины дерева, а ниже, т. е. на срединѣ остающейся, послѣ отсѣченія вершинки длины, слѣдовательно, на мѣстѣ, гдѣ стволъ нѣсколько толще.

Такъ, напримѣръ, на приведенномъ нами выше стволѣ, оказалось, что на дѣйствительной срединѣ всей длины дерева діаметръ равенъ 14,32 сант., а послѣ правильнаго отсѣченія вершины, на срединѣ остальной длины измѣреніе діаметра указало на величину его 16,50 сант.

Если мы примемъ въ расчетъ діаметры на срединѣ дѣйствительной длины, то, какъ уже выше сказано — получимъ приростъ массы $= 0,038913$ куб. метровъ, а если возьмемъ въ расчетъ величину діаметровъ по срединѣ той части ствола, какая осталась послѣ отсѣченія вершинки, то получимъ приростъ массы $= 0,059251$ куб. метр. Разница въ массѣ прироста, по сравненіи съ выводами полученными отъ вычисленія по отдѣльнымъ отрубкамъ, — въ первомъ случаѣ составляетъ — 0,022698 куб. метра, во второмъ 0,002360 куб. метра или же десятую долю первой.

Вмѣсто того, чтобы разрѣзать стволъ на части, можно у него высверлить цилиндрическіе кусочки дерева, посредствомъ нижеописаннаго въ § 52 приростнаго бурава (Zuwachsbohrrer), по крайней мѣрѣ на двухъ діаметрально противоположныхъ точкахъ; затѣмъ измѣрить посредствомъ мѣрной вилки діаметръ теперешняго ствола вмѣстѣ съ корою и, замѣтивъ на высверленныхъ кусочкахъ дерева толщину коры и ширину послѣднихъ *m* годовичныхъ слоевъ, опредѣлить діаметръ безъ коры теперешняго и прежняго ствола.

§ 49.

Вычисленіе процентовъ прироста.

Опредѣленіе абсолютной величины прироста хотя въ нѣкоторыхъ случаяхъ и бываетъ необходимымъ, но знаніе такой абсолютной величины или вовсе не даетъ намъ понятія или даетъ данныя неудобнообразныя для сужденія объ общемъ ходѣ прироста въ теченіи различныхъ періодовъ жизни дерева или цѣлаго лѣсонасажденія, а иногда чловѣкъ, мало еще знакомый съ законами прироста разныхъ древесныхъ породъ, можетъ придти къ ложнымъ заключеніямъ, если будетъ сравнивать цифры абсолютной величины прироста.

Чтобы избѣжать этого, слѣдуетъ руководиться при сравненіяхъ не абсолютною величиною, но процентами прироста. А именно, слѣдуетъ діаметръ, поперечную площадь сѣченія или объемъ ствола разсматривать, какъ будто бы они въ извѣстное, данное время составляютъ вкладъ или капиталъ, приносящій проценты, а приращенія діаметровъ, площадей и массы, послѣдующіе въ извѣстный срокъ времени, какъ будто это приращеніе есть не иное что, какъ проценты скопившіеся въ тотъ же срокъ на вышеупомянутый вкладъ или капиталъ; слѣдовательно, измѣренныя въ извѣстное время діаметръ, площадь сѣченія или масса разсматриваются какъ начальный капиталъ, а съ прибавленіемъ къ нимъ величины прироста, послѣдовавшаго въ извѣстный срокъ времени, мы получаемъ величину конечнаго капитала; въ такомъ случаѣ, приходится только давать отвѣтъ на вопросъ: какіе проценты доставлялъ капиталъ въ извѣстный срокъ времени, т. е. какими процентами прирастали діаметръ, площадь сѣченія и масса?

На этотъ вопросъ даетъ намъ отвѣтъ правило вычисленія процентовъ, съ помощью котораго вычисляется одна изъ четырехъ величинъ: начальный капиталъ, конечный капиталъ, величина процентовъ вошедшихъ въ учетъ, и время, въ теченіи котораго работалъ капиталъ. Разумѣется, что изъ этихъ величинъ должны быть извѣстны три, чтобы вычислить четвертую неизвѣстную. Такъ какъ основное правило для вычисленія сложныхъ процентовъ выражается такимъ образомъ:

$$K_n = K \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n = K. 1, 0p^n,$$

гдѣ k обозначаетъ величину начального капитала, k_n — величину конечнаго капитала, p — процентъ принятый къ учету, n — время.

Если принять, что въ этомъ уравненіи какія нибудь три величины извѣстны, а четвертая не извѣстна, то получаются четыре уравненія для k_n , k , p и n . А именно, послѣ нѣкоторыхъ легкихъ преобразованій получится:

$$k_n = k \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n = k \cdot 1,0p^n \dots\dots\dots 1)$$

$$k = k_n \left(\frac{1}{1 + \frac{p}{100}} \right)^n = k_n \frac{1}{1,0p^n} \dots\dots\dots 2)$$

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} - 1 \right) 100 \dots\dots\dots 3)$$

$$n = \frac{\log k_n - \log k}{\log \left(1 + \frac{p}{100} \right)} = \frac{\log k_n - \log k}{\log 1,0p} \dots\dots\dots 4)$$

Если разсматривать k какъ нынѣшнюю наличную величину капитала, то k будетъ его предшествовавшая цѣнность (k_r) и уравненіе 2) тогда переходитъ уже въ слѣдующее выраженіе:

$$k_n = k_r \left(\frac{1}{1 + \frac{p}{100}} \right)^n = k_r \frac{1}{1,0p^n} \dots\dots\dots 2^a)$$

Величину $\left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$ или $1,0p^n$, какъ извѣстно, называютъ факторомъ конечной цѣнности (N_n), величину же

$\frac{1}{\left(1 + \frac{p}{100} \right)^n} = \frac{1}{1,0p^n}$ — факторомъ начальной цѣнности

капитала (V_n); принимая во вниманіе подобнаго рода обозначеніе, получаютъ

$$k_n = k N_n,$$

$$k_r = k V_n,$$

гдѣ величину N_n и V_n для всѣхъ встрѣчающихся n и p можно заимствовать изъ существующихъ на то таблиц *).

*) Forstl. Hilfsbuch. Taf. 33. und 34. — Vergl. auch noch I Bd. 3. Abth. Taf. 21 und 22.

На русскомъ языкѣ подобныя же таблицы помѣщены въ справочной книгѣ „для земледѣльца и лѣсника“ Арнольда. 1862 г., на стр. 235—240. Также въ справочныхъ книгахъ Баталина и лѣсномъ календарѣ Девріена.

Если эти формулы приложить къ дѣлу опредѣленія прироста, т. е. если вмѣсто k и k_n поставить D и D_n , G и G_n , V и V_n , гдѣ D , G и V обозначаютъ прежнюю, D_n , G_n , V_n —послѣдующую величину, увеличенную приращеніемъ діаметра, либо поперечной площади сѣченія, либо объема, — то получается:

$$а) \text{ Процентъ приращенія діам. } p_D = \left(\sqrt[n]{\frac{D_n}{D}} - 1 \right) 100;$$

$$б) \text{ процентъ приращенія пл. } p_G = \left(\sqrt[n]{\frac{G_n}{G}} - 1 \right) 100,$$

или если замѣнить G и G_n величинами

Съ помощью этихъ таблицъ величины n и p могутъ быть также вычислены. Въ виду того обстоятельства, что извѣстно, что

$$N_n = \frac{k_n}{k}, \quad V_n = \frac{k_v}{k},$$

то если въ приведенныхъ таблицахъ дано p , нужно только отыскать въ вертикальномъ столбцѣ, соответствующемъ данному p , величину равную частному отъ раздѣленія

$$\frac{k_n}{k} \text{ и } \frac{k_v}{k}.$$

Стоящая въ одномъ горизонтальномъ ряду съ этимъ частнымъ величина n и будетъ искомая. Если же величины $\frac{k_n}{k}$ и $\frac{k_v}{k}$ не совершенно точно совпадаютъ съ величинами помѣщенными, въ таблицахъ, то всегда найдутся на лицо двѣ приближающіяся величины, между которыми заключается n .

Подобнымъ же образомъ можно приблизительно опредѣлить p , если извѣстно n . Въ такомъ случаѣ отыскиваютъ въ таблицахъ противъ извѣстнаго n въ горизонтальной строкѣ величину равную или возможно ближе подходящую къ величинѣ частного, получаемого отъ раздѣленія $\frac{k_n}{k}$ или $\frac{k_v}{k}$, и гдѣ таковая величина найдется, тамъ въ заголовкѣ вертикальнаго столбца показано будетъ искомое p .

Если бы, напримѣръ, требовалось узнать, сколько времени долженъ лежать капиталъ, отданный въ ростъ по 4% для того, чтобы онъ увеличился вдвое, то отвѣтъ былъ бы таковъ: такъ какъ $k=1$, $k_n=2$, то

$$N_n = \frac{k_n}{k} = \frac{2}{1} = 2.$$

Если прослѣдить глазами съ верху внизъ по вертикальному столбцу, соответствующему 4%, то найдемъ, что тамъ величина 2 не находится, но имѣются лишь двѣ близко подходящія величины—1,9479 и 2,0258. Первой изъ нихъ соответствуетъ въ горизонтальномъ ряду величина $n=17$, второй—величина $n=18$, т. е. для удвоенія капитала при ростѣ 4% требуется почти 18 лѣтъ.

$$\frac{\pi}{4} D^2 \text{ и } \frac{\pi}{4} D^2 n^*,$$

$$p_G = \left(\sqrt[n]{\frac{D^2 n}{D^2}} - 1 \right) 100;$$

с) Процентъ приращенія массы $p_v = \left(\sqrt[n]{\frac{V_n}{V}} - 1 \right) 100.$

Если бы, напримѣръ, діаметръ $D = 18,73$ сант. достигъ черезъ пять лѣтъ величины 21,00 сант., то процентъ приращенія равнялся бы

$$p_D = \left(\sqrt[5]{\frac{21,00}{18,73}} - 1 \right) 100 = (1,0231 - 1) 100 = 2,31.$$

Такому діаметру соотвѣтствующая площадь имѣла бы въ то же время процентъ прироста площади равный

$$p_G = \left(\sqrt[5]{\frac{21,00^2}{18,73^2}} - 1 \right) 100 = (1,0468 - 1) 100 = 4,68.$$

Процентъ приращенія площади, вычисленной въ § 47, по способу Симсона, если въ этомъ случаѣ будетъ $n = 10$, равнялся бы

$$p_G = \left(\sqrt[10]{\frac{1253,75}{753,42}} - 1 \right) 100 = (1,0521 - 1) 100 = 5,21.$$

И наконецъ, если воспользуемся еще вычисленнымъ примѣромъ въ § 48, гдѣ объемъ ствола въ продолженіи пяти лѣтъ увели-

*) Кромѣ того, слѣдуетъ, если процентъ приращенія діаметра p_D , т. е. если D обратится въ $D \left(1 + \frac{1}{100} p_D \right)$, то

$$p_G = \left(\sqrt[n]{\frac{D^2 \left(1 + \frac{1}{100} p_D \right)^{2n}}{D^2}} - 1 \right) 100 = \left(\left(1 + \frac{1}{100} p_D \right)^2 - 1 \right) 100.$$

А такъ какъ безъ особенно замѣтной ошибки $\left(1 + \frac{1}{100} p_D \right)^2$ можетъ быть замѣнено $1 + 2 \frac{1}{100} p_D$, то можно вывести также, что $p_G = 2 \cdot \frac{1}{100} p_D$, т. е. что процентъ приращенія площади составляетъ немножко больше, чѣмъ удвоенное число, выражающее процентъ приращенія діаметра той же площади.

чился съ 0,189687 до 0,251298 куб. метра, то тутъ мас-
совой приростъ составляетъ

$$p_V = \left(\sqrt[3]{\frac{0,251298}{0,189687}} - 1 \right) 100 = (1,0579 - 1) 100 = 5,79.$$

Если бы на мѣсто величинъ D_n , G_n , V_n были бы даны
непосредственно приросты или разности $D_n - D = \Delta_n$,
 $G_n - G = \Gamma_n$, $V_n - V = \Upsilon_n$, то, такъ какъ $\frac{k_n}{k} = \frac{k_n - k}{k} + 1$,

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{k_n - k}{k} + 1} - 1 \right) 100$$

а вмѣстѣ съ тѣмъ

$$p_D = \left(\sqrt[n]{\frac{\Delta_n}{D} + 1} - 1 \right) 100,$$

$$p_G = \left(\sqrt[n]{\frac{\Gamma_n}{G} + 1} - 1 \right) 100,$$

$$p_V = \left(\sqrt[n]{\frac{\Upsilon_n}{V} + 1} - 1 \right) 100.$$

§ 50.

Продолженіе.

Развитія въ предъидущемъ параграфѣ формулы требу-
ютъ для ихъ вычисленія логарифмическія или какіянибудь
другія вспомогательныя таблицы. Но въ тѣхъ случаяхъ,
когда періодъ приращенія очень длиненъ и конечныя цѣн-
ности весьма значительно больше первоначальнаго капитала,
тамъ является неизбѣжная необходимость пользоваться выше-
показанными формулами при вычисленіи величинъ k_n , k ,
 p , и n . За то при меньшихъ промежуткахъ времени и если
 D_n , G_n , V_n не на очень много разнствуютъ отъ D , G ,
 V , то можно съ пользою употреблять нѣкоторыя формулы
приближенія, къ выводу которыхъ приходимъ слѣдующимъ
путемъ.

Въ уравненіи

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} - 1 \right) 100$$

членъ $\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}}$ можно изобразить и такимъ образомъ

$$\sqrt[n]{\frac{k + k_n - k}{k}} = \sqrt[n]{1 + \frac{k_n - k}{k}}$$

Если же $k_n - k < k$, то $\frac{k_n - k}{k} < 1$ и величина

$\sqrt[n]{1 + \frac{k_n - k}{k}}$ может тогда быть развита по биному закону въ цѣлый рядъ

Тогда получать

$$\sqrt[n]{1 + \frac{k_n - k}{k}} = 1 + \frac{1}{n} \frac{k_n - k}{k} - \frac{n-1}{2n^2} \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2 + \dots$$

Если помножить обѣ стороны этого уравненія на

$$1 + \frac{n-1}{2n} \cdot \frac{k_n - k}{k}, \text{ то}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{1 + \frac{k_n - k}{k}} \left(1 + \frac{n-1}{2n} \frac{k_n - k}{k} \right) &= 1 + \frac{n-1}{2n} \frac{k_n - k}{k} \\ &+ \frac{1}{n} \frac{k_n - k}{k} + \frac{n-1}{2n^2} \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2 - \frac{n-1}{2n^2} \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2 \\ &- \frac{(n-1)^2}{4n^3} \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^3 + \dots \end{aligned}$$

Такъ какъ умноженные на $\left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2$ члены взаимно уничтожаются, а членами съ высшими степенями можно пренебречь, откинувъ ихъ, то послѣ незначительной редукции останется

$$\sqrt[n]{1 + \frac{k_n - k}{k}} \left(1 + \frac{n-1}{2n} \frac{k_n - k}{k} \right) = 1 + \frac{n+1}{2n} \frac{k_n - k}{k}$$

Изъ этого слѣдуетъ, что

$$\sqrt[n]{1 + \frac{k_n - k}{k}} = \frac{1 + \frac{n+1}{2n} \frac{k_n - k}{k}}{1 + \frac{n-1}{2n} \frac{k_n - k}{k}}$$

Если на правой сторонѣ этого уравненія произвести дѣленіе, то выходить:

$$1 + \frac{\frac{1}{n} \cdot \frac{k_n - k}{k}}{1 + \frac{n-1}{2n} \frac{k_n - k}{k}}$$

или

$$1 + \frac{2(k_n - k)}{k_n(n-1) + k(n+1)},$$

такъ что получаютъ

$$p = \left(1 + \frac{2(k_n - k)}{k_n(n-1) + k(n+1)} - 1 \right) 100 = \frac{k_n - k}{k_n(n-1) + k(n+1)} 200^*).$$

Для процентовъ прироста діаметровъ, площадей и массы, примѣняя къ нимъ эти приблизительныя формулы, получаютъ слѣдующаго рода величины:

$$p_D = \frac{D_n - D}{D_n(n-1) + D(n+1)} 200,$$

$$p_G = \frac{G_n - G}{G_n(n-1) + G(n+1)} 200,$$

$$p_V = \frac{V_n - V}{V_n(n-1) + V(n+1)} 200.$$

Численные примѣры предъидущихъ параграфовъ, вычисленные помощью этихъ формулъ приближенія, даютъ слѣдующіе результаты:

$$p_D = \frac{21,00 - 18,73}{21,00 \cdot 4 + 18,73 \cdot 6} 200 = \frac{2,27}{196,38} 200 = 2,31$$

$$p_G = \frac{1253,75 - 753,42}{1253,75 \cdot 9 + 753,42 \cdot 11} 200 = \frac{500,33}{19571,37} 200 = 5,11,$$

$$p_V = \frac{0,251298 - 0,189687}{0,251298 \cdot 4 + 0,189687 \cdot 6} 200 = \frac{0,061611}{2,143314} 200 = 5,75.$$

По строгимъ математическимъ формуламъ получились для тѣхъ же примѣровъ слѣдующія числа: 2,31; 5,21; 5,79, такъ что разница составляетъ не болѣе какъ 0,00; —0,10; +0,04.

Подобныя, хотя и менѣе точныя формулы вывелъ Пресслеръ слѣдующимъ образомъ **). Если капиталъ въ продол-

*) Для k_n , k и n изъ этого вытекаютъ слѣдующія выраженія:

$$k_n = \frac{200 + p(n+1)}{200 - p(n-1)} k,$$

$$k = \frac{200 + p(n-1)}{200 + p(n+1)} k_n,$$

$$n = \frac{k_n - k}{k_n + k} \frac{200 + p}{p}$$

**) Neue holzwirtschaftliche Tafeln. S. 202.

женіи n лѣтъ превратится изъ k въ k_n , то его ежегодное приращеніе среднимъ числомъ будетъ $\frac{1}{n} (k_n - k)$, его же средняя стоимость $\frac{1}{2} (k_n + k)$.

При p процентахъ будетъ слѣдовательно

$$\frac{1}{2} (k_n + k) \frac{p}{100} = \frac{1}{n} (k_n - k)$$

и изъ этого выходитъ

$$p = \frac{k_n - k}{k_n + k} \frac{200}{n}.$$

Если въ эту формулу ввести величины D_n и D , G_n и G , V_n и V , то получится, что

$$p_D = \frac{D_n - D}{D_n + D} \times \frac{200}{n},$$

$$p_G = \frac{G_n - G}{G_n + G} \times \frac{200}{n},$$

$$p_V = \frac{V_n - V}{V_n + V} \times \frac{200}{n}.$$

А вставляя въ эти формулы вышепримѣненные числа, получимъ:

$$p_D = \frac{21,00 - 18,73}{21,00 + 18,73} \times \frac{200}{5} = \frac{2,27}{39,73} \times 40 = 2,29,$$

$$p_G = \frac{1253,75 - 753,42}{1253,75 + 753,42} \times \frac{200}{10} = \frac{500,33}{2007,17} \times 20 = 4,99,$$

$$p_V = \frac{0,251298 - 0,189687}{0,251298 + 0,189687} \times \frac{200}{5} = \frac{0,061611}{0,440985} \times 40 = 5,59.$$

Уклоненія отъ дѣйствительныхъ величинъ равняются — 0,02, — 0,22, — 0,20, т. е. значительно большія, чѣмъ въ развитыхъ нами формулахъ приближенія и къ тому же еще разниа всегда съ знакомъ отрицательнымъ. Проценты же прироста получаются по этимъ формуламъ вслѣдствіе этого слишкомъ малыми *).

*) Это замѣчаніе, сдѣланное уже самимъ Пресслеромъ, можетъ быть доказано для того случая, когда k_n не представляетъ большую разницу противу k , слѣдующимъ образомъ:

Выраженіе $\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}}$ можно написать въ другой формѣ

§ 51.

Вычисленіе массоваго процента прироста на стволѣ, у котораго вершинка правильно отсѣчена.

Мы видѣли выше, въ § 48, что объемы прежняго и настоящаго ствола выражаются, если вершинка правильно отсѣчена, такимъ образомъ $V = \frac{\pi}{4} \delta^2 H$ и $V_n = \frac{\pi}{4} \delta_n^2 H$.

Если эти величины ввести въ формулу

$$p_V = \frac{V_n - V}{V_n + V} \cdot \frac{200}{n},$$

то будетъ

$$p_V = \frac{\frac{\pi}{4} \delta_n^2 H - \frac{\pi}{4} \delta^2 H}{\frac{\pi}{4} \delta_n^2 H + \frac{\pi}{4} \delta^2 H} \cdot \frac{200}{n} = \frac{\delta_n^2 - \delta^2}{\delta_n^2 + \delta^2} \frac{200}{n},$$

то, если

$$\frac{k_n - k}{k_n + k} \left(1 + \frac{k_n}{k} \right) < 1,$$

т. е. если

$$k_n < 2k,$$

то показанное нами выраженіе можетъ быть развернуто, согласно биномава закона, въ цѣлый рядъ. Тогда получается, если опять та-

ки въ третьемъ членѣ вмѣсто $\frac{k_n - k}{k_n + k} \left(1 + \frac{k_n}{k} \right)$ будетъ поставлено $\frac{k_n - k}{k}$, что

$$\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} = 1 + \frac{1}{n} \frac{k_n - k}{k_n + k} \left(1 + \frac{k_n}{k} \right) - \frac{1}{2n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2 + \frac{1}{6n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(2 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^3 - \dots$$

или, если во второмъ членѣ $1 + \frac{k_n}{k}$ замѣнить выраженіемъ $2 + \frac{k_n - k}{k}$, то

$$\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} =$$

т. е. при правильномъ отсѣченіи вершинки процентъ прироста массы равенъ проценту прироста площади поперечнаго сѣченія, взятой по срединѣ.

Если разность $\delta_n - \delta$ или приращеніе діаметра обозначить черезъ Δ , а частное $\frac{\delta_n}{\Delta}$, названное Пресслеромъ *) от-

носительнымъ діаметромъ, обозначить черезъ q — то будетъ $\delta_n = \Delta q$, $\delta = \delta_n - \Delta = \Delta (q - 1)$, а вмѣстѣ съ тѣмъ

$$p_V = \frac{\Delta^2 q^2 - \Delta^2 (q-1)^2}{\Delta^2 q^2 + \Delta^2 (q+1)^2} \cdot \frac{200}{n} = \frac{q^2 - (q-1)^2}{q^2 + (q-1)^2} \cdot \frac{200}{n}$$

Такъ какъ для вышеприведеннаго примѣра $\delta_n = 16,50$, а $\delta = 14,54$ сант., то $\Delta = 16,50 - 14,54 = 1,96$ сант.,

$q = \frac{16,50}{1,96} = 8,4$, а слѣдовательно,

$$p_V = \frac{70,6 - 54,8}{70,6 + 54,8} \cdot \frac{200}{5} = \frac{15,8}{125,4} \cdot 40 = 5,04 \text{ процент.}$$

$$= 1 + \left[\frac{2}{n} \frac{k_n - k}{k_n + k} + \frac{1}{n} \frac{(k_n - k)^2}{(k_n + k)k} \right] - \frac{1}{2n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2 + \frac{1}{6n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(2 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^3 - \dots$$

Такъ какъ члены этого ряда, начиная съ третьяго, получаютъ по переменно отрицательные и положительные знаки и кромѣ того абсолютная величина каждаго послѣдующаго члена, является меньшею чѣмъ предыдущаго, то поэтому сумма всехъ членовъ, начиная съ третьяго, будетъ отрицательной и меньше, чѣмъ этотъ членъ, а именно, будетъ по известнымъ положеніямъ равна

$$- \frac{p}{2n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{k_n - k}{k} \right)^2,$$

гдѣ $0 < p < 1$, т. е. гдѣ p является положительною настоящею дробью. Вмѣстѣ съ тѣмъ будетъ

$$\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} = 1 + \frac{2}{n} \frac{k_n - k}{k_n + k} + \frac{1}{n} \frac{(k_n - k)^2}{k} \left[\frac{1}{k_n + k} - \frac{p}{2k} + \frac{p}{2n k} \right].$$

Агрегатъ же $\frac{1}{k_n + k} - \frac{p}{2k} + \frac{p}{2n k}$, при сдѣланныхъ нами предполо-

женіяхъ, будетъ положительнымъ, а слѣдовательно, $\sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} >$

$$1 + \frac{2}{n} \frac{k_n - k}{k_n + k}.$$

Изъ этого же слѣдуетъ, что

$$p > \left(1 + \frac{2}{n} \frac{k_n - k}{k_n + k} - 1 \right) 100 > \frac{k_n - k}{k_n + k} \times \frac{200}{n},$$

что и требовалось доказать.

*) Neue holzwirtschaftliche Tafeln. S. 199.

Для сокращенія этой процедуры вычисленія Пресслеръ составилъ таблицу *), которая содержитъ въ себѣ для извѣстнаго количества величинъ, начиная отъ $q=2$ и до $q=300$ вычисленную уже дробь $\frac{q^2-(q-1)^2}{q^2+(q-1)^2}$, такъ что по вычисленіи относительнаго діаметра q , слѣдуетъ только отыскать его въ таблицѣ, причемъ возлѣ и будетъ находиться соотвѣтственный n -лѣтній процентъ приращенія, изъ котораго уже посредствомъ раздѣленія на число лѣтъ періода приращенія и получится ежегодный процентъ. Такъ на примѣръ, если въ этой таблицѣ отыскиваютъ $q=9$, то сейчасъ же возлѣ найдутъ 23,5. Это число, раздѣленное на пять, если $n=5$, даетъ ежегодный процентъ прироста 4,7.

О большей или меньшей степени пригодности способа Пресслера, приговоръ надо ожидать отъ опыта. Нѣсколько подобныхъ опытовъ Кунцъ сообщилъ раньше **). Они были произведены надъ 99 лѣтней пихтой, а именно, у этого дерева вычислены были проценты прироста между 50 и 99 годами возраста для каждаго отдѣльнаго пятилѣтняго періода времени и притомъ двумя способами: одинъ разъ по способу раздѣленія дерева на отрубки съ вычисленіемъ каждаго порознь, а другой разъ по способу Пресслера съ правильнымъ отсѣченіемъ вершинки.

При этомъ получились слѣдующія числа:

Процентъ прироста составлялъ

Въ годахъ возраста.	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
а) По вычисленіямъ отрубкамъ	5,12	4,04	3,38	3,26	2,13	1,48	1,47	1,48	1,12	0,95
б) По способу Пресслера.	6,14	4,28	3,48	3,32	2,62	1,12	1,28	1,60	1,24	0,98
в) Разность	+1,02	+0,24	+0,10	+0,06	+0,49	-0,36	-0,19	+0,12	+0,12	+0,03

Исслѣдованія Герндля и Келлнера ***)) надъ четырьмя стволами дали процентъ прироста послѣднихъ 10 лѣтъ

*) Bd. 3 Abth. Taf. 23. u. a. D.

**) Krit. Blätt. 49. Bd. 2 H. S. 111.

***)) Сообщенія Пресслеромъ въ Tharand. forstl. Jahrb. 21 B.S.122

	на 1	на 2.,	на 3	на 4.
	стволъ			
	(31 отруб.)	(25 отруб.)	(25 отруб.)	(28 отруб.)
а) По способу дѣленія на отруб-ки.....	2,0	2,1	2,7	2,1
б) По способу Пресслера	1,9	1,9	3,0	2,0
Разность	—0,1	—0,2	+0,3	—0,1.

§ 52.

Буравъ для измѣренія слоевъ.

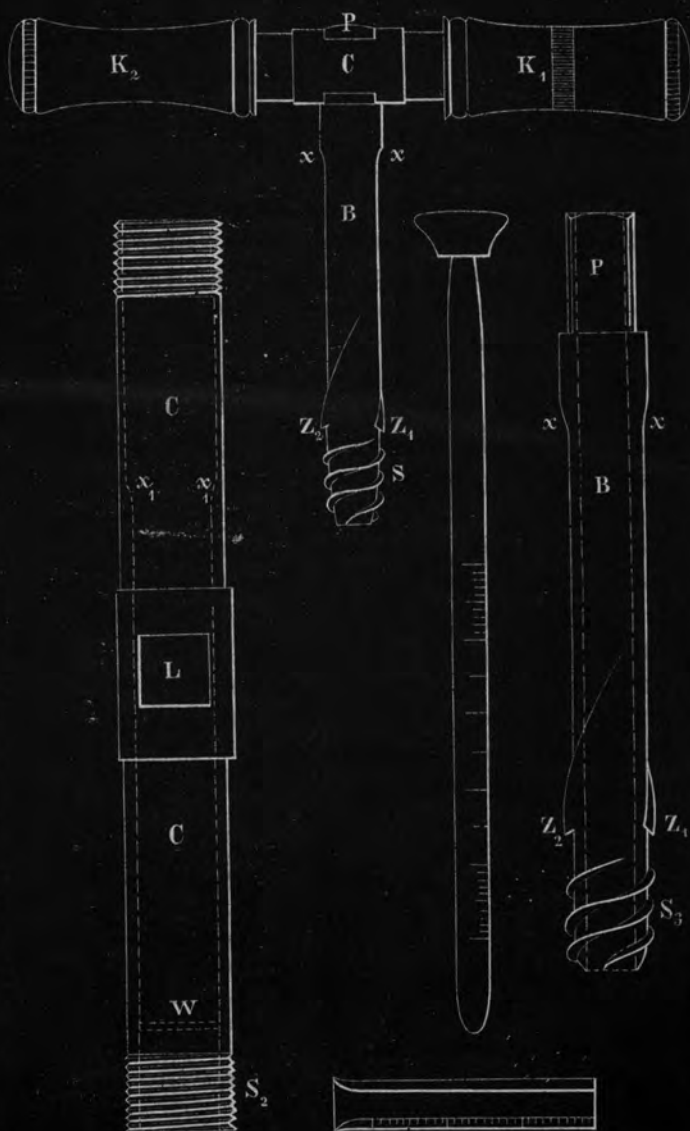
Сокращенный способъ, описанный въ предыдущемъ параграфѣ, не представляетъ однако же возможность, съ помощью его одного, изслѣдвать приростъ растущихъ деревьевъ. Для этого прежде всего необходимъ такой методъ изслѣдованія, при которомъ можно бы судить о процентѣ количественнаго или массоваго прироста на данномъ деревѣ, основываясь на непосредственномъ измѣреніи прироста площади поперечнаго сѣченія ствола, взятой на удободоступной высотѣ отъ земли, Кроме того нуженъ еще инструментъ, съ помощью котораго можно было бы вырѣзать изъ дерева безъ большаго для него вреда части, необходимыя для изслѣдованія и заключающія въ себѣ послѣднія годовичныя кольца. Этому послѣднему требованію вполне удовлетворяетъ «приростный буравъ» Пресслера.

Упомянутый инструментъ въ своемъ новѣйшемъ видѣ *) состоитъ изъ полаго желѣзнаго цилиндра *C*, въ 12,3 сант. длины, котораго діаметръ внутри между стѣнками = 1,2, а снаружи около 1,5 сант. (фиг. 40 и 41) **); цилиндръ

*) Первоначальный видъ бурава для опредѣленія прироста описанъ и поясненъ чертежемъ въ сочиненіи: *Der Waldbau des National ökonomen. Ration. Forstw. 5. Heft. Dresden. 1865. S. 76.* Усовершенствованный же видъ инструмента описанъ въ *Tharand. Forstl. Jahrb. 17 Bd. S. 156.* Одинъ экземпляръ бурава той конструкции, которой описаніе мы помѣщаемъ здѣсь, доставленъ изобрѣтателемъ въ августѣ 1872 года. По русски описаніе и употребленіе приростнаго бурава смотри: „Двадцать пять формулъ Пресслера“, переводъ съ нѣмек. В. Ольшевскаго. С.-Петербургъ. 1875 г. Изданіе Девріена.

**) Фиг. 40 представлена въ $\frac{2}{3}$ натуральной величины; фиг. 41 до 44 въ натуральной величинѣ.

этотъ на обоихъ концахъ снабженъ винтовыми наръзками на протяженіи 1-го сант. S_1 S_2 (фиг. 41.); но на эти наръзки навинчиваются съ каждой стороны по одному мѣдному чухлу K_1 K_2 (фиг. 40.) длиною около 5 сант.



Такъ, какъ эти мѣдные чахлы во всю свою длину снабжены внутри винтовыми ходами, то этимъ дана возможность удлинять цилиндръ *C* приблизительно до 20 сантиметровъ. По срединѣ своей длины цилиндръ *C* имѣетъ пробойну *L* (фиг. 41) квадратной формы, каждая сторона которой длиною въ 0,95 сант.; въ эту пробойну входитъ верхняя въ 1,5 сант. длины параллелепипедическая часть *P* (фиг. 40 и 42) бурава. Этотъ буравъ *B* (фиг. 40 и 42), представляетъ стальное, частью цилиндрическое, частью коническое тѣло, въ 10,2 сантиметра длины, которое внутри высверлено въ видѣ усѣченного конуса и образуетъ у конца круглое острое лезвіе (подобно тому, какъ дѣлается на выѣчкѣ для ружейныхъ пыжей) гдѣ діаметръ круга этого лезвія составляетъ 0,6 сант., тогда какъ ближе къ противоположному концу высверленная пустота расширяется до 0,7 сант.; такое расширение къ верху имѣетъ ту цѣль, чтобы выбуравленный кусочекъ дерева не плотно терся о внутреннюю стѣнку и не разрывался, при поворотѣ бурава. Снаружи буравъ на мѣстѣ ^{xx} (фиг. 40 и 42) нѣсколько толще, затѣмъ къ низу вытягивается въ цилиндрическое горлышко, которое только близъ самаго конца на протяженіи 1,7 сант. получаетъ коническую форму и заканчивается, какъ уже упомянуто, круглымъ лезвіемъ σ (фиг. 40 и 42), гдѣ діаметръ 0,6 сант. Кромѣ того упомянутая нижняя конусообразная часть снабжена на протяженіи 1,4 сант. двуряднымъ винтовымъ ходомъ *S*₃ (фиг. 40 и 42) съ подъемомъ въ 0,9 сант.; надъ этимъ винтовымъ ходомъ около 0,5 сант. выше находятся два, укрѣпленные одинъ противъ другаго діаметрально противоположно острые зубцы *Z*₁*Z*₂, служащіе для расширения высверленного въ деревѣ хода и для уменьшенія давленія на внѣшнюю стѣнку бурава; а для уборки опилокъ дерева отъ этихъ зубцовъ идутъ на протяженіи 2,5 сант. винтовые ходы.

Когда буравъ *B* не употребляется, то онъ прячется въ цилиндръ *C*, а чтобы его предохранить отъ выпаденія изъ послѣдняго, то на концахъ навинчиваются мѣдные чахлы *K*, снабженные зазубренными кольцами, чтобы легче было ихъ завинчивать и отвертывать. Цилиндръ же *C*, приблизительно на 11 сант. своей длины, раздѣленъ внутри, посредствомъ поперечной стѣны (фиг. 41), на два отдѣленія, въ одно изъ которыхъ, какъ и было уже замѣчено, входитъ буравъ. Но, чтобы не притуплялось лез-

віе, надо класть буравъ такъ, чтобы онъ лезвіемъ не приходился къ перегородкѣ W , а напротивъ легъ къ концу обозначенному S_1 ; впрочемъ самая форма бурава и форма пустаго внутри цилиндра C уже воспрепятствуютъ укладки бурава иначе, какъ лезвіемъ въ сторону, противоположную перегородкѣ W .

Другая камера, образуемая въ цилиндрѣ C посредствомъ перегородки W , гораздо меньше и служитъ для храненія тамъ жира или сала, чтобы послѣ или даже во время употребленія бурава можно было смазывать инструментъ.

Кромѣ того въ отверстіи бурава находится еще ланцетъ или игла въ 11 сант. длины (фиг. 43).

На одной плоской сторонѣ этого ланцета выпилены плоскіе зубчики, между тѣмъ какъ на другой, гладкой сторонѣ, находится раздѣленный на миллиметры масштабъ. Для предохраненія отъ потери иглы продѣваютъ черезъ сдѣланное въ ея концѣ отверстіе шнурокъ, который и прикрѣпляютъ къ пуговкѣ.

§ 53.

Продолженіе.

При употребленіи, буравъ и игла вынимаются изъ цилиндра C ; затѣмъ, послѣдній удлиняется посредствомъ мѣдныхъ чохловъ K_1K_2 , буравъ вставляется въ пробочку L , такъ что цилиндръ C образуетъ рукоятку бурава *); инструментъ же остріемъ α приставляется къ тому мѣсту, гдѣ хотятъ вырѣзать у дерева шпонъ и именно это должно быть произведено перпендикулярно къ оси дерева. Затѣмъ приставляютъ буравъ по возможности плотнѣе къ стволу и начинаютъ вертѣть его осторожно и умѣренно, отъ лѣвой руки къ правой, т. е. по направленію часовой стрѣлки или хода солнца, и до тѣхъ поръ, пока зубцы Z_1Z_2 не войдутъ совершенно въ стволъ. Послѣ того можно уже вертѣть быстро до желаемой глубины. Затѣмъ всовываютъ между шпономъ и стѣнкою бурава-ланцетъ или иглу такимъ образомъ, чтобы ея зубчатая сторона легла на шпонъ; для этого надо прежде легонько пробовать въ какомъ именно мѣстѣ игла удобнѣе всего проходить, отнюдь не слѣдуетъ иглу втыкать силою. Когда просунута игла, то она прижметъ высверленный шпонъ дерева къ противополож-

*) Фиг. 40 представляетъ приготовленный для буренія инструментъ.

ной стѣнкѣ бурава и кромѣ того, придерживая своею зазубренною стороною шпонку, заставляеть ее оторваться отъ дерева, когда пачнутъ поворачивать буравъ въ обратную сторону, что и можно узнать по одновременному съ буравомъ движенію головки иглы. Когда это отдѣленіе шпона совершилось, то игла вынимается вмѣстѣ съ высверленнымъ изъ дерева шпономъ.

У деревь, шпонъ которыхъ легко ломается (т. напр. у больныхъ, замерзшихъ стволовъ и т. д.), лучше не вытаскивать иглы, а вмѣсто того, вынувъ совершенно изъ ствола буравъ, внутри котораго большею частью остается шпонъ, хотя игла и не будетъ всунута, затѣмъ вытаскиваютъ шпонъ посредствомъ толчка иглою. Отверстія, сдѣланныя при просвирливаніи на живыхъ стволахъ, замазываютъ цѣлесообразно смолою, садовою замазкою и т. п. для предохраненія отъ доступа воздуха.

Послѣ употребленія слѣдуетъ высушить буравъ и затѣмъ немного помазать его саломъ или жиромъ. Такое смазываніе необходимо произвести и передъ свирленіемъ, когда работа предстоитъ въ твердой древесинѣ. Для измѣренія ширины годичныхъ колецъ пользуются или находящимся на гладкой сторонѣ иглы масштабомъ, раздѣленнымъ на миллиметры, или-же измѣрительной трубочкой, получаемой вмѣстѣ съ буравомъ. Последняя состоитъ изъ открытой сверху, а внизу имѣющей донышко, цилиндрической жестяной трубки (фиг. 44.), имѣющей діаметръ немного большій чѣмъ выбуравленный шпонъ дерева и снабженный разрѣзомъ, на краю котораго нанесено дѣленіе на миллиметры. Если желаютъ посредствомъ этой трубочки измѣрить толщину годичныхъ слоевъ, то необходимо положить шпонъ въ трубочку, начало годичнаго кольца пригнать къ чертѣ одного изъ дѣленій и затѣмъ остается только толщину годичнаго кольца посмотреть на масштабѣ. Впрочемъ гораздо еще лучше для измѣренія толщины слоевъ употреблять маленькій, мелко-раздѣленный масштабъ металлическій или-же изъ слоновой кости.

Для болѣе легкаго распознаванія границъ годичныхъ колецъ, необходимо высверленный шпонъ гладко остругать ножомъ и кромѣ того запастись хорошею лупою для точнаго приложенія масштаба и отсчитыванія на немъ дѣленій. У нѣкоторыхъ-же лиственныхъ деревь кромѣ того слѣдуетъ еще прибѣгнуть къ химическимъ и физическимъ вспомога-

тельными средствами и оструганный пионъ обмочить либо желѣзистымъ хлоридомъ, который окрашиваетъ дубильную кислоту въ зеленоватый цвѣтъ, либо виннымъ эфиромъ, окрашеннымъ въ красный цвѣтъ посредствомъ анилина.

Вслѣдствіе употребленія перваго реактива, годичные древесные слои потому выступаютъ явственнѣе, что дубильная кислота распределена бываетъ неравномѣрно въ весеннемъ и въ осеннемъ полуслоѣ древесины; при употребленіи же втораго реактива происходитъ то, что болѣе сочный весенній полуслой древесины вбираетъ въ себя сильнѣе виннаго ээира и отъ того получаетъ болѣе яркій красный цвѣтъ, чѣмъ осенній полуслой. Если бы и эти реактивы не помогли выяснитъ границы годовыхъ слоевъ, то надо взять тонкіе, какъ листъ бумаги, срѣзы дерева и держать ихъ противъ свѣта; тогда предѣлы слоевъ хорошо сквозятъ.

Для ствола, во всѣхъ своихъ частяхъ правильно построеннаго, достаточно двухъ діаметрально-противоположныхъ буреній. Если же, случайно, будутъ по нечаянности просверлены годичныя кольца не перпендикулярно къ оси дерева, а въ косомъ направленіи, то стоитъ только наложить масштабъ перпендикулярно къ границамъ годичныхъ колецъ. А для того, что-бы получить двумя сверленіями достаточно точные результаты и на неправильно построенныхъ частяхъ ствола, Пресслеръ даетъ слѣдующее наставленіе: слѣдуетъ напередъ опредѣлить, по крайней мѣрѣ изъ четырехъ накрестъ произведенныхъ измѣреній, среднюю величину діаметра и затѣмъ уже произвести просверливаніе на двухъ такихъ мѣстахъ, гдѣ окажется діаметръ равнымъ вычисленному среднему по четыремъ измѣреніямъ. Однако, въ этомъ случаѣ должно толщину слоевъ измѣрять не по направленію перпендикулярному къ границамъ колецъ, а по осмъ длины выверченнаго цилиндрика. Это правило основывается на предположеніи, въ большинствѣ случаяхъ основательномъ, что если періоды приращенія взяты неочень продолжительные, то прежняя площадь поперечнаго сѣченія можетъ быть признана подобною съ теперешнею.

§ 54.

Опредѣленіе, на основаніи площади основанія, процента приращенія массы стволовъ на корню.

Если-бы объемы теперешняго и прежняго ствола относились другъ къ другу какъ площади основаній этихъ ство-

ловъ (измѣренныя выше слѣдовъ утолщенія отъ корней), то процентъ количественнаго или массового приращенія этихъ стволовъ можно было-бы найти по § 51, равнымъ

$$p_r = \frac{q^2 - (q-1)^2}{q^2 + (q-1)^2} \cdot \frac{200}{n} \quad \dots \quad 1).$$

Случай этотъ между прочимъ *) могъ бы наступить тогда, когда бы небыло ни прироста въ высоту, ни измѣненія видового числа,—но такой случай почти невозможенъ.

Уравненіе 1) даетъ вслѣдствіе этого крайній низшій предѣлъ, за который уже не можетъ опуститься процентъ прироста. Такъ-какъ

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H f, \text{ а } V_n = \frac{\pi}{4} D_n^2 H_n f_n,$$

если при этомъ V обозначаетъ объемъ прежняго, а V_n — те-перешняго ствола, то

$$V : V_n = D^2 H f : D_n^2 H_n f_n.$$

Если даже происходитъ приращеніе высоты, но при этомъ форма дерева неизмѣняется, то есть $f_n = f$, и если при-томъ величины D, D_n находятся съ величинами H, H_n въ такомъ соотношеніи что

$$D : D_n = H : H_n,$$

то будетъ

$$H_n = \frac{D_n}{D} H,$$

а вмѣстѣ съ тѣмъ

$$V : V_n = D^3 : D_n^3.$$

Тогда получается, что

*) Изъ уравненій:

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 H f \text{ и } V_n = \frac{\pi}{4} D_n^2 H_n f_n,$$

въ которыхъ N, H, f обозначаютъ діаметръ, высоту и видовое число прежняго ствола, а D_n, H_n, f_n те-перешняго ствола,—слѣдуетъ, что

$$V : V_n = D^2 H f : D_n^2 H_n f_n.$$

Если-же кромѣ того хотять, чтобы осуществить уравненіе:

$$V : V_n = D^2 : D_n^2,$$

то непремѣнно должно также существовать отношеніе

$$D^2 : D_n^2 = D^2 H f : D_n^2 H_n f_n,$$

или должно

$$H f = H_n f_n,$$

а изъ этого выходитъ пропорція

$$H : H_n = f_n : f,$$

т. е. объемы двухъ стволовъ относятся лишь тогда какъ ихъ площади основанія, когда рутинныя видовыя числа этихъ стволовъ обратно пропорціональны къ высотамъ деревь,

$$p = \frac{D_n^3 - D^3}{D_n^3 + D^3} \times \frac{200}{n}$$

изъ чего по указанному въ § 51 приему слѣдуетъ, что

$$p = \frac{q^3 - (q-1)^3}{q^3 + (q-1)^3} \times \frac{200}{n}.$$

Вдоль всей не покрытой вѣтвями части древеснаго ствола (названномъ Пресслеромъ въ тѣсномъ смыслѣ «Schaft», т. е. гладкій стволъ, тогда какъ покрытую вѣтвями часть — въ отличіе онъ называетъ «Zopf», коронкой или вершинкой) приращеніе діаметра бываетъ, по меньшей мѣрѣ, равнымъ приращенію толщины основанія, въ большинствѣ-же случаевъ бываетъ больше. Слѣдовательно, вдоль этой непокрытой вѣтвями части ствола, форма его становится полнодревеснѣе, а чрезъ то увеличивается и видовое число.

Поэтому уравненіе $p = \frac{q^3 - (q-1)^3}{q^3 + (q-1)^3}$ никакъ не можетъ быть выраженіемъ наибольшей величины, которой достигаетъ въ природѣ процентъ прироста; отъ того-то Пресслеръ въ своихъ таблицахъ *) принялъ за наибольшій предѣлъ для p величину $\frac{q^{3^{1/3}} - (q-1)^{3^{1/3}}}{q^{3^{1/3}} + (q-1)^{3^{1/3}}}$.

Пресслеръ вычислилъ не только величины $\frac{q^2 - (q-1)^2}{q^2 + (q-1)^2}$ и $\frac{q^3 - (q-1)^3}{q^3 + (q-1)^3}$ для большаго числа величинъ q , между 2 и 300, но вставилъ еще между нихъ, посредствомъ простаго арифметическаго интерполированія, двѣ строчки чиселъ, которыя соответствуютъ приблизительно величинамъ $\frac{q^{2^{1/3}} - (q-1)^{2^{1/3}}}{q^{2^{1/3}} + (q-1)^{2^{1/3}}}$ и $\frac{q^{2^{2/3}} - (q-1)^{2^{2/3}}}{q^{2^{2/3}} + (q-1)^{2^{2/3}}}$.

Онъ же, кромѣ того, получилъ величину, близко подходящую къ наибольшей величинѣ $\frac{q^{3^{1/3}} - (q-1)^{3^{1/3}}}{q^{3^{1/3}} + (q-1)^{3^{1/3}}}$, причисляя къ $\frac{q^3 - (q-1)^3}{q^3 + (q-1)^3}$ третью часть разности обѣихъ вышеуказанныхъ величинъ, и такимъ образомъ образовалъ пять различныхъ ступеней прироста, находящихся въ зависимости

*) Zur Forstzuwachskunde. Ration. Forstw. 7 II. S. 76 u. 77. — Forstliches Hilfsbuch. Taf. 23 unter der Bezeichnung „n-jähriges Massenzuwachprocent rückwärts.“

отъ роста въ высоту и отъ мѣста, гдѣ начинается коронка *) или какъ предлагаемъ называть по русски «хвостъ ствола.»

Первая или нижняя ступень, какъ было уже упомянуто, характеризуется отсутствіемъ роста въ высоту и неизмѣняемостью формы. Въ природѣ приростъ сообразно этой ступени встрѣчается очень рѣдко; высшая же или пятая ступень, напротивъ того, распознается или тѣмъ, что хвостъ начинается надъ землею на 0,7 до 0,8 всей общей высоты дерева, причемъ ростъ въ высоту бываетъ полный, т. е. увеличеніе высоты происходитъ въ одинаковой пропорціи какъ увеличеніе толщины у основанія дерева, или же тѣмъ, что хвостъ начинается нѣсколько ниже противъ только что упомянутой высоты, но за то оказывается, что ростъ въ высоту происходитъ въ нѣсколько сильнѣйшей пропорціи, чѣмъ ростъ толщины у основанія дерева.

Между этими двумя крайними ступенями заключаются три остальные, которыя опредѣляются по соображенію съ ростомъ въ высоту и мѣстомъ, гдѣ начинается коронка.

Численнымъ примѣромъ можетъ намъ послужить приведенная уже раньше много разъ сосна. Она обнаружила на 1,8 метр. надъ землею среднюю ширину послѣднихъ пяти годичныхъ колець въ 2,05 сант., толщину коры—въ 1,5 сант., а діаметръ въ 21,05 сант.

Слѣдовательно, $D_n = 21,05 - 1,50 = 19,55$ сант., $D = 19,55 - 2,05 = 17,50$ сант., $q = 19,55 : 2,05 = 9,5$. Мѣсто прикрѣпленія коронки находилось на 0,4 теперешней высоты, слѣдовательно, довольно низко; приращеніе въ высоту можно было приблизительно признать пропорціональнымъ приращенію діаметра,—такъ что дерево это надо было отнести къ III ступени прироста.

При относительномъ діаметрѣ 9,5 въ III-мъ классѣ пятилѣтній процентъ приращенія 29, слѣдовательно текущій годовой $29 : 5 = 5,8$.

Выше, въ § 49, мы нашли по разбивкѣ дерева на части и вычисленію ихъ, что процентъ приращенія равняется 5,79, такъ что здѣсь оба результата совершенно совпадаютъ.

Изслѣдованія о степени точности, которой можно достичь при опредѣленіи процента количественнаго или массового прироста съ помощью вычисленія прироста площади осно-

*) I Bd. 3. Abth. Taf. 24 и а. D.

ванія, были уже произведены Кунце *) на упомянутой уже раньше въ § 51., пихтѣ.

Это дерево, принадлежащее по таблицѣ къ IV-му классу, доставило слѣдующія числа, выражающія его процентъ прироста:

Въ лѣтахъ возраста.	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
а) По из- слѣдова- нію на от- рубкахъ.	5,12	4,04	3,38	3,26	2,13	1,48	1,47	1,48	1,12	0,95
б) По вы- численію прироста площади сѣченія на высо- тѣ 1,7 м. надъ зем- лею.	4,20	3,40	2,60	3,00	2,20	1,26	1,14	1,24	1,10	0,88
Разность.	-0,92	-0,64	-0,78	-0,26	+0,07	-0,22	-0,33	-0,24	-0,02	-0,07

Весьма значительная разность, выказавшаяся въ трехъ первыхъ ступеняхъ возраста, сравнительно съ прочими, безъ сомнѣнія, произошла отъ того, что въ этихъ младшихъ годахъ возраста, нашу пихту слѣдовало бы отнести къ V ступени по приросту. Тогда бы получились по таблицѣ проценты прироста 4,60, 3,80, 3,00, а разности съ дѣйствительными процентами прироста составили бы только —0,52, —0,24, —0,38,

Ислѣдованія Гердля и Келлнера **) произведены надъ 100 стволами, на которыхъ вычисленъ былъ процентъ прироста, соответствующій послѣднимъ годамъ; причемъ напередъ ислѣдованія сдѣланы у растущихъ деревь на ихъ площади основанія, а послѣ срубки и отсѣченія правильнымъ образомъ вершинки, на самой серединѣ оставшейся длины стволовъ. Эти ислѣдованія дали намъ результатъ, что изъ взятой сотни деревь только на двухъ стволахъ результаты обоихъ способовъ различались на 0,6 и на пяти стволахъ разница достигала 0,5 процента. Въ среднемъ же выводѣ изъ всѣхъ ста деревь оказалось, что массовый приростъ составлялъ по первому методу 2,22, а по второму методу 2,21 процента.

Если по ислѣдованіи прироста площади основанія, вы-

*) Krit. Bl. 49, Bd. 2. H. S. III.

**) Tharand forstl. Jahrb. 21. Bd. S. 118.

веденъ процентъ массового прироста ствола, то этотъ процентъ прироста можетъ быть, въ средневозрастныхъ и спѣлыхъ деревьяхъ, принять за величину процента прироста всего дерева, т. е. ствола вмѣстѣ съ кроною, потому что если съ прибывающей общей высотой не измѣняется отношеніе, существовавшее между длиною голаго безсучнаго ствола и всею высотой дерева, то, въ такомъ случаѣ, также не измѣняется и отношеніе массы сучьевъ къ массѣ ствола (см. § 34 законъ массы сучьевъ).

§ 55.

Оцѣнка будущей массы прироста и выраженіе этой массы процентами.

Въ предъидущихъ изслѣдованіяхъ нашихъ, мы хотя отчасти и основывались на методахъ приближенія, но все-таки выводы наши упирались на непосредственныхъ дѣйствительныхъ измѣреніяхъ, ибо величины D , D_n и вмѣстѣ съ ними q подвергались точному обмѣру, оцѣнку же роста въ вышину и мѣста прикрѣпленія кроны, а въ связи съ ними и ступени прироста, можно было произвести безъ затрудненія. Но коль скоро мы приступаемъ къ опредѣленію ожидаемаго впредъ, въ теченіи болѣе или менѣе продолжительнаго срока времени, количественнаго прироста и процента этого прироста т. е. вѣроятнаго увеличенія массы, то мы уже теряемъ подъ ногами твердую почву и по необходимости должны довольствоваться одними величинами вѣроятностей; въ этомъ случаѣ единственною необманчивою основою, отъ которой должны исходить всѣ наши дальнѣйшія заключенія, можетъ быть величина бывшаго прежде прироста и выраженіе его въ процентахъ.

При подобныхъ оцѣнкахъ слѣдуетъ имѣть въ виду то обстоятельство, что въ томъ случаѣ, если не послѣдовали въ хозяйствѣ особенныя мѣропріятія которыя-бы могли оказывать сильное вліяніе на величину приращенія діаметра высоты и видоваго числа или покрайней мѣрѣ на одинъ изъ этихъ факторовъ,—то ожидаемый въ будущемъ, въ теченіи n —лѣтнаго періода, приростъ древесины, выраженный не положительнымъ количествомъ ея, а въ видѣ процентовъ, составитъ цифру процентовъ менѣе той, какую составлялъ приростъ въ предшествовавшемъ такомъ же n —лѣтнемъ періодѣ времени.

Если V_{n_1} обозначает массу будущего, V_n — тепершняго ствола, то будущій процент прироста массы будетъ

$$p'_v = \frac{V_{n_1} - V_n}{V_{n_1} + V_n} \times \frac{200}{n_1}.$$

Если сдѣлать тѣ-же предположенія и для V_{n_1} и V_n , какія мы дѣлали выше для V_n и V , — то низшая ступень прироста опять-таки будетъ та, у которой объемы относятся другъ-къ-другу, какъ квадраты площадей основанія; вслѣдствіе чего только что помѣщенное нами уравненіе переходитъ въ слѣдующее:

$$p'_v = \frac{D_{n_1}^2 - D_n^2}{D_{n_1}^2 + D_n^2} \frac{200}{n}.$$

Если предположить, что $D_{n_1} - D_n = \Delta_1$, а $D_n : \Delta_1 = q_1$, то будетъ $D_n = \Delta_1 q_1$, $D_{n_1} = \Delta_1 (q_1 + 1)$, а вмѣстѣ съ тѣмъ

$$p'_v = \frac{(q_1 + 1)^2 - q_1^2}{(q_1 + 1)^2 + q_1^2} \frac{200}{n_1}.$$

Совершенно такъ-же какъ и раньше получается при полномъ ростѣ въ высоту (ступень приращенія IV'), т. е. когда приращеніе діаметра является пропорціональнымъ приращенію въ высоту, что процентъ массового прироста равняется:

$$p'_v = \frac{(q_1 + 1)^3 - q_1^3}{(q_1 + 1)^3 + q_1^3} \frac{200}{n_1},$$

а посредствомъ простой ариметической интерполяціи между I и IV степенями, получаются промежуточные двѣ ступени, т. е. II и III классы прироста, соотвѣтствующія приблизительно величинамъ

$$\frac{(q_1 + 1)^{21/3} - q_1^{21/3}}{(q_1 + 1)^{21/3} + q_1^{21/3}} \text{ и } \frac{(q_1 + 1)^{22/3} - q_1^{22/3}}{(q_1 + 1)^{22/3} + q_1^{22/3}}.$$

Если же одну третью долю разности между I и IV классами приложить къ IV классу, то получается максимумъ прироста или V классъ, который весьма близко подходит къ величинѣ:

$$\frac{(q_1 + 1)^{31/3} - q_1^{31/3}}{(q_1 + 1)^{31/3} + q_1^{31/3}}.$$

Пресслеръ также вычислилъ выраженіе *)

*) Zur Forstzuwachskunde. Ration. Forstw. 7. II. S. 76 u. 77.— Forstliches Hülfsbuch. Taf. 23. подъ заглавіемъ: „n jähriges Massenzuwachsprocent vorwärts“.

$\frac{(q_1+1)^2 - q_1^2}{(q_1+1)^2 + q_1^2} 200; \dots$ для большого количества величинъ q_1 , начиная съ 2 до 300.

Если послѣ обмѣра теперешняго діаметра и прежняго прироста діаметра и послѣ соображенія того можно ли на будущее время ожидать такой же какъ въ предшествовавшемъ времени приростъ или же предвидится на будущее время увеличеніе, либо уменьшеніе прироста, вычисленъ будетъ относительный діаметръ q_1 и оцѣнкою назначена будетъ къ какой ступени или классу прироста слѣдуетъ отнести дерево и вслѣдствіе того получено будетъ p' , то уже не трудно изъ этихъ данныхъ вычислить будущій объемъ дерева, V_n , потому, что изъ уравненія

$$p = \frac{V_{n_1} - V_n}{V_{n_1} + V_n} \times \frac{200}{n_1}$$

получается слѣдующее преобразование

$$V_{n_1} = V_n \times \frac{200 + n_1 p}{200 - n_1 p}.$$

Взявъ для примѣра сосну, о которой говорится въ примѣрѣ § 54-го и предположивъ, что эта сосна въ послѣдующемъ ближайшемъ пятилѣтіи, увеличить также, какъ въ предшествовавшемъ, свой діаметръ на 2,05 сант. и что вообще всѣ прочія условія не измѣнятся, стало быть, и ступень прироста остается та же самая, какая была, то въ такомъ случаѣ $q_1 = 19,55 : 2,05 = 9,5$, а слѣдовательно, по таблицѣ, пятилѣтній процентъ прироста массы равнялся-бы 27, а однолѣтній $27 : 5 = 5,4$. Но если-бы, напротивъ того, эта же сосна, имѣющая относительный діаметръ 9,5, по условіямъ ея роста перешла въ IV классъ прироста, — то пятилѣтній, предстоящій на будущее время процентъ прироста равнялся-бы 30, слѣдов. однолѣтній 6,0- процентамъ.

Такъ какъ теперешняя масса ствола этой сосны составляетъ 0,251298 куб. метра, то по истеченіи пяти лѣтъ масса эта возрастетъ: при первомъ предположеніи, до

$$0,251298 \times \frac{200 + 5 \times 5,4}{200 - 5 \times 5,4} = 0,251298 \times \frac{227}{173} = 0,329738$$

куб. метрамъ,

а при второмъ предположеніи до

$$0,251298 \times \frac{200 + 5 \times 6}{200 - 5 \times 6} = 0,251298 \times \frac{230}{170} = 0,339991$$

куб. метра.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Вычисленіе прироста насажденій.

§ 56.

Вычисленіе процента прироста всего насажденія.

1. Хотя и можно опредѣлять массу насажденія, какъ мы и видѣли выше, основываясь на массѣ средняго модельнаго ствола, но изъ этого отнютъ не слѣдуетъ, чтобы точно также можно было сдѣлать заключеніе насчетъ прироста цѣлаго насажденія, основываясь на нынѣшнемъ приростѣ того-же одного средняго модельнаго дерева. Подобное дѣйствіе отнютъ не можетъ быть допускаемо, потому что такой средній модельный стволъ по своимъ размѣрамъ никогда не принадлежитъ къ господствующей ступени толщины, а напротивъ къ ступени менѣе толстой. Но еще менѣе можетъ быть допущено предположеніе, что ходъ прироста, найденный на этомъ среднемъ модельномъ стволѣ, соотвѣтствовалъ-бы ходу прироста цѣлаго насажденія, потому что взятый нынѣ средній стволъ, конечно, не во всѣхъ возрастахъ въ теченіи его жизни, былъ также среднимъ представителемъ деревъ въ изслѣдываемомъ насажденіи.

Для опредѣленія прироста, вослѣдовавшаго въ насажденіи, въ теченіи не весьма продолжительнаго срока времени, ничего болѣе не остается, какъ образовать изъ наличнаго числа деревъ классы толщины; въ каждомъ изъ этихъ классовъ выбрать средніе модельные стволы и, основываясь на объемѣ и приростѣ каждаго такого модельнаго дерева, опредѣлить количество древеснаго запаса и прироста для каждаго отдѣльнаго класса толщины, итогъ которыхъ представить намъ выводъ для всего насажденія.

Если бы, на примѣръ $V_0, V_1, V_2, \dots$ выражали бы массы среднихъ модельныхъ деревъ, взятыхъ въ каждомъ классѣ толщины; $n_0, n_1, n_2, \dots$ выражали бы найденное въ каждомъ классѣ толщины число деревъ, тогда бы наличное количество запаса насажденія можно было изобразить слѣдующею формулою:

$$M_n = V_0 n_0 + V_1 n_1 + V_2 n_2 + \dots$$

Затѣмъ, если на каждомъ изъ модельныхъ деревъ, взятыхъ въ каждомъ классѣ, послѣдовавшіе въ теченіи послѣднихъ n -лѣтъ проценты прироста обозначить чрезъ $p_0, p_1,$

$p_2, \dots$, тогда, назвавъ $V'_0, V'_1, V'_2, \dots$ прежніе объемы тѣхъ-же модельныхъ деревъ, какіе они имѣли n -лѣтъ тому назадъ, можно опредѣлить эти прежніе объемы моделей или непосредственнымъ обмѣромъ и вычисленіемъ каждаго ствола, съ разбивкою на отрубки, или же посредствомъ слѣдующей формулы:

$$V'_0 = \frac{V_0}{1,0p_0^n}, \quad V'_1 = \frac{V_1}{1,0p_1^n}, \quad V'_2 = \frac{V_2}{1,0p_2^n}, \dots$$

или приблизительно

$$V'_0 = \frac{200 - np_0}{200 + np_0} V_0, \quad V'_1 = \frac{200 - np_1}{200 + np_1} V_1, \\ V'_2 = \frac{200 - np_2}{200 + np_2} V_2, \dots$$

а вмѣстѣ съ тѣмъ, бывшій n -лѣтъ передъ симъ древесный запасъ насажденія M , опредѣлится:

$$M = V'_0 n_0 + V'_1 n_1 + V'_2 n_2 + \dots$$

Конечно, величина M хотя и можетъ быть только приблизительно вѣрна, потому что теперешніе взятые модельные стволы не были n лѣтъ тому назадъ средними представителями деревъ каждаго класса и потому, вѣроятно, въ прежнее время взяли бы другія модели, но все же погрѣшность будетъ не очень значительна, если только n не будетъ очень продолжительнымъ срокомъ. Пользуясь найденными величинами для M_n и M , выводится процентъ прироста всего насажденія слѣдующею формулою:

$$P_n = \left(\sqrt[n]{\frac{M_n}{M}} - 1 \right) 100,$$

или приблизительно:

$$P_n = \frac{M_n - M}{M_n + M} \cdot \frac{200}{n}$$

Этотъ приѣмъ можетъ показаться на первый взглядъ слишкомъ мѣшкотнымъ. Но это несправедливо, потому что вообще изслѣдованія о приростѣ предпринимаются только въ спѣлыхъ насажденіяхъ, а въ такихъ насажденіяхъ наличное количество древеснаго запаса опредѣляется посредствомъ перечисленія всѣхъ деревъ по ступенямъ и классамъ толщины со взятіемъ въ каждомъ классѣ модельныхъ стволовъ; слѣдовательно, приходится прибавить одну только работу, т. е. изслѣдованіе прироста на каждомъ модельномъ деревѣ.

Въ видѣ числоваго примѣра, пусть послужать намъ цифры, добытыя на одномъ небольшомъ изслѣдованіи.

Въ насажденіи, приблизительно 80-ти лѣтнемъ, были измѣрены діаметры на высотѣ 1,5 метр. надъ землею и образованы четыре класса толщины. Въ этихъ классахъ находилось:

		діаметръ.	заклучалось древеснаго запасу:
въ первомъ	76 стволовъ	въ 8—16 сант.	и 13,4902 куб. метр.
— второмъ	165 » »	17—21 »	и 41,8091 куб. метр.
— третьемъ	125 » »	22—26 »	и 60,8410 куб. метр.
— четвертомъ	78 » »	27—38 »	и 62,8228 куб. метр.

Такимъ образомъ во всемъ насажденіи общій древесный запасъ составлялъ количество 178,9631 куб. метр.

Изслѣдованія на высотѣ 1,5 метр. надъ поверхностью земли доставили выводъ, что количественный, или массовый процентъ прироста въ каждомъ изъ поименованныхъ классовъ, въ послѣдовательномъ ихъ порядкѣ, составлялъ за послѣдніе пять лѣтъ:

0,72—0,96—2,20—2,40 процентовъ.

Пользуясь этими числами, оказывается, что по формулѣ приближенія Пресслера, должна была быть масса:

перваго	класса за пять лѣтъ ранѣе	=13,0132	куб. метр.
втораго	» » » » »	=39,8492	» »
третьяго	» » » » »	=54,4974	» »
четвертаго	» » » » »	=55,7108	» »

Слѣдовательно, вся масса насажденія была за 5 лѣтъ передъ симъ=163,0706 куб. метр. А вмѣстѣ съ тѣмъ, процентъ прироста всего насажденія составилъ

$$\frac{178,9631 - 163,0706}{178,9631 + 163,0706} \cdot \frac{200}{5} = 1,86.$$

По подробному же вычисленію cadaго дерева порознь, оказалось, что древесный запасъ во всемъ насажденіи составлялъ, за 5 лѣтъ ранѣе, количество=166,2 куб. метр.; слѣдовательно, только на 2,95 куб. метр. или на 1,8% болѣе, чѣмъ расчетъ, произведенный по процентамъ прироста. Такимъ образомъ, дѣйствительный процентъ прироста насажденія, долженъ быть

$$\frac{178,96-166,02}{178,96+166,02} \cdot \frac{200}{5} = 1,50,$$

и уклоняется отъ вычисленнаго ранѣе на 0,36.

2. Конечно, если масса насажденія была опредѣлена глазомернымъ способомъ, то только что приведенный приемъ для опредѣленія прироста насажденій, неприменимъ. Въ этомъ случаѣ приходится изслѣдовать проценты прироста у довольно значительнаго числа стволовъ, господствующихъ классовъ толщины и изъ этихъ данныхъ вывести среднее число, которое и принимаютъ за процентъ прироста всего насажденія. Такъ, если бы подвергли изслѣдованію m стволовъ, у которыхъ, положимъ, были найдены проценты прироста p' , p'' , p''' ,, то для всего насажденія процентъ прироста былъ бы

$$p = \frac{1}{m} (p' + p'' + p''' + \dots).$$

Въ нашемъ вышеприведенномъ примѣрѣ, господствующія толщины стволовъ приходятся между 17 и 26 сант.

Если бы, затѣмъ, болѣе тонкія деревья (отъ 17 до 21 сант.) имѣли среднимъ счетомъ 0,96 процентовъ прироста; а болѣе толстыя (отъ 22 до 26 сант.) въ среднемъ выводѣ 2,20 процента, то, въ виду того обстоятельства, что число стволовъ въ каждомъ изъ образованныхъ двухъ классахъ, почти равное, мы вывели бы процентъ прироста для всего насажденія=

$$\frac{1}{2} (0,96 + 2,20) = 1,58.$$

Изслѣдованія о степени точности, какую можно достигнуть въ дѣлѣ опредѣленія процента прироста насажденій, еще не произведены, ни въ отношеніи вышеуказаннаго строгаго метода, ни въ отношеніи сокращеннаго *).

3. Если предстоитъ опредѣлить будущій приростъ насажденія, то при изслѣдованіи каждаго модельнаго дерева,

*) Если имѣются для какой нибудь мѣстности пригодныя опытыя таблицы о древесномъ запасѣ, то возможно съ помощью ихъ найти приростъ насажденія и тогда, когда изслѣдованію подлежатъ несовершенно нормальныя участки. Для этого вычисляютъ процентъ прироста, соответствующій даннымъ, заключающимся въ опытныхъ таблицахъ и, пользуясь этимъ процентомъ прироста, вычисляютъ сколько массы должно было быть n -лѣтъ ранѣе, или позже въ подлежащемъ насажденіи, котораго наличный древесный запасъ, понятно, долженъ быть опредѣленъ перечислительнымъ способомъ.

надобно имѣть въ виду всѣ тѣ же соображенія, на которыя мы уже выше, на стр. 287, указали, говоря о вычисленіи будущаго прироста отдѣльныхъ стволовъ, т. е. необходимо сообразить, будетъ ли приростъ на взятыхъ модельныхъ деревьяхъ, въ ближайшіе n лѣтъ, уменьшаться, или останется одинаковымъ, какимъ онъ былъ въ послѣднее время; или же, наконецъ, приростъ впредь увеличится.

Найдя проценты прироста для модельныхъ деревъ, ими пользуются для вычисленія будущихъ массъ въ каждомъ классѣ толщины; а итогъ массъ, заключающихся во всѣхъ классахъ толщины, представить намъ будущую массу M_n всего насажденія.

Слѣдовательно, процентъ будущаго прироста насажденія, въ ближайшіе n лѣтъ, равняется:

$$p'_M = \frac{M_{n_1} - M_n}{M_{n_1} + M_n} \cdot \frac{200}{n_1}.$$

ДОПОЛНЕНИЕ КЪ ТРЕТЕЙ ЧАСТИ.

Отъ редактора перевода.

Къ § 55. Таблицы, показывающія процентъ текущаго прироста, за извѣстный срокъ времени, какъ прошлаго, такъ и будущаго, вычисленные по предложеннымъ Пресслеромъ формуламъ, помѣщеннымъ въ книгѣ Кунце, находятся въ Лѣсныхъ календаряхъ, издаваемыхъ Девриеномъ. Слѣдовательно, величину процента текущаго прироста p_0 можно легко и скоро опредѣлить.

Во многихъ случаяхъ, напр. когда желаютъ назначить такой оборотъ рубки, при которомъ получается наибольшее количество древесной массы,—весьма важно имѣть легкій способъ къ опредѣленію также величины процента средняго прироста p_1 . Въ этомъ отношеніи нельзя не признать услугу, оказанную лѣсному дѣлу Пресслеромъ, предложившимъ самую простую формулу для опредѣленія процента средняго прироста деревъ, а именно, если буквою a обозначить лѣта дерева, то процентъ средняго прироста будетъ

$$p_1 = \frac{100}{a}$$

Формула эта выводится изъ слѣдующаго: Пусть будетъ m масса дерева, a его лѣта, то абсолютная величина средняго прироста z_1 будетъ

$$z_1 = \frac{m}{a}$$

и

$$z_1 a = m$$

Чтобы средній приростъ выразить въ процентахъ къ массѣ дерева, составимъ пропорцію

$$z_1 : m = p_1 : 100; \text{ слѣдовательно}$$

$$p_1 = \frac{100 \cdot z_1}{m}$$

Вставляя въ это уравненіе вмѣсто m равную величину az_1 , получаемъ

$$p_1 = \frac{100 \cdot z_1}{az_1} = \frac{100}{a}$$

Изъ этого слѣдуетъ, что опредѣливъ процентъ текущаго прироста p_0 и процентъ средняго прироста p_1 , если окажется, что $p_0 = p_1$, то наступило время наибольшаго абсолютнаго средняго прироста z_1 ; если же $p_0 > p_1$, то абсолютная величина z_1 еще продолжаетъ увеличиваться (см. § 44 Кунце); наконецъ, когда $p_0 < p_1$, то наступилъ уже моментъ начавшагося уменьшенія абсолютной величины средняго прироста z_1 .

ОГЛАВЛЕНІЕ.

ВВЕДЕНІЕ.

	Стр.
§ 1. Предметъ древоизмѣренія	3
§ 2. Обзоръ важнѣйшей литературы	5
§ 3. Раздѣленіе предмета древоизмѣренія	8

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

Вычисленіе кубическаго содержанія отдѣльныхъ деревъ.

Глава первая.

Вычисленіе кубическаго содержанія срубленныхъ деревъ.

ОТДѢЛЪ I.

Инструменты и вспомогательныя таблицы.

§ 4. Инструменты для опредѣленія кубич. содержанія дерева геометрическими методами	9
§ 5. Инструменты для измѣренія діаметровъ	10
Примѣчаніе: вилка съ составнымъ масшта- бомъ Фридриха	10
1. Мѣрная вилка:	
а) Деревянная Штаудингера въ Гиссенѣ.	11
б) Металлическая Штаудингера.	15
2. Мѣрный циркуль	—
3. Мѣрная тесьма	18
§ 6. Вліяніе, оказываемое ошибками, сдѣланными при измѣреніи діаметровъ и окружностей на содержа- ніе площадей поперечныхъ сѣченій дерева	20
§ 7. Инструменты для измѣренія длины	23
1. Планки или бруски	—
2. Мѣрная тесьма	25
3. Мѣрная цѣпь	26
§ 8. Вліяніе ошибокъ при измѣреніи длины и діамет- ровъ на выводъ объема древеснаго ствола.	26
§ 9. Инструменты для опредѣленія кубическаго содер- жанія дерева путемъ физическимъ	29
1. Ксилометръ.	—
2. Вѣсы	32
§ 10. Вспомогательныя таблицы.	33

Вычисленіе кубическаго содержанія срубленныхъ деревь.

§ 11.	Форма древеснаго ствола	34
§ 12.	Прямобокій конусъ	37
§ 13.	Параболоидъ	38
§ 14.	Нейлоидъ	43
§ 15.	Методы и формулы для вычисленія кубическаго содержанія древесныхъ стволовъ, употребляемые при научныхъ изслѣдованіяхъ	48
§ 16.	Продолженіе	59
§ 17.	Употребляемые въ практикѣ методы и формулы для вычисленія кубическаго содержанія стволовъ	62
§ 18.	Вычисленіе кубическаго содержанія бревенъ по верхнему отрубѣ и по длинѣ	78
§ 19.	Вычисленіе кубич. содержанія жердей по толщинѣ измѣренной въ нижней ихъ части и по длинѣ	81
§ 20.	Способы вычисленія кубическаго содержанія и формулы, примѣняемыя къ неправильнымъ частямъ дерева, а также къ сучьямъ, хворосту, пнямъ и корнямъ при научныхъ изслѣдованіяхъ	82
§ 21.	Вычисленіе кубическаго содержанія мѣръ емкости	88
§ 22.	Вычисленіе объема коры	92

ПРИЛОЖЕНІЕ КЪ ПЕРВОЙ ГЛАВѢ.

Добавленіе 1-е (къ § 6).	Вычисленіе площадей поперечнаго сѣченія деревь, имѣющихъ эллиптическую форму	95
Добавленіе 2-е (къ § 15.3).	Выводъ общей формулы для вычисленія кубическаго содержанія	96
Добавленіе 3-е (къ § 15.3).	Выводъ формулы Ньютона для тѣлъ	98
Добавленіе 4-е (къ § 17.2).	Изслѣдованія касательно формулы для опредѣленія кубич. содержанія $\frac{\pi}{4} \left(\frac{D+d}{2} \right)^2 h$	100

Глава вторая.

Вычисленіе кубическаго содержанія деревь на корню.

ВВЕДЕНІЕ.

§ 23.	Методы вычисленія кубическаго содержанія деревьевъ на корню	105
-------	---	-----

ПЕРВЫЙ ОТДѢЛЪ.

Инструменты.

§ 24.	Инструменты для измѣренія высоты деревь	106
1.	Теорія геометрическаго измѣренія высоты	106
2.	Зеркальный гипсометръ Фаустманна	109

§ 25. Продолженіе.	Стр.
1. Теорія тригонометрическаго способа измѣренія высотъ	117
2. Измѣритель Пресслера	119
§ 26. Инструменты, служащіе для измѣренія у растущихъ деревь діаметровъ на разныхъ высотахъ	123

ВТОРОЙ ОТДѢЛЪ.

Методы для опредѣленія кубическаго содержанія стоящихъ на корню деревь.

§ 28. Глазомѣрная оцѣнка	126
§ 29. Вычисленіе кубич. содержанія стоящихъ деревь по видовымъ числамъ	—
1. Объясненіе видовыхъ чиселъ	127
2. Вліяніе высоты дерева на видовое число	129
3. Раздѣленіе различныхъ формъ деревь на классы	132
Въ примѣчаніи.—Объясненіе сравнительной высоты Кенига	133
4. Вліяніе высоты надъ землею мѣста измѣренія нижняго діаметра ствола	136
§ 30. Продолженіе.	
1. Предложеніе измѣрять нижній діаметръ ствола надъ землею на высотѣ определенной доли всей высоты дерева	137
Настоящія или рациональныя видовыя числа, въ отличіе ненастоящихъ или рутинныхъ	139
2. Предложенная Пресслеромъ поправка	143
Въ примѣчаніи отъ редакціи перевода предложенныя Риникеромъ истинныя или абсолютныя видовыя числа	148
§ 31. Вычисленіе кубич. содержанія ствола у растущихъ деревь, посредствомъ способа разбивки его на части	149
§ 32. Вычисленіе кубич. содержанія ствола растущихъ деревь по площади основанія и по условной высотѣ	151
§ 33. Продолженіе. Наводная трубочка Пресслера для отысканія мѣста условнаго діаметра	161
§ 34. Законъ массы вѣтвей	170

ПРИЛОЖЕНІЯ КО ВТОРОЙ ГЛАВѢ.

Дополненіе 1 (къ § 30). Методъ Бреймана для вычисленія видовыхъ чиселъ растущихъ стволовъ	173
Дополненіе 2 (къ § 30). Изслѣдованія надъ формою нижней части ствола	177

Дополнение 3 (къ § 32). Изслѣдованія касательно метода вычисленія объема на основаніи ус- ловной высоты	181
--	-----

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

Вычисленіе древеснаго запаса лѣсонасажденій.

ОТДѢЛЪ I.

Опредѣленіе древеснаго запаса насажденій оцѣнкою его.

§ 34. Определеніе древеснаго запаса въ лѣсонасажде- ніяхъ посредствомъ оцѣнки на глазомѣръ	185
---	-----

ОТДѢЛЪ II.

вычисленіе древеснаго запаса насажденій, посредствомъ определе-
нія порознь объема каждого дерева, растущаго въ предѣлахъ вы-
числяемаго участка.

§ 35. Введеніе	188
§ 36. Определеніе въ насажденіи числа деревь, ихъ діаметровъ и высотъ	190
§ 37. Вычисленія діаметровъ модельныхъ деревь	195
§ 38. Выборъ модельныхъ деревь и вычисленіе ихъ кубическаго содержанія	204
1. Выборъ модельныхъ деревь	—
2. Вычисленіе кубическаго содержанія мо- дельныхъ деревь	206
§ 39. Вычисленіе древеснаго запаса насажденій	209
§ 40. Вычисленіе кубическаго содержанія модельныхъ деревъ и цѣлыхъ насажденій, по способу Дра- удта	219
§ 41. Вычисленіе древеснаго запаса насажденій, съ помощью видовыхъ чиселъ	226
§ 42. Вычисленіе древеснаго запаса насажденій, съ помощью пробныхъ площадей	228

ПРИБАВЛЕНІЕ КО ВТОРОЙ ЧАСТИ.

(отъ редакціи перевода)

Прибавленіе 1-е (къ § 40).	
Способъ Уриха	233
Способъ Роберта Гартига	236
Прибавленіе 2 е (къ § 41).	
Способъ Кребса	239

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

Вычисленіе прироста.

§ 43. Общее понятіе о приростѣ и различные его виды	243
§ 44. Соотношенія, существующія между текущимъ го- дичнымъ приростомъ и приростомъ среднимъ	245

Глава первая.

Стр.

Вычисленіе прироста отдѣльныхъ деревь.

§ 45. Измѣреніе и вычисленіе прироста высоты . . .	248
§ 46. Измѣреніе и вычисленіе прироста діаметра (толщины)	250
§ 47. Вычисленіе приращенія площадей	255
§ 48. Вычисленіе прироста массы на срубленныхъ стволахъ	260
§ 49. Вычисленіе процентовъ прироста.	266
§ 50. Продолженіе.	270
§ 51. Вычисленіе количественнаго процента прироста дерева, у котораго вершина правильно отсѣчена.	274
§ 52. Буравъ для изслѣдованія толщины прироставшихъ годовыхъ слоевъ	277
§ 53. Продолженіе.	280
§ 54. Опредѣленіе процента количественнаго прироста у растущихъ деревь, по ихъ площади основанія	282
§ 55. Оцѣнка величины будущаго количественнаго прироста и процента его.	287

Глава вторая.

Вычисленіе прироста насажденій.

§ 56. Вычисленіе процента прироста въ насажденіяхъ.	290
Прибавленіе къ третьей части.	
Прибавленіе къ § 41. Формула Пресслера для опредѣленія процента средняго прироста	294

ГЛАВНѢЙШІЯ ОПЕЧАТКИ

которыя необходимо исправить предъ чтеніемъ книги.

Стран.	Строка.	Напечатано:	Должно быть:
22	19 съ верху	$\frac{p=2D\Delta\frac{\pi}{4}}{D^2\frac{\pi}{4}}100$	$p=\frac{2D\Delta\frac{\pi}{4}}{D^2\frac{\pi}{4}}100$
25	6 "	$\lambda=1\frac{(D_1-D_2)^2}{8l}$	$\lambda=1-\frac{(D_1-D_2)^2}{8l}$
26	16 "	$H=\sqrt{L^2-\left(\frac{D_1-D_2}{2}\right)^2}...6$	$H=\sqrt{L^2-\left(\frac{D_1-D_2}{2}\right)^2}$
26 между 16 и 17	пропущено		$H=L-\frac{(D_1-D_2)^2}{8L}...6)$
48	7 съ верху	$=\frac{\pi}{16}\frac{D^{2/3}-d^{2/3}}{D^{2/3}-d^{2/3}}h$	$=\frac{\pi}{16}\cdot\frac{D^{8/3}-d^{8/3}}{D^{2/3}-d^{2/3}}\cdot h$
55	6 "	$=\frac{\pi}{24}(D^2+d^2+2(D^2+d^2))h$	$=\frac{\pi}{24}(D^2+d^2+2(D^2+d^2))\cdot h$
70	18 "	обсуртъ	абсурдъ
73	въ выноскѣ	V	S.
78	13 съ верху	кеторому	которому
84	6 "	метра	метра,
93	31 "	достагается	достигается
96	3 "	0,09	-0,09
98	29 "	hG	G _h
101	6 "		
104	9 "	$(D+\sqrt{nD^{2/3}+(1-n)d^{2/3}})^3=0$	$(D+\sqrt{(nD^{2/3}+(1-n)d^{2/3})^3}=0$
		$(nD^{2/3}+(1-n)d^{2/3})-D=0$	$(nD^{2/3}+(1-n)d^{2/3})-D=0$
108	послѣдняя	$x=\frac{A'd}{b_1d_1+d_1c}H$	$x=\frac{A'd_1}{b_1d_1+d_1c_1}H$
118	въ чертежѣ фиг. 25	углы b ₁ , b ₂	β ₁ , β ₂
133	23 съ верху	Тонкія вѣтви хвойныхъ деревьевъ	Тонкія вѣтви хвойныхъ деревьевъ, покрытые еще хвоей,
138	9 "	D _n ² и D _n ²	D _n ² и D _n ²
	11 "	D _n ²	D _n ²
	18 "	D _n ²	D _n ²

138	20 съ верху	Dn^2	D_n^2
144	24 "	$\left. \begin{array}{l} 25 \\ 27 \end{array} \right\} G \frac{1}{20} H$	$G_{1/20} H$
	25 "		
	27 "		
147	26 "	по этой методѣ	по этому методу
154	12 "	$H = \frac{\sqrt[3]{4}}{3} \eta$	$H = \frac{\sqrt[3]{4}}{3} \cdot \eta$
160	15 "	Иудейхъ	Юденхъ
162	8 "	$= \frac{aE}{S_1 S_2} : \frac{aS}{s_1 s_2}$	$= \frac{aE}{S_1 S_2} : \frac{aE}{s_1 s_2}$
168	22 На правой сторонѣ ура- вненія, въ первомъ членѣ числителя	$\frac{2}{3} G$	$\frac{2}{3} G$
169	29 "	Иудейхъ	Юденхъ
172	3 "	вѣтвей	вѣтвей
190	6 и 7 снизу	въ стостороны	въ стороны
211	Образецъ 6-й. въ номерѣ по- рядка 2, кругл.	0,0138	0,0438
	въ суммѣ кругл.	3,3247	0,3247
	въ древесномъ запасѣ под. лѣса	328,75	327,15
213	въ таблицѣ, образецъ 7-й, масса кл. I сумма	42,35	42,36
	" " IV "	105,99	105,96
223	въ таблицѣ: въ суммѣ 3 строка	0,9435	0,3435
	въ многокр. площа. 4 стр.	0415	0830
224	19 съ верху	Итого	вычеркнуть
	22	Матераго лѣсу	Итого матераго лѣсу
227	8 съ низу	$M = (G = G_c) HF$	$M = (G + G_c) FH$
239	15 съ верху	$\frac{q}{s} = q_1, q_2, q_3 \dots$	$\frac{q}{s} = g_1, g_2, g_3 \dots$
252	10 съ верху	призму P_1	призму P_2
	14 "	F_1	F_2
	21 "	S_1	S_2
254	18 съ низу	S_1 , второй указа- тель Z_1 ,	S_2 , второй указатель Z_2
	14 "	$1/10$	$1/20$
225	10 съ верху	Z_1	Z_2
256	7 "	$G\Delta$,	$G\Delta$
261	9 съ низу	$\dots \gamma q$	$\dots \gamma q$
263	6 "	$\frac{1}{2} G_{700}$	$\frac{1}{2} G_{700}$
267	12 съ верху	K	K_n

267	16	"		
			$k_n = k \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} = k \frac{1}{1,0p^n}$	$k_r = k \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} = k \frac{1}{1,0p^n}$
274	10	"	$p^r =$	$p_r =$
284	5	"	(названномъ	(названнаго
288	10	въ знаме-		
		натель	$D^2_{n_1} - D^2_n$	$D^2_{n_1} + D^2_n$
			$\frac{200}{n}$	$\frac{200}{n_1}$
"	"	"		

Наконецъ просить замѣтить невѣрность въ фиг. 38 (на страницѣ 256). Тамъ на чертежѣ показаны всего четыре прямыя линіи. Изъ нихъ двѣ, пересѣкающіяся подъ прямыми углами, обозначены одинаковыми буквами $AABB$; одну изъ этихъ двухъ, все равно которую, надо обозначить $AA'B'B$, другую $A_1A'_1B'_1B_1$. Другія двѣ линіи, также пересѣкающіяся подъ прямыми углами, обозначены $CCDD$, а должны быть, одна $CC'D'D$, другая $C_1C'_1D'_1D_1$, т. е. на внутреннемъ слѣѣ поперечнаго разрѣза всѣ буквы должны быть со значками'.