

**Національний університет біоресурсів
і природокористування України**



ЗБІРНИК

ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ

**XV МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ
КОНФЕРЕНЦІЇ**

«ОБУХОВСЬКІ ЧИТАННЯ»

**з нагоди 94-ї річниці від дня народження
доктора технічних наук, професора, академіка АН ВШ України,
Обухової Віолетти Сергіївни
(1926-2005)**

10 березня 2020 року



м. Київ

УДК 514.18

ФОРМА ГЕОДЕЗИЧНОЇ ЛІНІЇ КОНУСА В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД КУТА ПРИ ЙОГО ВЕРШИНІ

С.Ф. Пилипака, О.С. Породько, І.Р. Костенко

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Відомо, що геодезичні лінії поверхні грають роль прямих ліній на площині. Якщо поверхня розгортна, то її можна сумістити із площиною і геодезична лінія перетворюється у пряму на розгортці поверхні. Прикладом може служити циліндр. Якщо взяти лист паперу прямокутної форми (рис. 1,б) і накреслити на ньому з певної точки прямі лінії у різних напрямках, то при згортанні цього листа у циліндр всі вони перетворяться у геодезичні лінії (рис. 1,а). Таким чином, геодезичними лініями на поверхні циліндра можуть бути гвинтові, кола і прямі. Цим вичерпується перелік геодезичних ліній циліндра. Якщо ж взяти конус, то різноманітність геодезичних ліній на ньому значно зростає, про що буде сказано пізніше.

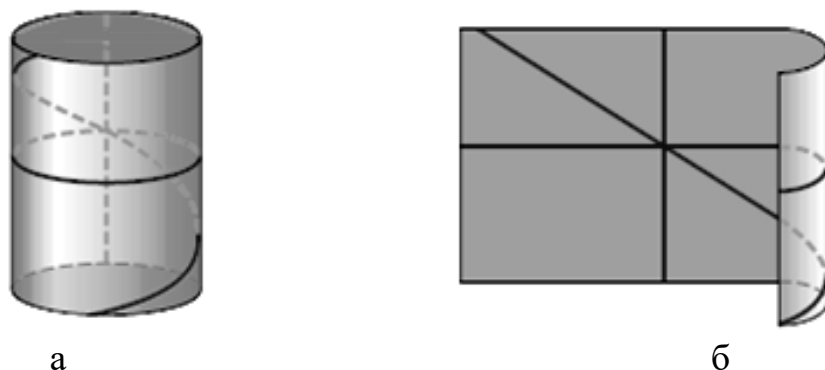


Рис. 1. Геодезичні лінії на циліндрі – а) та на його розгортці – б)

На нерозгортних поверхнях теж є геодезичні лінії, однак для їх знаходження застосування розгорток неможливе. Проте є інший практичний спосіб знаходження геодезичної лінії між двома точками на поверхні. Він ґрунтується на властивості геодезичних ліній сполучати дві точки на поверхні по найкоротшій відстані: між ними потрібно натягнути розтягну нитку. Сили розтягу нитки мінімізують її довжину і вона займає місце геодезичної лінії. Якщо за допомогою розтягнутої нитки знайти геодезичну лінію між двома точками на поверхні кулі, то нею виявиться дуга великого кола. Отже, всі геодезичні лінії кулі замкнені. До них відносяться всі меридіани і одна паралель – екватор, а також всі інші кола – перерізи кулі площинами, що проходять через її центр.

Розглянемо наступну задачу: на конусі задана точка і потрібно знайти найкоротший шлях, щоб після обходу конуса знову повернутися в цю точку. Цю задачу можна розв'язати за допомогою натурної моделі і гнучкої нитки, як показано на рис. 2,а. На розгортці бічної поверхні конуса, розрізаного вздовж протилежної твірної, цей шлях зобразиться двома прямолінійними відрізками, перпендикулярними до цієї твірної (рис. 2,б, суцільна лінія).

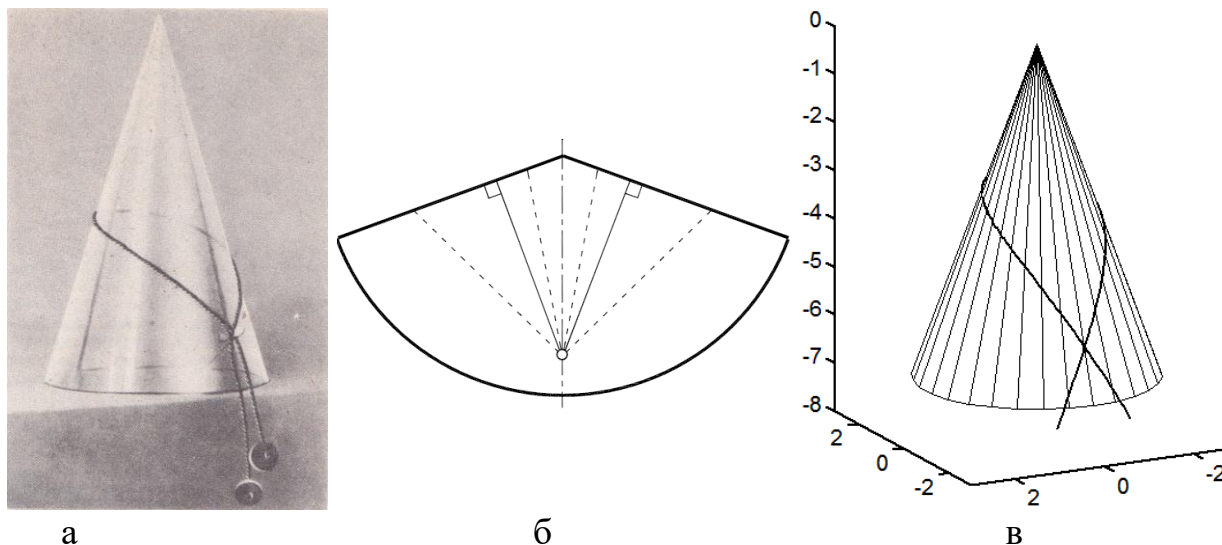


Рис. 2. Найкоротший шлях обходу конуса по його бічній поверхні

Існують аналітичні способи побудови геодезичних ліній на поверхні, які в загальному випадку потребують чисельних методів розв'язання диференціальних рівнянь. За допомогою такого методу побудована геодезична лінія конуса, представленого на рис. 2,в. Якщо розгортку, зображену на рис. 2,б, зігнути у конус (рис. 2,в), то кут при вершині конуса буде меншим від 60° (рис. 2,в). Для розгортки, зображеної на рис. 3,а, кут при вершині конуса буде рівним 60° , а для розгортки на рис. 2,б – більше 60° .

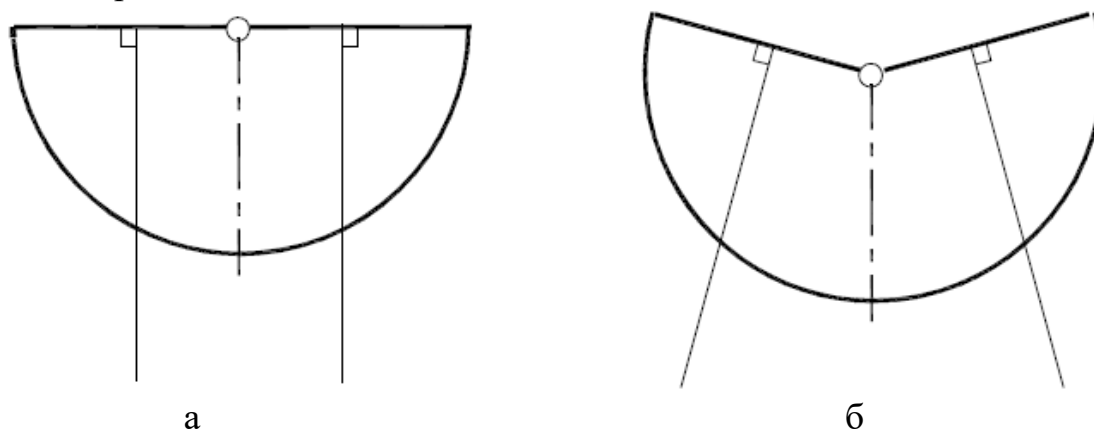


Рис. 3. Геодезичні лінії на розгортці конуса, яка є сектором круга

Прямі на рис. 3,а, які при згинанні розгортки в конус, перетворюються в геодезичні лінії, на розгортці є паралельними, тобто не перетинаються. Цікаво, що така їх поведінка переходить і на поверхню. На рис. 4 аналітичним способом побудовано геодезичну лінію, вітки якої при прямуванні до нескінченності теж стають паралельними.

Для розгортки, зображеної на рис. 3,б, прямі лінії не паралельні і на розгортці не перетинаються. Ця властивість переходить на поверхню (рис. 5).

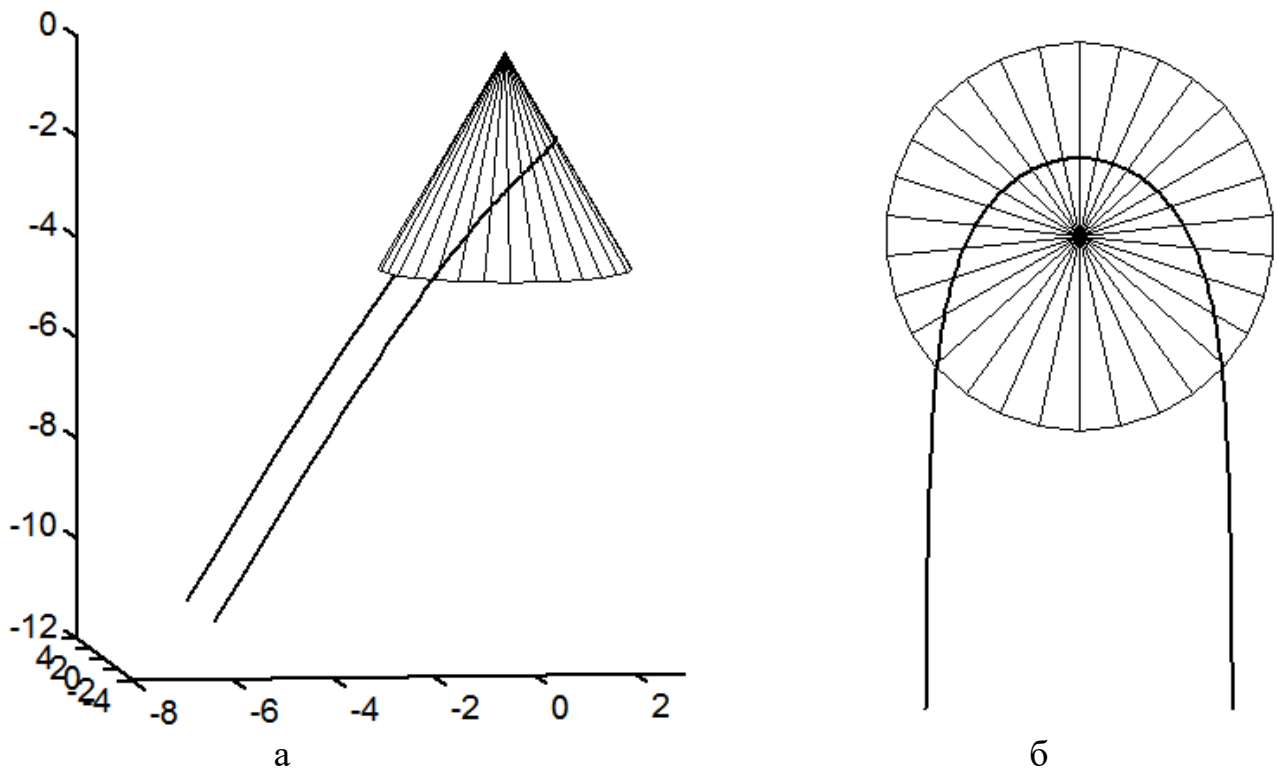


Рис. 4. Конус з кутом при вершині 60° і геодезична лінія на ньому:
а) аксонометричне зображення; б) вигляд зверху

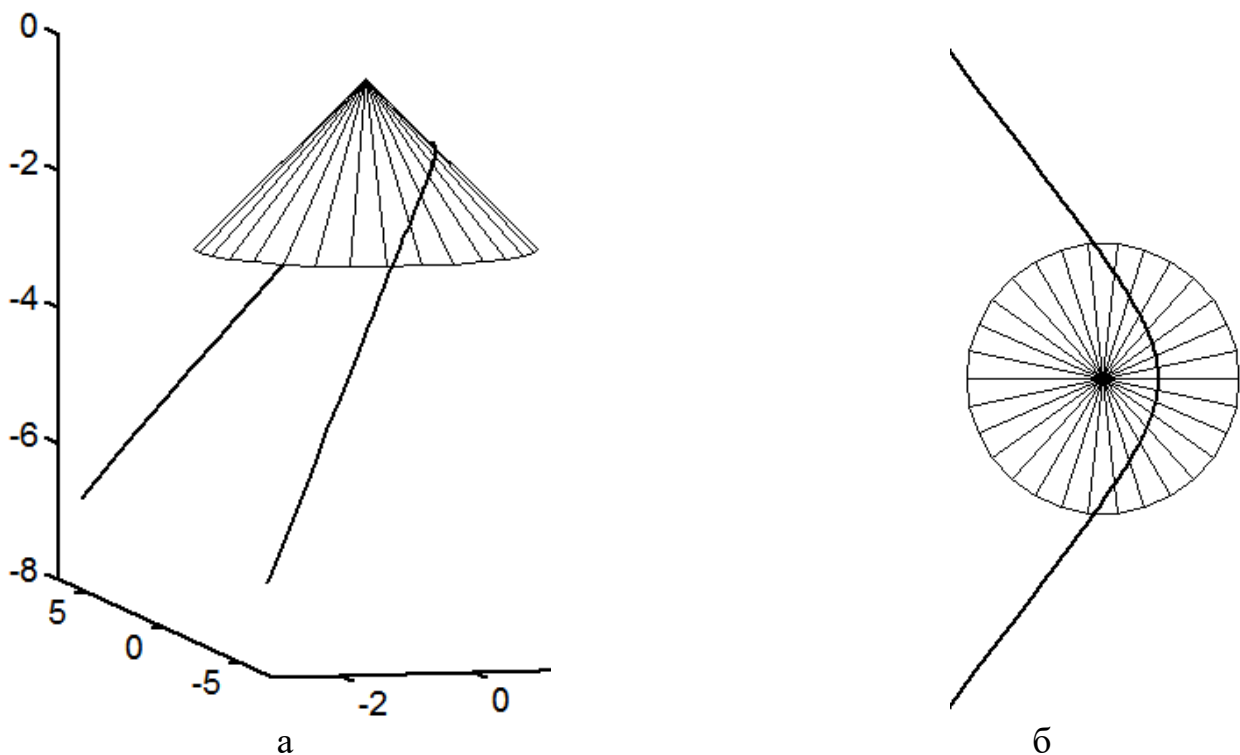


Рис. 5. Конус з кутом при вершині 90° і геодезична лінія на ньому:
а) аксонометричне зображення; б) вигляд зверху

Таким чином, геодезична лінія конуса має точку самоперетину в тому випадку, коли кут при його вершині менший від 60° .