Національний університет біоресурсів
і природокористування України

ЗБІРНИК

ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ
XIV МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ
«ОБУХОВСЬКІ ЧИТАННЯ»

з нагоди 93-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, академіка АН ВШ України, Обухової Віолетти Сергіївни (1926-2005)

29 березня 2019 року

м. Київ

УДК 514.18

ЗАГАЛЬНА СХЕМА КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ КОВЗАННЯ ЧАСТИНКИ ПО ШОРСТКІЙ РУХОМІЙ ПЛОЩИНІ, ЯКА ЗДІЙСНЮЄ ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ В ПРОСТОРІ

В.М. Несвідомін, Д.В. Кузнюк
Національний університет біоресурсів і природокористування України

Ковзання частинок сипучого матеріалу по шорсткій площині, яка в свою чергу здійснює поступальні переміщення в просторі, має місце в багатьох технологічних процесах с.-г. виробництва. Розробка загальної комп'ютерної моделі дослідження траєкторно-кінематичних характеристик ковзання окремої частинки по рухомій площині за різних вихідних умов дозволяє в інтерактивному режимі визначити раціональні параметри пристрою.

Положення ковзаючої частинки як матеріальної точки P в глобальній системі координат $OXYZ$ при поступальному русі площини Oxy запишемо сумою двох вектор-функцій:

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}_O(t) + \boldsymbol{r}_P(t) \tag{1}$$

де t – час, с.

Двічі диференціювання виразу (1) визначає прискорення частинки в глобальній системі координат $OXYZ$:

$$\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{a}_O(t) + \boldsymbol{a}_P(t), \tag{2}$$

що призводить до наступного запису рівняння другого закону Ньютона $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$:

$$m\boldsymbol{a}_P(t) = \boldsymbol{F} - m\boldsymbol{a}_O(t). \tag{3}$$

Для поступального руху площини Oxy сила $m\boldsymbol{a}_O(t)$ є однаковою для всіх ковзаючих частинок і її напрямок є протилежним до прискорення точки O відліку рухомої системи координат Oxy.

Враховуючи вищевикладені базові положення закону руху частинки в площині, яка здійснює поступальні переміщення в просторі $OXYZ$, його формування будемо здійснювати в певній послідовності. Зокрема, положення рухомої площини $\boldsymbol{R}(u, v)$ в декартовій системі координат $OXYZ$ будемо задавати двома кутовими величинами φ і ψ:

$$\boldsymbol{R}(u, v) = \boldsymbol{R}[u\,, v,\ 0]\ \boldsymbol{M}(\varphi)\ \boldsymbol{M}(\psi), \tag{4}$$

де: $\boldsymbol{M}(\varphi)\ \boldsymbol{M}(\psi)$ – матриці повороту горизонтальної площини $\boldsymbol{R}[u\,, v, 0]$ навколо осі OZ та осі OX декартової системи координат $Oxyz$.

u, v – аргументи координатних ліній площини $\boldsymbol{R}(u, v)$.

Задання вектора переносного руху $\boldsymbol{r}_O(t)$ початку координат площини $\boldsymbol{R}[u\,, v, 0]$ будемо реалізовувати вибором плоскої $\boldsymbol{r}_O[x(t), y(t), 0]$ чи просторової $\boldsymbol{r}_O[x(t), y(t), z(t)]$ кривої з можливістю варіювання її положення в глобальній системі координат $OXYZ$ двома кутовими величинами θ і ϑ:

$$\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{r}_O[x(t), y(t), z(t)]\ \boldsymbol{M}(\theta)\ \boldsymbol{M}(\vartheta). \tag{5}$$

Тоді траєкторія площини в глобальній системі координат $OXYZ$ запишеться векторно-параметричним рівнянням виду:

$$\boldsymbol{H}(u, v, t) = \boldsymbol{R}(u, v) + \boldsymbol{q}(t). \qquad (6)$$

Оскільки ковзання відбувається на поверхні площини, то врахування впливу сили тяжіння та сили тертя будемо здійснювати в проекціях на осі локальної системи координат в цій рухомій площині (6).

Наведемо приклад. Нехай напрямною кривою переносного руху площини $\boldsymbol{R}(u, v)$ є коло $\boldsymbol{r}[a\cos(\nu t), a\sin(\nu t)]$, яке лежить в площині OXZ:

$$\boldsymbol{q}(t) = \boldsymbol{q}[a\cos(\nu t), a\sin(\nu t)]\ \boldsymbol{M}(\pi/2) = \boldsymbol{q}[a\cos(\nu t), 0,\ a\sin(\nu t)]. \qquad (7)$$

де: t, c – час;

$\theta = 0,\ \vartheta = \pi/2$ – положення переносної траєкторії в площині;

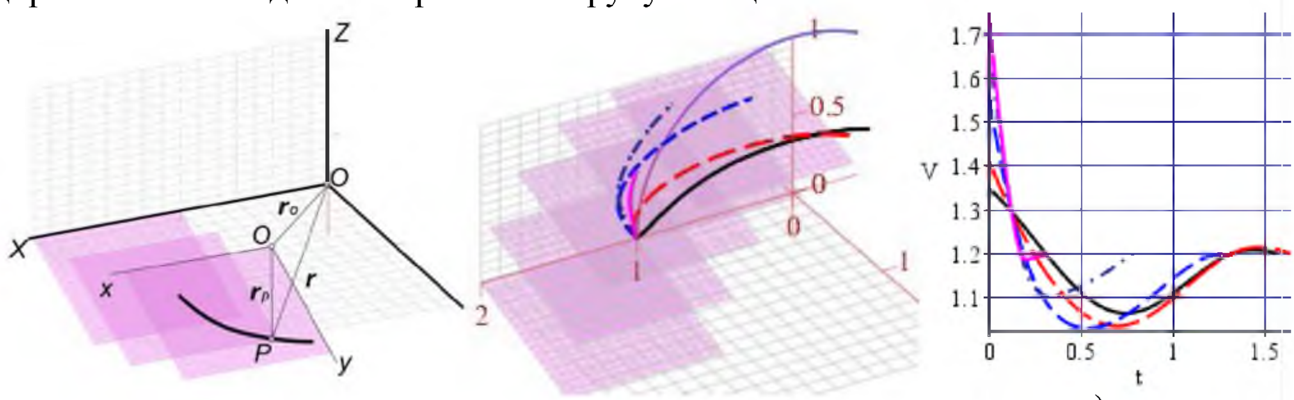
ν – кутова швидкість переносного руху площини, $с^{-1}$;

a, м – параметр форми кривої.

Траєкторія повернутої площини $\boldsymbol{R}(u, v)$ на кут ψ навколо осі OX у системі координат $OXYZ$ матиме векторно-параметричне рівняння виду:

$$\boldsymbol{H}(u, v, t) = \boldsymbol{R}(u, v) + \boldsymbol{q}(t) =$$
$$[u + a\cos(\nu t), v\cos(\psi),\ v\cos(\psi) + a\sin(\nu t)]. \qquad (8)$$

Опустимо досить складні викладки формування закону руху частинки по похилій площині, яке відбувається автоматично в середовищі комп'ютерної алгебри Maple. На рис.1,б побудовано абсолютні траєкторії частинки та положення похилої площини до її зупинки в площині в залежності від напрямку кидання частинки в площині. На рис.1,в побудовано графіки абсолютної швидкості частинки. Після зупинки в площині, швидкості всіх частинок будуть дорівнювати швидкості переносного руху площини.



а) б) в)

Рис.1. Рух частинки в похилій площині, яка рухається по колу

Розроблена комп'ютерна модель дозволяє провести багатоваріантні обчислювальні експерименти з дослідження ковзання частинки в залежності таких параметрів, як положення площини, положення та параметрів форми траєкторії переносного руху, коефіцієнта тертя та напрямку кидання частинки.