

**Котов Б.І., Грищенко В.О., Калініченко Р.А.,  
Панцир Ю.І., Герасимчук І.Д.**

*Світлої пам'яті академіка  
Івана Івановича Мартиненка*

**ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ І УСТАНОВКИ В АПК:  
ОСНОВИ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ  
ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ**

**МОНОГРАФІЯ**

**Київ**

**2025**

УДК 621.365:631.3:62-97  
К 73

*Рекомендовано до друку на засіданні Вченої ради Національного  
університету біоресурсів і природокористування України  
(протокол № 4 від 22 жовтня 2025 р.)*

**Рецензенти:** доктор технічних наук, професор, директор Центру енергоефективних технологій ТНПУ ім. В. Гнатюка **Федорейко В.С.**; доктор технічних наук, професор кафедри електромеханіки, робототехніки, біомедичної інженерії та електротехніки Державного біотехнологічного університету **Лисиченко М.Л.**; доктор технічних наук, професор кафедри електротехніки, електромеханіки та електротехнологій НУБіП України **Червінський Л.С.**

К 73 Котов Б.І., Грищенко В.О., Калініченко Р.А., Панцир Ю.І., Герасимчук І.Д. Електротехнологічні процеси і установки в АПК: основи функціонування та моделювання динамічних режимів. Монографія. Київ: НУБіП України, 2025. 376 с.

ISBN 978-617-8598-88-4

В монографії розглянуто питання, пов'язані з використанням електричних і електромагнітних полів безпосередньо в технологічних процесах агропромислового виробництва. Викладені основні положення теорії електрофізичних процесів (зарядка, рух, осадження, розділення, нагрівання, випаровування дисперсних і суцільних середовищ) які мають місце у виробництві та переробці сільськогосподарської продукції. Приділено увагу математичному моделюванню динамічних режимів технологічних процесів і установок та наведено результати досліджень за науковими темами 0107U010514 та 0124U002846.

Монографія призначена для спеціалістів, що працюють в галузі застосування електротехнологій в агропромисловому комплексі та може бути використана, як навчальний посібник студентів магістратури і аспірантами, які спеціалізуються в галузях енергетики і автоматики, а також проектантами електричних систем і комплексів в АПК.

УДК 621.365:631.3:62-97

© Котов Б.І., Грищенко В.О., Калініченко Р.О.,  
Панцир Ю.І., Герасимчук І.Д., 2025

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕДМОВА</b> .....	7
<b>ВСТУП</b> .....	10
<b>ЧАСТИНА I. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЙ</b> .....	14
<b>РОЗДІЛ 1. ЕЛЕКТРОФІЗИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕРМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ</b> .....	14
1.1. Електротермічні процеси. ....	22
1.1.1. Фізичні закономірності перетворення електричної енергії в теплову.....	23
1.1.2. Взаємодія електромагнітного поля НВЧ з діелектричними середовищами і матеріалами. ....	25
1.1.3. Взаємодія електромагнітного поля, більш низьких частот, з струмопровідними тілами.....	27
1.1.4. Вплив інфрачервоного випромінювання на матеріали і середовище... 30	
1.1.5. Теплообмін випромінюванням, передача теплоти ІЧВ між тілами... 33	
1.1.6. Електронагрів опором. ....	35
1.1.7. Непрямий нагрів резистивних рухомих і нерухомих середовищ..... 36	
1.2. Електрофізичні основи електронно-іонних технологій. ....	38
1.2.1. Характеристики електричного поля.....	39
1.2.2. Способи зарядки частинок і кінетика зарядки частинок..... 41	
1.2.3. Силова взаємодія електричних полів з частинками..... 50	
1.2.4. Рух частинок твердих і рідких матеріалів в електричних полях. .... 53	
1.2.5. Аерозольні технології: утворення, рух аерозолів і випаровування. .... 61	
1.3. Електрофізична обробка матеріалів і середовищ. ....	77
1.3.1. Технологічні властивості електричного струму в електролітних середовищах.....	77
1.3.2. Електрокінетичні явища.....	80
1.3.3. Електроочищення рідин. ....	83
1.3.4. Електрофлотаційне очищення діелектричних технологічних рідин. . 86	

## **РОЗДІЛ 2. МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І УСТАНОВОК 89**

2.1. Моделювання динамічних режимів електротермічних процесів. ....	89
2.1.1. Моделювання динаміки тепло- і масопереносу при дії електромагнітних полів. ....	90
2.1.2. Кінетика електротермічних процесів (наближений опис). ....	98
2.1.3. Динаміка електротермічних процесів в рухомих середовищах. ....	100
2.2. Особливості моделювання процесів тепломасообміну в електротермічних установках. ....	103
2.3. Моделювання динамічних режимів процесів електронно-іонної технології. ....	109
2.3.1. Моделювання процесів електросепарації матеріалів. ....	109
2.3.2. Моделювання процесів генерації електроаерозолей. ....	123
2.4. Моделювання процесів електрофізичної (хімічної) обробки середовищ і матеріалів. ....	134
2.4.1. Процеси електрокоагуляції. ....	134
2.4.2. Процеси електрофлотації. ....	140
2.4.3. Процеси електроосадження. ....	150

## **ЧАСТИНА II. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТИПОВИХ ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І УСТАНОВОК ..... 154**

## **РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ І УСТАНОВКИ ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ НАДВИСОКОЇ ЧАСТОТИ..... 154**

3.1. Математична модель для розрахунку теплового режиму технологічних середовищ неоднорідного складу в електричному полі надвисокої частоти. ....	154
3.2. Математичний опис та ідентифікація режимів функціонування екстракторів з мікрохвильовим підведенням енергії. ....	161
3.3. Математичний опис та ідентифікація тепломасопереносу в рослинному дисперсному матеріалі при сушінні та нагріванні електромагнітним полем надвисокої частоти. ....	177
3.4. Моделювання і розрахунок енергозберігаючих режимів переміжного сушіння і термообробки зернових матеріалів під дією енергетичних полів. ....	188

**РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ В  
УСТАНОВКАХ З ІНДУКЦІЙНИМ СПОСОБОМ ПЕРЕДАЧІ ТЕПЛОВОЇ  
ЕНЕРГІЇ..... 195**

- 4.1. Математична модель динамічних режимів індукційного нагрівача дисперсних матеріалів. .... 195
- 4.2. Математичні моделі нестационарних теплових процесів прес-екструдера з індукційним обігрівом. .... 208
- 4.3. Математична модель динамічного режиму проточного теплообмінника з індукційним нагрівом тепловиділяючих елементів. .... 217

**РОЗДІЛ 5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І УСТАНОВОК, ЯКІ  
ВИКОРИСТОВУЮТЬ НАГРІВ ІЧ-ВИПРОМІНЮВАННЯ ..... 224**

- 5.1. Моделювання перехідного режиму нагрівання зерна в електротерморадіаційних установках безперервної дії. .... 224
- 5.2. Математичні моделі динамічних режимів мікронізації зерна при зміні потужності випромінювачів за координатою. .... 232
- 5.3. Математична модель динамічних режимів електротермічної установки для обробки зерноматеріалів імпульсними потоками інфрачервоного випромінювання. .... 238
- 5.4. Математичні моделі динамічних режимів електропастеризатора молока з інфрачервоним випромінювачем..... 246
- 5.5. Математичні моделі динаміки температурного режиму приміщення з локальним ІЧ-обігрівом молодняка тварин..... 252
- 5.6. Математичні моделі динаміки електричних зволожувачів повітря з ІЧ-випромінюванням..... 266

**РОЗДІЛ 6. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ  
ЕЛЕКТРОТЕРМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ НАГРІВ  
ОПОРОМ. .... 272**

- 6.1. Математичні моделі динаміки електроконтактної обробки рухомих середовищ в технологічних процесах. .... 272
- 6.2. Математичні моделі динаміки електроаккумуляційного нагрівача для активного вентилявання зерна та сіна. .... 279
- 6.3. Математична модель динаміки електричного калорифера. .... 284

**РОЗДІЛ 7. МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОННО-ІОННОЇ  
ТЕХНОЛОГІЇ..... 288**

- 7.1. Математична модель процесу розділення зернового матеріалу в пневматичних каналах при накладеному електричному полі..... 288
- 7.2. Моделювання процесу поділу зернового матеріалу за електричними і аеродинамічними властивостями. .... 298
- 7.3. Математичні моделі процесу знепилювання повітряних потоків в електрофільтрах..... 303
- 7.4. Математична модель процесу сепарації пилу в електроциклоні..... 312
- 7.5. Математичні моделі динамічних процесів розпилювання та випаровування води в електричному полі при зволоженні повітря. .... 320
- 7.6. Математичні моделі динамічних режимів електроаерозольного генератора (розпилювача рідини)..... 330
- 7.7. Математична модель сушіння зерна озоноповітряною сумішшю..... 337

**РОЗДІЛ 8. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ  
ЕЛЕКТРООЧИЩЕННЯ РІДИННИХ СЕРЕДОВИЩ ..... 352**

- 8.1. Математичні моделі процесу електрокоагуляційного очищення стічних вод. .... 352
- 8.2. Математичні моделі процесу електрофлотаційного очищення олійно-жирових середовищ. .... 357

**ПЕРСПЕКТИВА..... 364**

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ..... 365**

## ПЕРЕДМОВА

Сільське господарство на сьогодні є одним з найпотужніших і енергоємних споживачів електричної енергії. Всі основні стаціонарні процеси виробництва сільськогосподарської продукції виконуються за допомогою електричної енергії. Вона являє собою найбільш доступне, надійне та універсальне енергетичне джерело, яке дозволяє отримувати і інші види енергії.

Разом із застосуванням електричної енергії для механічного приводу робочих органів різноманітних сільськогосподарських машин все більший розвиток набуває сільськогосподарська електротехнологія, яка являє нову галузь використання електроенергії у виробництві сільськогосподарської продукції.

Електротехнологічні процеси сільськогосподарського виробництва дозволяють використовувати електротехнологію з досить високим КПД: – як безпосереднє джерело і перетворювач енергії електромагнітних і електричних полів у інші види енергії (теплову, механічну, електричну, біологічну) безпосередньо в технологічному середовищі (об'єкті); – як специфічне джерело електрофізичного впливу на біологічні об'єкти.

Для електротехнологічних процесів характерна поточна можливість періодичної і безперервної реалізації основного технологічного впливу на процеси в середині робочих установок і апаратів для отримання кінцевого продукту певного цільового призначення.

Однак електротехнологічні процеси, поряд із суттєвими технологічними і технічними перевагами мають певні обмеження для широкого використання в сільському господарстві. Це висока енергоємність процесів і потреба у специфічному обладнанні установок, які реалізують виробничий процес.

Енергоефективність використання електротехнологічних процесів і установок в значній мірі зумовлена режимами функціонування електротехнологічних систем і комплексів. Для багатьох технологічних процесах, що використовують електротехнологічне обладнання (сушіння в електромагнітних полях, електротехнологічна екстракція, електрофлотація і

електрокоагуляція, стерилізація, тощо) характерна складність обладнання, висока енергоємність, незавершеність задач керування.

Радикальним способом зниження енергоємності електротехнологічних установок і комплексів є реалізація перебігу процесів в раціональних (оптимальних) режимах. Саме такі енергоефективні режими можуть забезпечити системи автоматичного керування. Постановка завдання автоматизації керування електротехнологічними процесами передбачає створення математичної моделі об'єкта керування. Математична модель об'єкта керування технологічним процесом або установкою повинна включати математичний опис динамічного (нестационарного) режиму включаючи рівняння зв'язку вихідних змінних з усіма вхідними змінними, керуючими та збурювальними впливами.

Типізація електротехнологічних об'єктів полягає у встановленні загальності фізико-механічної та електрофізичної сутності, які виражаються в ідентичності матеріальних і енергетичних внутрішніх зв'язків. За характером цих зв'язків процеси поділені на такі групи: тепломасообмінні (сушіння, екстрагування, випаровування), механічні (сепарація, розділення, фільтрація) і електрофізичної обробки середовищ (електрокоагуляція, електрофлотація). Перераховані вище групи процесів виробництва сільськогосподарської продукції, прийнято вважати типовими.

Дослідження типових електротехнологічних процесів зводиться до побудови математичних моделей, які включають опис динаміки, статички та умов їх реалізації в технологічних установках.

В даній роботі зроблено спробу, з єдиних методичних позицій математично описати реальні найбільш розповсюджені процеси, які вже реалізовано в конкретних установках і кількісно визначити вплив (дію) електромагнітних і електричних полів на перебіг процесів в часі та за координатами робочого простору апаратів, а також визначити показники призначення цих апаратів.

Зроблено акцент на дослідження нестационарних режимів функціонування типових електротехнологічних процесів і установок для

виробництва та переробки сільськогосподарської продукції, які можуть бути використані при розробці нових і вдосконалення існуючих електричних комплексів, які потребують автоматичного керування.

Розкриття закономірностей електротехнологічного впливу на перебіг технологічного процесу та виявлення можливостей автоматизації керування за допомогою дії електромагнітних і електричних полів дозволяє прогнозувати подальший розвиток застосування електротехнологій у виробничих процесах переробки сільськогосподарської сировини (продукції).

В основу монографії покладено результати досліджень авторів та результати досліджень висвітлених у наукових працях інших авторів, на які є посилання в тексті.

Автори висловлюють глибоку подяку докторам технічних наук В.С. Федорейку, М.Л. Лисиченку та Л.С. Червінському, за велику працю з рецензування монографії і цінні зауваження, які враховано при доопрацюванні.

## ВСТУП

Електротехнологічний процес (в загальному розумінні) – це процес в якому використовуються електрофізичні явища (перетворення електричної енергії в інші види енергії безпосередньо в технологічному середовищі) за допомогою яких здійснюється цілеспрямований вплив на оброблюване середовище з метою отримання певного заданого результату. В якості такого результату можуть бути перетворення технологічного середовища за різними ознаками: розділення компонентів, зміна агрегатного стану, видалення певного цільового компонента, розділення фаз (тверда-рідка, рідина-пара, тверда-пара), зміна агрегатного стану та структури матеріальних потоків.

Цілком природньо, що заданий результат бідь-якої технології можна отримати при наявності сучасної системи керування (оптимальне управління перебігом технологічного процесу).

Керування – це організація технологічного процесу, яка забезпечує досягнення певної мети: збільшення продуктивності, зменшення енергетичних затрат, поліпшення якості готового продукту та інш.

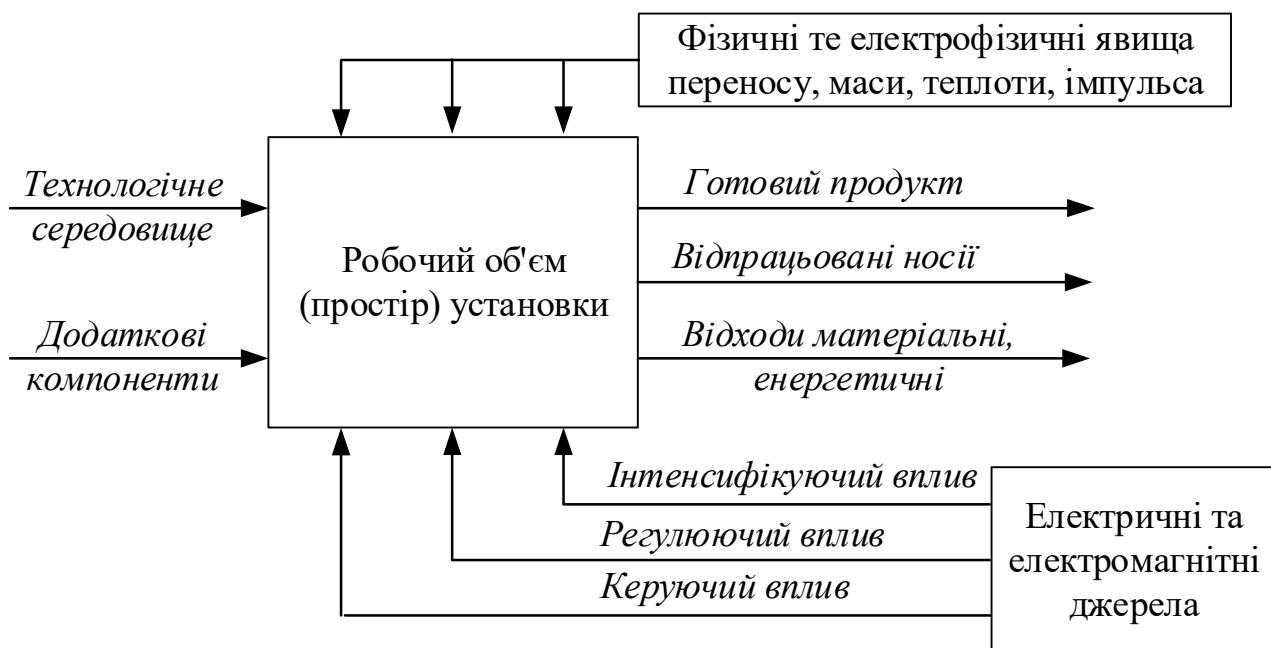
Постановка задач оптимального керування передбачає наявність об'єкта керування.

Агропромислове виробництво характеризується значною кількістю та різноманітністю керованих об'єктів до яких відносяться робочі органи, установки, машини, агрегати, виробничі приміщення для реалізації технологічних процесів: нагріву, зневоднення, зволоження, екстрагування, сепарації, осадження, розділення, подрібнення і багато інших, які потребують регулювання перебігу процесу: стабілізації одних параметрів, зміну в часі та за координатами інших параметрів.

Одним із дієвих, прогресивних методів, забезпечення інтенсифікації і підвищення керованості технологічних процесів, є застосування електротехнологій (тобто реалізація технології під безпосереднім впливом енергії електричних і електромагнітних полів).

Електротехнологічні процеси сільськогосподарського виробництва дозволяють використовувати електричну енергію з високим ККД, як безпосереднє джерело енергії, і як специфічне джерело електрофізичного впливу на матеріали та біологічні організми (опромінення, стерилізація, дезінсекція, сепарація, випаровування, розпилення, екстрагування, розчинення, електрокоагуляція, електрофлотація, електроплазмоліз рослинних структур та інш).

В електротехнологічному процесі беруть участь (взаємодіють) основне технологічне середовище (матеріал) і додатково вводимі компоненти (транспортуюче середовище, тепло- і масоносії, холодильні агенти, реагенти, екстрактагенти, тощо) застосовуються електрофізичні (фізикомеханічні, як побічні) впливи які реалізуються в робочих об'ємах (просторах) установок (устаткування) для отримання кінцевої продукції (рис. 1).



**Рис. 1. Загальна схема електротехнологічного процесу**

В результаті здійснення (перебігу) технологічного процесу на певними властивостями вхідної сировини при використанні електричних (електромагнітних) полів отримують вихідний (готовий) продукт з іншими властивостями. Так в результаті здійснення процесу мікронізації фуражного

матеріалу на вході технологічної установки подається зерно певної вологості та фізичної структури і під дією електромагнітного поля інфрачервоного діапазону на виході після виконання процесу отримуємо продукт заданої якості: сухе зерно із розпушеною структурою та збільшеним об'ємом. Аналогічно на вході електропневмосепаратора зернова суміш (зерно із сміттєвими домішками, або насінням бур'янів), після виконання процесу поділу під дією електричного поля, отримують чисте зерно і видалені домішки. Таким же чином можна представити електротехнологічні процеси очищення рідких потоків (стічних вод або олійних матеріалів): на вході рідина із сторонніми включеннями, під дією електричного поля постійного струму відбувається електрокоагуляція або електрофлотація, на виході чистий продукт і відходи.

Кожний такий процес поділу потоків речовини на компоненти (тверде тіло – водяна пара, зерносуміш – зерно, рідина – механічні домішки) використовуються різні фізичні явища: фазовий перехід під дією електромагнітного поля, розділення часток під дією сил в електростатичному полі (коронного розряду та постійного струму), визначається своєю фізичною сутністю, яка виражається в ідентичності матеріальних і енергетичних внутрішніх зв'язків. За характером цих зв'язків процеси можна умовно поділити на групи: тепломасообмінні – електротермічні, процеси електронно-іонної технології, та процеси електрофізичної обробки матеріалів (середовищ). Означені вище процеси з урахуванням цільового призначення (наприклад, термообробка, сепарація, очищення, фільтрація, осадження) можна вважати типовими електротехнологічними процесами.

Дослідження типового процесу зводиться до побудови його повної математичної моделі, яка включає основні рівняння опису статички і динаміки, умови однозначності регульовані та регулюючі параметри, критерії оцінки. При цьому технологічний процес, що здійснюється в установках називають типовим об'єктом керування [72].

Таким чином типізація об'єктів полягає у визначенні загальності математичного опису (математичних моделей) процесів та їх апаратного

оформлення. За основу типізації приймається [97] математичний опис різних процесів аналогічними за структурою диференціальними рівняннями, які описують зміну параметрів в часі та за координатою (процеси тепло- і масопереносу; процеси переміщення тіл і речовин в просторі; процеси сепарації-розпилювання, очищення газових, рідинних середовищ та інш.).

При вивченні (динамічних, нестационарних) режимів функціонування установок, що реалізують електротехнологічні процеси агропромислового виробництва, перед усім необхідно мати математичний опис перебігу процесу або окремих операцій, за допомогою якого можуть бути досліджені характеристики електротехнологічних об'єктів керування. Тому в монографії наводяться необхідні відомості, щодо методології математичного моделювання електротехнологічних процесів.

# ЧАСТИНА I.

## ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЙ

### РОЗДІЛ 1.

#### ЕЛЕКТРОФІЗИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕРМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Електротехнологічні процеси з урахуванням їх цільового призначення (наприклад сушіння, екстракції, очищення, сепарації і т.п.) можна розділити на електротермічні процеси електронно-іонної технології, процеси електрофізичної обробки матеріалів (середовищ). Фізичну основу кожної типу електротехнологічних процесів складає енергія електромагнітного поля і її перетворення в інші види.

*Характеристики електромагнітного поля.*

Відомо, що все різноманіття форм і проявів електричної енергії підпорядковується загальним законам електромагнітного поля, які описуються відомою системою рівнянь Максвелла і являє собою математичну модель поля, що визначає усі його властивості, енергетичні характеристики та можливі перетворення.

Для змінного (в загальному випадку) електромагнітного поля у нерухомому однорідному та ізотропному середовищі повна система рівнянь у векторній формі має наступний вигляд:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{j}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = \frac{\partial \bar{B}}{\partial \tau}, \quad (1.2)$$

$$\bar{J} = \gamma \bar{E} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau} + \rho \bar{v}, \quad (1.3)$$

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E}, \quad (1.4)$$

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H}, \quad (1.5)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho, \quad (1.6)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0, \quad (1.7)$$

де  $\bar{H}$  – напруженість магнітного поля;

$\bar{E}$  – напруженість електричного поля;

$\bar{B}$  – магнітна індукція;

$\bar{D}$  – електрична індукція;

$\bar{J}$  – густина повного струму;

$\gamma$  – питома електрична провідність;

$\rho$  – питома щільність вільних електричних зарядів;

$\varepsilon_a$  – абсолютна діелектрична проникність речовини;

$\mu_a$  – абсолютна магнітна проникність речовини.

Основним проявом електромагнітного поля у природніх середовищах є – електричний струм.

Рівняння (1.1), (1.3) являють собою узагальнений закон повного струму в диференціальній формі, встановлюючи зв'язок між електричним і електромагнітними явищами, в середовищі струму (провідності, зміщення або переносі) зумовлюючи в ньому магнітне поле ( $\operatorname{rot} \bar{H}$ ). Рівняння (1.2) виражає закон електромагнітної індукції (в диференціальній формі) Фарадея-Максвелла: зміна магнітного поля в часі  $\partial \bar{B} / \partial \tau$  збуджує в середовищі електричне поле ( $\operatorname{rot} \bar{E}$ ). Закон Ома в диференціальній формі (густина струму провідності) виражається рівнянням (перша складова рівняння (3)):

$$\bar{J}_{np} = \gamma \bar{E}. \quad (1.8)$$

Вектори напруженості електричного  $\bar{E}$  та магнітного  $\bar{H}$  полів є основними параметрами електромагнітного поля. Електричне і магнітне поле – дві взаємозв'язані та взаємозумовлені складові єдиного електромагнітного поля, кожне з яких характеризується власною енергією, значення якої залежить не тільки від параметрів поля, але і від електрофізичних властивостей середовища (матеріалу).

Об'ємна щільність енергії визначається формулами:

– електричного поля (за умови лінійності  $\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E}$ ):

$$W_E = \frac{1}{2} \varepsilon_a E^2, \quad (1.9)$$

– магнітного поля (за умови лінійності  $B = f(H)$ ):

$$W_H = \frac{1}{2} \mu_a H^2, \quad (1.10)$$

– електромагнітного поля:

$$W_{E,H} = \frac{1}{2} (\varepsilon_a E^2 + \mu_a H^2). \quad (1.11)$$

Енергія переноситься в просторі природніх середовищ електромагнітними хвилями які (відповідно закону Максвелла) розповсюджуються із швидкістю:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль в повітрі:  
 $c = (\varepsilon \approx 1; \mu \approx 1)v = 3 \cdot 10^8$  м/с.

*Поглинання і перетворення енергії електромагнітного поля.*

Перетворення енергії електромагнітного поля в інші види енергії (теплову, механічну, хімічну) відбувається при поглинанні електромагнітних хвиль природніми або штучними середовищами. Інтенсивність поглинання і спрямованість перетворень залежить від електрофізичних властивостей середовища і частоти поля. Поглинання електромагнітної енергії зумовлено наявністю у речовині тіла елементарних вільних або зв'язаних електричних зарядів, маючих власну частоту коливань, яка не дуже відрізняється від частоти коливань поля. Поглинання енергії поля тим сильніше, чим ближче власна частота коливань частинок тіла до частоти коливань поля.

Розповсюджуючись у поглинальному середовищі, електромагнітні хвилі затухають (ослаблюються) в напрямку розповсюдження. У загальному випадку, потік енергії, визначається вектором Пойнтинга, є функцією відстані  $x$  від

поверхні середовища (де входить потік) і зменшується за експоненціальним законом:

$$Q(x) = Q_f \exp(-2kx), \quad (1.12)$$

де  $Q_f$  – потік енергії на поверхні середовища;

$k$  – коефіцієнт затухання хвилі.

Коефіцієнт затухання  $k$  являє собою функцію електрофізичних властивостей середовища і частоти поля  $\omega$ , визначається за формулою:

$$k(\varepsilon, \mu, f) = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon_a \mu_a}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} \right)^2} - 1 \right)}, \quad (1.13)$$

де  $\omega = 2\pi f$  – кутова швидкість поля.

Таким чином поглинання і перетворення поглиненої електромагнітної енергії в інші види відбувається в результаті взаємодії електричних і магнітних полів з елементарними частками середовищ, індукованими в середовищі струмами, з електрично зарядженими частинками і т.п. Результатом таких взаємодій є різні технологічні прояви або дії струмів (полів) (основні з них теплові, механічні, хімічні та біологічні дії струмів).

#### *Перетворення електричної енергії в теплову.*

Принцип перетворення енергії електромагнітного поля в теплову полягає в тому, що енергія поля певним способом передається атомам і молекулам нагріваємого середовища і витрачається на інтенсифікацію їх руху (теплого). При цьому, енергія може передаватися середовищу електромагнітними хвилями оптичного і надвисокочастотного діапазонів (інфрачервоне випромінювання, лазерними променями, мікрохвильовим випромінюванням (НВЧ), частота яких лежить в межах власних частот коливань атомів і молекул речовини).

Електромагнітна енергія більш низьких частот впливає на вільні або зв'язані елементарні електричні заряди (електрони, іони, що входять до складу речовини), які під дією електричного поля набувають упорядкований рух, утворюючи електричні струми. В провідниках – струм провідності; в

діелектриках – струми поляризації і електричного зміщення, які у сукупності називають повним струмом або струмом зміщення.

В провідниках струми збуджують вмиканням їх в електричне коло (при низьких частотах); індукційним змінним магнітним полем (в металах); індукційним високочастотним полем. Індуковані у металах змінним магнітним полем струми називають вихровими струмами. В електролітах високочастотне поле збуджує струми поляризації.

Протікання струму супроводжується багаторазовими зіткненнями "вільних" електронів або іонів з іонами кристалічних решіток, атомами і молекулами речовини провідникових середовищ та передачею їм надлишків накопиченої енергії. В результаті енергія упорядкованого руху зарядів (електричних струмів) перетворюється в енергію неупорядкованого (теплого) руху атомів і молекул речовини. При цьому виділяється певна кількість теплоти – яку називають теплотою Джоуля-Ленца. Осереднена щільність струму провідності буде пропорційна осередненій напруженості електричного поля, яка визначається законом Ома:

$$I = \gamma E.$$

Кількість теплоти, яка виділяється в одиниці об'єму провідника в одиницю часу – складає питомий тепловий потік:

$$q = IE = \gamma E^2,$$

а кількість загальної теплоти в об'ємі  $V$  за час  $\tau$  буде:

$$Q = \tau \int \gamma E^2 dV.$$

За умови постійних значень  $\gamma(V) = const$ ,  $E(V) = const$  кількість теплоти визначається відомим законом Джоуля-Ленца:

$$Q = \gamma E^2 V \tau = I^2 R \tau = \frac{U^2 \tau}{R}, \quad (1.14)$$

де  $V$  – об'єм;

$I$  – струм;

$U$  – напруга;

$R$  – електричний опір.

В діелектриках електрична енергія перетворюється в теплову внаслідок безперервного зміщення зв'язаних зарядів – струмів електричного зміщення, під дією швидкозмінного електричного поля. Протікання струму супроводжується роботою сил поля по подоланню опору речовини діелектрика переміщенню зв'язаних зарядів. Витрачена полем енергія, еквівалентна цій роботі, виділяється в діелектриках у формі теплоти.

Кількісний опис процесу перетворення електричної енергії в теплову у колах квазістаціонарних струмів впливає з рівняння енергетичного балансу за елементарний час  $d\tau$ :

$$Pd\tau = I^2 R d\tau + \delta A + i(\varphi_1 - \varphi_2)d\tau + dW, \quad (1.15)$$

де  $P$  – потужність джерел електричного струму;

$R$  – зовнішній опір кола;

$I$  – сила струму електричного кола;

$\delta A$  – механічна робота здійснена системою;

$(\varphi_1 - \varphi_2)$  – різниця потенціалів на контактах різнорідних провідників;

$dW$  – приріст електричної енергії системи;

$Pd\tau$  – енергія, що вводиться в систему.

Для системи нерухомих тіл, при відсутності внутрішніх ЕРС і зосереджених реактивних елементів з рівняння (1.15) отримаємо вираз закону Джоуля-Ленца (1.14):

$$Pd\tau = dQ = I^2 R d\tau. \quad (1.16)$$

Загальний метод кількісного опису різних способів перетворення електричної енергії в теплову оснований на розв'язках системи рівнянь поля (1.1) – (1.7) для конкретних частинних умов. При розв'язку рівнянь визначають вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ , значення яких дозволяють розрахувати вектор Пойнтинга:

$$\vec{\Pi} = (\vec{E} \times \vec{H}), \quad (1.17)$$

який являє собою потік енергії, що переноситься електромагнітними хвилями в одиницю часу, через одиничну поверхню, перпендикулярну напрямку руху

енергії, та енергію, що поступає в об'єм  $V$  обмежений поверхнею  $A$  в одиницю часу за рівнянням:

$$\bar{S} = -\oint_A \bar{\Pi} d\bar{A} = -\oint_A (\bar{E} \bar{H}) d\bar{A}. \quad (1.18)$$

Знак мінус перед інтегралом вказує, що потік енергії спрямовано всередину тіла назустріч нормалі до поверхні тіла  $d\bar{A}$  (потік енергії, в цілому величина позитивна).

Закон збереження енергії електромагнітного поля для об'єму середовища  $dV$  за час  $d\tau$  відповідно до теореми Умова-Пойнтинга можна записати у вигляді рівності:

$$-\oint_A \bar{\Pi} d\bar{A} = \int_V \gamma E^2 dV + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \left( \frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) dV. \quad (1.19)$$

Потік енергії в об'ємі  $dV$  за одиницю часу, що поступає у вигляді вектору Пойнтинга витрачається на виділення джоулевої теплоти:

$$P = \int_V \gamma E^2 dV, \quad (1.20)$$

та на зміну енергії електромагнітного поля:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \left( \frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) dV. \quad (1.21)$$

Рівняння (1.21) дозволяє визначити ті перетворення енергії, які відбуваються при зміні поля в часі.

#### *Перетворення електричної енергії в механічну.*

Перетворення електричної енергії в механічному основане на використанні механічних сил, які діють на тіла в електромагнітному (електричному) полі. Такі сили називають – електродинамічними або пондеромоторними силами. Механічна робота в електромагнітному полі, відбувається тільки при переміщенні тіла або зміни його об'єму (розміру).

Сила  $F$ , діюча на кожний елемент об'єму тіла (щільність механічних сил, Н/м<sup>3</sup>) визначається зміною енергії поля  $W$  при переміщенні тіла під дією цієї

сили:  $F = -\frac{\partial W}{\partial x}$  (де  $x$  – переміщення, де знак мінус свідчить про зменшення енергії поля в напрямку руху тіла).

В електричному та магнітному полях тіла з різними властивостями отримують різні за характером механічні впливи. Електричне поле оказує механічну дію на заряджені та незаряджені діелектрики, а в магнітному полі на провідники зі струмом і без струму. Однак усі види механічних сил в електромагнітному полі мають одну фізичну основу – є результатом взаємодії полів з електричними зарядами у складі тіл: вільними або індукованими полями.

Щільність механічних сил для квазістаціонарних електричного  $F_E$  і магнітного  $F_M$  полів визначаються рівняннями:

$$F_E = \rho_z E - \frac{1}{2} E^2 \text{grad}(\varepsilon) + \frac{1}{2} \text{grad} \left( E^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_d} \rho_d \right), \quad (1.22)$$

$$F_M = \bar{I} \bar{B} - \frac{1}{2} H^2 \text{grad}(\mu) + \frac{1}{2} \text{grad} \left( H^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho_n} \rho_n \right), \quad (1.23)$$

де  $\rho_z, \rho_d, \rho_n$  – щільність об'ємних зарядів в діелектриках, густина речовини діелектриків і провідників.

Перша складова правої частини рівності (1.22) являє собою об'ємну механічну силу, що сприймається електричними зарядами діелектриків в електричному полі. Вона визначається напруженістю поля. Сила, діюча на заряджене тіло об'ємом  $V$ , несуче заряд  $q$ , як відомо визначається:

$$\bar{F} = \rho_z V \bar{E} = q \bar{E}, \quad (1.24)$$

друга та третя складові являють собою сили, діючі на діелектрики при їх поляризації. При поляризації в діелектриках виникають поверхневі та об'ємні поляризаційні заряди. Взаємодія поля з поверхневими зарядами (поляризаційними) створює в неординарних електричних полях силу, під дією якої діелектрики рухаються в бік збільшення напруженості поля, або, навпаки в бік послаблення напруженості поля. Напрямок дій сили (знак сили) залежить від співвідношення діелектричної проникності тіла та середовища. Третя складова –

результат взаємодії поля з об'ємними поляризаційними зарядами. Перша складова правої частини рівності (1.23) являє собою механічну силу, діючу на провідник із струмом в магнітному полі. Вона визначається відомою формулою для сили діючої на елемент провідника ( $dI$ ) зі струмом  $I$ :

$$\bar{F} = I(d\bar{I}\bar{B}), \quad (1.25)$$

яка лежать в основі електромеханічного способу перетворення енергії в електродвигунах, електромагнітних приладах та інших перетворювачах.

*Перетворення електричної енергії в хімічну.*

В основі перетворення електричної енергії в хімічну є явище електролізу, що полягає в тому, що електричний струм спроможний виділяти із електролітів (провідника другого роду), розміщених між електродами (провідниками першого роду), частинки речовини (іона), осаджувати на електродах та інтенсифікувати їх взаємодію. На границі електроліт-електрод між електродами і іонами відбувається облік електронами та енергією. При протіканні струму електроди поляризуються і на границі розділу фаз виникає різниця потенціалів електрода  $\varphi_1$  і електроліту  $\varphi_2$  – перенапруження  $\eta = \varphi_1 - \varphi_2$ , яке являє рушійною силою.

### **1.1. Електротермічні процеси.**

Серед значного різноманіття фізичних методів теплової обробки сільськогосподарської матеріалів, продуктів і технологічних середовищ для забезпечення заданого ефекту найбільше розповсюдження у виробництві сільгосппродукції отримали такі методи електротехнологічного впливу:

1. Обробка матеріалів і середовищ в електромагнітному полі (ЕМП) надвисокої частоти (НВЧ). Зазвичай використовують частоти 2375 або 2450 МГц. Фізичну сутність даних процесів, які при цьому відбуваються розглянемо нижче;
2. Вплив на продукцію потоку інфрачервоного випромінювання (ІЧВ), який при взаємодії з матеріалом (поглинанні) перетворюється в теплоту. ІЧВ в спектрі електромагнітних хвиль 0.76...750 мкм умовно розділяється на три

групи: короткохвильові 0.76...1.5 мкм, середньохвильові 1.5...5.6 мкм, довгохвильові 5.6...750 мкм.

3. Використання ЕМП промислової частоти для індукційного нагріву (ІН) тепловиділяючих електромагнітних елементів (поверхонь), теплота яких передається теплопередачею до оброблюваних (нагрівальних) тіл і середовищ.
4. Обробіток продуктів впливом постійного або змінного електричного струму (промислової частоти), що пов'язане з виділенням в оброблюваному середовищі теплоти – електроконтактний нагрів (ЕКН) або струмом високої частоти (СВЧ).

#### *1.1.1. Фізичні закономірності перетворення електричної енергії в теплоту.*

Принцип прямого перетворення енергії ЕМП в теплоту полягає у передачі електромагнітними хвилями (певного діапазону) енергії атомам і молекулам оброблюваного середовища яка витрачається на підвищення інтенсивності їх теплового руху.

Енергія передається (переноситься) електромагнітними хвилями, які відповідно до закону Максвелла розповсюджуються у речовинних середовищах зі швидкістю:

$$v_x = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}; \quad (1.26)$$

де  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с - швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі;

$\varepsilon, \mu$  – відносна діелектрична проникність і магнітна проникність речовини середовища.

Приймачами електромагнітної енергії є вільні та зв'язані елементарні заряди (електрони, іони) у складі речовини, які під дією електричного поля набувають, упорядкований рух, утворюючи електричні струми: у провідниках – струм провідності, у діелектриках – струми поляризації та електричного зміщення, які називаються у сукупності повним струмом зміщення. У напівпровідниках можливі струми всіх видів.

В провідниках струми збуджуються безпосереднім їх включенням в електричне коло (при низьких частотах); індуковані змінним магнітним полем (у металах); індукуванням високочастотним електричним полем в електролітах. Індуковані в металах (ферромагнетиках) змінним ЕМП струми називаються вихровими. В електролітах НВЧ ЕМП збуджують струми поляризації.

Рух струму провідності супроводжується багаторазовими зіткненнями «вільних» електронів (у провідниках) або іонів (в електролітах) з іонами вузлами кристалічних решіток, атомами і молекулами речовини середовища і передачею їм надлишків занесеної енергії. Виділяючи при цьому теплоту, яка по суті є теплотою Джоуля-Ленца. Осереднена щільність струму провідності буде пропорційною осередненій напруженості електричного поля і визначається законом Ома,  $I = \gamma E$  (де  $\gamma$  – питома електрична провідність).

Кількість теплоти, що виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу (питомий тепловий потік) визначиться відомою залежністю:

$$P_V = jE = \gamma E^2, \quad (1.27)$$

а кількість теплоти в одиниці об'єму  $V$  за час  $\tau$  буде:

$$Q = \tau \int_V (\gamma E^2) dV. \quad (1.28)$$

За умови сталих значень  $\gamma$  та  $E$  матимемо відомий вираз закону Джоуля-Ленца:

$$Q = \gamma E^2 V \tau = I^2 R = \frac{U^2 \tau}{R}. \quad (1.29)$$

В діелектриках електрична енергія перетворюється в теплову внаслідок безперервного зміщення зв'язаних зарядів – струму зміщення, під дією швидкозмінного електричного поля. Протікання струму супроводжується роботою сил поля по подоланню опору речовини діелектрика руху зв'язаних зарядів. Затрачена полем енергія, еквівалентна цій роботі, виділяється в діелектрику у формі теплоти.

Кількісний метод опису різних способів перетворення електричної енергії в теплову, ґрунтується на розв'язку системи рівнянь Максвелла, яка являє собою

математичну модель електромагнітного поля, що визначає усі його властивості і можливі перетворення.

Для змінного електромагнітного поля у нерухомому однорідному середовищі повну систему рівнянь Максвелла можна представити у вигляді рівнянь (1.1) – (1.7).

Рух енергії в електромагнітному полі характеризується вектором Пойнтинга:

$$\bar{\Pi} = [\bar{E} \times \bar{H}]. \quad (1.30)$$

*1.1.2. Взаємодія електромагнітного поля НВЧ з діелектричними середовищами і матеріалами.*

Для практичних розрахунків і аналізу дії ЕМП на середовище найбільшу зацікавленість являють ефективні втрати енергії, які виділяються у вигляді теплової енергії (теплоти), яка утворилася при взаємодії змінного ЕМП і атомно-молекулярною структурою діелектрика.

На частотах більше 1000 МГц прийнято аналізувати енергетичні процеси за допомогою електромагнітних хвиль. Із рівнянь Максвелла можна отримати вираз для енергії, яка переноситься електромагнітною хвилею, відома як теорема Умова-Пойнтинга:

$$\bar{P} = \int_F [\bar{E} \times \bar{H}] dF = \int_F [\bar{\Pi}] dF, \quad (1.31)$$

З цієї теореми випливає, що величина і фаза середньої енергії  $\bar{P}$ , що проходить через поверхню  $F$ , визначає амплітуду, фазу і розподіл електричного і магнітного полів. Вектор випромінювання:

$$\bar{\Pi} = [\bar{E} \times H^*], \quad (1.32)$$

визначає напрямок і кількість енергії в потоці.

Для визначення ефективних втрат в діелектрику, поверхневий інтеграл (1.31) перетворюємо за допомогою теореми Гауса в інтеграл за об'ємом, який розділяють на три інтеграла:

$$P = \int_F [\bar{E} \times H^*] dF = -j\omega \int_V \mu [H \times H^*] dV + j\omega \int_V \varepsilon [E \times E^*] dV -$$

$$- \int_V \kappa [E \times E^*] dV = 4j\omega(P_H - P_E) + 2P_{\text{втрат}}, \quad (1.33)$$

де  $k = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_y$  – провідність діелектрика (зв'язана з тангенсом кута діелектричних втрат  $\tan \delta$ ).

Перші два інтеграла дають значення середньої енергії, накопиченої відповідно в електричному і магнітному полях, а третій інтеграл представляє в загальному вигляді, втрати енергії на розсіювання в діелектрику.

Якщо коефіцієнт втрат незмінний в об'ємі  $V$  то рівняння можна записати в наступному вигляді:

$$P_{\text{втрат}} = -k \int_V [E \times E^*] dV = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_t'' \int_V |E|^2 dV \quad (1.34)$$

де  $\varepsilon_t'' = \varepsilon' \tan \delta$  – уявна складова діелектричних втрат;

$\varepsilon'$  – дійсна складова діелектричних втрат.

За умови, що в об'ємі діелектричного середовища  $V$  наведено однорідне електричне поле, то з рівняння (1.34) з урахуванням, що  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота, матимемо відомий вираз об'ємної потужності внутрішнього джерела теплової енергії:

$$P = f \varepsilon_0 \varepsilon \tan \delta |\bar{E}|^2 \approx 0,556 \cdot 10^{-12} E^2, \quad (1.35)$$

Рівняння (1.35) та (1.33) справедливі у всьому спектрі електромагнітних коливань, де частотна залежність діелектричної проникності виражена через  $\varepsilon''(\omega)$  і  $\varepsilon'(\omega)$ .

Енергія змінного електричного поля, перетворюється в теплову і збільшується пропорційно частоті  $\omega$  і квадрату напруженості  $E^2$ . Збільшення напруженості електричного поля обмежено кінцевою електричною міцністю діелектрика. Питому теплову енергію можна збільшувати шляхом збільшення частоти. В цьому і полягає ефективність НВЧ-нагріву.

Електромагнітна хвиля, розповсюджуючись у поглинальному середовищі діелектрика послаблюється в напрямку розповсюдження. Енергія, яка дістала перетину  $k$ , зменшується на величину  $\Delta P$ :

$$\Delta P = P[1 - e^{-2\alpha k}], \quad (1.36)$$

де  $\alpha$  – стала затухання:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon'}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{\omega^2 (\varepsilon')^2}} - 1 \right]}, \quad (1.37)$$

де  $\omega = 2\pi f$  – кутова швидкість поля.

Потік енергії визначається вектором Пойнтинга і зменшується від поверхні тіла вглиб ( $d - x$ ) за експоненціальним законом:

$$P(x) = P_0 \cdot \exp(-2\alpha x), \quad (1.38)$$

де  $P_0$  – потік енергії на поверхні середовища, тіла.

Таким чином, інтенсивність затухання хвилі, і відповідно поглинання енергії, визначається коефіцієнтом затухання  $\alpha$ , який є функцією електрофізичних властивостей середовища ( $\varepsilon, \mu, \gamma$ ), які в свою чергу залежать від частоти ЕМП, причому глибина проникнення хвиль зменшується із збільшенням частоти. При значному об'ємі діелектричного середовища хвиля може не досягти центральної частини об'єму.

В металах  $\omega\varepsilon \ll \gamma$ , тому у виразі (1.37) можна знехтувати одиницею, як величиною набагато меншою за  $\frac{\gamma^2}{\omega^2(\varepsilon)^2}$ , тоді коефіцієнт загальний для металів визначиться:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\omega \mu \gamma}{2}}. \quad (1.39)$$

### *1.1.3. Взаємодія електромагнітного поля, більш низьких частот, з струмопровідними тілами.*

При поглинанні електромагнітної енергії металевим тілом, яке знаходиться у змінному електромагнітному полі, електроенергія перетворюється в теплову безпосередньо в об'ємі тіла – це явище називається індукційним нагрівом, а джерело змінного електромагнітного поля – індуктором.

Індукційний нагрів металів заснований на двох фізичних законах: закон електромагнітної індукції Фарадея-Максвелла та законі Джоуля-Ленца. У змінному магнітному полі у металевих тілах збуджується вихрове електричне поле. ЕРС індукції визначається швидкістю зміни магнітного потоку:

$$e = \frac{\partial \Phi}{\partial \tau}. \quad (1.40)$$

Ця залежність є інтегральною формою закону електромагнітної індукції (див. рівняння 1.2). Під дією ЕРС індукції в тілі утворюються (замкнені в тілі) вихрові струми, з виділенням теплоти за законом Джоуля-Ленца.

Загальні закономірності індукційного нагріву впливають із системи рівнянь (1.1) – (1.7), що описують електромагнітне поле для струмопровідного середовища і теореми Умова-Пойнтига (1.31).

У провідниках струмом зміщення в порівнянні із струмом провідності можна знехтувати і рівняння електромагнітного поля записати у вигляді:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \gamma \bar{E}, \quad (1.41)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial B}{\partial \tau}, \quad (1.42)$$

$$\operatorname{div} \bar{H} = 0, \quad (1.43)$$

$$\operatorname{div} \bar{E} = 0. \quad (1.44)$$

Розв'язок рівнянь (1.41) – (1.44) можна отримати для найпростіших випадків так, як він має враховувати конфігурацію нагрівального тіла, його електрофізичні властивості, частоту і форму електромагнітної хвилі та напруженості поля. Аналогічно такі задачі вирішуються в курсі «Теоретичні основи електротехніки», тому далі використовуються деякі кінцеві результати [40].

При синусоїдальній зміні векторів  $\bar{E}$  і  $\bar{H}$  та значеннях  $\mu, \varepsilon$  незалежних від  $E$  та  $H$  комплексні значення амплітуд відповідних векторів визначаються:

$$\dot{H}_n = H_{me} e^{-\frac{1+j}{\Delta} k}, \quad (1.45)$$

$$\dot{E}_n = E_{me} (1+j) \frac{\alpha}{\gamma} e^{-\frac{1+j}{\Delta} k}, \quad (1.46)$$

де  $H_{me}, E_{me}$  – амплітуди векторів на поверхні тіла ( $x = 0$ );

$\Delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}}$  – глибина проникнення струму (поля) у провідне тіло,

$$\text{або } \Delta \approx 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu f}}.$$

Так як  $j = \gamma E$ , то густина струму індукованого в тілі також змінюється за експоненціальним законом:

$$j = j_s e^{-\frac{x}{\Delta}}, \quad (1.47)$$

де  $j_s$  – густина струму на поверхні тіла.

Причиною затухання електромагнітної хвилі є перетворення енергії електромагнітного поля в теплову за законом Джоуля-Ленца, в наслідок чого і відбувається індукційний нагрів.

Потік енергії всередині тіла в залежності від глибини  $x$  від його поверхні визначиться:

$$\Pi = \frac{1}{2} [\dot{E}_m \times H_m^*] = \frac{1}{2} [1 + j] \frac{\alpha}{\gamma} H_{me}^2 e^{-\frac{2x}{\Delta}}, \quad (1.48)$$

де  $H_m^* = \sqrt{2} \bar{H}^*$  – комплексно спряжена величина, з  $\dot{H}$ .

Дійсна частина вектору потоку активної енергії, що надходить в тіло через одиницю обмежуючої поверхні, яка витрачається на нагрів, буде визначатися:

$$R_e \dot{\Pi} = P = \frac{1}{2} \rho \alpha H_{me}^2 e^{-\frac{2x}{\Delta}}. \quad (1.49)$$

Уявна частина потоку реактивної енергії, витрачається на перемагнічування тіла:

$$j_m \dot{\Pi} = Q = \frac{1}{2} j \rho \alpha H_{me}^2 e^{-\frac{2x}{\Delta}}. \quad (1.50)$$

Питома потужність на поверхні тіла  $x = 0$ :

$$P_s = 10^{-3} H_{me}^2 F_f \sqrt{\rho \mu f}, \quad (1.51)$$

$$Q_s = 10^{-3} H_{me}^2 G_f \sqrt{\rho \mu f}, \quad (1.52)$$

де  $\sqrt{\rho \mu f}$  – коефіцієнт поглинання потужностей.

Виражаючи напруженість магнітного поля  $H_{me}$  через магніторухійну силу, наближено можна її величину представити  $H_{me} = \sqrt{2} I W_0$  (де  $I$  – діючий струм;  $W_0$  – число витків на одиницю висоти (довжини) тіла). З урахуванням вище наведеного можна отримати наближені залежності питомої потужності:

$$P_s = 2 \cdot 10^{-3} (I W_0)^2 F_f \sqrt{\rho \mu f}, \quad (1.53)$$

$$Q_s = 2 \cdot 10^{-3} (IW_0)^2 G_f \sqrt{\rho \mu f}, \quad (1.54)$$

де  $F_f, G_f$  – функції форми тіла, які відрізняють плоску хвилю від реальної форми.

Електричний коефіцієнт корисної дії (ККД) можна представити у вигляді:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1 + P_2}, \quad (1.55)$$

де  $P_1, P_2$  – активні потужності, що поглинаються індуктором і нагрітим тілом.

#### *1.1.4. Вплив інфрачервоного випромінювання на матеріали і середовище.*

Енергія може передаватися безпосередньо електромагнітними хвилями оптичного діапазону (5 нм...1 мм) частота яких лежить в діапазоні власних частот теплових коливань молекул і атомів речовини від місця генерування через оточуюче середовище до сприймаючого середовища та може поглинається на глибину  $L \approx 1.5$  мм. Потік інфрачервоного випромінювання (ІЧВ) поглинається середовищем, і в процесі взаємодії перетворюється в теплову.

В загальному вигляді теплове ІЧВ – це процес перенесення внутрішньої енергії одного випромінюваного тіла через газовий шар до іншого тіла за рахунок фотонів електромагнітного випромінювання. На поверхні випромінюваного тіла внутрішня енергія перетворюється на квант електромагнітного випромінювання. На поверхні тіла, що нагрівається і поглинає випромінювання енергії квантів перетворюється на внутрішню – теплову енергію тіла.

Довжина хвилі випромінювання залежить від температури випромінюючого тіла і визначається відповідно до закону Вина формулою:

$$\lambda_{max} = \frac{2900}{T}, \quad (1.56)$$

де  $T = 273 + \theta$  – абсолютна температура випромінюючого тіла;

$\lambda_{max}$  – максимальна довжина хвилі.

З підвищенням температури випромінювання максимум довжини хвилі зміщується в бік більш коротких хвиль.

Спектральна інтенсивність випромінювання (густина потоку ІЧВ) в залежності від довжини хвилі і температури випромінювання визначається законом М. Планка (Вт/м<sup>3</sup>):

$$E_{0\lambda} = \frac{2TC_1}{\lambda^5} \left[ e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right], \quad (1.57)$$

де  $C_1 = 5.944 \cdot 10^{-17}$  – перша константа випромінювання;

$C_2 = 1.4388 \cdot 10^{-2}$  – друга константа випромінювання.

При використанні закону Планка отримано закон Стефана-Больцмана [8] для поверхневої густини потоку інтегрального випромінювання:

$$E_0 = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda = \sigma_0 T^4 = \sigma_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (1.58)$$

де  $\sigma_0$  – стала Стефана – Больцмана;

$\varepsilon$  – коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла;

$C = \varepsilon \sigma_0$  – коефіцієнт випромінювання.

Для сірих тіл  $E = \varepsilon_i E_0$  (де  $\varepsilon_i$  – ступінь чорноти сірого тіла):

$$E = \sigma_0 \varepsilon \left( \frac{T}{100} \right)^4 = C \left( \frac{T}{100} \right)^4. \quad (1.59)$$

Перенесення енергії в ІЧВ відбувається від тіла з більшим потенціалом переносу теплоти, більшою температурою до тіла з меншим потенціалом.

Із загальної кількості енергії ІЧВ  $Q$ , яка потрапляє на поверхню опромінювання тіла в одиницю часу, частина  $Q_A$  поглинається тілом, частина  $Q_R$  відбивається і частина  $Q_D$  – пропускається тілом, тобто:

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D, \quad (1.60)$$

або

$$\frac{Q_A}{Q} + \frac{Q_R}{Q} + \frac{Q_D}{Q} = 1, \quad (1.61)$$

$$A + R + D = 1, \quad (1.62)$$

де  $A = \frac{Q_A}{Q}$  – поглинальна здатність;

$R = \frac{Q_R}{Q}$  – відбивальна здатність;

$D = \frac{Q_D}{Q}$  – пропускна здатність (оптична прозорість тіла).

Частина променів, що проникла в середину (в глибину) матеріалу розсіюється в середині матеріалу і поглинається в ньому. Явище внутрішнього розсіювання і поглинання ослаблює інтенсивність проходження потоку променів ІЧВ в матеріалі.

Відповідно до закону Бугера (Бугера-Ламберта-Бера) зменшення густини спектрального потоку випромінювання при проходженні крізь шар матеріалу товщиною  $dx$  прямопропорційний густині вхідного потоку випромінювання  $q_q$  за рахунок розсіювання:

$$dq_s = -\chi q dx, \quad (1.63)$$

де  $\chi$  – коефіцієнт розсіювання.

Відповідно ослаблення променевого потоку за рахунок поглинання:

$$dq_0 = -k q dx, \quad (1.64)$$

$$dq = -(k + \chi) q dx, \quad (1.65)$$

де  $k$  – коефіцієнт істинного поглинання.

Інтегруючи (1.65) отримано вираз закону Бугера:

$$q(x) = q_0 e^{-Sx}, \quad (1.66)$$

де  $S = \xi + \chi$  – коефіцієнт екстинкції (поглинання);

$q_0$  – густина потоку випромінювання на поверхні матеріалу  $S = f(\lambda, \rho)$ .

Вираз (1.66) визначає розподіл густини потоку ІЧВ за товщиною матеріалу. Інтенсивність дії електромагнітних хвиль ІЧ діапазону зменшується за експоненціальним законом. При товщині шару матеріалу або середовища  $d \geq 10$  мм проникність органічних матеріалів зазвичай дуже низька.

Частина ІЧВ з інтенсивністю  $I_{\text{заг}}$  поглинається у зразку товщиною  $d$  у кількості:

$$I_{\text{заг}} = (1 - R)(1 - e^{-\chi d})I_0, \quad (1.67)$$

а відношення:

$$\frac{I_{\text{заг}}}{I_0} = A = (1 - R)(1 - e^{-\chi d}), \quad (1.68)$$

визначає поглинальну здатність матеріалу:  $A = \varepsilon$  (де  $I_0$  – густина потоку ІЧВ на поверхні випромінюючого тіла).

### 1.1.5. Теплообмін випромінюванням, передача теплоти ІЧВ між тілами.

Поверхня тіла, що взаємодіє з падаючим на нього випромінюванням не тільки поглинає, але й випромінює частину енергії. Повний потік променевої енергії, що складається із власного і відбитого потоків називається ефективним випромінюванням тіла  $E_{\text{еф}}$ . Його величину можна визначити з наступних міркувань. Власне випромінювання тіла з поверхнею  $F_1$  і температурою  $T_1$  визначається потоком ІЧВ  $E_1$ . Якщо зовні на це тіло потрапляє питомий потік променевої енергії  $E_2$ , то відбивна частина цього потоку буде складати  $(1 - \varepsilon_1)E_2$  (де  $\varepsilon_1$  – ступінь чорноти першого тіла). Тоді питомий ефективний потік першого тіла з поверхнею  $F_1$  буде складатися:

$$E_{\text{еф}} = E_1 + (1 - \varepsilon_1)E_2, \quad (1.69)$$

Теплоперенос (теплообмін) між двома тілами 1 і 2 може бути розраховано достатньо точно, тільки тоді коли обидва тіла є непроникними для ІЧВ і поглинена енергія відбивається на поверхні одного з них, а середовище (повітряне) в якому знаходяться тіла 1 і 2 прозоре (діатермічне). Крім того потоків ІЧВ з  $F_1$  може потрапляти на поверхню  $F_2$  другого тіла. Останнє можливо в двох випадках: поверхні обох тіл паралельні, або вся поверхня  $F_1$  розташована всередині поверхні  $F_2$ , як показано на рис. 1.1.

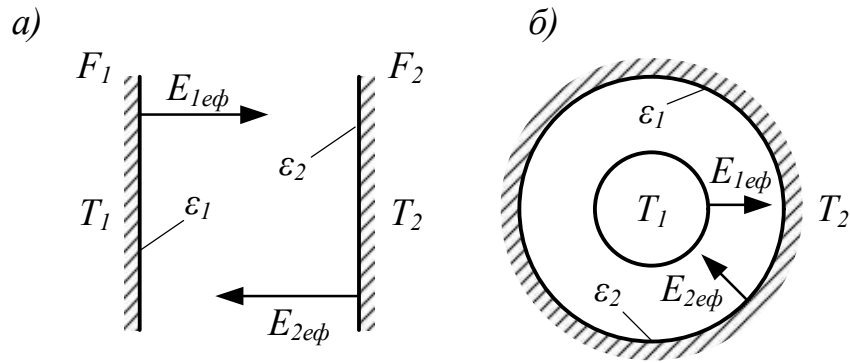
За умови  $F_1 = F_2$  для двох паралельних поверхонь на основі рівняння (1.69) можна записати:

$$\begin{cases} E_{1\text{еф}} = E_1 + (1 - \varepsilon_1)E_{2\text{еф}}; \\ E_{2\text{еф}} = E_2 + (1 - \varepsilon_2)E_{1\text{еф}}. \end{cases} \quad (1.70)$$

Розв'язок записаної системи відносно  $E_{1\text{еф}}$  і  $E_{2\text{еф}}$  запишемо у вигляді:

$$E_{1\text{еф}} = \frac{E_1 + E_2 - \varepsilon_1 E_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}, \quad (1.71)$$

$$E_{2\text{еф}} = \frac{E_1 + E_2 - \varepsilon_2 E_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}. \quad (1.72)$$



**Рис. 1.1. Розрахункові схеми до визначення теплопереносу між тілами (поверхнями)**

Питомий і повний (на усю поверхню  $F_1 = F_2 = F$ ) потоки ІЧВ в одиницю часу можна визначити:

$$q = E_{1ef} - E_{2ef}; \quad (1.73)$$

$$Q = qF = [E_{1ef} - E_{2ef}]F. \quad (1.74)$$

З урахуванням значення  $E_{1ef}$ ,  $E_{2ef}$  величину  $Q$  можна записати у вигляді:

$$Q = \frac{\varepsilon_2 E_1 - \varepsilon_1 E_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} F. \quad (1.75)$$

Враховуючи, що  $E = \varepsilon \sigma T^4$  отримаємо:

$$Q = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 \sigma T_1^4 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma T_2^4}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} F. \quad (1.76)$$

Для площинних паралельних генеруючої і сприймаючої поверхонь величину потоку ІЧВ  $Q(T_1, T_2)$  прийнято представляти у вигляді:

$$Q = \frac{\sigma_0 [T_1^4 - T_2^4]}{\varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_2^{-1} - 1} F = \varepsilon_{пр} \sigma_0 F [T_1^4 - T_2^4], \quad (1.77)$$

де  $\varepsilon_{пр} = [\varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_2^{-1} - 1]^{-1}$ .

Якщо, розраховується втрата теплоти випромінювання в оточуюче середовище  $F_2 \rightarrow \infty$  і  $\varepsilon_{пр} = \varepsilon$ .

При розрахунках теплообміну випромінюванням між не паралельними поверхнями, використовується кутовий коефіцієнт  $\psi_{12}$ , який визначає, яка частка променів від поверхні  $F_1$  потрапляє на поверхню  $F_2$ . Тоді кількість теплоти випромінювання визначиться:

$$Q = F_1 \psi_{12} \varepsilon_{12} \left[ \left[ \frac{T_1}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_2}{100} \right]^4 \right], \quad (1.78)$$

де  $\varepsilon_{12} = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1}{\sigma_0}$ .

Густина потоку випромінювання можна представити наближено:

$$q = c_{\text{пр}} 10^{-8} [T_1^4 - T_2^4] = c_{\text{пр}} 10^{-8} [T_1^2 - T_2^2][T_1^2 + T_2^2] = \alpha_{\text{вип}} [t_1 - t_2], \quad (1.79)$$

де  $T_1, T_2 = 273 + t$ ;

$$\alpha_{\text{вип}} = c_{\text{пр}} 10^{-8} [T_1^2 + T_2^2][T_1 + T_2]. \quad (1.80)$$

### 1.1.6. Електронагрів опором.

Фізичні явища, які відбуваються при електроконтактному нагріві (нагріванні опором), можна представити наступним чином. Електричний струм, що проходить через провідне середовище (провідник першого, або другого роду) з активним (омічним) опором  $R$  за проміжок часу  $\tau$  зумовлює виділення в ньому теплової енергії кількість якої визначається законом Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R \tau = \frac{U^2}{R} \tau, \quad (1.81)$$

де  $I$  – сила струму;

$R$  – електричний активний опір;

$U$  – підведена напруга;

$\tau$  – час дії струму.

Потужність теплових втрат в провіднику при проходженні струму визначається за допомогою:

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (1.82)$$

Як впливає з наведених формул, основним фактором, що визначає процес нагріву опором є електричний опір тіл (середовищ, матеріалів), що нагріваються.

Опір провідника постійному струму називають омічним і визначають за відомою формулою:

$$R_0 = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.83)$$

де  $\rho$  – питомий опір матеріалу провідника;

$l, S$  – довжина і площа перетину провідника.

Питомий опір залежить від температури і визначається за формулою:

$$\rho(t) = \rho_{20}[1 \pm \alpha(T + 20)], \quad (1.84)$$

де  $\rho(t), \rho_{20}$  – питомий опір при температурі  $T$  і при  $20$  °С;

$\alpha$  – температурний коефіцієнт.

Електричний опір безіндукційних матеріалів провідників називають активним. Він більший омичного через наявність поверхневого ефекту (ефекту витіснення струму):

$$R_a = k_{\pi} \rho \frac{l}{S}, \quad (1.85)$$

де  $k_{\pi} = \frac{R_a}{R_0}$  – коефіцієнт поверхневого ефекту.

До провідників другого роду, які називаються електролітами відносяться водні розчини кислот, солей, а також рідкі та вологомісткі матеріали (молоко, вологі корми, ґрунт, соковиті рослинні матеріали).

### *1.1.7. Непрямий нагрів резистивних рухомих і нерухомих середовищ.*

При використанні провідників (провідникових матеріалів і пристроїв), як перетворювачів електричної енергії у теплоту, яка передається середовищу, що нагрівається має місце резистивний нагрів.

Потужність, яка виділяється в нагрівальному елементі  $P_H$  витрачається на нагрівання тіла або середовища:

$$P_H = mc(t_k - t_{\pi}) \frac{1}{\tau_H} = Gc(t_2 - t_1), \quad (1.86)$$

де  $m$  – маса тіла;

$c$  – теплоємність речовини;

$G$  – масові витрати нагріваємого середовища;

$t_{\pi}, t_k$  – початкова і кінцева температура;

$t_1, t_2$  – температура середовища на вході та виході нагрівача;

$\tau_H$  – час нагріву.

В установках непрямого нагріву теплота в нагрівальному елементі (розігрітий провідник), (теплова енергія) передається нагріваному середовищу (тілу) теплопередачею. При безпосередньому контакті нагрівача з матеріалом відбувається передача теплоти теплопровідністю. Потужність, що передається теплопровідністю визначається формулою (закон Фур'є):

$$P_{\text{н}} = \frac{\lambda}{\delta} F (\theta_{\text{н}} - t_{\text{с}}), \quad (1.87)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності;

$\delta$  – товщина шару;

$\theta_{\text{н}}, t_{\text{с}}$  – температура нагрівача і середовища;

$F$  – поверхня теплопередачі.

В рідких і газоподібних середовищах теплота від нагрітого струмом тіла передається конвективною теплопередачею. Передана потужність від нагріву до рідини (газу) визначається за формулою:

$$P_{\text{н}} = \alpha (\theta_{\text{н}} - t_{\text{с}}) F, \quad (1.88)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну.

Від розігрітого тіла провідника теплота може передаватися в будь яке середовище випромінюванням. Потужність визначається за вже відомою формулою:

$$P_{\text{н}} = \sigma_0 \varepsilon F \left[ \left[ \frac{T_{\text{н}}}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_{\text{с}}}{100} \right]^4 \right], \quad (1.89)$$

де  $T_{\text{н}}, T_{\text{с}} = 273 + t$ .

У різних електронагрівальних установках теплота від нагрітого тіла (речовини) може передаватися разом усіма розглянутими способами – що називається складний теплообмін.

## 1.2. Електрофізичні основи електронно-іонних технологій.

В основі електронно-іонної технології (ЕІТ) лежить вплив сильних електричних полів на заряджені частинки дисперсного (диспергованого) матеріалу для організації упорядкованого їх руху у необхідному для отримання готової продукції або досягнення іншого технологічного ефекту напрямку.

В порівнянні з іншим технологічним застосуванням електричної енергії ЕІТ має значні переваги, пов'язані з можливістю безпосереднього впливу електричного поля на сировину без проміжної трансформації енергії, на будь які види матеріалів. ЕІТ дозволяє здійснювати регулювання процесів і їх автоматизацію.

Робочим органом в установках ЕІТ є сильні електричні поля (напруженістю більші за 100 кВ/м), а об'єктами обробки є сукупність окремих частинок твердої або рідкої речовини з розмірами від мікрона до декількох міліметрів (аерозолі, порошки, пил, насіння, волокна, суспензії, тощо).

У сільськогосподарському виробництві та переробних галузях ЕІТ використовують для знепилювання повітря, очищення і сепарування насіння, нанесення ядохімікатів на насіння і рослини, розпилювання води і лікарських препаратів, штучної іонізації і озонування середовища та в інших процесах.

В основі функціонування усіх процесів ЕІТ можна відмітити три характерних стадії або операцій:

1. Заряджання частинок матеріалу за допомогою різних видів статичної електризації або газовими іонами створюваними в електричних розрядах (зазвичай в зовнішній зоні коронного розряду), в тому числі з одночасним розпиленням матеріалу електричними впливами.
2. Організація різних форм руху заряджених частинок матеріалу в електричних полях, створюваних зарядами (потенціалами) різних систем електродів, або з участю іонного об'ємного заряду, під дією кулонівських і поляризаційних сил. При цьому може створюватись спрямований потенціальний рух, орієнтація, деформація, зміна фазового стану частинок рідини.

3. Формування готового продукту, очищеного повітря, насіння, суміші, захисного покриття (рослин), тощо.

Розглянемо основні електрофізичні явища, що лежать в основі операцій ЕІТ (силова дія електричного поля, коронний розряд, зарядка частинок, електричні сили, рух частинки).

### 1.2.1. Характеристики електричного поля.

При аналізі процесів зарядки і руху частинок в електричних полях, бажано знати характеристики електричного поля: значення і напрямки напруженості електричного поля в різних точках зони обробки частинок; початкову (крайову) напругу, коронного розряду, вольт-амперну характеристику та інші параметри і їх залежність від форми системи електродів.

При розрахунках процесів ЕІТ найчастіше використовують площинно-паралельні електричні поля. Розподіл потенціалів електростатичного поля визначається розв'язком рівняння Лапласа:

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (1.90)$$

де  $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ;  $\varphi(x, y, z)$  – потенціал електричного поля при граничних

умовах, відповідних заданим напругам на електродах.

Знайдене рішення визначає різницю потенціалів і відповідно напруженість поля  $E$ .

Для системи коаксіальних електродів, напруженість поля  $E$  визначається інтегруванням рівняння (1.90):

$$E = \frac{U}{r \ln \frac{r_1}{r_2}}, \quad (1.91)$$

де  $U$  – напруга між внутрішнім та зовнішнім циліндричними електродами з радіусами  $r_1$  та  $r_2$ ;

$r$  – поточне значення радіуса (координати).

Для найбільш розповсюджених схем електродів "провід-площина" розподіл напруженості визначається за формулою:

$$E = -2 \frac{Uhj}{(h^2 + \bar{Z}^2) \ln \frac{2h}{r_0}}, \quad (1.92)$$

де  $\bar{Z} = x - jy$ ;

$x, y$  – поточні координати;

$h$  – відстань від проводу до площини;

$r_0$  – радіус проводу.

В установках ЕІТ в основному використовується коронний розряд, який являє собою потужне джерело електричних зарядів, і виникає в повітряному середовищі при різко неоднорідному полі, наприклад коли радіус одного (одних) електродів набагато менший до міжелектродної відстані. Коронний розряд (корона) постійного струму буває біполярний (коронують обидва електроди) і уніполярний (коронує один електрод).

При підвищенні напруженості поля між електродами до значення при якому починається у поверхні проводу (електрода) інтенсивна іонізація, виникає коронний розряд.

Початкову напруженість (поля) коронного розряду визначають за емпіричною формулою Пика:

$$E_0 = 30.3 \cdot 10^5 \rho_0 \left( 1 + \frac{0.0298}{\sqrt{\rho_0 r_0}} \right), \quad (1.93)$$

де  $\rho_0 = 290 \cdot 10^{-5} \frac{P}{273 + t_0}$  – густина повітря;

$P_a$  – атмосферний тиск;

$t_0$  – температура повітря;

$r_0$  – радіус коронуючого електрода (проводу).

Початкова напруга, коронного розряду:

$$U_0 = E_0 r_0 A, \quad (1.94)$$

де  $A = \ln \frac{r_1}{r_0}$  – для коаксіальних електродів;

$A = \ln \frac{2h}{r_0}$  – для електродів "провід-площина".

Вольт-амперна характеристика при  $U \geq U_0$  визначається формулою:

$$I = \varepsilon_0 k B, \quad (1.95)$$

де  $I$  – питома (на одиницю довжини проводу) сила струму;

$k$  – відношення середньої швидкості спрямованого руху іонів до напруженості електричного поля;

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  – електрична стала, Ф/м;

$B = \frac{8\pi}{r_1^2 A} \left( 1 + 0.0275 \sqrt{\frac{r_1}{r_0}} \right) U(U - U_0)$  – для коаксіальних електродів;

$B = \frac{2.35\pi\sqrt{3}}{h^2} \sqrt{\frac{U_0}{A}} (U - U_0)^{3/2}$  – для електродів "провід-площина".

### 1.2.2. Способи зарядки частинок і кінетика зарядки частинок.

Зарядка частинок в електричних полях полягає у наданні частинкам надлишкового електричного заряду.

*Іонна зарядка в полі коронного розряду (як правило уніполярного).*

Завдяки спрямованому потоку іонів, відбувається зарядка частинок (твердих або рідких) які попадають (знаходяться) у міжелектродному просторі. В процесі заряджання частинка створює власне електричне поле, відштовхуючи іони, які знову надходять до її поверхні. Тому частинка, яка знаходиться в полі з даною напруженістю  $E_0$ , отримує крайовий заряд, величина якого залежить від діелектричної проникності  $\varepsilon$  форми і розмірів частинки. Величина крайового заряду для частинок сферичної форми, може бути визначена (в першому наближенні) за формулою Романа:

$$Q = E_0 r_r^2 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right), \quad (1.96)$$

де  $r_r$  – радіус частинки.

Частинки, матеріалів оброблюваних в установках ЕІТ, в багатьох випадках мають форму близьку до двовісного еліпсоїду, який характеризується коефіцієнтом сферичності  $k$  :

$$k = \frac{b}{a}, \quad (1.97)$$

де  $a$  – довжина більшої вісі;

$b$  – довжина малої вісі.

Еквівалентний (за об'ємом) радіус еліпсоїду визначається співвідношеннями:

$$r_e = \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{2} = \frac{a^2 \sqrt[3]{k^2}}{2}. \quad (1.98)$$

Площа поверхні еліпсоїду:

$$S = \frac{\pi ab}{2} \left( k + \frac{\arcsin \sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2}} \right). \quad (1.99)$$

Діелектричний еліпсоїд розміщений в однорідному електричному полі ( $E_0$ ) поляризується, що призводить до зміни напруженості зовнішнього поля і складових напруженості всередині еліпсоїду. Заряд, який отримає частинка у формі еліпсоїду буде залежати від орієнтації еліпсоїду відносно вектору напруженості поля  $\vec{E}_0$ .

Величина вільного заряду еліпсоїду розміщеного більшою віссю вздовж поля, визначається формулою<sup>1</sup>:

$$Q = \frac{E_0 \varepsilon_0 ab}{4(1 + (\varepsilon - 1)\Phi_1)}, \quad (1.100)$$

для орієнтованого більшою віссю поперек вектору поля  $\vec{E}_0$ :

$$Q = \frac{E_0 \varepsilon_0 b^2}{4(1 + (\varepsilon - 1)\Phi_1')}, \quad (1.101)$$

---

<sup>1</sup> Наведено за: Басов А. М., Изаков Ф. Я. Применение электрического поля для сортировки и стимуляции семян. Вопр., семеноводства, семеноведения и контрольно-семенного дела. 1964. Вип. 2. С. 105–108.

де  $\Phi_1 = \frac{k^2}{\sqrt{(1+k^2)^2}} \left( \operatorname{arth}\sqrt{1-k^2} - \sqrt{1-k^2} \right)$  – коефіцієнт осевої деполяризації для

повздожнього розміщення;

$\Phi_1' = \frac{k^2}{2(1-k^2)} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{\operatorname{arth}\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2}} \right)$  – коефіцієнт осевої деполяризації для

поперекового розміщення.

Коефіцієнти  $\Phi_1$  і  $\Phi_1'$  враховують ослаблення внутрішнього поля вздовж більшої і меншої осей.

При використанні діелектричного коефіцієнта форми частинки  $k_\Phi$ :

$$k_\Phi = \frac{1 + (\varepsilon - 1)\Phi_1}{\varepsilon}, \quad (1.102)$$

формула для визначення заряду еліпсоїду набуває вигляду:

$$Q = \frac{E_0}{4\pi k_\Phi} S_m, \quad (1.103)$$

де  $S_m$  – площа перетину еліпсоїду, нормальна до потоку іонів (міделевий перетин:  $S_{m\parallel} = b^2$ ;  $S_{m\perp} = ab$ ).

Для частинок, що проводять ( $\varepsilon \rightarrow \infty$ ,  $k_\Phi = \Phi_1$ ) заряд визначається:

$$Q = \frac{E_0}{4\pi\Phi_1} S_m. \quad (1.104)$$

Перевага іонного заряджання в універсальності (зарядження провідних та ізоляційних частинок) і в повітрі та на електродах.

В установках де зарядка частинок відбувається при їх розміщенні на (некоронуючому) електроді, частинка отримує заряд одночасно іонами (від коронуючого електрода) і контактним способом від некоронуючого електрода. В результаті частинка отримує крайовий заряд  $Q_{\max}$ , знак якого залежить від питомої електричної провідності частинки, опору контакту "частинка-електрод" і питомої провідності коронного розряду ( $\rho_e k$ ) поблизу частинки. Знак заряду частинок із значним опором співпадає із знаком потенціалу коронуючого

електроду, а з малим опором співпадає із знаком некоронуючого електроду.

Величина крайового заряду визначається за формулами:

$$Q_{kr} = Q_{\max} \mu_n = \frac{Eab}{4k_a} \mu_n. \quad (1.105)$$

$$\mu_n = \frac{2 \frac{\rho_e k}{4\varepsilon_0} \tau + 1 - \sqrt{1 + 4 \frac{\rho_e k}{4\varepsilon_0} \tau \left(1 + \frac{Q_k}{Q_i}\right)}}{2 \frac{\rho_e k}{4\varepsilon_0} \tau}. \quad (1.105a)$$

де  $\mu_n$  – показник розрядки;

$\tau = \varepsilon_0 (\Phi_p \varepsilon + 1 - \Phi_p) (\Phi_p \rho_e)^{-1}$  – стала часу заряджання частинки на електроді;

$\rho_e$  – питома електрична провідність частинки;

$Q_k/Q_i$  – відношення максимальних зарядів на електроді та в короні.

Тобто буде менший ніж короні, так як одночасно відбувається процес розрядки частинки через перехідний опір. Для хороших діелектриків  $\mu_n = 1$ ; для провідних частинок  $\mu_n = 0$ .

Із виразу (1.105a) випливає, що величина залишкового заряду залежить від перехідного опору і ємності системи "частинка-електрод" і може змінюватися від нуля до максимального значення, в залежності від опору частинок. Так при ( $R_r \rightarrow \infty, \mu_n = 1$ ) для діелектриків, а при ( $R_r = 0, \mu_n = 0$ ) для провідних матеріалів. Тому сухі частинки (наприклад зернівки) матимуть максимальний заряд (залишковий), а вологі – мінімальний  $Q_r \rightarrow 0$ , що дозволяє поділяти зернівки за вологістю в електричному полі.

Для поділу вологих матеріалів, застосовується штучне збільшення показника розряду (на електроді): шляхом збільшення перехідного опору між частинками і електродом. Технічно це реалізується електричним ізолюванням поверхні електроду (заземленого), що дає можливість підвищити величину заряду і напруженості поля.

Зарядка частинок на електроді в електростатичному полі (контактна зарядка) здійснюється за рахунок переходу вільного заряду під дією поля з

електроду на частинку і навпаки. При цьому частинка отримує заряд того знаку, що має потенціал електроду (на якому знаходиться частинка).

Для провідної частинки сферичної форми з діаметром  $d_e$  за умови, що перехідний опір дорівнює нулю, крайовий заряд буде визначатися:

$$Q_k = \frac{\pi^3}{6} \varepsilon_0 E d_e^2. \quad (1.106)$$

Діелектричні частинки на електроді в електростатичному полі практично не заряджаються.

Час розподілу зарядів на еліпсоїді (довгаста частинка) (або поляризація під дією електричного поля), визначається за відомим рівнянням електродинаміки:

$$\tau_n = \rho \varepsilon_0 \varepsilon, \quad (1.107)$$

де  $\rho$  – питомий електричний опір частинки.

*Зарядка провідної частинки у формі сфери в полі коронного розряду [22].*

Якщо знехтувати впливом дифузії, концентрація іонів вздовж їх траєкторії при русі в соленоїдальному полі вважається постійною, а зовнішнє поле вважається однорідним, і вздовж траєкторії концентрація іонів  $n = n_0 = \text{const}$  ( $n_0$  – початкова концентрація іонів), то рівняння зарядки для провідних сфер буде мати вигляд:

$$\frac{dq(t)}{dt} = e \int_S f dS = enk \int_S \left( 3E_0 \cos \theta - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right) dS, \quad (1.108)$$

де  $f$  – щільність потоку;

$S$  – поверхня частинки;

$\theta$  – меридіальний кут сферичної системи координат,  $\cos \theta = \frac{E_{0n}}{|E_0|}$ ;

$E_0$  – напруженість зовнішнього поля;

$E_{0n}$  – нормальна складова напруженості поля зумовлена зовнішнім полем від зарядів всередині частинки;

$q$  – заряд частинки.

Інтеграл (1.108) в сферичних координатах, де  $dS = r \sin \theta d\theta dU$  визначається рівнянням:

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{enk\pi}{4\pi\varepsilon_0 q_m} (q(t) - q_m)^2, \quad (1.109)$$

де  $q_m = 12\pi\varepsilon_0 r^2 E_0$  – крайовий заряд провідної кулі-частинки;

$k = V_i/E$  – рухомість іонів;

$V_i$  – швидкість іонів.

За умови  $E_0 = const$  (не залежить від часу) рівняння (1.109) інтегрується:

$$q(t) = 12\pi\varepsilon_0 E_0 r^2 \frac{ek\pi t}{4\pi\varepsilon_0 + enk\pi t}. \quad (1.110)$$

Залежність  $q(t)$  визначає кінетику зарядки сферичної провідної частинки в полі коронного розряду, ця залежність відома, як формула М. Потеньє.

*Зарядка діелектричної частинки у формі кулі.*

При зарядці діелектричних частинок в полі коронного розряду, характерною є та обставина, що щільність заряду на поверхні діелектричної частинки визначається тільки кількістю іонів, які осіли в даній точці поверхні. Якщо частинка має форму кулі, то нерівномірний розподіл заряду на поверхні призводить до хаотичного обертання частинки внаслідок дії електростатичних сил, що спричиняють перекидання. Завдяки цьому надлишковий заряд розподіляється на поверхні частинки рівномірно, тобто як у провіднику. В цьому випадку кінетика зарядження крупних частинок визначається залежністю [22]:

$$q(t) = 4\pi\varepsilon_0 E_0 \left(1 + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right) \frac{ekn_0 t}{4\varepsilon_0 + en_0 k t}, \quad (1.111)$$

де  $\varepsilon$  – відносна діелектрична проникність речовини частинки.

Для дифузійної зарядки дрібних сферичних частинок можна використовувати залежність отриману для частинок провідників (1.110).

*Кінетика дифузійної зарядки провідних частинок.*

Якщо частинки мають незначні розміри ( $2r < 1$  мкм) або напруженість зовнішнього поля має незначну величину, то переміщення іонів до частинки

відбувається під дією їх концентрацій, а також теплового руху іонів (дифузія іонів). При зарядженні частинок іонною дифузією основними факторами є число іонів, їх рухомість (яке є функцією температури), і експозиція процесу зарядки. Зв'язок між цими параметрами встановлено диференціальним рівнянням:

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{ekn_0}{\varepsilon_0 \left( \exp\left(\frac{k}{D} \frac{q(t)}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) - 1 \right)}, \quad (1.112)$$

де  $e$  – заряд іона;

$n_0$  – початкова концентрація іонів;

$k = V_i/E$  – рухомість іонів;

$D$  – коефіцієнт дифузії.

Інтегрування цього рівняння визначає експозицію (час) зарядки:

$$t = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 nk} \left( \exp\left(\frac{k}{D} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) - C_0 - \ln \frac{qk}{4\pi\varepsilon_0 r D} \right), \quad (1.113)$$

де  $C_0 = 0.577$  – константа Ейлера.

*Індукційна зарядка довгастої частинки (провідної) у формі еліпсоїду.*

Внаслідок електростатичної індукції частинка, маюча іонну провідність, через певний час після потрапляння в електростатичне поле заряджається таким чином, що в її протилежних вершинах накопичуються вільні заряди різного знаку ("біполярна зарядка"). Електричні сили, діючи на біполярно заряджену частинку, перевищують на декілька порядків сили взаємодії поля з поляризованими (зв'язаними) зарядами.

Кінетика біполярної зарядки частинки в електричному полі визначається експоненціальною залежністю у вигляді:

$$q(t) = Q \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (1.114)$$

або за наявності початкового заряду  $Q_0$ :

$$q(t) = Q + (Q_0 - Q)e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1.115)$$

де  $Q_0, Q$  – початковий і крайовий заряди;

$\tau$  – стала часу перехідного процесу.

Величина сталих часу ( $\tau$ ) залежить від геометричних розмірів, форми, електрофізичних властивостей речовини частинки (провідність, діелектрична проникність), стану середовища.

Для аналітичного опису процесу зарядження довгастих частинок (зерна, насінини, частинки рослинних домішок) в електричному полі моделюють витягнутим сфероїдом або еліпсоїдом із певними (визначеними) параметрами. Для тривісного еліпсоїда з напівосями  $a, b, c$  розміщеного у зовнішньому однорідному полі так, що напіввісь  $a$  спрямована вздовж зовнішнього поля (рис. 1.2), крайове значення (максимальне) визначається за формулою [104]:

$$Q = \frac{\pi b c \varepsilon_0 (\gamma \varepsilon_c - \gamma_c \varepsilon)}{\gamma \Phi_a + \gamma_c (1 - \Phi_a)} E_0, \quad (1.116)$$

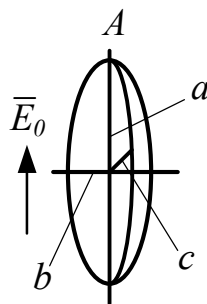
де  $\gamma, \gamma_c$  – питома провідність частинки і середовища;

$\varepsilon, \varepsilon_c$  – діелектрична проникність частинки і середовища;

$E_0$  – напруженість зовнішнього поля;

$\Phi_a = \frac{E_0}{E_n^A}$  – коефіцієнт деполаризації еліпсоїда в напрямку напіввісі  $a$  ;

$E_n^A$  – нормальна складова напруженості поля у вершині еліпсоїда  $|A|$ .



**Рис. 1.2. Еліпсоїд у зовнішньому однорідному полі**

Стала часу перехідного процесу зарядки еліпсоїда:

$$\tau = \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_c (1 - \Phi_0)}{\gamma \Phi_0 + \gamma_c (1 - \Phi_0)}. \quad (1.117)$$

Зарядка частинки призводить до збільшення напруженості  $E$  на її поверхні, та при деякому значенні  $q = q_i$ , може виконуватись умова, необхідна для іонізації;  $E = E_i$  (де  $E_i$  – напруженість початку іонізації (максимальні значення напруженості на зовнішній поверхні еліпсоїду на його вершині (точка  $A$ , рис. 1.2)). Так, як в процесі коронування напруженість поля у електрода, визначається величиною заряду, завдяки властивостям корони зберігається постійним, то заряд  $Q$  не може перевищувати  $Q_i$ . Величина заряду  $Q_i$  є максимальним зарядом:

$$Q_i = \frac{\pi b c \varepsilon_0}{1 - \Phi} ((\varepsilon \Phi + \varepsilon_0(1 - \Phi))E_i - \varepsilon E_0). \quad (1.118)$$

При цьому час досягання максимального заряду (експозиція зарядки) визначиться залежністю:

$$t_i = \tau \ln \frac{(1 - \Phi)(\gamma \varepsilon_c - \gamma_c \varepsilon)}{(\varepsilon \Phi + \varepsilon_0(1 - \Phi))(\gamma E_0 - (\gamma \Phi + \gamma_c(1 - \Phi))E_i)}. \quad (1.119)$$

Для витягнутого еліпсоїду обертання ( $a > b = c$ ) коефіцієнт деполізації [104] в напрямку напіввісі  $a$  визначиться за формулою:

$$\Phi_a = \frac{1 - e^2}{2e^3} \left( \ln \frac{1 + e}{1 - e} - 2e \right), \quad (1.120)$$

де  $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$  – ексцентриситет еліпсоїду.

Якщо вважати провідність середовища (повітря)  $\gamma_c = 0$ , а діелектричну проникність  $\varepsilon_c = 1$ , (при  $b = c$ ) формули (2.118) – (2.119) спрощуються (перетворюються) до вигляду:

$$Q = \pi b^2 \varepsilon_0 \frac{E_0}{\Phi}, \quad (1.121)$$

$$\tau = \varepsilon_0 (1 + \Phi(\varepsilon - 1))(\gamma \Phi)^{-1}, \quad (1.122)$$

$$Q_i = \frac{\pi b^2 \varepsilon_0}{1 - \Phi} ((1 + \Phi(\varepsilon - 1))E_i - \varepsilon E_0), \quad (1.123)$$

$$t_i = \tau \ln \frac{(1 - \Phi)E_0}{(1 + \Phi(\varepsilon - 1))(E_0 - \Phi E_i)}. \quad (1.124)$$

Оскільки на практиці нерідко зустрічаються частинки оброблюваного матеріалу (аерозолі, насіння, пиловидні домішки очищеного повітря та інші включення в повітряні середовища) з незначним відхиленням форми від сферичної, то виникає потреба заміни реальної частинки кулею такого радіусу  $r_e$ , при якому заряди порівнювальних частинок відрізняються мінімально, доцільно замінити еліпсоїд кулею рівного об'єму. Радіус такої кулі буде еквівалентним  $r_e$  і визначається за формулою:

$$r_e = a \sqrt[3]{\beta \gamma}, \quad (1.125)$$

де  $\beta = \frac{b}{a}$ ,  $\gamma = \frac{c}{a}$  – співвідношення напівосей еліпсоїду.

При бідь-якому способі зарядки частинок, кінетику процесу можна оцінити за співвідношенням:

$$F(t) = \frac{en_0kt}{4\varepsilon_0 + en_0kt}, \quad (1.126)$$

а кінетику процесу зарядки частинок значного розміру (зернові матеріали) в електричному полі розрахувати за залежностями:

– для провідної частинки:

$$Q(\tau) = 12\pi\varepsilon_0 E_0 e_e^2 F(t), \quad (1.110a)$$

– для діелектричної частинки:

$$Q(\tau) = 4\pi\varepsilon_0 E_0 e_e^2 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) F(t). \quad (1.127)$$

### 1.2.3. Силова взаємодія електричних полів з частинками.

На заряджену частинку в електричному полі діють кулонівська сила, пондеромоторна сила і сила дзеркального відображення.

Кулонівською силою називають силу взаємодії заряду частинки  $Q$  і напруженості електричного поля в тій зоні, де ця частинка знаходиться:

$$\bar{F}_k = F_e = Q\bar{E}, \quad (1.128)$$

де  $F_e$  – електрична сила;

$Q$  – заряд частинки;

$E$  – напруженість електричного поля.

Силу взаємодії заряду частинки з електродом називають силою дзеркального відображення. Якщо заряджена частинка знаходиться біля електроду або торкається електроду, то електричне поле поблизу частинки відрізнятиметься від поля одиночного заряду. При наближенні зарядженої частинки до електроду набуває дію електрична індукція: на поверхні індукується заряд рівний за значенням і протилежний за знаком. При цьому результуюче електричне поле співпадає з полем двох різнойменно заряджених частинок, розміщених на рівних відстанях від електроду. Силу взаємодії заряду частинки та індукованого заряду називають силою дзеркального відображення. Найбільшого значення ця сила досягає на відстані, рівному радіусу частинки. Напрямок дії сили в сторону електроду. За своєю сутністю сила дзеркального відображення є також силою Кулона і може бути визначена по закону Кулона:

$$F_z = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}, \quad (1.129)$$

де  $l$  – відстань між зарядом частинки і його дзеркальним відображенням.

Якщо сферична частинка знаходиться на електроді і її заряд рівномірно розподілений на поверхні, то сила дзеркального відображення визначиться:

$$F_z = \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1.130)$$

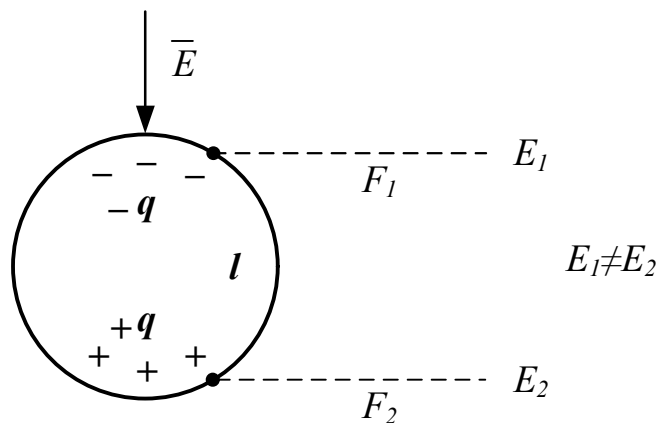
де  $r$  – радіус частинки.

Сила дзеркального відображення сприяє більшому часу утримання на поверхні електроду діелектричних частинок у порівнянні з провідними, які швидко втрачають заряд і відпадають від електроду (це явище слід враховувати при дослідженнях барабанних електросепараторів).

Пондеромоторна сила діє на частинку, що знаходиться в неоднорідному електричному полі.

Полярні молекули діелектрику, розміщеного в електричному полі, можна розглядати як позитивні ( $+q$ ) так і негативні ( $-q$ ), заряди, що мають між собою жорсткий зв'язок і розташовані на відстані  $l$  один від другого. В неоднорідному полі, в місцях розташування зарядів ( $+q$ ) і ( $-q$ ) напруженість зовнішнього електричного поля матиме різні  $E_1$  і  $E_2$  значення. Оскільки  $E_1 \neq E_2$  будуть діяти різні за значенням сили  $F_1$  і  $F_2$ . Результуюча сила, що діє на частинку:

$$F_p = -Q(E_1 - E_2) - Ql \frac{dE}{dl}. \quad (1.131)$$



**Рис. 1.3. Поляризована частинка в неоднорідному полі та повітряному середовищі**

Одночасно із силою  $F_p$  на частинку (диполь) діє обертальний момент  $M_n$ , що повертає її у зовнішньому електричному полі. Під дією цього моменту частинка розвертається і орієнтується більшою віссю вздовж вектору поля (в цьому положенні  $M_n = 0$ ), а рушійна сила  $F_p$  збільшиться до максимального значення. Для кулястої частинки (діелектричної) пондеромоторна сила [40] визначиться:

$$\bar{F}_n = 4\pi\epsilon_0 r^3 \frac{\epsilon_r - \epsilon_c}{\epsilon_r + 2\epsilon_c} \bar{E} \frac{dE}{dx}, \quad (1.132)$$

де  $\epsilon_r, \epsilon_c$  – відносна діелектрична проникність частинки і середовища;

$r$  – радіус частинки;

$\frac{dE}{dx}$  – градієнт напруженості в напрямку його максимальної зміни.

При  $\varepsilon_c > \varepsilon_r$  сила  $F_n$  має негативний знак і частинка виштовхується в зону поля з максимальної напруженості. В повітряному середовищі  $\varepsilon_c = 1$  і пондеромоторна сила:

$$\bar{F}_n = 4\pi\varepsilon_0 r^3 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \bar{E} \frac{dE}{dx}. \quad (1.132a)$$

Для електропровідних частинок:

$$\bar{F}_n = 4\pi\varepsilon_0 r^3 \bar{E} \frac{dE}{dx}. \quad (1.133)$$

#### 1.2.4. Рух частинок твердих і рідких матеріалів в електричних полях.

Наявність у частинок, поміщених в електричне поле зарядів забезпечує силову взаємодію і рух частинок силами електричного поля. Рух частинки під дією прикладених сил зводиться до руху центру тяжіння матеріальної точки і обертання відносно центру тяжіння.

*Поступальне переміщення частинок в електричному полі.*

Рівняння руху незалежно від способу отримання частинкою заряду  $Q$  швидкість переміщення в електричному полі визначається величиною заряду (нерівноваженого), напруженістю поля, гравітаційною силою і силою опору. Ці відповідності до другого закону Ньютона можна записати:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \sum F, \quad (1.134)$$

де  $m = V_r \rho_r$  – маса частинки, її об'єм і густина (щільність);

$V$  – швидкість руху частинки.

На частинку тверду або рідку, яка знаходиться в повітряному (газовому, рідкому) середовищі та в електричному полі діючи сили визначаються так:

– сила тяжіння:

$$\bar{G} = m\bar{g}, \quad (1.135)$$

– сила електричного поля (сила Кулона):

$$\bar{F}_e = \bar{E}Q, \quad (1.136)$$

– сила зумовлена нерівномірним розподілом поля:

$$\bar{F}_n = 2\pi\epsilon_0 r^3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \text{grad}\bar{E}^2, \quad (1.137)$$

– сила опору середовища переміщенню частинки:  $\bar{R}_r$ :

$$\bar{R}_r = k_c (\bar{V}_c - \bar{V}), \quad (1.138)$$

де  $V_c$  – швидкість середовища.

В загальному випадку силу опору можна визначити формулою:

$$\bar{R}_c = k_c \bar{u}^n, \quad (1.139)$$

де  $k_c$  – коефіцієнт опору ( $k_c' = 6\pi\mu_c r_e$  при  $n=1$  – Стоксовський рух;

$$k_c'' = C(\text{Re}) S_m \frac{\rho_c}{2} \text{ при } n=2 \text{ – Ньютонівський-інерційний опір) [22];$$

$S_m$  – площа міделевого перетину;

$\rho_c$  – густина середовища;

$C(\text{Re})$  – коефіцієнт режиму обтікання (функція Рейнольдса);

$\bar{u}$  – швидкість обтікання частинки.

Для визначення сили опору при русі частинок ( $d_e \geq 1$  мм) в повітряному потоці використовують коефіцієнт вітрильності (парусності):

$$k_n = \frac{C(\text{Re})\rho_c S_m}{2m} = \frac{g}{v_b^2}, \quad (1.140)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;

$v_b$  – швидкість вітання частинки.

Силами взаємодії частинки (рух якої визначається) з іншими частинками, що знаходяться поблизу (природа яких може бути електричною, гідравлічною, тепловою) розглядається окремо як явища коагуляції і розсіювання частинок в потоці середовища.

Підставляючи значення діючих сил в рівняння (1.134) матимемо:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{G} + \bar{F}_e + \bar{R}_c + \bar{F}_n. \quad (1.141)$$

Якщо відомі маса частинки, її заряд і розподіл напруженості, то для рівномірного електричного поля можна записати:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{g} + Q\bar{E} + k_c \bar{u}^n, \quad (1.142)$$

де  $\bar{u} = \bar{v}_c - \bar{v}$ .

Диференціальне рівняння (1.142) у векторній формі описує рух заряджених частинок в електричному полі та в повітряному середовищі (при  $u = v$  – переміщення в нерухомому середовищі ( $n=1$ ); при  $u = v \pm v_c$ ,  $n=2$  – переміщення в рухомому середовищі).

Для визначення траєкторії руху частинки рівняння (2.141) проектується на вісі  $OY$  і  $OX$  прямокутної системи координат  $XOY$  (рис. 1.4) і отримуємо систему координатних рівнянь динаміки частинки у вигляді (з початковими умовами:  $\tau = 0$ ;  $x = 0$ ;  $y = y_0$ ;  $\frac{dx}{dt} = V_0 \cos \alpha_0$ ;  $\frac{dy}{dt} = V_0 \sin \alpha_0$ ; де  $V_0, \alpha_0$  – початкова швидкість і кут її напрямку):

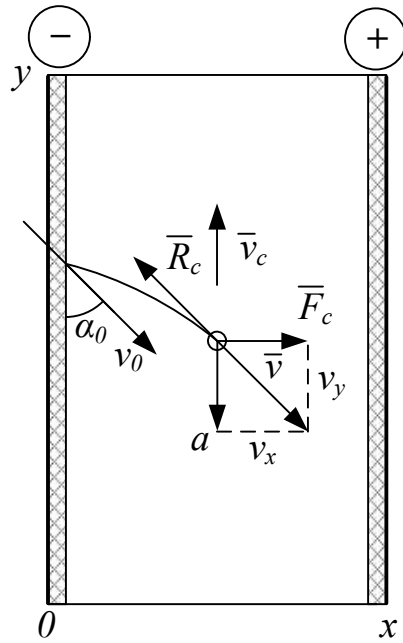
$$\begin{cases} m \frac{dV_x}{dt} = -R \cos \alpha + QE, \\ m \frac{dV_y}{dt} = -R \sin \alpha - mg, \end{cases} \quad (1.143)$$

де  $\cos \alpha = \frac{V_x}{V}$ ;  $\sin \alpha = \frac{V_y \mp V_c}{V}$ ;  $R = kmv^2$ ;  $V = \sqrt{V_x^2 + (V_c \pm V_y)^2}$ ;

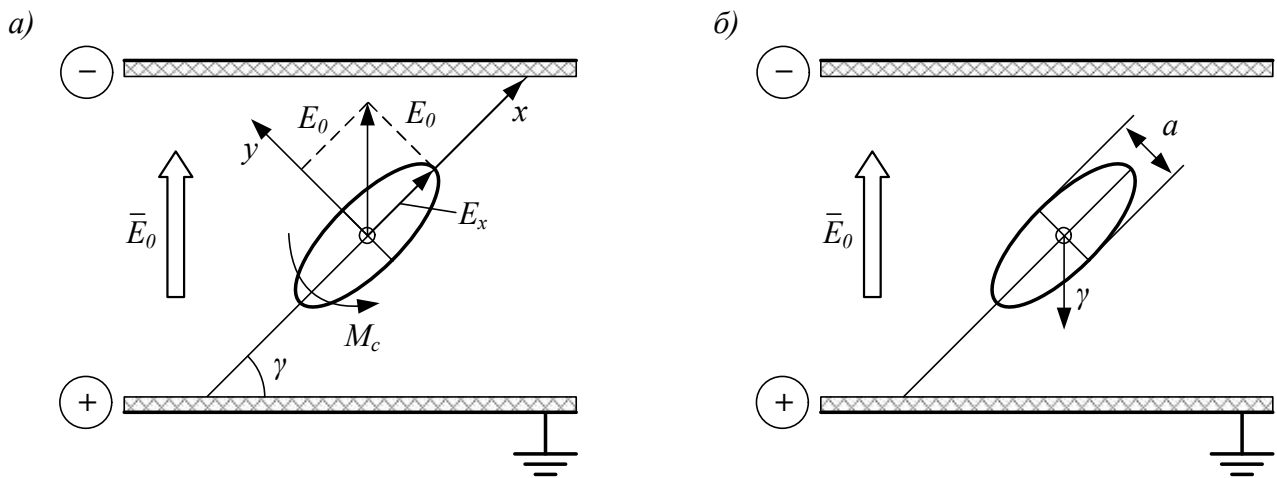
$$V_x = \frac{dx}{dt}; \quad V_y = \frac{dy}{dt}.$$

*Орієнтація частинок (довгастих) в електричному полі.*

Електричне поле зумовлює орієнтуючу дію на частинку (маючу довгасту форму). Обертальний момент  $M_e$ , обумовлений електричним полем, спонукає частинку повертатися таким чином, що її найбільший лінійний розмір співпадає з напрямком вектору поля (нормально до площин електродів, що утворюють електричне поле) (рис. 1.5).



**Рис. 1.4. Схема силової взаємодії зарядженої частинки із середовищем в електричному полі**



**Рис. 1.5. Діелектричний еліпсоїд обертання в електростатичному полі**

Поворот частинки (наприклад зернівки у формі еліпсоїда с коефіцієнтом сферичності  $k = \frac{b}{a}$ ) на електроді (рис. 1.5) довгою віссю в напрямку силових ліній поля [104] здійснюється відповідно до рівняння:

$$M_e = \frac{E^2}{8\pi} V_r \Phi_2 \sin 2\gamma = I \frac{d^2\gamma}{dt^2} = I \frac{d\omega}{dt}, \quad (1.144)$$

де  $V_r$  – об'єм частинки (еліпсоїду);

$$\Phi_2 = \frac{\Phi_1' - \Phi_1}{\left( (\varepsilon_r - 1)^{-1} + \Phi_1 \right) \left( (\varepsilon_r - 1)^{-1} + \Phi_1' \right)};$$

$\Phi_1, \Phi_1'$  – коефіцієнти осьової деполяризації;

$I$  – механічний момент інерції відносно вісі, через центр тяжіння і спрямований вздовж ліній поля;

$$\omega = \frac{d\gamma}{dt} \text{ – кутова швидкість повороту частинки.}$$

Момент інерції еліпсоїду обертання:

$$I = \frac{ma}{4} \left( \frac{1+k^2}{5} \right) = \frac{ma}{4} k_i, \quad (1.145)$$

де  $k_i = \frac{1+k^2}{5}$  – інерційний коефіцієнт форми частинки.

Остаточно отримаємо рівняння обертального руху частинки (еліпсоїду) в електричному полі у вигляді:

$$\frac{ma}{4} k_i \frac{d^2\gamma}{dt^2} = M_{e.\max} \sin 2\gamma, \quad (1.146)$$

де  $M_{e.\max} = \frac{E^2 V_r}{8\pi} \Phi_2$ .

В процесі орієнтування частинки (зернівки) на площині під дією моменту  $M_{e.\max}$ , її повороту протидіє момент опору  $M_g$  – сили тяжіння, а при знаходженні частинки в повітряному середовищі – протидіють моменти опору повітряного середовища  $M_c$  і повітряного потоку  $M_n$ , які треба враховувати в розрахунку руху частинок.

Розглянемо процес орієнтації частинки (зарядженої) в однорідному електричному полі (напруженістю  $E$ ) і повітряному середовищі при поступальному русі.

Під дією сили тяжіння ( $m\bar{g}$ ), кулонівської сили ( $Q\bar{E}$ ), опору повітря ( $k\bar{V}$ ), частинка рухається до одного з електродів та одночасно повертається навколо центру паралельних сил прикладених до частинки (гравітаційна, кулонівська і

аеродинамічна). Процес складного руху частинки може бути описано рівнянням у векторній формі:

$$\bar{I}\ddot{\varphi} = \bar{M}_e + \bar{M}_c + \bar{M}_o, \quad (1.147)$$

де  $\varphi$  – кут між повздовжньою віссю частинки і напрямком вектору поля;

$M_e$  – електричний обертальний момент.

$M$  – обертальний момент, що виникає під дією повітряного потоку (при  $V_c = 0$ ;  $M = 0$ ).

Момент  $M_c$  – залежить від швидкості обертання частинки і для Стоксівського руху може бути прийнятий пропорційним кутовій швидкості частинки  $d\varphi/dt$ .

Вважаємо, що частинка може миттєво поляризуватися в електричному полі утворюючи диполь з врівноваженими зарядами  $(+q)$  та  $(-q)$  відстань між якими дорівнює довжині частинки  $l$  (для еліпсоїду  $l = a$ ). Крім того частинка може мати заряд  $Q$  (отриманий наприклад в зоні коронного розряду) центр якого, в загальному випадку зміщений від центру тяжіння на відстань  $0.5r$  ( $-1 \leq r \leq 1$ ) (рис. 1.6). Заряд  $Q$  забезпечує збільшення швидкості переміщення частинки до нижнього електроду.

Електричний момент обертання визначиться наступним виразом:

$$M_e = (q + 0.5rQ)El \sin \varphi. \quad (1.148)$$

Момент опору повітря при обертальному руху частинки, залежить від швидкості обертання. При малих числах Рейнольдса ( $Re \ll 1$ ), малих прискореннях, тобто у Стоксовській області руху, коли сили опору повітря зумовлені силами в'язкості, величину  $M_c$  можна вважати пропорційною першому ступеню швидкості обертання частинки ( $d\varphi/dt$ ).

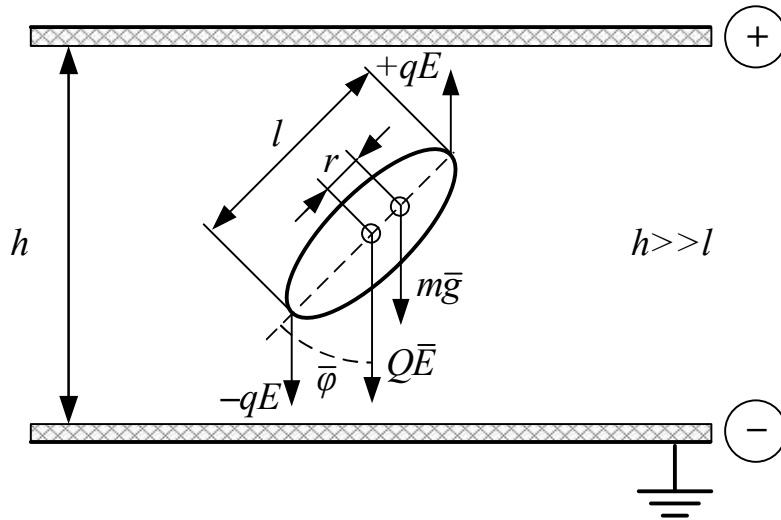
Вважаючи, що сила опору  $dR_c$ , яка діє на елемент довжини  $dx$  частинки, що повільно обертається (з більшим розміром  $l$ ), віддаленим на відстань  $x$  від центру обертання, можна записати:

$$dR_c = 6\pi\mu r_c V dx = Ax \frac{d\varphi}{dt} dx, \quad (1.149)$$

і відповідно елементарний для моменту сили:

$$dM_c = x dR_c = Ax^2 \frac{d\varphi}{dt} dx, \quad (1.150)$$

де  $A = 6\pi\epsilon\mu$ ,  $r_c = f(\varphi)$ .



**Рис. 1.6. Схема силової взаємодії частинки в електричному полі**

Враховуючи, що величина  $r_c$  залежить від кута  $\varphi(t)$  інтегруючи (1.150) вздовж довгої вісі частинки, з урахуванням  $r_c(\varphi, l, d)$  визначиться:

$$M_c = \frac{d\varphi}{dt} W(l, d, \mu), \quad (1.151)$$

де  $W$  – коефіцієнт обертового тертя, що залежить від в'язкості повітря  $\mu$ , розмірів і форми частинки та розташування осі обертання;  
 $l, d$  – довжина і діаметр частинки (циліндричної).

Для частинки у формі "циліндричної палички" в роботі [43] отримано формулу для розрахунку  $W$ :

$$W = \frac{\pi\mu l^3}{3 \left( \ln \frac{2l}{d} - \gamma_1 \right)}, \quad (1.152)$$

де 
$$\gamma_1 = 1.57 - 7 \left( \left( \frac{1}{\ln \frac{2l}{d}} - 0.28 \right) \right)^2.$$

Формула (1.152) дійсна при  $3.5 < \frac{l}{d} < 30$ .

З урахуванням (1.148), (1.152), та умови  $M=0$  рівняння набуває вигляду:

$$I \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + (g + 0.5rQ)lE \sin \varphi + W(l, d, \mu) \frac{d\varphi(t)}{dt} = 0, \quad (1.153)$$

де  $I = \frac{ml^2}{12}$  – момент інерції частинки у формі однорідного колового циліндру з розміром ( $ld$  – довжина на діаметр).

При дії повітряного потоку в зоні дії електричного поля, рушійний (обертальний) момент  $M$  діючий на частинку (довгасту) визначається виразом:

$$M = (k_1 - k_2) V_r \frac{\rho_c V_c^2}{2} \sin 2\gamma, \quad (1.154)$$

де  $k_1, k_2$  – поперечний і повздовжній коефіцієнт інерції частинки, рухомої в повітрі;

$\gamma$  – кут між напрямком руху і більшою віссю частинки;

$V_c$  – швидкість повітря

$\rho_c$  – густина повітря.

Моменти опору можна визначити за формулами:

$$M_c = -K \frac{d\varphi}{dt} \frac{\pi a b^3}{4}, \quad (1.155)$$

$$M = K(V_c - V_r) S_m L_c \cos \varphi, \quad (1.156)$$

де  $K$  – коефіцієнт опору;

$a, b$  – напівосі еліпсоїду;

$L_c$  – відстань до центру мас;

$\varphi$  – кут між піввіссю  $b$  і горизонталлю.

### *1.2.5. Аерозольні технології: утворення, рух аерозолів і випаровування.*

Аерозоль являє собою сукупність твердих і рідких або і тих і других частинок зважених у повітряному середовищі. Аерозолі називають дисперсійними, якщо вони отримані в результаті розпилювання вихідного матеріалу в повітряному середовищі з наданням руху дисперсно-повітряному потоку. Процес аерозольної обробки складається з утворення (електрично зарядженого) аерозолу у вигляді тонкої плівки або струменя з наступним її розрідженням і роздрібнюванням на аерозольні краплини заряджені в електричному полі та розповсюдження і осідання на поверхнях оброблюваних об'єктів.

Надання частинкам аерозолу електричного заряду дозволяє якісно покращити і підвищити технологію обробки приміщень, матеріалів, рослин, тварин. В електрично зарядженому аерозолі виникають додаткові сили (електрофізичні) які змінюють властивості самих частинок аерозолу, що дозволяє інтенсифікувати процеси роздрібнення, випаровування, розсіювання, коагуляції частинок повітряно-дисперсного струменя в залежності від завдання електроаерозольної обробки.

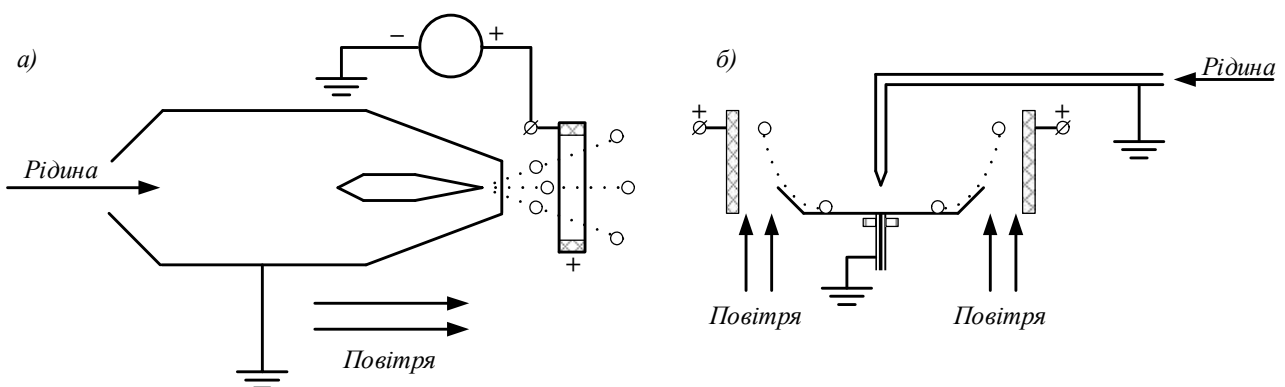
В агропромисловому виробництві аерозольна обробка використовується для дезінфекції та дезінсекції приміщень, обробкою рослин і насіння засобами захисту рослин, зволоження повітряного середовища, лікування тварин і птиці. При зволоженні повітря зарядженим аерозолем відбувається його знепилювання і часткова іонізація.

*Процес отримання електроаерозолу* полягає у диспергуванні рідини (роздроблення на найдрібніші краплини) і наданні їм електричного заряду. У сільськогосподарському виробництві найбільше розповсюдження отримали гідравлічні та механічні способи розпилювання.

Процес утворення електрично зарядженого аерозолу полягає у формуванні спеціальними пристроями (генераторами аерозолу) плівки рідини з наступним (або одночасним) зарядженням і розпадом плівки в електричному полі на окремі заряджені краплинки.

Аерозольні генератори (в загальному випадку) складаються із розпилювача рідини (гідравлічного, пневматичного або механічного) і джерела високої напруги. Для зарядки аерозольних частинок використовують в основному іонну, зарядку на електроді в електростатичному полі (електричною індукцією). В генераторах з іонною зарядкою струменю аерозолю, створений звичайним розпилювачем (гідравлічного або пневматичного типу) проходить далі через зарядний пристрій (рис. 1.7а). Аерозольні частинки заряджаються безпосередньо в процесі розпилення рідини над якою створюється електричне поле, що наводить на поверхні краплини електричні заряди. В аерозольних генераторах (електромеханічних) дискового типу (контактна зарядка) до рідини, що витікає з живильної трубки і розтікається по поверхні обертального диску у вигляді тонкої плівки рухається під дією відцентрової сили, здувається з кромки диску в повітряне середовище між диском і осаджуючим електродом отримуючи електричний заряд. Під дією електричного поля на поверхні плівки рідини відбувається певний розподіл тисків, деформує плівку та визиваючи втрату її стійкості, розпадання і утворення крапель. Утворені краплинки мають електричний заряд.

Електрично заряджені краплини, рухаючись в електричному полі генератора, створюють струм переносу електричних зарядів – струм конвекції, який є однією із основних характеристик процесу генерування електроаерозолю, яка визначає ефективність електризації аерозольних частинок і ступінь їх подрібнення.

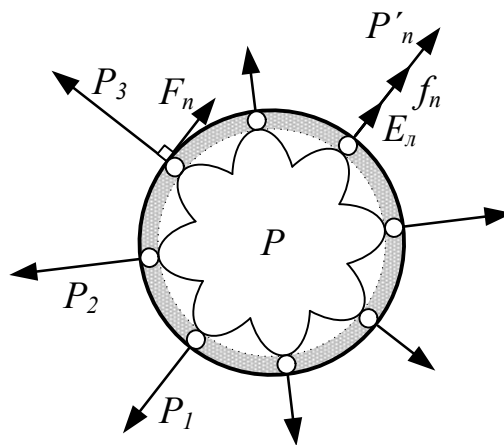


**Рис. 1.7. Схеми зарядки аерозолю**

Характер розпилювання (зміни розмірів) "робочої" рідини в електростатичному полі (або полі коронного розряду) суттєво впливає на якісні показники аерозольної обробки (швидкість розтікання на поверхні оброблюваних рослин, швидкість випаровування при зволоженні повітря, швидкість переміщення аерозолю при дезінфекції приміщень, якість інгаляції та інші операції), а в літературі з електротехнології мало уваги приділено електроаерозольним процесам. Тому електрофізичні процеси при розпилюванні рідини в електричних полях розглянемо більш детально відповідно до теорії електричного розпилювання [94].

Будемо вважати, що час утворення краплини на кромках розпилювачів і час отримання заряду співпадають за величиною, і можуть бути визначено формулами (1.114) та (1.115). На електрично зарядженій краплині взаємодія електростатичних сил вільних іонів створює протилежно спрямовані сили і зменшують міцність краплі.

Сили внутрішнього тиску краплі взаємодіють з електростатичними силами вільних іонів, що знаходяться на поверхні (рис. 1.8).



**Рис. 1.8. Схема сил, що діють на поверхні та всередині зарядженої краплі**

На зарядженій краплині сили, зменшуючи її міцність (тобто внутрішній тиск краплі) можуть бути зумовлені наступними фізичними явищами:

1. Відцентровими силами іонів або диполів, що знаходяться на рухомому подвійному шарі краплі. Це явище обумовлено тим, що на поверхні краплі

диполі утворюють рухомий подвійний шар. Іонізовані молекули, що знаходиться в цьому шарі, рухаючись на поверхні краплі створюють відцентрові сили:

$$f_n = \frac{mV^2}{R}, \quad (1.157)$$

де  $m$  – маса молекули;

$V$  – швидкість;

$R$  – радіус краплі.

При наявності на поверхні краплі  $n$  – рухомих молекул її внутрішній тиск буде зменшено на величину  $nf$  або  $\sum f_n$ :

$$P_p = P - \sum f_n, \quad (1.158)$$

де  $P_p$  – внутрішній тиск зарядженої краплини.

2. Електростатичною взаємодією некомпенсованих вільних іонів або диполів, що знаходяться на поверхні краплини. Це явище обумовлено тим, що на поверхні краплі вільні іони мають однаковий знак і, відповідно відштовхуються. Тому, якщо на поверхні знаходиться певна кількість вільних іонів, то результатом їх взаємодії будуть сили  $F_1$  і  $F_2$ , загальна складова яких ( $F$ ) нормально спрямована до поверхні та зовні. Таким чином при наявності на поверхні краплі  $n$  іонізованих молекул її внутрішній тиск зменшиться на величину ( $nF$ ) або  $\sum F_n$  і буде складати:

$$P_p = P - (\sum f_n + \sum F_n). \quad (1.159)$$

3. Електростатичною взаємодією некомпенсованих вільних іонів або диполів, що знаходяться на поверхні краплі, із протилежно зарядженими предметами, що знаходяться на протилежній стороні на певній відстані. Це явище пояснюється взаємним притягненням вільних іонів на поверхні краплі та іонами протилежного знаку на оточуючих предметах, так як лінії електричного поля між предметом на відстані від краплі та самої краплі завжди перпендикулярно виходять з поверхні, то сили взаємодії  $\sum P'_n$  краплі з

оточуючими предметами нормальні до її поверхні та спрямовані зовні. При врахуванні цих сил рівняння (1.159) набуває вигляд:

$$P_d = P - \left( \sum f_n + \sum F_n - \sum P'_n \right). \quad (1.160)$$

Рівняння (1.160) ілюструє якісне уявлення внутрішньо-крапельних процесів які змінюють внутрішній тиск і міцність краплі, яка має електричний заряд.

Для кількісного оцінювання сили внутрішнього тиску краплі в електричному полі запишемо рівняння у вигляді:

$$P_d = P - P_0. \quad (1.160a)$$

Величина  $P_0$  визначена в [86, 94] на основі наступних міркувань. Приймаючи, що силові лінії електричного поля спрямовані перпендикулярно до поверхні зарядженого тіла, кульову поверхню краплі можна умовно "розвернути" і вважати за площину. Тоді поверхні краплі та протилежна поверхня утворюють площинний конденсатор.

Питома сила взаємодії пластини конденсатора при однорідному полі визначається:

$$P_0 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2} E^2, \quad (1.161)$$

де  $P_0$  – сила тиску;

$E$  – напруженість поля безпосередньо у поверхні;

$\varepsilon_0$  – стала електричного поля ( $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м);

$\varepsilon$  – відносна діелектрична проникність.

Прийmemo, що напруга між зарядженими кулею (краплиною) та носієм протилежного знаку, що знаходиться на відстані буде  $U$ . Тоді напруженість на поверхні кулі:

$$E = \frac{U}{r}, \quad (1.162)$$

де  $r$  – радіус кулі.

Підставляючи (1.162) в (1.161) матимемо:

$$P_0 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2 r^2}. \quad (1.162a)$$

Цей тиск спрямовано зовні та призводить до зменшення поверхневого натягу  $\sigma$ , яким обумовлено внутрішній тиск краплі  $P = 2\sigma/r$ . Таким чином, внутрішній тиск зарядженої краплі буде зменшеним на величину  $P_0$  і визначиться виразом:

$$P_d = \frac{2\sigma}{r} - \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2 r^2}. \quad (1.163)$$

У сферичній поверхні заряд  $q$  створює на відстані  $R$  від центру кулі щільність зміщення (електричну індукцію):

$$B = \frac{q}{4\pi R^2}. \quad (1.164)$$

Відповідно до закону Кулона:

$$B = \delta\varepsilon_0 E. \quad (1.165)$$

Напруженість поля:

$$E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 4\pi R^2}. \quad (1.166)$$

Напруженість між зарядженою кулею (краплею) і предметом на відстані від неї можна обчислити як інтеграл по напруженості поля:

$$U = \int_{R=r}^{\infty} E dR = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 4\pi r}. \quad (1.167)$$

Підставляючи значення (1.167) в (1.163) отримаємо значення надлишкового тиску всередині зарядженої краплі:

$$P_d = \frac{2\sigma}{r} - \frac{q^2}{32\varepsilon\varepsilon_0 \pi^2 r^4}. \quad (1.168)$$

При відомому значенні напруги заряд можна визначити з виразу (1.167):

$$q = U\varepsilon\varepsilon_0 4\pi r, \quad (1.167a)$$

а так як:

$$U = Er, \quad (1.162b)$$

то значення заряду визначиться:

$$q = E\varepsilon\varepsilon_0 4\pi r^2. \quad (1.169)$$

Максимальний іонний заряд краплини, обумовлений дрейфом іонів, визначається відомою формулою:

$$q_{\max} = E_z \left( 1 + \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p + 2} \right) \varepsilon_0 4\pi r^2, \quad (1.170)$$

де  $\varepsilon_p$  – діелектрична стала.

Діелектрична проникність за умови  $q = q_{\max}$  визначиться виразом:

$$\varepsilon = 1 + 2 \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p + 2}. \quad (1.171)$$

Величину надлишкового тиску всередині зарядженої краплі в залежності від напруженості поля визначимо із (1.169) і (1.168):

$$P_d = \frac{2\sigma}{r} - \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2. \quad (1.172)$$

Таким чином підставивши значення  $\varepsilon$  із (1.171) в формули (1.163), (1.168) і (1.172) величини надлишкового тиску ( $P_d$ ) поверхневого натягу ( $\sigma$ ) зарядженої краплі можна визначити тиск в залежності від  $U, q, E$  за наступними формулами:

$$P(U) = P_d = \frac{2\sigma}{r} - \varepsilon(P) \frac{\varepsilon_0 U^2}{2 r^2}, \quad (1.173)$$

$$P(q) = P_d = \frac{2\sigma}{r} - \varepsilon(P) \frac{q^2}{32 \varepsilon_0 \pi^2 r}, \quad (1.174)$$

$$P(E) = P_d = \frac{2\sigma}{r} - \varepsilon(P) \frac{\varepsilon_0}{2} E^2, \quad (1.175)$$

де  $\varepsilon(P) = 1 + 2 \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p + 2}$  – відносна діелектрична проникність.

Поверхневий натяг зарядженої краплі при наявності на ньому потенціалу  $U$ , заряду  $q$  при напруженості  $E$  визначається за формулами:

$$\sigma_q(U) = \sigma - \varepsilon(P) \frac{\varepsilon_0 U^2}{4 r^2}, \quad (1.176)$$

$$\sigma_q(q) = \sigma - \frac{q^2}{\varepsilon(P)61\varepsilon_0\pi^2 r}, \quad (1.177)$$

$$\sigma_q(E) = \sigma - \varepsilon(P)\frac{r\varepsilon_0}{4} E^2. \quad (1.178)$$

Таким чином, при розпилюванні рідини в електричному полі утворені краплини набувають статичний, балоелектричний і трибоелектричний заряд. У заряджених краплин поверхневий натяг або "міцність" зменшуються пропорційно квадрату напруги, заряду і напруженості.

Силова взаємодія заряджених крапель з потоком  $V$  повітря при відомих значеннях  $U, q, E$  може бути описана наступними залежностями [86]:

$$\frac{\rho V_{vid}^2}{2} \approx \frac{2\sigma}{r} - \varepsilon(P)\frac{\varepsilon_0}{2} \frac{U^2}{r^2}, \quad (1.179)$$

$$\frac{\rho V_{vid}^2}{2} \approx \frac{2\sigma}{r} - \frac{q^2}{\varepsilon(P)32\varepsilon_0\pi^2 r^4}, \quad (1.180)$$

$$\frac{\rho V_{vid}^2}{2} \approx \frac{2\sigma}{r} - \varepsilon(P)\frac{\varepsilon_0}{2} E^2, \quad (1.181)$$

де  $V_{vid}$  – відносна швидкість краплі (швидкість обтікання).

Аналіз наведених рівнянь свідчить, що краплини, набуваючи певний електричний заряд (електростатичний) і при цьому збільшуючи напруженість електричного поля або свій потенціал, зменшують власний внутрішній тиск, а відповідно і поверхневий натяг пропорційно квадрату цих величин.

Із зменшенням внутрішнього тиску (можливості чинити опір) крапель збільшується ефективність впливу аеродинамічних сил. Остання різко збільшує сили "вибуху" краплі. Чим сильніше "вибух" краплини тим дрібніші краплинки на які розпадається крапля, тим швидше перехід до монодисперсної системи роздрібнених крапель.

Визначимо *ступінь подрібнення розпилюваних крапель* залежно від їх електризації.

Ступінь подрібнення розпилюваних крапель залежить від їх заряду, напруженості та величини напруги.

Крайова швидкість з якою крапля може рухатись в повітрі не руйнуючись визначається за формулою:

$$V_{kp} = \sqrt{\frac{\sigma}{2\rho r}}. \quad (1.182)$$

Радіус від розпилюваних крапель в залежності від потенціалу, який підводиться до кромки розпилювачів при відомих значеннях параметрів  $U, q, E$  визначається відповідними рівняннями [86]:

$$r_q = r - \varepsilon(P) \frac{\varepsilon_0}{4} \frac{U^2}{\sigma}, \quad (1.179a)$$

$$r_q = r - \frac{q^2}{\varepsilon(P) 61 \varepsilon_0 \pi^2 r^2 \sigma}, \quad (1.180a)$$

$$r_q = r \left( 1 - \varepsilon(P) \frac{r \varepsilon_0}{4 \sigma} E^2 \right). \quad (1.181a)$$

Збільшенням підведеного до розпилювача потенціалу дозволяє суттєво підвищити дисперсність розпилювання.

Аналізуючи отримані залежності фізико-механічних характеристик рідини, що розпилюється в електричному полі, від електричних параметрів аерозольних генераторів ( $V_n, U, q, E$ ) можна констатувати наступне:

- ступінь дисперсності електростатичного розпилювання рідини залежить від величини заряду;
- радіус розпилених крапель за однакових значень аеродинамічних сил залежить прямо пропорційно від квадратів заряду, потенціалу або напруженості поля.

Таким чином електризація розпилюваних рідин є одним із способів отримання дрібнодисперсного аерозолю. Крім того, можливо, що заряджені краплі набувають нових фізичних властивостей, наприклад заряджені краплини швидше випаровуються.

*Випаровування крапель диспергованої рідини при їх електризації.*

За рахунок електризації розпилюваної рідини дисперсність середовища збільшується, що призводить до збільшення швидкості випаровування аеродисперсної системи.

Збільшення швидкості випаровування крапель, що несуть на собі електричний заряд, може бути здійснено за таких умов:

- зміна (збільшення) тої частини прирощеної поверхневої енергії дисперсної системи, яка з'являється при наявності електризації аерозолі;
- зміною тиску пари, оточуючої заряджену краплину;
- зміною коефіцієнта дифузії пари;
- зменшення роботи виходу молекул від поверхні краплі.

Розглянемо процес випаровування крапель при їх електростатичному розпилюванні як ізотермічний перехід із рідкого стану у пару, який пов'язаний із значним збільшенням об'єму  $i$ , відповідно, зі зменшенням щільності (густини) речовини. При цьому витрачається теплота на здійснення роботи проти зовнішнього тиску, та і на збільшення внутрішньої енергії. Ця теплота – теплота пароутворення.

Загальна теплота пароутворення (відповідно до першого закону термодинаміки) визначається:

$$Q_s = (E_{n,n} - E_p) + A, \quad (1.183)$$

де  $E_{n,n}$  – внутрішня енергія насиченої пари;

$E_p$  – внутрішня енергія рідини;

$A$  – робота проти зовнішнього тиску.

Теплота пароутворення (визначається внутрішньою теплотою пароутворення) витрачається на збільшення внутрішньої енергії, яка вимірюється роботою проти сил щеплення або проти внутрішнього тиску і зовнішньою теплотою, що витрачається на здійснення роботи зовнішнього тиску.

При збільшенні об'єму речовини від об'єму рідини  $V_p$  до об'єму пари  $V_n$  під тиском  $P_n$  робота визначиться:

$$A = P_n(V_n - V_p). \quad (1.184)$$

Тиск пари  $P_n$  можна визначити відповідно до закону Лапласа [94] (гіпсометрична формула):

$$\ln \frac{P_n}{P_1} = \frac{Mgh}{RT}, \quad (1.185)$$

де  $P_n$  – тиск пари (парціальний) біля поверхні краплі;

$P_1$  – тиск пари на відстані  $h$  від поверхні;

$M$  – маса одного моля повітря;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$R$  – газова стала;

$T$  – абсолютна температура.

Замінюючи молярну масу  $M$  на  $Nm$  (де  $N$  – число Авогадро;  $m$  – маса краплі) і враховуючи "втрату" маси в повітрі (Архімедова сила) визначимо масу краплі в повітрі:

$$m = V_k(\rho_k - \rho_c), \quad (1.186)$$

де  $V_k$  – об'єм краплі;

$\rho_k, \rho_c$  – густина краплі та середовища;

і підставляючи (1.186) в (1.185) матимемо:

$$\ln \frac{P_n}{P_1} = \frac{N}{RT} \frac{4\pi r^3}{3} (\rho_k - \rho_c). \quad (1.187)$$

Для рівноважного стану краплі дійсні рівності:

$$(\rho_k - \rho_c)gh = \frac{2\sigma}{r} = P_k. \quad (1.188)$$

При наданні краплі електричного заряду  $q$  тиск  $P_{dk}$  пари над її поверхнею визначається з врахуванням  $P_d(q)$  формула (1.180), (1.187) і (1.188) із виразу:

$$\ln \frac{P_n}{P_1} = \frac{N}{RT} \frac{4\pi r^3}{3} \left( \frac{2\sigma}{r} - \frac{1}{\varepsilon(p)} \frac{q^2}{32\varepsilon_0\pi^2 r^4} \right), \quad (1.189)$$

тобто

$$P_{nq} = P_1 \exp\left(\frac{N}{RT} \frac{4\pi r^3}{3} \left(\frac{2\sigma}{r} - \frac{1}{\varepsilon(p)} \frac{q^2}{32\varepsilon_0\pi^2 r^4}\right)\right). \quad (1.190)$$

З отриманого рівняння випливає, що при наданні краплі електричного заряду тиск пари над її поверхнею зменшується, що зумовлює інтенсифікацію випаровування.

Роботу виходу молекул, що випаровуються, здійснену проти зовнішнього тиску, на зарядженій краплі можна визначити, замінюючи у формулі (1.184) значення  $P_n$  для випадку зарядженої краплі виразом (1.190):

$$A_q = (V_n - V_p) P_1 \exp\left(\frac{N}{RT} \frac{4\pi r^3}{3} \left(\frac{2\sigma}{r} - \frac{1}{\varepsilon(p)} \frac{q^2}{32\varepsilon_0\pi^2 r^4}\right)\right). \quad (1.191)$$

З отриманого виразу, можна визначити, що зовнішня теплота пароутворення, яка витрачається на здійснення роботи проти зовнішнього тиску пари на заряджену краплю, зменшується із збільшенням заряду краплі.

Внутрішня теплота пароутворення зарядженої краплі враховує акумульовані (запасну) рідиною отриману при зарядженні краплі:

$$E_{pq} = E_p + E_{ak}. \quad (1.192)$$

Тому у випадку зарядженої краплі ( $E_p = E_{pq}, A = A_q$ ) грам-молекулярну теплоту пароутворення для краплі  $Q_{sq}$  можна визначити виразом:

$$Q_{sq} = E_{nn} - (E_p + E_{ak}) + (V_n - V_p) \times \\ \times P_1 \exp\left(\frac{N}{RT} \frac{4\pi r^3}{3} \left(\frac{2\sigma}{r} - \frac{1}{\varepsilon(p)} \frac{q^2}{32\varepsilon_0\pi^2 r^4}\right)\right). \quad (1.193)$$

Отриманим виразом визначено, що теплота пароутворення заряджених крапель зменшується за рахунок зменшення як внутрішньої так і зовнішньої теплоти пароутворення це відбувається в результаті акумулювання певної кількості внутрішньої енергії ( $E_{ak}$ ), яка зберігається у вигляді теплоти, а також за рахунок придбаного електричного заряду краплею при електростатичному розпилуванні.

У відносно вузькому діапазоні температур в кондуктивно-дифузійній області масообміну процес випаровування розпилених в повітрі крапель можна

прийняти як ізотермічний в умовах молекулярної дифузії при  $Nu = 2$  ( $Nu_m = \frac{\beta 2r}{D}$  критерій Нусельта масообмінний) і кондуктивного теплообміну [94].

В такому процесі, теплота затрачена на випаровування вологи, швидко компенсується теплотою сприйнятою поверхнею краплі від оточуючого середовища (повітря).

В цьому випадку кількість підведеної до краплі теплоти:

$$Q_n = \alpha(t_n - \theta_k)4\pi r^2, \quad (1.194)$$

дорівнюватиме кількості теплоти на використання:

$$Q_b = \beta(P_n - P_c)4\pi r^2 r_0. \quad (1.195)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь і приймаючи (умовно  $P_c = 0$ ) матимемо:

$$\alpha(t_n - \theta_k) = \beta P_n Q_s, \quad (1.196)$$

де  $\alpha = Nu_t \frac{\lambda}{2r}$ ,  $\beta = Nu_m \frac{D}{2r}$  – коефіцієнт тепло і масообміну;

$Q_s$  – теплота пароутворення;

$\theta_k, P_n$  – температура і тиск пари на поверхні краплі;

$t_c, P_c$  – температура і тиск пари в оточуючому середовищі;

$\lambda$  – теплопровідність повітря;

$r$  – радіус краплі;

$D$  – коефіцієнт дифузії пари в повітря.

Визначаючи коефіцієнти  $\alpha$  і  $\beta$  через критерій Нусельта ( $Nu_t$  – теплообмінний;  $Nu_m$  – масообмінний):  $\alpha = Nu_t \frac{\lambda}{2r}$ ;  $\beta = Nu_m \frac{D}{2r}$ , і підставляючи в рівняння (1.196) визначимо значення коефіцієнта дифузії  $D$  (віднесених до градієнта парціальних тисків):

$$D = \frac{\lambda(t_n - \theta_k)}{P_n Q_s}. \quad (1.197)$$

Підставляючи значення  $P_n$  та  $Q_s$  і позначивши ступінь експоненти в рівнянні (2.190) через  $A(q)$  матимемо значення коефіцієнта дифузії зарядженої краплі в розгорнутому вигляді:

$$D_{pq} = \frac{\lambda(t_n - \theta_k)}{(E_{nn} - (E_p + E_{ak}) + (V_n - V_p)P_1 \exp(A(q)))P_1 \exp(A(q))}. \quad (1.198)$$

Вираз (1.180) свідчить, що коефіцієнт дифузії пари в повітря з поверхні зарядженої краплі збільшується при збільшенні заряду ( $A(q) = q^2$ ).

Збільшення коефіцієнта дифузії на зарядженій краплі відбувається при меншій кількості теплоти затраченої на випаровування. Це пояснюється тим, що параметри  $P_n$ ,  $Q_s$  і  $(t_n - \theta_k)$  при наявності заряду зменшуються.

*Швидкість випаровування краплі* визначається законом Дальтона і може бути розрахована за формулою Максвелла:

$$-\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi DM}{\rho_n RT} (P_{n,n} - P_c) r_k. \quad (1.199)$$

Підставляючи в рівняння (1.199) значення  $D_{pq}$  із (1.198) отримаємо рівняння кінетики випаровування електрзарядженої краплі аерозолі (при  $q \rightarrow \infty$ ,  $A(q) \rightarrow 0$ ,  $\frac{dm_q}{dt} \rightarrow \infty$ ):

$$-\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi M \lambda (\Delta T) r (P_{n,n}(\theta_k) - P_1 e^{A(q)})}{(E_{nn} - (E_p + E_{ak}) + (V_n - V_p)P_1 e^{A(q)})P_1 e^{A(q)} \rho_p RT}. \quad (1.200)$$

*Генерація електроаерозолі в електроаерозольних генераторах.*

Процес утворення електрично зарядженого аерозолі складається із формування диском плівки рідини з наступною її зарядкою і розпилюванням в електричному полі на краплини [70].

Електрично заряджені краплі, рухаючись в електричному полі та повітряному потоці аерозольного генератора створюють струм переносу електричних зарядів – струм конвекції. Струм конвекції є однією з основних характеристик процесу генерації електроаерозолі, який визначає ефективність електризації і диспергування аерозольних частинок.

В рухомому середовищі щільність струму конвекції визначається:

$$j_k = \rho v = \rho(v_1 + v_c), \quad (1.201)$$

де  $\rho$  – об'ємна щільність вільного електричного заряду;

$v_1$  – швидкість руху зарядів;

$v_c$  – швидкість руху середовища (повітря).

Повний струм через поверхню  $S$ :

$$J_k = \frac{dq}{dt} = \sigma_k \frac{dS}{dt} = \sigma_k n_k S_k = 3 \frac{\sigma_k Q_p}{r}, \quad (1.202)$$

де  $\sigma_k$  – щільність зарядів на поверхні краплі (питомий заряд  $q/S$ );

$\frac{dS}{dt}$  – швидкість утворення нової поверхні (при розпаді краплі);

$n_k$  – кількість крапель;

$S_k$  – поверхня краплі;

$r$  – радіус краплі.

Повний струм конвекції можна визначити з формули:

$$J_k = \frac{3\pi^2 \varepsilon_0 E Q_p \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau_k}{\tau}\right)\right)}{6r}, \quad (1.203)$$

де  $Q_p$  – об'ємні витрати рідини;

$\tau_k = \frac{4\pi r^3}{3Q_p K^{-1}}$  – час утворення краплі;

$K = \frac{2\pi r_1 n}{\lambda}$  – кількість місць сходження крапель з диска (зубчастий диск,

диск з перфорованим бортиком) (де  $\lambda = 9a \left(1 + \frac{4.5\mu^2 \rho_p}{a\sigma}\right)$ );

$r_1$  – радіус отвору перфорації диску;

$\tau$  – стала часу заряджання краплі.

Крайовий заряд провідної краплі:

$$q_{kp} = \frac{2\pi^3}{3} \varepsilon_0 E r^2. \quad (1.204)$$

При розпилюванні диском провідної рідини:

$$J_k = \sigma_k v_n 2\pi R, \quad (1.205)$$

де  $v_n = \frac{9\rho_p \omega^2 \sin \varphi Q_p^2}{32\pi^2 \mu_p R}$  – радіальна швидкість плівки рідини;

$R$  – радіус диска;

$\omega$  – кутова частота обертання;

$\varphi$  – кут при вершині конічного диску (для плоского  $\varphi = 1$ ).

*Переміщення і осадження частинок електроаерозолі.*

Рух частинки аерозолі в зоні дії електричного поля (за умови  $QE \gg mg$ ) визначається розв'язком рівняння:

$$m \frac{dv}{dt} = QE + k_c (v_c - v), \quad (1.206)$$

де  $k_c = 6\pi\mu_c r$ .

Розв'язок (1.206) (при  $\tau = 0$ ;  $v_c = v_0$ ):

$$v(t) = v_\infty - (v_\infty - v_0) e^{-\frac{k_c t}{m}}; \quad (1.207)$$

$$S(t) = v_\infty t - \frac{K^{-1}}{m} (v_\infty - v_0) \left( 1 - e^{-\frac{k_c t}{m}} \right), \quad (1.208)$$

де  $v_\infty = \frac{QE + v_c}{k_c}$  – встановлена швидкість.

Рівняння (1.207) і (1.208) визначають швидкість і шлях частинки в процесі переміщення.

У випадку гравітаційного осадження:

$$m \frac{dv}{dt} = QE \pm mg - 6\pi\mu r v. \quad (1.209)$$

Розв'язок рівняння:

$$v(t) = v_{\infty} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (1.210)$$

де  $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$ .

### 1.3. Електрофізична обробка матеріалів і середовищ.

Технологічні методи впливу на об'єкт, за умов коли електрична енергія використовується безпосередньо в інші "нетипові" види не пов'язані з нагрівом, називають електрофізичними та електрохімічними. Вони засновані на різноманітних проявах електромагнітного (електричного) поля в матеріалах і середовищах (масоперенос, дифузія, коагуляція, електроосмос, електроліз) в результаті якого реалізуються певні технологічні ефекти.

Електричний струм в технологічних середовищах, є частинною формою електромагнітного поля і його технологічні прояви та властивості зумовлені формою і властивостями поля.

В агропромисловому виробництві електричний струм використовується в таких галузях: зневоднення рослинної сировини та технологічних матеріалів (електроосмос); дезінфекції біологічно-активних розчинів (електроантисептирування); очищення колоїдних сумішей (електрокоагуляція).

#### *1.3.1. Технологічні властивості електричного струму в електролітних середовищах.*

Електричний струм в електролітних середовищах – це спрямований потік іонів в електричному полі [40]. Проходження електричного струму в електролітах супроводжується перенесенням речовини, поляризацією середовищ, електрокінетичними явищами (електрофорез, електроосмос, потенціал течії), електрохімічними проявами.

Поляризація – зміщення або вирівнювання зарядів речовини під впливом електричного поля. Розрізняють такі види поляризації: електронну, іонну, міграційну, концентраційну, орієнтаційну та електрохімічну поляризацію. Під

час обробки електричним струмом низької частоти найбільший вплив мають останні три види.

На межі між твердим тілом і рідиною відбувається просторовий розподіл електричних зарядів, що призводить до виникнення різниці потенціалів між речовинами, що стикаються. У сталому режимі обміну іонами створюється рівноважний потенціал, який визначається концентрацією розчину, за якої ні розчин, ні електрод не набувають електричних зарядів. Якщо розчин має нормальну концентрацію, то нормальний електродний потенціал:

$$\varphi_n = -\frac{RT}{zF} \ln c_0, \quad (1.211)$$

де  $R = 8.3144$  Дж/(моль·К) – універсальна газова стала;

$T$  – термодинамічна температура, К;

$z$  – заряд іона з відповідним знаком;

$F = 96485$  Кл/моль – число Фарадея;

$c_0$  – концентрація іонів до протікання струму, моль/см<sup>3</sup>.

При відхиленні концентрації від вихідних умов різниця потенціалів між електродом і розчином:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_1}{c_2}, \quad (1.211a)$$

або

$$\varphi = \varphi_n + \frac{RT}{zF} \ln |c|, \quad (1.211b)$$

де  $c_1, c_2$  – концентрації потенціал-визначальних іонів в електроді та розчині, моль/см<sup>3</sup>;

$c$  – поточне значення концентрації розчину, моль/см<sup>3</sup>.

Зміну концентрації та потенціалу спостерігають не тільки на електродах, а й також на мембранах і в розчині. Причина поляризації – різна активність іонів. Зв'язок між силою струму і поляризацією (перенапруженням) для змінного струму визначається рівнянням Крюгера [26]:

$$\eta_n = \frac{I_F RT}{n^2 F^2 c_0 \sqrt{\omega D}} \sin\left(\omega\tau - \frac{\pi}{4}\right), \quad (1.212)$$

де  $I_F$  – амплітуда струму, А;

$n$  – число електронів, що відповідає розряду однієї частинки;

$\omega$  – кругова частота струму,  $\text{с}^{-1}$ ;

$D$  – коефіцієнт дифузії потенціал-визначальних (хімічно активних) іонів,  $\text{см}^2/\text{с}$ .

Електрокінетичні явища – рух під дією електричного поля твердих тіл у рідині (електрофорез) або рідини відносно твердої фази (електроосмос). На межі розділу твердої та рідкої фаз унаслідок специфічної адсорбції перерозподіляються електричні заряди й утворюється подвійний електричний шар. Виникає "стрибок" потенціалу  $\psi$ . Якщо вздовж межі розділу фаз докласти напругу від зовнішнього джерела, створивши деяку різницю потенціалів, то шари твердого тіла і прилеглої до нього рідини переміщуються в бік протилежного (порівняно зі знаком заряду цього шару) полюса джерела. У результаті внутрішнього тертя рух передається сусіднім шарам. Таким чином, при жорстко закріпленому твердому тілі починається рух рідини, званий електроосмосом. Лінійна швидкість електроосмосу в одиничному капілярі:

$$v = \frac{\varepsilon\psi E}{4\pi\mu_p}, \quad (1.213)$$

де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища, Ф/м;

$\psi$  – електрокінетичний потенціал, В;

$E$  – напруженість електричного поля, В/м;

$\mu_p$  – динамічна в'язкість рідини, Па·с.

Швидкість електрофорезу визначається формулою Смолуховського:

$$v = \frac{\varepsilon\zeta E}{4\pi\mu_p}, \quad (1.214)$$

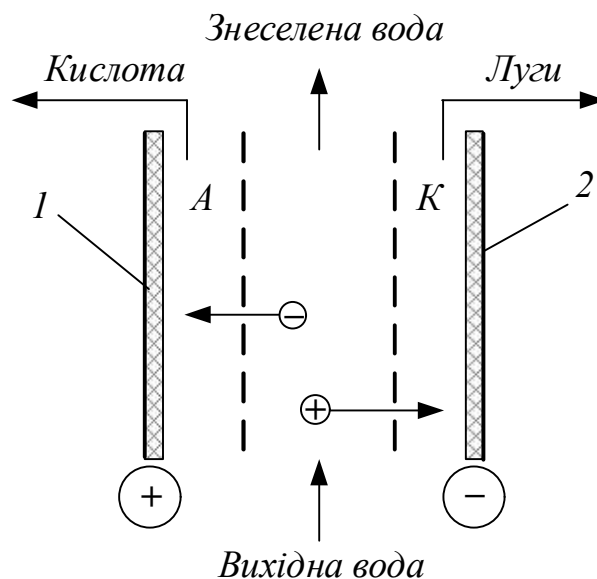
де  $\zeta$  – дзета-потенціал (частина електрокінетичного потенціалу), В.

### 1.3.2. Електрокінетичні явища.

Електрокінетичні явища використовують у процесах зневоднення вологих і насичення капілярно-пористих середовищ вологою.

Під час проходження рідини через пористі середовища, особливо з вибірковою проникністю (наприклад, іонітові мембрани), іони розділяються. На цьому засновані процеси електродіалізу та активації водних розчинів [40].

Основна сфера застосування електродіалізу – опріснення води. Сутність методу полягає в такому. Якщо через найпростіший трикамерний електродіалізатор (рис. 1.9), у якому середню камеру з вихідною водою відокремлено від бічних іоноселективними мембранами А та К, пропускати електричний струм, то катіони розчинених солей, які перебувають у воді, що опріснюється, під дією електричного поля почнуть переміщатися до катода, а аніони – до анода. Мембрани проникні тільки для іонів певного знаку (А – для аніонів, К – катіонів). Таким чином вода в середній камері опріснюється, в анодній камері – підкислюється, а в катодній – підлужується.



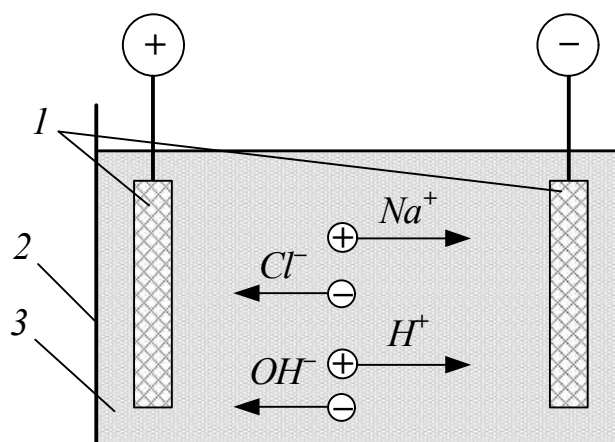
**Рис. 1.9. Схема трикамерного електродіалізатора:**

**1 – анод; 2 – катод; А і К - аніонна та катіонна мембрани**

Деякі дослідники зазначали, що під час поділу анодного і катодного просторів не тільки іонітовими мембранами, а й пористими діафрагмами (лист

азбесту, прогумована тканина тощо) поряд з кислотністю та лужністю вихідного розчину змінюються хімічна та біологічна активність розчинів, їхні фізичні властивості, відбувається активація водних розчинів. При цьому аноліт – розчин, що знаходиться в прианодному просторі, має кислотний показник, а католіт – у прикатодному – лужний показник. Аноліт має бактерицидні властивості, католіт стимулює процеси регенерації та розвитку клітин. Активовані розчини змінюють швидкість хімічних реакцій під час отримання рідкого бетону, силосування зеленої маси, миття деталей.

Електрохімічні процеси пов'язані з окисно-відновними реакціями, зміною умов перенесення заряду, перенесенням заряджених частинок через мембрани, електрокоагуляцією. Сукупність окисно-відновних реакцій, що протікають на електродах, називається електролізом. Основне застосування електролізу - отримання речовин і нанесення покриттів. Процес електролізу протікає в спеціальному апараті - електролізері, що являє собою ємність із розчином або розплавом хімреагенту, у якій розміщені електроди (рис. 1.10).



**Рис. 1.10. Схема найпростішого електролізера:**

**1 – електроди; 2 – діелектрична ємність; 3 – розчин**

Якщо анод розчинний, то його частинки надходять у розчин із позитивним знаком (катіони) і переміщуються до катода, де нейтралізуються й осідають – відбувається перенесення речовини з анода на катод (процес гальваностегії та гальванопластики). Електроліз можна використовувати для

отримання таких речовин, як  $Al(OH)_3$  і  $Fe(OH)_3$ , що сприяють коагуляції дисперсних речовин.

Електрокоагуляція – поділ колоїдного розчину на коагулянт (осад) і дисперсне середовище в електричному полі або при зміні діелектричної проникності навколишнього середовища.

*Процеси електролізу кількісно описують законом Фарадея.*

Розчинення електрода або осадження на ньому іонів залежить від його потенціалу. Електрод, поміщений у розчин з іонами його речовини, за деякого рівноважного електродного потенціалу (РЕП) не розчиняється та іони на ньому не осідають.

Якщо на електрод подати негативний потенціал порівняно з рівноважним електродним, то почнеться виділення речовини, якщо позитивний – розчинення електрода. Значення РЕП для різних металів перебуває в межах від  $-2.42$  В (калій) до  $+0.8$  В (срібло). За нульовий РЕП прийнято потенціал водневого електрода. Різницю між дійсним потенціалом і РЕП називають перенапруженням.

Перенапруження  $\eta_n$  і щільність струму  $j$  пов'язані рівнянням Тафеля:

$$\eta_n = a + b \lg j, \quad (1.215)$$

де  $a, b$  – константи.

Константи швидкості реакції на аноді та катоді, см/с, залежать від потенціалу електрода:

$$k_a = k_0^a \exp\left(\frac{-\alpha_a F(\varphi - \psi_1)}{RT}\right), \quad (1.216)$$

$$k_k = k_0^k \exp\left(\frac{-\alpha_k F(\varphi - \psi_1)}{RT}\right), \quad (1.217)$$

де  $k_0^a, k_0^k$  – константи швидкості анодної і катодної реакції, см/с;

$\alpha_a, \alpha_k$  – коефіцієнти перенесення заряду анодної та катодної реакцій;

$F = 96485$  Кл/моль – число Фарадея;

$\varphi - \psi_1$  – "стрибок" потенціалу в щільній частині подвійного шару, В;

$R$  – універсальна газова постійна, Дж/(К·моль);

$T$  – температура середовища, К.

Біологічні ефекти дії електричного струму проявляються в стимуляції або пригніченні біологічних об'єктів. Вони виникають у результаті комплексної термічної та фізикохімічної дії (теплова або електротеплова коагуляція, електрохімічна коагуляція білкових структур).

### 1.3.3. Електроочищення рідин.

Поляризаційні явища, зумовлені дією електричного поля в електролітах (водні розчини і суспензії), не дозволяють подавати велику напругу на електроди, що обмежує продуктивність процесів очищення рідких технологічних і харчових рідин. Напруженість електричного поля в таких випадках не перевищує 100 В/см.

Більші перспективи має електрична очистка неполярних рідин. Діелектричні властивості таких рідин (олії та масла) дають можливість подавати на електроди високу напругу не викликаючи хімічних перетворень. Електрохімічні реакції в неполярних рідинах практично відсутні, а видалення механічних включень відбувається шляхом електроосадження частинок.

Для правильного уявлення, щодо формування осаду, необхідно дослідити кінетику зміни величини заряду частинок в процесі їх переміщення до електроду.

Зазвичай при розрахунках процесу електроочищення рідин виходять і припущення наявності заряду у частинок домішок. Під дією електричного поля така частинка буде рухатись в напрямку електрода. Припускаючи, що частинки в рідині розподілені рівномірно і рухаються з однаковою швидкістю до електрода, масу осаджених частинок можна визначити за формулою [84]:

$$m_0 = C_0 S v t, \quad (1.218)$$

де  $m$  – маса частинок на електроді;

$C_0$  – початкова концентрація суспензії;

$v$  – швидкість частинки;

$S$  – площа електродів;

$\tau$  – час осадження.

Враховуючи опору (за Стоксом), швидкість переміщення частинки при дії електричного поля, можна визначити:

$$v = \frac{gE}{6\pi\eta a}, \quad (1.219)$$

де  $g$  – величина заряду;

$E$  – напруженість поля;

$\eta$  – в'язкість;

$a$  – радіус частинки (кулястої форми).

З рівнянь (1.218) і (1.219) матимемо, значення продуктивності процесу електроосадження:

$$P = \frac{m}{\tau} = \frac{gECS}{6\pi\eta a}. \quad (1.220)$$

Враховуючи, що потенціал частинки дорівнює:  $\xi = \frac{q}{\varepsilon a}$  (де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища), швидкість руху частинки радіусом  $a$  до електрода можна визначити формулою Гюккеля:

$$v = \frac{\varepsilon\xi E}{6\pi\eta}. \quad (1.221)$$

Сутність електрофоретичних методів осадження полягає у визначенні рухомості частинок. Відповідно до рівняння Гельгольца-Смолуховського ця величина пропорційна  $\xi$  – потенціалу частинок і зворотно пропорційна в'язкості рідини:

$$\xi = \frac{4\pi b\eta}{\varepsilon}, \quad (1.222)$$

звідки:

$$b = \frac{\varepsilon\xi}{4\pi\eta}. \quad (1.223)$$

Для врахування в рівнянні електроочистки рідини вірогідності осадження частинок на електроди вводять безрозмірний коефіцієнт  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ). Тоді продуктивність апарату електроочищення з циліндричними електродами можна розрахувати за формулою [84]:

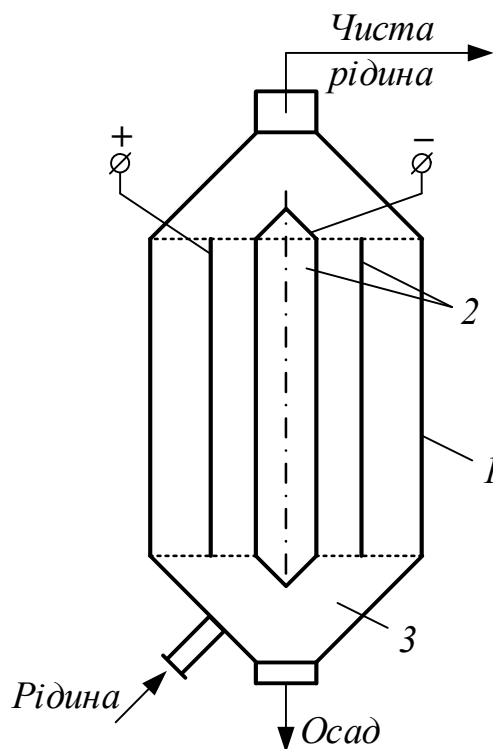
$$P = \frac{m}{\tau} = 2\pi\alpha C_0 h \frac{\varepsilon\xi u}{4\pi\eta \ln \frac{r_1}{r_2}}, \quad (1.224)$$

де  $h$  – висота електродів;

$u$  – напруга на електродах;

$r_1, r_2$  – радіуси внутрішнього та зовнішнього електродів.

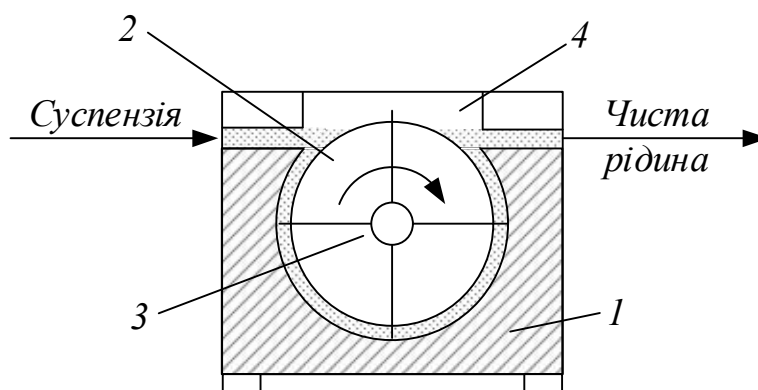
Установки з циліндричними електродами, відносно прості та мають найбільш придатну форму для організації оптимального руху очищуємої рідини (рис. 1.11).



**Рис. 1.11. Схема електроочищувача з циліндричними електродами: 1 – корпус; 2 – електроди; 3 – осадоочищувальний бункер**

Установки такого типу раціонально використовувати для роботи в періодичному режимі. Через певний проміжок часу, коли на електродах накопичується достатня кількість осередків, напруга змінюється і апарат промивають чистою рідиною. Відмитий осадок зневоднюють у центрифугі.

Електроочищувач з циліндричними електродами безперервної дії може бути конструктивно виконана у вигляді нерухомого корпусу з обертовим барабанним електродом (рис. 1.12).



**Рис. 1.12. Схема барабанного електроочищувача: 1 – корпус; 2 – барабанний електрод; 3 – вал-шкребок для відокремлення осаду**

Інші конструкції електроочищувачів олійно-жирових продуктів та методи їх розрахунку наведено в [26].

Визначення динамічних режимів функціонування установок для очищення рослинних олій подано в наступному розділі.

#### *1.3.4. Електрофлотаційне очищення діелектричних технологічних рідин.*

Електрофлотаційне розділення суспензій з використанням діелектричного механізму переміщення частинок механічних включень в олійних рідинах відносно новий спосіб ефективного їх очищення [28].

Діелектрофорез – явище дії пондеромоторної сили, що впливає на частинки, які поляризуються в неоднорідному електричному полі (постійного або змінного струму).

Пондеромоторна сила, як відомо зумовлена неоднорідністю електричного поля та поляризацією. Полярні молекули діелектрика, в електричному полі, можна розглядати як позитивні  $(+q)$  і негативні  $(-q)$  заряди, що мають між собою жорсткий зв'язок і розташовані на відстані  $l$  один від одного. У неоднорідному електричному полі, на заряди  $(+q)$  і  $(-q)$  диполя будуть діяти неоднакові за значенням сили  $F_1$  та  $F_2$ , тому, що у місцях розміщення зарядів напруженість зовнішнього поля  $(E_1)$  та  $(E_2)$  матимуть різні значення. Результуюча сила, діюча на частинку (диполь) визначиться так:

$$F_{rez} = Q(E_1 - E_2) = Ql \frac{dE}{dt}. \quad (1.225)$$

Пондеромоторна сила, яка буде діяти на частинку в неоднорідному електричному полі ( $grad E$ )  $\rightarrow \nabla E$  тримірного простору хуз (об'ємі рідини):

$$F_n = 4\pi\varepsilon_0 a^3 \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_c}{\varepsilon_r + 2\varepsilon_c} \left( E_x \frac{dE}{dx} + E_y \frac{dE}{dy} + E_z \frac{dE}{dz} \right), \quad (1.226)$$

де  $\varepsilon_r, \varepsilon_c$  – діелектрична проникність частинки і середовища (рідини);

$E$  – напруженість;

$\frac{dE}{dy}$  – градієнт напруженості;

$a$  – діаметр кулястої частинки.

За умови  $\varepsilon_r > \varepsilon_c$  то сила  $F_n$  має негативний знак і частинка виштовхується в зону поля з мінімальною напруженістю, а при  $\varepsilon_r < \varepsilon_c$  частинка рухається в зону поля з найбільшою напруженістю.

Якщо в об'ємі рідини, яка підлягає очищенню від твердих домішок, розмістити пруткові (циліндричні) електроди на які подається стала напруга (різної полярності) то між електродами створюється нерівномірне електричне поле з розподіленими за координатою ( $x$ ) потенціалом:

$$u(x) = u_{12} \frac{\ln\left(\frac{x-S}{x}\right)}{2 \ln\left(\frac{S}{R}\right)}, \quad (1.227)$$

де  $u_{12}$  – різниця потенціалів між електродами;

$S$  – відстань між електродами;

$R$  – радіус електродів.

Градієнт напруженості ( $E = \frac{du}{dx}$ ) електричного поля між двома параметрами циліндричними електродами буде визначатися:

$$\nabla E_x = \frac{dE}{dx} = u_{12} \frac{S(2x-S)}{2(x-S)^2 - x^2 \ln\left(\frac{S}{R}\right)}. \quad (1.228)$$

Підставляючи значення градієнта в рівняння (1.226) отримаємо величину пондеромоторної сили, яка діє на частинку в рідкому середовищі<sup>2</sup>:

<sup>2</sup> Грановский М.Г. Универсальная установка для очистки жидкостей на судах. Л.: Судостроение, 1978, 92с.

$$\overline{F}_x = -4\pi\varepsilon_0 a^3 \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_c}{\varepsilon_r + 2\varepsilon_c} u_{12}^2 \frac{S^2(2x-S)}{4(x-S)^2 - x^2 \left(\ln\left(\frac{S}{R}\right)\right)^2}. \quad (1.229)$$

Рух частинки в рідині (при нехтуванні силою тяжіння) відповідно до другого закону Ньютона можна визначити векторним рівнянням:

$$m \frac{d\overline{v}}{d\tau} = \overline{F}_n + \overline{R}_c, \quad (1.230)$$

де  $m$  – маса частинки;

$v$  – швидкість руху частинки;

$\overline{R}_c = 6\pi\eta a \overline{v}$  – сила опору (де  $\overline{v} = \frac{dx}{d\tau}$ ).

Частинка твердої фракції буде рухатися до електроду зі швидкістю  $v$ , і осаджуватися на його поверхні. Для реалізації флотаційного видалення дисперсних частинок, які накопичуються під дією діелектрофорезу в зоні електродів, очищувану олію попередньо гідратують [28], додаючи до неї 1.5...2 % води нагріваючи отриману суспензію до температури 85...95 °С. В результаті випаровування води утворюються шарові бульбашки які мають схильність злипатися з дисперсними частинками. Спливаючи бульбашки виносять на поверхню олійної рідини тверді частинки засмічувачів; останні видаляються механічними шкребками.

Рівняння руху (спливання) бульбашок від електродів можна записати в розгорнутому вигляді:

$$\frac{d^2h}{d\tau^2} = \frac{9\eta}{2\rho_n a^2} \frac{dh}{d\tau} + \frac{g}{\rho_n} (\rho_p - \rho_n), \quad (1.231)$$

де  $h$  – шлях підйому бульбашок;

$a$  – радіус бульбашок;

$\rho_p, \rho_n$  – густина рідини і водяної пари;

$g$  – прискорення вільного падіння.

## РОЗДІЛ 2.

# МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І УСТАНОВОК

### 2.1. Моделювання динамічних режимів електротермічних процесів.

Ефективність використання енергетичних і матеріальних ресурсів виробництва та переробки продукції, що потребує теплової обробки (з використанням енергії електромагнітного поля) в значній мірі обумовлена режимами функціонування електротехнологічних установок і комплексів. Для визначення та реалізації оптимальних (раціональних) режимів необхідна наявність повної математичної моделі динамічних характеристик функціонування об'єкта термічної обробки і джерел електромагнітного випромінювання.

Але тепла обробка матеріальних середовищ електромагнітним підведенням енергії є досить складним процесом, який суміщає одночасно перенос теплоти, маси речовини (різного хімічного складу) з наявністю фазових перетворень в замкненому об'ємі при взаємодії з оточуючим середовищем і джерелами електромагнітного поля в об'ємі матеріалу.

Проблема усувається тим, що для теплової обробки різних за тепло- і електро-фізичними властивостями продукції, переважно використовують єдину установку або комплекс.

У зв'язку з цим найбільш доцільним методом математичного опису є використання багаторівневого моделювання: на мікрорівні моделюються процеси, які відбуваються в окремій частинці або елементарному об'ємі; на макрорівні моделюється потік оброблюваного матеріалу (з урахуванням його переміщення в просторі). Модель процесів в рухомому потоці розв'язується для нестационарного (перехідного) і встановленого (стаціонарного) режиму.

### 2.1.1. Моделювання динаміки тепло- і масопереносу при дії електромагнітних полів.

У відповідності до електрофізичної сутності перетворення енергії ЕМП в теплоту та основними положеннями загальної теорії тепло- та масопереносу [14, 20, 28] О. Ликовим сформульована повна система диференціальних рівнянь переносу теплоти і маси (речовини) при дії в об'ємі матеріалу внутрішнього джерела енергії генерованої електромагнітним полем, яка записується у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_T \nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon r_c}{c} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{Q_V}{c \cdot \rho}; \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m \delta_T \nabla^2 \theta + \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 P + \frac{\varepsilon}{c_\mu} \frac{\partial U}{\partial \tau}; \end{cases} \quad (2.1)$$

де  $\theta, U$  – температура та вологовміст матеріалу;

$a_T, a_m, \delta_T$  – коефіцієнт температуропровідності, масопровідності і термоградієнтний коефіцієнт;

$\varepsilon$  – коефіцієнт фазових перетворень;

$c$  – питома теплоємність матеріалу;

$r_c$  – питома теплота пароутворення;

$\rho$  – густина матеріалу;

$c_\mu$  – ємність капілярно-пористого тіла відносно вологого повітря;

$\nabla \theta, \nabla U$  – градієнти поля температури та вологовмісту в тілі;

$Q_V$  – питома потужність тепловиділення в об'ємі продукту при підведенні НВЧ енергії, ІЧ-випромінюванням або електричного поля (електроконтактний нагрів).

При розрахунках питомої потужності, що виділяється в одиниці об'єму матеріалу використовуються формули (1.35, 1.38, 1.53).

Використовуючи величину потужності, що споживається нагрівачем випромінювача  $N$  та коефіцієнт корисної дії випромінювача  $\eta$  величину густини потоку випромінювання визначено очевидним співвідношенням:

$$E = \frac{N\eta}{F_{\text{опр}}} = q_F; \quad (2.2)$$

де  $F_{\text{опр}}$  – опромінювана поверхня матеріалу.

Отже, в узагальненому вигляді рівняння характеризують внутрішнє джерело теплоти змінне за координатою і визначаються залежністю:

$$Q(x) = Q_0 \exp(-kx). \quad (2.3)$$

Враховуючи єдину електромагнітну природу випромінювання та динаміку нагріву «товстого» матеріалу при НВЧ та ГЧ підведенні енергії та те що формули (1.35, 1.38, 1.53) мають формальну аналогію, можна використати єдине рівняння теплопровідності з джерелом теплоти інтенсивність якого зменшується при проходженні хвиль ( $\lambda$ ) в глибину матеріалу за експоненціальним законом (2.3). Найпростіше розглянути процес нагрівання матеріалу, як випадок поширення теплоти в напівобмеженому тілі, яке являє собою напівобмежений стержень з теплоізолюваною боковою поверхнею, при постійній температурі оточуючого середовища  $t_c = t_0$ .

Використовуючи поняття ефективної температуропровідності, яке враховує теплоту фазового перетворення (випаровування вологи) і оцінюється коефіцієнтом  $a_{ef}$ :

$$a_{ef} = \frac{\lambda}{\rho c (1-\varepsilon) \left(1 + \frac{\varepsilon}{Rb}\right)}; \quad (2.4)$$

де  $Rb = \frac{cd\theta}{r_c dU}$  – критерій Ребіндера;

з урахуванням (2.3) та (2.4) рівняння системи (2.1) перепишемо у вигляді:

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = a_{ef} \frac{\partial^2 \theta(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{Q_0 \exp(-kx)}{c \cdot \rho}, \quad (\tau > 0; 0 < x < \infty); \quad (2.5)$$

з крайовими умовами:

$$\theta(x, 0) = \theta_0; \theta(0, \tau) = t_c = const; \frac{\partial \theta(\infty, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (2.6)$$

Розв'язок рівняння (2.5) відомий [79] і його можна записати у вигляді:

$$\theta(x, \tau) = t_c + \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} - \frac{Q_0}{\lambda k^2 t_c} \left[ \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} - e^{-kx} - \frac{1}{2} e^{k^2 a_{ef}\tau - kx} \operatorname{erfc} \left( k\sqrt{a_{ef}\tau} - \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} \right) + \frac{1}{2} e^{k^2 a_{ef}\tau + kx} \operatorname{erfc} \left( k\sqrt{a_{ef}\tau} + \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} \right) \right]. \quad (2.7)$$

Коефіцієнти в рівнянні (2.7) визначаються:

– для НВЧ нагріву:

$$k = \frac{2}{\Delta}; Q_0 = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon''fE^2;$$

– для ІЧ нагріву:

$$k = \chi \frac{AN\eta}{lF_{\text{опр}}}; Q_0 = \frac{E^*(1-D)}{l}.$$

Отриманий вираз (2.7) дає можливість розраховувати нестационарне температурне поле в твердому вологому тілі при дії джерела електромагнітного випромінювання поглинена потужність якого зменшується при збільшенні відстані від поверхні тіла, зробити аналіз впливу окремих параметрів ЕМП і електротехнологічних властивостей матеріалу при перебігу процесів тепломасообміну.

Надалі розглядаються процеси тепломасопереносу для випадку коли поглинання енергії електромагнітного поля можна вважати рівномірним для всього об'єму тіла ( $x \ll \Delta$ ).

Основне завдання теоретичного дослідження процесів тепло- і масопереносу полягає у визначенні динаміки і кінетики зміни параметрів матеріалу (температура та вологість) в процесі нагріву та зневоднення. Нестационарні поля температури, вологовмісту та концентрації визначають динаміку процесу; зміна середньо об'ємних значень цих параметрів визначає кінетику процесів.

Для отримання раціональних аналітичних залежностей придатних для інженерних розрахунків на основі системи рівнянь (2.1), введемо спрощуючі припущення:

- введення коефіцієнта ефективної температуропровідності  $a_{ef}$  дає можливість виключити із першого рівняння системи (2.1) складову, що визначає зміну в часі вологовмісту  $\left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right)$ ;
- через мале значення коефіцієнта термодифузії для більшості рослинних матеріалів, можна знехтувати складовою  $a_m \delta_T \nabla^2 \theta$  в другому рівнянні системи (2.1);

- надлишковий тиск в матеріалі в процесі нагріву визначається процесом фазового перетворення який зумовлює зміну градієнта тиску, тому складову  $\frac{\varepsilon}{c_\mu} \frac{\partial U}{\partial \tau}$  в третьому рівнянні системи (2.1) можна не враховувати.

Таким чином, при зроблених спрощеннях, рівняння системи (2.1) можна розв'язувати незалежно одне від одного.

Оскільки, форму оброблюваного матеріалу прийнято моделювати одновимірними тілами, то рівняння теплопровідності (доцільно подавати в узагальненому вигляді):

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = a_{ef} \left[ \frac{\partial^2 \theta(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{Q(\tau)}{c \cdot \rho}, \quad (2.8)$$

з граничними умовами III роду:

$$\lambda \frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial x} = \alpha (t_c - \theta(x, \tau)), \quad (2.8a)$$

де  $\Gamma$  – коефіцієнт форми;

$x$  – характеристичний розмір (для пластини:  $\Gamma = 0$ ;  $x = R$ ; для циліндру:

$\Gamma = 1$ ;  $x = r$ ; для кулі  $\Gamma = 2$ ;  $x = r$  – радіус поточний).

Для опису процесу зневоднення використовуємо за аналогією запису з (2.8) рівняння масопровідності:

$$\frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} = a_m \left[ \frac{\partial^2 U(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right] + q_m, \quad (2.9)$$

де  $q_m = \varepsilon \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau}$ .

Джерело теплової енергії, що генерується в об'ємі матеріалу електромагнітним полем при НВЧ-нагріві моделюємо внутрішнім джерелом теплоти –  $Q_V(\tau)$ , потужність якого змінюється за часом,  $Q(\tau) = Q_V e^{-k\tau}$  так як в процесі сушіння змінюються електричні параметри матеріалу  $\varepsilon, tg\delta$ . При використанні інфрачервоного та індукційного підводу енергії внутрішнє джерело підведення енергії відсутнє ( $Q_V = 0$ ), а джерело теплоти з питомою потужністю  $Q_F$ , що віднесено до площі оброблюваної поверхні, вводимо в граничну умову:

$$-\lambda \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial x} = \alpha (t_c - \theta(\tau)) + Q_F, \quad (2.10)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу;

$$\alpha - \text{коефіцієнт тепловіддачі, } Q_F = \sigma_0 \varepsilon F \left[ \left[ \frac{T_H}{100} \right]^4 - \left[ \frac{T_C}{100} \right]^4 \right].$$

Рівняння (2.10) характеризує теплообмін поверхні матеріалу конвекцією  $\alpha(t_c - \theta(\tau))$  з оточуючим середовищем та радіаційно з джерелом випромінювання потужністю  $Q_F F$ . При використанні індукційного нагріву тепловідляючого елемента (ТВЕ) величина  $Q_F$  – визначає питому теплову потужність ТВЕ генеровану індуктором.

Розв'язок рівняння (2.8) за граничної умови (2.8а) відомий, тому наведемо лише кінцеві результати. Нестационарне поле температур, при формі матеріалу у вигляді кулі, що обробляється потоком енергії електромагнітного поля НВЧ описується залежністю  $\theta(r, \tau)$  в безрозмірних величинах [79]:

$$\begin{aligned} \theta(r, \tau) = \frac{\theta(r, \tau) - \theta_0}{t_c - \theta_0} = & 1 + \frac{Po}{Pd} \left[ 1 - \frac{RB \sin \sqrt{Pd} \frac{r}{R}}{r[(Bi-1) \sin \sqrt{Pd} + \sqrt{Pd} \cos \sqrt{Pd}]} \right] e^{-PdFo} - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po}{Pd - \mu_n} \right) A_n \frac{R \cdot \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} e^{-\mu_n^2 Fo}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\text{де } A_n = \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} = (-1)^n \frac{2Bi \sqrt{\mu_n^2 + (Bi-1)^2}}{\mu_n + Bi^2 - Bi};$$

$$Po = \frac{Q_0 R^2}{\lambda(t_c - \theta_0)} - \text{критерій Померанцева};$$

$$Q_V(\tau) = Q_0 \exp(-k\tau);$$

$$Pd = \frac{k}{a_{ef}} R^2 - \text{критерій Предводителєва};$$

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda} - \text{критерій Біо теплообмінний};$$

$$Fo = \frac{a_f}{R^2} \tau - \text{критерій Фур'є теплообмінний};$$

$$\mu = (Bi - 1) \operatorname{tg} \mu - \text{корені характеристичного рівняння};$$

$R$  – радіус кулі;

$\theta_0$  – початкова температура кулі.

Середня температура кулі при НВЧ нагріві визначається за формулою:

$$\bar{\theta}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 \theta(r, \tau) dr. \quad (2.12)$$

При інфрачервоному нагріві пластини, яка опромінюється з однієї сторони та друга сторона пластини має постійну температуру  $t_0$  (модель ІЧ-нагріву шару матеріалу на поверхні транспортуючої стрічки) нестационарне температурне поле буде описуватися залежністю:

$$\theta(x, \tau) = \left(t_c - \theta_0 + \frac{Q_F}{\alpha}\right) - \left(t_c + \frac{Q_F}{\alpha} - \theta_0\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \sin \mu_n \cos \mu_n \frac{x}{R}}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau}, \quad (2.13)$$

де  $t_c$  – температура оточуючого повітря;

$R$  – половина товщини пластини;

$\mu = \text{Bi} \cdot \text{ctg} \mu$  – корені характеристичного рівняння.

Середня температура пластини визначається очевидною рівністю:

$$\bar{\theta}(\tau) = \frac{1}{R} \int_0^R \theta(x, \tau) dx. \quad (2.14)$$

Підставимо (2.13) в (2.14) та про інтегруємо:

$$\bar{\theta}(\tau) = t_c + \theta_0 + \frac{Q_F}{\alpha} - \left(t_c + \frac{Q_F}{\alpha} - \theta_0\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2[\sin \mu_n]^2}{\mu_n(\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau}. \quad (2.15)$$

Швидкість зміни середньої температури, знайдемо про диференціювавши (2.15):

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = \left(t_c + \frac{Q_F}{\alpha} - \theta_0\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\mu_n[\sin \mu_n]^2}{R^2(\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau}. \quad (2.16)$$

Для пластини, що нагрівається від поверхні металевієї плити, яка знаходиться всередині «обмотки» індуктора граничні умови для розв'язку рівняння (2.8) при  $Q(\tau) = Q_F$ , задані у вигляді:

$$-\lambda \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial x} + Q_F = 0, \quad (2.17)$$

де  $Q_F = \frac{P_{\text{інд}} \eta}{F}$ ;

$P_{\text{інд}}$  – потужність індуктора;

$\eta$  – ККД;

$F$  – поверхня ТВЕ.

Нестационарне одновимірне температурне поле, в пластині визначається залежністю:

$$\theta(x, \tau) = \theta_0 + \frac{Q_F}{\lambda} \left[ \frac{a_f \tau}{R} - \frac{R-3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau} \right]. \quad (2.18)$$

Середнє значення отримаємо підставляючи (2.18) в (2.14):

$$\bar{\theta}(\tau) = \theta_0 + \frac{Q_F a_f \tau}{\lambda R} + \frac{2Q_F R}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+2} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^3} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau}. \quad (2.19)$$

Швидкість зміни середньої температури, знайдемо продиференціювавши за часом (2.19):

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = \frac{Q_F a_f}{\lambda R} - \frac{2Q_F R}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+2} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau}. \quad (2.20)$$

Процес сушіння рослинних матеріалів під дією електромагнітних полів відбувається при конвективному масообміні матеріалу з оточуючим середовищем. Тому при розв'язку рівняння (2.9) в якості граничної умови до рівняння використовується балансова залежність, в якості граничної умови III роду:

$$-a_m \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x|_{x=0}} + \beta (U(\tau) - U_p) = 0, \quad (2.21)$$

та умови рівномірного початкового розподілу вологовмісту за координатою  $x$ :

$\frac{\partial U}{\partial x|_{\tau=0}} = 0$ ; початкової умови:  $\tau = 0, U(0) = U_0$ , де  $a_m$  – коефіцієнт масопровідності;  $\beta$  – коефіцієнт масообміну;  $U$  – вологовміст матеріалу;  $U_p$  – рівноважний вологовміст.

Розв'язок рівняння (2.9) із граничною умовою (2.8а) за аналогією з розв'язком рівняння теплопровідності (2.8) можна записати в узагальнених змінних:

– для пластини:

$$\frac{U(x, \tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \frac{Po_m}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{R^2} + \frac{2}{Bi_m} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po_m}{\mu_n^2} \right) A_{n1} \cos \mu_n \frac{x}{R} e^{-\mu_n^2 Fo_m}, \quad (2.22)$$

$$\text{де } A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} = (-1)^{n+1} \frac{2 Bi_m \sqrt{Bi_m^2 + \mu_n^2}}{\mu_n (Bi_m^2 + Bi_m + \mu_n^2)};$$

$$\mu = Bi_m \operatorname{ctg} \mu;$$

– для кулі:

$$\frac{U(R, \tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \frac{Po_m}{6} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{Bi_m} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po_m}{\mu_n^2} \right) A_{n2} \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} e^{-\mu_n^2 Fo_m}, \quad (2.23)$$

$$\text{де } A_n = \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} = (-1)^{n+1} \frac{2 Bi_m \sqrt{\mu_n^2 + (Bi_m - 1)^2}}{\mu_n^2 + Bi_m^2 - Bi_m};$$

$$\operatorname{tg}\mu = -\frac{\mu}{Bi_m-1};$$

– для циліндра:

$$\frac{U(R,\tau)-U_p}{U_0-U_p} = \frac{Po_m}{4} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} + \frac{2}{Bi_m}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{Po_m}{\mu_n^2}\right) A_n J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n^2 Fo_m}, \quad (2.24)$$

де  $A_n = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)]} = (-1)^{n+1} \frac{2Bi_m J_0(\mu_n)}{(\mu_n^2+Bi_m^2)},$

$$\mu = Bi_m \frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)};$$

де  $Bi_m = \frac{\beta R}{\lambda}$  – критерій Біо масообмінний;

$Fo = \frac{a_m}{R^2} \tau$  – критерій Фур'є;

$a_m(\theta)$  – коефіцієнт масопровідності;

$\beta$  – коефіцієнт масообміну;

$J_0(\mu), J_1(\mu)$  – функції Бесселя дійсного аргументу нульового та першого порядку;

$Po_m = \frac{q_m R^2}{a_m \rho_0 (u_0 - u_p)}$  – масопереносний критерій Померанцева;

$\rho_0$  – щільність сухої речовини;

$q_m$  – об'ємна щільність потоку речовини.

Розрахунок кінетики сушіння проводився зональним методом за такою схемою: визначаються середні значення залежностей  $\theta(x, \tau)$ ; вибирається проміжок часу, для якого температуру тіла можна вважати незмінною, рівною середньому значенню; за методикою [37, 38] визначаємо теплофізичні коефіцієнти  $a_m, \beta$ . З використанням визначених теплофізичних коефіцієнтів визначаємо динаміку полів температури та вологості в матеріалі під впливом електромагнітного поля.

Отримані аналітичні залежності дозволяють розрахувати нестационарні поля температури і вологовмісту в матеріалах з простою формою модельного тіла та визначити вплив параметрів електромагнітного поля (різних діапазонів довжини хвиль) на перебіг процесів нагріву та сушіння. Визначені залежності дозволяють ідентифікувати загальні моделі тепло- та масопереносу за даними експериментів. Представлені математичні моделі дозволяють реалізувати

аналітико-емпіричний метод визначення динаміки тепло- та масопереносу в капілярно-пористих дисперсних матеріалах для розрахунку раціональних режимів термообробки зернової сировини під дією електромагнітного поля.

### 2.1.2. Кінетика електротермічних процесів (наближений опис).

Можливість розрахувати тривалість (експозицію) процесу електротермічної обробки матеріалу є одним із основних посилянь спрямованого керування ним. У зв'язку з цим розрахунок за теоретичними рівняннями, що випливають із фізичної сутності явищ, перевірених (ідентифікованих) за даними експериментів, є більш придатними в порівнянні з експериментальними рівняннями. При цьому для інженерних розрахунків кінетики перебігу процесів можливо використання спрощених аналітичних залежностей.

З теорії тепло- і масопереносу відомо, що в процесах нагрівання, сушіння, дифузії, що описуються диференціальними рівняннями (2.8), слід розглянути дві стадії: 1 – стадію неупорядкованого, нерегулярного режиму; 2 – стадію регулярного режиму. В стадії нерегулярного режиму, де на процес суттєво впливає характер початкового режиму (параметрів матеріалу) шукана функція  $[(U(x, \tau), \theta(x, \tau), C(x, \tau))]$  повинна описуватися сумою ряду. Стадія регулярного режиму описується одним членом ряду, а залежність параметра від часу описується експонентною залежністю.

Розглянемо, для прикладу, стадію регулярного режиму нагріву вологого матеріалу ПЧ – випромінюванням. Нестационарне температурне поле пластини описано рівнянням (2.20). За певних умов  $Fo > Fo_1$ , ряд, який швидко сходиться можна описати одним, першим членом.

Тоді рівняння зміни середньої температури  $\theta(\tau)$  і її похідну в часі  $\frac{d\theta(\tau)}{d\tau}$  можна записати у вигляді:

$$\theta(\tau) = \theta_0 + \frac{Q_F}{\alpha} - \left[ t_c + \frac{Q}{\alpha} - t_0 \right] B_1 e^{-\mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} \tau}, \quad (2.25)$$

$$\frac{d\theta(\tau)}{d\tau} = -\mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} \left[ t_c + \frac{Q_F}{\alpha} - t_0 \right] B_1 e^{-\mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} \tau}, \quad (2.26)$$

$$\text{де } B_1 = \frac{2\mu_1 [\sin \mu_1]^2}{R^2[\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1]}.$$

Порівнюючи рівняння (2.25) і (2.26) отримаємо:

$$\frac{d\theta(\tau)}{d\tau} = k_T[t_c - \theta(\tau)] + k_T Q_F, \quad (2.27)$$

$$\text{де } k_T = \mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2}; \mu_1^2 = \left(\frac{4}{\pi} + \frac{1}{Bi}\right)^{-1}; Q_F = \alpha_B(\theta_H - \theta_M) = \frac{Q_F}{\alpha_f};$$

$$\alpha_B = C_Z \cdot 10^{-8} (T_H^2 + T_M^2)(T_H + T_M); T = 273 + \theta; Bi = \frac{\alpha_f d_e}{\lambda_n};$$

$\theta_H, \theta_M$  – температура випромінювача та матеріалу;

$t_c$  – температура оточуючого середовища;

$\alpha_f$  – коефіцієнт теплообміну конвекцією;

$\alpha_B$  – коефіцієнт теплообміну випромінювання;

$Q_F$  – густина потоку випромінювання.

Аналогічно отримано рівняння кінетики нагріву кулі та ЕМП НВЧ при  $Q_V = const$ :

$$\frac{d\theta(\tau)}{d\tau} = k_T^*[t_c - \theta(\tau)] + k_T Q_V, \quad (2.28)$$

$$\text{де } k_T^* = \mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2}; \mu_1^2 = 2.53Bi; Q_V = 0.555E^2 f \varepsilon^* \tan \delta.$$

Кінетику вологовидалення під дією ЕМП НВЧ або ІЧВ аналогічно визначаємо із рівняння масопровідності:

$$\frac{dU(\tau)}{d\tau} = -k_c[U(\tau) - U_p] + Q_m, \quad (2.29)$$

$$\text{де } k_c = 3Bi_m \frac{a_{mef}}{R^2} - \text{коефіцієнт сушіння};$$

$$Q_m = -k_c q_m;$$

$q_m$  – стік вологи під дією ЕМП.

Рівняння кінетики екстракції твердого тіла при нагріванні в полі ЕМП НВЧ:

$$-\frac{dC(\tau)}{d\tau} = k_e[C(\tau) - C_p] + Q_m, \quad (2.30)$$

$$\text{де } k_c = 3Bi_m \frac{a_{me}}{R^2};$$

$a_{me}$  – коефіцієнт дифузії при екстракції;

$Q_m = k_e q_{me}$  – стік екстрагента;

$k_c = \mu_1^2 \frac{R^2}{D_{ef}}$  – коефіцієнт екстракції;

$D_{ef}$  – коефіцієнт дифузії;

$\mu_1^2 = 2.363Bi - 1.398$ ;  $Q_m = q_m \mu_1^2 \left(1 + \frac{3}{Bi}\right)$ ;

$q_m = \varepsilon \rho_0 \frac{\Delta U}{\Delta \tau}$  – швидкість пари екстрагуємої речовини.

Отримані диференціальні рівняння описують кінетику процесів нагріву, зневоднення, екстрагування середовища у вигляді ізольованого тіла канонічної форми (куля, пластина, циліндр) при сталих значеннях параметрів оточуючого середовища ( $t_c, U_p, C_p$ ).

### 2.1.3. Динаміка електротермічних процесів в рухомих середовищах.

При електротехнологічній обробці рухомого середовища у вигляді шару дисперсного матеріалу, або сушильного потоку речовини, що обробляється при взаємодії з оточуючим рухомим або нерухомим середовищем, швидкість зміни параметрів окремих частинок (температура, вологість, концентрація), що знаходяться на різній висоті ( $x, h$ ) або довжині ( $y, l$ ) в середині рухомого об'єму будуть змінюватись як в часі так і за координатами. В цьому випадку об'єкт моделювання буде характеризуватися розподіленими параметрами.

Диференціальні рівняння які описують об'єкт з розподіленими параметрами (рівняння взаємодії середовищ) доцільно складати, розглядаючи разом зміну параметра середовища (частинки в середовищі) за довжиною (висотою) і за часом перебування в робочому об'ємі установки. Тобто використовуючи поняття повного диференціалу двох змінних: часу  $\tau$  і координати ( $x, y$ ) перетину камери установки.

Кінетичні рівняння масопереносу у вологому матеріалі при дії електромагнітного поля (2.29) та (2.30) відрізняються від відомих рівнянь кінетики сушіння і екстрагування наявністю додаткової складової  $Q_m$ , величина якої характеризує інтенсивність видалення вологи у вигляді пароводяної суміші. Інтенсивність випаровування вологи (пароутворення) визначається темпом

підвищення температури рідини в сухій частині матеріалу, так як саме рідка фаза (води) активно поглинає електромагнітне випромінювання, певної довжини хвилі. Тобто вода нагрівається і перетворюючись у пару нагріває суху частину матеріалу, а не навпаки [14, 16], як при конвективному та кондуктивному енергопідведенні. Крім того при інтенсивній дії електромагнітного поля на матеріал виникає ефект бародифузії [14, 16]. Сутність цього ефекту полягає в тому, що енергія електромагнітного випромінювання концентрується у рідкій фазі капілярів (нанокапіляри, мікрокапіляри) зумовлює появу бульбашок пари, внаслідок чого виникає градієнт тиску і частина рідини з капілярів викидається (виштовхується) зовні. Кількість вичавленої рідини визначається коефіцієнтом (критерієм) термомеханічного захоплення рідини, величина якого лежить в межах ( $\chi = 0.05 \dots 0.4$ ).

Критерій фазового перетворення  $\bar{\varepsilon}$  за наявності бародифузійного процесу (ефекту) зв'язаний із звичайним коефіцієнтом фазового перетворення  $\varepsilon$  співвідношенням:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon(1 - \chi). \quad (2.31)$$

В масообмінний критерій Померанцева  $Ro_m$  (рівняння 2.22 – 2.24) входить величина об'ємної щільності рідини (внутрішній потік)  $q_m$ , який визначає масу рідини (речовини), що виділяється в об'ємі матеріалу в одиницю часу під дією внутрішнього джерела енергії. Для визначення і кількісної оцінки величини  $q_m$  скористаємося рівнянням енергетичного (теплого) балансу для частинки елементарною масою  $m = V\rho$ , в середині якої діє внутрішнє джерело енергії потужністю  $P$ :

$$P = V\rho c \frac{d\theta}{d\tau} + V\rho_0 r \frac{du}{d\tau}, \quad (2.32)$$

де  $r$  – питома теплота пароутворення;

$\rho, \rho_0$  – густина вологи та абсолютно сухої речовини твердого тіла.

Використовуючи критерій Ребіндера  $Rb = \frac{cd\theta}{rd\tau}$ , і замінюючи  $\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{rRb}{c} \frac{du}{rd\tau}$ ,

матимемо:

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{P_v}{r(Rb\rho + \rho_0)}. \quad (2.33)$$

Об'ємну щільність (густина) внутрішнього потоку речовини (пароводяної суміші) в залежності від об'ємної потужності мікрохвильового (НВЧ) поля можна записати у вигляді:

$$q_m = \varepsilon \frac{du}{d\tau} = \frac{\varepsilon P_v}{r(Rb\rho + \rho_0)}, \quad (2.34)$$

або за наявності бародифузійного ефекту:

$$q_{mv} = \frac{P_v(1-\chi)}{r(Rb\rho + \rho_0)}. \quad (2.35)$$

В процесах нагріву тіла інфрачервоним випромінюванням, потужність випромінювання  $P_B$  відносять до поверхні  $F_0$  опромінення:  $q_F = \frac{P_B}{F_0}$ . Визначаючи масу тіла через питому поверхню:  $\sigma = \frac{F}{m}$  і приймаючи, що в процесі опромінення та нагріву поверхня не змінюється, рівняння (2.34) запишемо у вигляді:

$$q_{mF} = \frac{\varepsilon P_F}{r(Rb\sigma + \sigma_0)\psi}, \quad (2.36)$$

де  $\sigma, \sigma_0$  – питома поверхня вологого і абсолютно сухого тіла;

$\psi$  – коефіцієнт, що враховує частини поверхні тіла яка опромінюється ІЧ променями.

Якщо представити середовище, як безперервний потік матеріалу сформованого у вигляді площинного шару завтовшки  $2R$ , або моношар, який складається з частинок кулястої форми радіусом  $R$ , яке переміщується в електромагнітному полі, то його параметри ( $\theta, U, C$ ) будуть змінюватись не тільки в часі, а і за координатою ( $y$ ) в напрямку руху.

Для визначення рівнянь, які описують зміну параметрів рухомого матеріалу в часі і за координатою, розкриємо повні диференціали  $d\theta, dU, dC$ :

$$d\theta = \frac{\partial\theta}{\partial\tau} d\tau + \frac{\partial\theta}{\partial y} dy. \quad (2.37)$$

Розділивши усі складові на  $d\tau$  отримаємо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{\partial\theta}{\partial y} \frac{dy}{d\tau}, \quad (2.38)$$

де  $\frac{dy}{d\tau} = v$  – швидкість переміщення.

Підставляючи значення  $\frac{d\theta}{d\tau}$  в рівняння (2.37) і враховуючи, що  $\frac{dy}{d\tau} = v$  – швидкість переміщення матеріала, матимемо:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + v \frac{\partial\theta}{\partial y} = k_T^* \left[ t_c + \frac{Q_F}{\alpha} - \theta(y, \tau) \right]. \quad (2.39)$$

Рівняння (2.39) визначає зміну температури рухомого із швидкістю  $v$  площинного шару матеріала (поверхня якого опромінюється ІЧ промінням з інтенсивністю  $Q_F$ ) в часі і за координатою.

Аналогічно можна отримати рівняння, що описують зміни інших параметрів середовища в електромагнітному полі.

Таким чином, отримані рівняння (динаміки і кінетики) електротермічних процесів визначаючих перенос теплоти і речовини в технологічному середовищі яке взаємодіє з електромагнітними полями.

## **2.2. Особливості моделювання процесів тепломасообміну в електротермічних установках.**

Для великого класу електротехнологічних установок, в сільськогосподарському та переробному виробництві питання динаміки є визначальними, так як вони являють собою найбільш інерційні об'єкти, які в умовах безперервної зміни параметрів оброблюваних матеріальних потоків і оточуючого середовища і джерел енергії живлячих установок. Прикладами таких установок можуть бути: електросушарки сільськогосподарської продукції, яка має змінні в часі характеристики (вологість, температура, засміченість), мікронізатори, електропастеризатори, установки дезінсекції зернової сировини та інші. Динаміка перебігу процесів в цих установках визначається багатьма факторами: теплофізичними, фізико-механічними, електричними властивостями оброблюваних матеріалів, аеродинамічними та гідродинамічними характеристиками потоків, конструктивними і режимними параметрами робочих органів.

Процесів тепломасообміну, як правило характеризуються розподіленістю параметрів і тому їх динаміка описується системою рівнянь в частинних

похідних. Тому динамічні характеристики електротермічних установок можна отримати визначив розподіл параметрів, як функцію координат і часу.

В проблемі математичного опису динаміки теплоенергетичних процесів в діючих установках припускають такий підхід, коли не враховують вплив зміни маси середовища (приймаючи її як середнє за процес значення  $\bar{m}$ ) на динамічні процеси<sup>3</sup>.

В цьому випадку швидкість зміни температури середовища, нагрівається, пропорційне повній кількості теплоти, що передається шляхом конвекції, теплопровідності, випромінювання і тепловиділення (внутрішньооб'ємного):

$$\bar{m}(\bar{x})dT = Q_k + Q_t + Q_v + Q_{tv} = \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (2.40)$$

де  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – вектор просторової координати  $x_i$ ;

$\bar{m}(\bar{x}) = c(\bar{x})\rho(\bar{x})V(\bar{x})$  – маса середовища, яка залежить від  $(\bar{x})$ ,  $c(\bar{x})$  теплоємності,  $\rho(\bar{x})$  густини,  $V(\bar{x})$  об'єму;

$\bar{T} = (T_1, T_2, \dots, T_n)$  – вектор параметрів в просторі  $(\bar{x}, t)$ ;

$Q_k = \pm \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i (T_i - T_{i-1})$  – сумарні витрати підведеної або відведеної теплоти шляхом конвекції;

$Q_t = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(\bar{x}) \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(\bar{x}) \frac{\partial^2 T_k}{\partial x_i^2}$  – результуючі витрати підведеної (відведеної) теплоти теплопровідністю;

$Q_v = \pm \varepsilon \sigma f_x 10^{-8} \bar{T}^4(\bar{x}) = \pm \sum_{i=1}^n \varepsilon \sigma f_{x_i} 10^{-8} T_i^4(x_i)$  – сумарні витрати теплоти підведеної (відведеної) випромінюванням з поверхні (до поверхні) тіла або ззовні;

$\varepsilon \sigma = \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{f_1}{f_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1}$  – приведений коефіцієнт випромінювання;

$Q_{tv} = Q_{tv}(\bar{x}, t)$  – джерело внутрішнього тепловиділення за рахунок електромагнітного підведення енергії до тіла (середовища);

$d\bar{T} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + V \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$  – повний диференціал температури.

<sup>3</sup> Наведено за: Шевяков А. А., Яковлева Р. В. Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов. Москва: Машиностроение, 1968. 319 с.

Підставляючи значення визначених складових і повного диференціалу  $d\bar{T}$  в рівняння (2.40) отримаємо систему диференціальних рівнянь в частинних похідних:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = a_{ii}T_i + \sum_{k=1}^n B_{ik} \frac{\partial T_i}{\partial x_k} + \sum_{k,m=1}^n c_{im} \frac{\partial^2 T_i}{\partial x_m^2} + d_i T_i^4 + k_i g_i, \quad (2.41)$$

де  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Для розв'язку системи рівнянь (2.41) необхідно задати початкові:

$$\lim_{t \rightarrow 0} T_i(\bar{x}, t) = T_{i0}(\bar{x}); \quad \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial t} T_i(\bar{x}, t) = T'_{i0}(\bar{x}); \quad \text{та граничні умови: } A_{11}(\bar{x}) \frac{\partial T_i}{\partial n} + A_{12}(\bar{x}) \frac{\partial T_i}{\partial n} = T_0(\bar{x}, t) \quad (\text{де } \frac{\partial}{\partial n} - \text{диференціювання вздовж нормалі}).$$

Система рівнянь (2.41) може бути застосована для однорідного або ізотропного середовища, а також для системи різнорідних твердих і рідких середовищ, тобто процесів з багатьма середовищами.

В цьому випадку систему рівнянь (2.41) можна записати наступним чином:

– для твердого тіла:

$$\frac{\partial T_{ci}}{\partial t} = a_{ii}T_{ci} + \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}T_k + \sum_{k,m=1}^n c_{im} \frac{\partial^2 T_{ci}}{\partial x_k^2} + dT_{ci} + k_i g_i(x_k, t), \quad (2.42)$$

– для середовища (рідина, газ):

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \sum_{k=1}^{i-1} (b_{ik}T_{ci} \mp b_{ik}T_i) \mp \sum_{k=1}^i d_{ik} \frac{\partial T_i}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^n c_{ik} \frac{\partial^2 T_i}{\partial x_k^2}. \quad (2.43)$$

Для сталого режиму, за умови  $\partial T / \partial t = 0$ ;  $\partial T_c / \partial t = 0$ , системи рівнянь описують стаціонарний перебіг процесів.

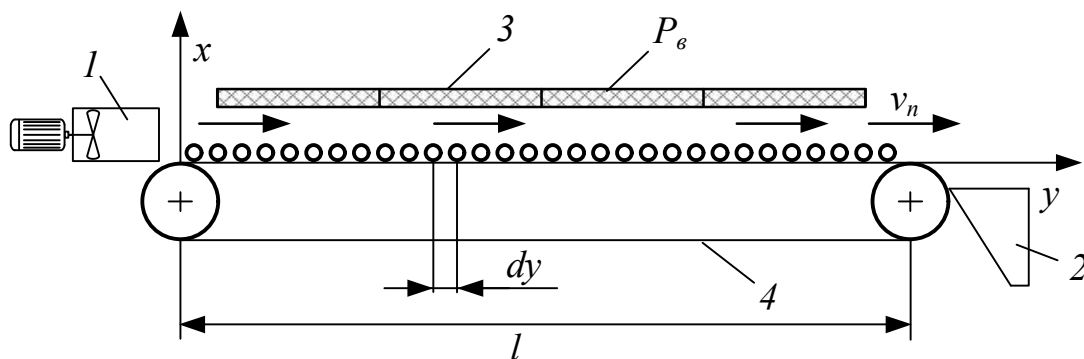
За аналогічною схемою можна записати систему рівнянь, яка описує динаміку процесів масообміну в масообмінних установках.

Частинні випадки системи рівнянь (2.41) динаміки теплообміну в електротермічних установках можна визначити так:

- 1) при врахуванні першої складової, та першої і другої сум, система визначає конвективний теплообмін між середовищами (рухомими);
- 2) при врахуванні тільки третьої суми – теплообмін теплопровідністю;

- 3) при врахуванні перших чотирьох складових – теплообмін теплопровідністю і конвекцією;
- 4) при врахуванні першої, другої, третьої сум, першого та п'ятого члена – теплообмін конвекцією, теплопровідністю і випромінюванням;
- 5) при врахуванні першої та другої суми, першої і п'ятої складової – теплообмін випромінюванням і конвекцією;
- 6) при врахуванні трьох сум та першої і останньої складової – теплообмін тепловиділенням, конвекцією і теплопровідністю;
- 7) при врахуванні усіх складових системи рівнянь теплообміну конвекцією, теплопровідністю, випромінюванням та тепловиділенням всередині середовища.

Розглянемо за приклад визначення динаміки тепло- та масообміну в сушильній установці з підведенням енергії до матеріалу від джерела інфрачервоного випромінювання (рис. 2.1) [54]. Матеріал рухається на стрічці та опромінюється ІЧ-променями і обдувається повітрям для виносу вологи.



**Рис. 2.1. Схема ІЧ сушарки: 1,2 – завантаження і вивантаження;  
3 – випромінювач; 4 – стрічковий транспортер;  
5 – висушуваний матеріал**

Зміна температури матеріалу в часі  $\tau$  та за координатою  $y$  при дії джерела випромінювання  $Q_F$  і теплообміні з оточуючим матеріал повітрям температурою  $t_c$  (при  $t_c = const$ ) описано диференціальними рівняннями (2.39). Оскільки температура повітря змінюється також в часі та за координатою  $t_c(y, \tau)$  в процесі

переміщення і обміну теплотою і масою складемо рівняння теплового балансу для повітря елемента каналу  $dy$ :

$$c_p S_n \rho_n dy dT_n = \frac{\alpha f}{l} (\theta - T_n) dy d\tau + r Q_w dy. \quad (2.44)$$

Маючи на увазі, що  $v_n = \frac{G_n}{S_n \rho_n}$ ;  $\frac{dy}{d\tau} = v_n$  та розкриваючи повний диференціал в рівнянні (2.44)  $dT = \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial t}{\partial y} dy$ , після перетворень отримаємо:

$$c_p m_n \frac{\partial t_c}{\partial \tau} + G_n c_p l \frac{\partial t_c}{\partial \tau} = \alpha f (\theta - T_n) + r Q_w, \quad (2.45)$$

де  $G_n, v_n$  – масові витрати і швидкість повітря;

$\alpha, f$  – коефіцієнт теплообміну і теплообмінна поверхня матеріалу;

$l$  – довжина каналу і транспорту;

$S_n, \rho_n$  – площа перетину повітряного каналу і густина повітря;

$c_p, r$  – питома теплоємність і теплота пароутворення;

$Q_w$  – швидкість зміни кількості вологи в матеріалі.

Оскільки кількість випаруваної з матеріалу води дорівнює кількості води поглиненої повітрям (при збільшенні його вологовмісту  $dd$ ) то матеріальний баланс можна записати у вигляді:

$$Q_v = G_v c_p (d_2 - d_1) = Q_w dd = m_v \frac{dd}{dt}, \quad (2.46)$$

або розкриваючи повний диференціал  $dd = \frac{\partial d}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial d}{\partial y} dy$ :

$$Q_v = m_v \frac{\partial d}{\partial \tau} + G_n l \frac{\partial d}{\partial y}, \quad (2.47)$$

де  $m_v = S_n \rho_n l$  – маса повітря в каналі;

$G_n = S_n \rho_n v_n$  – витрати (масові) повітря.

Таким чином динаміка температури повітря (зміна температури повітря в часі та за координатою  $t(\tau, y)$ ) описується диференціальним рівнянням:

$$c_p m_n \frac{\partial t_c}{\partial \tau} + G_n c_p l \frac{\partial t_c}{\partial \tau} = \alpha f (\theta - t_c) + r m_v \frac{\partial d}{\partial \tau} + G_v l \varepsilon \frac{\partial d}{\partial y}. \quad (2.48)$$

Виразимо швидкість переміщення зерна через масові витрати:

$$v = \frac{G_m}{S_m \rho_m} = \frac{G_m l}{V_m \rho_m} = \frac{G_m l}{m_m},$$

та підставимо отримане значення в рівняння (2.39):

$$m_m \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + G_m l \frac{\partial \theta}{\partial y} = m_m k_t (t_c - \theta) + m k_t Q_F. \quad (2.49)$$

Рівняння, що описує зміну вологовмісту матеріалу в часі та за координатою отримаємо розкриваючи повний диференціал вологовмісту:

$$-\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial \tau} + v_m \frac{\partial u}{\partial y},$$

в рівняння (2.38) і замінюючи швидкість матеріалу на його витрати  $G_m$ :

$$-\left(m_m \frac{\partial u}{\partial \tau} + G_m l \frac{\partial u}{\partial y}\right) = m_m k_c (u - u_p) + m k_c q_{mF}, \quad (2.50)$$

де  $q_{mF} = \frac{\varepsilon P_F}{r(Rb\sigma + \sigma_0)\psi}$ ;

$$P = \varepsilon_{np} 10^{-8} \left( \left( \frac{\theta_v + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{\theta_m + 273}{100} \right)^4 \right);$$

$\theta_v, \theta_m$  – температура випромінювача та матеріалу.

Для замикання системи запишемо рівняння матеріального балансу для матеріалу і повітря:

$$-\left(m_m \frac{\partial u}{\partial \tau} + G_m l \frac{\partial u}{\partial y}\right) = m_v \frac{\partial d}{\partial \tau} + G_v l \frac{\partial d}{\partial y}. \quad (2.51)$$

Граничні та початкові умови:  $\tau = 0$ ;  $\theta = \theta_0$ ;  $u = u_0$ ;  $d = d_0$ ;  
 $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial t_c}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial d}{\partial \tau} = 0$ .

Граничні умови:  $y = 0$ ;  $\theta = \theta_1$ ;  $t_c = t_{c1}$ ;  $u = u_1$ ;  $d = d_1$   
(де  $\theta_1, t_{c1}, u_1, d_1$  – параметри на вході в установку).

Таким чином отримана повна система диференціальних рівнянь процесів тепло- і масообміну при сушінні матеріалу інфрачервоним випромінюванням. При складанні рівнянь не враховані втрати енергії в оточуюче середовище, їх можна врахувати вводячи коефіцієнт корисної дії установки  $\eta$ . Тоді підвищену потужність визначають очевидною рівністю:  $P = \frac{P_p}{\eta}$  (де  $P$  – споживана потужність (розрахункова)).

Загальні рівняння, що описують тепло і масообмін в процесі ІЧ сушіння є основою для визначення динамічних характеристик сушильної установки і можуть бути використані для визначення оптимальних режимів функціонування установки [55, 58].

## **2.3. Моделювання динамічних режимів процесів електронно-іонної технології.**

Методику побудови математичних моделей конкретних електротехнологічних процесів, на основі розглянутих уявлень про електрофізичні явища в рухомих середовищах при дії електричних полів, проілюструємо прикладами спрощеного опису таких процесів як електросепарація, електроаерозольні процеси, електроочищення газів і рідин [28, 51, 61-63].

У кожному розглядуваному процесі спочатку пояснюється його фізична сутність і дається огляд основних рівнянь, що використовуються для опису динаміки режимів перебігу електротехнологічного процесу або установки в цілому.

### *2.3.1. Моделювання процесів електросепарації матеріалів.*

Електросепарація, як і інші процеси електронно-іонної технології основана на силовій взаємодії електричного поля з частинками які містять електричний заряд. Електричний заряд який може отримати частинка залежить від її електрофізичних властивостей (електричної провідності, діелектричного проникнення), які в свою чергу залежать від вологості та біологічних властивостей продуктів поділу. Все це дає можливість розділити сільськогосподарські матеріали (зерно, насіння, крупи, борошно та інш.) не тільки за розмірами та аеродинамічними властивостями але й за вологістю, біологічною цінністю. Крім того в традиційних процесах сепарації: в повітряних потоках, на коливних решетах, нахилених площинах, з'являються альтернативні – електричні сили які розширюють ознаки подільності (розділення) компонентів матеріалу.

Ознакою подільності називають сукупність властивостей дисперсного матеріалу (суміші твердих частинок) за якими можна розділити матеріал на окремі компоненти – фракції, які матимуть однакові властивості.

Кінцевою метою математичного моделювання процесів сепарації (класифікації) є отримання розрахункових залежностей для визначення залежностей ознаки подільності від режиму процесу і параметрів сепаратора.

Всі способи електричної сепарації сільськогосподарської продукції (матеріалів) і принципи дії електросепараторів ґрунтуються на переміщенні дисперсного матеріалу (у вигляді потоку окремих частинок) в оточуючому середовищі (повітрі) між електродами які створюють електричне поле, або по поверхні одного із електродів який являє опорну (робочу) поверхню. Опорна поверхня – електрод може бути нерухомим або мати коливний або обертальний рух. Рух твердих тіл при обмежених їх розмірах в першому наближенні можна розглядати як рух частинки, а рух частинки як рух матеріальної точки. Задачі моделювання у визначенні кінематичних елементів руху частинок по опорних поверхнях та в повітряному просторі з урахуванням дії електричного поля і кінематики руху поверхонь.

Якість результатів досліджень руху частинки в просторі або по поверхні за наявності електричних, механічних і аеродинамічних сил буде залежати від того, наскільки повно і точно враховані ці сили.

Розглянемо, з точки зору моделювання процесів характерні для установок електронно-іонної технології варіанти руху (переміщення) неоднорідної суміші твердих частинок в повітряному просторі між електродами (або на одному з них) при дії (в загальному випадку) електричних, або дії окремих груп сил.

Як вже прийнято в попередньому викладені матеріалу, рух суміші частинок під дією прикладених до неї сил зводиться до руху центра тяжіння матеріальної точки або обертання тіла відносно центра тяжіння. Оскільки основною задачею є вираження середньої траєкторії переміщення модельної частинки під дією сил, то обертання частинки може впливати на зміну величини та напрямків діючих на частинку сил.

Основа детермінованих моделей процесів сепарації складають, як правило, представлення процесу як переміщення (рух) невзаємодіючих між собою частинок, при взаємодії (для певних процесів) з опорними поверхнями і

сукупністю діючих сил. Диференціальні рівняння руху центра тяжіння частинки (з початковими і граничними умовами) оснований на балансі сил діючих на частинку в полі сил тяжіння, полі аеродинамічних і електричних сил, відповідно до другого закону Ньютона:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \sum \bar{F}_i, \quad (2.52)$$

де  $m$  – маса частинки;

$\bar{v}$  – вектор швидкості частинки

$\bar{F}_i$  – сума сил діючих на частинку;

$t$  – час.

При визначенні сил  $\bar{F}_i$  приймається, що дисперсні частинки являють собою сукупність сферичних частинок, масою  $m_i$  і радіусом  $r_i$ , які не взаємодіють між собою. В загальному випадку, як визначено в попередньому аналізі діючих сил, на тверду частинку діють наступні основні сили: сила тяжіння  $\bar{G}$ , сила електричного поля  $\bar{F}_q$  (кулонівська сила), сила Архімеда (виштовхувальна сила)  $\bar{F}_a$ , сила опору середовища  $\bar{R}_c$ , пондеромоторна сила  $\bar{F}_e$  (при нерівномірному електричному полі). Враховуючи, що при взаємодії частинки з нерівномірним потоком повітря (наявність градієнту швидкості середовища  $\left(\frac{dv_c}{dx}\right)$ ) частинка обертається навколо своєї вісі, що зумовлює появу додаткової бокової сили (ефект Магнуса), зумовлює поперечну силу  $\bar{\Pi}$ , що зміщує частинку в напрямку нормальному до вектору потоку середовища [56].

Відповідно до принципу Даламбера:

$$\sum F_i = \bar{G} + \bar{F}_q + \bar{F}_a + \bar{F}_e + \bar{F} + \bar{\Pi} + \bar{R}_c = 0. \quad (2.53)$$

Для електричних сепараторів характерні два основних варіанти руху потоку частинок в процесі функціонування: вільне переміщення у міжелектродному просторі; переміщення транспортуючим електродом (обертальним, відцентровим, стрічковим).

Для першого варіанту рівняння потенціал поступального руху частинки (2.52) – (2.53) набуває вигляду:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{g} + \bar{E}q + k_n \bar{E} + V_r \rho_c \bar{g} + \bar{F}_{np} + k_c \bar{u}^n, \quad (2.54)$$

де  $k_n = 4\pi\epsilon r^3 \frac{\epsilon_c - 1}{\epsilon_c + 2} \frac{dE}{dx}$  – коефіцієнт пондеромоторної сили;

$V_r$  – об'єм частинки;

$\rho_c$  – густина середовища;

$\bar{F}_n = \rho_c (V - V_c) \Gamma$  – побережна сила (сила Магнуса [56]);

$\Gamma = 2\pi \frac{4}{3} r^3 \omega$  – циркуляція;

$\omega$  – кутова швидкість обертання частинки.

Рівняння обертального руху частинки під дією електричного поля (орієнтація):

$$\bar{M} = \bar{J} \frac{d\omega}{dt} = \frac{V_r}{8\pi} \Phi_2 \sin 2\gamma; \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\gamma}{dt^2}. \quad (2.54a)$$

Рівняння поля:

– несучого потоку середовища:

$$\bar{V}_c = \bar{V}(x, y, z); \quad (2.55)$$

– поля непроникності:

$$\bar{E} = \bar{E}_0(x, y, z); \quad (2.56)$$

та початкові:  $t = 0; V = V_0; \gamma = \gamma_0; V_0 = const$ , і граничні умови:  $x = x_0; y = y_0; z = z_0$  ( $x, y, z$  – координати частинки).

Для практичного використання рівнянь математичної моделі необхідна інформація про вплив на параметри руху частинки режиму обтікання частинки (величини  $k_c, n$ ). В роботі [56] для  $Re \leq 1$ ,  $k_c = 6\pi\mu r$ ,  $n = 1$ ; для  $1 < Re \leq 10^3$ ,

$$k_c = 0.48 \frac{\rho_c \rho_m}{2}, \quad n = 2.$$

Для другого варіанту до сукупності рівнянь моделі силової взаємодії додаються рівняння руху осаджуючого електроду, рівняння руху частинки на електроді, рівняння поверхні електроду (рівняння зв'язку), а також електрична сила дзеркального відображення (зв'язана із взаємодією заряду  $Q$  та індукованого в провідній поверхні протилежного за знаком кулонівського заряду

$$(F_z = -\frac{Q^2}{4\pi\epsilon(2h)^2}, h - \text{відстань від частинки до електроду}).$$

При електросепарації дисперсних матеріалів в закручених (криволінійних) потоках повітряного середовища між коаксіальними електродами (електровідцентрове сепарування пилу) криволінійний рух частинки в повітряному середовищі та електричному полі визначається диференціальним рівнянням, яке у векторній формі матиме вигляд [51, 53, 56]:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{G} + \bar{F}_q + \bar{F}_a + \bar{F} + \bar{F}_{vc} + \bar{R}_c + \bar{F}_k. \quad (2.57)$$

До рівняння (2.57) додаються сила Коріоліса  $\bar{F}_k = 2\omega(\bar{\omega}\bar{V}_c)m$  і відцентрова сила  $\bar{F}_{vc} = m\bar{\omega}(\bar{\omega}R)$  (де  $\bar{\omega}$  – швидкість повітряного потоку,  $R$  – радіус осаджуючого електроду).

Для другого варіанту переміщення частинки в електричному полі транспортуючим електродом на частинку окрім означених вище сил (потенціальний рух) діють сили які впливають на кінематику руху частинки із сторони руху транспортуючого електроду.

Розглянемо модель руху частинки по/на поверхні обертального (осаджуючого) електроду електробарабанного сепаратора [63].

Сили, що діють на частинку (яка знаходиться на поверхні барабану в зоні дії електричного поля) в процесі сепарації, при переміщеннях її в електричному полі постійно змінюються. В зв'язку з цим положення частинки відносно осаджуючого електроду визначається тим, які з цих сил утримуючі або відштовхуючі в даний момент.

Частинки, на поверхні барабану заряджаються (в зоні дії поля) за рахунок об'ємних зарядів від корони. У той самий час частинки розряджаються через

перехідний опір на поверхню барабану. Таким чином, сила, що утримує частинку на барабані залежить від співвідношення між швидкістю зарядки та розрядки, визначаючий залишковий заряд.

На частинку, що знаходиться на поверхні обертального барабана діють наступні сили:

– сила електричного поля  $\bar{F} = Q(t)\bar{E}$ , із залишковим зарядом

$$\bar{Q}(t) = \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right) \bar{E} r^2 \mu(R);$$

– сила дзеркального відображення  $\bar{F}_z = \frac{Q^2(R)}{r^2} = \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right)^2 E^2 r^2 \mu^2(R);$

електрична (пандеромоторна) сила  $\bar{F}_n = E \frac{dE}{dx} r^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2};$

– відцентрові сили, виникаючи завдяки участі частинки у обертальному русі

барабана: переносна  $F_{vc}^n = m \frac{v_b}{R_b} = m \omega_b^2 R_b$  і відносна  $F_{vc}^v = m \frac{v}{R_b} = m \omega_r R_b$

(де  $v, v_b$  – колова швидкість частинки і барабану, різниця за рахунок ковзання);

– сила тяжіння  $\bar{G} = m\bar{g};$

– сила нормальної реакції  $N;$

– сила тертя  $\bar{F}_t = fN$  (де  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання);

– сила опору середовища  $R_c = k_c v;$

– сила інерції  $\bar{F}_i = m\bar{a}$  (де  $\bar{a}$  – прискорення).

Диференціальне рівняння руху частинки на обертальному електроді в зоні дії поля коронного розряду, з урахуванням усіх діючих сил можна записати у векторній формі:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{G} + \bar{R}_c + \bar{F}_t + \bar{F}_e + \bar{F}_z + \bar{F}_{vc}^v + \bar{F}_{vc}^n. \quad (2.58)$$

Слід відмітити, що розрядження частинки (зменшення заряду в часі) на поверхню барабанного електроду можна визначити експоненціальною залежністю:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{R_k C}}, \quad (2.59)$$

де  $Q_0$  – початковий заряд частинки;

$R_k$  – контактний опір між частинкою і електродом;

$C$  – ємність між частинкою і електродом.

Так як сила дзеркального відображення  $F_z = \frac{Q^2}{r^2}$ , поза зоною дії поля коронного розряду зміна її величини в часі визначиться формулою:

$$\bar{F}_z = \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right)^2 \bar{E} r^2 \mu^2(R) e^{-\frac{2t}{R_k C}}, \quad (2.60)$$

а максимальний розмір частинки, яка може утримуватися на поверхні барабану поза зоною дії електричного поля:

$$\rho_{\max}(t) = \frac{\left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right)^2 \bar{E} r^2 \mu^2(R) e^{-\frac{2t}{R_k C}}}{2.3 \cdot 10^{-3} \pi^3 \rho D n^2 + 1.3 \cdot 10^{-3} \pi \rho}, \quad (2.61)$$

де  $D$  – діаметр барабану;

$n$  – частота обертання барабану;

$\rho$  – густина частинки.

Для збільшення часу зарядки та розрядки частинок збільшують зону дії електричного поля коронного розряду використовуючи в якості осаджувального рухомого електроду транспортерну стрічку натягнуту на заземлені металеві барабани, під'єднані до негативного полюса високовольтного джерела живлення, а над стрічкою встановлено коронуючий сітчасто-голковий електрод. В зоні зарядки швидкості руху частинок і транспортерної стрічки становляться рівними (відсутнє ковзання) і вони отримують крайовий електричний заряд; крім того зіткнення частинок в процесі переміщення відсутнє. Розширення зони зарядки дозволяє підвищити якість поділу за електрофізичними властивостями насіння.

На прямолинійній ділянці стрічкового електрода на частинки діють сили: тяжіння  $\bar{G} = m\bar{g}$ ; електричного поля  $\bar{F}_k = Eq$ ; сила дзеркального відображення  $\bar{F}_z = Q^2(4\pi\epsilon_0(2h)^2)^{-1}$ , а на півколовій ділянці (барабан стрічки) додається відцентрова сила  $\bar{F}_{vc} = m\frac{v_b^2}{R_b}$  ( $v_b$  – колова швидкість барабану) ця сила спрямована на відрив частинки від електрода: умова відриву  $\bar{F}_{vc} > \bar{F}_k + \bar{F}_z + \bar{G} \cos\alpha$  ( $\alpha$  – кут між лінією сил діючих на частинку і нормаллю до поверхні барабану і силою  $\bar{G}$ ). На ділянці стрічкового електрода на нижній поверхні стрічки частинка може утримуватися завдяки дії двох протилежних сил  $\bar{F}_z$  і  $\bar{G}$ , при  $\bar{F}_z > \bar{G}$ . Умова відриву і падіння частинки  $\bar{G} > \bar{F}_z$ .

*Переміщення матеріалу на рухомій поверхні в електричному полі.*

Замкнене нахиліне рухоме стрічкове полотно на яке подають насіннєвий матеріал (для видалення домішок) під робочою поверхнею якої встановлено контактуючий з нею заземлений електрод, а над верхньою частиною стрічки, над шаром насіння встановлений сітчасто-голковий коронуючий електрод у сукупності утворюють установку для сепарації насіння типу «горка». В наслідок того, що частинки отримують електричний заряд (іонна зарядка) на них діють окрім механічних сил тяжіння  $G = mg$ , тертя  $F_t = Nf$ , сили опору  $R_{oc} = k_c V^2$  середовища діють додаткові електричні сили  $\bar{F}_k = \bar{E}q$  і  $\bar{F}_z = Q^2(\pi\epsilon_0 r^2)^{-1}$  прижимаючи частинки до поверхні стрічки ефект поділу може бути підсилено збільшивши кут нахилу полотна і швидкість переміщення частинок.

Відповідно до технології поділу частинки основної фракції повинні рухатись до низу, а сміттєвих на стрічці вгору.

Диференціальне рівняння руху частинки на рухомій нахиленій поверхні в зоні дії електричного поля коронного розряду можна записати у векторній формі:

$$m\frac{dv}{dt} = \bar{G} + \bar{R}_c + \bar{F}_t + \bar{F}_c + \bar{F}_z. \quad (2.62)$$

Для визначення конструктивних і режимних параметрів електротехнологічних установок для розділення дисперсних матеріалів на компоненти (фракції) або виділення дисперсної фази із газодисперсних потоків необхідно знати траєкторії руху твердих або рідких частинок в повітряному (газовому) середовищі при дії електричних полів. Так як саме траєкторії частинок дозволяють визначити параметри робочої зони та габаритні розміри установок.

Врахувати усі фактори, що впливають на рух частинок в промислових установках при розподілі в просторі швидкостей несучого потоку та напруженості електричного поля при формулюванні аналітичного опису перебігу процесу та дати детальний аналіз зміни параметрів руху частинок і середовищ досить складно. Тому для аналітичного опису процесів використовують моделі кінематики руху оснований на загально прийнятих спрощуючих припущеннях:

- стаціонарність потоків в часі;
- рівномірні аеродинамічні та електричні поля;
- відсутність взаємодії між частинками;
- відсутність впливу додаткових сил Магнуса-Жуковського на осереднений рух частинок;
- залежність сили опору від режиму (швидкість обтікання при розрахунках траєкторій визначається для розмірів частинок: аерозоль і пил – лінійна залежність, частинки  $r > 0.5$  мм – квадратична.

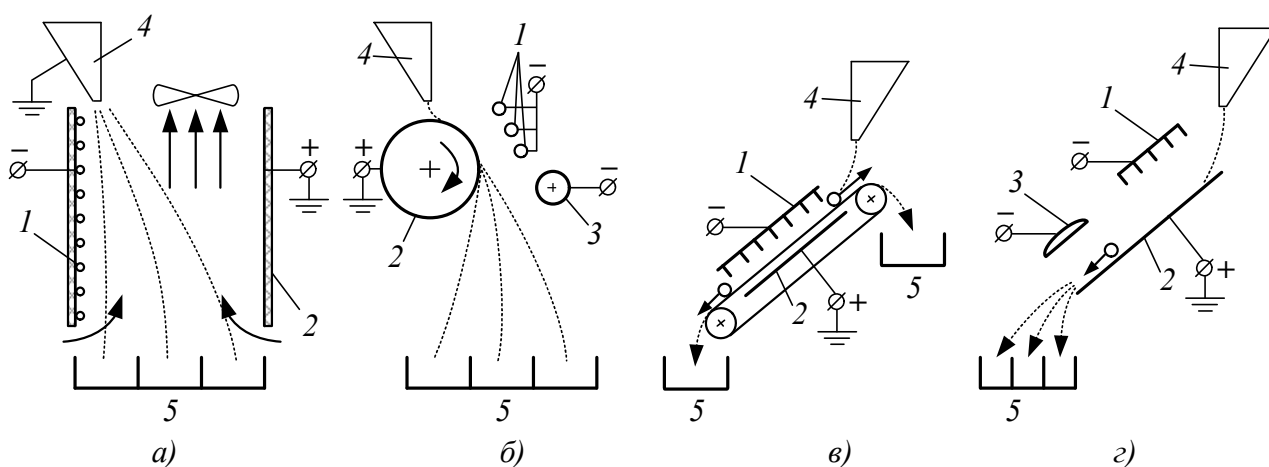
В більшості випадків електросепаратори класифікують на камерні, барабанні, стрічкові та лоткові (рис. 2.2).

Окрему групу складають сепаратори пилу (електричні фільтри) які функціонують за принципом осадження частинок пилу на електродах в полі коронного розряду.

Для розрахунку параметрів руху компонентів і визначення їх траєкторій векторні рівняння (2.53), (2.68) – (2.60) записують в проекціях на осі

прямокутних або полярних (2.68) координат формуючи замкнену систему рівнянь з початковими та граничними умовами.

Камерні (гравітаційні, пневмогравітаційні) являють каналний пристрій з розміщеними вертикальними коронуючим і осаджувальним електродами, завантажувального та приймального пристроїв. З живильника (де частинки можуть отримувати заряд) частинки поступають в зону дії поля коронного розряду і відхиляються в залежності від величини отриманого заряду. Для підвищення ефективності поділу в каналі створюють рух повітря (виисхідний потік).



**Рис. 2.2. Схеми електричних сепараторів: а) камерний; б) барабанний; в) стрічковий; г) лотковий; 1 – коронуючий електрод; 2 – осаджувальний електрод; 3 – відхиляючий електрод; 4 – завантажувальний бункер; 5 – приймальник фракцій**

Виключаючи з рівняння (2.54) малозначущі сили  $(F_a, F_g, F_{np})$  (які набагато менші за  $G, F_q, R_c$ ) і проектуючи основні сили на вісі  $0x, 0y$  в прямокутній системі координат отримаємо координатну систему рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -mk_n v_x \sqrt{v_x^2 + (v_y + v_n)^2} + QE \\ m \frac{dv_y}{dt} = -mk_n (v_y + v_n) \sqrt{v_x^2 + (v_y + v_n)^2} + mg \end{cases}, \quad (2.63)$$

де  $k_n = \frac{q}{v_{vit}}$ ;  $v_x = \frac{dx}{dt}$ ;  $v_y = \frac{dy}{dt}$ ;

$v_{vit}$  – швидкість витання частинки;

$x, y$  – координати частинки в процесі переміщення;

$t$  – час;

$v_n$  – швидкість повітряного висхідного потоку;

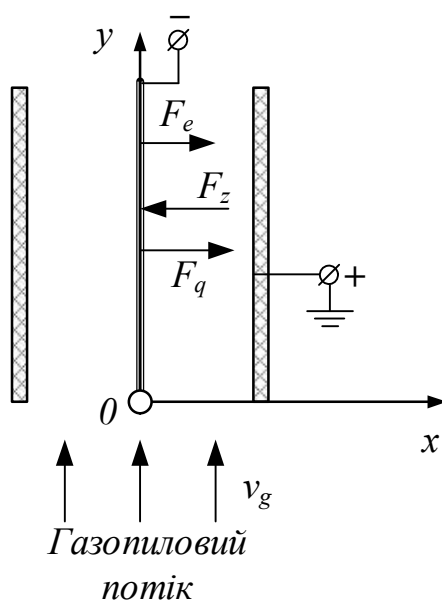
з початковими умовами:

$$\tau = 0; x = x_0; y = y_0; y = 0; v_x = v_0; v_y = v_0. \quad (2.63a)$$

Розв'язок системи рівнянь (2.63) з початковими умовами (2.63a) при використанні комп'ютерних середовищ MathCAD або MATLAB відносно змінних  $x(t)$  і  $y(t)$  визначає траєкторію руху  $x(y)$ .

За аналогічним принципом і схемою функціонує електрофільтр для очищення запилених газових (повітряних) потоків, які подаються в камеру знизу (рис. 2.3). Оскільки в електрофільтр частинки пилу подаються без попереднього заряду то величина заряду визначається за формулою Потен'є (1.92) а електрична сила:

$$\bar{E}_q = \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right) \bar{E}^2 r^2 \frac{\pi k n e t}{1 + \pi k n e t}. \quad (2.64)$$



**Рис. 2.3.** Сили діючі на частинку в циліндричному електрофільтрі

Електростатична сила, що діє в бік коронуючого електроду:

$$F_e = r^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} E \frac{dE}{dx}. \quad (2.65)$$

Сила опору середовища (при  $R < 1$ ):

$$R_c = 6\pi r \mu \nu_g. \quad (2.66)$$

де  $\nu_g$  – швидкість газу.

Для частинок  $r < 100$  мкм сила  $F_e$  не перевищує  $(1 \dots 2\%)F_q$ .

При лінійному законі зміни сили опору від швидкості (2.66) система рівнянь має аналітичний розв'язок:

$$y(x) = \frac{3 \cdot 10^{-2} (6\pi r \mu \nu - m)}{\left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right) r^2} \left( (x - x_0) - 1.13 \left( \operatorname{arctg} \frac{x}{1.28} - \operatorname{arctg} \frac{x_0}{1.28} \right) \right), \quad (2.67)$$

де  $m$  – маса частинки;

$x_0$  – початкова координата.

В барабанному сепараторі (рис. 2.2б) осаджувальним електродом є обертовий циліндр, на який подається суміш, що підлягає сепарації. Над барабаном встановлені коронуючі та відхилюючі електроди, тому частинки на поверхні барабану можуть вже мати електричний заряд. При контакті частинки з поверхнею заряджена частинка розряджається через перехідний опір  $R_n$ . При цьому на частинці через певний час встановлюється залишковий заряд (як відмічалось вище).

Частинка переміщується під дією сили дзеркального відображення

$$F_z = \frac{\varepsilon_0 E^2 r^2 \mu^2 (R)}{4k_{ch}^2}, \text{ сили залишкового заряду } F_q = \frac{\varepsilon_0 E^2 r^2 \mu^2 (R)}{4k_{ch}^2}, \text{ сили тяжіння та}$$

відцентрової сили  $F_{vc} = m \frac{v_b^2}{R_b}$  (при  $v_b = v_z$ ). Рівняння руху частинки на поверхні

барабана:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_q + \bar{F}_z + \bar{F}_{vc} + m\bar{g} \cos \alpha = 0, \quad (2.68)$$

де  $\alpha$  – кут повороту частинки на поверхні барабану відносно вертикалі.

При умові  $\bar{F}_q + \bar{F}_z + m\bar{g} \cos \alpha < \bar{F}_{vc}$ , частинка відірветься від поверхні барабану під кутом  $\alpha_0$  до вертикалі:

$$\cos \alpha_0 = \frac{\bar{F}_{vc} + \bar{F}_q + \bar{F}_z}{mg}, \quad (2.69)$$

і буде рухатися в повітрі під дією сил тяжіння  $\bar{G} = m\bar{g}$ , опору середовища  $R_c = mk_c v^2$  і сили електричного поля  $\bar{F}_q = QE$ .

Траєкторії руху частинки після сходу з барабана можна визначити розв'язком системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = k_b m \frac{dx}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} - Q_z E_x \cos \beta \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = -k_b m \frac{dy}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} + mg + Q_z E_x \sin \beta \end{cases}, \quad (2.70)$$

де  $\beta$  – нахил вектору напруженості поля до горизонту.

Для стрічкового електрокоронного сепаратора диференціальні рівняння руху частинки можна записати у вигляді:

– для руху цільового компонента донизу:

$$m \frac{dv}{dt} = mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha - k_n m v^2 + fQ_q E, \quad (2.71)$$

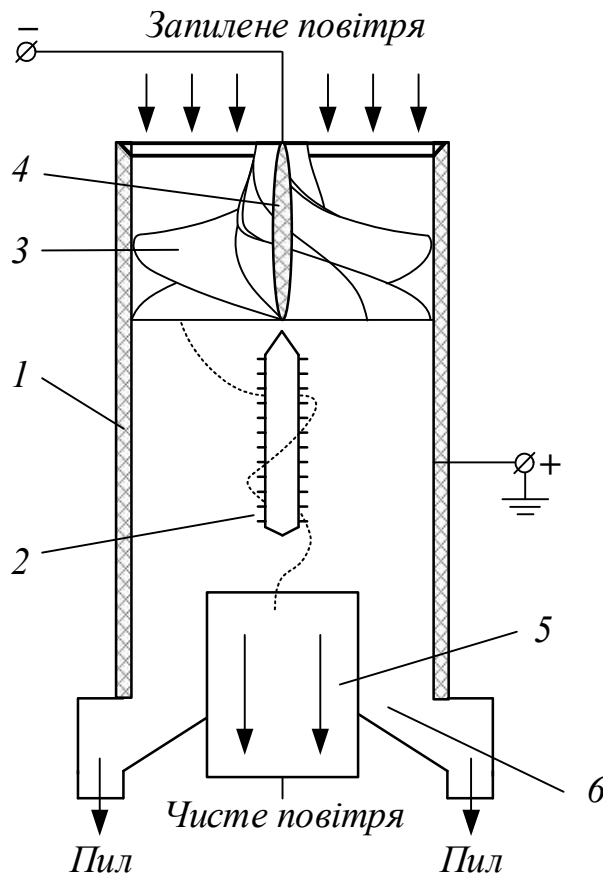
– для руху сміттєвих домішок вгору:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg \sin \alpha + fmg \cos \alpha - k_n m v^2 + fQ_q E, \quad (2.72)$$

де  $\alpha$  – кут нахилу стрічкового транспортера.

При складанні диференціальних рівнянь руху частинок по полотну «горки» прийнято, що напрямок координатної осі співпадає з напрямком абсолютної швидкості  $v_a$ . Так як переносна швидкість  $v_n$  (швидкість руху стрічки і абсолютна швидкість  $v$  протилежно спрямовані, то відносна швидкість  $v_a$  визначиться як алгебраїчна сума  $\bar{v}_a = \bar{v}_n + \bar{v}$ .

Для очищення дрібнодисперсного насіння від легких (пилових домішок) в повітряному потоці використовують електроциклонні установки (рис. 2.4) [51, 53].



**Рис. 2.4. Схема прямооточного електроциклона з імпелером:**  
**1 – заземлений корпус; 2 – коронуючий електрод; 3 – імпелер (завихрювач); 4 – ізолятор; 5,6 – вихід очищеного газу і пилу**

Функціонування електроциклонної сепарації основана на використанні крім відцентрової сили  $\bar{F}_v$ , яка діє на частинки при обертанні дисперсно-повітряного потоку всередині корпусу циклона. Окрім відцентрової сили на частинку в електричному полі діє електрична сила (спрямована в напрямку вектору відцентрової сили)  $\bar{F}_e$ , та сила опору  $R_c$  повітряному середовищу спрямована в напрямку, протилежному швидкості частинки (інші сили не враховуються).

Рівняння руху частинки у закрученому потоці можна записати у вигляді:

$$\frac{d\bar{v}_c}{dt} + \bar{\omega}(\bar{\omega}R) + R \frac{d\bar{\omega}}{dt} + Q\bar{E} + \frac{1}{\tau}\bar{v} = 0, \quad (2.73)$$

де  $\bar{v}_c = \bar{v} - \bar{\omega}$  – абсолютна швидкість;

$\bar{\omega}$  – швидкість повітряного потоку;

$R$  – радіус закрученого потоку;

$Q$  – електричний заряд;

$E$  – напруженість електричного поля;

$\tau = \frac{d^2 \rho_n}{18\mu}$  – час релаксації.

Повна система рівнянь, що моделює рух частинки в електроциклоні (у вихровому потенціальному потоці) представлена у вигляді [53]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 r}{dt^2} = r \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{\tau} \frac{dr}{dt} + QE = 0, \\ r^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 2r \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{r^2}{\tau} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{k}{\tau} = 0, \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{dz}{dt} - v_z \right), \quad k = rv_t, \end{cases} \quad (2.74)$$

де  $\varphi$  – кутова координата;

$r$  – радіальна координата;

$v_t$  – тангенціальна швидкість.

### 2.3.2. Моделювання процесів генерації електроаерозолей.

Відсутність єдиної і строгої теорії процесів електризації аерозолів їх транспортування і осадження зумовило появу різноманітних конструкцій електроаерозольних генераторів і математичного опису досліджуваних установок, що утруднює визначення ефективності їх застосування в окремих електротехнологічних процесах (нанесення хімпрепаратів на рослини, дезінфекція приміщень для утримання тварин лікарськими засобами, електризація розпилюваної води для зволоження повітря і інші).

Для електризації диспергованих водних розчинів для обробки (обприскування) рослин Ю. Рининським використано коронний спосіб зарядки частинок аерозолю, так як цей спосіб забезпечує у розрядному проміжку достатню кількість іонів і відповідно значний струм корони. Для зниження негативної дії зворотної корони, виникаючий при розпиленні рідини використовується система розрядних проміжків розміщених послідовно в напрямку руху аерозолю (час заряджання крапель складає  $10^{-3} \dots 10^{-4}$  секунди).

Процес зростання заряду краплі в часі із врахуванням спрямованого руху іонів в електричному полі та їхнього теплового руху описується дифузійним рівнянням:

$$\frac{dn}{dt} = \int_S (k_i m_i E - D \text{grad} m_i) dS, \quad (2.75)$$

де  $n$  – кількість елементарних зарядів на краплю;

$m_i$  – підрахована концентрація іонів;

$k$  – рухомість іонів;

$E$  – напруженість результуючого електричного поля;

$D$  – коефіцієнт дифузії;

$S$  – поверхня краплі.

Рух заряджених частинок елементної фракції в електроаерозольному генераторі (каналі) [70] може бути описано системою диференціальних рівнянь в наступному вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} j = v_n \sum_{i=1}^n \rho_i + E \sum k_i \rho_i, \\ \frac{d\rho_i}{dt} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho_i k_i, \\ E = -\nabla \varphi, \\ \text{div} E = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho, \\ \text{div} j = 0, \end{array} \right. \quad (2.76)$$

де  $v_n$  – швидкість повітряного потоку;

$\rho_i$  – щільність об'ємного заряду  $i$ -ї фракції;

$\varphi$  – потенціал поля;

$\varepsilon$  – діелектрична проникність;

$j$  – щільність струму;

$k_i$  – рухомість (електрична) крапель.

Контактна зарядка або наближена до неї індукційна, краплин на поверхні електрода (площинного, дискового, циліндричного) має ряд переваг, головною з яких є мінімальне споживання енергії.

Для знаходження зв'язку між щільністю струму, напруженістю електричного поля і зарядів для пристроїв з різними типами електродів А. Борок [11] використовує математичний опис у вигляді систем рівнянь для площинних електродів:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \bar{E} = \frac{\rho_i}{\varepsilon \varepsilon_0}, \\ -\rho_i v_n \frac{dv_n}{dx} + \rho_i E = 0, \\ j = \rho_i (v_n + kE), \end{cases} \quad (2.77)$$

де  $\rho, v_n$  – щільність і швидкість потоку;

$j$  – щільність конвективного струму;

$k$  – рухомість частинок;

$\varepsilon$  – діелектрична проникність газу;

$\rho_i$  – питома щільність заряду.

Розв'язок системи рівнянь отримано у вигляді:

$$u = -\frac{v_0}{k} a + \frac{k \varepsilon \varepsilon_0}{3j} \left( \left( \left( \frac{v_0}{k} + E_0 \right)^2 + \frac{2}{k} \frac{ja}{\varepsilon \varepsilon_0} \right)^{\frac{3}{2}} - \left( \frac{v_0}{k} + E_0 \right)^3 \right), \quad (2.78)$$

де  $a$  – відстань між електродами;

$u$  – різниця потенціалів;

$$j = qn_0v_0 = \frac{3\pi}{4} E_0 \varepsilon \varepsilon_0 d^2 n_0 v_0 - \text{щільність конвективного струму};$$

$n_0$  – кількість заряджених частинок в об'ємі газу;

$d$  – розмір частинок.

Так, як в розглянутій системі  $n_0$  не залежить від електричних параметрів то за умови малих рухомостей ( $k \rightarrow 0$ ) отримана квазілінійна вольт-амперна характеристика:

$$j = \frac{u \varepsilon \varepsilon_0 v_0}{4 \frac{a}{3\pi d^2 n_0} + \frac{a^2}{2}}. \quad (2.79)$$

Аналізуючи отриману залежність можна зазначити, що для генерування найбільших значень зарядів слід використовувати мінімально можливі зазори між електродами.

При використанні циліндричних, коаксіальних електродів швидкість потоку  $v_n$  і щільність конвективного струму  $j$  зменшується пропорційно радіусу, якщо припустити, що густина газу та його температура незмінні. В одновірному наближенні процес описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (Er) = \frac{\rho_i}{\varepsilon \varepsilon_0}, & \rho_i v_n F = G, \\ j = \rho_i (v_n + kE), & J = jF, \\ v_n = v_0 \frac{r_0}{r}, & j = j \frac{r_0}{r}, \end{cases} \quad (2.80)$$

де  $J$  – струм;

$F$  – площа перетину;

$G$  – витрата газу;

$r, r_0$  – радіуси циліндричних електродів.

За початкових умов:  $E = E_0$ ,  $r = r_0$ , розв'язок отримано у вигляді:

$$E = -\frac{v_0 r_0}{kr} + \frac{1}{r} \sqrt{\frac{j_0 r_0}{\varepsilon \varepsilon_0 k}} \sqrt{r^2 + \beta^2}, \quad (2.81)$$

де  $\beta^2 = \left(E_0 + \frac{v_0}{k}\right)^2 \frac{\varepsilon\varepsilon_0 k r_0}{j_0} - r_0^2$ .

Для  $k \rightarrow 0$  матимемо:

$$E = E_0 \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2} \frac{j_0}{\varepsilon\varepsilon_0 v_0} r \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right). \quad (2.82)$$

За аналогією з пласкими електродами:

$$j = \frac{2u\varepsilon\varepsilon_0 v_0}{\frac{1}{2}(R^2 - r^2) - r_0^2 \ln \frac{R}{r_0} \left(1 - \frac{8}{3\pi r_0 d^2 n_0}\right)}, \quad (2.83)$$

де  $R$  – радіус зовнішнього електрода;

$r_0$  – радіус внутрішнього електрода.

Величина питомого заряду:

$$\frac{q}{m} = 4.5 \frac{E_0 \varepsilon\varepsilon_0}{\rho_r d}, \quad n_0 = \frac{G}{m v_0 F_0}, \quad (2.84)$$

де  $\rho_r$  – густина речовини частинки.

Напруженість (по внутрішньому электроду  $r_0$ ):

$$E_0 = \frac{4u}{4r_0 \ln \frac{R}{r_0} + \frac{3}{4} \pi n_0 d^2 \left(R^2 - r_0^2 - 2r_0^2 \ln \frac{R}{r_0}\right)}. \quad (2.85)$$

Для дискового розпилювача при відборі частинок із простору між електродами за допомогою потоку повітря ( $v_n = 50 \dots 60$  м/с в осьовому напрямку) об'ємна щільність заряду отриманого часткою незначна і ємність системи визначається як у повітряному конденсаторі. Заряд частинки діаметром  $d$  визначиться:

$$q = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 u d^2}{R_k \ln \frac{2a}{R_k}}, \quad (2.86)$$

де  $R_k$  – радіус заокруглення кромки дискового електрода;

$a$  – відстань між електродами.

Рух частинки в полі при  $Re < 1$  визначатиметься звичайним рівнянням руху:

$$-m \frac{dv}{dt} - 3\pi\mu vd + qE = 0. \quad (2.87)$$

Інтегруванням рівняння за початкових умов:  $t = 0$ ,  $v = v_0$  визначається шлях переміщення частинки:

$$S = \frac{qE}{\alpha m} + \frac{v_0}{\alpha}, \quad (2.88)$$

де  $\alpha = \frac{3\pi d\mu}{m}$ .

За умову відбору частинок  $S \leq a$ , приймаючи  $u = aE$  знайдено:

$$d \leq 4.5 \frac{\mu a^2 R_k \ln \frac{2a}{R_k}}{\varepsilon \varepsilon_0 u^2 t}. \quad (2.89)$$

*Параметри процесу генерації електроаерозолю при розпилюванні рідини обертальним диском.*

При ламінарній течії (розтіканні) на кромці диску утворюється рідинний тор, на якому формуються окремі краплини. Під дією електричного поля вони набувають електричний заряд. Визначення заряду одинокої краплі зводиться до визначення щільності вільного заряду на її поверхні.

Система вихідних рівнянь, що описують електричне поле генератора електроаерозолей з дисковим електродом-розпилювачем представлена П. Лекомцевим [70] у вигляді:

$$\begin{cases} \operatorname{div} E = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon} \\ \operatorname{div} j_k = \operatorname{div}(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \\ m \frac{dv}{dt} = qE + \frac{k_c}{k}(v - v_c) \end{cases}, \quad (2.90)$$

де  $j_k$  – струм конвекції;

$\rho$  – об'ємний заряд;

$k_c$  – коефіцієнт апроксимації опору середовища;

$v_c$  – швидкість середовища (повітря);

$k$  – рухомість частинки.

З першого рівняння (Пуассона) визначається напруженість електричного поля; з другого рівняння збереження електричного заряду розподіл об'ємного заряду в повітряному (газовому) середовищі.

Третє рівняння визначає рух частинки в повітряному потоці ( $v_n$ ) і електричному полі.

*Розв'язок системи рівнянь аналітично можливий при певних спрощуючих припущеннях.*

Для стаціонарного процесу  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  і рівняння збереження електричного заряду (2.192б) для циліндричних електродів можна перетворити до вигляду:

$$\frac{1}{R} \left( v \frac{\partial \rho}{\partial R} + \rho \frac{\partial v}{\partial R} \right) = 0, \quad (2.91)$$

де  $v = \frac{v_c + v_0}{R} R_0$ ;

$R, R_0$  – радіуси зовнішнього і внутрішнього електродів;

$v_0$  – швидкість руху частинки під дією сили інерції.

Розв'язок (2.91) матиме вигляд:

$$\frac{1}{R} \left( (v_c + v_0) \frac{R_0}{R} \frac{\partial \rho}{\partial R} + \rho (v_c + v_0) \left( -\frac{R_0}{R^2} \right) \right) = 0, \quad (2.92)$$

або  $\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\rho}{R}$ .

При  $\rho = \rho_0$ ,  $R = R_0$  отримаємо:

$$\rho = \rho_0 \frac{R_0}{R} = \frac{J_k}{(v_c + v_0) F_0} \frac{R_0}{R}, \quad (2.93)$$

де  $J_k$  – конвекційний струм;

$F_0$  – площа внутрішнього електрода.

З урахуванням (2.93) рівняння (2.90а) набуває вигляду:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(ER)}{\partial R} = \rho_0 \frac{R_0}{R \varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (2.94)$$

або розраховуючи похідну

$$\frac{1}{R} \left( R \frac{\partial E}{\partial R} + E \frac{\partial R}{\partial R} \right) = \rho_0 \frac{R_0}{R \varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (2.94a)$$

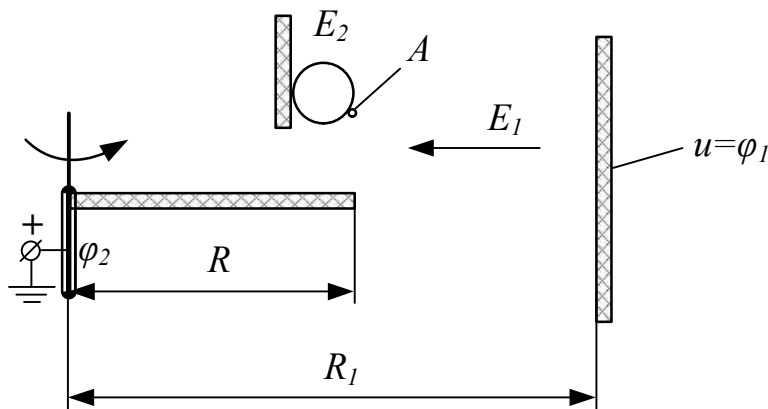
Розв'язок (2.94a) при використанні умови  $u = \int_{R_0}^R E dR$  та  $R_0 = R$  отримано у

вигляді:

$$E = \frac{u \varepsilon_0 \varepsilon_1 - \rho_0 \left( R R_1 \ln \frac{R_1}{R} - R_1 (R_1 - R) \right)}{\varepsilon_0 \varepsilon R_1 \ln \frac{R_1}{R}}, \quad (2.95)$$

де  $R, R_1$  – радіус розпилювального та потенціального електродів.

З рівняння (2.95) випиває що напруженість електричного поля генеруючого пристрою залежить і від об'ємного заряду виникаючого при генерації аерозолію (рис. 2.5).



**Рис. 2.5. Схема зарядки краплі**

*Зарядка краплі в електричному сепараторі з дисковим розпилювачем.*

Визначення процесу зарядки краплі зводиться до визначення щільності вільного заряду на її поверхні, використовуючи рівняння нерозривності щільності повного струму:

$$\operatorname{div}\left(j + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\right) = 0, \quad (2.96)$$

з граничними умовами на поверхні розділу середовища рідина-газ:

$$\sigma_b = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_{1n} - \varepsilon_0\varepsilon_2 E_{2n}, \quad (2.97)$$

де  $E_{1n}, E_{2n}$  – нормальні складові напруженості електричного поля відповідно в газі та рідині;

$\sigma_b$  – щільність вільного заряду.

Для еліпсоїда (деформована крапля) в рівномірному електричному полі можна записати:

$$E_{2n}^a = E_1 - \frac{\Phi\sigma^a}{\varepsilon_0}; \quad E_{1n}^a = E_1 + \frac{1-\Phi}{\varepsilon_0}\sigma^a,$$

звідки

$$E_{1n}^a = E_{2n}^a \left(1 - \frac{1}{\Phi}\right) + \frac{E_1}{\Phi}. \quad (2.98)$$

Підставляючи (2.98) в (2.97) матимемо:

$$\sigma_b^a = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_{2n}^a \left(1 - \frac{1}{\Phi}\right) + \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 E_1}{\Phi} - \varepsilon_0\varepsilon_2 E_{2n}^a, \quad (2.99)$$

де  $\Phi$  – коефіцієнт деполяризації еліпсоїда;

$E_{1n}^a, E_{2n}^a$  – нормальні складові напруженості електричного поля в точці  $a$  (на поверхні краплі) відповідно в газі та рідині;

$\sigma_b^a$  – щільність вільного заряду в точці  $a$ .

Рівняння неперервності щільності струму (в точці  $a$ ) за умови  $\gamma_c = 0$  ( $\gamma_c$  – питома електропровідність повітря (середовища)) можна перетворити до вигляду:

$$\frac{\sigma_b^a}{dt} = E_{2n}^a \gamma_p = \gamma_{2n}^a, \quad (2.100)$$

де  $\gamma_p$  – питома електропровідність рідини.

Визначивши  $E_{2n}$  з (2.99) і підставивши в (2.100) після інтегрування за початкових умов  $t = 0$ ,  $\sigma_b^a = 0$  отримаємо, після перетворення:

$$\sigma_b^a = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1}{\Phi} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (2.101)$$

де  $\tau = \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_1 \Phi + \varepsilon_2 (1 - \Phi)}{\gamma_p \Phi}$  – стала часу зарядки.

Позначивши  $\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1}{\Phi} = \sigma_{b \max}^a$ , матимемо:

$$\sigma_b^a = \sigma_{b \max}^a \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (2.101a)$$

Оскільки в процесі зарядки  $\sigma_b$  розповсюджується на всю поверхню напівсфери, то можна записати:

$$\sigma_b = \sigma_m \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (2.102)$$

де  $\sigma_m$  – щільність поверхневого заряду на провідній напівсфері.

Для краплі на площині:

$$\sigma_m = \frac{q_m}{s} = \frac{\pi^2}{6} \varepsilon_0 E, \quad (2.103)$$

де  $q_m = \frac{2\pi^3}{3} \varepsilon_0 E_1 r^2$  – заряд кулі.

Розмір краплі при розпиленні рідини в електричному полі:

$$r_c = r_a \left( \frac{1.37 \varepsilon_0 r^3 E^2}{8\pi\alpha} \right), \quad (2.104)$$

де  $r = \frac{c}{2\omega} \left( \frac{\alpha}{\rho_p R} \right)^{\frac{1}{2}}$  – радіус краплі при механічному розпилюванні

перфорованим барабаном;

$\alpha$  – поверхневий натяг краплі<sup>4</sup>.

Конвекційний струм при дисковому розпилюванні.

<sup>4</sup> Наведено за: Уолтон В., Прюетт В. Получение монодисперсных туманов при помощи вращающихся дисковых распылителей. Применение аэрозолей в сельском хозяйстве. 1955. С. 122–133.

В рухомому середовищі щільність струму конвекції визначається:

$$j_k = \rho v = \rho(v_z - v_c), \quad (2.105)$$

де  $\rho$  – об'ємна щільність вільного заряду;

$v_z$  – швидкість руху зарядів відносно середовища;

$v_c$  – швидкість руху середовища.

Повний струм через поверхню  $s$ :

$$I = \frac{d(\sigma s)}{dt} = \sigma \frac{ds}{dt} + s \frac{d\sigma}{dt}, \quad (2.106)$$

де  $\sigma$  – щільність заряду на поверхні  $s$ .

Конвекційний струм визначається тільки першою складовою рівняння (2.106), так як друга складова визначає зміну щільності заряду на поверхні (тобто струм зміщення) в середовищі, тоді:

$$I_k = \sigma \frac{ds}{dt} = \sigma_s n_k s_k = 3 \frac{\sigma_s Q_p}{r}, \quad (2.107)$$

де  $n_k$  – щільність крапель, що утворюються в одиницю часу;

$s_k$  – площа поверхні краплі радіусом  $r$ ;

$\sigma_s$  – поверхнева щільність зерна на краплі.

Використовуючи диференціальну функцію розподілу крапель за розмірами  $f(r)$  і припускаючи, що між  $\sigma_s$  і  $r$  існує детермінований зв'язок, конвекційний струм можна (2.107) привести до вигляду:

$$I_k = 3 \frac{\sigma_s(r) Q_p}{\int_0^\infty r f(r) dr}. \quad (2.108)$$

Використовуючи (2.103) і приймаючи  $\int r f(r) dr = 0$ ,  $t = \tau_p$  з (2.108)

отримано:

$$I_k = \frac{\pi \epsilon_0 E Q_p \left(1 - e^{-\frac{\tau_p}{\tau}}\right)}{2r}. \quad (2.109)$$

де  $\tau_p$  – час краплеутворення.

Враховуючи, що:

$$E = \frac{2u\varepsilon_0\varepsilon_1 - \rho\alpha'}{2\varepsilon_0\varepsilon_1\beta'}, \text{ а } \rho = \frac{qQ_p}{Q_n}$$

де  $\alpha' = \frac{R_1^2 - R^2}{2} - R^2 \lg \frac{R_1}{R}$ ;  $\beta' = R \lg \frac{R_1}{R}$ ;  $\varepsilon_1 = 1$ .

З рівняння (2.109) отримаємо:

$$I_k = \frac{2\pi\varepsilon_0 u}{4\beta' r_c} - \frac{I_k d' Q_p}{4\beta' Q_n r_c} \left( 1 - e^{-\frac{\tau_p}{\tau}} \right), \quad (2.110)$$

де  $r_c = r - \left( \frac{1.37\varepsilon_0 r^3 E^2}{8\pi d} \right)^{\frac{1}{2}}$ ;  $\tau_p = \frac{k4\pi r_c^2}{3Q_p}$ ;  $k = \frac{2\pi_1 n}{\lambda}$ ;  $\lambda = 9\alpha \left( 1 + \frac{4.5\mu^2 \rho_p}{a\alpha} \right)$ .

## 2.4. Моделювання процесів електрофізичної (хімічної) обробки середовищ і матеріалів.

Технологічні методи впливу електричного поля на матеріали та середовища, за умов коли електрична енергія перетворюється не в теплову, а інші види енергії для досягнення заданого технологічного ефекту називають електрофізичними (електрохімічними).

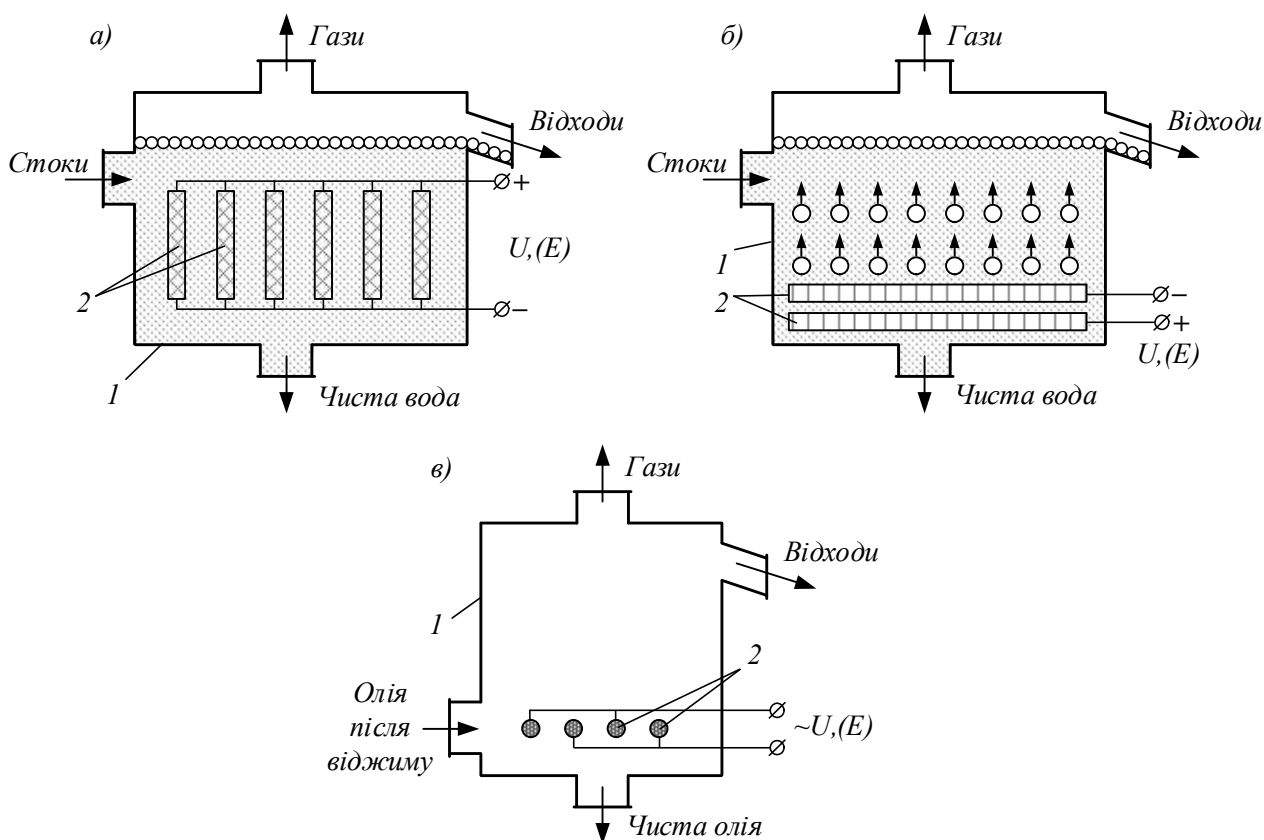
В агропромисловому виробництві електрофізична обробка застосовується переважно в процесах очищення стічних вод виробничих об'єктів (електрокоагуляція, електрофлотація), технологічних олій, мастил та нафтопродуктів (електроочищення), видалення рідкої фази з вологих матеріалів (електроосмос), а також для механічно-теплого руйнування клітинних систем рослинних матеріалів (електроплазмоліз).

### 2.4.1. Процеси електрокоагуляції.

Вплив електростатичного поля на заряджені іони розчинів і рідин з дисперсною фазою (свіжовижаті олії, стічні води та інші рідинно дисперсні системи) використовується для електричного, електрохімічного очищення води та інших засмічених рідин.

Для очищення концентрованих колоїдно-дисперсних систем (розчинів) застосовують електрохімічні методи електрокоагуляція і електрофільтрація. Основою апаратурного оформлення технологічної схеми електрохімічного очищення є електролізер, який складається із корпусу з розміщеними в ньому електродами під'єднаними до джерела живлення постійного струму.

За способом очищення води установки для проведення електрохімічної обробки поділяються на електрокоагулятори, електрофлотатори і електрофлотокоагулятори, схеми яких наведено на рис. 2.6 (установки безперервної дії).



**Рис. 2.6. Схеми проточних установок для очищення рідинних середовищ: а) електрокоагулятор з розчиняємими електродами; б) електрофлотатор з перфорованими електродами; в) електрофлотатор очищення олії (діелектричних середовищ: 1 – корпус; 2 – електроди)**

Електрокоагулятори призначені для очищення води від колоїдних або зважених частинок дисперсної системи шляхом їх укрупнення при взаємодії з гідроксидами металів, що отримуються електрохімічним розчиненням металічних анодів, а також для подальшого видалення домішок від очищуваної води.

Електрофлотатори використовують для очищення води та діелектричних рідин (олійних матеріалів) від зважених частинок шляхом флотації дрібнодиспергованого газу у вигляді бульбашок, що утворюється на поверхні нерозчинних електродів.

Електрофлотатори-коагулятори забезпечують одночасний перебіг процесів електростатичної коагуляції та видалення зкоагульованих частинок шляхом бульбашкової флотації газом, що виділяється на електродах.

Електрохімічні процеси зв'язані з окислювально-відновлювальними реакціями, зміною умов переносу заряду (в електродах), переносом заряджених частинок і електрокоагуляцією. Сукупність окислювально-відновлювальних реакцій, що протікають на електродах, називають електролізом. Явище електролізу полягає в тому, що електричний струм виділяє з електроліту розміщеного між електродами, частинки речовини (іони) і осаджує їх на електродах. На негативному електроді – катоді завжди виділяються іони металів і водню, а на позитивному електроді – аноді – залишки хімічної сполуки. Процеси електролізу кількісно описуються законами Фарадея: кількість речовини, що виділяється за час  $\tau$  пропорційна струму в системі  $m = \alpha I \tau$  (де  $\alpha$  – електрохімічний еквівалент речовини, г/Кл).

Електрохімічне очищення колоїдно-дисперсних систем – складний електротехнологічний процес, маючий ряд послідовних стадій: отримання електрогенерованого коагулянту шляхом анодного розчинення металу електродів у очищуваній рідині (води з домішками) з наступним гідролізом іонів; коагуляцію колоїдних частинок забруднень в результаті їх взаємодії з гідроксидом металу (коагулянтом), який утворюється при гідролізі іонів металу, що перейшли у воду; видалення водню на поверхні катоду в наслідок

розряду на них молекул води (якщо середовище лужне або нейтральне) або іонів водню ( $H^+$ ) (кисле середовище); флотація агломерантів частинок забруднювачів дрібнодиспергованими у воді бульбашками водню; розділення очищеної води від відходів та видалення останніх. Домінуюча стадія електрокоагуляційного очищення води – анодне розчинення металу.

Теоретична кількість анодно-розчиненого металу  $m(\tau)$  можна визначити на основі закону Фарадея:

$$m(\tau) = k_m I \tau, \quad (2.111)$$

де  $k_m$  – електрохімічний еквівалент металу, г/(А·с);

$I$  – сила струму в ланцюгу електролізу.

Однак теоретична кількість анодно-розчиненого металу відрізняється в практичному у зв'язку з перебігом на аноді інших анодних процесів (виділення кисню та інш.).

В цьому випадку необхідно визначити вихід металу за значенням струму [84]. Позначивши відношення кількості речовини виділюваної за час  $\tau$  з електроду визначену експериментально  $m_{ek}$  до теоретичного значення  $m_{теор}$

через  $\eta = \frac{m_{ek}}{m_{теор}}$ , тоді:

$$m_{np} = k_m \eta I \tau. \quad (2.112)$$

Об'єм металу, практично розчиняється з поверхні електрода визначають за формулою:

$$V_{np} = k_v \eta \int_0^{\tau} i_a d\tau, \quad (2.113)$$

а товщину шару розчиненого металу:

$$h_{np} = k_h \eta \int_0^{\tau} i_h d\tau, \quad (2.114)$$

де  $k_v = k_m 10^3 \rho^{-1}$  – об'ємний електрохімічний еквівалент;

$k_h = k_m 10(\rho S_a)^{-1}$  – лінійний електрохімічний еквівалент;

$\rho$  – густина металу;

$S_a$  – площа анода (для алюмінію:  $k_m = 0.0056$ ,  $k_v = 2.07$ ,  $k_h = 0.0207$ ; для заліза:  $k_m = 0.0174$ ,  $k_v = 2.2$ ,  $k_h = 0.022$ ).

*Кінетика анодного методу.*

Кінетика електродних процесів при очищенні води визначається багатьма факторами, серед яких основним є швидкість анодного розчинення металу, швидкість відводу продуктів анодного розчинення від поверхні електродів. На процес очищення також впливає процес виділення водню з поверхні катоду. Однак катодний процес здійснюється в умовах переважного перебігу анодного розчинення.

Швидкість анодного розчинення металу характеризується зміною маси анода в часі в результаті переходу частини іонів у розчин. Тому на основі рівняння (2.112) відповідно до закону Фарадея) швидкість анодного розчинення металу, що перейшов до розчину можна представити рівнянням:

$$v_{m,np} = \frac{dm_{np}}{d\tau} = k_m \eta I = k_m i S_a = k_a i, \quad (2.115)$$

де  $k_a = k_m \eta S_a$  – константа швидкості анодного розчинення.

Процес анодного розчинення металу призводить до одночасної зміни концентрації  $C_m$  продуктів розчинення у приелектродному шарі.

При безперервному відведенні іонів металу від приелектродної поверхні в глибину розчину електроліту об'ємом  $V$ , можна визначити концентрацію продуктів розчинення в розчині (г/л):

$$C_m = \frac{m_{np}}{V}, \quad (2.116)$$

або з урахуванням (2.115) можна встановити зміну концентрації продуктів розчинення в електроліті в часі:

$$\frac{dm_{np}}{dt} = V \frac{dC_m}{d\tau} = \frac{k_a}{V} i_a. \quad (2.117)$$

Густина анодного струму (поверхневу  $A/cm^2$ ), характеризують швидкість реакції можна визначити з рівняння:

$$i_a = i_0 n \frac{F \Delta \varphi}{RT}, \quad (2.118)$$

де  $i_0$  – густина струму обміну (швидкість реакції без накладання електричного поля);

$n$  – кількість електронів, що беруть участь у реакції (заряд хімічно-активного іона);

$F$  – число Фарадея;

$R, T$  – універсальна газова стала та абсолютна температура електроліту;

$\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  – перенапруження (при протіканні струму електроди поляризуються і на границі розділення фаз виникає контактна різниця потенціалів електрода  $\varphi_1$  та електроліту  $\varphi_2$ , яка називається напруженням.

Величина  $\Delta \varphi$  – є рушійною силою, що інтенсифікує процеси окислення (на аноді) або відновлення (на катоді). Перенапруження  $\Delta \varphi$  і густина струму зв'язані рівняннями Тафеля:

$$\Delta \varphi = a + b \lg i, \quad (2.119)$$

де  $a, b$  – константи.

Зміна концентрації металу у забрудненому водянному розчині, що зумовлена розчиненням аноду в часі описується рівнянням, отриманим в формулах (2.116) – (2.118):

$$V \frac{dC_m}{d\tau} = \frac{k_a}{V} i_a \frac{nF}{RT} \Delta \varphi_a. \quad (2.120)$$

Найбільші адсорбційні властивості має залізо порівняно з іншими металами, тому залізні електроди мають перевагу над алюмінієвими.

Об'єм водню, що утворюється на катоді в залежності від часу визначається формулою:

$$V_{H_2} = \eta_{H_2} H_2 I k_{H_2} t, \quad (2.121)$$

де  $\eta_{H_2}$  – електрохімічний еквівалент водню ( $\eta_{H_2} = 0.418$  Нм<sup>3</sup>/год);

$k_{H_2}$  – вихід по струму;

$I$  – струм (при  $I=100$  А,  $V_{H_2}=0.13$  м<sup>3</sup>/год).

Бульбашки водню, які виділяються на катоді можуть транспортувати з глибини рідини до її поверхні. Ступінь насичення рідини бульбашками водню пропорційна катодній щільності струму. Для залізних електродів перенапряга на катодному електроді розраховується за рівнянням Тафеля:  $-\Delta\varphi_{H_2} = 0.7 + 0.12i_k$  (де  $i_k$  – густина струму на катоді ( $i_k = 10^{-6}$  А/см<sup>2</sup>)).

Для забезпечення вибухонебезпечності необхідно підтримувати концентрацію водню в суміші з повітрям нижче крайової концентрації. Потрібна кількість повітря для нормалізації концентрації водню визначається формулою:

$$V_n = (1 \div 2)10^2 \frac{V_{H_2}}{4}. \quad (2.122)$$

Рівняння динаміки камери електрокоагулятора за вмістом забруднювача має вигляд:

$$V \frac{dC_n}{dt} = G_p(C_1 - C_n) + G_{Fe_2}(C_{Fe_2} - C_{Fe_2}) + V\omega_2 C_n, \quad (2.123)$$

де  $G_p, G_{Fe_2}$  – витрати рідини і сорбенту (залізо);

$C_1, C_n$  – лічильна початкова і поточна концентрація коагуляції;

$\omega_2 C_n$  – швидкість коагуляції.

#### 2.4.2. Процеси електрофлотації.

Електрофлотація, як і будь яке фізичне явище відбувається в просторі та часі, тому електрофлотаційний процес можна представити як просторово-часову зміну основної величини – концентрації зважених частинок, тобто величини, зміна якої характеризує даний процес.

Одним із способів визначення кінетики електрофлотації – зміна середньої концентрації частинок домішок (забруднювачів) в часі є використання рівняння масопереносу на основі законів збереження маси:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \text{div} \bar{j} = 0, \quad (2.124)$$

де  $C$  – концентрація;

$\bar{j}$  – густина потоку частинок, що враховує усі механізми переносу (дифузійний, конвективний, власний-електричний).

Використовуючи поняття осередненої (за об'ємом) концентрації, величина якої змінюється тільки в часі  $\bar{C}(\tau) = \frac{1}{V_p} \int_0^V C dV_p$ , (де  $V_p = Sl$  – об'єм діелектричної рідини) і інтегруючи рівняння (2.124) матимемо:

$$-\frac{d\bar{C}(\tau)}{d\tau} = \frac{j_n}{l}, \quad (2.125)$$

де  $j_n = \beta v \bar{C}$  – потік частинок до електроду (при осадженні);

$\beta$  – вірогідність осадження;

$v$  – швидкість;

$v\bar{C} = bE\bar{C}$  – середній потік частинок до електроду;

$E = \frac{\epsilon_1 \epsilon_p}{l} U$  – напруженість поля в об'ємі рідини.

За умови  $E = const$  рівняння (2.125) має розв'язок:

$$\bar{C}(\tau) = C_0 \exp\left(-\frac{\beta b E}{l} \tau\right), \quad (2.126)$$

де  $C_0 = \bar{C}_{\tau=0}$ .

Враховуючи, що густина струму у початковий момент  $i_0 \approx \lambda_p \frac{U}{l}$  рівняння кінетики представляють у вигляді:

$$\ln \frac{C_0}{C} = \frac{\beta b}{l} \left( \frac{I_c}{I_0} \frac{U}{l} t + \delta \right), \quad (5.127)$$

де  $I_c, I_0$  – повний усталений і початковий струм;

$U$  – напруга;

$\delta$  – параметр, що враховує фізичні властивості діелектричної рідини.

Значення  $\beta b$  і  $\delta$  – визначають експериментально із графіка  $\bar{C}(\tau)$ .

Зазвичай при розрахунках процесу електроочищення рідин виходять з посилення наявності заряду  $Q$  у частинок зважених у рідині. Під дією електричного поля напруженості  $E$  така частинка рухається в напрямку електроду. Припускаючи, що усі частинки в рідині розподілені рівномірно і рухаються з однаковою швидкістю нормально до електроду можна визначити масу частинок в зоні електроду (на електроді):

$$m = C_0 S v t, \quad (2.128)$$

де  $m$  – маса осаджених частинок за час  $t$ ;

$C_0$  – початкова концентрація суспензії;

$v$  – швидкість сферичної частинки в усталеному режимі;

$S$  – площа електроду.

Враховуючи, опір руху частинки в рідині за формулою Стокса швидкість руху частинки визначається формулою:

$$v = \frac{QE}{6\pi\eta a}, \quad (2.129)$$

де  $\eta$  – динамічна в'язкість;

$a$  – радіус частинки.

Підставляючи значення  $v$  в (5.121), матимемо:

$$m = C_0 S \frac{QE}{6\pi\eta a} t. \quad (2.130)$$

Із цього виразу розділивши обидві частини на  $S$  і  $t$  визначимо потік частинок домішок у міжелектродному проміжку:

$$J = \frac{m}{St} = \frac{QEC_0}{6\pi\eta a}. \quad (2.131)$$

Потік частинок домішок засмічувача взаємодіє з потоком газових бульбашок отриманих електролізом оброблюваної рідини. Бульбашки рухаються під дією сил Архімеда від поверхні електродів до зіткнення з частинками, прилипають до них і рухаються разом до поверхні рідини.

Процес електрофлотації можна характеризувати зміною концентрації вільних (без наліплених частинок) бульбашок  $n$ . Позначаючи концентрацію

частинок (домішок) без бульбашок, що налипають, через  $p$  і припускаючи, що в процесі електрофлотації виконується співвідношення:

$$J = \frac{V_r}{V_b} = const, \quad (2.132)$$

де  $V_r$  – середній об'єм однієї частинки, що флотується бульбашками;

$V_b$  – середній об'єм бульбашок.

Прийmemo, що зменшення концентрації частинок  $\partial p$  на нескінченно малій ділянці шляху бульбашок  $\partial Z$  буде пропорційне концентрації частинок на даній ділянці  $p$  і концентрації бульбашок в потоці. Тоді, враховуючи фізичну картину процесу можна записати диференціальне рівняння зміни концентрації частинок за висотою рідини:

$$\partial p = -\mu \frac{n}{n_0} p \partial Z, \quad (2.133)$$

де  $n, n_0$  – концентрація вільних бульбашок та їх концентрація, яка відповідає оптимальній густині струму, при відсутності частинок у рідині.

Зміну концентрації частинок забруднювача (очищення рідини) за висотою рідини і в часі можна описати диференціальним рівнянням:

$$p = \frac{\partial p}{\partial \tau} = R_0 \frac{\partial^2 p}{\partial Z^2}, \quad (2.134)$$

де  $R_0 = \frac{v n_0}{i \mu}$ ;

$v$  – швидкість підйому бульбашок.

Розв'язок, якого дає можливість розрахувати зміну концентрації:

$$p(\tau, Z) = p_0 \exp\left(-R_0 \frac{\pi^2}{Z_0^2} \tau\right) \cos \frac{\pi}{2Z_0} Z. \quad (2.135)$$

Для електрофлотаційного очищення діелектричних (олійних) рідин використовується діелектрофорез – виникнення сил, що діють на частинки, які поляризуються в неоднорідному полі (зазвичай змінного струму). Величина і спрямованість електрофоретичних сил залежить від діелектричної проникності,

питомої електропровідності середовища та частинок, частоти і градієнта електричного поля. Останній фактор визначається геометрією електродів і місцем їх розташування в камері електрофлотатора. Висока нерівномірність електричного поля зумовлює високі градієнти напруженості та температури, що призводить до створення градієнтів діелектричної проникності та електропровідності. Перший створює об'ємний заряд і силу Кулона, а другий породжує діелектричну силу. Ці дві сили зумовлюють поступальний рух поляризованих частинок.

Дія електричного поля на дисперсні системи (забруднені рідини, олії з механічними включеннями) викликає зниження силового (потенціального) бар'єра у взаємодіючих частинок, що мають наведений дипольний момент і сприяє зниженню стійкості дисперсної системи та прискоренню коагуляційних процесів.

Диполь з електричним моментом орієнтується вздовж силових ліній під дією механічного моменту  $M = (\bar{P}E)$  і градієнту напруженості  $gradE$  зумовлює появу пондеромоторної сили:

$$\bar{F} = (\bar{P}\nabla)E. \quad (2.136)$$

Ця сила призводить до переміщення частинки, більш полярної, з середовища в область (зону) більшої напруженості поля, а менше поляризованої в зону меншої напруженості.

Зміна енергії поля при внесенні в середовище з діелектричної проникністю  $\varepsilon$ , однорідної і ізотропної частинки з проникністю  $\varepsilon_a$ :

$$\nabla P = \int_V \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_0}{2} \bar{E}_i \bar{E}_a dV. \quad (2.137)$$

де  $V$  – об'єм частинки;

$\bar{E}_i$  – вектор напруженості поля поза частинкою;

$\bar{E}_a$  – вектор напруженості поля всередині частинки, величина якого визначається:

$$\bar{E}_a = \nabla \psi_a = \frac{\varepsilon_a \varepsilon_i}{\varepsilon_a + 2\varepsilon_i} \bar{E}_i. \quad (2.138)$$

З розв'язку означених рівнянь і отримавши першу похідну, отримано вираз сили, діючої на частинку радіуса  $a$ :

$$\bar{F}_a = 2\pi a^3 \varepsilon_a \varepsilon_i \left( \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_i}{\varepsilon_a + \varepsilon_i} \right) \nabla \bar{E}^2, \quad (2.139)$$

де  $\nabla \bar{E}$  – градієнт напруженості електричного поля ( $\nabla \bar{E} = grad E$ ).

Із отриманого виразу випливає, що пондеромоторна сила суттєво залежить від розміру частинки "твердої" фази, напруженості та нерівномірності напруженості поля.

Під дією сил поляризованої взаємодії та пондеромоторної сили відбуваються інтенсивні та спрямовані агрегатизація і седиментація частинок фази (включень). Ці процеси найбільш ефективні в полі постійного струму (з виділенням газу). Однак застосування змінного поля доцільне для зменшення дії приелектродних процесів: руйнування матеріалу електродів, гетерокоагуляції на електродах, адагуляції в електродному просторі.

Організація спрямованого руху частинок в міжелектродному просторі та інтенсивність коагуляції суттєво залежить від напруженості поля, що дозволяє керувати процесом розділення (очищення).

Слід зазначити, що найбільшу нерівномірність змінного електромагнітного поля (найбільший градієнт  $\nabla \bar{E}$ ) дозволяє отримати система двох взаємно перпендикулярних електродів ( $\perp$ ), коли на електроди подається напруга 220 В, 50 Гц змінного струму, при цьому час повного розділення рідини і включень складає 6...7 хвилин.

Для такої системи електродів величина пондеромоторної сили визначається за напівемпіричною формулою:

$$\bar{F}_n = \frac{81.4}{100} \pi a^3 \varepsilon_a \varepsilon_1 \left( \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_0} \right) \frac{U^2}{r^3 \left( 1 + \frac{h}{r} \right) \ln r^3 \left( 1 + \frac{h}{r} \right)}, \quad (2.140)$$

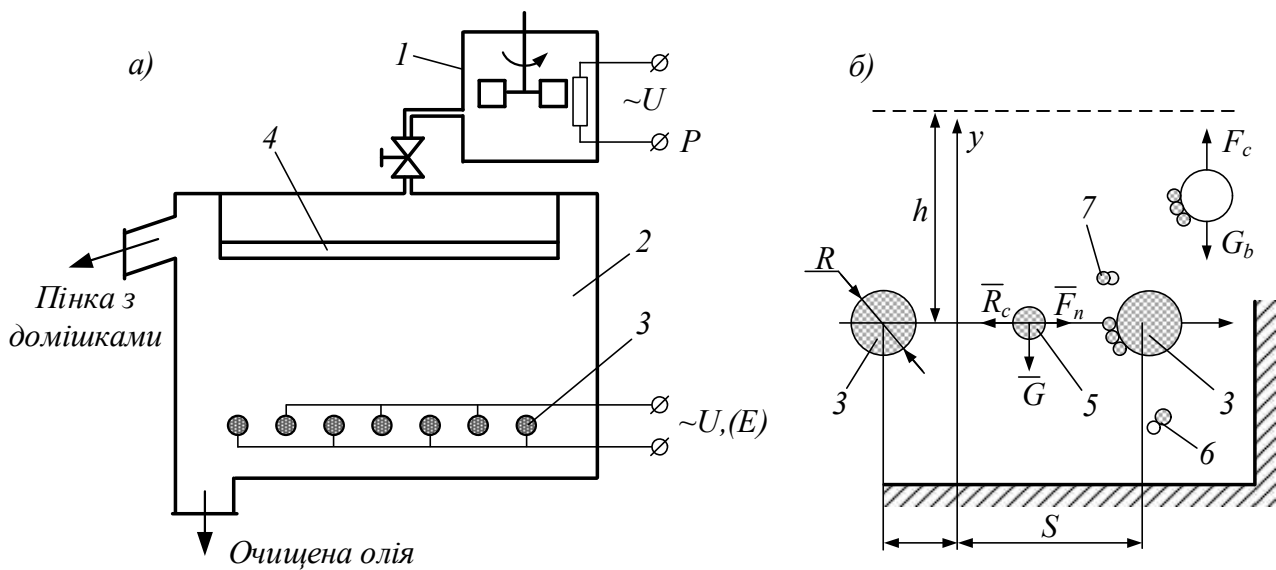
де  $U$  – напруга на електродах;

$r$  – радіус заокруглення вертикального електрода;

$h$  – відстань між електродами.

Цією формулою можна користуватися при виборі оптимальної геометрії для системи електродів "взаємоперпендикулярні площини", щоб отримати максимальне значення пондеромоторної сили.

Для видалення механічних домішок і фосфатів із рицинової олії використовується електрофлотаційна установка технологічна схема якої наведена на рис. 2.7 [28].



**Рис. 2.7. Технологічна схема електрофлотаційної установки періодичної дії (а): 1 – ємність підігріву і перемішування олії; 2 – ємність процесів коагуляції – флотації; 3 – електроди; 4 – пристрій видалення піни; та схема сил (5), що діють на частину в розчині 6 і 7 – бульбашка з домішками**

Потенціал електричного поля між двома паралельними циліндричними електродами визначається рівняннями:

$$U(x) = U_{12} \frac{\ln\left(\frac{x-2S}{x}\right)}{2 \ln\left(\frac{2S}{R}\right)}, \quad (2.141)$$

де  $U_{12}$  – різниця потенціалів між електродами;

$2S$  – відстань між осями електродів;

$R$  – радіус електроду.

Напруженість електричного поля:

$$E(x) = -\frac{dU}{dx} = -U_{12} \frac{2S}{2(x-2S)x \ln\left(\frac{2S}{R}\right)}. \quad (2.142)$$

Відповідно до схеми силової взаємодії частинки, середовища та електричного поля (рис. 2.7) можна записати рівняння руху частинки (відповідно до другого закону Ньютона) у векторній формі:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}_n + \bar{R}_c + \bar{G}, \quad (2.143)$$

де  $m, \bar{v}$  – маса частинки і швидкість її руху у міжелектродному просторі;

$\bar{F}_n$  – сила, що діє на поляризовану частинку в електричному полі;

$\bar{R}_c$  – сила опору середовища (в'язкої рідини) руху частинки;

$\bar{G}$  – сила тяжіння.

Величину діючих сил можна визначити за наступними відомими формулами:

$$\bar{F}_n = 4\pi\epsilon_c a^3 \frac{\epsilon_r - \epsilon_c}{\epsilon_r + 2\epsilon_c} \bar{E}_x \frac{\partial E}{\partial x}, \quad (2.144)$$

або з урахуванням (2.142):

$$\bar{F}_n = -4\pi\epsilon_c a^3 \frac{\epsilon_r - \epsilon_c}{\epsilon_r + 2\epsilon_c} U_{12} \frac{(2S)^2 (2x - 2S)}{4(x - 2S)^3 x^3 \ln\left(\frac{2S}{R}\right)^2}, \quad (2.145)$$

$$\bar{R}_c = 6\pi\eta(\bar{v} - \bar{v}_c) a \quad (\text{за умови } a \leq 50 \text{ мкм, } v \leq 50 \text{ мм/с, } \text{Re} \leq 0.1), \quad (2.146)$$

де  $a$  – радіус кулястої частинки.

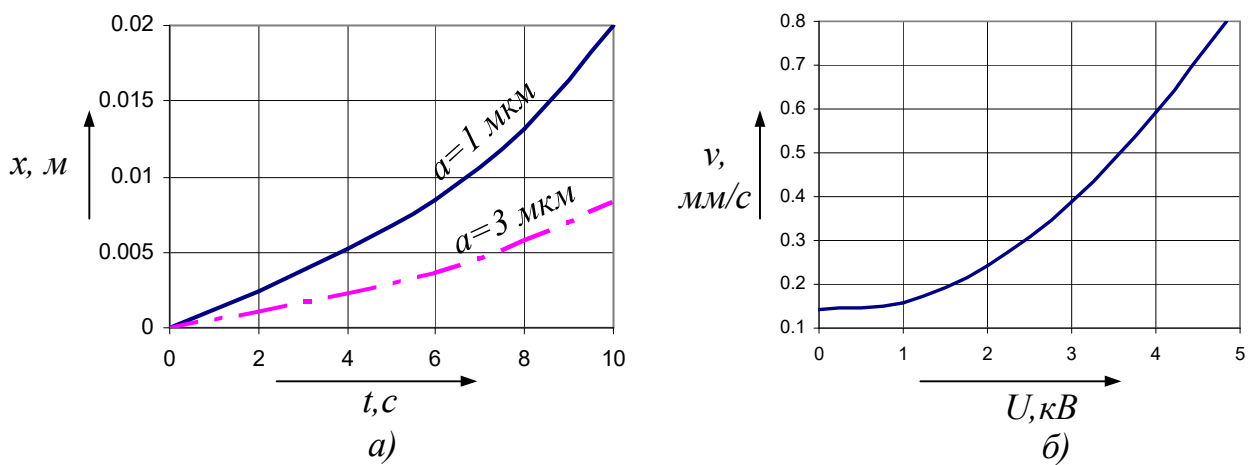
Оскільки  $\bar{G} = m\bar{g} \ll \bar{F}_n$  сила тяжіння не враховується.

Використовуючи значення визначених сил в рівнянні (2.143) отримане диференціальне рівняння руху частинки у діелектричній, в'язкій рідині в нерівномірному електричному полі:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + A \frac{dx}{dt} - B = 0, \quad (2.147)$$

де  $A = \frac{9\eta}{2a\rho}$ ;  $B = \frac{3}{\rho} \varepsilon_c \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_c}{\varepsilon_r + 2\varepsilon_c} \left( \frac{2S(U_1 - U_2)}{2 \ln\left(\frac{2S}{R}\right)} \right)^2 \frac{2(x - S)}{(x - 2S)^3 x^3}$ .

Числовим розв'язком рівняння встановлена залежність переміщення частинки від часу (рис. 2.8а) і швидкості переміщення від напруги на електродах (рис. 2.8б).



**Рис. 2.8.** Залежності  $x(t)$  та  $v(U)$

На електродах при підведені напруги починаються виділятися парогазові бульбашки, які разом із частинками домішок підіймаються на поверхню утворюючи піну, яка видаляється скребком (рис. 2.8а). Процес електрофлотації складається з переміщення частинок до електродів (час переміщення:

$$\tau_n = \frac{H_p}{v_b}, \quad (2.148)$$

де  $H_p$  – висота рідини;

$v_b$  – швидкість спливання.

Ефективність процесу флотації визначається швидкістю спливання флотаційного агрегату, об'єм якого визначається сумою об'ємів твердої фази  $V_m$ , пароводяної  $V_n$ :  $V_a = V_m + V_n$ , а еквівалентний діаметр (середньооб'ємний):

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi(a_n^3 n + a_m^3 n)}, \quad (2.149)$$

де  $a_n, a_m$  – радіус бульбашки та частинки;

$n$  – кількість частинок у флотаційному агрегаті.

Швидкість переміщення агрегатів засмічувача (з бульбашками) можна визначити з рівняння складеного на основі силової взаємодії агрегатів з середовищем (рідиною).

На флотаційний агрегат діють такі сили:

- сила тяжіння:  $\bar{G} = V_b \rho_b \bar{g} = \frac{\pi d_b^3}{6} \rho_b \bar{g} = m_a \bar{g}$ ;
- сила Архімеда:  $\bar{F}_a = V_b \rho_p q = \frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p \bar{q} = m_p \bar{q}$ ;
- сила опору середовища (рідини):  $\bar{R} = 6\pi\eta d_e \bar{V}$ .

Диференціальне рівняння руху флотоагрегату в рідині відповідно до другого закону Ньютона ( $m \frac{dV}{dt} = \sum F_i$ ) можна записати у вигляді:

$$m_a \frac{dV}{dt} = m_p q - m_a g - 6\pi\eta d_e V, \quad (2.150)$$

де  $m_a, m_p$  – маса флотаційного агрегату та рідини в об'ємі бульбашки;

$d_e$  – еквівалентний діаметр флотаційного агрегату.

Розв'язки рівняння відносно  $V = \frac{dS}{dt}$ , та  $S = h_p$  отримано у вигляді:

$$V(t) = \frac{A}{B} - \left( \frac{A}{B} - V_0 \right) e^{-\frac{t}{m_a}}, \quad (2.151)$$

$$S(t) = h(t) = \frac{A}{B} t - m_a \left( \frac{A}{B} - V_0 \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{m_a}} \right), \quad (2.152)$$

де  $V_a, V_p$  – об'єм флотаційного агрегату та бульбашки;

$\rho_p, \rho_a$  – густина рідини і пароповітряної суміші в об'ємі бульбашки;

$v$  – швидкість спливання;

$S, h$  – шлях переміщення бульбашки;

$h_p$  – висота шару рідни від електродів.

#### 2.4.3. Процеси електроосадження.

Основною задачею процесів електроочищення технологічних рідин (електроліти і діелектричні рідини) від механічних домішок-засмічувачів за допомогою електричного осадження, електрокоагуляції, електрофлотації. Фізико-хімічні процеси, які відбуваються в установках електроочистки досить складні та математичні моделі, що описують сукупність фізичних і хімічних процесів, які характеризують електрокінетичні явища в рідинах, включають рівняння конвективної дифузії, катіонів, аніонів, частинок домішок, рівняння Пуассона, Нав'є-Стокса гідродинаміки в'язкої рідини. Повна система рівнянь повинна враховувати рух іонів і частинок, розподіл напруженості електричного поля, рух рідини і, що є головним, зміну електрофізичних властивостей середовищ і їх компонентів в часі.

Математичні складності, виникаючи при формулюванні та розв'язку "замкненої" моделі електротехнологічних процесів у існуючих і проєктованих установках, і необхідність визначення динаміки процесу для технічних (інженерних) розрахунків САК режимами функціонування, зумовлюють пошук спрощених підходів з урахуванням вже розглянутих явищ в рідких діелектриках і електролітах.

Із усіх параметрів, що характеризують стійкий режим роботи електроочисних установок найбільше значення має зміна концентрації засмічувачів рідини в часі.

Одним із методів отримання рівняння, що визначає залежність концентрації частинок домішок за часом, може бути використання рівнянь масопереносу [72] та матеріального балансу (виражених законом збереження маси).

Розглянемо динаміку складу очищуємої рідини в електричному полі. В загальному випадку відбуваються процеси коагуляції та агрегування частинок

навколо флотаційних бульбашок (шляхом налипання) та їх переміщення в об'ємі під дією (електричного, гравітаційного, концентраційного полів).

*Електрохімічні процеси.*

В зв'язку з тим, що процеси коагуляції відносяться до гетерогенних і їх аналіз надзвичайно складний будемо використовувати спрощуючи припущення:

- процес коагуляції здійснюється в умовах повного перемішування (гідродинамічна модель проточного апарата ідеального змішування);
- об'єм очищуваної рідини не змінюється;
- швидкість електрокоагуляції частинок визначається зміною кількості частинок дисперсної фази в часі, в результаті взаємодії між собою; залежність швидкості коагуляції від концентрації електроліту лінійна  $dN/dt = k_k \bar{C}$  (де  $N$  – кількість частинок в одиниці об'єму).

В основі виводу рівняння динаміки – закон збереження маси:

$$\sum Q_1 C_{\text{вх}} - \sum Q_2 C_{\text{вих}} = \frac{V_k d\bar{C}}{d\tau}, \quad (2.153)$$

де  $Q_1, Q_2$  – витрата рідини на вході та виході камери;

$V_k$  – об'єм камери;

$C_{\text{вх}}, C_{\text{вих}}, \bar{C}$  – концентрація на вході, виході та середня.

Рівняння динаміки камери електроочисної установки за вмістом домішок можна записати у вигляді:

$$V_k \frac{dC_2}{d\tau} = G_1 C_1 - G_2 C_2 + G_m C_{m1} - G_m C_{m2} - V_k \omega_{C2}, \quad (2.154)$$

де  $G_1, G_2$  – витрати очищуваної рідини;

$C_{m1}, C_{m2}$  – концентрація гідроксида металу;

$V_k$  – об'єм камери;

$\omega_{C2}$  – швидкість коагуляції частинок домішок;

$G_m = \frac{dm_m}{d\tau \rho_m}$  – об'ємна швидкість розчинення металу;

$\rho_m$  – густина гідроксиданта.

З рівняння (2.154) можна зазначити, що динаміка камери електроочисної установки залежить в основному від швидкості коагуляції та швидкості

розчинення анода та може керуватися зміною щільності (густини) струму на аноді.

Для розрахунку динаміки процесу електроосадження домішок в діелектричних рідинах рівняння масопереносу доцільно використовувати для осереднення концентрації:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \tau} + \operatorname{div} j = 0, \quad (2.155)$$

де  $\bar{C}$  – концентрація;

$j$  – щільність потоку частинок, враховуючи всі механізми переносу (дифузійний, конвективний і власний);

$$\bar{C}(\tau) = \frac{1}{V_p} \int_0^V C dV_p, \quad (2.156)$$

де  $V_p$  – об'єм діелектричної рідини;

$\bar{C}(\tau)$  – осереднення концентрації за об'ємом відповідає моделі ідеального перемішування.

Інтегруючи рівняння (2.155) за об'ємом рідини (з використанням теорії Остроградського-Гаусса, та визначення (2.156) матимемо:

$$\frac{\partial C(\tau)}{\partial \tau} = -\frac{j_n}{l}, \quad (2.157)$$

де  $j_n$  – потік частинки на електрод в процесі електроосадження;

$l$  – відстань між електродами, із співвідношення:  $V_p = lS$  (де  $S$  – площа електродів).

Потік частинок в об'ємі рідини можна представити у вигляді:

$$j_n = \beta v \bar{C}, \quad (2.158)$$

де  $\beta$  – вірогідність осадження;

$v$  – швидкість із рівності:  $v\bar{C} = bE$ ;

$\bar{C}$  – середнє значення потоку частинок до електрода;

$b$  – рухомість частинок;

$E$  – напруженість електричного потоку в об'ємі діелектрика.

За умови:  $E = \text{const}$  рівняння (2.157) інтегрується при  $C(0) = 0$ :

$$C(\tau) = C_0 e^{-\frac{\beta b E}{l} \tau}. \quad (2.159)$$

Більш точне рівняння динаміки зміни концентрації яке враховує перехідний процес утворення об'ємного заряду у електродів може бути отримано з емпіричних залежностей типу:

$$C(\tau) = C_0 \exp \left[ -\frac{\beta b}{l} \left( \frac{J_{ст}}{J_0} \frac{u}{l} \tau + \delta \right) \right], \quad (2.160)$$

де  $J_0, J_{ст}$  – початковий струм і струм в усталеному режимі;

$\delta$  – коефіцієнт, що залежить від електричних властивостей рідини.

Величини  $\beta b$  та  $\delta$  можуть бути визначені при порівнянні теоретичної (2.160) залежності та отриманої із прямого експерименту.

## **ЧАСТИНА II.**

### **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТИПОВИХ ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І УСТАНОВОК**

#### **РОЗДІЛ 3.**

#### **ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ І УСТАНОВКИ ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ НАДВИСОКОЇ ЧАСТОТИ**

##### **3.1. Математична модель для розрахунку теплового режиму технологічних середовищ неоднорідного складу в електричному полі надвисокої частоти<sup>5</sup>.**

Використання електромагнітного поля надвисокої частоти (НВЧ) для нагрівання харчових і сільськогосподарських матеріалів – (мікрохвильове нагрівання) широко застосовується в сучасних технологіях агропромислового виробництва. Основа застосування мікрохвильового поля – об'ємне (рівномірне за об'ємом) нагрівання матеріалу, селективність інтенсивності підведення енергії, висока швидкість нагріву та незначна тривалість перехідного процесу дозволяє використовувати його як засіб інтенсифікації у типових теплових (стерилізація, пастеризація) та масообмінних (екстракція, розчинення) процесах. Достатньо ефективним є використання мікрохвильового поля (МХП) для інтенсифікації, найбільш безвідходного методу видобування олій – екстрагування корисних олійних речовин із рослинної сировини в рідкій екстрагент. Оскільки традиційний метод термостатування рідкого екстрагенту енергоємний та інерційний, в плані керування, використовують принцип відбіркового нагрівання системи: «тверда фаза – рідина». Для визначення динамічних параметрів нагріву такої системи в електромагнітному полі НВЧ необхідно мати математичний опис нестационарного процесу зміни температури

---

<sup>5</sup> Наведено за: Котов Б. І., Грищенко В. О., Бандура В. М. Моделювання теплового режиму середовищ неоднорідного складу при мікрохвильовому нагріванні. Енергетика і автоматика. 2018. Вип. 3. С. 49–60.

обох фракцій, який використовують для оцінки умов проведення оптимального режиму тепло- і масообміну в установках періодичної та безперервної дії.

Для визначення динамічних характеристик об'єкте моделювання і наступної автоматизації використано аналітично розрахунковий метод: на основі існуючої інформації [21] про фізичну картину явищ, що відбуваються за взаємодії дисперсного матеріалу (шроту) з рідким середовищем в електричному полі НВЧ складається рівняння теплового балансу в диференціальній формі при наступних спрощуючих (загально прийнятих) припущеннях. Вважаємо, що діелектрики являють собою дрібнодисперсну систему, що складається з двох фаз – твердої (з позначкою 1) і рідкої (з позначкою 2). Першу називають включенням, а другу середовищем. Обидві фази знаходяться в замкненому об'ємі  $V$ , який через огороження (корпус) з поверхнею  $F$  взаємодіє з оточуючим середовищем (зовнішнє повітря). Потужність (теплову), що виділяється в одиниці об'єму визначається за відомою формулою:

$$P_{1,2} = 2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon_{1,2} E_{1,2}, \quad (3.1)$$

де  $f$  – частота, Гц;

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  – електрична стала, Ф/м;

$\varepsilon_{1,2}$  – діелектрична проникність одної і другої фази;

$E_{1,2}$  – напруженість електричного поля, В/м.

Напруженість електричного поля твердої фази і рідкої (на віддалені від твердої) пропорційна [20], тобто:

$$E_1 = \gamma E_2, \quad (3.2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт, що залежить від електричних властивостей середовищ їх геометрії і орієнтації відносно джерела ЕМ випромінювання.

Відповідно до роботи [20] для визначення коефіцієнта  $\gamma$  можна записати:

– включення у вигляді плівок:

$\gamma = 1$ , якщо  $\vec{E}$  паралельно площі плівки;

$\gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ , якщо  $\vec{E}$  перпендикулярно площі плівки;

– циліндричні включення:

$\gamma = 1$ , якщо  $\vec{E}$  паралельно площі включень;

$\gamma = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$ , якщо  $\vec{E}$  перпендикулярно до осі;

– сферичні включення:

$$\gamma = \frac{3\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}.$$

Теплообмін між твердою і рідкою фазами відбувається за законом конвекційної дифузії, тобто  $Nu = 2$ , (де  $Nu = \alpha \frac{d_e}{\lambda_p}$  – критерій Нусельта,  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\lambda_p$  – коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/м;  $d_e$  – характерний розмір частки, м.

Процес теплообміну розглядається в апараті періодичної дії, який представлено, як апарат ідеального змішування. Нагрівання включення (незалежно від форми часток) безградієнтне.

Відповідно до загальної схеми процесу і прийнятих припущеннях запишемо рівняння теплового балансу для кожної фази:

– твердої

$$m_1 c_1 \frac{d\theta}{d\tau} = \alpha f (t - \theta) + P_1, \quad (3.3)$$

– для рідкої

$$m_2 c_2 \frac{dt}{d\tau} = \alpha f (\theta - t) + KF(t_{oc} - t) + P_2, \quad (3.4)$$

де  $m_1, m_2$  – маса твердого включення і середовища, кг;

$c_1, c_2$  – питома теплоємність включення і середовища, Дж/(кг·°С);

$\theta, t$  – температура включення і середовища, °С;

$\alpha, f$  – коефіцієнт теплообміну і поверхня розділу фаз відповідно, Вт/(м<sup>2</sup>·°С)

та м<sup>2</sup>;

$K, F$  – коефіцієнт теплопередачі крізь стінки корпусу і його поверхня, Вт/(м<sup>2</sup>·°C) та м<sup>2</sup>.

Введемо такі позначення:  $T_1 = \frac{m_1 c_1}{\alpha f}$ ;  $T_2 = \frac{m_2 c_2}{\alpha f}$ ;  $k_1 = \frac{P_1}{\alpha f}$ ;  $k_2 = \frac{P_2 - KFt_{oc}}{\alpha f}$ ;

$$k_3 = 1 + \frac{KF}{\alpha f}.$$

Перепишемо рівняння (3.3) і (3.4) у вигляді:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\theta}{d\tau} + \theta - k_1 = t; & (3.3a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 \frac{dt}{d\tau} + k_3 t - k_2 = \theta; & (3.4a) \end{cases}$$

продиференціюємо рівняння (3.4a):

$$\frac{d\theta}{d\tau} = T_2 \frac{d^2 t}{d\tau^2} + k_3 \frac{dt}{d\tau}. \quad (3.5)$$

Підставляючи значення (3.5) і величину  $\theta$  з рівняння (3.4a) до рівняння (3.3a) після перетворень матимемо:

$$T_1 T_2 \frac{d^2 t}{d\tau^2} + (T_1 k_3 + T_2) \frac{dt}{d\tau} + k_3 t = k_1 + k_2, \quad (3.6)$$

або

$$A \frac{d^2 t}{d\tau^2} + B \frac{dt}{d\tau} + Ct = D_1, \quad (3.7)$$

де  $A = T_1 T_2$ ;  $B = T_1 k_3 + T_2$ ;  $C = k_3$ ;  $D_1 = k_1 + k_2$ .

Визначивши похідну  $dt/d\tau$  з рівняння (3.3a) і підставивши її значення разом із значенням  $\theta$  в рівняння (3.4a) після перетворень матимемо:

$$A \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + B \frac{d\theta}{d\tau} + C\theta = D_2, \quad (3.8)$$

де  $D_2 = k_3 k_1 + k_2$ .

Розв'язок диференціальних неоднорідних рівнянь другого порядку отримаємо у вигляді суми однорідного і частинного рівняння:

$$\theta(\tau) = C_1 e^{r_1 \tau} + C_2 e^{r_2 \tau} + \frac{D_2}{C}, \quad (3.9)$$

$$t(\tau) = C_1' e^{r_1 \tau} + C_2' e^{r_2 \tau} + \frac{D_1}{C}, \quad (3.10)$$

де  $r_1, r_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$  – корені характеристичного рівняння.

Сталі інтегрування визначимо з початкових умов:  $\tau = 0$ ;  $t = t_0$ ;  $\theta = \theta_0$ ;

$$dt/d\tau = 0; \quad d\theta/d\tau = 0; \quad C_1 = -r_2 \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)}; \quad C_2 = r_2 \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)}; \quad C_1' = -r_2 \frac{t_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)};$$

$$C_2' = r_2 \frac{t_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)}.$$

Підставляючи значення сталих інтегрування відповідно в рівняння (3.9) та (3.10) після перетворень матимемо:

$$\theta(\tau) = \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_2}{C}, \quad (3.11)$$

$$t(\tau) = \frac{t_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_1}{C}. \quad (3.12)$$

Із співвідношень (3.1) і (3.2) матимемо:

$$P_1 = \bar{\varepsilon} P_2, \quad (3.13)$$

де  $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1''}{\varepsilon_2''} \gamma^2.$

Загальна теплова потужність, що виділена в об'ємі  $V = V_p + V_m$  середовища із включенням дорівнює:

$$P_1 = P_1 + P_2. \quad (3.14)$$

З отриманих співвідношень маємо:

$$P_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon}} P; \quad P_2 = \frac{1}{1 + \varepsilon} P. \quad (3.15)$$

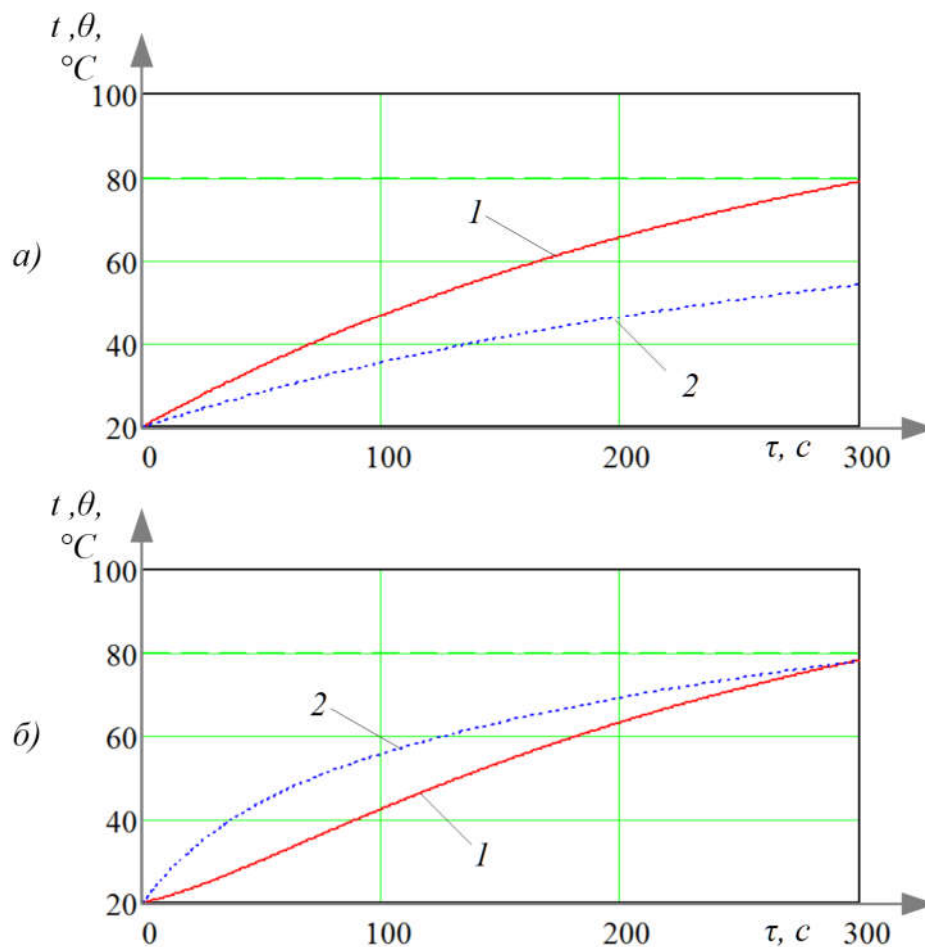
Врахування (3.15) величини  $D_1$  і  $D_2$ , що визначаються через загальну поглинальну потужність  $P$ , або через потужність магнетрону  $N = \eta P$  (де  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії НВЧ – установки):

$$D_1 = \frac{1}{\alpha f} \left( \frac{N}{\eta} - K F t_{oc} \right), \quad (3.16)$$

$$D_2 = \frac{1}{\alpha f} \left( \frac{a\bar{\varepsilon} + 1}{\varepsilon + 1} \frac{N}{\eta} - K F t_{oc} \right). \quad (3.17)$$

Таким чином рівняння (3.11) і (3.12) визначають зміну температури середовища і включення за часом.

На рис. 3.1 наведено графічні залежності (побудовані за вище зазначеними формулами (3.11) і (3.12)) зміни температури рідкого середовища (рис. 3.1а), твердого включення (рис. 3.1б).



**Рис. 3.1. Зміна температури включення (1) і середовища (2) в часі: а)  $P_1 > P_2$ ; б)  $P_1 < P_2$**

Для визначення передатних функцій установки для нагріву (і суміжних операцій) середовищ неоднорідного складу в полі НВЧ, приведемо рівняння (3.7)

і (3.8) до канонічного вигляду (поділивши усі члени рівнянь на коефіцієнт  $C$  і застосовуючи до них перетворення Лапласа при нульових початкових умовах отримаємо рівняння в операторній формі:

$$\left((T_1')^2 p^2 + T_2' p + 1\right)\theta(p) = k_1 N(p) + k_2 t_{oc}(p), \quad (3.18)$$

$$\left((T_1')^2 p^2 + T_2' p + 1\right)t(p) = k_3 N(p) + k_4 t_{oc}(p). \quad (3.19)$$

Звідки визначимо передатні функції за каналами керування  $F_1'(N)$  і збурення  $F_2'(t_{oc})$ :

$$W_1(p) = \frac{\theta(p)}{N(p)} = \frac{k_1}{(T_1')^2 p^2 + T_2' p + 1}, \quad (3.20)$$

$$W_2(p) = \frac{t(p)}{N(p)} = \frac{k_3}{(T_1')^2 p^2 + T_2' p + 1}, \quad (3.21)$$

$$W_3(p) = \frac{\theta(p)}{t_{oc}(p)} = \frac{k_2}{(T_1')^2 p^2 + T_2' p + 1}, \quad (3.22)$$

$$W_4(p) = \frac{t(p)}{t_{oc}(p)} = \frac{k_4}{(T_1')^2 p^2 + T_2' p + 1}. \quad (3.23)$$

В рівняннях (3.20) – (3.23) позначено:

$$T_1' = \frac{A}{C}; T_2' = \frac{B}{C}; k_1 = \frac{1}{\alpha f \eta}; k_2 = -\frac{KF}{\alpha f}; k_3 = \frac{a\bar{\varepsilon} + 1}{\alpha f(\varepsilon + 1)\eta}; k_4 = k_2.$$

Структурна схема об'єкта керування представлена на рис. 3.2.

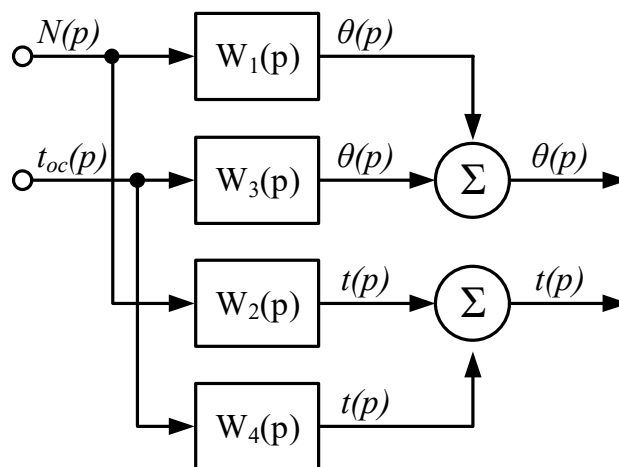


Рис. 3.2. Структурна схема об'єкта керування

Отримані математичні моделі і розрахункові аналітичні залежності дозволяють визначити, динаміку нагріву (час нагрівання до заданої і кінцевої температури), в залежності від параметрів електромагнітного поля і властивостей матеріалу. Структурна схема і передатні функції дозволяють вибрати, синтезувати систему автоматичного керування температурним режимом.

### **3.2. Математичний опис та ідентифікація режимів функціонування екстракторів з мікрохвильовим підведенням енергії<sup>6</sup>.**

Основною технологією вилучення олійних речовин із олієвмісної сировини (насіння ріпаку, сої, соняшника, тощо) є використання процесу пресування. Як наслідок, отриманий шрот містить значну кількість олії, яку можна вилучити лише шляхом екстрагування. Процес екстрагування олійних компонентів із шроту досить повільний. Підвищити інтенсивність процесу екстракції нагріванням розчину парою призводить до збільшення енерговитрат і металоємності конструкцій апаратів. Ефективним і перспективним напрямком раціональної в плані ресурсозбереження, організації процесу екстракції є використання бародифузійних мікрохвильових технологій, тобто застосування електромагнітного поля надвисокої частоти (ЕМП НВЧ) безпосередньо в процесах екстрагування тверди дисперсної сировини в розчинах.

В основі досліджень використано аналітично-розрахункові методи на основі декомпозиції математичного опису на моделі мікро- і макрорівня. Для опису кінетики на першому рівні використані моделі загальної теорії тепло- і масо переносу О.В. Ликова [78], на другому рівні на основі отриманих рівнянь кінетики сформульовані моделі процесів екстракції в апаратах періодичної і безперервної дії.

Відповідно до загальної теорії тепло- і масо переносу в капілярно-пористому тілі при підведенні теплоти (внутрішньому або зовнішньому),

---

<sup>6</sup> Наведено за: Бандура В. М., Котов Б. І., Калініченко Р. А. Математичні моделі режимів функціонування екстракторів з мікрохвильовим підведенням теплоти. Енергетика і автоматика. 2018. Вип. 5. С. 183–194.

загальна зміна вологовмісту (масової концентрації речовини в твердому тілі) відбувається в результаті переносу рідкої фази і фазового перетворення рідини в пару [78]. Для нестационарного поля вологовмісту (або концентрації) матеріалу, при нехтуванні величиною потоку термовологопровідності (яка набагато менша за інші складові масопереносу [78]) справедливе диференціальне рівняння у вигляді:

$$\rho_0 \frac{\partial U}{\partial \tau} = \rho_0 a_m \nabla^2 U + \rho_0 \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad (3.24)$$

або враховуючи, що об'ємна концентрація  $C = \rho_0 U$ , отримаємо:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \nabla^2 C + \varepsilon \frac{\partial C}{\partial \tau}; \quad (3.24a)$$

де  $U, C$  – масова і об'ємна концентрація цільового компонента в матеріалі;

$a_m, D$  – коефіцієнт дифузійного масо переносу (дифузії);

$\rho_0$  – густина абсолютно сухої речовини;

$\varepsilon$  – критерій фазового переходу (зміна вологовмісту у вигляді пари до рідкої вологи);

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (y - \text{поточна координата}).$$

Друга складова рівняння (3.24) враховує зміну концентрації речовини в капілярах тіла за рахунок фазового перетворення (пароутворення). Утворення парової фази під дією мікрохвильового поля, підвищує тиск в пароводяній суміші, що інтенсифікує переміщення рідкої фази до поверхні. Для врахування і кількісної оцінки впливу ЕМП НВЧ на процес переносу бародифузиею екстрактивних речовин розглянемо тепловий баланс частинки екстрагуємого матеріалу. Енергія мікрохвильового випромінювання, частина якої виділяється в об'ємі частинки  $P d\tau$  витрачається на нагрівання речовини (скелет плюс рідина  $m_0 c d\theta$ ) і на перетворення частинки рідини ( $\varepsilon \cdot m_0 d\theta$ ) в пару, що можна виразити рівнянням теплового балансу:

$$P_V d\tau = m c_m d\theta + r m_0 \varepsilon dU, \quad (3.25)$$

де  $m_0 = V\rho_0$  ( $V$  – об'єм матеріалу).

Для визначення залежності інтенсивності пароутворення від теплової потужності внутрішнього джерела теплоти скористаємося визначенням критерію Косовича в модифікованому вигляді, а саме:

$$Ko' = \frac{rdU}{c_w d\theta}; \quad (3.26)$$

де  $c_w$  – питома теплоємність рідкої фази.

В такій формі запису число  $Ko'$  визначає відношення теплоти пароутворення рідини в пару до теплоти нагріву цієї рідини до стану пароутворення. Із співвідношення (3.26) отримаємо:

$$Ko' \frac{c_w d\theta}{rd\tau} = -\frac{dU}{d\tau}; \quad \frac{d\theta}{d\tau} = -\frac{r}{c_w Ko'} \frac{dU}{d\tau} \quad (3.27)$$

Підставляючи отримані значення в рівняння (3.25) після перетворень матимемо:

$$-\frac{dU}{d\tau} = \frac{P}{r \left( \frac{mc}{c_w Ko'} + m_0 \varepsilon \right)}. \quad (3.28)$$

Або через об'ємну концентрацію:

$$-\frac{dC}{d\tau} = \frac{P\rho_0}{r \left( \frac{mc}{c_w Ko'} + m_0 \varepsilon \right)}. \quad (3.29)$$

Підставляючи значення (3.29) в рівняння (3.24а) після перетворень матимемо:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D\nabla^2 C + \varepsilon' \frac{P\rho_0}{r \left( \frac{mc}{c_w Ko'} + m_0 \varepsilon' \right)}. \quad (3.30)$$

Для частинки матеріалу (або елементарного об'єму матеріалу) у формі необмеженої пластини рівняння (3.30) набуває вигляду:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D\nabla^2 C + q_m; \quad (3.31)$$

де  $q_m = \varepsilon' \frac{P\rho_0}{r\left(\frac{mc}{c_w Ko'} + m_0 \varepsilon'\right)}$  – інтенсивність утворення парової фази.

Як показано в роботах [14] при інтенсивному нагріві тіла виникає бародифузійний ефект «видавлювання» рідкої фази з капілярів, який в роботах [93] враховується термомеханічним коефіцієнтом  $\chi$ .

Величина термомеханічного коефіцієнта зв'язана з коефіцієнтом фазового перетворення співвідношенням [93]:

$$\varepsilon' = (1 - \chi)\varepsilon; \quad \chi = 1 - \frac{T^*}{KoU^*}; \quad T^* = \frac{\theta - \theta_0}{t_p - \theta_0}; \quad U^* = \frac{U_0 - U}{U_0 - U_p}. \quad (3.32)$$

Отримане рівняння (3.31) за своєю структурою ідентичне диференціальному рівнянню теплопровідності необмеженої пластини з внутрішнім джерелом безпереводючих тепловиділень, і за граничних умов I-III роду з відомим розв'язком [78].

Граничні умови при екстракції твердого тіла в рідкому екстрагенті прийнято [78] задавати для конвективного масообміну, тобто III роду:

$$-D\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right) + \beta(C - C_p) = 0, \quad (3.33)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт масообміну;

$C_p$  – концентрація екстрагуємої речовини в розчині.

Розв'язок рівняння (3.31) при граничних умовах (3.33) і початкових умовах:  $\tau = 0; C = C_0; \frac{\partial C}{\partial x} = 0$  можна записати за аналогією з [111] у вигляді:

$$\frac{C(x, \tau) - C_p}{C_0 - C_p} = \frac{1}{2} + \frac{Po_m}{2} \left(1 - \frac{x^2}{R^2} + \frac{2}{Bi_m}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{Po_m}{\mu_n^2}\right) A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) e^{-\mu_n^2 Fo_m}, \quad (3.34)$$

де  $Po_m = \frac{a_m R^2}{D(C_0 - C_p)}$  – критерій Померанцева масообмінний (дифузійний);

$Fo_m = \frac{D}{R^2} \tau$  – критерій Фур'є масообмінний;

$2R$  – товщина пластини;

$Bi_m = \frac{\beta}{D} R$  – критерій Біо масообмінний.

Рівняння (3.34) описує розподіл концентрації за товщиною пластини в будь-який момент часу.

Зміна в часі середньої за перерізом частинки концентрації цільового компонента, що визначає кінетику екстракції отримують з рівняння (3.34) при використанні очевидного співвідношення –  $\bar{C} = \frac{1}{R} \int_0^R C(x, \tau) dx$ .

Інтегруючи отримане рівняння (3.34) матимемо:

$$\frac{\bar{C}(\tau) - C_p}{C_0 - C_p} = \frac{Po_m}{3} \left( 1 + \frac{3}{Bi_m} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po_m}{\mu_n^2} \right) B_n e^{-\mu_n^2 \frac{D}{R^2} \tau}. \quad (3.35)$$

В рівняннях (3.34) і (3.35) позначено:  $A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}$ ;

$B_n = \frac{A_n \sin \mu_n}{\mu_n}$ ;  $\mu = Bi_m \operatorname{ctg} \mu$  – корні характеристичного рівняння.

Швидкість екстракції (зміни концентрації речовини в твердому тілі) отримують диференціюванням рівняння (3.35) за часом, попередньо обмежившись, розглядом одного (першого) члена ряду ( $B_n = B_1$ ,  $\mu_n = \mu_1$ ):

$$\frac{\bar{C}(\tau) - C_p}{C_0 - C_p} = \frac{Po_m}{3} \left( 1 + \frac{3}{Bi_m} \right) - \left( 1 + \frac{Po_m}{\mu_1^2} \right) B_1 e^{-\mu_1^2 \frac{D}{R^2} \tau}. \quad (3.36)$$

Продиференціювавши рівняння (3.36) за часом, матимемо:

$$-\frac{d\bar{C}(\tau)}{d\tau} = (C_0 - C_p) \mu_1^2 \frac{D}{R^2} B_1 e^{-\mu_1^2 \frac{D}{R^2} \tau}. \quad (3.37)$$

Виключивши з рівняння (3.36) і (3.37) складову  $B_1 \Delta C e^{-\mu_1^2}$  (де  $\Delta C = C_0 - C_p$ ), отримаємо після перетворень:

$$-\frac{d\bar{C}(\tau)}{d\tau} = K_E(C(\tau) - C_p) + Q_m, \quad (3.38)$$

де  $Q_m = \frac{q_m R^2}{D} \left(1 + \frac{3}{Bi_m}\right)$ ,  $K_E = \mu_1^2 \frac{D}{R^2}$  – коефіцієнт екстракції.

Концентрація речовини в розчині є змінною величиною.

Кінетика масо передачі в процесі екстракції (змінна концентрація розчину в часі), як відомо [92] визначається рівнянням:

$$\frac{dC_p(\tau)}{d\tau} = \beta F_V (C(\tau) - C_p(\tau)), \quad (3.39)$$

де  $C(\tau)$ ,  $C_p(\tau)$  – середньо об'ємні значення концентрації цільового компонента в твердому тілі і розчині,  $F_V = F/V$  – питома об'ємна поверхня розділу фаз.

Розв'язуючи рівняння (3.38) і (3.39) як замкнену систему, за початкових умов:  $\tau = 0$ ,  $C = \bar{C}_0$ ,  $C_p = \bar{C}_{p0}$ , (де  $\bar{C}_0$ ,  $\bar{C}_{p0}$  – значення концентрації на початку процесу) після відповідних перетворень отримаємо рівняння кінетики екстракції: змін в часі середньо об'ємних концентрацій твердої фази і розчину:

$$C(\tau) = C_0 - \frac{K_E}{K} Q_m \tau - \frac{K_E}{K} \left( \frac{Q_m}{K} - \Delta C_0 \right) (1 - e^{-K\tau}), \quad (3.40)$$

$$C_p(\tau) = C_{p0} - \frac{\beta F_V}{K} Q_m \tau - \frac{\beta F_V}{K} \left( \frac{Q_m}{K} - \Delta C_0 \right) (1 - e^{-K\tau}), \quad (3.41)$$

де  $K = K_E + \beta F_V$ .

В екстракторі безперервної дії концентрація змінюється в робочому об'ємі апарату не тільки в часі, а і за координатою в напрямку руху потоків (вісь  $OY$ ), що треба враховувати в розрахунках.

Розкривши повні диференціали:  $dC = \frac{\partial C}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial C}{\partial y} dy$  і врахувавши, що

$\frac{dy}{d\tau} = v$  – швидкість переміщення, перепишемо рівняння (3.38) і (3.39) у вигляді:

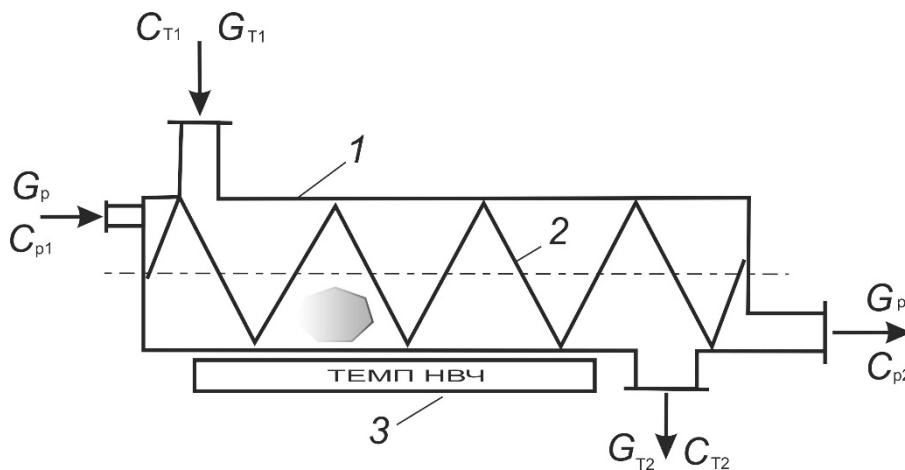
$$-\left( \frac{\partial C}{\partial \tau} + v_T \frac{\partial C}{\partial y} \right) = K_E (\bar{C} - C_p) + Q_m, \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial C_p}{\partial \tau} + v_p \frac{\partial C_p}{\partial y} = \beta F (\bar{C} - C_p) + Q_m, \quad (3.43)$$

де  $v_p, v_T$  – швидкість переміщення рідкої та твердої фаз.

Розглянемо стаціонарний режим процесу екстракції, коли в кожній точці робочого об'єму камери концентрація речовини в обох фазах (твердої  $C(y)$  і рідкої  $C_p(y)$ ) в часі не змінюється і можна прийняти:  $\frac{dC}{d\tau} = \frac{dC_p}{d\tau} = 0$ .

Розглянемо стаціонарний (встановлений) режим роботи екстрактора безперервної дії за схемою (рис. 3.3) [5].



**Рис. 3.3. Розрахункова схема прямооточного екстрактора з мікрохвильовим генератором (1 – корпус; 2 – транспортуючий шнек; 3 – генератор електромагнітного поля надвисокої частоти)**

З рівняння (3.42) – (3.43) матимемо:

$$-v_T \frac{d\bar{C}}{dy} = K_E (\bar{C} - C_p) + Q_m, \quad (3.44)$$

$$v_p \frac{dC_p}{dy} = \beta F_V (\bar{C} - C_p) + Q_m. \quad (3.45)$$

Для практичних розрахунків доцільніше використовувати не швидкості руху взаємодіючих фаз, а їх об'ємні витрати. Використовуючи очевидні співвідношення:  $G_p = v_p S_k \varepsilon$ ,  $G_T = v_T S_k (1 - \varepsilon)$  (де площа поперечного перерізу

каналу,  $\varepsilon$  – переріз шару твердого компонента,  $G_p$  і  $G_T$  – об'ємні витрати твердої і рідкої фази). Запишемо рівняння у вигляді системи:

$$\begin{cases} -G_T L \frac{d\bar{C}}{dy} = K_E (\bar{C} - C_p) + Q_m; \\ G_p L \frac{dC_p}{dy} = \beta F_V (\bar{C} - C_p) + Q_m; \end{cases} \quad (3.46)$$

де  $L$  – довжина каналу робочої зони.

Звивши рівняння системи (3.46) до одного:

$$A \frac{d^2 C_p}{dy^2} + B \frac{dC_p}{dy} = D, \quad A = T_1 T_2, \quad B = T_1 - T_2, \quad D = b_2 - b_1. \quad (3.47)$$

$$\text{де } T_1 = \frac{G_T L}{K_E}; \quad T_2 = \frac{G_p L}{\beta F}; \quad b_1 = \frac{Q_m}{K_E}; \quad b_2 = \frac{Q_m}{\beta F}.$$

Розв'язуючи рівняння (3.47) при граничних умовах:  $y=0$ ;  $C_p = C_{p1}$ ;

$$\frac{dC_p}{dy} = \frac{\beta F}{C_p L} (\bar{C}_1 - C_{p1}), \quad \text{де } \bar{C}_1, C_{p1} - \text{концентрації речовин у твердій і рідкій фази}$$

на вході в канал. Після перетворень отримаємо:

$$C_p(y) = \frac{b_2 - b_1}{T_1 + T_2} y + \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \left[ \frac{b_2 - b_1}{T_1 + T_2} - \frac{\beta F}{G_p L} (\bar{C}_1 - C_{p1}) \right] e^{-\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} y}. \quad (3.47)$$

Таким чином система рівнянь (3.40) – (3.41) описує процес екстракції твердодисперсної сировини при дії джерела електромагнітного поля надвисокої частоти в апаратах періодичної дії. Для конкретизації об'ємів взаємодіючих фаз використовується балансове рівняння у вигляді:

$$V_p dC_p = -V_T d\bar{C}; \quad (3.48)$$

або після інтегрування матимемо:

$$V_p (C_{p2} - C_{p1}) = -V_T (\bar{C}_1 - \bar{C}_2); \quad (3.49)$$

де  $V_p, V_T$  – об'єми рідкої і твердої фаз;

$C_1, C_{p1}, C_2, C_{p2}$  – початкові і кінцеві значення концентрацій.

Рівняння (3.47) описує розподіл концентрації цільового компонента екстрагенту в робочій камері екстрактора. Значення кінцевої концентрації на виході з апарату отримують підстановкою  $y=L$ . Величина  $D$  визначає значення "рівноважної" концентрації цільової речовини в твердій і рідкій фазі яке може бути досягнене за даних параметрів процесу. При цьому  $C_{p2} = \bar{C}_2$ .

Рівняння (3.40), (3.41) і (3.49) можуть бути використані при ідентифікації параметрів процесу ( $K_E, \beta F, Q_m$ ) за даними експериментів використовуючи методику [38].

Розроблена теоретична математична модель процесу екстракції у електромагнітному полі надвисокої частоти, що дозволяє її використовувати для опису процесів масообміну в твердій і рідкій фазі олійвмісного матеріалу. Отримані наближені розв'язки наведених теоретичних математичних моделей дозволяють ідентифікувати процеси масопереносу в екстракторах з мікрохвильовим підведенням теплоти для подальшого визначення оптимальних режимів функціонування екстракторів з точки зору енерго-ресурсозбереження і якості кінцевого продукту.

На основі отриманих співвідношень диференціальне рівняння масопереносу екстрагованої речовини набуває вигляду:

$$\rho_0 \frac{du}{d\tau} = a_m \nabla^2 u \rho_0 + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau} \rho_0 + \varepsilon' \frac{\partial u}{\partial \tau} \rho_0, \quad (3.50)$$

де  $\varepsilon$  – визначає відношення речовини, що видається у вигляді пари, до усієї речовини, що видаляється;

$\varepsilon'$  – відношення крапельної речовини, що видаляється під тиском утвореної пари;

$\rho_0$  – густина сухої речовини твердого тіла, кг/м<sup>3</sup>;

$a_m$  – коефіцієнт масопровідності, м<sup>2</sup>/с;

$u$  – масова концентрація екстрагованої речовини в твердому тілі, кг/кг<sub>с.р.</sub>.

В рівнянні (3.50) перший член правої частини визначає дифузійну складову переносу екстрагованої речовини, другий джерело потоку парової фази і третій – джерело паро-рідинного потоку.

Перенесемо останню складову у ліву частину рівняння (3.50) і із врахуванням  $\rho_0 u = c$  перепишемо рівняння (3.50) у вигляді:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D_e \nabla^2 u + \varepsilon \frac{\partial c}{\partial \tau}, \quad (3.51)$$

де  $D_e = D(1 - \varepsilon')^{-1}$  – ефективний коефіцієнт дифузії враховує перенос рідкої фази речовин;

$c$  – об'ємна концентрація екстрагованої речовини в твердому тілі, кг/м<sup>3</sup>.

Рівняння переносу теплоти в твердому капілярно-пористому тілі заповненому екстрагованою речовиною при наявності внутрішнього джерела енергії можна записати у вигляді рівняння теплопровідності О. Ликова:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 \theta + r \varepsilon' \frac{\rho_0}{c_m} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{q_v}{c_m \rho_0}. \quad (3.52)$$

З урахуванням зміни маси в часі  $\frac{du}{d\tau} = \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$ , (величина  $\frac{du}{d\tau}$  – негативна

так як  $u$  зменшується за часом) рівняння (3.52) можна переписати у вигляді:

$$c \rho_0 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - r \rho_0 \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \lambda \nabla^2 \theta + q_v, \quad (3.53)$$

або

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \left( c \rho_0 - r \rho_0 \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = \lambda \nabla^2 \theta + q_v, \quad (3.53a)$$

де  $\rho_0 \left( c - r \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = c_e^x$  – ефективна масова теплоємність тіла.

Використовуючи критерії Ребіндера  $Rb = \frac{cd\theta}{rdu} \left( \frac{du}{d\theta} = \frac{c}{rRb} \right)$  і Косовича

$$Ko = \frac{rdu}{cd\theta} \left( \frac{du}{d\tau} = \frac{c}{r} Ko \frac{d\theta}{d\tau} \right).$$

Перепишемо рівняння (3.53a) у більш компактному вигляді:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_e \nabla^2 \theta - \frac{q_v}{c \rho_0}, \quad (3.54)$$

де  $q_m = \varepsilon \rho_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}$  – джерело потоку речовини у вигляді пари.

Заміною  $\frac{du}{d\tau} = \frac{c}{r} Ko \frac{d\theta}{d\tau}$  отримаємо диференціальне рівняння дифузії у

вигляді:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D_{ef} \nabla^2 c + \varepsilon \rho \frac{c}{r} Ko \frac{\partial \theta}{\partial \tau}. \quad (3.55)$$

Величина  $\varepsilon \rho \frac{c}{r} Ko \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$  має розмірність (кг/(м<sup>3</sup>·с)) і характеризує внутрішньооб'ємний потік маси пари ініційований швидкістю зміни температури.

Для ідентифікації параметрів масопереносу в процесі екстракції при дії мікрохвильового поля, відповідно до алгоритму бажано мати одну залежність у формі рівняння масопровідності.

Величина  $q_m = \varepsilon \rho_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}$  – визначає кількість пари екстрагованої речовини, що виділяється в об'ємі тіла в одиницю часу.

Швидкість пароутворення можна визначити з рівняння теплового балансу для частинки масою  $m$ , яка нагрівається «в контактi» з екстрагентом електромагнітним полем» потужністю  $P$  – теплота виділена в об'ємі частинки рослинного матеріалу витрачається на нагрівання капілярно-пористого тіла, випаровування рідкої фази і передається конвекцією в об'єм екстрагента:

$$P_m = m_m c_m \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \varepsilon m_0 r \frac{\partial u}{\partial \tau} + \alpha f(\theta - t_p). \quad (3.56)$$

Аналогічне рівняння запишемо для об'єму екстрагента:

$$P_p = V_p \rho_p c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} - \alpha f(\theta - t_p). \quad (3.57)$$

Складаючи рівняння (3.56) і (3.57) матимемо:

$$P_m + P_p = m_m c_m \frac{d\theta}{d\tau} - m_0 r \frac{du}{d\tau} + m_p c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = N \eta, \quad (3.58)$$

де  $N, P_m, P_p$  – потужність магнетрона, тепловиділень в екстрагованому матеріалі та розчині;

$\eta$  – коефіцієнт корисної дії установки електромагнітного випромінювання;

$m_m, m_p$  – маса матеріалу і розчину;

$m_0$  – маса сухої частини матеріалу;

$V_p, \rho_p$  – об'єм і густина екстрагента;

$\alpha, f$  – коефіцієнт і поверхня теплообміну між фазами;

$t_p$  – температура розчинника.

У рівнянні (3.58) складова  $m_p c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = P'_p$  чисельно дорівнює потужності тепловиділень в об'ємі (масі) екстрагента при нехтуванні втратами теплоти в оточуюче середовище.

Використовуючи заміну швидкості нагріву тіла (похідну температуру в часі) очевидним співвідношенням:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{r}{c_m} Rb \frac{du}{d\tau}, \quad (3.59)$$

після перетворень отримаємо:

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{Nr - P'_p}{(m_m Rb + \varepsilon m_0)r}. \quad (3.60)$$

Підставляючи значення (3.60) в рівняння (3.55) матимемо:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D_{ef} \nabla^2 c + \frac{(Nr - P'_p)\varepsilon\rho}{(m_m Rb + \varepsilon m_0)r}. \quad (3.61)$$

Таким чином отримане диференціальне рівняння дифузії екстрагованої речовини в капілярно-пористому тілі при дії мікрохвильового поля:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D_{ef} \nabla^2 c + q_m. \quad (3.61a)$$

За своєю структурою рівняння (3.61a) аналогічне рівнянню теплопровідності тіла з внутрішнім джерелом теплоти розв'язок якого відомий.

Задаючи початкові і граничні умови III роду для тіла у формі необмеженої пластини завдовжки  $2R$  запишемо (при  $\tau = 0$ ;  $\frac{\partial c}{\partial x} = 0$ ;  $c = c_0$ ;  $x = R$ ;  $-R < x < +R$ ) рівняння:

$$\frac{\partial c(x, \tau)}{\partial \tau} = D_{ef} \frac{\partial^2 c(x, \tau)}{\partial x^2} + q_m; -D_{ef} \left( \frac{\partial c(R, \tau)}{\partial x} \right)_n + \beta(c_p - c) = 0. \quad (3.62)$$

Розв'язок системи (3.62) при  $q_m^v = const$  за аналогією з рівнянням теплопровідності отримаємо у вигляді:

$$\frac{c(x, \tau) - c_p}{c_0 - c_p} = \frac{Po'}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{R^2} + \frac{2}{Bi_m} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po'}{\mu_n^2} \right) A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} e^{-\mu_n^2 Fo_m}, \quad (3.63)$$

де  $Po' = \frac{q_m R^2}{D_{ef}(c_p - c_0)}$  – критерій Померанцева, масообмінний;

$Fo_m = \frac{D_{ef}}{R^2} \tau$  – критерій Фур'є;

$Bi_m = \frac{\beta R}{D_{ef}}$  – критерій Біо масообмінний.

Для середнього значення концентрації екстрагованої речовини:

$$\bar{c}(\tau) = \frac{1}{R} \int_0^R c(x, \tau) dx, \quad (3.64)$$

кінетична залежність визначається рівнянням:

$$\frac{\bar{c}(\tau) - c_p}{c_0 - c_p} = \frac{Po'}{3} \left( 1 + \frac{3}{Bi_m} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po'}{\mu_n^2} \right) B_n e^{-\mu_n^2 Fo_m}. \quad (3.65)$$

В рівняннях (3.63) і (3.65) позначено:

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}; B_n = A_n \frac{\sin \mu_n}{\mu_n}, \quad (3.66)$$

де  $\mu_n = Bi_m \operatorname{ctg} \mu_n$  – корені характеристичного рівняння.

Для визначення зміни середнього значення концентрації екстрагованої речовини з «елементарної» частинки за даними експериментів (кінетика екстракції) скористуємося рівнянням матеріального балансу:

$$V_m(c_0 - \bar{c}) = V_p(c_p - c_{p0}), \quad (3.67)$$

де  $V_m = \frac{m_m}{\rho_m}$ ;  $V_p = \frac{m_p}{\rho_p}$  – об'єм твердої і рідкої фази.

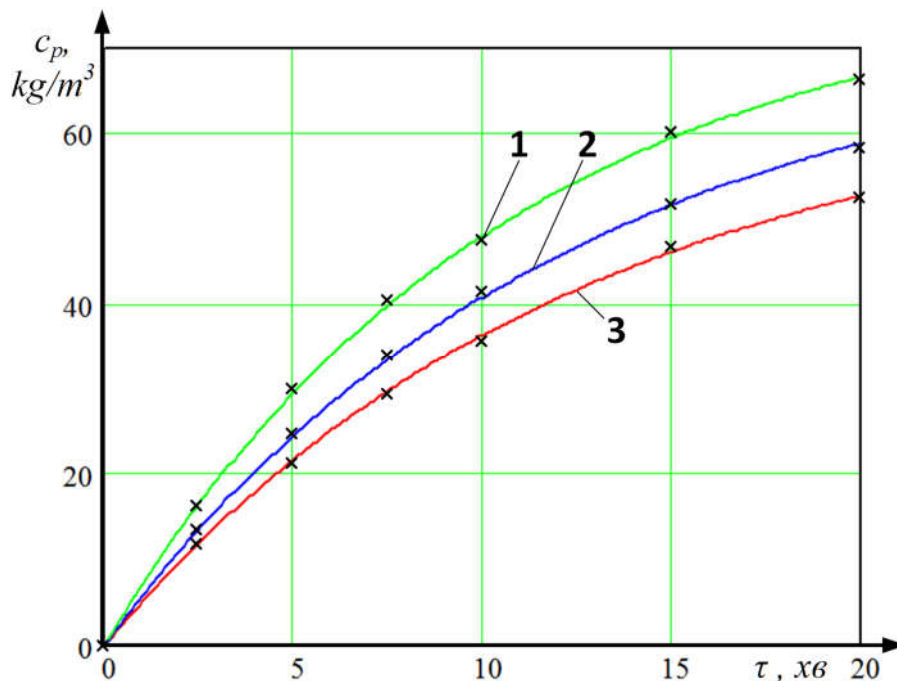
Використовуючи поняття гідромодуля  $n = \frac{V_m}{V_p} = \frac{m_m \rho_p}{\rho_m m_p}$  і враховуючи, що

початкова концентрація екстрагованої речовини ( $c_{p0}$ ) дорівнює нулю з рівняння (3.67) отримаємо:

$$\bar{c}(\tau) = \bar{c}_0 - \frac{1}{n} c_p(\tau), \quad (3.68)$$

де  $c_p(\tau)$  – зміна в часі концентрації речовини в екстрагенті.

За результатами експериментальних досліджень отримано кінетичні залежності зміни концентрації в екстрагенті (рис. 3.4).



**Рис. 3.4. Залежність концентрації олії в розчині від часу при екстрагуванні макухи ріпаку в мікрохвильовому полі потужністю: 1 – 425 Вт; 2 – 225 Вт; 3 – 127 Вт; за даними експерименту (x) та за формулою (-)**

Для зменшення впливу випадкових та систематичних похибок, які виникають при проведенні експериментів на результат ідентифікації (визначення

коефіцієнтів рівняння (3.62), (3.65) експериментальні данні апроксимуємо залежністю у вигляді:

$$\bar{c}_p(\tau) = c_{p\infty} (1 - e^{-k\tau}), \quad (3.69)$$

де  $c_{p\infty}$  – величина встановленого (рівноважного) значення концентрації, кг/м<sup>3</sup>;

$k$  – коефіцієнт екстракції по екстрагенту, 1/с.

Параметри експериментальної кінетики наведено в таблиці 1.

**Таблиця 1 – Таблиця значень коефіцієнтів рівняння (3.69)**

N, Вт	$c_{p\infty}$ , кг/м <sup>3</sup>	k, 1/хв	$t_{p\infty}$ , °С
127	66.0	0.080	78.3
225	73.0	0.082	78.3
425	78.3	0.095	78.3

Підставляючи (3.69) в (3.68) отримаємо рівняння кінетичної залежності зміни концентрації олії в насінневому матеріалі (ріпак):

$$\bar{c}(\tau) = c_0 - \frac{1}{n} c_{p\infty} (1 - e^{-k\tau}). \quad (3.70)$$

Графічну залежність побудовану за формулою (3.70) наведено на рис. 3.5; для потужності генератора мікрохвильового поля: 127, 225, 425 Вт.

Для ідентифікації рівняння дифузії з внутрішнім джерелом цільового компоненту необхідно мати інформацію про початкові (наближені) значення коефіцієнтів, які входять в рівняння (3.61а) та (3.65). Величини коефіцієнтів  $D_{ef}$  і  $\beta$  визначені із довідкової літератури.

Для визначення (в першому наближені) кількісного значення внутрішнього джерела видалення рідкої фази під дією мікрохвильового поля  $q_m(N)$  за даними експерименту використаємо рівняння (3.65). Обмежившись першим членом ряду (так, як ряд швидко сходиться і зробивши певні перетворення за О. Ликовим отримаємо спрощене рівняння кінетики екстракції

твердого тіла (за аналогією кінетики сушіння) з джерелом видалення рідкої фази екстрагованої речовини у вигляді:

$$-\frac{d\bar{c}(\tau)}{d\tau} = k_e(\bar{c}(\tau) - c_p(\tau)) - Q_m, \quad (3.71)$$

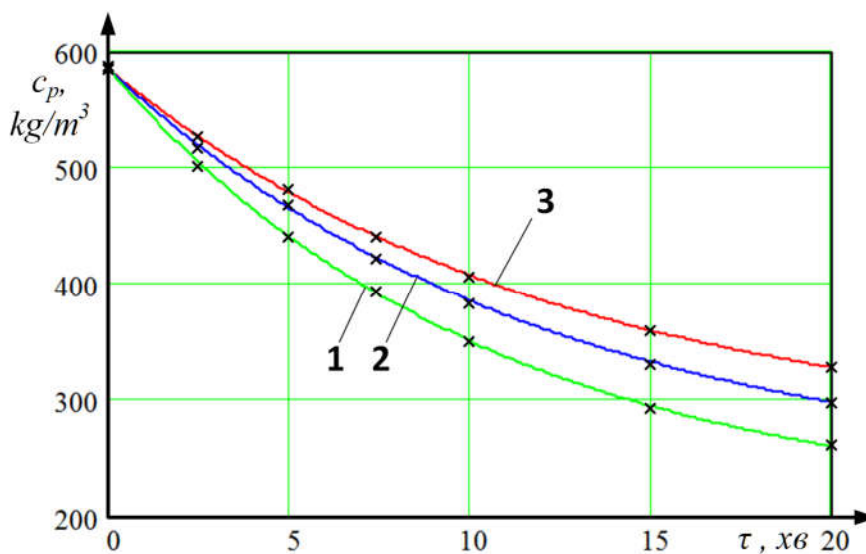
де  $k_e = \mu_1^2 \frac{R^2}{D_{ef}}$  – коефіцієнт екстракції;

$$Q_m = q_m \mu_1^2 \left( 1 + \frac{3}{Bi_m} \right);$$

$$\mu_1^2 = 2.363 Bi_m - 1.398;$$

$$\bar{c}_p(\tau) = n(c_0 - c(\tau));$$

$$n = \frac{V_m}{V_p}.$$



**Рис. 3.5. Зміна концентрації макухи ріпаку при екстракції в спирті при потужності мікрохвильового генератора: 1 – 127 Вт; 2 – 225 Вт; 3 – 425 Вт**

Розв'язок рівняння (3.71) за початкової умови:  $\tau = 0$ ;  $\bar{c} = c_0$  отримаємо у вигляді:

$$\bar{c}(\tau) = B - (B - c_0)e^{-k_e(1+n)\tau}, \quad (3.72)$$

$$\text{де } B = \frac{1}{1+n} \left( n c_0 + \frac{Q_m}{k_e} \right).$$

З аналізу залежності (3.72) випливає, що формально величина  $B$  дорівнює значенню концентрації цільового компонента твердої фази у встановленому режимі (кінцева, рівноважна концентрація  $\bar{c}_\infty$ ), значення якої визначення з рівняння (3.68):

$$\bar{c}_\infty = \bar{c}_0 - \frac{V_p}{V_m} \bar{c}_{p\infty} = B, \quad (3.73)$$

де  $\bar{c}_{p\infty}$  – кінцеве (встановлене) значення концентрації екстрагента (визначається з графіку (рис. 3.5) кінетики екстрагента).

Величина  $k_e(1+n)$  дорівнює зворотній величині сталої часу «перехідного процесу», що визначається експоненційною кривою і може бути оцінено із властивостей експоненти (криві розгону динамічного об'єкта).

### **3.3. Математичний опис та ідентифікація тепломасопереносу в рослинному дисперсному матеріалі при сушінні та нагріванні електромагнітним полем надвисокої частоти<sup>7</sup>.**

В системі заходів, які забезпечують тривале збереження врожаю зернових і олійних культур, важливе місце займає сушіння. До процесу сушіння і зерносушильних установок на сучасному етапі висуваються нові вимоги підвищення якості продукту, що висушується, енерго- і ресурсо-економічності та екологічності проведення процесу сушіння. Найбільш розповсюджені зерносушильні установки з конвективним підведенням теплоти до матеріалу мають коефіцієнт корисної дії (тепловий) порядку 39...42 %, а можливості інтенсифікації обмежені технологічними (температура нагріву матеріалу) і енергетичними (збільшення питомих витрат сушильного агента вимогами до технічних засобів. Покращення складної ситуації, що склалася в питаннях

<sup>7</sup> Наведено за: Котов Б. І., Грищенко В. О., Бандура В. М. Моделювання теплового режиму середовищ неоднорідного складу при мікрохвильовому нагріванні. Енергетика і автоматика. 2018. Вип. 3. С. 49–60.

подальшого вдосконалення сушильного парку зерно продукуючих господарств може бути досягнуто застосуванням принципів адресного підведення енергії безпосередньо до матеріалу без проміжних теплоносіїв або ж у комбінації з ними.

Одним із таких напрямків інтенсифікації процесу сушіння є використання електромагнітного поля надвисокої частоти (ЕМП НВЧ) – мікрохвильове підведення енергії (мікрохвильовий нагрів). Цей спосіб забезпечує рівномірний об'ємний нагрів зернового матеріалу з утворенням декількох градієнтів переносу, що мають одно направлену спрямованість, що суттєво інтенсифікує видалення вологи. Однак обмежує застосування даного методу висока вартість обладнання, що його реалізує і невисока потужність високочастотних установок. Тому суттєвого ефекту можна очікувати при комбінованих методах використання ЕМП НВЧ в спеціалізованих сушильних установках, наприклад, для сушіння насінневого матеріалу.

Враховуючи, що специфіка мікрохвильового сушіння вивчена недостатньо, то успішне застосування моделювання процесів тепло- і масопереносу в сушильних процесах із застосуванням ЕМП НВЧ може сприяти вибору раціональної технології і впровадженню перспективної техніки.

Аналіз результатів відомих досліджень дозволяє відмітити особливості тепломасопереносу в матеріалі при НВЧ-нагріванні. На основі феноменологічних законів переносу енергії і маси О. Ликова, сформульована повна система диференціальних рівнянь тепломасопереносу в капілярно-пористому тілі у вигляді:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon}{c r} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{q_v}{c \rho_0}, \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m \delta \nabla^2 \theta + \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 P + \frac{\varepsilon}{c_v} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (3.76)$$

де  $\theta, U, P$  – температура, вологовміст матеріалу, тиск парогазової суміші в капіляра, відповідно;

$a, a_m$  – коефіцієнти температуропровідності і масо провідності (дифузії);

$\delta$  – термоградієнтний коефіцієнт;

$\varepsilon$  – коефіцієнт фазового перетворення;

$a_p$  – коефіцієнт фільтраційного переносу;

$c$  – питома теплоємність матеріалу;

$c_v$  – ємність тіла у відношенні до вологого повітря;

$\rho_0$  – густина сухого матеріалу.

Величина  $q_v$  – визначає теплову потужність, що виділяється в одиниці об'єму матеріалу:

$$q_v = 0.555E^2 f \varepsilon'' \operatorname{tg} \rho 10^{-6}, \quad (3.77)$$

де  $E$  – напруженість електромагнітного поля;

$f$  – частота;

$\varepsilon''$  – діелектрична проникність середовища;

$\operatorname{tg} \rho$  – тангенс діелектричних втрат.

Система диференціальних рівнянь (3.74) – (3.76) з відповідними коефіцієнтами для кожного варіанту процесу, описує нестационарний тепломасоперенос при дії електромагнітного поля і враховує усі діючі в тілі потенціали переносу і рушійні сили. Але розв'язок даної системи рівнянь для форми тіл з простою геометрією у практично корисній формі може бути отриманий числовими методами для конкретних умов НВЧ-нагрівання. Тому бажано мати наближені аналітичні розв'язки, які матимуть практичну цінність для розрахунку процесів сушіння і установок для їх реалізації.

При математичному моделюванні процесу сушіння дисперсних матеріалів з підведенням енергії електромагнітним полем НВЧ доцільно декомпонувати (поділити задачу) на два рівні: мікрокінетичний – опис кінетики сушіння одиничних частинок, бажано з простою геометричною формою (пластина, куля, циліндр) і макрокінетичний – опис процесу сушіння

матеріалу в робочому об'ємі сушильної установки. Найбільш обґрунтовано реалізувати мікрокінетичний рівень опису кінетики сушіння одиничних частинок на основі системи взаємопов'язаних диференціальних рівнянь тепломасопереносу О. Ликова (3.74) – (3.76). Враховуючи, що найбільші труднощі при розрахунках макрокінетики сушіння за даною моделлю, є задання числових значень коефіцієнтів при частинних похідних, які, як відомо, змінюються в часі і за координатою частинки (або елементарного об'єму). Для подолання цих труднощів і отримання аналітичних (наближених) кінетичних залежностей які можна ідентифікувати заданими експериментів зробимо такі припущення спрощуючи систему (3.74) – (3.76), на основі наступних міркувань:

1) На основі даних експериментів, можна вважати, що процес термодифузії незначно впливає на швидкість масопереносу в капілярно пористому тілі і тому другим членом рівняння (3.75) можна знехтувати;

2) Надлишковий тиск у тілі в процесі НВЧ нагрівання за даними експериментів мало змінюється за об'ємом тіла, а більше залежить від інтенсивного фазового переходу рідина-пара, тому в рівнянні (3.76) перший член правої частини можна не враховувати;

3) Критерій фазового переходу  $\varepsilon$  зв'язаний з критерієм термомеханічного «втягнення» з капілярів матеріалу речовини в рідкій фазі (при високо інтенсивному нагріванні ЕМП), критерієм пароутворення  $\varepsilon$  (при звичайному режимі) визначається із співвідношення:  $\varepsilon = \varepsilon' / (1 - \chi)$ , де  $\chi$  – критерій термомеханічного видалення рідини. Використання  $\varepsilon'$  дає змогу врахувати вологу, що видалається з частинки в рідкому стані (без перетворення в пару);

4) Кількість теплоти, що витрачається на пароутворення в пару  $r\Delta U$  і кількість теплоти на нагрівання рідкої води до температури випаровування, можна оцінити критерієм Ребіндера –  $Rb = c_w d\theta / rdU$ , або критерієм Косовича –  $Ko = rdU / c_w d\theta$ , де величина  $c_w$  є теплоємність води в матеріалі; в даному випадку швидкість зміни вологовмісту матеріалу буде пропорційна зміні температури матеріалу:

$$-\frac{dU}{d\tau} = \frac{c_w}{rRb} \frac{d\theta}{d\tau}. \quad (3.78)$$

Використовуючи співвідношення (3.78) можна зменшити кількість невідомих у рівнянні (3.74). Використовуючи співвідношення (3.78) з урахуванням зроблених припущень система рівнянь (3.74) – (3.76) набуває вигляду у одномірному просторі:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_{ef} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{q_v}{c_{ef} \rho_0}, \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a' \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial U}{\partial x} \right), \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -\frac{\varepsilon}{c_v} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (3.81)$$

де  $a_{ef} = \frac{\lambda}{c_{ef} \rho}$ ;  $c_{ef} = c_w \left( 1 + \frac{\varepsilon'}{Rb} \right)$ ;  $a' = \frac{a_m}{1 - \varepsilon}$  – еквівалентні коефіцієнти, що

враховують вплив переносу маси в рідкій і паровій фазах;

$\Gamma$  – коефіцієнт форми ( $\Gamma=0$ ; 1; 2 – для пластини, кулі і циліндра, відповідно).

В отриманій моделі тепломасопереносу в процесі сушіння в ЕМП НВЧ рівняння (3.79) і (3.80) можна розв'язувати окремо при визначених граничних і початкових умовах.

Рівняння (3.81) може бути розв'язане використовуючи розв'язок рівняння (3.80) для  $\bar{U}(\tau)$ .

Рівняння теплопередачі (3.79) враховує дію внутрішнього тепловиділення  $q_v$  і непрямим шляхом враховує масоперенос (дифузійну складову).

Але рівняння (3.80) враховує дію внутрішнього джерела теплоти, що генерується ЕМП НВЧ тільки через еквівалентний коефіцієнт масопереносу (внутрішньої дифузії). Тому для визначення і врахування впливу внутрішнього тепловиділення розглянемо тепловий баланс частинки. Теплова енергія внутрішнього джерела тепловиділення витрачається на нагрівання вологи в тілі

до температури перетворення її в пару і на випаровування всередині капілярів, що можна кількісно визначити з рівняння:

$$q_v d\tau = m_w c_w d\theta + r m_0 dU. \quad (3.82)$$

Використовуючи критерій Ребіндера і очевидне співвідношення  $\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{rRb}{c_w} \frac{dU}{d\tau}$  з рівняння (3.82) отримаємо:

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{q_v}{r(m_w Rb + m_0)}. \quad (3.83)$$

Підставляючи отримане значення  $\frac{dU}{d\tau}$  в рівняння (3.75), з урахуванням припущень (першого) матимемо:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + Q_m, \quad (3.84)$$

де  $Q_m = \frac{q_v \varepsilon}{r(m_w Rb + m_0)}$  – інтенсивність пароутворення під дією ЕМП.

Отримане рівняння враховує вплив ЕМП НВЧ на інтенсивність зменшення вологовмісту (швидкості сушіння).

Оскільки сушіння зернового матеріалу ЕМП НВЧ відбувається, як правило, при контакті з повітряним середовищем, тобто має місце конвективний теплообмін і масообмін то граничними умовами для розв'язку рівняння (3.79) і (3.84) будуть умови III роду. Крайові умови для тіла у вигляді кулі сформулюються так:

$$\theta(r, 0) = \theta_0; \quad \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad \theta(0, \tau) \neq \infty; \quad -\frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial r} + \frac{a_{ef}}{\lambda} (t - \theta(R, \tau)) = 0, \quad (3.85)$$

де  $\theta_0$  – початкове значення температури тіла;

$a_{ef} = \alpha \frac{Rb + \varepsilon}{Rb + 1}$  – еквівалентний коефіцієнт теплообміну, що враховує масоперенос;

$R, r$  – радіус кулі і поточна координата;

$t$  – температура оточуючого середовища.

Середнє значення температури частинки за об'ємом визначається інтегруванням розподілу температури отриманого розв'язком рівняння (3.79) при крайових умовах (3.85) та обмеживши розв'язок одним членом ряду запишеться у вигляді:

$$\frac{\theta(\tau) - \theta_0}{t_c - \theta_0} = 1 + \frac{Po}{15} \left(1 + \frac{5}{Bi}\right) - \left(1 + \frac{Po}{\mu_1^2}\right) B_1 \exp\left(-\mu_1^2 \frac{\alpha_{ef}}{R^2} \tau\right), \quad (3.86)$$

де  $Po = \frac{q_v R^2}{\lambda(t_c - \theta_0)}$  – критерій Померанцева;

$Bi = \frac{\alpha_{ef}}{\lambda} R$  – критерій Біо;

$\mu$  – корінь характеристичного рівняння  $\mu = -(Bi - 1) \operatorname{tg} \mu$ ;

$$B_1 = \frac{6Bi^2}{\mu_1^2 (\mu_1^2 + Bi^2 - Bi)}.$$

Продиференціювавши рівняння (3.86) за часом матимемо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \mu_1^2 \frac{\alpha_{ef}}{R^2} (t_c - \theta_0) \left(1 + \frac{Po}{\mu_1^2}\right) B_1 \exp\left(-\mu_1^2 \frac{\alpha_{ef}}{R^2} \tau\right). \quad (3.87)$$

З рівнянь (3.86) і (3.87) отримаємо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \mu_1^2 \frac{\alpha_{ef}}{R^2} (t_c - \theta_0) + \frac{Po \mu_1^2 \alpha_{ef} (t_c - \theta_0)}{15R^2} \left(1 + \frac{5}{Bi}\right), \quad (3.88)$$

або розкриваючи критерій  $Po$ , матимемо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = K_t (t_c - \theta_0) + Q_v, \quad (3.89)$$

де  $K_t = \mu_1^2 \frac{\alpha_{ef}}{R^2}$ ;  $Q_v = q_v \mu_1^2 \frac{\alpha_{ef}}{\lambda}$ .

У діапазоні зміни коефіцієнта теплообміну  $\alpha = 5 \dots 95$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) величину  $\mu_1^2$  можна визначити за формулою  $\mu_1^2 = 2.53Bi$ .

Оскільки рівняння (3.84) за структурою аналогічне рівнянню (3.79), а крайові умови ідентичні:

$$U(r, 0) = U_0; \quad \frac{\partial U(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad U(0, \tau) \neq \infty; \quad -\frac{\partial U(R, \tau)}{\partial r} + \frac{\beta}{a_m} (U(R, \tau) - U_p) = 0, \quad (3.90)$$

де  $U_p$  – рівноважний вологовміст частинки.

Розв'язок рівняння (3.84) за умов (3.90) (з використанням попередніх перетворень) запишемо у вигляді:

$$-\frac{dU}{d\tau} = K_c(U - U_p) + Q_m, \quad (3.91)$$

$$\text{де } K_c = a_1 Bi_m \frac{a_m}{R^2} = a_1 \frac{\beta}{R}; \quad Q_m = \frac{q_v \varepsilon a_1 Bi_m}{15r(m_w Rb + m_0)} \left(1 + \frac{5}{Bi_m}\right).$$

Таким чином отримані рівняння (3.89) і (3.91) описують зміну температури і вологовмісту частинки у формі кулі, тобто кінетику нагріву і сушіння частинки зернового матеріалу в ЕМП НВЧ.

Залежності  $\theta(\tau)$  і  $U(\tau)$  можна використовувати для розрахунку процесів сушіння дисперсних матеріалів в ЕМП НВЧ в періодичному режимі при постійних параметрах оточуючого середовища ( $t_c = const, \varphi = const$ ).

Інтегруванням рівнянь (3.89) і (3.91) за початкових умов:  $\tau = 0; \theta(0) = \theta_0; U(0) = U_0$ , отримаємо:

$$\bar{\theta}(\tau) = B - (B - \theta_0) \exp(K_t \tau), \quad (3.92)$$

$$\bar{U}(\tau) = A - (A - U_0) \exp(K_c \tau), \quad (3.93)$$

$$\text{де } B = t_c + \frac{Q_v}{K_t}; \quad A = U_p - \frac{Q_m}{K_c}.$$

Для ідентифікації дослідних даних кінетики нагрівання і сушіння матеріалу за допомогою рівнянь (3.92) і (3.93) необхідно визначити константи процесів  $K_t, K_c, Q_v, Q_m$  і відповідно до їх значень критерії  $Bi$  та  $Rb$ , коефіцієнти  $a, a_m, \beta, \alpha$ . Найбільш простим експериментальним дослідженням є періодичний процес, тобто експериментальне визначення кривих сушіння і нагріву матеріалу в нерухомому «елементарному» шарі при встановлених параметрах середовища в якому знаходиться матеріал. У кожному рівнянні дві невідомі  $K$  і  $Q$ , тому достатньо дві точки з кожного досліді:  $\theta_1(\tau_1)$  і  $\theta_2(\tau_2)$ . Підставивши ці значення

у (3.92) отримаємо два рівняння з яких обраховують величини  $K_t, Q_v$  та їхні складові  $q_v, a_{ef}, Bi$ . Аналогічно з кривих сушіння і для рівняння (3.93).

Якщо розглядати моделювання сушильного процесу на рівні макрокінетики в діючій установці безперервної дії врахуємо переміщення матеріалу і сушильного агента, тобто розглянемо процес при змінних параметрах в часі і за координатою.

Розкриваючи повні диференціали:  $d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx,$

$dU = \frac{\partial U}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial U}{\partial x} dx$  і враховуючи, що  $\frac{dx}{d\tau} = v$  ( $v$  – швидкість переміщення матеріалу) перепишемо рівняння (3.89) у вигляді:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + v_z \frac{\partial \theta}{\partial x} = K_t(t - \theta) + Q_v. \quad (3.94)$$

Оскільки величина температури сушильного агента  $t$  є змінною величиною:  $t = t(x, \tau)$  запишемо рівняння теплового балансу:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + v_p \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\alpha f}{m_p c_p} (\theta - t) - \frac{KF}{m_p c_p} (t - t_{zn}), \quad (3.95)$$

де  $f, F$  – поверхня матеріалу і корпусу сушильної камери;

$K$  – коефіцієнт теплопередачі крізь стінки камери;

$v_z, v_p$  – швидкості матеріалу і теплоносія;

$c_p$  – питома теплоємність повітря;

$t_{zn}$  – температура оточуючого середовища.

Оскільки розв'язок системи взаємопов'язаних рівнянь (3.94) і (3.95) в аналітичному вигляді вкрай утруднений розглянемо два етапи процесу стаціонарний режим і перехідний. Дослідження перехідного процесу необхідне для синтезу САК сушильної установки.

Як відомо, в стаціонарному режимі параметри середовищ у кожній точці сушильного об'єму в часі не змінюються, тобто  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ . Другий член правої

частини рівняння (3.95) визначає втрати теплоти установкою в оточуюче середовище.

Стаціонарний температурний режим сушильної установки описується системою диференціальних рівнянь представлених у такому вигляді:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\theta}{dx} + \theta - b_1 = t, \\ T_2 \frac{dt}{dx} + t - b_2 = \theta. \end{cases} \quad (3.96)$$

Для розв'язку системи диференціальних рівнянь (3.96) методом виключення змінної перетворимо систему (3.96) до вигляду:

$$A \frac{d^2\theta}{dx^2} + B \frac{d\theta}{dx} + C\theta = D_1; \quad (3.97)$$

$$B \frac{d^2t}{dx^2} + B \frac{dt}{dx} + Ct = D_2. \quad (3.98)$$

Розв'язуючи неоднорідні диференціальні рівняння (3.97) і (3.98) за граничних умов:  $x=0$ ;  $\theta(0)=\theta_1$ ;  $t(0)=t_1$  (де  $\theta_1$  і  $t_1$  значення температур зерна і теплоносія на вході в сушильну камеру при прямотечієвому русі потоків), матимемо:

$$\theta(x) = \frac{C\theta_1 - D_1}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 x} - r_2 e^{r_1 x}) + \frac{D_1}{C}; \quad (3.99)$$

$$t(x) = \frac{Ct_1 - D_2}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 x} - r_2 e^{r_1 x}) + \frac{D_2}{C}; \quad (3.100)$$

де  $r_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{4B^2 - 4AC}}{2A}$  – корені характеристичного рівняння.

Отримані рівняння описують розподіл температури матеріалу і сушильного агенту вздовж сушильного тракту (незалежно від способу переміщення).

Для визначення зміни вологовмісту матеріалу за довжиною камери в напрямку руху в залежності від температурного режиму (розподіленого за координатою) складемо рівняння теплового балансу:

$$G_p c_p L \frac{dt}{dx} = G_z c_z L \frac{d\theta}{dx} - G_0 r_0 L \frac{dU}{dx}, \quad (3.101)$$

де  $G_p, G_z, G_0$  – масові витрати сушильного агенту, матеріалу, випареної вологи;

$L$  – довжина сушильної камери в напрямку руху.

Продиференціювавши за координатою рівняння (3.99) і (3.100) та підставивши отримані значення в рівняння (3.101), після перетворень отримаємо:

$$-G_0 r_0 \frac{dU}{dx} = (k_2 G_p c_p - k_1 G_z c_z) (e^{r_1 x} - e^{r_2 x}), \quad (3.102)$$

де  $k_1 = \frac{C\theta_1 - D_1}{C(r_1 - r_2)}$ ;  $k_2 = \frac{Ct_1 - D_2}{C(r_1 - r_2)}$ .

Розв'язок рівняння (3.102) за граничних умов:  $x=0$ ;  $U(0)=U_1$ , отримано у вигляді:

$$U(x) = U_1 - \frac{1}{k_3} \left( \frac{1}{r_2} (1 - e^{r_2 x}) - \frac{1}{r_1} (1 - e^{r_1 x}) \right), \quad (3.103)$$

де  $k_3 = \frac{G_0 r}{k_2 G_p c_p - k_1 G_z c_z}$ .

Отримані рівняння визначають розподіл параметрів матеріалу і сушильного агенту в напрямку руху. Підстановкою в рівняння значення  $x=L$  отримаємо значення параметрів процесу на виході із сушильної установки  $\theta_2, U_2$  і  $t_2$ . Визначивши за даними експерименту значення  $\theta_2, U_2$  і  $t_2$  з отриманих рівнянь визначимо значення параметричних комплексів  $A, B$  і  $C$ , а з них і інші кінетичні коефіцієнти та константи і таким чином можливо ідентифікувати математичну модель сушильної установки (рівняння 3.99, 3.100, 3.103).

Підставляючи похідні від залежностей  $\theta(x), t(x), U(x)$  в рівняння (3.94) і (3.95), а залежність  $dU/dx$  в рівняння:

$$-\left( \frac{\partial U}{\partial \tau} + v \frac{\partial U}{\partial x} \right) = K_c (U - U_p) + Q_m. \quad (3.104)$$

Аналогічним розв'язком можна визначити рівняння перехідних процесів для  $U(\tau), \theta(\tau), t(\tau)$ .

В результаті проведених теоретичних досліджень отримано удосконалену класичну модель тепло- та масопереносу в процесах сушіння при дії електромагнітного поля надвисокої частоти, що дозволяє пряме інтегрування окремих рівнянь. Отриманий аналітичний розв'язок спрощених рівнянь, а також формули для розрахунку процесу сушіння в періодичному та безперервному режимах дозволяють розрахувати коефіцієнти і константи рівнянь процесів переносу теплоти і маси за даними натурних експериментів.

### **3.4. Моделювання і розрахунок енергозберігаючих режимів переміжного сушіння і термообробки зернових матеріалів під дією енергетичних полів<sup>8</sup>.**

Задача досліджень сформулювати спрощені моделі математичного опису процесу циклічної термообробки і сушіння зернового матеріалу для визначення енергозберігаючих режимів роботи установок ПЧ і НВЧ обробки зернового матеріалу з проміжним охолодженням.

В загальному випадку процеси переносу теплоти і маси в капілярно-пористих тілах умовах НВЧ описують системою двох-трьох диференціальних рівнянь. О. Ликова в частинних похідних, розв'язок яких являє значні труднощі і в практично корисній формі може бути отримано тільки числовими методами. Оскільки труднощі розв'язання пов'язані з розподіленістю параметрів процесу при градієнтних формах переносу, використовуючи наближені зосередження параметрів переносу за об'ємом можна отримати аналітичні рішення для конкретних умов обробки продукту.

Розглядаючи сипкий (дисперсний) матеріал, що рухається або переміщується у тонкому (1–3 зернини) для якого НВЧ нагрів можна вважати

---

<sup>8</sup> Наведено за: Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Моделювання і розрахунок енергозберігаючих режимів сушіння і термообробки вологих матеріалів під дією енергетичних полів. Збірник тез доповідей XIX міжнародної наукової конференції: Сучасні проблеми землеробської механіки: 2018. С. 197–198.

рівномірним по об'єму зернинки можна значно спростивши опис процесів нагріву і зневоднення прийнявши такі спрощуючі припущення:

- градієнти температури і вологості настільки малі, що ними можна знехтувати і розглядати середньо об'ємні значення температури  $\bar{\theta}(\tau)$  і вологості  $U(\tau)$  матеріалу;
- надлишковий тиск в капілярах матеріалу зумовлений дією ЕМП є функцією температури матеріалу і враховується через температуру залежність коефіцієнту масопереносу (сушіння);
- існуючі закономірності розподілу потужності поглиненого випромінювання в товщі матеріалу, також можна осереднити за об'ємом (товщиною) вважаючи нагрів рівномірним.

За таких умов, розв'язок системи взаємопов'язаних рівнянь тепломасопереносу приводить до інтегрального рівняння тепломасообміну О. Ликова:

$$q_f(\tau) = r\rho_0 R_v \frac{d\bar{U}}{d\tau} + \rho_0 R_v C \frac{d\bar{\theta}}{d\tau}, \quad (3.105)$$

де  $R_v = \frac{V}{F}$  – гідравлічний радіус;

$V$  – об'єм (частки, шару);

$F$  – поверхня;

$\rho_0$  – густина абсолютно сухого тіла;

$C$  – питома теплоємність;

$r$  – питома теплота пароутворення;

$\theta, U$  – температура і вологовміст матеріалу;

$q(\tau)$  – середній потік теплоти через поверхню матеріалу.

Розділивши всі члени рівняння (3.105) на  $R_v$  отримаємо:

$$q_v(\tau) = r\rho_0 \frac{d\bar{U}}{d\tau} + \rho_0 C \frac{d\bar{\theta}}{d\tau}, \quad (3.106)$$

де  $q_v(\tau)$  – питома об'ємна потужність тепловиділень.

Величина  $q_v(\tau)$  – визначається відомою формулою:

$$q_v(\tau) = 0.555 \cdot 10^{-10} \varepsilon' f E^2 \operatorname{tg} \delta, \quad (3.107)$$

де  $\varepsilon'$  – діелектрична проникність;

$\operatorname{tg} \delta$  – тангенс кута діелектричних втрат;

$f, E$  – частота і напруженість електромагнітного поля.

Циклічне сушіння зернового матеріалу передбачає періодичне нагрівання зернового матеріалу мікрохвильовим джерелом з послідуочим продуванням шару матеріалу повітря (з нагрівом і без нагріву). Для визначення виливу експозиції нагріву шару матеріалу і тривалості його примусового вентиляювання (продування) без попереднього нагріву і нагрітим повітрям на основні характеристики сушіння (зміна температури і вологості матеріалу в процесі нагріву і продувки) та загальна тривалість процесу розглянемо періодичний режим роботи установки і безперервний.

Для всього об'єму матеріалу (в камері сушіння) процес нагріву внутрішнім джерелом потужністю  $P$  ( $P = N\eta$ , де  $N$  – потужність джерел ЕМП НВЧ) при наявності теплообміну між матеріалом і нерухомим повітрям в камері рівняння теплового балансу матимуть вигляд:

$$\rho_0 V_m c_m \frac{d\theta}{d\tau} - \rho_0 r V \frac{dU}{d\tau} + \alpha f (\theta - t) = P, \quad (3.108)$$

$$\rho_v V_v c_v \frac{dt}{d\tau} = \alpha f (\theta - t), \quad (3.109)$$

де  $V_m, V_v$  – об'єм матеріалу і повітря в камері;

$c_m, c_v$  – теплоємність матеріалу і повітря;

$\alpha$  – коефіцієнт теплообміну;

$\theta, t$  – температура матеріалу та повітря.

Для замикання системи (3.108) – (3.109) рівнянь, скориставшись критерієм Ребіндера  $Rb = cd\theta/rdU$ , отримаємо рівняння зв'язку:

$$-\frac{dU}{d\tau} = \frac{c}{rRb} \frac{d\theta}{d\tau}. \quad (3.110)$$

Підставляючи значення  $dU/d\tau$  в рівняння (3.108) і розв'язуючи (3.108) і (3.109) при початкових умовах:  $\tau = 0, t = t_0, \theta = \theta_0$ , отримаємо:

$$\theta(\tau) = \theta_0 + \frac{Q}{B}\tau - A\left(\frac{Q}{B} - \theta_0\right)\left(1 - e^{-\frac{\tau}{A}}\right), \quad (3.111)$$

де  $Q = \frac{P}{\alpha F}$ ;  $A = \frac{mc'm_v c_p}{(\alpha F)^2}$ ;  $B = \frac{mc + m_v v_p}{\alpha F}$ ;  $c' = c\left(1 + \frac{1}{Rb}\right)$ .

Рівняння описує зміну температури зернового матеріалу в процесі нагріву в ЕМП НВЧ.

Використовуючи експериментально отриману залежність критерію Ребіндера від вологовмісту матеріалу:  $Rb(U) = R_0 e^{aU}$  перепишемо рівняння (3.110) у вигляді:

$$R_0 e^{aU} \frac{dU}{d\tau} = \frac{c}{r} \frac{d\theta}{d\tau}. \quad (3.110a)$$

Продиференціювавши залежність  $\theta(\tau)$  і підставивши отримане значення в рівняння (3.110a), після диференціювання в межах  $U_1 \rightarrow U, 0 \rightarrow \tau$  отримаємо:

$$U(\tau) = \frac{1}{a} \ln \left[ e^{aU_1} + \frac{c'a}{rR_0} \left( \frac{Q}{B}\tau + \left( \frac{Q}{B} - \theta_0 \right) A e^{-\frac{\tau}{A}} \right) \right]. \quad (3.112)$$

Рівняння (3.112) описує зміну вологості матеріалу в процесі нагріву при дії ЕМП МВЧ.

В процесі вентилявання нагрітого зерна повітрям з температурою на вході в шар  $t_1$  рівняння теплового балансу запишемо у вигляді:

$$G_v c_p \eta (t_1 - \theta) = c' m \frac{d\theta}{d\tau}, \quad (3.113)$$

де  $\eta = \frac{t_1 - t_2}{t_1 - \theta} = 1 - \exp\left(-\frac{\alpha F}{G_v c_p}\right)$ ;  $c' = c\left(1 + \frac{1}{Rb}\right)$ ;

$t_1, t_2$  – температура на вході і виході шару зернового матеріалу.

Зміна вологовмісту за формулою О. Ликова:

$$-\frac{dU}{d\tau} = k(\theta)(U - U_p). \quad (3.114)$$

Розв'язок рівняння (3.113) за початкової умови:  $\tau = 0, \theta = \theta_0$ , матиме вигляд:

$$\theta(\tau) = t_1 + (\theta_0 - t_1)e^{-\frac{\tau}{T}}, \quad (3.115)$$

де  $T = \frac{c'm}{G_v c_p \eta}$ .

Використовуючи лінійну апроксимацію залежності коефіцієнта сушіння від температури:  $k(\theta) = k_1 \theta$  з рівнянь (3.114) і (3.115) отримаємо:

$$\frac{dU}{d\tau} = k_1 \left[ t_1 + (\theta_0 - t_1)e^{-\frac{\tau}{T}} \right] d\tau. \quad (3.117)$$

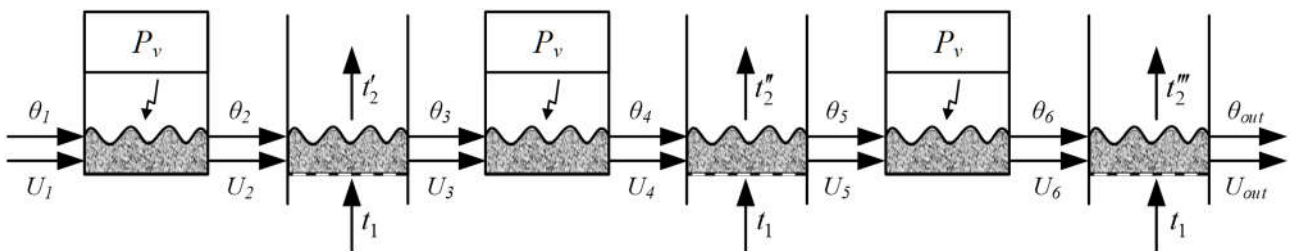
Інтегруючи за умов:  $\tau = 0, U = U_0$  після перетворень матимемо:

$$U(\tau) = U_p + (U_1 - U_p) \exp \left( k_1 t_1 \tau - (\theta_0 - t_1) T e^{-\frac{\tau}{T}} \right). \quad (3.118)$$

Рівняння (3.118) описує зміни вологовмісту нагрітого зерна в процесі вентилявання.

Для безперервного процесу використовують рівняння (3.111), (3.112) і (3.115), (3.118) заміною  $\tau = xV^{-1}$  (де  $V$  – швидкість переміщення матеріалу;  $x$  – координата напрямку руху матеріалу). При зональному методі розрахунку в рівняннях замінюють  $\Delta \tau_i = \Delta x_i V^{-1}$ .

Отримані рівняння зміни в часі параметрів зернового матеріалу при нагріванні в ЕМП НВЧ і при вентиляванні зерна не підігрітим повітрям дозволяють розрахувати процес циклічного сушіння за такою схемою (рис. 3.6).



### Рис. 3.6. Схема розрахунку циклічного сушіння зернового матеріалу

Так для першої зони мікрохвильового нагріву в напрямку руху шару зерна справедливі формули (3.111) і (3.112), в які в прийнятих на схемі (рис. 3.6) позначеннях записуються в такому вигляді (при  $0 \leq x \leq L_1$ ,  $x = L_1$ ,  $\theta_1(x) = \theta_2$ ,  $u_1(x) = u_2$ ):

$$\theta_1(x) = \theta_1 + \frac{Q}{Bv}x - A\left(\frac{Q}{B} - \theta_1\right)\left(1 - e^{-\frac{1}{vA}x}\right), \quad (3.119)$$

$$u_1(x) = \frac{1}{a} \ln \left[ e^{au_1} + \frac{c'a}{rR_0} \left( \frac{Q}{Bv}x + \left( \frac{Q}{B} - \theta_1 \right) A e^{-\frac{x}{Av}} \right) \right]. \quad (3.120)$$

Для наступної першої зони вентилявання (фільтрації повітря) рівняння кінетики нагріву і зневоднення (3.111) і (3.112) записуються у вигляді (при  $0 \leq x \leq L_2$ ,  $x = L_2$ ,  $\theta_1'(x) = \theta_3$ ,  $u_1'(x) = u_3$ ):

$$\theta_1'(x) = t_1 + (\theta_2 - t_1)e^{-\frac{1}{vT}x}, \quad (3.121)$$

$$u_1'(x) = u_p + (u_2 - u_p) \exp \left[ k_1 t_1 x v^{-1} - (\theta_2 - t_1) e^{-\frac{1}{vT}x} \right]. \quad (3.122)$$

Для другої зони мікрохвильового нагріву (при  $0 \leq x \leq L_1$ ,  $x = L_1$ ,  $\theta_3(x) = \theta_4$ ,  $u_3(x) = u_4$ ):

$$\theta_2(x) = \theta_3 + \frac{Q}{Bv}x - A\left(\frac{Q}{B} - \theta_3\right)\left(1 - e^{-\frac{1}{vA}x}\right), \quad (3.123)$$

$$u_2(x) = \frac{1}{a} \ln \left[ e^{au_3} + \frac{c'a}{rR_0} \left( \frac{Q}{Bv}x + \left( \frac{Q}{B} - \theta_3 \right) A e^{-\frac{x}{Av}} \right) \right]. \quad (3.124)$$

Для другої зони вентилявання (при  $0 \leq x \leq L_2$ ,  $x = L_2$ ,  $\theta_2'(x) = \theta_5$ ,  $u_2'(x) = u_5$ ):

$$\theta_2'(x) = t_1 + (\theta_4 - t_1)e^{-\frac{1}{vT}x}, \quad (3.125)$$

$$u'_2(x) = u_p + (u_4 - u_p) \exp\left(k_1 t_1 x v^{-1} - (\theta_4 - t_1) e^{-\frac{1}{vT}x}\right). \quad (3.126)$$

Для третьої зони мікрохвильового нагріву (при  $0 \leq x \leq L_1$ ,  $x = L_1$ ,  $\theta_3(x) = \theta_6$ ,  $u_3(x) = u_6$ ):

$$\theta_3(x) = \theta_5 + \frac{Q}{Bv}x - A\left(\frac{Q}{B} - \theta_5\right)\left(1 - e^{-\frac{1}{vA}x}\right), \quad (3.127)$$

$$u_3(x) = \frac{1}{a} \ln \left[ e^{au_4} + \frac{c'a}{rR_0} \left( \frac{Q}{Bv}x + \left( \frac{Q}{B} - \theta_5 \right) A e^{-\frac{x}{Av}} \right) \right]. \quad (3.128)$$

Для третьої зони вентилявання (при  $0 \leq x \leq L_2$ ,  $x = L_2$ ,  $\theta'_3(x) = \theta_{out}$ ,  $u'_2(x) = u_{out}$ ):

$$\theta'_3(x) = t_1 + (\theta_6 - t_1) e^{-\frac{1}{vT}x}, \quad (3.129)$$

$$u'_3(x) = u_p + (u_6 - u_p) \exp\left(k_1 t_1 x v^{-1} - (\theta_4 - t_1) e^{-\frac{1}{vT}x}\right). \quad (3.130)$$

де  $\theta_{out}, u_{out}$  – кінцеві значення температури і вологовмісту матеріалу.

Таким чином сформульована математична модель та алгоритм розрахунку осцилюючого режиму дозволяє визначити оптимальне співвідношення, потужності джерела НВЧ та експозиції нагріву й охолодження матеріалу.

## РОЗДІЛ 4.

# МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ В УСТАНОВКАХ З ІНДУКЦІЙНИМ СПОСОБОМ ПЕРЕДАЧІ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ

### 4.1. Математична модель динамічних режимів індукційного нагрівача дисперсних матеріалів<sup>9</sup>.

Нагрівання дисперсних сільськогосподарських матеріалів (зернові, насіннєві, олійні) застосовують для дезінсекції, інтенсифікації процесів сушіння, видалення олії пресуванням, екстракції жому (макухи) та інших операцій при переробці.

Існуючі в агропромисловому виробництві установки для нагрівання зернових матеріалів традиційно використовують конвективне підведення теплоти до матеріалу, що зумовлює значні втрати теплової енергії з відпрацьованим теплоносієм. Останнім часом ширше пропонується метод термообробки зернового матеріалу, заснований на кондуктивному нагріві матеріалу в комбінації із застосуванням індукційного способу підведення енергії до поверхонь нагріву. Суттєвою перевагою останнього способу є можливість використання розгалуженої поверхні теплопередачі, а також надання їх різного роду переміщень (вібраційні, обертальні, коливальні). Для аналізу процесу визначення раціональних режимів і перспективності використання для термообробки різного зернового і насіннєвого матеріалу необхідно мати математичний опис процесу, і бажано аналітичні залежності, які визначають взаємодію окремих елементів обладнання установки.

Нагрів вологих дисперсних рослинних матеріалів від тепловиділяючих феромагнітних елементів рівномірно розміщених в електромагнітному полі циліндричного індуктора відбувається при поєднанні переваг декількох способів

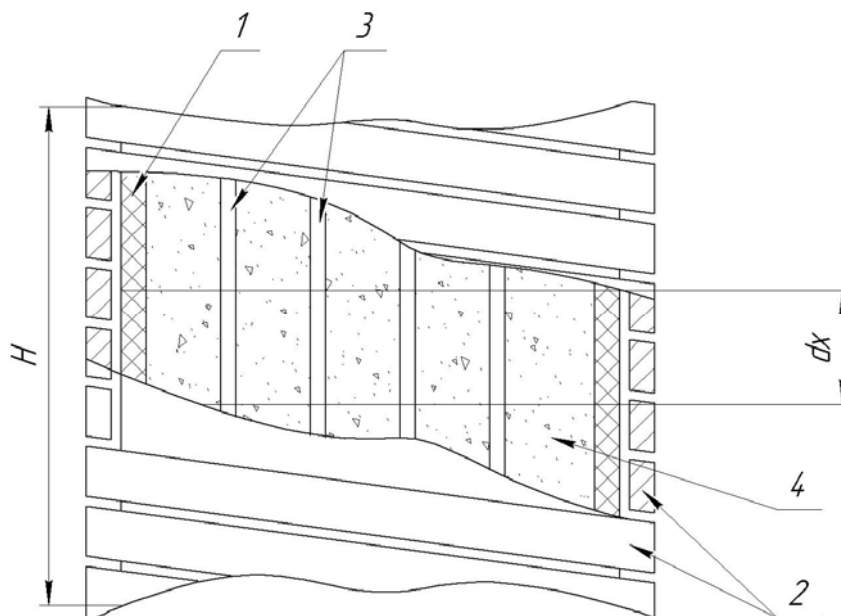
---

<sup>9</sup> Наведено за: Kotov B., Lysenko V., Komarchuk D., Lendiel T., Hryshchenko V., Trokhaniak V., Kalinichenko R. Modeling Thermal Modes of Induction Installation for Heating Dispersive Plant Materials. Automation 2020: Towards Industry of the Future. 2020.

тепловідведення. Тепловідляючі стержневі феромагнітні елементи, нагріваючись у магнітному полі передають теплоту (з розгалуженої поверхні тепловіддачі) рухомому або не рухомому матеріалу теплопровідністю, випромінюванням і конвекцією крізь пори в шарі дисперсного матеріалу.

Розглянемо динаміку складного теплообміну між тепловідляючими елементами стержнями малого перетину рівномірно розміщеними в поперечному перетині циліндричного корпусу і рухомим (не рухомим) шаром дисперсного матеріалу, який знаходиться в середині корпусу установки (рис. 4.1).

Припустимо, що при даному складному механізмі теплообміну, нагрівання частинок дисперсного матеріалу відбувається безградієнтно. Градієнт температури при теплопередачі в радіальному напрямку шару зерна і в стержнях поки не враховується. Коефіцієнти теплообміну, теплофізичні характеристики матеріалу та елементів конструкції від температури не залежать і дорівнюють середнім значенням за процес. Прийmemo також одномірний розподіл теплоти в напрямку руху матеріалу, тобто вісь  $x$ . Корпус з індуктором вважаємо одним елементом.



**Рис. 4.1. Розрахункова схема індукційного нагрівача дисперсного матеріалу: 1 – корпус; 2 – індуктор; 3 – тепловідляючі елементи; 4 – дисперсний матеріал**

Розглянемо елемент установки (канал з рухомим матеріалом та з нерухомими стержнями) висотою  $dx$ . Складемо рівняння теплового балансу, яке описує зміну температури стержня для виділеної елементарної ділянки  $dx$  за час  $d\tau$ :

$$\frac{1}{H}[\alpha_1 F_1(\theta_1 - \theta_2) + \alpha_2 F_1(\theta_1 - \theta_2) + \alpha_3 F_1(\theta_1 - \theta_2) + \alpha_4 F_1(\theta_1 - t)] dx d\tau = -c_1 \rho_1 S_1 n dx d\theta_1 + P(x) dx d\tau, \quad (4.1)$$

де  $\alpha_1$  – коефіцієнт контактного теплообміну, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$\alpha_2$  – коефіцієнт теплообміну конвекцією, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$\alpha_3$  – коефіцієнт теплообміну випромінюванням, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$\alpha_4$  – коефіцієнт теплообміну конвекцією, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$F_1$  – поверхня тепловиділяючих елементів, м<sup>2</sup>;

$H$  – висота активної зони індуктора, м;

$\theta_1$  – температура тепловиділяючих елементів, °С;

$\theta_2$  – температура зерна, °С;

$t$  – температура повітря, °С;

$c_1$  – питома теплоємність стержнів ТВЕ, Дж/(кг·°С);

$\rho_1$  – щільність стержнів ТВЕ, кг/м<sup>3</sup>;

$S_1$  – площа стержнів ТВЕ, м<sup>2</sup>;

$n$  – кількість стержнів ТВЕ;

$P(x)$  – загальна потужність, Вт;

$x$  – координата в напрямку руху зерна, м;

$\tau$  – час, с.

Перший член лівої частини рівняння визначає кількість теплоти потоку випромінювання поглиненого матеріалом, другий член рівняння визначає кількість теплоти переданої матеріалу теплопровідністю, третій і четвертий члени рівняння враховують кількість теплоти переданою конвекційним способом матеріалу і повітрю (в порах шару дисперсного матеріалу).

Вся кількість отриманої матеріалом теплоти витрачається на збільшення тепловмісту матеріалу, що визначається збільшенням його температури.

Величини коефіцієнтів теплообміну  $\alpha_{1-4}$ , які характеризують інтенсивність теплових потоків можна визначити із теоретичних співвідношень, які враховують всі складові і фізичні особливості процесу складного теплообміну в шарі дисперсного матеріалу з зануреними тепловиділяючими елементами.

В практичних розрахунках процесів складного теплообміну, як правило використовують коефіцієнт ефективного теплообміну який визначається за формулою:

$$\alpha_{ef} = \frac{\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}. \quad (4.2)$$

Розраховувати величину коефіцієнта теплообміну за формулою (4.2) практично не можливо, тому його величину визначають за даними експериментів, з розв'язків рівнянь теплового балансу.

Використовуючи ефективний коефіцієнт теплообміну  $\alpha_{ef}$  (віднесений до тепловиділяючої поверхні  $F_1$ ) записуємо рівняння теплового балансу для тепловиділяючого елемента у вигляді:

$$c_1 S_1 \rho_1 dx d\theta_1 = \eta P(x) dx d\tau - \frac{1}{H} [\alpha_{ef} F_1 (\theta_1 - \theta_2) - \alpha_k F_1 (\theta_1 - t)] dx d\tau, \quad (4.3)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії індуктора.

Розкриваємо повний диференціал температури ТВЕ:

$$d\theta_1 = \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \theta_1}{\partial x} dx, \quad (4.4)$$

і використовуючи очевидні співвідношення:  $dx/d\tau = V$ ,  $V = \frac{G}{\rho S}$ ;  $m = S dx \rho$ , де:

$V$  – швидкість руху матеріалу, м/с;  $G$  – масові витрати матеріалу, кг/с, отримаємо з рівняння (4.3):

$$m_1 c_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \eta_1 P(x) - \alpha_{ef} F_1 (\theta_1 - \theta_2) - \alpha_k F_1 (\theta_1 - t). \quad (4.5)$$

Аналогічним чином сформулюємо рівняння теплового балансу для інших елементів об'єкту моделювання:

– для потоку зернового матеріалу:

$$m_2 c_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} + G c_2 H \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = \alpha_{ef} F_1 (\theta_1 - \theta_2) - \alpha'_{ef} F_4 (\theta_2 - \theta_4) + \alpha_k F_2 (t - \theta_2), \quad (4.6)$$

– для повітря у міжзерновому об'ємі:

$$m_3 c_3 \frac{\partial t}{\partial \tau} = \alpha_k F_1 (\theta_1 - t) - \alpha_k F_4 (t - \theta_4) - \alpha_k F_2 (t - \theta_2), \quad (4.7)$$

– для корпусу з індуктором:

$$m_4 c_4 \frac{\partial \theta_4}{\partial \tau} = P(1 - \eta) + \alpha'_{ef} F_4 (\theta_2 - \theta_4) - \alpha'_k F'_4 (\theta_4 - t_{oc}) - \alpha_k F_4 (\theta_4 - t), \quad (4.8)$$

де  $\theta_4$  – температура корпусу з індуктором, °С;

$P$  – теплова потужність індуктора, Вт;

$F_2, F_4, F'_4$  – поверхня зерна, корпусу внутрішня і зовнішня, м<sup>2</sup>;

$m_1, m_2, m_3, m_4$  – маса тепловідляючих елементів, зерна, повітря та корпусу з індуктором, кг;

$c_2, c_3, c_4$  – питома теплоємність зерна, повітря, матеріалу індуктора, Дж/(кг·°С);

$G$  – витрати зерна, кг/с;

$t_{oc}$  – температура оточуючого середовища, °С;

$\alpha_{ef}, \alpha'_{ef}, \alpha_k, \alpha'_k$  – коефіцієнти теплообміну стрижня із зерном, внутрішній поверхні корпусу із зерном, повітря із зерном і корпусом, поверхні індуктора з повітрям, Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

При складанні рівнянь враховували: кількість теплоти що виділяється індуктором  $P(1 - \eta)$ , коефіцієнт ефективної теплопередачі  $\alpha'_{ef}$ , віднесено до внутрішньої поверхні корпусу  $F_4$ , коефіцієнт  $\alpha'_k$  зовнішнього теплообміну з оточуючим середовищем визначається з рівняння:

$$\alpha'_k = \alpha_k + c_{np} (T_k^2 - T_p^2) (T_k - T_p) 10^{-8}, \quad (4.9)$$

де  $c_{np}$  – приведений коефіцієнт випромінювання;

$T_k, T_p$  – температура поверхні корпусу і оточуючих поверхонь споруди.

Таким чином отримано математичну модель динамічних режимів індукційного нагрівача дисперсних матеріалів, у вигляді системи диференціальних рівнянь четвертого порядку. Оскільки система рівнянь (4.5) – (4.8) аналітичного розв'язку не має, розглянемо стаціонарний і перехідний режими роботи індукційної установки окремо.

Розглянемо стаціонарний (встановлений) режим, тобто режим при якому у кожній точці об'єму завантаженого потоком дисперсного матеріалу та елементів конструкції усі температурні параметри у часі не змінні і має місце розподіл температур тільки за координатою.

Як встановлено теоретично і визначено експериментально [10] розподіл теплової потужності в ТВЕ є нерівномірним і описується залежністю (рис. 4.2):

$$Q = -3.59 \cdot 10^5 + 1.83 \cdot 10^7 x + 9.62 \cdot 10^7 x^2 - 2.95 \cdot 10^8 x^3 + 1.83 \cdot 10^8 x^4, \quad (4.10)$$

яку в певному наближенні можна апроксимувати частиною синусоїдальної кривої:

$$\eta P(x) = a(1 + \sin \omega x), \quad (4.11)$$

де  $a = 0.5(P_{\max} - P_{\min})$  – амплітудне значення потужності, Вт;

$P_{\max}$  – максимальна теплова потужність, Вт;

$P_{\min}$  – мінімальна теплова потужність, Вт;

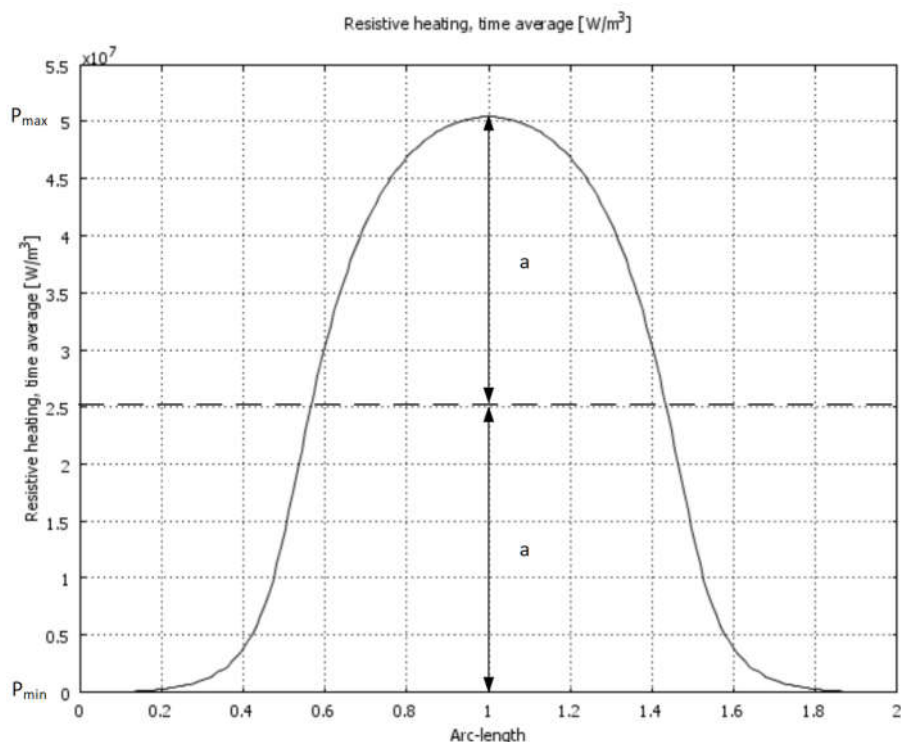
$\omega = \pi/H$ ,  $\text{м}^{-1}$ .

Прирівнюючи похідні за часом до нуля і виключаючи (для спрощення розрахунків з 2 % похибкою) з розгляду температуру повітря, вважаючи, що її внесок в загальний теплоперенос враховується конвекційною складовою в складному теплообміні шляхом збільшення коефіцієнту теплопровідності повітря отримаємо систему рівнянь стаціонарного режиму:

$$\eta P(x) = \alpha_{ef} F_1 (\theta_1 - \theta_2), \quad (4.12)$$

$$Gc_2 H \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = \alpha_{ef} F_1 \theta_1 + \alpha'_{ef} F_4 \theta_4 - (\alpha_{ef} F_1 + \alpha'_{ef} F_4) \theta_2, \quad (4.13)$$

$$P(1-\eta) = (\alpha_{ef}F_4 + \alpha_k F'_4)\theta_4 - \alpha'_{ef} F_4\theta_2 - \alpha_k F'_4 t_{oc}. \quad (4.14)$$



**Рис. 4.2.** Розподіл питомої теплової потужності ТВЕ за координатою

Зводячи рівняння (4.12) – (4.14) до одного з урахуванням залежності (4.11) після перетворень матимемо:

$$T_x \frac{d\theta_2(x)}{dx} + b\theta_2(x) = P_1 + a \sin \omega x, \quad (4.15)$$

де  $T_x = \frac{Gc_2H}{\alpha'_{ef} F_4 + \alpha_{ef} F_1}$ ;  $P_1 = k_2(k_5 t_{oc} + k_3(1-\eta)P) + k_1 k_2 a$ ;  $b = 1 - k_1 - k_2 k_4$ ;

$$k_1 = \frac{\alpha_{ef} F_1}{k_{01}}; \quad k_2 = \frac{\alpha'_{ef} F_4}{k_{02}}; \quad k_3 = \frac{1}{k_{02}}; \quad k_4 = \frac{\alpha'_{ef} F_4}{k_{02}}; \quad k_5 = \frac{\alpha_k F'_4}{k_{02}};$$

$$k_{01} = \alpha_{ef} F_1 + \alpha'_{ef} F_4; \quad k_{02} = \alpha_k F'_4 + \alpha'_{ef} F_4.$$

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння отримаємо, як суму однорідного рівняння:

$$\theta_2(x) = c_1 e^{-\frac{b}{T_x} x} + \frac{P_1}{b} + A \sin \omega x + B \cos \omega x, \quad (4.16)$$

де  $c_1$  – стала інтегрування;

$A, B$  – сталі коефіцієнти, визначаються методом невизначених множників.

Стала інтегрування визначається з початкової умови:  $x = 0$ ;  $\theta_2 = \theta_{oz} = t_{oc}$  – температура матеріалу на вході в установку. Опускаючи проміжні перетворення, записуємо отримані значення коефіцієнтів:  $A = \frac{ab}{T_x^2 \omega^2 + b^2}$ ,

$$B = -\frac{aT\omega}{T^2\omega^2 + b^2}, \quad c_1 = \theta_{o2} - \frac{P}{B} + \frac{aT\omega}{b^2 + T_x^2\omega^2}.$$

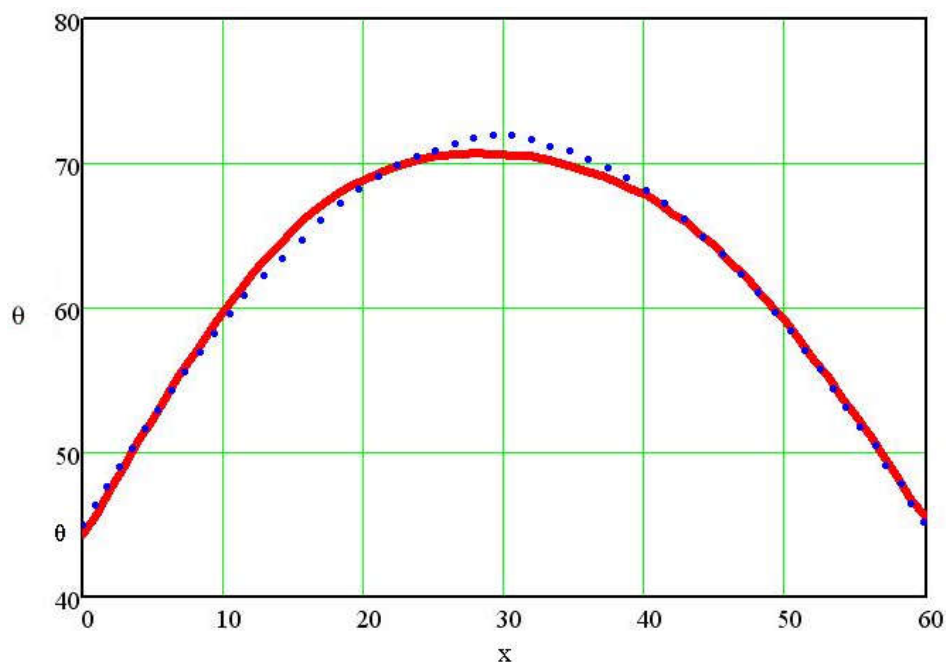
Температура стержнів ТВЕ:

$$\theta_1(x) = \frac{hP(x)}{\alpha_{ef}F_1} + \theta_2(x). \quad (4.17)$$

Температура корпусу:

$$\theta_4(x) = k_2P + k_4t_{oc} + \theta_2(x). \quad (4.18)$$

Підставляючи значення  $\theta_2(x)$  з рівняння (4.16) в рівняння (4.17), (4.18) визначають розподіл температури стержнів і корпусу за висотою в напрямку руху зернового потоку. Температуру зерна на виході установки визначають з рівняння (4.16) підстановкою  $x = H$  (графік розподілу температури ТВЕ за висотою наведено на рис. 4.3).



**Рис. 4.3. Розподіл температури ТВЕ за координатою:**

● – експериментальні дані; — – розрахункові дані

Визначити розподіл температури зернового матеріалу в процесі переміщення в каналі заповненому феромагнітними стержнями завантаження доволі важко.

Визначимо температурне поле (одномірне) завантаження в статичному і динамічному режимах при відсутності зернового матеріалу в робочому каналі установки і порівняємо отримані дані з даними експерименту [45].

Нестационарний тепловий режим установки (період нагріву) опишемо системою диференціальних рівнянь для трьох теплових ємностей:

– завантаження:

$$m_1 c_1 \frac{d\theta_1}{d\tau} = \eta P(x) - \alpha'_{ef} F_1(\theta_1 - t_2) - \alpha'_{ef} F_4(\theta_1 - \theta_4), \quad (4.19)$$

– повітря:

$$m_3 c_3 \frac{dt}{d\tau} = \alpha'_{ef} F_1(\theta_1 - t) - \alpha'_{ef} F_4(t - \theta_4), \quad (4.20)$$

– корпусу з індуктором:

$$m_4 c_4 \frac{d\theta_4}{d\tau} = P(1 - \eta) - \alpha_{ef}(\theta_4 - t_{oc})F'_4 + \alpha'_{ef} F_4(\theta_1 - \theta_4) + \alpha_{ef} F_4(t - \theta_4). \quad (4.21)$$

Величина коефіцієнта ефективного теплообміну  $\alpha''_{ef}$  враховує теплообмін випромінюванням і конвекцією і розраховується [75] за формулою (4.9). Теплообмін відбувається між завантаженням і корпусом. Оскільки теплоємність повітря  $m_3 c_3$  в корпусі набагато менша за інші ємності ( $m_4 c_4 \gg m_3 c_3 \ll m_1 c_1$ ) її величиною можна знехтувати.

З рівняння (4.20) визначимо:

$$t = K_1 \theta_1 + K_2 \theta_4, \quad (4.22)$$

де 
$$K_1 = \frac{\alpha'_{ef} F_1}{\alpha'_{ef} F_1 + \alpha_2 F'_4}; \quad K_2 = \frac{\alpha_{ef} F_4}{\alpha'_{ef} F_1 + \alpha_2 F'_4}; \quad \alpha_2 = \alpha_k.$$

Підставляючи значення  $t$  з рівняння (4.22) в (4.19) і (4.21) після перетворень отримаємо:

$$T_1 \frac{d\theta_1}{d\tau} + a_1 \theta_1 - b_1 = \theta_4, \quad (4.23)$$

$$T_2 \frac{d\theta_4}{d\tau} + a_2\theta_4 - b_2 = \theta_1, \quad (4.24)$$

$$\text{де } a_1 = \frac{K_5}{K_3}; \quad b_1 = \frac{P(x)}{K_3}; \quad T_1 = \frac{m_1 c_1}{K_3}; \quad K_3 = \alpha'_{ef} (F_4 + F_1 K_2); \quad a_2 = \frac{K_6}{K_4};$$

$$b_2 = \frac{P(1-\eta)}{K_4} + \frac{\alpha'_{ef} F_4}{K_4} t_{oc}; \quad T_2 = \frac{m_4 c_4}{K_4}; \quad K_4 = \alpha_{ef} (F_1 + F_4 K_1);$$

$$K_5 = \alpha'_{ef} (F_1 + F_4) - \alpha'_{ef} F_1 K_1; \quad K_6 = (\alpha_2 + \alpha'_{ef}) F_4 - \alpha_{ef} F_4 (1 + K_2).$$

Підставляючи значення  $\theta_4$  з рівняння (4.23) і похідну  $\frac{d\theta_4}{d\tau}$  в рівняння

(4.24) матимемо:

$$A \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} + B \frac{d\theta_1}{d\tau} + C\theta_1 = D(x), \quad (4.25)$$

$$\text{де } A = T_1 T_2; \quad B = (a_1 T_2 + a_2 T_1); \quad C = a_2 a_1 - 1; \quad D = b_2 + b_1 a_2;$$

$$D(x) = \frac{P(1-\eta) + \alpha'_{ef} F_4 t_0}{K_4} + \frac{K_6 P(x)}{K_4 K_3}.$$

Розв'язок неоднорідного рівняння (4.25) отримаємо, як суму однорідного рівняння і частинного рішення:

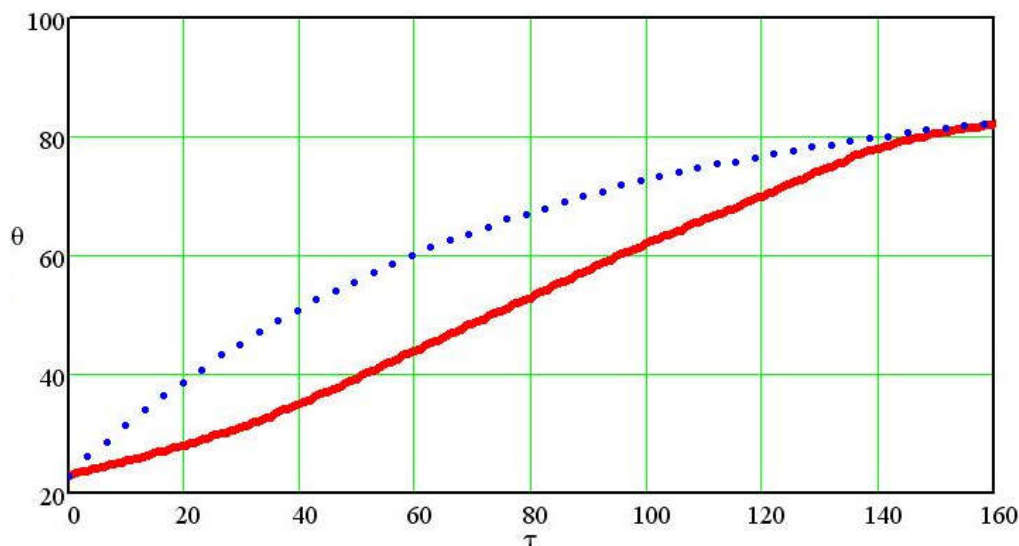
$$\theta_1(\tau, x) = c_1 e^{r_1 \tau} + c_2 e^{r_2 \tau} + \frac{D(x)}{C}. \quad (4.26)$$

Визначивши сталі інтегрування  $c_1$  і  $c_2$  за початкової умови  $\tau = 0$ ;  $\theta_1(\tau, x) = \theta_{01}$  ( $\theta_{01}$  – початкова температура ТВЕ) після перетворень отримаємо залежність:

$$\theta_1(\tau, x) = \frac{\theta_{01} C - D(x)}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D(x)}{C}, \quad (4.27)$$

$$\text{де } r_1, r_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \text{ – корені характеристичного рівняння.}$$

На рис. 4.4. Наведені графічні залежності зміни температури ТВЕ в часу.



**Рис. 4.4. Зміна температури ТВЕ (середина стержня) в часі:**

● – експериментальні данні; — – розрахункові данні

Для стаціонарного режиму розподіл температури за довжиною ТВЕ отримаємо з рівнянь (4.23) і (4.24) при  $d\theta_1/d\tau = d\theta_4/d\tau = 0$ :

$$\theta_1(x) = \frac{a_2}{a_1 a_2 - 1} \left[ \frac{P_0}{K_4} + \frac{\alpha'_{ef} F_4 t_{oc}}{K_4} + P \left( \frac{1-\eta}{K_4} + \frac{1}{K_3} \sin \frac{\pi}{H} x \right) \right]. \quad (4.28)$$

Для створення ефективної системи автоматичного керування режимом індукційного нагріву дисперсного матеріалу, необхідно мати математичну модель динамічних властивостей установки, яка б враховувала інерційність усіх елементів (ланок). Традиційно (з точки зору задач управління) отримаємо динамічну модель об'єкта керування у вигляді передаточних функцій по каналах керування і збурення. Для цього складову, яка враховує зміну температури потоку зернового матеріалу в рівнянні (4.6) за координатою замінимо похідною за координатою з рівняння (4.16) а саме:

$$\frac{d\theta_2(x)}{dx} = -\frac{b}{T_x} C_1 + A\omega \cos \omega x - B\omega \sin \omega x = f(x). \quad (4.29)$$

Залежність (4.29) не змінюється в часі і трактується як «коефіцієнт підсилення» інерційної ланки «зерновий потік». В цьому випадку система диференціальних рівнянь в частинних похідних (4.5) – (4.8) перетворюється на систему рівнянь у звичайних похідних.

Нехтуючи тепловою ємністю повітря ( $m_3c_3 = 0$ ) і застосовуючи до системи рівнянь (4.5) – (4.8) перетворення Лапласа при нульових початкових умовах, після відповідних перетворень отримаємо систему лінійних рівнянь в операторній формі:

$$\begin{cases} (T'_1 p + 1)\theta_1(p) = a_1 + b_1\theta_2(p) + c_1\theta_4(p) \\ (T'_2 p + 1)\theta_2(p) = a_2 + b_2\theta_4(p) + c_2\theta_4(p), \\ (T'_4 + 1)\theta_4(p) = a_4 + b_4\theta_2(p) \end{cases} \quad (4.30)$$

і рівняння зв'язку:

$$t(p) = K_7\theta_1(p) + K_8\theta_2(p), \quad (4.31)$$

де  $p = (d\tau)^{-1}$  – оператор Лапласа;

$$T'_1 = \frac{m_1c_1}{K_{01}}; \quad a_1 = \frac{\eta P(x)}{K_{01}}; \quad b_1 = \frac{\alpha_{ef}F_1}{K_{01}}; \quad c_1 = \frac{\alpha_k F_1 F'_4}{K_{01}}; \quad K_{01} = F_1(\alpha_{ef} + \alpha_k F'_1);$$

$$F'_1 = \frac{F_1}{F_1 + F_4}; \quad F'_4 = \frac{F_4}{F_1 + F_4}; \quad F'_2 = \frac{m_2c_2}{K_{02}}; \quad a_2 = \frac{G_2c_2H}{K_{02}} f(x); \quad b_2 = \frac{\alpha_{ef}F_1}{K_{02}};$$

$$c_2 = \frac{\alpha_{ef}F_4}{K_{02}}; \quad K_{02} = \alpha_{ef}F_1 + \alpha'_{ef}F_4; \quad T'_4 = \frac{m_4c_4}{K_{04}}; \quad a_4 = \frac{P(1-\eta) + \alpha_{ef}F'_4 t_{oc}}{K_{04}};$$

$$b_4 = \frac{\alpha_{ef}F_4}{K_{04}}; \quad K_{04} = \alpha_{ef}(F_4 + F'_4); \quad K_7 = \frac{\alpha_k F_1}{\alpha_k F_1 + \alpha_k F_2}; \quad K_8 = \frac{\alpha_k F_4}{\alpha_k F_1 + \alpha_1 F_2}.$$

Розв'язуючи систему рівнянь (4.30) відносно  $\theta_2(P)$  отримаємо:

$$A_4(A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + 1)\theta(p) = B_3(B_1 p^2 + B_2 p + 1), \quad (4.32)$$

$$\text{де } A_1 = T'_1 T'_2 T'_4 \frac{1}{A_4}; \quad A_2 = (T'_1 T'_4 + T'_2 T'_4 + T'_2 T'_1) \frac{1}{A_4}; \quad A_3 = (T'_1 + T'_2 + T'_4) \frac{1}{A_4};$$

$$A_4 = c_2 b_4 + b_1 b_2 + b_2^2; \quad B_1 = a_2 T_1 T_4; \quad B_2 = (a_2 + a_1 b_2) T_4 + (a_2 + a_2 a_4) T_1;$$

$$B_3 = a_2 + a_4(c_2 + c_1 b_2) + c_1 b_2.$$

До коефіцієнту  $B_3$  входять керована змінна  $P \rightarrow P(p)$  та збурювальна змінна  $t_{oc}(p)$ . Розкриваючи значення коефіцієнтів при змінних записуємо:

$$B_3(p) = k'_1 P(p) + k'_2 t_{oc}(p), \quad (4.33)$$

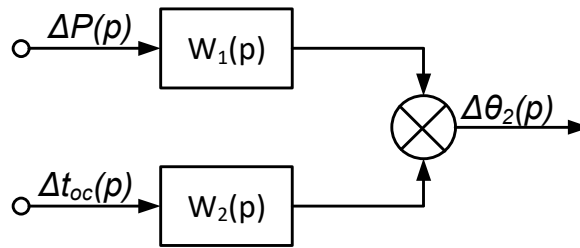
де  $k'_1 = \frac{1-\eta}{K_{04}}(c_2 + c_1 b_2) + \frac{\eta b_2}{K_{01}} \sin \omega x$ ;  $k'_2 = \frac{\alpha'_{ef} F'_{4}}{K_{04}}$ .

З урахуванням (4.33) передавальні функції за відповідним каналами можна записати у вигляді:

$$W_1(p) = \frac{\theta_2(p)}{P(p)} = \frac{B_1 p^2 + B_2 p + 1}{A_4 (A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + 1)} k'_1 P(p), \quad (4.34)$$

$$W_2(p) = \frac{\theta_2(p)}{t_{oc}(p)} = \frac{B_1 p^2 + B_2 p + 1}{A_4 (A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + 1)} k'_2 t_{oc}(p). \quad (4.35)$$

Структурна схема об'єкта керування матиме вигляд зображений на рис. 4.5.



**Рис. 4.5. Структурна схема динаміки об'єкта керування**

Сформульовані математичні моделі температурних режимів індукційної установки безперервної дії для нагріву зернового матеріалу які враховують нерівномірний розподіл потужності за довжиною стержневих тепловиділяючих елементів, втрати теплоти в оточуюче середовище, радіаційну, конвективну і кондуктивну теплопередачі в шарі. Аналіз отриманих моделей дозволив визначити вплив нерівномірності тепловиділень на статичні і динамічні характеристики об'єкта моделювання і отримати аналітичні залежності, що визначають розподіл температури ТВЕ і зернового матеріалу в стаціонарному і перехідному режимах.

## 4.2. Математичні моделі нестационарних теплових процесів прес-екструдера з індукційним обігрівом<sup>10</sup>.

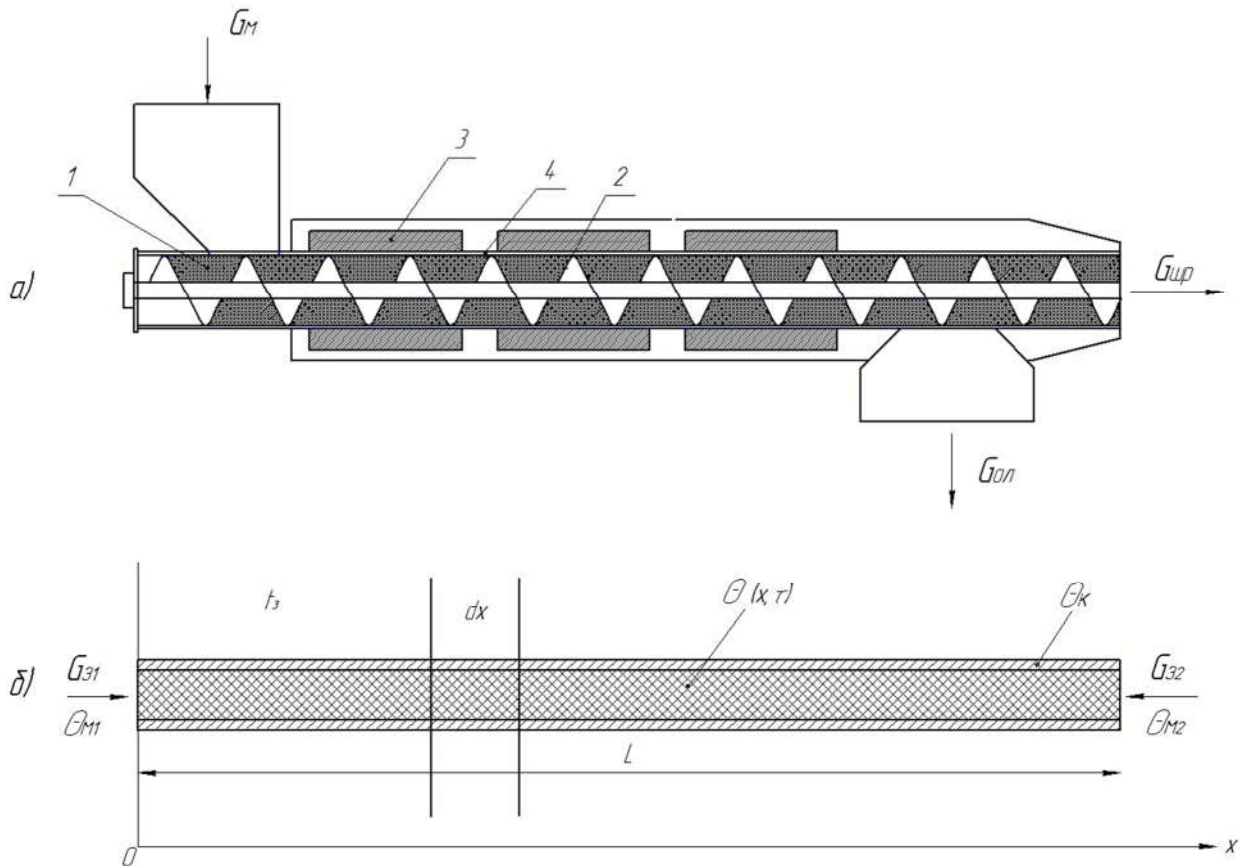
Прес-екструдер складається з корпусу, в середині якого розміщений гвинт та фільтруючий елемент. Тиск насіння регулюється за допомогою зміни ширини вихідного отвору. Такий тип обладнання використовується як для остаточної, так і для попередньої переробки олійного насіння перед екстракцією. Продуктивність прес-екструдера, кількість і якість видаленої олії залежить від температури перероблюваної сировини, тому для інтенсифікації масообмінних процесів в пресах використовують нагрівання конструктивних елементів (шнек, корпус) водою, парою або електричними нагрівачами. Найбільш ефективним і перспективним є електроіндукційний нагрів елементів преса, так як в цьому випадку корпус прогривається рівномірно за об'ємом, а не теплопровідністю як при елементному електронагріві.

Робоча зона преса (рис. 4.6а) складається із корпусу, шнека і нагрівальних елементів поверхневого або індукційного типу. Продуктивність преса і вихід готової продукції в значній мірі залежить від температури оброблюваної рослинної маси.

Теплофізичні явища, які відбуваються в процесі пресування, можна представити так. Теплова енергія, яка генерується нагрівальними пристроями, витрачається на нагрівання корпусу преса (підвищення його тепловмісту), частково передається матеріалу, що рухається в корпусі преса, кондуктивною теплопередачею та тепловою конвенцією передається в навколишнє середовище (зовнішнє повітря). Від матеріалу, що рухається, тепло передається поверхні шнека і витрачається на його нагрівання. Складність процесу полягає в тому, що інтенсивність процесу нагрівання рослинної маси змінюється як у часі, так і за координатами в напрямку руху матеріалу. Тому для визначення динамічних характеристик преса необхідно мати математичну модель з урахуванням зміни температури за координатою в часі.

---

<sup>10</sup> Наведено за: Лисенко В. П., Котов Б. І., Комарчук Д. С. Математичне моделювання теплових процесів пресекструдера з індукційним обігрівом. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. 2011. Вип. 166, № 4. С. 113–119.



**Рис. 4.6. Конструктивна (а) та розрахункова (б) схеми шнекового преса: 1 – матеріал; 2 – шнек; 3 – нагрівальний елемент; 4 – корпус екструдера**

Подання математичного опису динаміки температурних режимів системою диференціальних рівнянь.

Для одержання математичного опису динаміки процесу нагрівання рослинної маси у шнековому пресі приймемо такі припущення:

- градієнт температури в стінки корпусу та індуктора в радіальному напрямку відсутній із врахуванням того, що корпус нагрівається за рахунок індукційного нагріву;
- теплофізичні характеристики матеріалу і конструктивних елементів пресу не змінюються в часі і за координатою  $x$  та не залежать від температури;
- нехтуємо нагріванням маси за рахунок теплоти, еквівалентної механічної енергії, що витрачається на пресування і переміщення матеріалу;

коефіцієнти теплообміну і теплопередачі не залежать від температури і в часі не змінюються і дорівнюють середнім значенням за процес;

- не беремо до уваги градієнт температур при теплопередачі теплопровідністю в радіальному і осьовому напрямках в корпусі та потоці матеріалу;
- приймемо також одномірний розподіл теплоти в напрямку руху матеріалу (вісь  $x$ ).

Для зменшення порядку рівнянь віднесемо теплоємність шнека до теплоємності матеріалу.

Розглянемо елемент робочої зони преса довжиною  $dx$ . Відповідно до теплофізичної моделі процесу рівняння теплового балансу, що описує зміну температури буде мати вигляд:

- для корпусу преса:

$$c_k S_k \rho_k dx d\Theta_k = P(x) dx d\tau - \frac{\alpha_e f_e}{L} (\Theta_k - \Theta_m) - \frac{\alpha_3 f_3}{L} (\Theta_k - t_z) dx d\tau; \quad (4.36)$$

- для оброблюваного матеріалу:

$$c \rho_m S_m dx d\Theta_m = \frac{\alpha_e f_e}{L} (\Theta_k - \Theta_m) dx d\tau - \frac{\alpha_h f_h}{L} (\Theta_m - \Theta_h) dx d\tau; \quad (4.37)$$

- для гвинта шнека:

$$c_h \rho_h S_h S_m dx d\Theta_h = \frac{\alpha_h f_h}{L} (\Theta_m - \Theta_h) dx d\tau; \quad (4.38)$$

де  $S_k, S_m$  – площа перетину корпусу та матеріалу, м<sup>2</sup>;

$\rho_k, \rho_m$  – густина корпусу екструдера та матеріалу, г/м<sup>3</sup>;

$P(x)$  – прикладена потужність нагрівачів, Вт;

$L$  – довжина шнека, м;

$\alpha_e$  – тепловіддача від внутрішньої поверхні екструдера, Вт/(°С м<sup>2</sup>);

$f_e$  – площа внутрішньої поверхні екструдера, м<sup>2</sup>;

$\alpha_3$  – тепловіддача від зовнішньої поверхні екструдера, Вт/(м<sup>2</sup> °С);

$f_3$  – площа зовнішньої поверхні екструдера, м<sup>2</sup>;

$\Theta_k$  – температура корпусу, °С;

$\Theta_m$  – температура матеріалу, °С;

$t_z$  – температура зовнішнього середовища, °С;

$c_m, c_h, c_k$  – питома теплоємність матеріалу, шнека та корпусу, Дж/(кг·°С);

$m_m, m_h$  – маса матеріалу в об'ємі преса і шнека, кг.

Розкриваючи повні диференціали  $d\Theta = \frac{d\Theta}{\partial\tau} \partial\tau + \frac{d\Theta}{dx} dx$  температур

корпусу і матеріалу з урахуванням, що  $\frac{dx}{\partial\tau} = V$  ( $V$  – швидкість руху для корпусу,

$V=0$ ), а  $S\rho = \frac{G}{V}$ ,  $m = S\rho L$ . Після перетворень одержимо математичний опис

теплових процесів у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} m_k c_k \frac{\partial\Theta_k}{\partial\tau} = P(x) - \alpha_6 f_6(\Theta_k - \Theta_m) - \alpha_3 f_3(\Theta_k - t_z); \\ m_m c_m \frac{\partial\Theta_m}{\partial\tau} + GcL \frac{\partial\Theta_m}{\partial x} = \alpha_6 f_6(\Theta_k - \Theta_m) - \alpha_h f_h(\Theta_h - \Theta_m); \\ m_h c_h \frac{\partial\Theta_h}{\partial\tau} = \alpha_h f_h(\Theta_m - \Theta_h). \end{cases} \quad (4.39)$$

Система рівнянь (4.39) аналітичного розв'язку відносно  $\Theta_k(\tau)$  і  $\Theta_m(\tau)$  не має, тому динамічні температурні режими будемо визначати наближеним методом. Для визначення градієнту температури в напрямку руху матеріалу розглянемо статичні характеристики об'єкта за умови  $\frac{d\Theta_k}{\partial\tau} = \frac{d\Theta_m}{\partial\tau} = \frac{d\Theta_h}{\partial\tau} = 0$ .

Система рівнянь (4.39) при цьому буде описувати сталий (встановлений) режим. Визначимо розподіл температури матеріалу за довжиною робочої зони преса:

$$\begin{cases} P - \alpha_6 f_6(\Theta_k - \Theta_m) - \alpha_3 f_3(\Theta_k - t_z); \\ GcL \frac{d\Theta_m}{dx} = \alpha_6 f_6(\Theta_k - \Theta_m) - \alpha_h f_h(\Theta_h - \Theta_m); \\ \Theta_h = \Theta_m. \end{cases} \quad (4.40)$$

Визначимо з першого рівняння системи (4.40) значення температури корпусу  $\Theta_k$ :

$$\Theta_k = a + b\Theta_m, \quad (4.41)$$

$$\text{де } a = \frac{P(x) + \alpha_3 f_3 t_3}{\alpha_3 f_3 + \alpha_6 f_6}; \quad b = \frac{\alpha_6 f_6}{\alpha_3 f_3 + \alpha_6 f_6}.$$

Підставляючи значення  $\Theta_k$  у друге рівняння системи (4.40) одержимо:

$$T_m \frac{d\Theta_m}{dx} = \alpha(x) - (1-b)\Theta_m, \quad (4.42)$$

$$\text{де } T_m = \frac{cGL}{\alpha_6 f_6 + \alpha_3 f_3}.$$

Розв'язок рівняння (4.42) отримуємо для граничних умов:  $x = 0, \Theta_m = \Theta_1$ ;

$P(x) = P = \text{const}$  у вигляді:

$$\Theta_m(x) = \frac{a}{1-b} - \left( \frac{a}{1-b} - \Theta_1 \right) e^{-\frac{x}{T_m} \cdot (1-b)}. \quad (4.43)$$

Розподіл температури матеріалу в робочій зоні для сталого режиму наведено на рис. 4.7 (для нагріву ріпаку). Аналіз графічних залежностей  $\Theta_m(x)$  показує, що третина робочої зони використовується не ефективно, що пояснюється незначною середньою температурою зернового матеріалу.

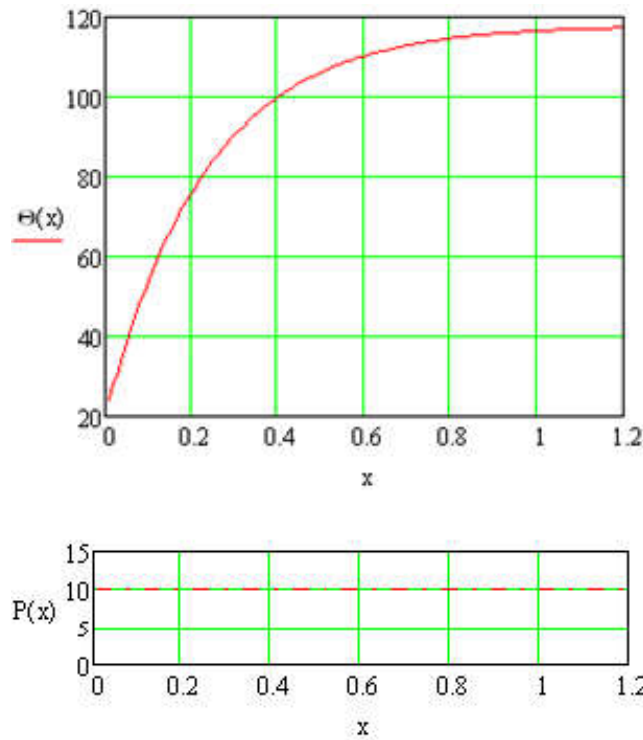
Визначимо градієнт температури матеріалу по координаті напрямку руху і продиференціюємо рівняння (4.43):

$$\frac{d\Theta_m(x)}{dx} = \frac{1-b}{T_m} \left( \frac{a}{1-b} - \Theta_1 \right) e^{-\frac{x}{T_m} \cdot (1-b)}. \quad (4.44)$$

Підставляючи отримане значення в друге рівняння системи (4.39), після відповідних перетворень матимемо:

$$\begin{aligned} m_m c_m \frac{d\Theta_m}{\partial \tau} = & \alpha_6 f_6 (\Theta_k - \Theta_m) - \alpha_h f_h (\Theta_h - \Theta_m) + \\ & - GcL \frac{1-b}{T_m} \left( \frac{a}{1-b} - \Theta_1 \right) e^{-\frac{x}{T_m} \cdot (1-b)}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Таким чином, замість системи рівнянь (4.39) в частинних похідних отримали систему рівнянь в звичайних похідних, яка має аналітичний розв'язок.



**Рис. 4.7. Розподіл температури матеріалу в робочій зоні при сталому режимі ( $\Theta$ , °C;  $P$ , кВт;  $x$ , м)**

Позначимо першу складову лівої частини рівняння (4.45) через функцію координати  $F(x)$  (стала за часом). Тоді математичну модель динаміки температурних режимів запишемо у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{m_k c_k}{\alpha_e f_e + \alpha_k f_k} \frac{\partial \Theta_k}{\partial \tau} + \Theta_k = \frac{P}{\alpha_e f_e + \alpha_k f_k} - \frac{\alpha_e f_e}{\alpha_e f_e + \alpha_k f_k} \Theta_m - \frac{\alpha_3 f_3}{\alpha_e f_e + \alpha_k f_k} t_z; \\ \frac{m_m c_m}{\alpha_k f_k + \alpha_h f_h} \frac{\partial \Theta_m}{\partial \tau} + \Theta_m = -F(x, G, \theta_1) + \frac{\alpha_k f_k}{\alpha_k f_k + \alpha_h f_h} \Theta_k - \frac{\alpha_h f_h}{\alpha_k f_k + \alpha_h f_h} \Theta_h; \\ \frac{m_h c_h}{\alpha_h f_h} \frac{\partial \Theta_h}{\partial \tau} + \Theta_h = \Theta_m. \end{array} \right. (4.46)$$

*Подання математичного опису передатними функціями.*

Система рівнянь має аналітичний розв'язок при незмінних значеннях продуктивності (масова витрата  $G$  матеріалу) і початкової температури матеріалу  $\Theta_1$ . Специфіка роботи прес-екструдера передбачає постійну об'ємну продуктивність  $G_o = Sv$  (де  $v$  – швидкість переміщення). Але масова витрата матеріалу залежить від вологості, що може змінюватись на протязі часу

експлуатації. Початкова температура матеріалу, що переробляється також може змінюватись в часі. Таким чином при наявності змінних зовнішніх збурень  $G(\tau), \Theta(\tau)$  система рівнянь буде нелінійною, так як містить добуток змінної  $\Theta_1$  трансцендентної функції витрат.

Для лінеаризації функції:

$$F(x, G, \Theta_1) = \alpha_\epsilon f_\epsilon (a - (1-b)\Theta_1) e^{-\frac{(1-b)\alpha_\epsilon f_\epsilon x}{GcL}}. \quad (4.47)$$

В другому рівнянні системи (4.46) розкладемо експоненціальну функцію в ряд  $e^{-kx} = 1 - kx + k\frac{x^2}{2} + \dots$  і обмежимося першими двома членами:

$$F(x, G, \Theta_1) = \alpha_\epsilon f_\epsilon (a - (1-b)\Theta_{10}) \left( 1 - \frac{(1-b)\alpha_\epsilon f_\epsilon x}{GcL} \right). \quad (4.48)$$

Лінеаризуємо складову  $1/G = a_1 - b_1 G$ . Запишемо змінні величини у вигляді суми значень ( $x = x_1 + \Delta x$ ) і приростів:  $\Theta_1 = \Theta_{10} + \Delta\Theta_1$ ;  $G = G_0 + \Delta G$ . Аналогічно підставляючи значення змінних у рівняння (4.46) з урахуванням (4.48) після множення, нехтуючи величинами другого ступеня малості та віднявши рівняння статички одержуємо:

$$T_1 \frac{d\Delta\Theta_k}{d\tau} + \Delta\Theta_k = k_1 \Delta P + k_2 \Delta\Theta_m + k_3 \Delta t_z; \quad (4.49)$$

$$T_2 \frac{d\Delta\Theta_m}{d\tau} + \Delta\Theta_m = k_4 \Delta\Theta_k + k_5 \Delta G + k_6 \Delta\Theta_{m1} + k_7 \Delta\Theta_h; \quad (4.50)$$

$$T_3 \frac{d\Delta\Theta_h}{d\tau} + \Delta\Theta_h = k_8 \Delta\Theta_m, \quad (4.51)$$

де  $T_1 = \frac{m_k c_k}{\alpha_\epsilon f_\epsilon + \alpha_k f_k}$ ;  $k_1 = \frac{1}{\alpha_\epsilon f_\epsilon + \alpha_k f_k}$ ;  $k_2 = -\frac{\alpha_\epsilon f_\epsilon}{\alpha_\epsilon f_\epsilon + \alpha_k f_k}$ ;  $k_3 = -\frac{\alpha_3 f_3}{\alpha_\epsilon f_\epsilon + \alpha_k f_k}$ ;

$$T_2 = \frac{m_m c_m}{\alpha_k f_k + \alpha_h f_h}; \quad k_4 = \frac{\alpha_k f_k}{\alpha_k f_k + \alpha_h f_h}; \quad k_5 = -(\alpha_\epsilon f_\epsilon)^2 (1-b)^2 \frac{\Theta_{m1}}{c_\epsilon L};$$

$$k_6 = -\alpha_\epsilon f_\epsilon (1-b) \left( \alpha_\epsilon f_\epsilon (1-b) (a_1 - b_1 G_0) \frac{x}{c_m L} - 1 \right); \quad k_7 = -\frac{\alpha_h f_h}{\alpha_k f_k + \alpha_h f_h};$$

$$T_3 = \frac{m_h c_h}{\alpha_h f_h}; k_8 = 1.$$

Застосовуючи до рівнянь (4.49) – (4.51) перетворення Лапласа при нульових початкових умовах отримаємо систему рівнянь в операторній формі:

$$(T_1 p + 1)\Delta\Theta_k(p) = k_1 \Delta P(p) + k_2 \Delta\Theta_m(p) + k_3 \Delta t_z(p); \quad (4.52)$$

$$(T_2 p + 1)\Delta\Theta_m(p) = k_4 \Delta\Theta_k(p) + k_5 \Delta G(p) + k_6 \Delta\Theta_{m1}(p) + k_7 \Delta\Theta_h(p); \quad (4.53)$$

$$(T_3 p + 1)\Delta\Theta_h(p) = k_8 \Delta\Theta_m(p). \quad (4.54)$$

З отриманих рівнянь визначимо передатні функції по каналах управляючих і збурюючих параметрів:

$$W_1(p) = \frac{\Delta\Theta_k(p)}{\Delta P(p)} = \frac{k_1}{T_1 p + 1}; W_2(p) = \frac{\Delta\Theta_k(p)}{\Delta\Theta_{m1}(p)} = \frac{k_2}{T_1 p + 1};$$

$$W_3(p) = \frac{\Delta\Theta_k(p)}{\Delta t_z(p)} = \frac{k_3}{T_1 p + 1}; W_4(p) = \frac{\Delta\Theta_m(p)}{\Delta\Theta_k(p)} = \frac{k_4}{T_2 p + 1};$$

$$W_5(p) = \frac{\Delta\Theta_m(p)}{\Delta G(p)} = \frac{k_5}{T_2 p + 1}; W_6(p) = \frac{\Delta\Theta_m(p)}{\Delta\Theta_{m1}(p)} = \frac{k_6}{T_2 p + 1};$$

$$W_7(p) = \frac{\Delta\Theta_m(p)}{\Delta\Theta_h(p)} = \frac{k_7}{T_2 p + 1}; W_8(p) = \frac{\Delta\Theta_h(p)}{\Delta\Theta_m(p)} = \frac{k_8}{T_3 p + 1}$$

На основі рівнянь (4.52) – (4.54) і визначених передатних функцій побудуємо структурну схему лінійної математичної моделі динамічних режимів прес-екструдера (рис. 4.8).

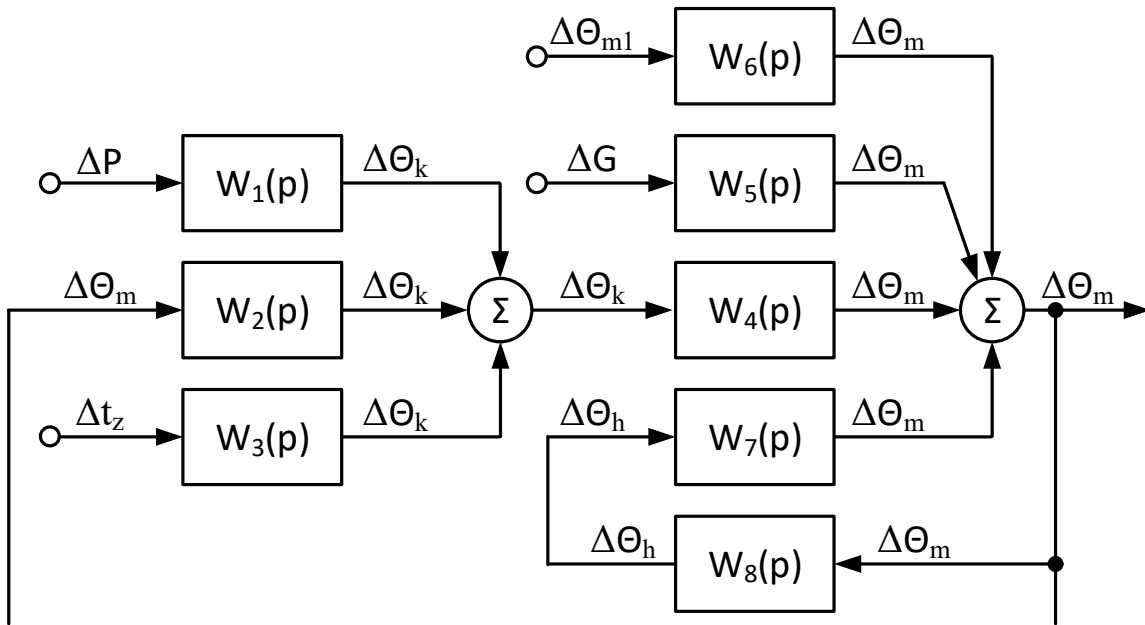
*Подання математичного опису наближеними рівняннями перехідного процесу.*

Для спрощення математичного опису, не змінною для загальної фізичної картини теплових процесів приймаємо, що температура на поверхні шнека дорівнює температурі матеріалу, а теплоємність шнека додаємо до теплоємності матеріалу, використавши поняття еквівалентної теплоємності:

$$m c = m_m c_m + m_h c_h.$$

Введемо такі позначення:  $T_k = \frac{m_k c_k}{\alpha_e f_e}$ ;  $a_1 = \frac{\alpha_e f_e + \alpha_k f_k}{\alpha_e f_e}$ ;  $b_1 = \frac{P + \alpha_k f_k t_z}{\alpha_e f_e}$ ;

$$T_m = \frac{m_m c_m + m_h c_h}{\alpha_k f_k}; a_2 = 1; b_2 = \alpha_e f_e (a - (1-b)\Theta_{m1}) e^{-\frac{(1-b)\alpha_e f_e x}{cL}} = b_2(x).$$



**Рис. 4.8.** Структурна схема лінійної математичної моделі динаміки температурних режимів прес-екструдера

З урахуванням зроблених позначень перші два рівняння системи (4.46) запишемо у вигляді:

$$T_k \frac{d\Theta_k}{d\tau} + a_1 \Theta_k - b_1 = \Theta_m; \quad (4.55)$$

$$T_m \frac{d\Theta_m}{d\tau} + \Theta_m - b_2(x) = \Theta_k. \quad (4.56)$$

Зводячи рівняння (4.55) і (4.56) до одного матимемо:

$$T_k T_m \frac{d^2 \Theta_m}{d\tau^2} + (T_k + a_1 T_m) \frac{d\Theta_m}{d\tau} + (a_1 + 1) \Theta_m = b_1 + a_1 b_2(x). \quad (4.57)$$

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (4.57) за початкових умов:  $\tau = 0$ ;  $\Theta_m = \Theta_{m0}$ ;  $d\Theta_m/d\tau = 0$  (де  $\Theta_{m0}$  – початкове значення температури зерна) отримаємо у вигляді:

$$\Theta_m(\tau, x) = \frac{C\Theta_{m0} - D_1(x)}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}), \quad (4.58)$$

де  $r_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$  – корені характеристичного рівняння;

$$B = T_k + a_1 T_m; \quad c = a_1 - 1; \quad D(x) = a_1 b_2(x).$$

Аналогічно отримаємо рівняння зміни температури корпусу:

$$\Theta_k(\tau, x) = \frac{C\Theta_{k0} - D_2(x)}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}). \quad (4.59)$$

Для підвищення ефективності термообробки зерна ріпаку доцільно застосувати диференційований режим розділивши нагрів корпусу на три зони та збільшити потужність нагрівачів на початковій ділянці, а потужності на ділянках виходу матеріалу з камери екструдера регулювати відповідно до вимог технологічного процесу відповідно до синтезованої математичної моделі.

### 4.3. Математична модель динамічного режиму проточного теплообмінника з індукційним нагрівом тепловиділяючих елементів<sup>11</sup>.

Для синтезу систем автоматичного керування сушильною установкою з електричним (елементним чи індукційним) нагрівом матеріалу і сушильного агенту необхідно мати математичний опис статичних і динамічних характеристик сушарки, як об'єкта керування. Очевидно, що спрощені підходи до опису нестационарних процесів не дають можливості виявити, а потім реалізувати раціональний спосіб керування сушильно-термічним процесом. Застосування динамічних математичних моделей процесу сушіння, адекватних реальним процесам у натурних установках, дають можливість у ході їх досліджень (математичними методами) знайти оптимальні або близькі до них рішення.

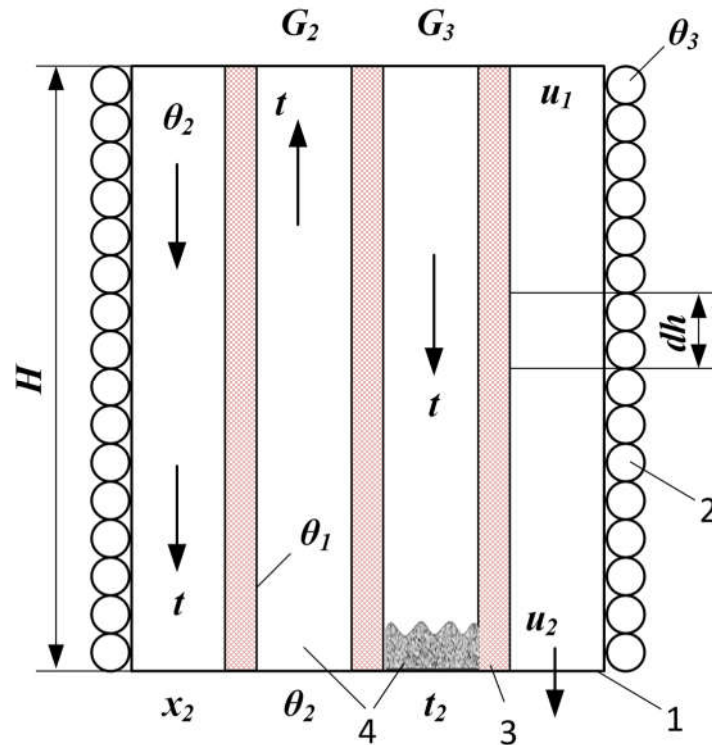
<sup>11</sup> Наведено за: Котов Б. І., Швидя В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Математичне моделювання динамічних режимів зерносушарки з індукційним підведенням енергії. Техніка, енергетика, транспорт АПК. 2019. № 1. С. 64–70.

При моделюванні будемо розглядати тепловий баланс чотирьох теплових ємностей і двох «вологоемних» потоків. Відповідно до схеми установки процеси тепло- і масообміну описуємо за спрощеною схемою: теплота, яка виділяється у елементах навантаження індуктора при дії електромагнітного поля витрачається на нагрівання матеріалу і повітря; теплота отримана матеріалом витрачається на нагрів, випаровування вологи і частково передається до стінки корпусу; теплота, отримана повітрям, витрачається на нагрів повітря і передається матеріалу і стінці корпусу; теплота передана корпусу витрачається на його нагрів і передається в оточуюче середовище. Теплообмін відбувається конвективно-кондуктивною передачею з частковим випромінюванням, інтенсивність якого визначається ефективним коефіцієнтом теплообміну  $\alpha_e$  (визначається експериментально). Вологообмін відбувається за законом Дальтона з поверхні, вкритою вологою.

Використовуємо такі умовні позначення:  $\theta_1, \theta_2, t, \theta_3$  – температура тепловиділяючого елемента, зерна, повітря, корпусу, °С;  $u, x$  – вологовміст матеріалу та повітря, %;  $\alpha_e, \alpha$  – ефективний і конвективний коефіцієнт теплообміну;  $F_1, F_2, F_3, F'_2$  – поверхні теплообміну ТВЕ, зерна, корпусу і поверхня масообміну зернового матеріалу, м<sup>2</sup>;  $m_1, m_2, m_3, m_4$  – маса ТВЕ, зерна, повітря та корпусу, кг;  $G_2, G_3, G_{o2}$  – масові витрати повітря, зерна й абсолютно сухого зерна, відповідно, кг/с;  $r_0$  – питома теплота пароутворення, Дж/кг;  $H$  – висота камери сушіння, м;  $m_0$  – маса абсолютно сухого зерна, кг;  $\beta$  – коефіцієнт масообміну, кг/(м<sup>2</sup>·год);  $P_a, P_k$  – атмосферний тиск і тиск у сушильній камері, Па;  $P$  – теплова потужність ТВЕ, кВт;  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії;  $a, b, c$  – константи;  $c_1, c_2, c_3, c_4$  – питома теплоємність ТВЕ, зерна, повітря та корпусу, Дж/кг °С;  $Rb$  – критерій Ребіндера;  $B = P_a/P_k$ .

Система диференціальних рівнянь, що описує чотирьохемнісний тепловий об'єкт для двох рухомих потоків – повітря і дисперсного матеріалу, двох нерухомих теплових ємностей – корпус сушильної камери і тепловиділяючі

елементи (ТВЕ), може бути сформульована на основі елементарного теплового балансу для відрізка довжиною  $dh$ , при загальноприйнятих спрощуючих припущеннях: безградієнтний перенос теплоти і маси у матеріалі; незмінність коефіцієнтів тепло- і масообміну у часі; відсутність тепло- і масо переносу у напрямку руху потоків (рис. 4.9).



**Рис. 4.9. Розрахункова схема теплообмінної установки:**

**1 – камера нагріву; 2 – індуктор;**

**3 – тепловиділяючі елементи; 4 – матеріал**

Рівняння теплового балансу для кожної із вище названих ємностей запишемо у вигляді:

$$T_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \theta_1 = P' + k_1 \theta_2 + k_3 t, \quad (4.60)$$

$$T_2' \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} + T_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial h} + \theta_2 = k_3 t + k_4 P', \quad (4.61)$$

$$T_3' \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} t + T_3 \frac{\partial t}{\partial h} + t = k_5 \theta_2 + k_6, \quad (4.62)$$

$$T_4 \frac{\partial \theta_4}{\partial \tau} + \theta_3 = k_7 \theta_2 + k_8 t + k_9 t_o. \quad (4.63)$$

Рівняння матеріального балансу для матеріалу і повітря:

$$T_5' \frac{\partial x}{\partial \tau} + T_5 \frac{\partial x}{\partial h} + x = k_{10} \theta_2 + k_{11}, \quad (4.64)$$

$$T_6' \frac{\partial u}{\partial \tau} + T_6 \frac{\partial u}{\partial h} + u = k_{12} - k_{13} \theta_2. \quad (4.65)$$

В рівняннях (4.60) – (4.65) позначено:  $T_1 = \frac{c_1 m_1}{(\alpha_e + \alpha) F_1}$ ;  $k_1 = \frac{\alpha_e}{\alpha_e + \alpha}$ ;

$$k_2 = \frac{\alpha}{\alpha_e + \alpha}; \quad T_2 = \frac{G_{o2} \bar{c}_2 H}{l_5}; \quad T_2' = \frac{m_2 \bar{c}_2}{l_5}; \quad \bar{c}_2 = G_2 \left( G_2 + \frac{G_{o2}}{r_0 R b} \right); \quad R b = \frac{c_2 d \theta_2}{r_0 du}; \quad k_3 = \frac{l_4}{l_5};$$

$$k_4 = \frac{l_6}{l_5}; \quad l_6 = a_e F_1; \quad P_1' = \frac{P}{(\alpha_e + \alpha) F_1}; \quad k_5 = \frac{l_1}{l_2}; \quad k_6 = \frac{l_3}{l_2}; \quad T_3 = \frac{G_3 c_3 H}{l_2}; \quad T_3' = \frac{m_3 c_3}{l_2};$$

$$l_5 = a_2 F_2 + a_e F_1 + k_1; \quad l_2 = a_1 F_1 + a_2 F_2 + a_3 F_4 + k_2; \quad l_6 = a_e F_1 P_1'; \quad x = \bar{c} \theta - \bar{c} \theta_{o2};$$

$$l_3 = a_1 F_1 P_1' + a_3 F_4 \theta_4 + r_0 \beta F_2' (a - b(\bar{c} \theta_{o2} - x_1)); \quad \bar{c} = \frac{G_{o2} c_2}{r_0 G_3}; \quad T_4 = \frac{c_4 m_4}{l_7}; \quad k_7 = \frac{l_8}{l_7}; \quad k_8 = \frac{l_9}{l_7};$$

$$k_9 = \frac{l_{10}}{l_7}; \quad l_7 = a F_1 + a F_3 + k F_4; \quad k = a_e F_1 + a_1 F_1; \quad T_5 = \frac{G_3 P_a}{b P_k}; \quad T_5' = \frac{m_3 P_a}{b P_k}; \quad k_{10} = \frac{\beta a F_2' P_a}{b P_k};$$

$$k_{11} = \frac{\beta c F_2'}{b}; \quad T_6 = \frac{G_{o2} P_a}{\beta b R P_k F_2'}; \quad T_6' = \frac{m_o P_a}{\beta b R P_k F_2'}; \quad k_{12} = \frac{a}{b R}; \quad k_{13} = \frac{c + b x_1 + b R u_1}{b R}; \quad R = \frac{G_{o2}}{G_3}.$$

Отримана система рівнянь описує нестационарний тепло- і масообмін при індукційному підведенні теплової енергії та може бути розв'язана числовим методом з використанням комп'ютера та типових програм при наступних граничних умовах:  $\tau = 0, u = u_0, t = t_0, \theta = \theta_0, x = x_0; x = 0, x = x_1, \theta = \theta_1, u = u_1, t = t_1$  початкові параметри процесу та їх значення на вході у сушильну установку.

Розглянемо стаціонарний процес  $\partial u / \partial \tau = \partial x / \partial \tau = 0$ ,  $\partial \theta_1 / \partial \tau = \partial \theta_2 / \partial \tau = \partial t / \partial \tau = 0$ . При стаціонарному встановленому режимі у кожній точці об'єму сушильної камери всі параметри від часу не залежать. Прирівнюючи похідні за часом до нуля і упускаючи проміжні перетворення розв'язку системи диференціальних рівнянь відносно параметрів потоків матеріалу і повітря:

$\theta(h), t(h), x(h), u(h)$ , запишемо кінцевий результат у вигляді наступних залежностей:

$$\theta_2(h) = \frac{\theta_1 A_3 - A_4}{A_3(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 h} - r_2 e^{r_1 h}) + \frac{A_4}{A_3}, \quad (4.66)$$

$$t(h) = \frac{t_1 A_3 - A_4}{A_3(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 h} - r_2 e^{r_1 h}) + \frac{A_5}{A_3}, \quad (4.67)$$

$$x(h) = C_0 e^{-Bbh} + \frac{C}{Bb} + \frac{D_1}{r_2 - Bb} e^{r_2 h} - \frac{D_2}{r_1 - Bb} e^{r_1 h}, \quad (4.68)$$

$$u(h) = u_1 - RC_0(1 - e^{-Bch}) + \frac{D_1}{r_2 - Bb} (1 - e^{r_2 h}) - \frac{D_2}{r_1 - Bb} (1 - e^{r_1 h}), \quad (4.69)$$

де  $r_1, r_2 = \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4A_1 A_3}}{2A_1}$  – корені характеристичного рівняння;

$$A_1 = T_2 T_3; \quad A_2 = a_1 T_2 + a_2 T_1; \quad A_3 = a_1 a_2 - 1; \quad A_4 = \frac{P'_1}{b_2 + a_2 b_1}; \quad A_5 = \frac{P'_1}{b_2 - a_2 b_1}; \quad a_1 = \frac{l_2}{l_1}$$

;

$$a_2 = \frac{l_5}{l_4}; \quad b_1 = \frac{l_3}{l_1}; \quad b_2 = \frac{l_6}{l_4}; \quad C_0 = x_1 - \frac{c}{Bb} - \frac{D_1}{r_2 + Bb} + \frac{D_2}{r_1 + Bb}; \quad B = \frac{\beta F'_2 P_a}{G_3 H P_k};$$

$$C = Bc + Ba \frac{A_5}{A_3}; \quad D_1 = B a k_{m1} r_1; \quad D_2 = B a k_{m1} r_2; \quad k_{m1} = \frac{\theta_1 A_3 - A_5}{A_3(r_1 - r_2)}.$$

Отримані залежності (4.66) – (4.59) визначають розподіл параметрів процесу за висотою сушильної камери. Значення цих параметрів на виході установки (кінцеві значення) отримують підстановкою:  $h = H$ .

Продиференціюємо залежності (4.66) – (4.59) за координатою  $h$ :

$$\frac{d\theta_2(h)}{dh} = k_{m2} (e^{r_2 h} - e^{r_1 h}) = F_2(h), \quad (4.70)$$

$$\frac{dt(h)}{dh} = k_{m3} (e^{r_2 h} - e^{r_1 h}) = F_3(h), \quad (4.71)$$

$$\frac{dx(h)}{dh} = -C_0 B b e^{-Bbh} + \frac{D_1 r_2}{r_2 - Bb} e^{r_2 h} - \frac{D_2 r_1}{r_1 - Bb} e^{r_1 h} = F_5(h), \quad (4.72)$$

$$\frac{du(h)}{dh} = -BcRC_0 e^{-Bch} + \frac{D_1 r_2}{r_2 - Bb} e^{r_2 h} - \frac{D_2 r_1}{r_1 - Bb} e^{r_1 h} = F_6(h). \quad (4.73)$$

Підставляючи отримані значення похідних за координатою у відповідні рівняння системи (4.60) – (4.65) і приймаючи до уваги сталі значення температури корпусу  $\theta_4 = f(P(1-\eta)) = const$ , отримаємо систему диференціальних рівнянь, яка описує нестационарний (перехідний) режим роботи сушильної установки:

$$T_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \theta_1 = P' + k_1 \theta_2 + k_2 t, \quad (4.74)$$

$$T_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} + \theta_2 = -F_2(h) + k_3 t + k_4 P', \quad (4.75)$$

$$T_3 \frac{\partial t}{\partial h} + t = -F_3(h) + k_5 \theta_2 + k_6, \quad (4.76)$$

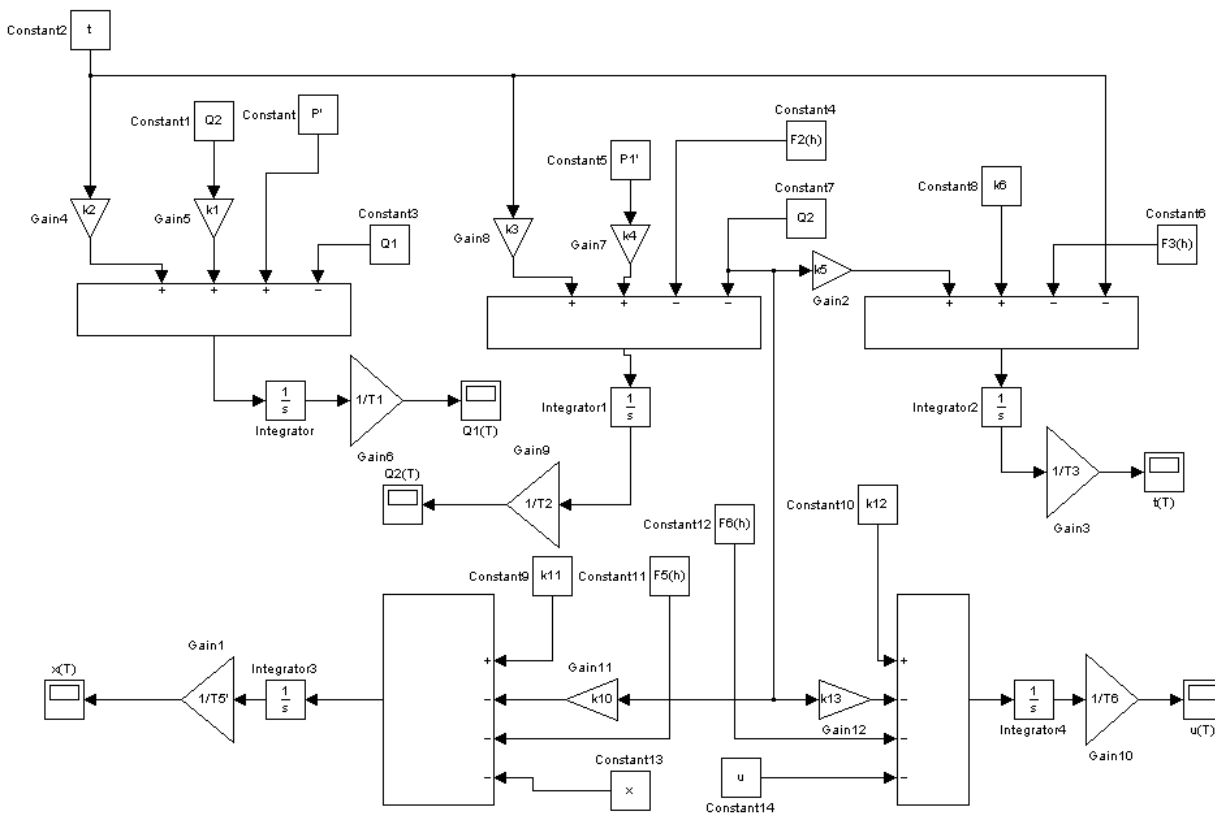
$$T_5 \frac{\partial x(h)}{\partial h} + x = -F_5(h) - k_{10} \theta_2 + k_{11}, \quad (4.77)$$

$$T_6 \frac{\partial u(h)}{\partial h} + u = k_{12} - k_{13} \theta_2 - F_6(h). \quad (4.78)$$

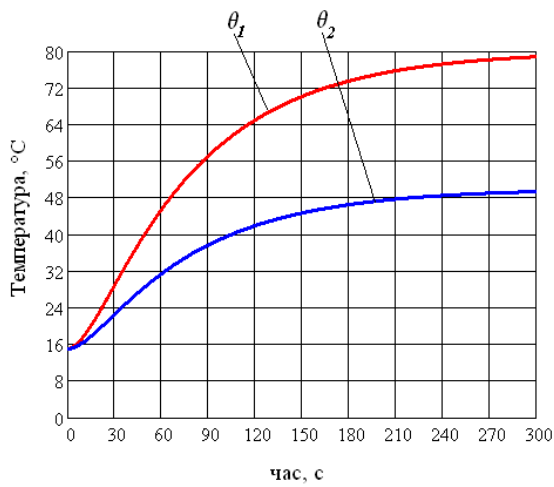
Отримана система диференціальних рівнянь може бути вирішена на комп'ютері у типових комп'ютерних середовищах MathCad и MATLAB.

На рис. 4.10 представлена імітаційна модель динамічних режимів сушильної установки (відповідно до системи рівнянь (4.74) – (4.78). На рис. 4.11 наведено графічні залежності зміни параметрів у часі при параметрах:  $r_1 = -13.963 \cdot 10^{-3}$ ;  $r_2 = -0.071$ ;  $D_1 = 23.7$ ;  $D_2 = 37.92$ ;  $C = 0.474$ ;  $\theta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $u_1 = 0.25 \text{ кг/кг}$ .

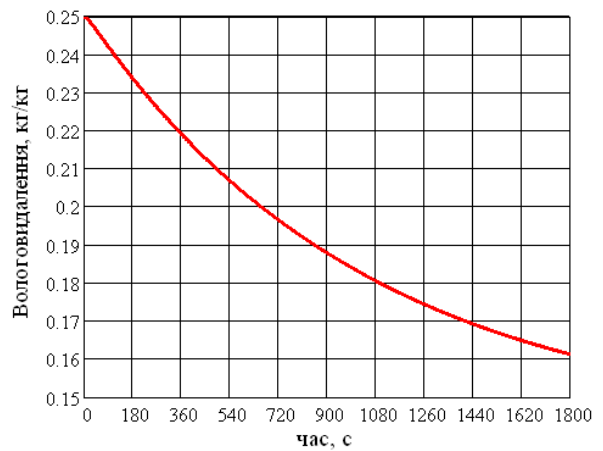
Аналітично одержано залежності, які описують стаціонарний режим функціонування сушильної установки з індукційним підведенням теплової енергії і дають можливість визначити вплив режимно-конструкційних параметрів на показники призначення установки. З використанням статичних характеристик об'єкта моделювання сформована система диференціальних рівнянь, що описує динаміку роботи сушильної установки, як об'єкта з розподіленими параметрами.



**Рис. 4.10.** Імітаційна модель динамічних режимів сушильної установки



**а)**



**б)**

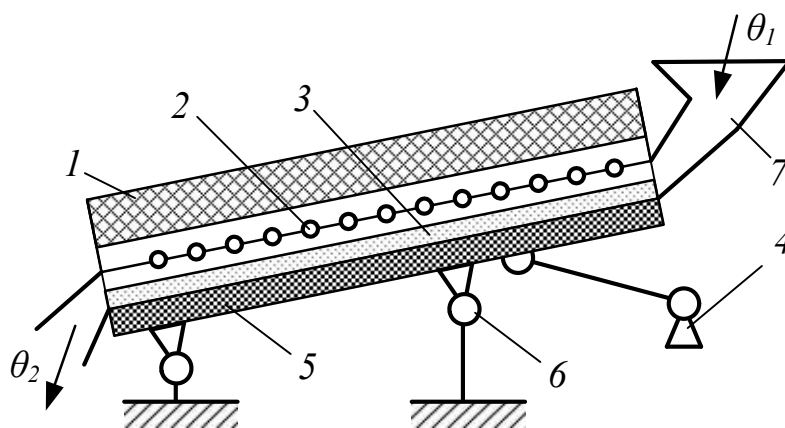
**Рис. 4.11.** Кінетика нагріву (а) тепловиділяючого елементу  $\theta_1$ , зерна  $\theta_2$ , а також кінетика вологовидалення (б)

## РОЗДІЛ 5.

### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ І УСТАНОВОК, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ НАГРІВ ІЧ-ВИПРОМІНЮВАННЯ

#### 5.1. Моделювання перехідного режиму нагрівання зерна в електротерморадіаційних установках безперервної дії<sup>12</sup>.

Розглянемо електротерморадіаційну установку зерна в якій нагрівання зерна і видалення вологи відбувається за рахунок теплоти, що безконтактно передається випромінюванням від темних нагрівачів до поверхні матеріалу. ІЧ-нагрівачі встановлюють над похилим вібротранспортером на якому розміщено шар зерна (2...3 зернини) паралельно зовнішній поверхні. Для створення спрямованого потоку променевої енергії від ІЧ-нагрівачів на шар зерна над нагрівачами розміщений відбиваючий екран. Вібратійне транспортування зерна вздовж ІЧ-випромінювачів супроводжується перемішуванням зернин нормально до поверхні транспортера, що створює «осцилюючий» режим опромінення і відповідно ізотермічність шару зерна за висотою.



**Рис. 5.1. Схема установки радіаційного нагрівача: 1 – екран;  
2 – нагрівач; 3 – шар зерна; 4 – вібротранспортер;  
5 – вібротранспортер;  
6 – опори шарніри; 7 – бункер завантажувач**

<sup>12</sup> Наведено за Котов Б. І., Калініченко Р. А., Кифяк В. В. Аналітичне дослідження перехідних режимів нагрівання зерна в електротерморадіаційних установках безперервної дії. Вісник Харківського технічного університету сільського господарства. 2012. Вип. 148. С. 57–65.

Нестационарна модель, що описує процес формування теплового режиму шару зернового матеріалу, який інтенсивно рухається і опромінюється площинним випромінювачем може бути побудована виходячи з наступних фізичних уявлень:

- тепло що виділяється нагрівальним елементом (ТЕН, лампа, спіраль, струна) витрачається на підвищення температури самого випромінювача, частково передається радіаційним теплообміном (випромінюванням) екрану і плоскому шару дисперсного матеріалу (зерновий матеріал - розглядається як однорідне тіло) та конвективним теплообміном в оточуюче середовище – повітря в середині камери;
- енергія випромінювання від випромінювача і екрана, що передається поверхні шару, частково відбивається (віддзеркалюється) поверхнею, частково поглинається зерном;
- теплова енергія, що поглинається шаром зерна витрачається на нагрівання шару зерна, що рухається, випаровування вологи (утворення і видалення водяної пари через поверхню зерна) і частково передається випромінюванням і конвекцією до оточуючого повітря, і стінки камери, а теплопровідністю (контактний теплообмін) до опорної поверхні транспортера;
- теплота, що передається опорній поверхні транспортера витрачається на збільшення його температури.

Використовуючи розвитий в [97] метод енергетичних балансів, можна кількісно врахувати вклад кожного із механізмів теплопередачі та записати рівняння збереження енергії для кожної теплової ємності (випромінювача, екрана, шару зерна, транспортера).

При складанні математичного опису процесу ІЧ-нагрівання зерна зробимо такі припущення:

- при нагріванні шару дисперсного матеріалу опроміненням і при інтенсивному вібраційному перемішуванні та природній фільтрації повітря крізь шар його ефективна теплопровідність значно збільшується і

критерій  $\underline{Vi}$  наближається до свого мінімального значення; Тому вібро-зріджений шар при опроміненні можна вважати термічно тонким, а нагрівання безградієнтним;

- теплоємності зерна, нагрівачів, екрана, транспортера, теплота пароутворення, коефіцієнти тепловіддачі не змінюються в просторі і в часі і не залежать від температури;
- при інтенсивному нагріванні зерна, кількість видаленої вологи пропорційна різниці температури зерна і повітря [23] і оскільки температура зерна і повітря збільшується одночасно (в перехідному режимі) то швидкість сушіння має бути постійною в часі;
- температура зерна змінюється за довжиною транспортера;
- значення кінетичних констант дорівнюють середньо арифметичним значенням між входом і виходом;
- тепловою ємністю повітря в камері нагрівання нехтуємо;
- швидкість змінення вологовмісту пропорційно швидкості нагрівання зерна.

При вказаних припущеннях, відсутністю теплових втрат в оточуюче середовище і приймаючи стінки камери і матеріал сірими тілами, динаміка ІЧ-нагрівання шару дисперсного матеріалу, що рухається, описана наступною системою диференціальних рівнянь збереження енергії і маси (вологи в матеріалі) для чотирьох теплових ємностей:

- випромінювача:

$$P_w = m_w C_w \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} + 5.67 C'_{np1} \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_z}{100} \right)^4 \right] +$$

$$+ 5.67 C'_{np2} \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_e}{100} \right)^4 \right] + \alpha F_w (\theta_w - t_v) \quad ; \quad (5.1)$$

- екрана:

$$5.67C'_{np1} \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_z}{100} \right)^4 \right] = \alpha_v F_v (\theta_e - t_v) +$$

$$+ m_e C_e \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} + 5.67C'_{np3} \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_z}{100} \right)^4 \right] ; \quad (5.2)$$

– шару зерна:

$$A_\lambda \left[ 5.67C'_{np1} \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_z}{100} \right)^4 \right] \right] + 5.67C'_{np3} \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_z}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= m_z C_z \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} + G_z C_z \tau \frac{\partial \theta_w}{\partial x} + m_{zo} r \frac{\partial U_z}{\partial \tau} + \alpha_v F_v (\theta_e - t_v) + \alpha_{ef} f_{const} (\theta_z - \theta_t) \quad ;(5.3)$$

– транспортеру:

$$m_t C_t \frac{\partial \theta_t}{\partial \tau} = \alpha_{ef} f_{кон} (\theta_z - \theta_t); \quad (5.4)$$

– вологи в зерні:

$$m_{zo} \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{C}{rRb} \frac{\partial \theta_z}{\partial \tau}; \quad (5.5)$$

де  $\theta_w, \theta_e, \theta_z, \theta_t$  – температура нагрівача, екрану, зерна і транспортера, °С;

$C_{np1}, C_{np2}, C_{np3}$  – приведенні коефіцієнти випромінювання;

$\alpha_v, \alpha_{ef}$  – коефіцієнти теплообміну екрану, нагрівача і зерна з повітрям,  
Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$m_w, m_e, m_z, m_t$  – маса нагрівача, екрана, зерна і транспортера, кг;

$C_w, C_e, C_z, C_t$  – питома теплоємність нагрівача, екрана, зерна, транспортера,  
Дж/(кг·°С);

$F_w, F_e, F_z, F_t$  – поверхня випромінювання, нагрівача, екрана, зерна, м<sup>2</sup>;

$F'_z, f_k$  – поверхня конвективного і контактного теплообміну, м<sup>2</sup>;

$G_z$  – продуктивність установки по зерну кг/с;

$A_\lambda$  – коефіцієнт поглинання випромінювання;

$Rb$  – критерій Ребіндера;

$m_{zo}$  – маса сухого зерна, кг;

$r$  – теплота пароутворення, Дж/кг;

$U$  – вологовміст зерна, кг/кг<sub>с.р</sub>;

$P_w$  – потужність нагрівача; Вт

$$T_w = 273 + \theta_w; T_e = 273 + \theta_e; T_z = 273 + \theta_z.$$

Таким чином динаміка процесу нагрівання зерна в рухомому шарі буде визначатися диференціальним рівнянням четвертого порядку. Для аналітичного дослідження перехідних режимів доцільно знизити порядок рівнянь виходячи з наступних міркувань.

Враховуючи, що в процесі контактного теплообміну зерна і опорної поверхні вібротранспортера їх температури швидко вирівнюються, то припустивши  $\theta_t = \theta_z$ , і додавши теплоємність поверхні транспортера та зерна, тобто  $m'_z C'_z = (m_z C_z + m_t C_t)$  визначимо сумарну приведену теплоємність опорної поверхні та зерна –  $m'_z C'_z$ .

Двоємнісну систему «нагрівач – екран» замінимо одноємнісною з теплоакумулюючою здатністю  $m'_w C'_w = (m_w C_w + m_e C_e)$  припустивши, що  $\theta_e = \theta_w$ . Тоді систему рівнянь (5.1) – (5.4) замінимо системою двох диференціальних рівнянь, лінеаризувавши члени рівнянь, що містять четвертий ступінь абсолютної температури:

$$\alpha_w = (T_w^2 + T_z^2)(T_w + T_z)F_w \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1} 10^{-8}, \quad (5.6)$$

де  $\alpha_w$  – коефіцієнт теплообміну опроміненням.

Відповідно до [23] густину променевого потоку представимо у вигляді:

$$q_e = C_{np} (T_H^4 - T_{II}^4) 10^{-8} = \alpha_w (\theta_w - \theta_z), \quad (5.7)$$

де  $\theta_z$  – температура поверхні опромінення, °С.

Таким чином вихідну систему рівнянь запишемо у вигляді:

$$m_w c_w \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} = \alpha_w F_w (\theta_z - \theta_w) - \alpha_v F'_w (\theta_w - t_v) + P_H, \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned}
& m'_z c'_z \frac{\partial \theta_z}{\partial \tau} + i G_z c'_z \frac{\partial \theta_z}{\partial x} = \\
& = A_\lambda \alpha_w F_w (\theta_w - \theta_z) - m_{zo} r \frac{\partial u}{\partial \tau} - \alpha'_v F'_z F'_w (\theta_z - t_v)
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Введемо такі позначення:

$$\begin{aligned}
T_w &= \frac{m_w C_w}{\alpha_w F_w}; \quad T_z = \frac{m'_z C'_z R b + m_{zo} C'_z}{R b A_\lambda \alpha_w F_w}; \quad T_x = \frac{G_z C'_z \tau}{A_\lambda \alpha_w F_w}; \\
a_1 &= 1 + \frac{\alpha_v F'_w}{\alpha_w F_w}; \quad b_1 = \frac{\alpha_v F'_w}{\alpha_w F_w} t_w + \frac{P_H}{\alpha_w F_w}; \\
a_2 &= 1 + \frac{\alpha'_v F'_z}{A_\lambda \alpha_w F_w}; \quad b_2 = \frac{\alpha'_v F'_z}{A_\lambda \alpha_w F_w} t_v.
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Тоді систему рівнянь (5.8) – (5.9) з урахуванням рівності (5.5) та позначень (5.10) перепишемо в такому вигляді:

$$T_w \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} = \theta_z - a_1 \theta_w + b_1, \tag{5.11}$$

$$T_z \frac{\partial \theta_z}{\partial \tau} = \theta_w - a_2 \theta_z + b_2 - T_x \frac{\partial \theta_z}{\partial x}. \tag{5.12}$$

Оскільки система рівнянь (5.11) – (5.12) строго аналітичного розв'язку немає будемо використовувати наближені рішення. При сталому режимі  $\left( \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} = 0, \frac{\partial \theta_z}{\partial \tau} = 0 \right)$  із системи рівнянь отримаємо:

$$T_x \frac{d\theta_z}{dx} = a - b \theta_z, \tag{5.13}$$

де  $a = \frac{b_1}{a_1} + b_2; \quad b = a_2 - \frac{1}{a_1}.$

Розв'язок рівняння (5.13) при граничних умовах:  $x = 0; \quad \theta_z = \theta_{z1}$  (де  $\theta_{z1}$  – значення температури зерна на вході в установку) записуємо так:

$$\theta_z(x) = \frac{a}{b} - \left( \frac{a}{b} - \theta_{z1} \right) e^{-\frac{b}{T_x} x}. \tag{5.14}$$

Похідна від  $\theta_z(x)$ :

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial x} = \frac{(a - b\theta_{z1})}{T_x} e^{-\frac{b}{T_x}x}. \quad (5.14a)$$

Підставляючи значення  $(d\theta_z/dx)$  в рівняння (5.12) будемо мати:

$$\begin{cases} T_z \frac{\partial \theta_z}{\partial \tau} = \theta_w - a_2 \theta_z + b_3(x) \\ b_3(x) = b_2 - \frac{1}{T_x} (a - b\theta_{z1}) e^{-\frac{b}{T_x}x}. \end{cases} \quad (5.15)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (5.11) і (5.15) відносно  $\theta_z(\tau, x)$  і  $\theta_w(\tau, x)$  отримаємо диференціальні рівняння, що описують перехідні процеси в випромінювачі і шарі зерна, з урахування розподілу температури за координатою:

$$A \frac{d^2 \theta_z(\tau)}{d\tau^2} + B \frac{d\theta_z(\tau)}{d\tau} + C \theta_z(\tau) = D_1(P_H, x); \quad (5.16)$$

$$A \frac{d^2 \theta_w(\tau)}{d\tau^2} + B \frac{d\theta_w(\tau)}{d\tau} + C \theta_w(\tau) = D_2(P_H, x), \quad (5.17)$$

де  $A = T_w T_z$ ;  $B = a_1 T_z + a_2 T_w$ ;  $C = (a_1 a_2 - 1)$ ;  $D_1 = a_2 b_1 + b_3(x) \cdot a_1$ ;  
 $D_2 = a_2 b_1 + b_3(x)$ .

Припускаючи, що характеристичні рівняння вихідних однорідних рівнянь мають дійсні та різні корні  $r_1, r_2$ , загальне рішення (5.16) – (5.17) запишемо у вигляді:

$$\theta_z(\tau, x) = C_1 e^{r_1 \tau} + C_2 e^{r_2 \tau} + \frac{D_1(x)}{C}; \quad (5.18)$$

$$\theta_w(\tau, x) = C_1' e^{r_1 \tau} + C_2' e^{r_2 \tau} + \frac{D_2(x)}{C}, \quad (5.19)$$

де  $r_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ .

Постійні інтегрування  $C_1, C_2, C_1', C_2'$  визначені із початкових умов:  $\tau = 0$ ;

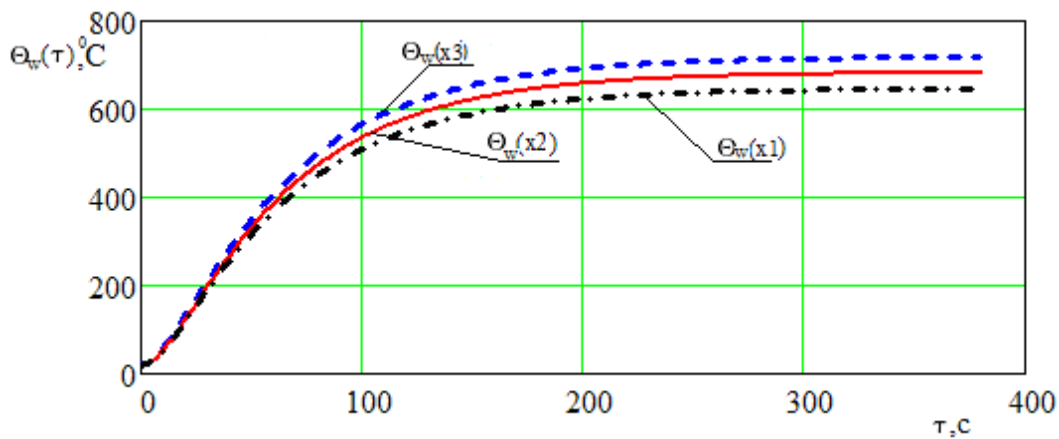
$\theta_z = \theta_{z0}$ ;  $\theta_w = \theta_{w0}$ ;  $\frac{d\theta_z}{dt} = 0$ ;  $\frac{d\theta_w}{dt} = 0$  (де  $\theta_{z0}, \theta_{w0}$  – початкові значення температури зерна і випромінювача)

З урахуванням визначених постійних інтегрування після перетворень рівняння (5.18) і (5.19) запишемо у вигляді:

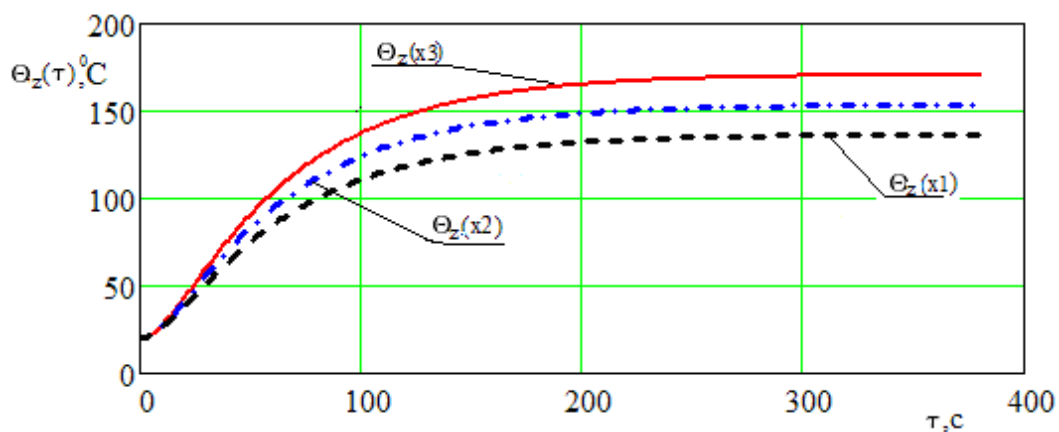
$$\theta_z(\tau, x) = \frac{\theta_{z0}C - D_1}{C(r1 - r2)} (r_1 e^{r_2 \tau} + r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_1(x)}{C}; \quad (5.20)$$

$$\theta_w(\tau, x) = \frac{\theta_{w0}C - D_2}{C(r1 - r2)} (r_1 e^{r_2 \tau} + r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_2(x)}{C}. \quad (5.21)$$

Графічна інтерпретація рівнянь (5.20) і (5.21) для інфрачервоного нагріву насіння ріпаку, наведено на рис. 5.2-3.



**Рис. 5.2. Зміна температури інфрачервоного нагрівача за часом і координатою в напрямку руху**



**Рис. 5.3. Зміна температури шару зернового матеріалу за часом і координатою в напрямку руху**

Отриманий математичний апарат дозволяє проводити аналітичну ідентифікацію процесу інфрачервоного нагріву зернового матеріалу і розробляти оптимальні режими управління електротерморадіаційними процесами обробки зернового матеріалу.

## 5.2. Математичні моделі динамічних режимів мікронізації зерна при зміні потужності випромінювачів за координатою<sup>13</sup>.

Для підвищення продуктивності процесу мікронізації застосовують наближення випромінювачів до поверхні шару зерна, що зумовлює небезпеку перегріву та навіть підгоряння частини зернівок (рис. 5.4). Для виключення можливості перегріву зерноматеріалу необхідно стабілізувати температуру зерна на крайовому рівні на протязі всього часу обробки. Однак без чітко сформульованої математичної моделі кількісно оцінити ефективність цього заходу проблематично.

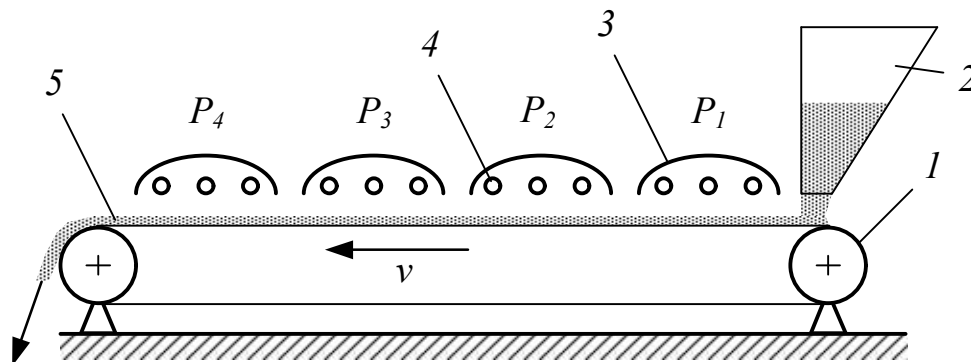


Рис. 5.4. Схема стрічкового мікронізатора:  $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$ ;

1 – стрічковий транспортер; 2 – бункер із зерном;  
3 – екран; 4 –кварцові випромінювачі; 5 – шар зерна

Математичний опис одномірного перехідного процесу нагріву зерна ІЧ-випромінюванням в рухомому шарі розроблено на основі рівнянь матеріального балансу при наступних загальноприйнятих припущеннях: теплофізичні

<sup>13</sup> Наведено за: Котов Б. І., Калініченко Р. А., Кифяк В. В. Математичне моделювання динамічних режимів мікронізації зерна при зміні потужності випромінювачів за координатою. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2014. Вип. 148. С. 388–394.

параметри і коефіцієнти тепловіддачі від температури не залежать, в часі не змінюється і дорівнюють середнім значенням за процес; нагрів зерна без градієнтний; ефекти прямого і зворотного випромінювання враховуються в коефіцієнтах теплопередачі, потужність тепловиділень змінюється тільки за довжиною в напрямку руху; температура повітря в камері стабілізується засобами автоматики; затрати теплоти на випромінювання вологи враховуються критерієм Ребіндера. Передача теплоти випаровування враховується лінеаризованим коефіцієнтом теплообміну.

Для задачі, що розглядається з урахуванням зроблених припущень справедливі диференціальні рівняння:

$$m_w c_w \frac{\partial \Theta_w}{\partial \tau} = \alpha_{p1} F_w (\Theta_z - \Theta_w) + \alpha_{p2} F_w (\Theta_e - \Theta_w) - \alpha_{pr1} F_w (\Theta_v - t_v) + P_n ; \quad (5.22)$$

$$m_e c_e \frac{\partial \Theta_e}{\partial \tau} = \alpha_{p2} F_w (\Theta_w - \Theta_e) + \alpha_{p3} F_e (\Theta_z - \Theta_e) - \alpha_{pr2} F_w (\Theta_e - t_v) = 0 ; (5.23)$$

$$m_z c_z \frac{\partial \Theta_z}{\partial \tau} + G_z c_z \frac{\partial \Theta_z}{\partial x} L = A_\lambda \left( \alpha_{p1} F_w (\Theta_w - \Theta_z) + \alpha_{p3} F_e (\Theta_e - \Theta_z) - \alpha_{pr} F_z (\Theta_z - t_v) \right) + ; \quad (5.24)$$

$$- r \left( m_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} + G_0 L \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$Rb = \frac{c \partial \Theta}{z \partial u} ; - \frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{C_z}{r Rb} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} ; - \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{C_z}{r Rb} \frac{\partial \Theta}{\partial x} , \quad (5.25)$$

де  $\Theta_w, \Theta_e, \Theta_z, t_v$  – температура випромінювача, екрана, зерна та повітря, °С;

$m_w c_w, m_e c_e$  – теплоємність випромінювача та екрану, Дж/°С;

$\alpha_{pr}$  – приведений коефіцієнт теплообміну;

$P_n$  – потужність випромінювача, Вт;

$L$  – довжина транспортера, м;

$m_z, G_z$  – маса зерна в слою та продуктивність установки, кг та кг/с;

$A_\lambda$  – коефіцієнт поглинання випромінювання;

$r$  – приведена теплота пароутворення, Дж/кг;

$F_w, F_e, F_z$  – поверхня випромінювача, екрана та зерна, м<sup>2</sup>;

$Rb$  – критерій Ребіндера;

$u$  – вологовміст матеріалу.

Підставляючи значення рівняння (5.25) в рівняння (5.24), після перетворень отримуємо:

$$C_z \left( m_z - \frac{m_0}{Rb} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + LC_z \left( G_z - \frac{G_{z0}}{Rb} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x} = A_\lambda \left( \alpha_{p1} F_w (\Theta_w - \Theta_z) + \alpha_{p3} F_e (\Theta_e - \Theta_z) \right) - \alpha_{pr2} F_z (\Theta_z - t_v) \quad (5.24a)$$

Прирівнюючи похідні у часі до 0 отримуємо систему рівнянь яка описує статичні характеристики процесу:

$$\alpha_{p1} F_w \Theta_z + \alpha_{p2} F_w \Theta_e + \alpha_{p1} F_w t_v + P_n = (\alpha_{p1} F_w + \alpha_{p2} F_w + \alpha_{pr1} F_w) \Theta_w; \quad (5.26)$$

$$\alpha_{p2} F_w \Theta_w + \alpha_{p3} F_e \Theta_z + \alpha_{pr2} F_e t_v = (\alpha_{p2} F_w + \alpha_{p3} F_e + \alpha_{pr2} F_e) \Theta_e; \quad (5.27)$$

$$\frac{1}{A_\lambda} LC_z \left( G_z - \frac{G_{z0}}{Rb} \right) \frac{\partial \Theta_z}{\partial x} = - \left( \alpha_{p1} F_w + \alpha_{p3} F_e + \frac{\alpha_{p1} F_z}{A_\lambda} \right) \Theta_z + \alpha_{p1} F_w \Theta_w + \alpha_{p3} F_e \Theta_e + \frac{\alpha_{pr2} F_z}{A_\lambda} t_v \quad (5.28)$$

Позначимо:

$$\alpha_1 = \alpha_{p1} F_w \Theta_z + \alpha_{p2} F_w \Theta_e + \alpha_{p1} F_w t_v; \quad \alpha_2 = \alpha_{p2} F_w + \alpha_{p3} F_e + \alpha_{pr2} F_e.$$

Перепишемо рівняння (5.26) та (5.27) у вигляді:

$$\Theta_w = \frac{\alpha_{p1} F_w}{\alpha_1} \Theta_z + \frac{\alpha_{p2} F_w}{\alpha_1} \Theta_e + \frac{\alpha_{np1} F_w}{\alpha_1} t_v + \frac{P_n}{\alpha_1}; \quad (5.29)$$

$$\Theta_e = \frac{\alpha_{p2} F_w}{\alpha_2} \Theta_w + \frac{\alpha_{p3} F_e}{\alpha_2} \Theta_z + \frac{\alpha_{np2} F_e}{\alpha_2} t_v. \quad (5.30)$$

Позначимо безрозмірні комплекси:

$$K_1 = \frac{\alpha_{p1} F_w}{\alpha_1}; \quad K_2 = \frac{\alpha_{p2} F_w}{\alpha_1}; \quad K_3 = \frac{\alpha_{np1} F_w}{\alpha_1}; \quad (5.31)$$

$$K_4 = \frac{\alpha_{p2} F_w}{\alpha_2}; \quad K_5 = \frac{\alpha_{p3} F_e}{\alpha_2}; \quad K_6 = \frac{\alpha_{np2} F_e}{\alpha_2}; \quad P = \frac{P_n}{\alpha_1}.$$

Рівняння (5.29) та (5.30) запишемо з урахуванням (5.31):

$$\begin{cases} \Theta_w = K_1\Theta_z + K_2\Theta_e + K_3t_v + P \\ \Theta_e = K_4\Theta_w + K_5\Theta_z + K_6t_v \end{cases} \quad (5.32)$$

Розв'язуючи систему (5.32) відносно  $\Theta_w$  та  $\Theta_e$  отримаємо:

$$\Theta_w = \frac{K_1 + K_2K_5}{1 - K_2K_4}\Theta_z + \frac{K_3 + K_2K_6}{1 - K_2K_4}t_v + \frac{P}{1 - K_2K_4}; \quad (5.33)$$

$$\Theta_e = \frac{K_5 + K_1K_4}{1 - K_2K_4}\Theta_z + \frac{K_6 + K_4K_3}{1 - K_2K_4}t_v + \frac{K_4}{1 - K_2K_4}P. \quad (5.34)$$

Позначимо:  $m_1 = \frac{K_1 + K_2K_5}{1 - K_2K_4}; \quad n_1 = \frac{K_3 + K_2K_6}{1 - K_2K_4}; \quad P_1 = \frac{P}{1 - K_2K_4};$

$$m_2 = \frac{K_5 + K_1K_4}{1 - K_2K_4}; \quad n_2 = \frac{K_6 + K_4K_3}{1 - K_2K_4}; \quad P_2 = \frac{K_4}{1 - K_2K_4}.$$

Тоді:

$$\Theta_w = m_1\Theta_z + n_1t_v + P_1; \quad \Theta_e = m_2\Theta_z + n_2t_v + P_2. \quad (5.35)$$

Підставимо значення  $\Theta_w$  та  $\Theta_e$  в рівняння (5.28) отримаємо:

$$T_x \frac{\partial \Theta_z}{\partial x} = b - \Theta_z, \quad (5.36)$$

де  $T_x = \frac{G_z L(G_z - G_{z0}/Rb)}{A_\lambda(A' - B'm_1 - C'm_2)}$ ;  $b = B_1 + B_2$ ;  $B_1 = \frac{(B'n_1 + C'n_2 + A_\lambda^{-1}\alpha_{np1}F_z)t_v + C'P_2}{A' - B'm_1 - C'm_2}$ ;

$$B_2 = \frac{B'P_1}{A' - B'm_1 - C'm_2}; \quad \frac{C_z}{A_\lambda} L\left(G_z - \frac{G_z}{Rb}\right) = T^\gamma; \quad A' = \alpha_{p1}F_w + \alpha_{p3}F_e + A_\lambda^{-1}\alpha_{np1}F_z;$$

$$B' = \alpha_{p1}F_w; \quad C' = \alpha_{p3}F_e.$$

Розв'язок (5.36) при граничних умовах:  $x = 0$ ,  $\Theta_2 = \Theta_{z1}$  ( $\Theta_{z1}$  – значення температури зерна на вході в установку):

$$\Theta_z(x) = b - (b - \Theta_{z1})e^{-\frac{x}{T_x}}. \quad (5.37)$$

Розглянемо статичну характеристику об'єкту при змінній потужності випромінювачів вздовж координати  $x$  за законом:

$$P_1 = P_o e^{-kx}, \quad (5.38)$$

де  $P_o$  – максимальна потужність нагрівача.

Рівняння (5.36) перепишемо у вигляді:

$$T_x \frac{d\Theta_z}{dx} + \Theta_z = B_1 + B_2 P_o e^{-kx}. \quad (5.39)$$

Розв'язок неоднорідного рівняння (5.39) має вигляд:

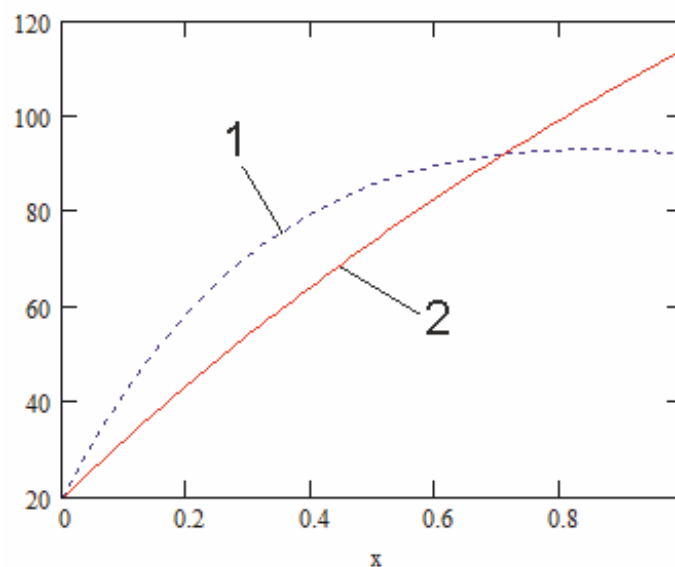
$$\Theta_z(x) = c_1 e^{-\frac{x}{T_x}} + B_1 T_x + \frac{B_2 T_x}{1 - T_x k} e^{-kx}. \quad (5.40)$$

Сталу інтегрування  $c_1$  знайдемо із граничних умов ( $x = 0; \Theta_z = \Theta_{z1}$ ):

$$c_1 = \Theta_{z1} - b_1 T_x - \frac{b_2 T_x}{1 - T_x k}, \quad (5.41)$$

де  $\Theta_{z1}$  – температура зерна на вході в мікронізатор.

На рис. 5.5 показано розподіл температури вздовж транспортного засобу при постійній і розподіленій потужності випромінювачів.



**Рис. 5.5. Змінення температури зерна при змінній потужності**

**випромінювачів за координатою:**

$$1 - P = 40 \exp(-2.1x); 2 - P = 20 \text{ кВт}$$

Для опису динаміки нагріву вологого матеріалу при ІЧ-опроміненню підставимо значення температури екрана  $\Theta_e$  з рівняння (5.22) в рівнянні (5.24)

та (5.23) та значення  $d\Theta_z/dx$  з (5.37) в рівняння (5.24). Після перетворень отримаємо нову систему рівнянь:

$$T_1 \frac{d\Theta_w}{d\tau} = \Theta_z - a_1 \Theta_w + b_1; \quad (5.42)$$

$$T_2 \frac{d\Theta_w}{d\tau} = \Theta_z - a_2 \Theta_w + b_2, \quad (5.43)$$

де  $T_1 = \frac{m_w c_w}{(\alpha_{p1} + \alpha_{p2} K_5) F_w}$ ;  $a_1 = \frac{(\alpha_{p1} + \alpha_{p2} + \alpha_{np2} - \alpha_{p2} K_5) F_w}{(\alpha_{p1} + \alpha_{p2} K_5) F_w}$ ;

$$b_1 = \frac{P_n + (\alpha_{p1} + \alpha_{p2} K_6) F_w t_v}{(\alpha_{p1} + \alpha_{p2} K_5) F_w}; \quad T_2 = \frac{\frac{C_z}{A_\lambda} \left( m_z - \frac{m_{z0}}{Rb} \right)}{(\alpha_{p1} + \alpha_{p2} K_5) F_w};$$

$$a_2 = \frac{\alpha_{p1} F_w + \alpha_{np} F_z A_\lambda^{-1} + \alpha_{p3} F_e (1 - K_5)}{\alpha_{p1} F_w + \alpha_{p3} F_e K_4}; \quad b_2 = b_2(x) = \frac{\frac{\alpha_{np} F_z}{A_\lambda} + \alpha_{p3} F_e K_6 - F(x)}{\alpha_{p1} F_w + \alpha_{p3} F_e K_4};$$

$$F(x) = \frac{C_z}{A_\lambda} L \left( G_z - \frac{G_{z0}}{Rb} \right) f_1(x);$$

$f_{1,2}(x)$  – похідна від  $\Theta_z(x)$  (з рівнянь (5.37) або (5.40)).

Рішення системи рівнянь (5.42) – (5.43) відносно  $\Theta_w$  і  $\Theta_z$  отримано у вигляді:

$$A \frac{d^2 \Theta_w}{d\tau^2} + B \frac{d\Theta_w}{d\tau} + C \Theta_w = D_1; \quad (5.44)$$

$$A \frac{d^2 \Theta_z}{d\tau^2} + B \frac{d\Theta_z}{d\tau} + C \Theta_z = D_2; \quad (5.45)$$

де  $A_1 = T_1 T_2$ ;  $B = T_1 a_2 + T_2 a_1$ ;  $c = a_1 a_2 - 1$ ;  $D_1 = b_2 + a_1 b_2$ ;  $D_2 = b_1 + a_1 b_2$ .

Кінцеві рівняння динаміки нагріву випромінювачів та зерна з урахуванням розподілення температури зерна в напрямку руху представлені у такому вигляді:

$$\Theta_w(\tau) = r_1 \frac{\Theta_w C - D_1}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_1}{C}; \quad (5.46)$$

$$\Theta_z(\tau, x) = r_1 \frac{\Theta_{z0} C - D_2(x)}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_2(x)}{C}. \quad (5.47)$$

Отримані аналітичні залежності, які характеризують статичні та динамічні характеристики об'єкту досліджень можна використовувати для розв'язку задачі ПЧ-нагрівання зерна. За отриманим графіком нагріву зерна можна визначити необхідний розподіл густини потоку від випромінювачів за довжиною мікронізатора та визначити динаміку нагріву матеріалу при змінній густині потоку від випромінювачів.

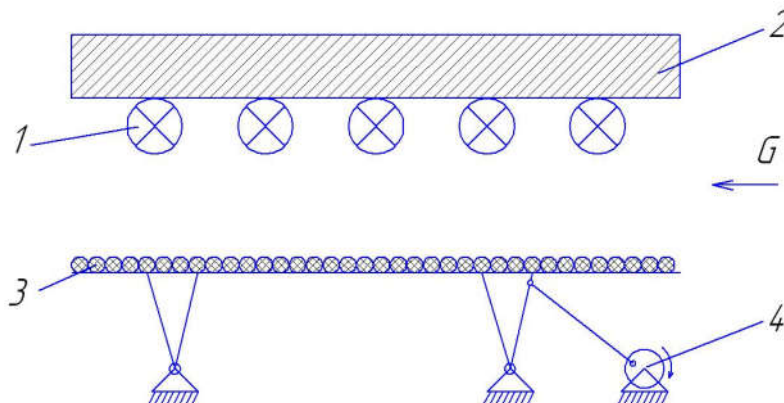
### **5.3. Математична модель динамічних режимів електротермічної установки для обробки зерноматеріалів імпульсними потоками інфрачервоного випромінювання<sup>14</sup>.**

Розглянемо процес термообробки зерна в рухомому шарі при підведенні енергії випромінювання. Плоский шар дисперсного матеріалу, що рухається на транспортному засобі (стрічковий або вібраційний транспортер), нагрівається і зневоднюється за рахунок теплоти, яка передається шляхом випромінювання від випромінювачів (тіла розжарювання до температур 800...2000 °С) розміщених над транспортером до матеріалу. Для створення спрямованого рівномірного потоку променистої енергії на шар зерна над нагрівачами встановлено відбиваючий екран. Таким чином площинний шар зерна розміщений між двома паралельними площинами, випромінювач із рівномірно розміщеними нагрівачами і транспортний засіб (рис. 5.6). При такому представленні схеми термічної установки останню можна розглядати як об'єкт з двома теплоінерційними ємностями: випромінювач і рухомий шар зерна.

При виведенні диференціальних рівнянь, що описують процес нагріву зерна в рухомому шарі зроблено такі припущення:

<sup>14</sup> Наведено за: Котов Б. І., Кіфяк В. В., Калініченко Р. А. Математична модель динамічних режимів електротермічної установки для обробки зерноматеріалів імпульсними потоками інфрачервоного випромінювання. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства. 2014. Вип. 152. С. 181–191.

- нагрівачі і екран приймається як одна ємність з еквівалентною теплоємністю  $c_m = c_n m_n + c_e m_e$ ;
- теплоємність зерна і випромінювача, коефіцієнти теплообміну між зерном, повітрям, випромінювачем і елементами конструкцій від температури не залежать і в часі не змінюються;
- температура випромінювача за довжиною не змінюється;
- нагрів зерна безградієнтний;
- швидкість видалення вологи пропорційна швидкості нагрівання і мають різні знаки:  $-r \frac{du}{d\tau} = c \frac{d\Theta}{d\tau}$ , (де  $r$  – теплота пароутворення;  $c$  – теплова ємність);
- значення кінетичних констант дорівнюють середнім за процес;
- теплопередачею від зерна до транспортера нехтуємо.



**Рис. 5.6. Схема електротермічної установки:**

**1 – випромінювач; 2 – екран; 3 – зерно; 4 – вібробудувач**

З урахуванням зроблених припущень динаміка нагрівання зерна в рухомому шарі при ІЧ-опромінюванні може бути описана системою двох диференціальних рівнянь:

$$m_1 c_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = P - \alpha_1 F_1 (\Theta_1 - \Theta_2) - \alpha_2 F_2 (\Theta_1 - \Theta_2), \quad (5.48)$$

$$m_2 c_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} + G c_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} = A \alpha_1 F_1 (\Theta_1 - \Theta_2) - m_{20} r \frac{\partial u}{\partial \tau} - \alpha_3 F_3 (\Theta_2 - t), \quad (5.49)$$

де  $\Theta_1, \Theta_2$  – температура випромінювача та зерна, °С;

$t$  – температура повітря, °С;

$P$  – потужність, Вт;

$L$  – довжина транспортера, м;

$F_1, F_2, F_3$  – поверхня випромінювача (активна), поверхня теплообміну випромінювача з повітрям, поверхня зерна, м<sup>2</sup>;

$m_1c_1, m_2c_2$  – теплоємність випромінювача та зерна, Дж/°С;

$G$  – витрати зерна (продуктивність), кг/с;

$\alpha_1, \alpha_2$  – лінеаризований коефіцієнт теплообміну випромінюванням і конвекцією між випромінювачем і зерном та повітрям, Вт/(м<sup>2</sup> °С);

$\alpha_3$  – коефіцієнт тепловіддачі від зерна, Вт/(м<sup>2</sup> °С);

$r$  – питома теплота пароутворення, Дж/кг;

$u$  – вологовміст зерна, кг/кг<sub>c.p.</sub>;

$A$  – коефіцієнт поглинання випромінювання зерном.

Введемо позначення згрупованих величин в рівняннях (5.48) – (5.49):

$$T_1 = \frac{m_1c_1}{\alpha_1F_1}; T_2 = \frac{m_2c_2Rb + m_{20}c_2}{RbA\alpha_1F_1}; T_3 = \frac{Gc_2L}{A\alpha_1F_1}; a_1 = 1 + \frac{\alpha_3F_3}{\alpha_1F_1}; a_2 = 1 + \frac{\alpha_3F_3}{A\alpha_2F_2};$$

$$b_1 = \frac{\alpha_2F_2}{\alpha_1F_1}t + \frac{P}{\alpha_1F_1}; b_2 = \frac{\alpha_3F_3t}{A\alpha_1F_1}; Rb = \frac{c}{r} \frac{du}{d\tau} \text{ – критерій Ребіндера.}$$

З урахуванням прийнятих позначень перепишемо систему рівнянь (5.48) і (5.49) в такому вигляді:

$$\begin{cases} T_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = \Theta_2 - a_1 \Theta_1 + b_1; \\ T_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} = \Theta_1 - a_2 \Theta_2 + b_2 - T_3 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x}. \end{cases} \quad (5.50)$$

Система рівнянь (5.50) строгого аналітичного розв'язку немає, тому використаємо наближений розв'язок.

Для сталого режиму ( $\partial \Theta_1 / \partial \tau = 0, \partial \Theta_2 / \partial \tau = 0$ ), із системи рівнянь (5.50) отримаємо нове рівняння, що описує розподіл температури зерна за координатою:

$$T_3 \frac{d\Theta_2}{dx} = a - b\Theta_2, \quad (5.51)$$

де  $a = \frac{b_1}{a_1} + b_2$ ;  $b = a_2 - \frac{1}{a_1}$ .

Розв'язок рівняння (5.51) за граничних умов:  $x = 0$ ;  $\Theta_2 = \Theta_{20}$  (де  $\Theta_{20}$  – значення температури зерна на вході в установку), отримаємо у вигляді:

$$\Theta_2(x) = \frac{a}{b} - \left( \frac{a}{b} - \Theta_{20} \right) e^{-\frac{b}{T_3}x}. \quad (5.52)$$

Диференціюючи рівняння (5.52) і підставляючи отримане значення похідної ( $d\Theta_2/dx$ ) в друге рівняння системи (5.50) після перетворень будемо мати:

$$T_3 \frac{d\Theta_2}{d\tau} = \Theta_1 - a_2\Theta_2 + b_3(x), \quad (5.53)$$

де  $b_3(x) = b_2 - T_3^{-1}(a - b\Theta_{20}) \exp\left(-\frac{b}{T_3}x\right)$ .

Розв'язуючи систему рівнянь (5.50) і (5.53) відносно  $\Theta_2$  і  $\Theta_1$  отримаємо диференціальні рівняння другого порядку, які описують перехідні процеси зміни температури випромінювача і зерна з урахуванням розподілу температури зерна за координатою:

$$A \frac{d^2\Theta_1(\tau)}{d\tau^2} + B \frac{d\Theta_1(\tau)}{d\tau} + C\Theta_1(\tau) = D_1(\alpha); \quad (5.54)$$

$$A \frac{d^2\Theta_2(\tau)}{d\tau^2} + B \frac{d\Theta_2(\tau)}{d\tau} + C\Theta_2(\tau) = D_2(\alpha), \quad (5.55)$$

де  $A = T_1T_2$ ;  $B = a_1T_2 + a_2T_1$ ;  $C = a_1a_2 - 1$ ;  $D_1 = a_2b_1 + a_1b_3(\alpha)$ ;  $D_2 = a_2b_1 + b_3(\alpha)$ .

Розв'язок рівнянь (5.54) і (5.55) отримано в [54].

Розглянемо рівняння зміни температури зерна, якщо потужність випромінювача змінювати періодично (ступінчасто) від максимального значення  $E_{\max}(\tau)$  до мінімального  $E_{\min}(\tau)$  і зерно при цьому буде нагріватися в період максимального опромінення і відлежуватись в період мінімального опромінення (окремий випадок  $E_{\min}(\tau) = 0$ ).

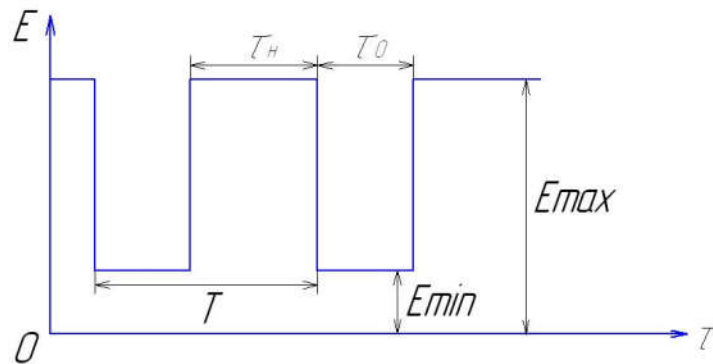
Закон ступінчато-періодичної зміни потужності випромінювача, в загальному вигляді можна представити імпульсною прямокутною функцією (рис 5.7) рівняння якої має вигляд [58]:

$$E(\tau) = m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} (E_{\max} - E_{\min}) \sin pn \cdot \cos \gamma n \tau, \quad (5.56)$$

де  $m = \frac{1}{1+k} (E_{\max} - kE_{\min})$ ;  $P = \frac{\pi}{1+k}$ ;  $\gamma = \frac{2\pi}{T}$ ;  $T = \tau_n + \tau_0$ ;  $k = \frac{\tau_n}{\tau_0}$ ;  $E = P\eta$ ;

$\tau_n$  – час вмикання максимальної потужності випромінювача,  $E_{\max}$ , с;

$\tau_0$  – час вмикання мінімальної потужності  $E_{\min}$ , с, або час вимикання випромінювача ( $E = 0$ ).



**Рис. 5.7. Графік зміни потужності випромінювача**

Тоді значення величини  $D_2$  запишемо у вигляді:

$$D_2(\tau) = a + bE(\tau);$$

де  $a = a_2 \frac{\alpha_2 F_2}{\alpha_1 F_1} + b_3(x)$ ;  $b = \frac{a_2}{\alpha_1 F_1}$ .

Рівняння (5.55), з урахуванням (5.56) перепишемо у вигляді:

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = (a + bm) + \sum_{n=1}^{\infty} k_n \cos \gamma n x; \quad (5.57)$$

$$k_n = \frac{2m}{\pi n} (E_{\max} - E_{\min}) \sin pn. \quad (5.58)$$

Прийmemo, що характеристичне рівняння має вигляд:  $A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$  і дійсні різні корені  $\lambda_1, \lambda_2$ . Тоді загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння записується у вигляді:

$$y_{od}(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}. \quad (5.59)$$

Як впливає з принципу суперпозиції, частковий розв'язок шукаємо також у вигляді ряду:

$$y_{част}(x) = y_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} y_n(x),$$

де  $y_0(x)$  – часткове рішення неоднорідного рівняння:

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = a + bm, \quad (5.60)$$

$y_n(x), n = 1, 2, \dots$  часткові розв'язки рівняння (при  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = bk \sin pn \cos mx. \quad (5.61)$$

Неважко бачити, що частковий розв'язок  $y_0(x)$  рівняння (5.60) має вигляд:

$$y_0(x) = \frac{a + bm}{c}. \quad (5.62)$$

Частковий розв'язок рівнянь (5.60) шукаємо методом невизначених коефіцієнтів у вигляді (при  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$y_n(x) = M_n \cos mx + N_n \sin mx. \quad (5.63)$$

Обчислимо похідні:

$$\begin{aligned} y'_n(x) &= -M_n(\gamma) \sin mx + N_n(\gamma) \cos mx; \\ y''_n(x) &= -M_n(\gamma)^2 \cos mx - N_n(\gamma)^2 \sin mx. \end{aligned} \quad (5.64)$$

Після підстановки (5.63), (5.64) в (5.61), одержуємо (при  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$\begin{aligned} &A[-M_n(\gamma)^2 \cos mx - N_n(\gamma)^2 \sin mx] + \\ &+ B[-M_n(\gamma) \sin mx + N_n(\gamma) \cos mx] + \\ &+ C[M_n \cos mx + N_n \sin mx] = bk \sin pn \cos mx. \end{aligned} \quad (5.65)$$

Прирівнявши коефіцієнти при  $\cos \gamma x$  та  $\sin \gamma x$ , одержуємо рахункову систему рівнянь (при  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$\begin{aligned} -AM_n(\gamma)^2 + BN_n(\gamma) + CM_n &= bk \sin pn; \\ -AN_n(\gamma)^2 - BM_n(\gamma) + CN_n &= 0. \end{aligned} \quad (5.66)$$

Перепишемо її у вигляді (при  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$\begin{aligned} (-A(\gamma)^2 + C)M_n + B(\gamma)N_n &= bk \sin pn; \\ -B(\gamma)M_n + (-A(\gamma)^2 + C)N_n &= 0. \end{aligned} \quad (5.67)$$

Розв'язком системи (5.67) буде (при  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$\begin{aligned} M_n &= \frac{\begin{vmatrix} bk \sin pn & B(\gamma) \\ 0 & [-A(\gamma)^2 + C] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [-A(\gamma)^2 + C] & B(\gamma) \\ -B(\gamma) & [-A(\gamma)^2 + C] \end{vmatrix}} = \frac{[-A(\gamma)^2 + C]bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}, \\ N_n &= \frac{\begin{vmatrix} [-A(\gamma)^2 + C] & bk \sin pn \\ -B(\gamma) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [-A(\gamma)^2 + C] & B(\gamma) \\ -B(\gamma) & [-A(\gamma)^2 + C] \end{vmatrix}} = \frac{B(\gamma)bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}. \end{aligned}$$

Тому (при  $n = 1, 2, \dots$ )

$$y_n(x) = \frac{[-A(\gamma)^2 + C]bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2} \cos \gamma x + \frac{B(\gamma)bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2} \sin \gamma x.$$

Позначимо:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_n &= \frac{[-A(\gamma)^2 + C]}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}}, \quad \sin \varphi_n = \frac{B(\gamma)}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}}, \\ R_n &= \frac{1}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}}. \end{aligned}$$

Тоді

$$y_n(x) = R_n bk \sin pn \cos(\varphi_n - \gamma x). \quad (5.68)$$

Загальний розв'язок диференціального рівняння (5.57) має вигляд:

$$y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} + \frac{a + bm}{c} + bk \sum_{n=1}^{\infty} R_n \sin pn \cos(\varphi_n - \gamma x), \quad (5.69)$$

$$\text{де } R_n = \frac{1}{\sqrt{[-A(\gamma n)^2 + C]^2 + B^2(\gamma n)^2}}, \quad \varphi_n = \arctg \frac{B\gamma n}{C - A(\gamma n)^2},$$

$$k_n = \frac{2m}{\pi} (E_{\max} - E_{\min}) \sin pn;$$

$c_1, c_2$  – постійні, визначаються початковими умовами: при  $\tau=0$ ;  $\Theta = \Theta_0$ ;

$d\Theta/d\tau = 0$ , з системи рівнянь:

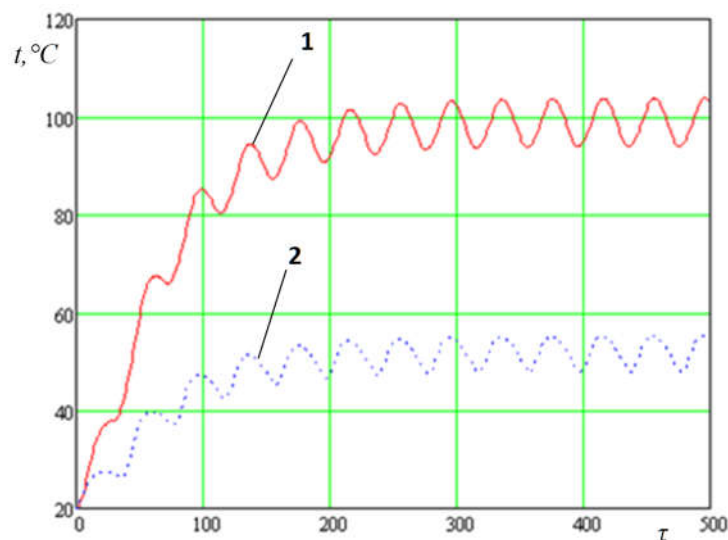
$$\begin{cases} \Theta_0 = c_1 + c_2 + \frac{a + bm}{C} + \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n) \\ 0 = \lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n) \end{cases};$$

$$c_1 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} c_2;$$

$$c_2 = \Theta_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n);$$

$$c_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \Theta_0 - \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n) \right).$$

Зміна температури зерна  $\Theta_2(\tau)$  при імпульсному підведенні енергії з різним співвідношенням часу вмикання наведено на рис. 5.8.



**Рис. 5.8.** Зміна температури зерна за часом:  
1 – режим мікронізації; 2 – режим нагріву

Таким чином запропонована математична модель динаміки розігріву випромінювача і нагрівання зерна ІЧ-опромінювачем, використовується для керованої стабілізації температури зерна на заданому рівні при реалізації ізотермічного режиму обробки. Отримані залежності дозволяють шляхом варіювання величини часу вмикання і вимикання випромінювачів, змінювати середню величину температури зерна та темп нагріву з метою визначення оптимальних значень енергоспоживання.

#### **5.4. Математичні моделі динамічних режимів електропастеризатора молока з інфрачервоним випромінювачем<sup>15</sup>.**

Для отримання молока належної якості недостатньо мати тільки устаткування первинної обробки. Для цього необхідно мати пастеризаційно-охолоджувальну установку, яка забезпечує не тільки продовження терміну зберігання продукту але й знезаражування молока. Існуючі пастеризатори основані на використанні теплової енергії парового котла, мають значну металоємність, низький ККД і значні труднощі автоматизації температурного режиму. На сьогодні для отримання бактерицидного ефекту знайшов застосування спосіб пастеризації молока інфрачервоним випромінюванням. Для автоматизації керування температурним режимом ІЧ-пастеризатора, що працює в проточному режимі необхідно мати математичний опис – динамічну модель проточного апарата з підведенням енергії ІЧ-випромінюванням.

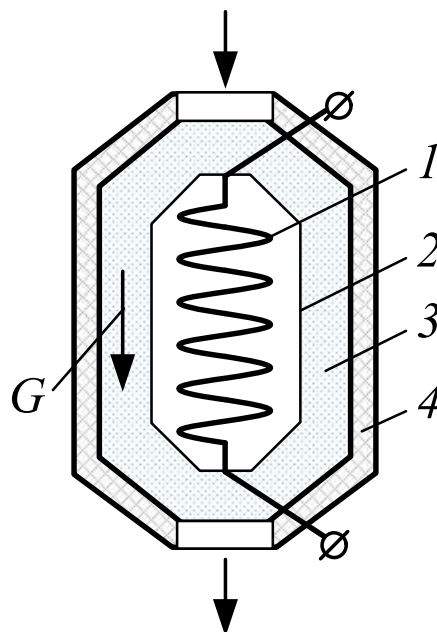
Розрахункова модель установки для теплової обробки молока ІЧ-випромінюванням (рис. 5.9) являє собою об'єкт з чотирма теплоінерційними ємностями: тіло розжарювання (спіраль дротяна) 1, трубка з кварцового скла (в якій розміщена спіраль) 2, об'єм зайнятий молоком 3, яке рухається між трубками в корпусі та сам корпус з тепловою ізоляцією 4.

Математичний опис динамічних режимів такої установки (процесу, що відбувається) складемо на основі рівнянь теплового балансу виходячи з таких

---

<sup>15</sup> Наведено за: Котов Б. І., Грищенко В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Математичне моделювання динамічних режимів електропастеризатора молока з інфрачервоним випромінювачем. Техніка, енергетика, транспорт АПК. 2018. Вип. 2, № 101. С. 23–28.

теплофізичних посилянь: потужність, що виділяється у тілі розжарювання витрачається на збільшення його температури та частково передається, шляхом конвективного теплообміну та випромінюванням, до внутрішньої поверхні трубки, а також випромінюванням до молока, яке рухається у міжтрубному просторі. Теплота сприйнята поверхнею (тілом) трубки витрачається на нагрів самої трубки та від неї передається до молока конвективним теплообміном. Теплота, яка сприйнята молоком від випромінювача та трубки, витрачається на підвищення температури молока через зовнішню поверхню передається в навколишнє середовище та втрачається з молоком відведеним з апарата.



**Рис. 5.9. схема ІЧ-пастеризатора: 1 – спіраль (випромінювач);  
2 – кварцова трубка; 3 – молоко; 4 – корпус**

В основу рівнянь динаміки процесу покладені такі припущення: температура тіла розжарювання і трубки де вона розміщена, за довжиною не змінюється, а їх нагрів безградієнтний; тепловими втратами повітря, через стінку корпусу в зовнішнє середовище, нехтуємо (за наявності теплоізоляції); поверхня трубки приймається для середнього діаметру; теплофізичні властивості молока, теплоємності матеріалів випромінювача та коефіцієнти теплопередачі в часі не змінюються і дорівнюють середнім за процес; температура випромінювача, апарата та молока в попередньому перетині однакові.

Для обраної фізичної моделі процесу з урахуванням наведених припущень складаємо наступні диференціальні рівняння:

- рівняння збереження енергії для тіла розжарювання

$$P = m_w c_w \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} + c_{np1} F_1 (T_w^4 - T_{mp}^4) + \alpha_{k1} F_{mp} (\theta_w - \theta_{mp}) + c_{np2} F_2 (T_w^4 - T_m^4); \quad (5.70)$$

- рівняння збереження енергії для трубки

$$A_{mp} c_{np1} F_1 (T_w^4 - T_{mp}^4) + \alpha_{k1} F_{mp} (\theta_w - \theta_{mp}) = m_{mp} c_{mp} \frac{\partial \theta_{mp}}{\partial \tau} + \alpha_{k2} F_{mp} (\theta_{mp} - \theta_m); \quad (5.71)$$

- рівняння збереження енергії для молока

$$c_{np2} F_1 (T_w^4 - T_m^4) A_m + \alpha_{k2} F_{mp} (\theta_{mp} - \theta_m) = m_m c_m \frac{\partial \theta_m}{\partial \tau} + G c_m H \frac{\partial \theta_m}{\partial x}; \quad (5.72)$$

де  $c_{np}$  – приведені коефіцієнти випромінювання;

$T = (\theta + 273/100)$  – абсолютна температура, °К;

$\alpha_{k1}, \alpha_{k2}$  – коефіцієнти теплообміну повітря з трубкою і трубки з молоком, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$F_1, F_2$  – поверхня випромінювання і трубки, м<sup>2</sup>;

$m_w, m_{mp}, m_m$  – маса тіла розжарювання, трубки і молока в об'ємі апарата, кг;

$G$  – витрати молока, кг/с;

$H$  – висота апарата, м;

$c_w, c_{mp}, c_m$  – питома теплоємність матеріалів спіралі, трубки і молока, Дж/(кг·°С);

$A_{mp}, A_m$  – коефіцієнти поглинання ІЧ – випромінювання склом і молоком;

$\tau$  – час, с;

$x$  – координата напрямку руху, м.

Отримана система нелінійних диференціальних рівнянь (5.70) – (5.72) описує динамічні характеристики процесу теплової обробки молока ІЧ-випромінюванням при таких початкових умовах:  $\tau = 0, \theta_w = \theta_{w0}, \theta_m = \theta_{m10}$ ,

$$\frac{d\theta_w}{d\tau} = \frac{d\theta_{mp}}{d\tau} = \frac{d\theta_m}{d\tau} = 0.$$

Оскільки дана система рівнянь аналітичного розв'язку немає, введемо додаткові спрощення, лінеаризуючи математичний опис.

1. Використовуємо поняття лінійного коефіцієнта теплообміну випромінюванням і зробимо заміну:

$$c_{np}F(T_1^4 - T_2^4) = \alpha_l F(\theta_1 - \theta_2), \quad (5.73)$$

де  $\alpha_l = 5.67c_{np}(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)$  – лінійний коефіцієнт теплообміну випромінюванням, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);

тоді інтенсивність теплообміну можна представити як сумарну: конвективну і радіаційну:

$$q = \alpha_k(\theta_1 - \theta_2) + \alpha_l(\theta_1 - \theta_2) = (\alpha_k + \alpha_l)(\theta_1 - \theta_2) = \alpha_{kl}(\theta_1 - \theta_2); \quad (5.74)$$

2. Оскільки довжина випромінювачів незначна (до 0.6 м), а потоки молока інтенсивно їх омивають, можна вважати що відстань, яку проходить молоко дорівнює відстані від входу до виходу, тобто  $H$ ; тоді можна градієнт температури представити в кінцевих значеннях:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\Delta \theta}{\Delta x} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{H}. \quad (5.75)$$

Використовуючи значення параметрів (5.73) і (5.74) в рівняннях (5.70) – (5.72) будемо мати лінійну систему рівнянь, що описує процес теплової обробки:

$$m_w c_w \frac{d\theta_w}{d\tau} = P_n + \alpha_{kl} F_{mp} \theta_{mp} + 0.5\alpha_l F_1 \bar{\theta}_m - \theta_w (\alpha_{kl} F_{mp} + \alpha_l F_1); \quad (5.76)$$

$$m_{mp} c_{mp} \frac{d\theta_{mp}}{d\tau} = \theta_w (A_1 \alpha_{kl} F_1 + \alpha_{k1} F_{mp}) - \theta_{mp} (\alpha_{k1} F_{mp} + \alpha_{k2} F_{mp}) - \alpha_{k2} F_2 \bar{\theta}_m; \quad (5.77)$$

$$m_m c_m \frac{d\theta_{m2}}{d\tau} = G_m c_m (\theta_{m1} - \theta_{m2}) + \alpha_{k2} F_2 (\theta_{mp} - \bar{\theta}_m) + \alpha_l F_1 A_m (\theta_w - \theta_m); \quad (5.78)$$

де  $\bar{\theta}_m = 0.5(\theta_{m1} + \theta_{m2})$ ;  $\theta_{m1}, \theta_{m2}$  – температура молока на вході і виході.

Подання математичного опису динаміки теплової обробки молока ПЧ-випромінюванням передатними функціями.

В рівняннях (5.76) – (5.78) сталими параметрами є: маса і поверхня матеріалів та середовищ  $m_w c_w, m_{mp} c_{mp}, m_m c_m$ ; поверхні теплообміну  $F_1, F_2, F_{mp}$ ; коефіцієнти теплообміну  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_l$ ; а змінними: температура випромінювача

$\theta_w$ , трубки  $\theta_{mp}$ , молока  $\theta_{m1}$  і  $\theta_{m2}$ , а також витрата молока  $G$  (продуктивність апарата).

Запишемо змінні параметри об'єкта у приростах:  $\theta_w = \theta_{w0} + \Delta\theta_w$ ,  $\theta_{mp} = \theta_{mp0} + \Delta\theta_{mp}$ ,  $\theta_{m1} = \theta_{m10} + \Delta\theta_{m1}$ ,  $\theta_{m2} = \theta_{m20} + \Delta\theta_{m2}$ ,  $G = G_0 + \Delta G$ .

Підставляючи значення змінних параметрів в рівняння (5.75) – (5.78), після множення, нехтуючи складовими малого ступеня і віднімання рівнянь статички будемо мати:

$$m_w c_w \frac{d\Delta\theta_w}{d\tau} + \Delta\theta_w = k_1 \Delta P + k_2 \Delta\theta_{mp} + k_3 \Delta\theta_{m1} + k_4 \Delta\theta_{m2}, \quad (5.79)$$

$$m_{mp} c_{mp} \frac{d\Delta\theta_{m2}}{d\tau} + \Delta\theta_{m2} = k_5 \Delta\theta_w + k_6 \Delta\theta_{m1} + k_7 \Delta\theta_{m2}, \quad (5.80)$$

$$m_m c_m \frac{d\Delta\theta_{m2}}{d\tau} + \Delta\theta_{m2} = k_8 \Delta\theta_{m1} + k_9 \Delta\theta_{mp} + k_{10} \Delta\theta_w. \quad (5.81)$$

В рівняннях (5.79) – (5.81) позначено:

$$T_1 = \frac{m_w c_w}{k_{01}}; k_{01} = k_{кл} F_{mp} + \alpha_l F_1; T_2 = \frac{m_{mp} c_{mp}}{k_{02}}; k_{02} = F_{mp} (\alpha_{k1} + \alpha_{k2});$$

$$T_3 = \frac{m_m c_m}{k_{03}}; k_{03} = G_m c_m + 0.5 k_2 F_2 + 0.5 \alpha_l F_1 A_m; k_1 = k_{01}^{-1}; k_2 = \frac{k_{кл} F_{mp}}{k_{01}};$$

$$k_3 = \frac{\alpha_{кл} \alpha_l F_1}{k_{01}}; k_4 = k_3; k_5 = \frac{A_1 \alpha_{кл} F_1 + \alpha_{k1} F_{mp}}{k_{02}}; k_6 = k_7 = \frac{0.5 \alpha_{k2} F_2}{k_{02}};$$

$$k_8 = \frac{G_m c_m - 0.5 k_2 F_2 - 0.5 A_m \alpha_l F_1}{k_{03}}; k_9 = \frac{\alpha_{k2} F_2}{k_{03}}; k_{10} = \frac{\alpha_l F_1}{k_{03}};$$

$$k_{11} = \frac{c_m (\theta_{m1} - \theta_{m2})}{k_{03}}.$$

Застосовуючи до рівняння (5.79) – (5.81) перетворення Лапласа при нульових початкових умовах отримаємо систему рівнянь в операторній формі:

$$(T_1 p + 1) \Delta\theta_w(p) = k_1 \Delta P(p) + k_2 \Delta\theta_{mp}(p) + k_3 \Delta\theta_{m1}(p) + k_4 \Delta\theta_{m2}(p), \quad (5.82)$$

$$(T_2 p + 1) \Delta\theta_{mp}(p) = k_5 \Delta\theta_w(p) + k_6 \Delta\theta_{m1}(p) + k_7 \Delta\theta_{m2}(p), \quad (5.83)$$

$$(T_3 p + 1) \Delta\theta_{m2}(p) = k_8 \Delta\theta_{m1}(p) + k_9 \Delta\theta_{mp}(p) + k_{10} \Delta\theta_w(p) + k_{11} \Delta G(p). \quad (5.84)$$

З отриманих рівнянь (5.82) – (5.84) визначаємо передатні функції по каналах керування ( $\Delta\theta_{m2} - \Delta P$ ), ( $\Delta\theta_{m2} - \Delta G$ ) і по збуренню ( $\Delta\theta_{m1}$ ):

$$W_1(p) = \frac{\Delta\theta_w(p)}{\Delta P(p)} = \frac{k_1}{T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{\Delta\theta_w(p)}{\Delta\theta_{mp}(p)} = \frac{k_2}{T_1 p + 1};$$

$$W_3(p) = \frac{\Delta\theta_w(p)}{\Delta\theta_{m1}(p)} = \frac{k_3}{T_1 p + 1}; \quad W_4(p) = \frac{\Delta\theta_w(p)}{\Delta\theta_{m2}(p)} = \frac{k_4}{T_1 p + 1};$$

$$W_5(p) = \frac{\Delta\theta_{mp}(p)}{\Delta\theta_w(p)} = \frac{k_5}{T_2 p + 1}; \quad W_6(p) = \frac{\Delta\theta_{mp}(p)}{\Delta\theta_{m1}(p)} = \frac{k_6}{T_2 p + 1};$$

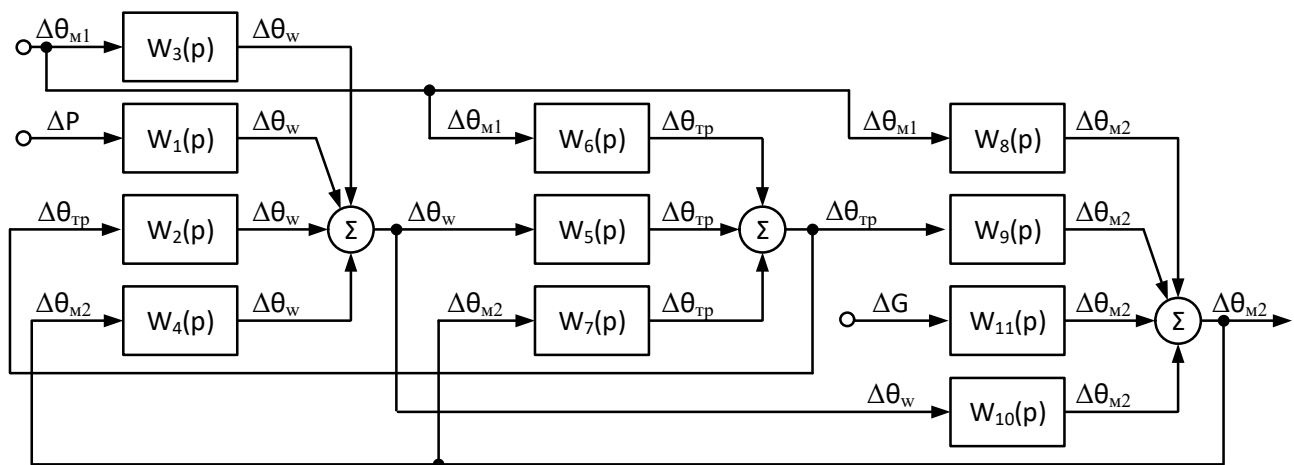
$$W_7(p) = \frac{\Delta\theta_{mp}(p)}{\Delta\theta_{m2}(p)} = \frac{k_7}{T_2 p + 1}; \quad W_8(p) = \frac{\Delta\theta_{m2}(p)}{\Delta\theta_{m1}(p)} = \frac{k_8}{T_3 p + 1};$$

$$W_9(p) = \frac{\Delta\theta_{m2}(p)}{\Delta\theta_{mp}(p)} = \frac{k_9}{T_3 p + 1}; \quad W_{10}(p) = \frac{\Delta\theta_{m2}(p)}{\Delta\theta_w(p)} = \frac{k_{10}}{T_3 p + 1};$$

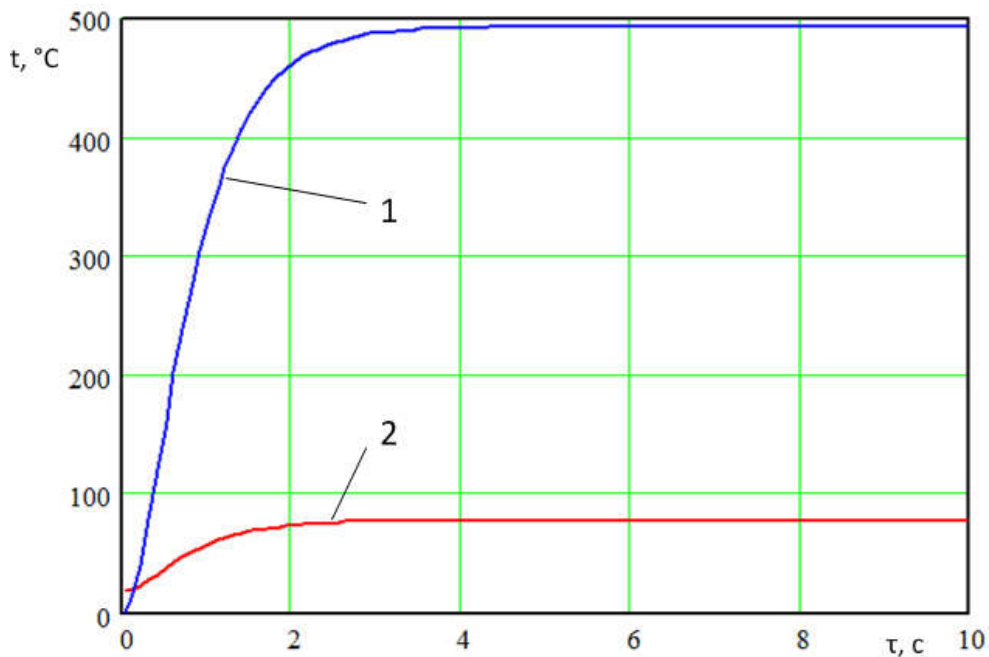
$$W_{11}(p) = \frac{\Delta\theta_{m2}(p)}{\Delta G(p)} = \frac{k_{11}}{T_3 p + 1}.$$

На основі рівнянь (5.82) – (5.84) та визначених переданих функцій отримаємо лінійну математичну модель динаміки теплової обробки молока ІЧ-опроміненням у вигляді структурної схеми (рис. 5.10).

Розв'язок системи рівнянь (5.79) – (5.81) в середовищі Mathcad показано на рис. 5.11 у вигляді кривої розігріву ІЧ-випромінювача, і нагрівання молока в проточному режимі.



**Рис. 5.10. Структурна схема лінійної моделі динаміки процесу теплової обробки молока ІЧ - опроміненням**



**Рис. 5.11. Динаміка зміни температури випромінювача (1) та молока (2)**

Таким чином розроблено математичну модель динаміки теплових процесів пастеризатора молока безперервної дії із інфрачервоним випромінювачем та отримано аналітичні залежності, що характеризують динамічні властивості апарата.

### **5.5. Математичні моделі динаміки температурного режиму приміщення з локальним ІЧ-обігрівом молодняка тварин<sup>16</sup>.**

Одним із способів збільшення виробництва продукції тваринництва, який забезпечують одночасно значну економію енергоресурсів, є введення в енергетичну систему тваринницьких приміщень з молодняком засобів місцевого – локального електрообігріву.

Використання інфрачервоних (ІЧ) і кондуктивних (контактних) електротехнічних обігрівачів, призначених для створення молодняка сільськогосподарських тварин і птиці оптимальних теплових умов

<sup>16</sup> Наведено за: Грищенко В. О. Математична модель динаміки температурного режиму приміщень з локальним електрообігрівом молодняка тварин. Енергетика і автоматика. 2018. Вип. 6. С. 101–117.

безпосередньо в локальних зонах розміщення дозволяє суттєво знизити тепловий фон в приміщеннях і забезпечити значну (до 50 %) економію енергії, що витрачається на електрообігрів. Підтримування створених оптимальних теплових режимів зумовлює необхідність автоматизації керування електротехнічними засобами локального електрообігріву. Для синтезу систем автоматичного керування параметрами локального електрообігріву необхідно мати математичну формалізацію статичних і динамічних характеристик, як засобів локального електрообігріву так і приміщення для утримання молодняка тварин в цілому.

Специфіка досліджуваного об'єкта, який характеризується в загальному випадку, наявністю двох типів електроопалювальних приладів (опромінювач, електронагрівальний килимок) які можуть бути розміщені в будь-якій спосіб в приміщенні зумовлює доцільність використання аналітичного методу досліджень без конкретизації конструктивних параметрів об'єкту. В основу теоретичних досліджень покладено аналіз балансових співвідношень у формі системи диференціальних рівнянь структурних моделей і передатних функцій.

Математичний опис об'єкта керування служить основою для проектування систем автоматичного управління тепловими режимами. Точність наближення математичної моделі реальним процесам визначає якість розрахунків САК, а іноді і принцип керування.

Опис принципової схеми приміщення для утримання тварин з локальним електрообігрівом молодняка.

Зовнішнє припливне повітря з температурою  $t_z$  попередньо підігрівається до температури  $t_1$  в калорифері та повільно (із швидкістю 0.1...0.15 м/с) циркулює в об'ємі приміщення, поглинаючи надлишки вологи і теплоти, та видаляється з приміщення вентилятором з температурою  $t_2$ . Молодняк тварин (поросята), як правило лежить на обігрівній частині підлоги (електронагрівальний килимок), температура якої  $\theta_k$ ; теплота до нижньої частини тулубу тварин передається кондуктивно через нижню частину їхньої

поверхні  $F_{mv}$ . Теплота від частини поверхні килимка не зайнятої тваринами  $F_k$  передається конвекційним способом повітря і шляхом випромінювання – до внутрішніх частин поверхні будівлі. Локальний обігрів верхньої частини поверхні тварин здійснюється зверху ПЧ-випромінювачем, еквівалентна (ефективна) температура якого дорівнює  $\theta_{vn}$  (ефективна температура – це середньозважена температура усіх поверхневих елементів випромінювача). Випромінювач генерує на поверхню тварин енергетичне опромінення величиною  $E_{nm}$ , яке використовується корисно і втрачає теплоту в оточуюче середовище: конвекцією в повітря і випромінюванням до поверхні огороження.

Температура повітря, що подається в приміщення  $t_1$  стабілізуються САР на заданому рівні, а вологість стабілізуються САР відносної вологості; таким чином величини  $t_1$  і  $\varphi_1$  є постійними ( $t_1, \varphi_1 = const$ ).

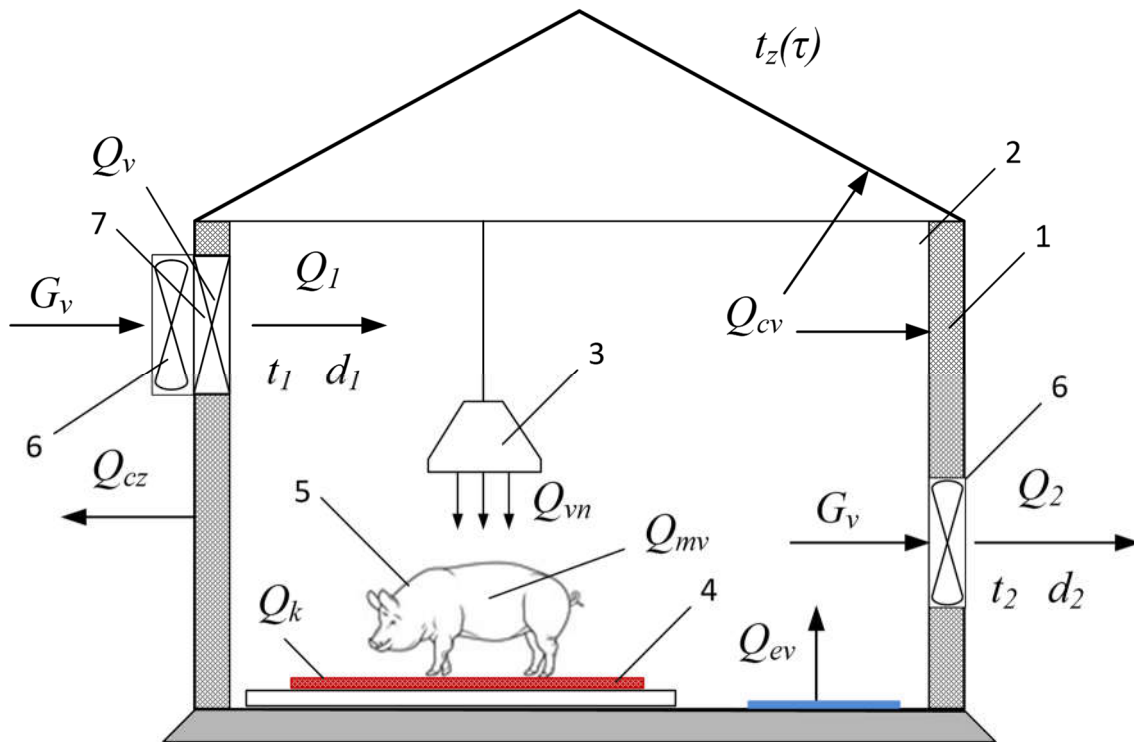
При аналізі динаміки температурного режиму приміщення утримання тварин недостатньо врахувати тільки теплоакумулювальні властивості внутрішнього повітря. В тваринницьких приміщеннях з локальною системою електрообігріву молодняка тварин теплоакумулюючих ємностей (середовищ) як мінімум чотири: повітря, зовнішнє огороження, електронагрівальний килимок, випромінювач. При розміщенні електрокалорифера за межами об'єму приміщення його теплова інерційність не враховується.

В зв'язку з наявністю в приміщенні різних ємностей, здатних акумулювати теплову енергію, при складанні диференціальних рівнянь для кожної із них складається окремий тепловий баланс. При цьому враховуються наступні фактори:

- надходження теплоти за рахунок тепловиділень тварин;
- надходження теплоти від джерел електрообігріву;
- теплові втрати з вентиляційним повітрям;
- затрати теплоти на випаровування з підлоги;
- теплообмін між внутрішніми і зовнішніми поверхнями огороження і повітрям;

- тепловіддача приладами локального обігріву: конвекційним способом і випромінюванням;
- тепловіддача поверхнею тварин у зовнішнє середовище.

Указані фактори схематично представлені розрахунковою схемою на рис. 5.12.



**Рис. 5.12. Розрахункова схема теплових потоків у тваринницькому приміщенні із локальним обігрівом тварин:**

**1 – будівля; 2 – повітряний об'єм приміщення;**

**3 – ІЧ-випромінювач; 4 – електронагрівальний килимок;**

**5 – тварина; 6 – вентилятор; 7 – калорифер**

В цілому об'єкт моделювання може бути описано системою диференціальних рівнянь (тобто рівнянь для кожної з названих вище ємностей).

При аналізі теплових процесів в тваринницькому приміщенні зроблено припущення, які значно спрощують процедуру моделювання: приміщення розглядається, як об'єкт із зосередженими параметрами; повітря в приміщенні

ідеально переміщується; коефіцієнти теплообміну в часі не змінюються і дорівнюють середнім значенням за час перехідного процесу.

З урахуванням зроблених припущень і прийнятої схеми процесу складемо рівняння теплового балансу для кожної з названих ємностей:

- для повітря в приміщенні:

$$dQ_m - dQ_v + dQ_k + dQ_{vn} - dQ_{cv} - dQ_{ev} = m_v c_p \frac{dt_v}{d\tau}, \quad (5.85)$$

- для огородження:

$$dQ_{cv} + dQ_{m-cv}^r + dQ_{vn-cv}^r - dQ_{cz} = m_c c_c \frac{d\theta_c}{d\tau}, \quad (5.86)$$

- для електронагрівального килимка:

$$dQ_k - dQ_{k-v}^r - dQ_{k-m} = m_k c_k \frac{d\theta_k}{d\tau}, \quad (5.87)$$

- для випромінювача:

$$dQ_{vn} - dQ_{vn-m}^r - dQ_{vn-cv}^r - dQ_{vn-v} = m_{vn} c_{vn} \frac{d\theta_{vn}}{d\tau}, \quad (5.88)$$

- для поверхні тварин (шкіряний покрив):

$$dQ_m + dQ_{vn-m}^r - dQ_{m-v} - dQ_{m-cv}^r + dQ_{k-m} = m_m c_m \frac{d\theta_{nm}}{d\tau}, \quad (5.89)$$

де  $dQ_m$  – тепловиділення тварин, Вт;

$dQ_v$  – теплота затрачена на нагрівання припливного (вентиляційного) повітря, Вт;

$dQ_k$  – теплота, що віддається вільною поверхнею килимка, Вт;

$dQ_{vn}$  – теплота, що віддається поверхнею випромінювача, Вт;

$dQ_{ev}$  – теплота, яка витрачається на випаровування води з підлоги, Вт;

$dQ_{cv}$  – теплота, що віддається внутрішнім повітрям стінам, стелі, підлозі, Вт;

$dQ_{m-cv}^r$  – теплота, що віддається випромінюванням поверхнею тварин до внутрішньої поверхні огородження, Вт;

$dQ_{vn-cv}^r$  – теплота, яка передається від випромінювача до внутрішнього огородження, Вт;

$dQ_{cz}$  – теплові витрати від зовнішньої поверхні огороження у зовнішнє повітря, Вт;

$dQ_{k-v}^r$  – теплота, що віддається поверхнею килимка конвекційно-радіаційним шляхом в оточуюче середовище (повітря), Вт;

$dQ_{k-m}$  – теплота якою обмінюється тварина з килимком, Вт;

$dQ_{vn-m}^r = dQ_{l-m} + dQ_{e-m}$  – теплота, яка передається від випромінювача до поверхні тварин, Вт;

$dQ_{l-m}$  – теплота від лампи до поверхні тварини, Вт;

$dQ_{e-m}$  – теплота від екрану до поверхні тварини, Вт;

$dQ_{m-v}$  – теплота, що відводиться випромінюванням від поверхні тварин, Вт;

$m_v c_p, m_c c_c, m_k c_k, m_m c_m$  – відповідно теплоємність повітря, огороження, килимка, тварин, Дж/°С;

$m_{vn} c_{vn} = m_l c_l + m_e c_e$  – теплоємність випромінювача, Дж/°С;

$m_l c_l, m_e c_e$  – відповідно теплоємність лампи і екрана, Дж/°С;

$t_v, \theta_c, \theta_k, \theta_{vn}, \theta_{nm}$  – відповідно температура повітря, огороження, килимка, випромінювача, поверхні тварин, °С;

$\tau$  – поточний час, с.

Дана система диференціальних рівнянь досить повно описує процеси тепло- і масообміну, що відбуваються в приміщенні для утримання тварин з локальним обігрівом молодняка та найбільше відповідає загальному випадку. Задаючись конкретними умовами, дану систему рівнянь можна привести до вигляду, відповідному до конкретного об'єкта.

Для розгорнення системи рівнянь використовуються відомі формули теорії теплопередачі та масообміну.

Ефективне випромінювання і радіаційний теплообмін (теплообмін випромінюванням між двома поверхнями) визначається за формулами:

$$E_{nm} = (E_0 - st_v) \left( 1 - \frac{D}{L} \right); \quad (5.90)$$

$$Q_{vn, nm, k}^r = c_0 \varepsilon_{np} K \left[ \left( \frac{\theta_{vn, nm, k} + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{\theta_{nm} + 273}{100} \right)^4 \right] \phi; \quad (5.91)$$

де  $c_0 = 5.7 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ ;

$$\varepsilon_{np} = \left[ \frac{1}{\varepsilon_{vn}} + \frac{F_{vn}}{F_{nm}} \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_{nm}} - 1 \right) \right]^{-1}; \quad \phi = \frac{F_{vn}}{F_{nm}};$$

$E_0$  – оптимальна опроміненість тварини, що знаходиться в перші години народження при  $t_v = 0^\circ\text{C}$  (для поросят  $E_0 = 700 \text{ Вт}/\text{м}^2$ );

$s$  – температурний градієнт опроміненості ( $s = 25 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ );

$D, L$  – вік тварин (дні) і кількість днів повної адаптації тварин ( $L = 100 \text{ дн.}$ );

$F_{vn}, F_{nm}$  – поверхня випромінювання і поглинання,  $\text{м}^2$ ;

$K$  – коефіцієнт поглинання променистої енергії повітря приміщення.

Конвекційний теплообмін між відповідними поверхнями всередині приміщення і ззовні визначається:

$$Q = \alpha_{ki} F_i (\theta_i - \theta_j); \quad (5.92)$$

де  $F_i$  – поверхня поділу тіла і середовища,  $\text{м}^2$ ;

$\alpha_{ki} = 5.3 + 3.5v$  – коефіцієнт конвекційного теплообміну поверхні тіла і середовища (далі в тексті  $\alpha_k$ ),  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ;

$v$  – швидкість переміщення повітря відносно поверхні;

$\theta_i - \theta_j$  – різниця температур (потенціал переносу) тепловіддаючої поверхні та теплосприймаючого середовища,  $^\circ\text{C}$ .

Теплота, що витрачається на випаровування вологи із відкритих поверхонь визначається за формулою Дальтона:

$$Q_{ev} = r_0 \frac{dW}{d\tau} = \beta F_{ev} (P_n''(t) - P_n), \quad (5.93)$$

де  $\beta, F_{ev}$  – коефіцієнт масообміну,  $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Па})$ , і поверхня випаровування,  $\text{м}^2$ , відповідно;

$P_n''(t)$  – парціальний тиск пари у насиченому повітрі, Па;

$P_n$  – парціальний тиск водяної пари в повітрі приміщення, Па.

Величина тиску пари в насиченому повітрі в залежності від температури визначається з емпіричної формули:

$$P_n''(t) = at + c \quad (5.94)$$

Повітрообмін в приміщенні визначається за формулою:

$$Q_{no} = Q_{np} - Q_{vout} = G_v c_p (t_v - t_1), \quad (5.95)$$

де  $G_v$  – масові витрати вентиляційного повітря, кг/с;

$c_p$  – теплоємність повітря, Дж/(кг·°С);

$t_1$  – температура припливного повітря, °С.

Після підстановки окремих складових і їх групування, математичний опис теплових процесів у приміщенні утримання тварин з локальним обігрівом, у нестационарному режимі в цілому представлена у вигляді системи нелінійних рівнянь:

– випромінювач:

$$m_l c_l \frac{d\theta_l}{d\tau} = P_l - c_1 F_{l-nm} (T_l^4 - T_{nm}^4) - c_2 F_{l-e} (T_l^4 - T_e^4) - \alpha_k F_l (\theta_l - t_v), \quad (5.96)$$

– екран:

$$m_e c_e \frac{d\theta_e}{d\tau} = c_2 F_{l-e} (T_l^4 - T_e^4) - c_3 F_{e-nm} (T_e^4 - T_{nm}^4) - c_4 F_{e-c} (T_e^4 - T_c^4) - c_5 F_{e-k} (T_e^4 - T_k^4) - \alpha_k F_e (\theta_e - t_v), \quad (5.97)$$

– тварина:

$$m_{nm} c_{nm} \frac{d\theta_{nm}}{d\tau} = c_1 F_{l-nm} (T_l^4 - T_{nm}^4) + c_3 F_{e-nm} (T_e^4 - T_{nm}^4) + Q_{mv} - c_6 F_{nm-c} (T_{nm}^4 - T_c^4) - \alpha_k F_{nm} (\theta_{nm} - t_v) - \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} (\bar{\theta}_{mv} - \theta_k), \quad (5.98)$$

– електронагрівальний килимок:

$$m_k c_k \frac{d\theta_k}{d\tau} = P_k - \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} (\theta_k - \bar{\theta}_{mv}) - \alpha_k F_k (\theta_k - t_v) - c_7 F_{k-c} (T_k^4 - T_c^4), \quad (5.99)$$

– повітря:

$$m_v c_p \frac{dt_v}{d\tau} = 2G_v c_p (t_1 - t_v) + \alpha_k F_l (\theta_l - t_v) + \alpha_k F_e (\theta_e - t_v) + \\ + \alpha_k F_k (\theta_k - t_v) + \alpha_k F_{mv} (\theta_{nm} - t_v) - \alpha_c F_{cv} (t_v - \theta_c) - r_0 \frac{dW}{d\tau}, \quad (5.100)$$

– огороження:

$$m_c c_c \frac{d\theta_c}{d\tau} = \alpha_c F_{cv} (t_v - \theta_c) - c_4 F_{e-c} (T_e^4 - T_c^4) + \\ + c_6 F_{nm-c} (T_{nm}^4 - T_c^4) + c_7 F_{k-c} (T_k^4 - T_c^4) - \alpha_c F_{cz} (\theta_c - t_z) \quad , \quad (5.101)$$

де  $\theta_l, \theta_e, \theta_{nm}, \theta_k, \theta_c, t_v, \bar{\theta}_{mv}$  – температура відповідно, ІЧ лампи, екрана ІЧ-випромінювача, поверхні тварин, електронагрівального килимка, стін будівлі, повітря, тварин, °С;

$c_1 - c_7$  – приведені коефіцієнти випромінювання між відповідними поверхнями  $F_{i-j}$ , Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$F_{l-nm}, F_{l-e}, F_{l-c}, F_{e-nm}, F_{e-c}, F_{e-k}, F_{l-k}, F_{nm-c}, F_{k-c}$  – поверхні між якими відбувається радіаційний теплообмін: ІЧ лампа – поверхня тварин, ІЧ лампа – екран ІЧ-випромінювача, ІЧ лампа – стіна, екран ІЧ-випромінювача – поверхня тварин, екран ІЧ-випромінювача – стіни, екран ІЧ-випромінювача – килимок, ІЧ лампа – килимок, поверхня тварин – стіна, килимок – стіна, м<sup>2</sup>;

$\alpha_k$  – коефіцієнт конвекційної тепловіддачі (Вт/(м<sup>2</sup>·°С)) поверхонь:  $F_l, F_e, F_{nm}, F_{mv}, F_k, F_{cv}, F_{cz}$  – ІЧ лампи, екрану ІЧ-випромінювача, поверхні тварин, контактна поверхня тварин, килимка, внутрішніх стін, зовнішніх стін, м<sup>2</sup>;

$P_l, P_k$  – електрична потужність ІЧ лампи і килимка, Вт;

$m_l, m_e, m_{nm}, m_k, m_c, m_v$  – маса відповідно, ІЧ лампи, екрана ІЧ-випромінювача, поверхні тварин, нагрівального килимка, стін будівлі, повітря, кг;

$c_l, c_e, c_{nm}, c_k, c_c, c_p$  – питома теплоємність відповідно, ІЧ лампи, екрана ІЧ-випромінювача, поверхні тварин, електронагрівального килимка, стін будівлі, повітря, Дж/(кг·°С);

$R_{mv-k}$  – контактний опір лежачої тварини і поверхні килимка, (м<sup>2</sup>·°С)/Вт;

$$T_i = \frac{273 + \theta_i}{100}.$$

Система рівнянь (5.96) – (5.101) досить повно описує тепловий режим в приміщенні для утримання молодняка тварин із загально-обмінною вентиляцією, підігрівом припливного повітря ( $t_1$ ) і локальним обігрівом ІЧ-випромінювачами та електронагрівальними килимками. При цьому потужність інфрачервоних ламп, електронагрівальних килимків та температура припливного повітря, яке нагрівається в калорифері є відомими величинами. Задача подальших досліджень полягає у визначенні динаміки змінення температур, повітря, поверхні тварин та засобів локального обігріву. Для спрощення даної постановки задачі приймемо додаткові припущення, сутність яких в основному зводиться до лінеаризації нелінійних членів рівнянь і пониженню порядку системи.

Лінеаризуємо рівняння, які характеризують променевий теплообмін, представляючи густину променевого потоку у вигляді аналогічному виразу для конвекційного теплообміну [23], а саме:

$$q_{vn} = c_{np_i} (T_1^4 - T_2^4) = \alpha_{np}^r (t_1 - t_2), \quad (5.102)$$

де  $\alpha_{np}^r = c_{np_i} (T_1^2 + T_2^2) (T_1 + T_2) = \alpha'$ ;  $\alpha'' = \alpha' + \alpha_k$ ;  $c_{np_i} = \varepsilon_{np} \sigma_0 10^{-8}$ ;

$T_1(t_1), T_2(t_2)$  – температури випромінюючої і сприймаючої (поглинальної) поверхонь, відповідно °К і °С.

За аналогією з поняттям «радіаційна температура» лампи, введемо визначення «еквівалентна радіаційна температура» випромінювача, тобто температура пристрою який містить ІЧ лампи, арматуру, відбивальний екран-корпус і має сумарну теплову ємність ( $m_l c_l + m_e c_e$ ).

Таким чином рівняння (5.96) – (5.97) замінимо одним рівнянням, що описує змінення температури випромінювача  $\theta_{vn}(\tau)$ .

Огородження тваринницького приміщення, являє собою «теплову ємність» (непомірно більшу за всі інші, в яких перехідні процеси відбуваються набагато швидше тому при аналізі динаміки елементів обладнання можна прийняти температуру огороження сталою величиною або врахувати теплові витрати через коефіцієнт теплопередачі. В цьому випадку систему рівнянь можна спростити до чотирьох, відповідних теплових ємностей:

– ПЧ-випромінювач:

$$m_{vn}c_{vn}\frac{d\theta_{vn}}{d\tau} = P_l - (\alpha'_{np}F_{nm} + \alpha'_{np}F_{vn-c} + \alpha'_{np}F_{vn} + \alpha''_{np}F_{vn})\theta_{vn} + \alpha'_{np}F_{nm}\theta_{nm} + \alpha'_{np}F_{vn-c}\bar{\theta}_c + \alpha'_{np}F_{vn}\theta_k + \alpha''_{np}F_{vn}t_v, \quad (5.103)$$

– тварини:

$$m_{nm}c_{nm}\frac{d\theta_{nm}}{d\tau} = Q_{mv} - \left( \alpha'_{np}F_{nm} + \alpha'_{np}F_{nm-c} + \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} \right)\theta_{nm} + \alpha'_{np}F_{nm}\theta_{vn} + \alpha'_{np}F_{nm-c}\bar{\theta}_c + \alpha_k F_{nm}t_v + \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}}\theta_k, \quad (5.104)$$

– електронагрівальний килимок:

$$m_k c_k \frac{d\theta_k}{d\tau} = P_k - \left( \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} + \alpha_k F_k \right)\theta_k + \alpha_k F_k t_v + \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}}\bar{\theta}_{mv}, \quad (5.105)$$

– повітря в об'ємі приміщення:

$$m_v c_p \frac{dt_v}{d\tau} = -(2G_v c_p + \alpha_k(F_l + F_e) + \alpha_k F_k + \alpha_k F_{mv} + \alpha_c F'_c)t_v + 2G_v c_p t_1 + \alpha_k(F_l + F_e)\theta_{vn} + \alpha_k F_k \theta_k + \alpha_k F_{mv}\theta_{nm} + \alpha_c F'_c \bar{\theta}_c - r_0 \frac{dW}{d\tau}. \quad (5.106)$$

Записуючи змінні величини  $x_i = x_{i_0} + \Delta x_i$  та підставляючи їх значення в рівняння (5.103) – (5.106), віднімаючи від отриманих рівнянь їх статичні аналоги (похідні в часі дорівнюють нулю) і нехтуючи членами другого ступеня малості отримаємо:

$$T_{vn} \frac{d\Delta\theta_{vn}}{d\tau} + \Delta\theta_{vn} = k_{01}^{-1}\Delta P_l + k_1\Delta\theta_{nm} + k_2\Delta\theta_c + k_3\Delta\theta_k + k_4\Delta t_v, \quad (5.107)$$

$$T_{nm} \frac{d\Delta\theta_{nm}}{d\tau} + \Delta\theta_{nm} = k_{02}^{-1} \Delta Q_{mv} + k_5 \Delta\theta_{vn} + k_6 \Delta\bar{\theta}_c + k_7 \Delta t_v + k_8 \Delta\theta_k, \quad (5.108)$$

$$T_k \frac{d\Delta\theta_k}{d\tau} + \Delta\theta_k = k_{03}^{-1} \Delta P_k + k_9 \Delta t_v + k_{10} \Delta\bar{\theta}_{mv}, \quad (5.109)$$

$$T_v \frac{d\Delta t_v}{d\tau} + \Delta t_v = k_{11} \Delta t_1 + k_{12} \Delta G + k_{13} \Delta\theta_{vn} + k_{14} \Delta\theta_k + \\ + k_{15} \Delta\theta_{nm} + k_{16} \Delta\bar{\theta}_c - k_{17} \Delta W, \quad (5.110)$$

де  $k_{01} = \alpha'_{np} F_{nm} + \alpha'_{np} F_{vn-c} + \alpha'_{np} F_{vn} + \alpha''_{np} F_{vn}$ ;  $T_{vn} = \frac{m_{vn} c_{vn}}{k_{01}}$ ;  $k_1 = \frac{\alpha'_{np} F_{nm}}{k_{01}}$ ;

$$k_2 = \frac{\alpha'_{np} F_{vn-c}}{k_{01}}; k_3 = \frac{\alpha'_{np} F_{vn}}{k_{01}}; k_4 = \frac{\alpha''_{np} F_{vn}}{k_{01}}; k_{02} = \alpha'_{np} F_{nm} + \alpha'_{np} F_{nm-c} + \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}};$$

$$T_{nm} = \frac{m_{nm} c_{nm}}{k_{02}}; k_5 = \frac{\alpha'_{np} F_{nm}}{k_{02}}; k_6 = \frac{\alpha'_{np} F_{nm-c}}{k_{02}}; k_7 = \frac{\alpha_k F_{nm}}{k_{02}}; k_8 = \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} k_{02}^{-1};$$

$$k_{03} = \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} + \alpha_k F_k; T_k = \frac{m_k c_k}{k_{03}}; k_9 = \frac{\alpha_k F_k}{k_{03}}; k_{10} = \frac{F_{mv}}{R_{mv-k}} k_{03}^{-1};$$

$$k_{04} = 2G_{v0} c_p + \alpha_k (F_l + F_e) + \alpha_k F_k + \alpha_k F_{mv} + \alpha_c F'_c; T_v = \frac{m_v c_p}{k_{04}}; k_{11} = \frac{2G_{v0} c_p}{k_{04}};$$

$$k_{12} = \frac{\alpha_k (F_l + F_e) + \alpha_k F_k + \alpha_k F_{mv} + \alpha_c F'_c}{k_{04}}; k_{13} = \frac{\alpha_k (F_l + F_e)}{k_{04}}; k_{14} = \frac{\alpha_k F_k}{k_{04}};$$

$$k_{15} = \frac{\alpha_k F_{mv}}{k_{04}}; k_{16} = \frac{\alpha_c F'_c}{k_{04}}; k_{17} = \frac{-r_0}{k_{04}}.$$

Застосовуючи безпосередньо перетворення Лапласа для лінеаризованих рівнянь системи (5.107) – (5.110) з урахуванням зроблених раніше припущень і нульових початкових умов, одержимо рівняння типу «Вхід-вихід» для основних теплових ємностей об'єкта, які відповідних перетворень мають вигляд:

$$\begin{cases}
(T_{vn}p + 1)\Delta\theta_{vn}(p) = k_{01}^{-1}\Delta P_l(p) + k_1\Delta\theta_{nm}(p) + k_2\Delta\theta_c(p) + \\
+ k_3\Delta\theta_k(p) + k_4\Delta t_v(p); \\
(T_{nm}p + 1)\Delta\theta_{nm}(p) = k_{02}^{-1}\Delta Q_{mv}(p) + k_5\Delta\theta_{vn}(p) + k_6\Delta\bar{\theta}_c(p) + \\
+ k_7\Delta t_v(p) + k_8\Delta\theta_k(p); \\
(T_kp + 1)\Delta\theta_k(p) = k_{03}^{-1}\Delta P_k(p) + k_9\Delta t_v(p) + k_{10}\Delta\bar{\theta}_{mv}(p); \\
(T_vp + 1)\Delta t_v(p) = k_{11}\Delta t_1(p) + k_{12}\Delta G(p) + k_{13}\Delta\theta_{vn}(p) + \\
+ k_{14}\Delta\theta_k(p) + k_{15}\Delta\theta_{nm}(p) + k_{16}\Delta\bar{\theta}_c(p) + k_{17}\Delta W(p).
\end{cases} \quad (5.111)$$

Передатні функції на каналах взаємодії елементів визначається з рівнянь системи (5.111) за формулою:

$$W_{ij}(p) = \frac{\Delta\theta_i(p)}{\Delta\theta_j P_j(p)} = \frac{k_i}{T_i p + 1}. \quad (5.112)$$

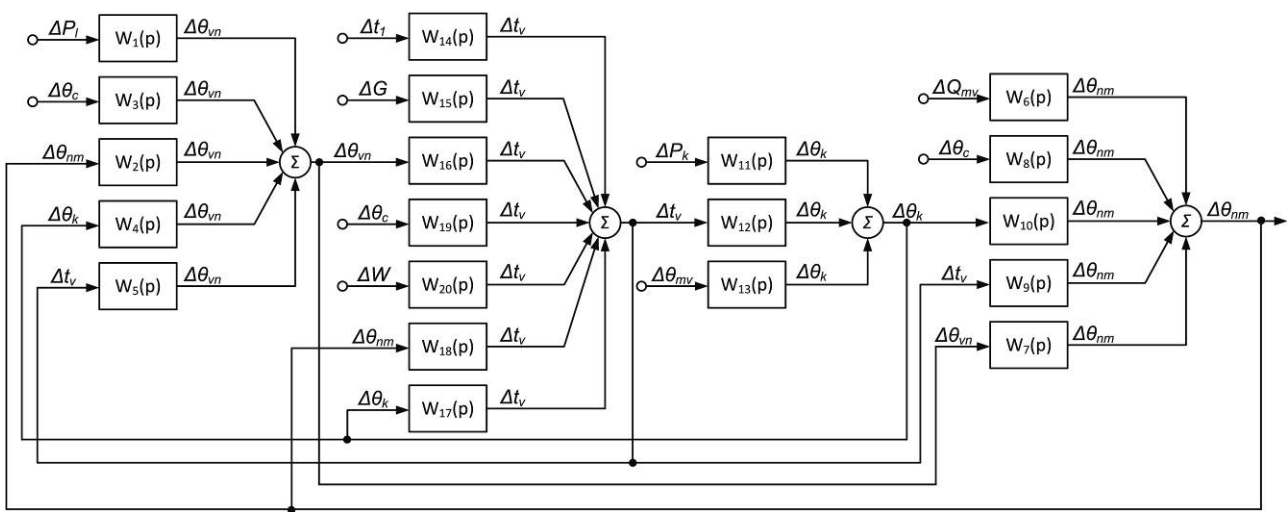
Передатні функції окремих ланок відповідно до рівнянь (5.111) і (5.112) визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned}
W_1(p) &= \frac{\Delta\theta_{vn}(p)}{\Delta P_l(p)} = \frac{k_{01}^{-1}}{T_{vn}p + 1}; & W_2(p) &= \frac{\Delta\theta_{vn}(p)}{\Delta\theta_{nm}(p)} = \frac{k_1}{T_{vn}p + 1}; \\
W_3(p) &= \frac{\Delta\theta_{vn}(p)}{\Delta\theta_c(p)} = \frac{k_2}{T_{vn}p + 1}; & W_4(p) &= \frac{\Delta\theta_{vn}(p)}{\Delta\theta_k(p)} = \frac{k_3}{T_{vn}p + 1}; \\
W_5(p) &= \frac{\Delta\theta_{vn}(p)}{\Delta t_v(p)} = \frac{k_4}{T_{vn}p + 1}; & W_6(p) &= \frac{\Delta\theta_{nm}(p)}{\Delta Q_{mv}(p)} = \frac{k_{02}^{-1}}{T_{nm}p + 1}; \\
W_7(p) &= \frac{\Delta\theta_{nm}(p)}{\Delta\theta_{vn}(p)} = \frac{k_5}{T_{nm}p + 1}; & W_8(p) &= \frac{\Delta\theta_{nm}(p)}{\Delta\bar{\theta}_c(p)} = \frac{k_6}{T_{nm}p + 1}; \\
W_9(p) &= \frac{\Delta\theta_{nm}(p)}{\Delta t_v(p)} = \frac{k_7}{T_{nm}p + 1}; & W_{10}(p) &= \frac{\Delta\theta_{nm}(p)}{\Delta\theta_k(p)} = \frac{k_8}{T_{nm}p + 1}; \\
W_{11}(p) &= \frac{\Delta\theta_k(p)}{\Delta P_k(p)} = \frac{k_{03}^{-1}}{T_kp + 1}; & W_{12}(p) &= \frac{\Delta\theta_k(p)}{\Delta t_v(p)} = \frac{k_9}{T_kp + 1}; \\
W_{13}(p) &= \frac{\Delta\theta_k(p)}{\Delta\bar{\theta}_{mv}(p)} = \frac{k_{10}}{T_kp + 1}; & W_{14}(p) &= \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta t_1(p)} = \frac{k_{11}}{T_vp + 1}; \\
W_{15}(p) &= \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta G(p)} = \frac{k_{12}}{T_vp + 1}; & W_{16}(p) &= \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta\theta_{vn}(p)} = \frac{k_{13}}{T_vp + 1};
\end{aligned}$$

$$W_{17}(p) = \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta \theta_k(p)} = \frac{k_{14}}{T_v p + 1}; \quad W_{18}(p) = \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta \theta_{nm}(p)} = \frac{k_{15}}{T_v p + 1};$$

$$W_{19}(p) = \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta \theta_c(p)} = \frac{k_{16}}{T_v p + 1}; \quad W_{20}(p) = \frac{\Delta t_v(p)}{\Delta W(p)} = \frac{k_{17}}{T_v p + 1}.$$

На основі рівнянь (5.111) і визначених передатних функцій складена структурна схема (рис. 5.13), яка являє лінійну модель динаміки теплового режиму системи локального обігріву молодняка тварин і теплового режиму приміщення свинарника-маточника при дії керуючих і збурювальних факторів.



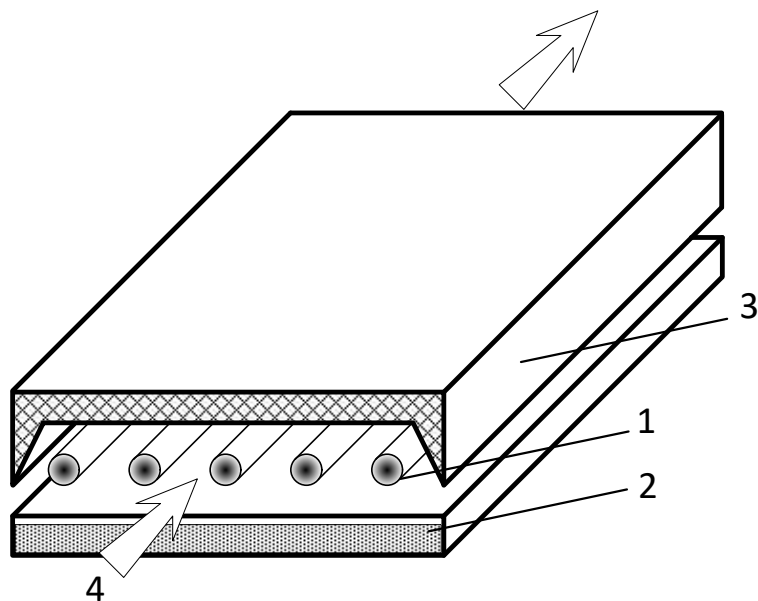
**Рис. 5.13. Структурна схема лінійних моделей динаміки теплового режиму системи локального обігріву молодняка тварин і теплового режиму приміщення свинарника-маточника**

Таким чином на основі теоретичного аналізу теплових процесів приміщення для утримання тварин, як об'єкта автоматизації сформульована математична модель нестационарних режимів систем локального обігріву молодняка тварин яка дозволяє оптимізувати режимні параметри роботи устаткування для синтезу САК температурним режимом засобів локального обігріву з урахуванням внутрішніх і зовнішніх збурень.

## 5.6. Математичні моделі динаміки електричних зволожувачів повітря з ІЧ-випромінюванням<sup>17</sup>.

Дослідження проводились на основі аналізу результатів отриманих при розв'язку рівнянь збереження енергії та маси, які дозволили найбільш повно встановити залежності між основними параметрами, що визначають інтенсивність процесів і енерговитрат на зволоження повітря.

Розглядається об'єкт досліджень – терморадіаційний паровий зволожувач повітря в якому вода випаровується під дією інфрачервоного опромінення за схемою наведеною на рис. 5.14. Конструкція зволожувача складається з прямокутного піддону з водою (шар води 25 мм), термовипромінювачів і екрану. Вода випаровується під дією інфрачервоної радіації. Таким чином зволожувач-випаровувач можна розглядати як об'єкт з трьома інерційними ємностями.



**Рис. 5.14. Терморадіаційний парогенератор:**  
**1 – випромінювач; 2 – ємність з водою; 3 – екран;**  
**4 – напрям руху повітря**

<sup>17</sup> Наведено за: Котов Б., Грищенко В. Математичні моделі динаміки електричних зволожувачів повітря. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. 2013. Вип. 43, № 1. С. 71–76.

При складанні математичної моделі у вигляді диференціальних рівнянь теплового та матеріального балансів прийнято такі загальноприйняті для об'єктів даного типу припущення:

- повітрозволожувач розглядається як проточний апарат ідеального змішування;
- теплофізичні характеристики повітря, води і корпусу апарата від температури не залежать і в часі не змінюються;
- коефіцієнти тепло- і масообміну, теплопередачі від температури не залежать;
- температура повітря та пари, а також вологовміст і вологість повітря однакові в об'ємі камери і дорівнюють їх значенням на виході;
- теплообмін відбувається випромінюванням і конвекцією, масообмін за законом Дальтона, кондуктивною складовою теплопередачі нехтуємо.

Для вибраної математичної моделі з урахуванням наведених вище припущень складемо наступні диференціальні рівняння:

- рівняння збереження енергії для нагрівача-випромінювача:

$$m_l c_l \frac{d\theta_l}{d\tau} = P - c_{np1} F_l (T_l^4 - T_w^4) - c_{np2} F_s (T_l^4 - T_s^4) - \alpha_l F_l (\theta_l - t_v), \quad (5.113)$$

- рівняння збереження енергії для води в корпусі:

$$m_w c_w \frac{d\theta_w}{d\tau} = A_\lambda c_{np1} (T_l^4 - T_w^4) + c_{np3} F_s A_\lambda (T_s^4 - T_w^4) - r \frac{dW}{d\tau} - \alpha_w F_w (\theta_w - t_c), \quad (5.114)$$

- рівняння збереження енергії для екрана:

$$m_s c_s \frac{d\theta_s}{d\tau} = c_{np2} F_s (T_l^4 - T_s^4) - c_{np3} F_s (T_s^4 - T_w^4) - \alpha_3 F_4 (\theta_s - t_c), \quad (5.115)$$

- рівняння збереження енергії для повітря:

$$m_v c_v \frac{dt_v}{d\tau} = \alpha_v F_v (\theta_w - t_c) + r \beta (X''(\theta_w) - X_2) - Gc(t_v - t_1) + \alpha_l F_l (\theta_l - t_v), \quad (5.116)$$

- рівняння збереження маси для повітря:

$$m_v \frac{dX_2}{d\tau} = G(X_1 - X_2) + \beta F_w (X''(\theta_w) - X_2), \quad (5.117)$$

- рівняння збереження маси для води:

$$\frac{dW}{d\tau} = -\beta F_w (X''(\theta_w) - X_2), \quad (5.118)$$

- де  $\theta_l$  – температура випромінювача, °С;  
 $\theta_w$  – температура води в піддонні, °С;  
 $\theta_s$  – температура екрана, °С;  
 $c_{npi}$  – приведені коефіцієнти випромінювання для відповідних елементів конструкції, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  
 $F_l, F_w, F_s$  – поверхня випромінювача, води і екрана, м<sup>2</sup>;  
 $P$  – потужність випромінювача, Вт;  
 $\alpha_l, \alpha_w, \alpha_s$  – коефіцієнти теплообміну (ефективні) між відповідними поверхнями, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  
 $m_l, m_s$  – маса нагрівача і екрана, кг;  
 $m_w c_w = (m_w \epsilon_w + m_k c_k)$  – теплоємність води в корпусі, Дж/°С;  
 $r$  – питома теплота випаровування, Дж/кг;  
 $W$  – маса пари, кг;  
 $A_\lambda$  – коефіцієнт поглинання випромінювача водою;  
 $m_v c_v$  – теплоємність повітря в об'ємі зволожувача;  
 $\beta$  – коефіцієнт масовіддачі, кг/м<sup>2</sup>·с;  
 $\chi_1, \chi_2, \chi''(\theta_2)$  – вологовміст повітря на вході, виході та насиченого повітря при температурі поверхні води, кг/кг<sub>сп</sub>;  
 $G$  – витрати повітря, кг/с.

Величина приведеного коефіцієнту випромінювання:

$$c_{np} = \epsilon_{np1-2} \cdot c_0 \cdot \varphi_{1-2} \cdot 10^{-8}, \quad (5.119)$$

де  $\epsilon_{np1-2} = (\epsilon_1^{-1} + \epsilon_2^{-1} - 1)^{-1}$  – коефіцієнти випромінювання робочих поверхонь;

$c_0$  – стала Стефана-Больцмана;

$\varphi_{1-2}$  – кутовий коефіцієнт опромінення поверхонь,  $\varphi_{1-2} = \frac{a}{h \cdot \pi}$ ;

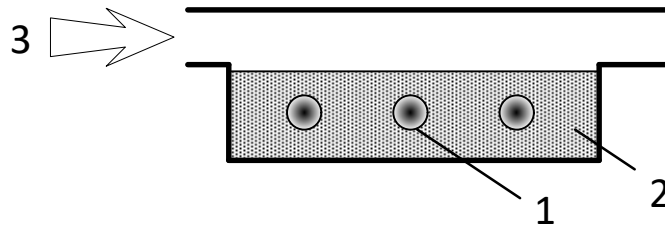
$h$  – відстань від випромінювача до води,

$a$  – половина ширини зони опромінення.

Величина ефективних коефіцієнтів теплообміну визначається, як сума коефіцієнтів конвективного та радіаційного теплообміну:

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_p = \alpha_k + c_{np} \cdot 10^{-8} (T_1^2 + T_2^2) (T_1 + T_2).$$

Електрозволожувачі із заглибленими електронагрівачами та відкритою поверхнею є неглибокою ( $h=100$  мм) ванною в якій розміщені три ТЕНи потужністю 1.5 кВт кожен (рис. 5.15).



**Рис. 5.15. Електрозволожувач: 1 – ТЕНи; 2 – ємність з водою; 3 – напрям руху повітря**

Динамічні властивості такого типу електрозволожувачів повітря можна описати такою системою диференційних рівнянь, при врахуванні вище наведених припущень:

$$m_w c_w \frac{d\theta_w}{d\tau} = P_n \eta - r \beta F (P_n''(\theta_w) - P_v(d_2)) - \alpha F (\theta_w - t_2), \quad (5.120)$$

$$m_v c_v \frac{dt_v}{d\tau} = r \beta F (P_n''(\theta_w) - P_v(d_2)) + \alpha F (\theta_w - t_v) - G_v c_p (t_1 - t_v), \quad (5.121)$$

$$m_v \frac{dd_2}{d\tau} = G_v (d_1 - d_2) + \beta F (P_n''(\theta_w) - P_v(d_2)), \quad (5.122)$$

$$\frac{dm_n}{d\tau} = \beta F (P_n''(\theta_w) - P_v(d_2)), \quad (5.123)$$

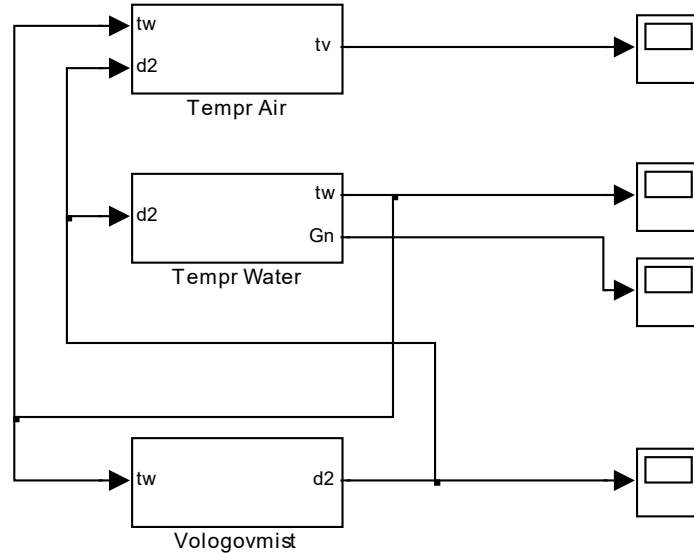
де  $P_n$  – потужність та ККД нагрівальних елементів, Вт;

$\eta$  – ККД нагрівальних елементів;

$a, b, c$  – коефіцієнт апроксимації функції  $P_n''(\theta_w) = e^{a - \frac{b}{\theta_w + c}}$ ;

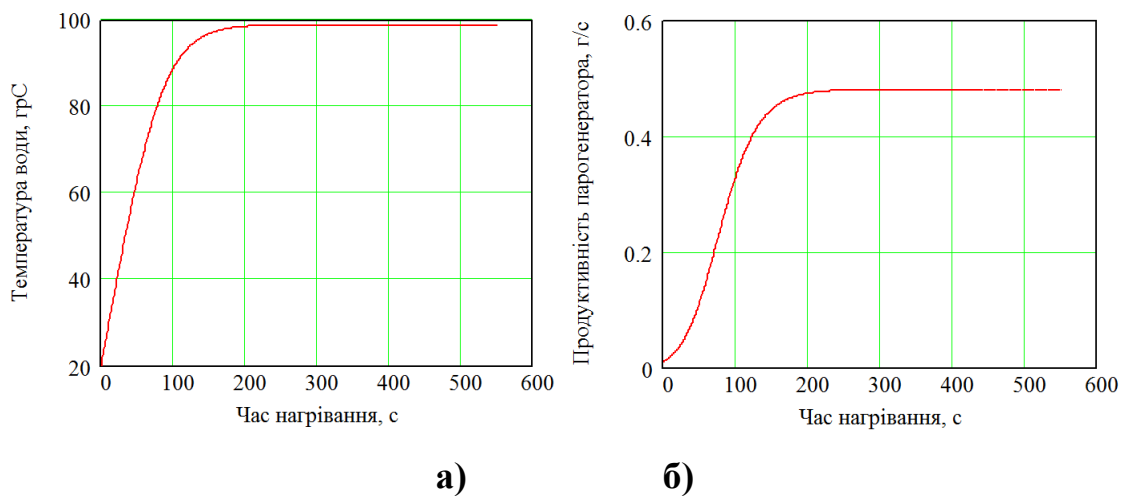
$F$  – поверхня води, що випаровує, м<sup>2</sup>.

Схема реалізації математичної моделі (5.120) – (5.123) в середовищі MATLAB/Simulink наведена на рис. 5.16.

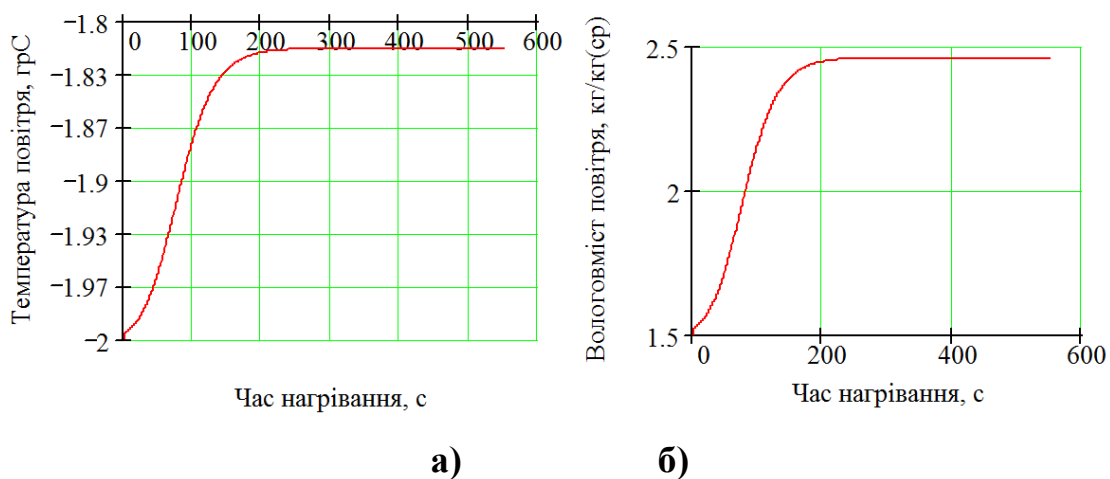


**Рис. 5.16. Імітаційна модель в системі MATLAB/Simulink терморадіаційного парогенератора**

Результати моделювання динаміки процесів нагрівання і випаровування води та зволоження повітря наведено на рис. 5.17-18.



**Рис. 5.17. Зміна температури води (а) та зміна продуктивності (б) парогенератора з часом при вмиканні випромінювачів**



**Рис. 5.18. Зміна параметрів температури (а) та вологовмісту (б) повітря на виході із парозволожувача**

Таким чином отримано математичну модель динаміки електричних парозволожувачів і визначено параметри їх роботи, яку можна використовувати для синтезу систем автоматичного регулювання установками даного типу.

## РОЗДІЛ 6. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОТЕРМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬ НАГРІВ ОПОРОМ.

### 6.1. Математичні моделі динаміки електроконтактної обробки рухомих середовищ в технологічних процесах<sup>18</sup>.

Аналізуючи конструкції електротехнологічних установок (узагальнено-спрощені схеми яких показано на рис. 6.1) за ознакою технологічних ефектів визначено, що в основі технологічної ефективності електроконтактної обробки струмопровідної сировини (або води і водних суспензій) лежить можливість швидкого і рівномірного за об'ємом нагріву оброблюваного продукту з можливістю пароутворення. Саме швидкий нагрів з пароутворенням призводить до розриву клітинних оболонок рослинної сировини під час електроплазмолізу та коагуляції білків при обробці корму (електрокоагуляції м'ясних фаршів у харчовій промисловості).

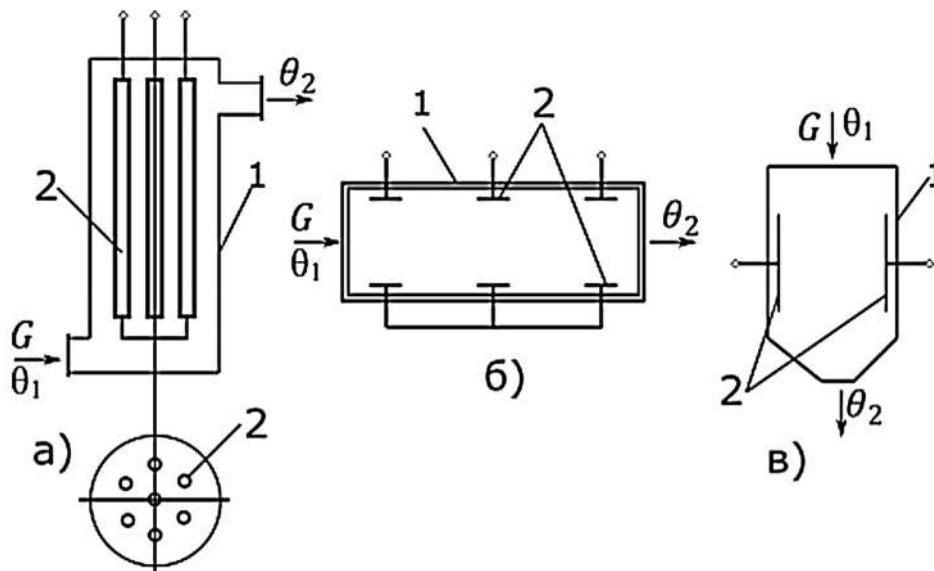


Рис. 6.1. Схеми установок електроконтактної обробки рідких і зріджених потоків речовини: а) електродний водонагрівач;

б) електроплазмолізатор; в) електроекстрактор; 1 – корпус, 2 – електрод

<sup>18</sup> Наведено за: Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Динаміка електроконтактної обробки рухомого середовища в технологічних об'єктах АПК. Збірник наукових-праць «Перспективи та шляхи розвитку аграрної науки в Україні». 2020. Вип. 13. С. 136–145.

Взявши за основу електротермічний процес, фізичну модель якого можна представити як нагрів рухомого середовища внутрішніми (зосередженими або розподіленими в напрямку руху) джерелами тепловиділення, а математичний опис сформулювати на основі аналізу теплового балансу.

Розглянемо динаміку електроконтактного нагріву електропровідного середовища (з питомим опором  $\rho(\theta)$ ), що рухається у міжелектродному просторі (площею поперечного перерізу  $S$ ) в напрямку  $OX$  – одновимірна задача. Градієнт температури в поперечному напрямку не враховуємо. Розглянемо елемент каналу довжиною  $dx$ , для якого рівняння теплового балансу, що описує зміну температури середовища можна записати у вигляді:

$$cS\rho dx d\theta = q(\theta, x) dx d\tau - \alpha f L (\theta - \theta_c) dx d\tau. \quad (6.1)$$

Розкриваємо повний диференціал температури:

$$d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx.$$

Враховуючи, що  $\partial x / \partial \tau = v$  – швидкість переміщення матеріалу, а його маса в об'ємі  $m = S\rho L$  і  $vS\rho = G$  – масові витрати речовини, перепишемо рівняння (6.1) у вигляді:

$$mc \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + cGL \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha f (\theta_c - \theta) + q(\theta, x), \quad (6.2)$$

де  $c, c_c$  – питома теплоємність матеріалу, що нагрівається і зовнішньої стінки;

$f$  – внутрішня поверхня каналу;

$\alpha$  – коефіцієнт теплообміну матеріалу із електродами;

$q(\theta, x)$  – теплова потужність яка на одиницю довжини виділяється в матеріалі при проходженні електричного струму.

В рівнянні (6.2) невизначена змінна величина  $\theta_c$  – температура стінки каналу. Складемо рівняння теплового балансу для стінки каналу:

$$c_k S_k dx d\theta_c = \frac{\alpha f}{L} (\theta_c - \theta) dx d\tau. \quad (6.3)$$

Проведемо аналогічні перетворення, розкриємо повний диференціал:

$$\frac{d\theta_c}{dx} = \frac{\partial\theta_c}{\partial\tau} \frac{d\tau}{dx} + \frac{\partial\theta_c}{\partial x}.$$

Врахуємо:  $m_c = S_k \rho_k L_k$ ;  $dx/d\tau = 0$  (канал не рухається) і матимемо:

$$m_c c_c \frac{dy}{dx} = \alpha f (\theta - \theta_c). \quad (6.4)$$

В рівнянні (6.4) не враховано втрати теплоти в оточуюче середовище, тобто канал теплоізований.

За наявності втрат теплоти в оточуюче середовище додається додаткова складова:

$$m_k c_k \frac{dy}{dx} = \alpha f (\theta - \theta_c) - \alpha_1 f_1 (\theta_c - t_z), \quad (6.4a)$$

де  $f_1$  – зовнішня поверхня каналу;

$\alpha_1$  – коефіцієнт теплообміну стінки каналу із зовнішнім середовищем.

За законом Джоуля-Ленца визначаємо теплову потужність яка виділяється на одиницю довжини в матеріалі при проходженні електричного струму:

$$q(\theta, x) = I^2 R = IU = \frac{U^2}{R}, \quad (6.5)$$

де  $I, U, R$  – струм, напруга і опір на електродах.

Величина електричного опору, за умови однорідної структури матеріалу може бути визначена через питомий електричний опір або питому електропровідність:

$$R = r \frac{h}{S_1} = \frac{1}{\gamma} \frac{h}{S_1}, \quad (6.6)$$

де  $r$  – питомий електричний опір матеріалу;

$\gamma$  – питома електропровідність матеріалу;

$h$  – відстань між електродами;

$S_1$  – площа електродів.

Величина питомого опору, питомої електропровідності речовини (вода, водяна емульсія, соковита рослинна сировина та інш.) суттєво залежить від температури і вмісту вологи (модуля зволоження гетерогенних систем).

Так залежність питомої електропровідності подрібненого фуражного зерна зволоженого струмопровідним розчином від температури в роботі [39] апроксимована залежністю:

$$\gamma = 24 \cdot 10^{-2} + 33 \cdot 10^{-4}(t - 20). \quad (6.7)$$

Питома електропровідність бурякової стружки в процесі електроплазмолізу змінюється від температури в діапазоні температур 15...45 °C лінійно:

$$\gamma = a + bt - cp = (a - cp) + bt, \quad (6.8)$$

де  $p$  – ущільнюючий тиск;

$a, b, c$  – коефіцієнти лінійної апроксимації.

Для води наближена залежність  $\gamma(\theta)$  записується у вигляді:

$$\gamma(\theta) = \theta_{20}(1 + \alpha\theta), \quad (6.9)$$

де  $\alpha = 0.025 \dots 0.035$  – температурний коефіцієнт.

Таким чином в узагальненому вигляді для усіх електротехнологічних об'єктів залежність електротермічного опору від температури можна записати у вигляді:

$$R(\theta) = \frac{1}{a + b\theta} \frac{h}{S_e}, \quad (6.10)$$

а теплову потужність джерела тепловиділення у вигляді:

$$q = U^2 \frac{(a + b\theta)S_e}{h} = A + B\theta, \quad (6.11)$$

$$\text{де } A = \frac{U^2 S_e}{h}; \quad B = \frac{U^2 S_e}{h} b.$$

Рівняння (6.2) з урахуванням залежності (6.11) після перетворень перепишемо у вигляді:

$$mc \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + cGL \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha f \theta_c + A - B_1 \theta, \quad (6.12)$$

де  $B_1 = \alpha f - B$ .

В рівнянні (6.4) врахуємо теплову ємність електродів  $m_e c_e$  і перепишемо його у вигляді:

$$T_c \frac{d\theta_c}{d\tau} + \theta_c = \theta, \quad (6.13)$$

де  $T_c = \frac{mc + m_e c_e}{\alpha f}$ ;

$m_e$  – маса електродів;

$c_e$  – питома теплоємність матеріалу електродів.

Таким чином, отримана система рівнянь (6.12), (6.13) описує нестационарний процес зміни температури при електроконтактній обробці матеріалу в потоці. Оскільки система рівнянь строгого аналітичного розв'язку не має динамічні характеристики об'єктів визначають наближеними методами.

Якщо шлях переміщення матеріалу в процесі обробки електричним струмом невеликий (барабанний електроплазмолізатор, електродний котел, парогенератор) то можна прийняти лінійний закон розподілу температури в напрямку руху, тобто зробити заміну:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{\Delta \theta}{\Delta x} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{L},$$

в рівнянні (6.12) і розглядати об'єкт моделювання із зосередженими параметрами:

$$\begin{cases} mc \frac{d\theta_c}{d\tau} + Gc(\theta_1 - \theta_1) + B_1(0.5\theta_1 + 0.5\theta_2) = A + \alpha f \theta_c; \\ T_c \frac{d\theta_c}{d\tau} + \theta_c = 0.5\theta_1 + 0.5\theta_2, \end{cases}, \quad (6.14)$$

де  $\theta_1, \theta_2$  – температура матеріалу на вході і на виході каналу.

Отримана система диференціальних рівнянь описує зміну в часі температури матеріалу на виході установки та при незмінній температурі матеріалу на вході має аналітичне рішення. За початкових умов:  $\tau = 0$ ,

$\theta = \theta_1 = \theta_0$ ,  $\frac{d\theta_1}{d\tau} = \frac{d\theta_c}{d\tau} = 0$ , розв'язок системи (6.14) відносно  $\theta_2(\tau)$  матиме

вигляд:

$$\theta_2(\tau) = \frac{\theta_1 C - D}{c(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D}{C}, \quad (6.15)$$

де  $C = 2 \frac{Gc + 0.5B_1 - 0.5\alpha f}{\alpha f} - 1$ ;  $D = \theta_1 + \frac{2(Gc + 0.5B_1 - 0.5\alpha f)}{\alpha f}$ ;

$$r_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \text{ – корені характеристичного рівняння;}$$

$$A = 2 \frac{mc}{\alpha f} (m_c c_c + m_e c_e); \quad B = \frac{2}{\alpha f} (mc + (m_c c_c + m_e c_e) ((Gc - 0.5B_1 + 0.5\alpha f)\theta_1 - A)).$$

У випадках коли розподіленістю параметрів знехтувати не можна, градієнт температури  $\partial\theta/\partial x$  визначається із умови стаціонарного режиму, тобто похідні  $\partial\theta/\partial\tau = \partial\theta_c/\partial\tau = 0$ . Тоді з рівняння (6.12) і (6.13) матимемо:

$$GcL \frac{d\theta}{dx} = A - B\theta. \quad (6.16)$$

Розв'язок (6.16) за умови:  $x = 0$ ,  $\theta(0) = \theta_1$ , отримано у вигляді:

$$\theta(x) = \frac{A}{B} - \left( \frac{A}{B} - \theta_1 \right) e^{-\frac{Bx}{GcL}}, \quad (6.17)$$

а диференціюючи (6.17) значення градієнта:

$$\theta(x) = \frac{A}{B} - \left( \frac{A}{B} - \theta_1 \right) e^{-\frac{Bx}{GcL}}, \quad (6.18)$$

З урахуванням (6.18) рівняння (6.12) набуває вигляду:

$$mc \frac{d\theta}{d\tau} = \alpha f \theta_2 + A - B \left( \frac{A}{B} - \theta_1 \right) e^{-\frac{Bx}{GcL}} - B_1 \theta,$$

або

$$\frac{mc}{\alpha f} \frac{d\theta}{d\tau} + \frac{B_1}{\alpha f} \theta - A + F(x) = \theta_c, \quad (6.19)$$

де  $F(x) = (A - B\theta_1) e^{-\frac{Bx}{GcL}}$ .

Рівняння (6.18) ідентичне за структурою ідентичне рівнянню (6.14) і відповідно сумісний розв'язок (6.19) і (6.13) отримали в аналогічній формі і початковими умовами:

$$\theta(\tau, x) = \frac{\theta_1 C_2 - D(x)}{C_2 (r'_1 - r'_2)} (r'_1 e^{r'_2 \tau} - r'_2 e^{r'_1 \tau}) + \frac{D(x)}{C_2}, \quad (6.20)$$

де  $C_2 = B_1$ ;  $B_1 = \frac{m_c c_c + m_e c_e}{\alpha f} (1 - B_1) + \frac{m c}{\alpha f}$ ;  $A_2 = m c \frac{m_c c_c + m_e c_e}{(\alpha f)^2}$ ;

$$r'_{1,2} = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 + 4A_2 C_2}}{2A_2} \text{ – корені характеристичного рівняння.}$$

Для більш точних розрахунків об'єктів електрообробки з розподіленими параметрами доцільно використовувати чарункову модель динаміки процесу. Так для електроплазмолізатора плодово-ягідної сировини (рис. 6.1б), що використовують для транспортування сировини по трубопроводу (із діелектричного матеріалу) де електроди установлені попарно на відстані  $L$  між парами, використовуємо рівняння енергетичного балансу у вигляді (рис. 6.2):

– для зони розміщення електродів:

$$P = UI = \frac{U^2}{R}, \quad (6.21)$$

– для проміжної зони:

$$P = U^2 I^{-1} = m_i c_i \frac{d\theta_i}{d\tau} - Gc(\theta_{i-1} - \theta_i), \quad (6.22)$$

– для безелектродного простору:

$$m_i c_i \frac{d\theta_{i+1}}{d\tau} = Gc(\theta_{i+1} - \theta_i). \quad (6.23)$$

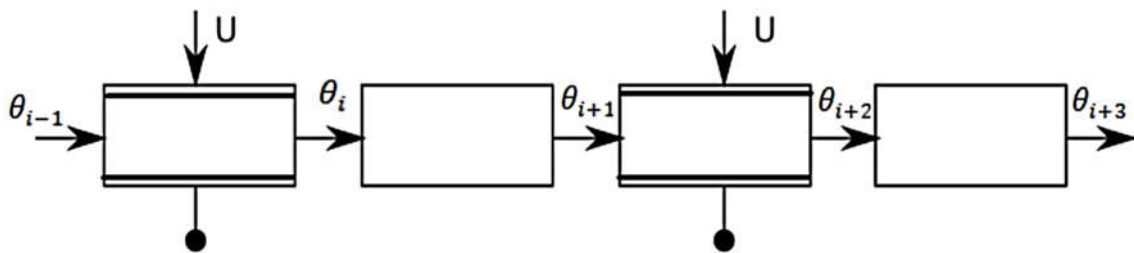


Рис. 6.2. Схема чарункової моделі електроплазмолізатора

Оскільки, чарункові ланки (на які умовно поділений об'єкт) мають однакові параметри, то рівняння (6.22) і (6.23), доцільно представити передатними функціями. Застосовуючи до рівнянь (6.22) і (6.23) перетворення Лапласа отримаємо наступні передатні функції:

$$W_1(p) = \frac{\theta_2(p)}{\theta_1(p)} = \frac{1}{Tp + 1}; W_2(p) = \frac{\theta_2(p)}{P(p)} = \frac{1}{Tp + 1}; W_{31}(p) = \frac{\theta_3(p)}{\theta_2(p)} = \frac{1}{Tp + 1}, (6.24)$$

де  $T = \frac{mc}{Gc}$  – стала часу;

$p$  – оператор Лапласа  $dt^{-1}$

Структурна схема однієї з чарункових ланок зображена на рис. 6.3.

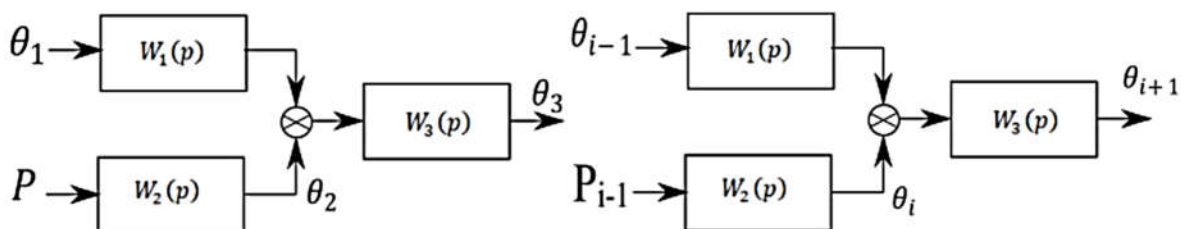


Рис. 6.3. Структурна схема ланки чарункової моделі

Співвідношення (6.24) і структурна схема є розв'язком системи рівнянь (6.22) – (6.23).

На основі теоретичного аналізу теплоенергетичних процесів в установках електроконтактного нагріву рухомого середовища, сформульовані математичні моделі динамічних режимів в процесах електроконтактної обробки для об'єктів із розподіленими і зосередженими параметрами.

## 6.2. Математичні моделі динаміки електроаккумуляційного нагрівача для активного вентилявання зерна та сіна<sup>19</sup>.

Одним із перспективних шляхів скорочення потреб традиційних теплоносіїв (природний газ, дизельне паливо, мазут тощо) при досушуванні

<sup>19</sup> Наведено за: Котов Б. І., Спірін А. В., Калініченко Р. А. Електротепловий спосіб акумуляції енергії для активного вентилявання сільськогосподарської продукції. Техніка, енергетика, транспорт АПК. 2016. № 1. С. 81–83.

сільськогосподарських матеріалів є переведення теплогенеруючих установок на електроенергію, яка є більш екологічною і значно доступнішою.

Але при досушуванні зернових і кормових матеріалів у значних об'ємах в умовах господарств, не завжди є можливість збільшення потужності електричного устаткування для сушарок і установок активного вентилявання за умови використання існуючих електричних мереж [47]. Розв'язати цю проблему можна, якщо використати електротеплоаккумуляційні установки [65], в яких потужність відключеного вентиляційного обладнання в “нічний період” використовують для нагріву рідкого теплоносія (води) і накопиченою теплотою нагрівають сушильний агент (повітря) у денний період доби, для підвищення його сушильного потенціалу.

Відповідне питання розглядається і в «Енергетичній стратегії України» на період до 2030 року; так в ній, зокрема, передбачена «поетапна заміна частки систем генерації тепла на органічному паливі системами акумуляційного електричного та електродинамічного нагріву на позапіковій електроенергії, що не потребує введення нових генеруючих потужностей і сприяє підвищенню ефективності використання електроенергетичного обладнання за рахунок ущільнення графіків електричних навантажень (підвищення рівнів нічних та денних мінімумів електроспоживання)».

Для дослідження ефективності електротеплоаккумуляційного способу підігріву повітря для зменшення енергозатрат на сушіння використана технологічна схема яка представлена на рис. 6.4.

Проаналізуємо ефективність використання нагріву сушильного агенту для сушіння сільськогосподарської сировини активним вентиляванням від нагрітої рідини із змінними у часі параметрами атмосферного повітря.

Зміну температури повітря при охолодженні акумулюючої ємності в рекуперативному теплообміннику визначимо з аналізу математичної моделі, що складена з рівнянь теплового балансу:

$$\begin{cases} L_T C_p \left( t - t_0 - \alpha_T \cos \left( \frac{\pi}{\eta} \tau + T_0 \right) \right) = -GC \frac{d\theta}{d\tau}; \\ K_T f(\theta - t) = L_T C_p \left( t - t_0 - \alpha_T \cos \left( \frac{\pi}{\eta} \tau + T_0 \right) \right), \end{cases} \quad (6.25)$$

за умови:

$$\theta(0) = \theta_{\max}, \quad (6.26)$$

де  $L_T$  – витрати повітря (масові), що проходить через теплообмінник (повітря-вода);

$t$  – температура повітря;

$\left( t - t_0 - \alpha_T \cos \left( \frac{\pi}{\eta} \tau + T_0 \right) \right)$  – добові коливання температури атмосферного повітря;

$C_p$  – теплоємність повітря;

$f$  – поверхня теплопередачі акумулятора;

$\theta$  – температура теплоакumuлюючої речовини (води);

$G$  – маса акумулюючої рідини;

$K_T$  – коефіцієнт теплопередачі (повітря-вода), що визначається з рівняння:

$$K_T = 29(1.2V_n)^{0.437} V_v^{0.668}, \quad (6.27)$$

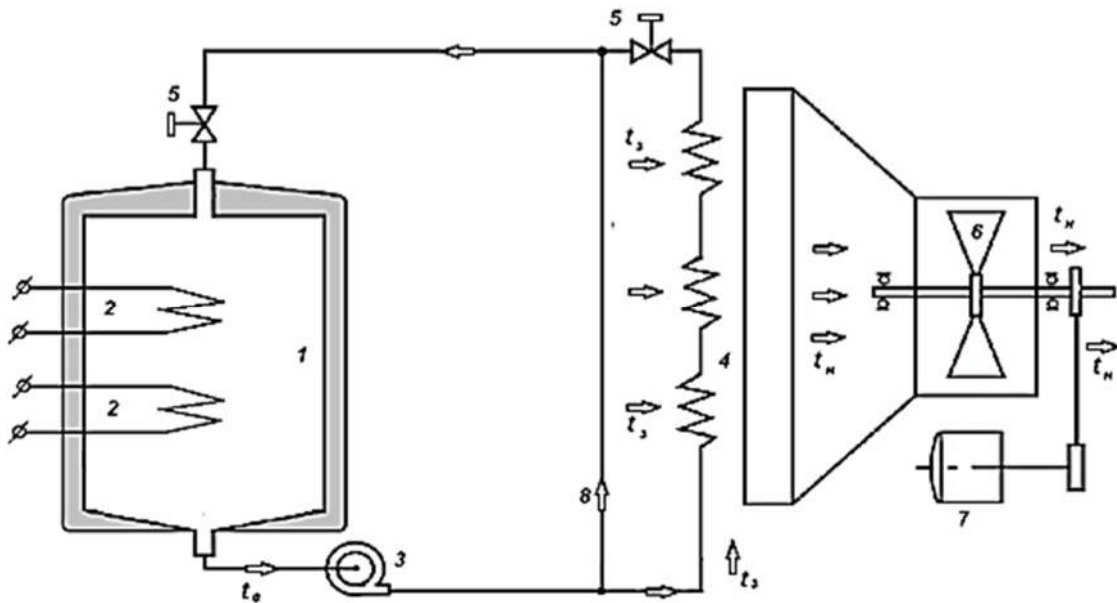
де  $V_n, V_v$  – швидкість повітря і води в теплообміннику, відповідно.

Розв'язок системи (6.25) з урахуванням (6.26) і (6.27) здійснено у математичному середовищі MathCAD та отримано розрахункові характеристики зміни температури повітря від заданих показників (рис. 6.5-6).

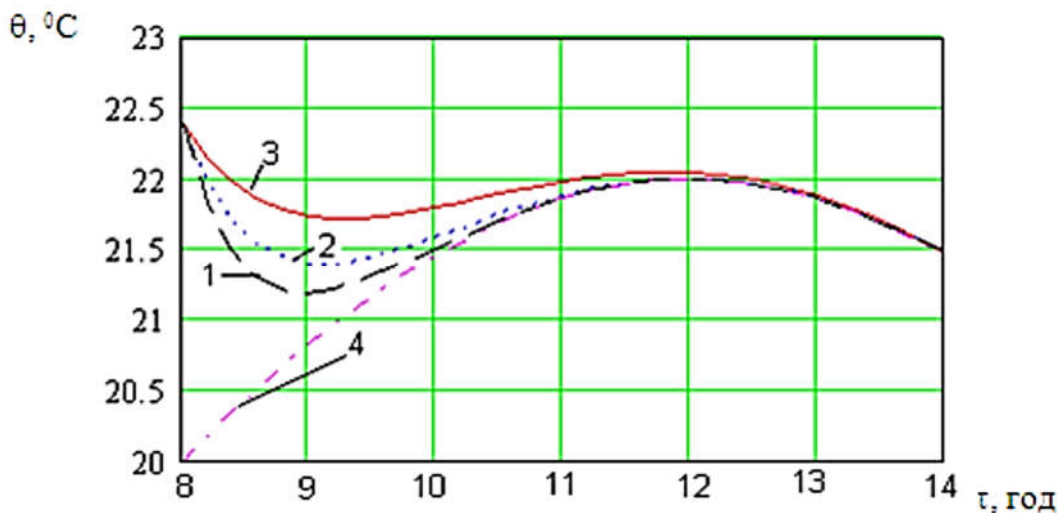
Для експериментальної перевірки ефективності використання електротеплоакумуляційного обладнання (електронагрівачів типу САЗС, теплообмінників (вода-повітря), була використана експериментальна установка, зовнішній вид якої наведений на рис. 6.7.

За результатами експериментальних досліджень на рис. 6.8 наведена зміна вологості зерна при сушінні атмосферним повітрям без застосування теплового акумулятора при звичайному режимі вентилявання та з

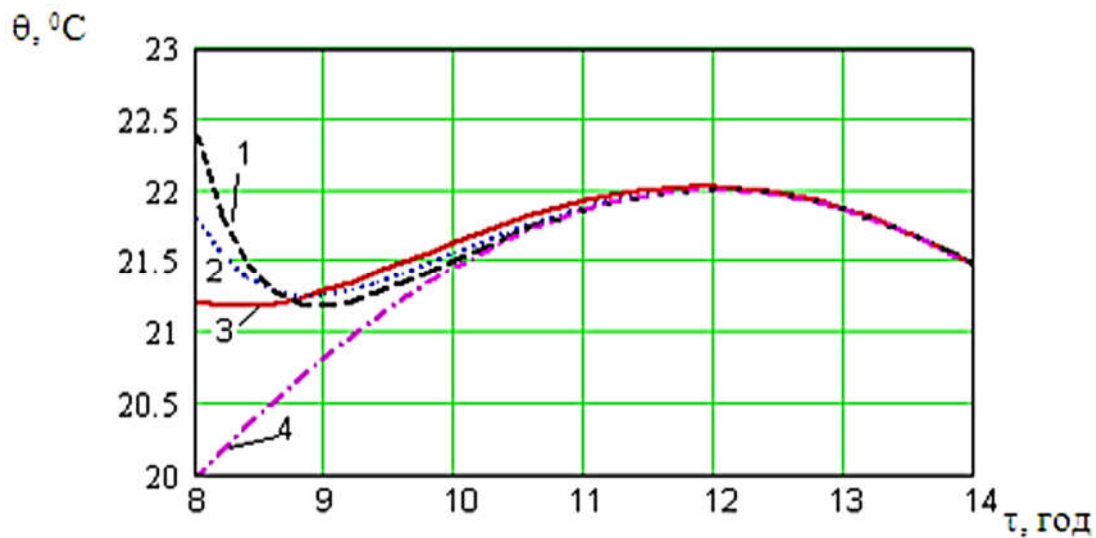
використанням нічного теплоакумуючого нагріву води (при нічному відлежуванні зерна) для денного рекуперативного підігріву повітря.



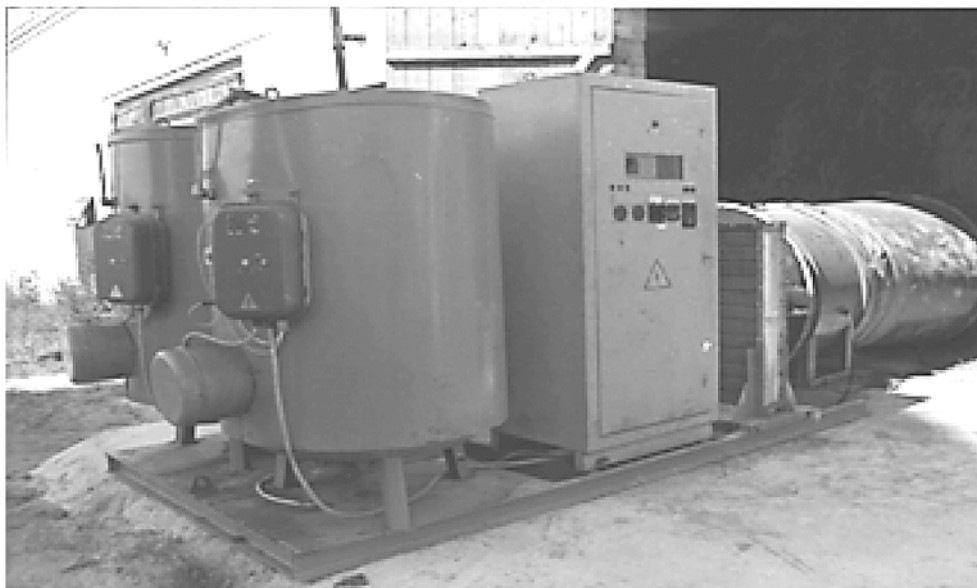
**Рис. 6.4. Технологічна схема установки: 1 – ємність з водою; 2 – ТЕНи; 3 – водяний насос; 4 – рекуператор; 5 – регулюючі крани; 6 – лопаті вентилятора; 7 – привод вентилятора; 8 – напрям циркуляції води**



**Рис. 6.5. Залежність зміни температури повітря після рекуператора від часу за умов:  $\theta(0)=96\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $L=400\text{ м}^3/(\text{год}\cdot\text{т})$  (1 – маса води  $G=750\text{ кг}$ ; 2 – маса води  $G=900\text{ кг}$ ; 3 – маса води  $G=1050\text{ кг}$ ; 4 - температура атмосферного повітря)**



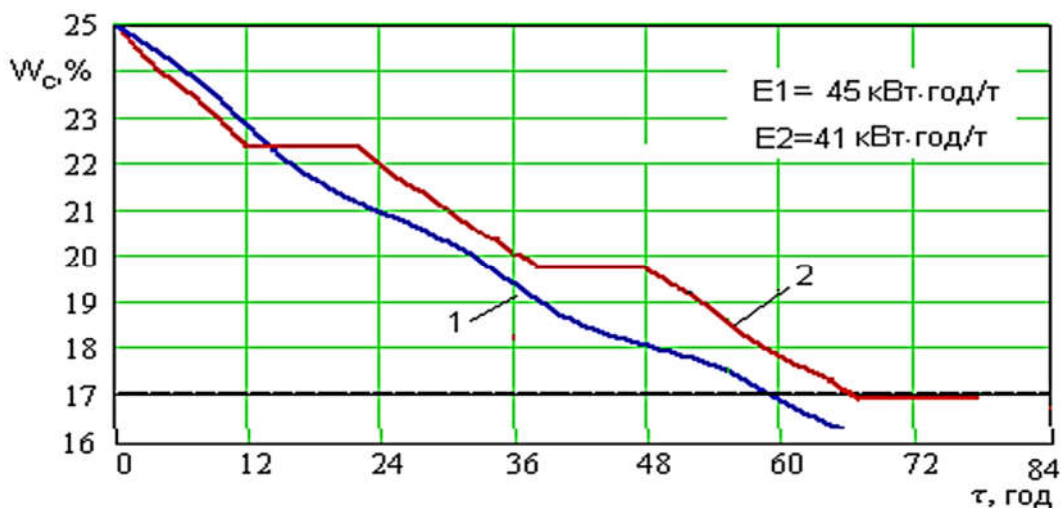
**Рис. 6.6. Залежність зміни температури повітря при нагріві у рекуператорі від часу за умов:  $\theta(0)=96\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $L=400\text{ м}^3/(\text{год}\cdot\text{т})$  (1 – поверхня теплообміну рекуператора  $f=40\text{ м}^2$ ; 2 – поверхня теплообміну рекуператора  $f=30\text{ м}^2$ ; 3 – поверхня теплообміну рекуператора  $f=20\text{ м}^2$ ; 4 – температура атмосферного повітря)**



**Рис. 6.7. Зовнішній вигляд двоємнісного теплоаккумулятору, вміст однієї ємності 800 л**

За результатами теоретичних досліджень визначено – використання електротеплоаккумуляційного нагріву повітря дозволяє стабілізувати температуру повітря і підвищити його сушильний потенціал в ранкові часи

технологічної зміни. Після проведення експериментальних досліджень встановлено, що використання накопиченої у нічні часи теплоти для нагріву повітря у денні часи (на протязі 5-6 годин) дає можливість скоротити час роботи електротепловентиляційного обладнання на 10...12 %, у порівнянні із неперервним вентиляванням і цілодобовим нагріванням повітря і відповідно зменшити питомі витрати енергії на сушіння на 10...12 %.



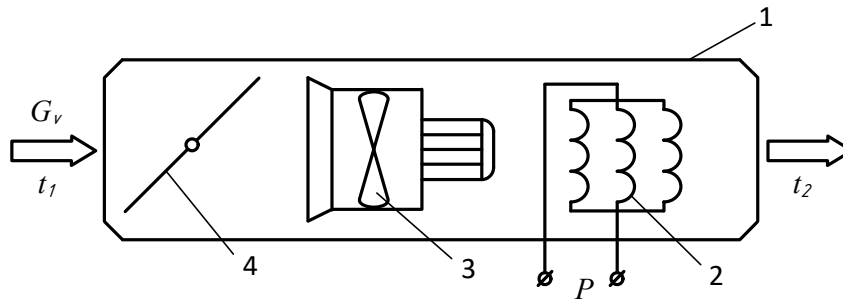
**Рис. 6.8. Залежність зміни вологості зерна: 1 – традиційне неперервне досушування ( $L=400 \text{ м}^3/(\text{год}\cdot\text{т})$ ,  $\Delta t=20 \text{ }^\circ\text{C}$ ); 2 – вентилявання ( $L=400 \text{ м}^3/(\text{год}\cdot\text{т})$ ,  $\Delta t=3 \text{ }^\circ\text{C}$ ) з денним рекуперативним підігрівом повітря з переривами вентилявання у нічні часи**

### 6.3. Математична модель динаміки електричного калорифера.

Для розробки математичної моделі динамічних характеристик електрокалорифера необхідно розробити його технологічну модель. Конструкція електрокалорифера (на далі калорифер) (рис. 6.9) складається з корпусу 1, розміщеного в ньому електричного нагрівача (ТЕНи) 2, вентилятора 3 і регулюючої заслінки 4.

Холодне повітря з температурою  $t_1$  подається вентилятором в корпус калорифера, де нагрівається шляхом конвективного теплообміну з елементами

нагрівальних приладів, ефективно переміщується і виводиться з калорифера з температурою  $t_2$ .



**Рис. 6.9.** Принципова схема електрокалорифера

Вихідною змінною є температура повітря, що виходить з калорифера, вхідною змінною є кількість теплоти, яка подається до калорифера і залежить від потужності нагрівачів  $P$ .

Математичний опис теплових (динамічних) процесів в калорифері.

При складанні математичної моделі прийнято такі припущення:

- значення коефіцієнту теплообміну і теплофізичні властивості повітря від температури не залежать і в часі не змінюються;
- теплова ємність калорифера визначається як сума теплоємності нагрівачів і повітря в об'ємі корпусу калорифера.

Калорифер представлено моделлю ідеального змішування, тобто об'єктом із зосередженими параметрами.

Фізична модель теплових процесів в калорифері: потужність, що виділяється в теплоелектричних нагрівачах витрачається на підвищенні їх температур і конвективним теплообміном передається повітря. Теплота, що передана повітря від ТЕНів і теплота внесена повітрям, витрачається на підвищення його температури, виноситься із калорифера зовні і частково передається через поверхню корпусу в оточуюче середовище.

Рівняння теплового балансу запишемо у вигляді:

- для нагрівальних елементів:

$$mc \frac{d\theta}{d\tau} = P - Q_1, \quad (6.28)$$

– для повітря в калорифері:

$$m_v c_p \frac{dt_2}{d\tau} = Q_1 + Q_2 - Q_3 - Q_4, \quad (6.29)$$

де  $P$  – потужність нагрівальних елементів, Вт;

$m, m_v$  – маса нагрівальних елементів і повітря, кг;

$c$  – питома теплоємність матеріалу нагрівачів, Дж/(кг·°С);

$c_p$  – питома теплоємність повітря, Дж/(кг·°С);

$\tau$  – час, с;

$\theta$  – температура нагрівачів, °С;

$t_1, t_2$  – температура повітря на вході і виході калорифера, °С;

$Q_1 = \alpha f (\theta - \bar{t})$  – кількість теплоти, що передається від нагрівачів до повітря, Вт;

$Q_2 = G_v c_p t_1$  – кількість теплоти, що поступає в калорифер з припливним повітрям, Вт;

$Q_3 = G_v c_p t_2$  – кількість теплоти, що виноситься з калорифера, Вт;

$Q_4 = KF(\bar{t} - t_z)$  – кількість теплоти, що втрачається в оточуюче середовище, Вт;

$\alpha, K$  – коефіцієнти тепловіддачі і теплопередачі, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$f, F$  – поверхня нагрівальних елементів і корпусу, м<sup>2</sup>;

$G_v$  – масові витрати повітря, кг/с;

$\bar{t} = 0.5(t_1 + t_2)$  – середнє значення температури, °С.

З урахуванням складових теплового балансу представимо рівняння (6.28) і (6.29) в розгорнутому вигляді:

$$mc \frac{d\theta}{d\tau} = P + \alpha f (\bar{t} - \theta); \quad (6.30)$$

$$m_v c_p \frac{dt_2}{d\tau} = G_v c_p (t_1 - t_2) + \alpha f (\theta - \bar{t}) - KF(\bar{t} - t_z). \quad (6.31)$$

Оскільки основним контролюючим і регулюючим параметром, який характеризує динаміку процесу є температура повітря на виході калорифера

$t_2(\tau)$ , то можна виключити із розгляду проміжний параметр – температуру нагрівального елемента, яка визначається з рівняння статики (6.31).

Прийmemo величину теплової ємності калорифера як суму теплоємностей калорифера повітря і металу:  $c_k = mc + m_v c_p$  і виключимо температуру нагрівачів заміною  $P = \alpha f(t - \theta)$ .

З урахуванням цих спрощень запишемо рівняння (6.31) у вигляді:

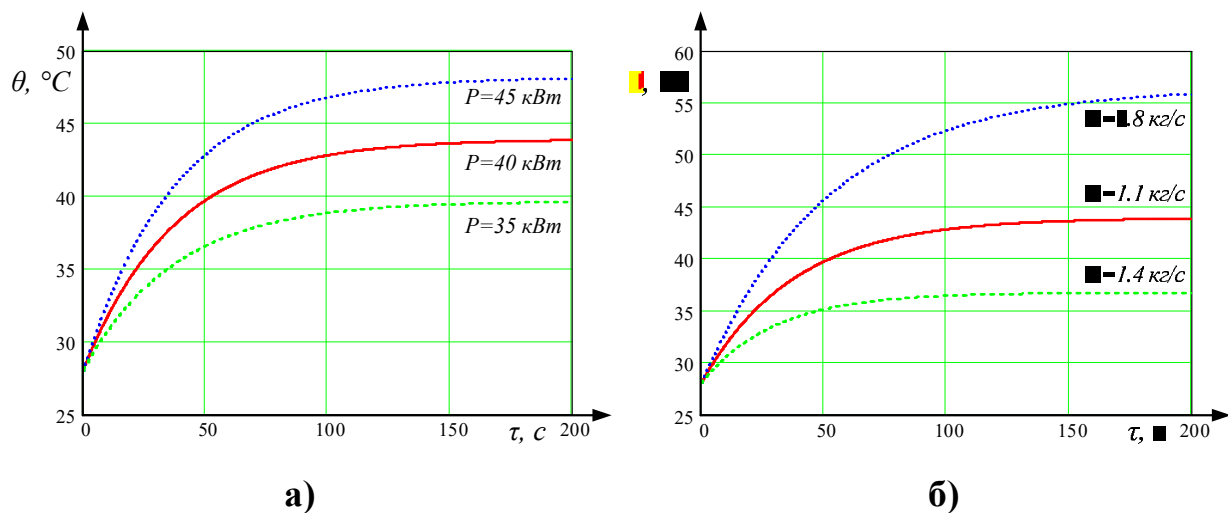
$$c_k \frac{dt_2}{d\tau} = (G_v c_p - 0.5KF)t_1 + P - (t_1 - t_2) + (G_v c_p + 0.5KF)t_2. \quad (6.32)$$

Розв'язок рівняння (6.32) при початкових умовах:  $\tau = 0; t_2 = t_{20}$ :

$$t_2(\tau) = \theta_\infty - (\theta_\infty - t_{20})e^{-\frac{1}{T}\tau}, \quad (6.33)$$

де  $\theta_\infty = \frac{(G_v c_p - 0.5KF)t_1 + P}{G_v c_p + 0.5KF}; T = \frac{c_k}{G_v c_p + 0.5KF}.$

Величина  $\theta_\infty$  – характеризує температуру повітря на виході калорифера в статичному режимі. Перехідний процес (крива розігріву) у вигляді графічної залежності  $t_2(\tau)$  наведено на рис. 6.10.



**Рис. 6.10. Зміна в часі температури повітря на виході електрокалорифера: а) при  $G=1.1$  кг/с; б) при  $P=40$  кВт**

Таким чином отримана математична модель динаміки електрокалорифера дозволяє використати її для синтезу системи автоматичного регулювання в установках даного типу.

## РОЗДІЛ 7.

# МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОННО-ІОННОЇ ТЕХНОЛОГІЇ

### **7.1. Математична модель процесу розділення зернового матеріалу в пневматичних каналах при накладеному електричному полі<sup>20</sup>.**

В світовій та вітчизняній практиці вдосконалення існуючих і створення нових машин та обладнання після збиральної обробки зерна або насіння визначилась тенденція використання ресурсо- і енергозберігаючих технологій. Найбільш повно вимоги економного використання матеріалів і енергоресурсів задовольняють зерносепаруючі машини, працюючи за технологією фракціонування зернового матеріалу (поділу на фуражну, продовольчу і насінневу фракції) з використанням повітряного потоку. В якості основних ознак фракціонування, найчастіше пропонується поділ за аеродинамічними властивостями у вертикальних пневмосепаруючих каналах.

Процес розділення компонентів зернового матеріалу в повітряному потоці, як відомо, заснований на різниці аеродинамічних властивостей окремих компонентів. При подачі зернового матеріалу, що складається з частинок, які відрізняються аеродинамічними властивостями (швидкість витання) у вертикальний висхідний повітряний потік певної швидкості, частина зернин виноситься потоком у верхню частину каналу, а інша частина рухається до низу проти потоку, тобто вихідний матеріал розділяється на дві фракції. Але частина компонентів в низхідному потоці зерна, частки якого теж різняться аеродинамічними властивостями буде рухатись донизу за різними траєкторіями, тобто низхідний потік розділяється і траєкторії розщеплюються. За величиною відхилення траєкторій здійснюється поділ на фракції. Надалі розглядається

---

<sup>20</sup> Наведено за: Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Грищенко В. О., Степаненко С. П. Моделювання процесу фракціонування зерна в пневматичних каналах при накладеному електричному полі. Промислова гідроліка і пневматика. 2018. Вип. 2, № 60. С. 65–73.

тільки низхідний рух компонентів зернового матеріалу у висхідному повітряному потоці рис. 7.1.

Основною аеродинамічною характеристикою компонентів зернового матеріалу, є швидкість витання, величина якої в рівняннях руху враховується коефіцієнтом вітрильності:

$$k_v = \frac{C(Re)S_m\rho}{2m} = \frac{g}{V_g^2},$$

де  $C(Re)$  – коефіцієнт аеродинамічного опору, як функція числа Рейнольдса;

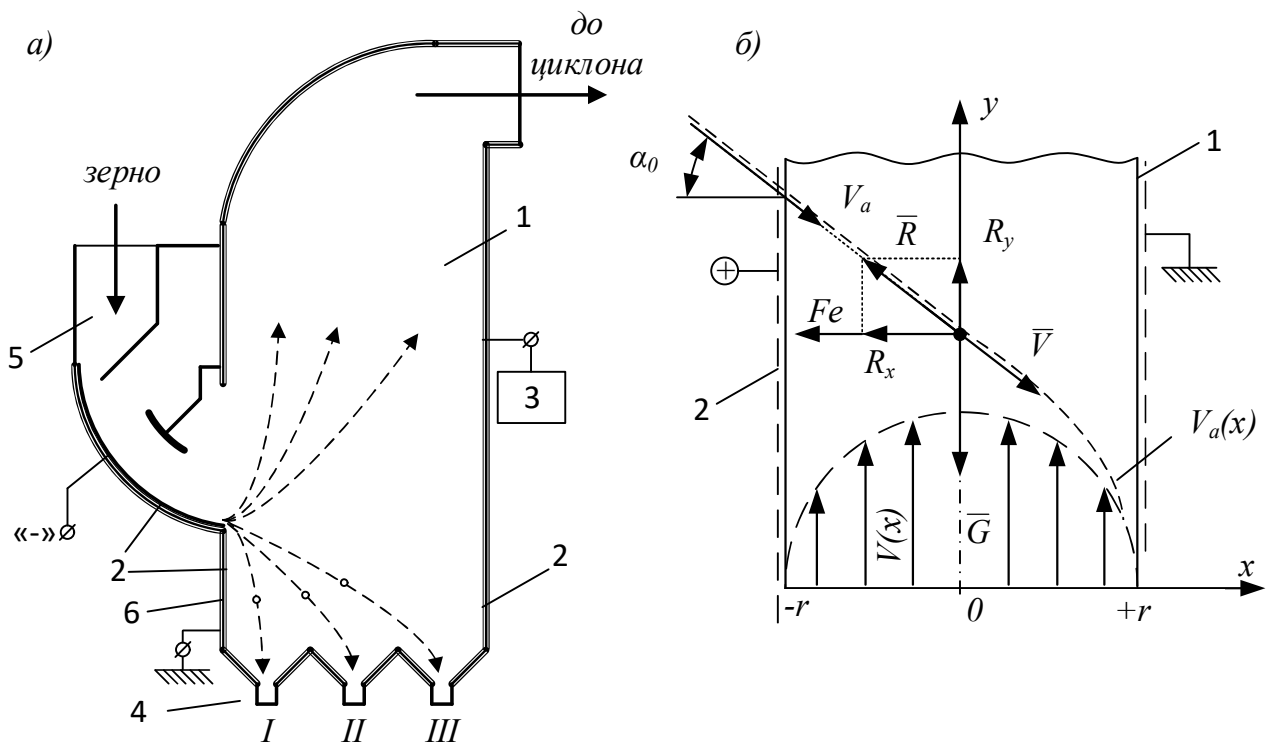
$S_m$  – площа міделевого перерізу, м<sup>2</sup>;

$\rho$  – густина повітря, кг/м<sup>3</sup>;

$m$  – маса частинки, кг;

$g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;

$V_g$  – швидкість витання, м/с.



**Рис. 7.1. Схема електро-сепаратора та схема сил, що діють на частинку в повітряному каналі: 1 – пневмоканал; 2 – електроди; 3 – блок високої напруги; 4 – приймальний бункер; 5 – бункер завантажувальний; 6 – ізолятори**

Аеродинамічна сила опору повітряному потоку пропорційна квадрату відносної швидкості  $U$  :

$$R = \frac{C(\text{Re})S_m \rho U^2}{2}.$$

При дослідженні процесу пневмофракціонування використано загальноприйняті припущення, спрощуючи порівняльний аналіз: обертання частки під дією несиметричного обтікання не враховується; орієнтація частки не змінна; величина  $k_v$  і  $S_m$  прийняті незмінними; швидкість витання частинок визначена експериментально; аеродинамічний режим у камері усталений.

В якості імітаційної моделі переміщення матеріальної частинки у рухомому середовищі з опором використано (загальноприйняті) типові диференційні рівняння:

$$\frac{d^2 y(\tau)}{d\tau^2} = g - k_v \left( V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right) \sqrt{\left( V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left( \frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2}, \quad (7.1)$$

$$\frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} = -k_v \frac{dx(\tau)}{d\tau} \sqrt{\left( V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left( \frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2}, \quad (7.2)$$

з початковими умовами:  $\tau = 0$ ;  $x = -r$ ;  $y = h$ ;

$$\begin{aligned} V_{0x} &= \frac{dx(\tau)}{d\tau} = V_e \cos \alpha_0; \\ V_{0y} &= V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} = V_e \sin \alpha_0; \\ V_e &= \sqrt{V_{0x}^2 + (V(x) + V_{0y})^2}, \end{aligned} \quad (7.3)$$

де  $V(x)$  – швидкість потоку повітря на відстані  $x$  від стінок каналу, м/с;

$V_0$  – швидкість частинки при вході у потік повітря, м/с;

$\alpha_0$  – кут швидкості частинки при вході у потік повітря, град;

$x, y$  – координати руху частки, м;

$\tau$  – поточний час, с;

$h$  – висота каналу (від місця вводу матеріалу), м.

Профіль поля швидкостей повітряного потоку (розподіл швидкості) за шириною каналу  $V(x)$  описано рівнянням:

$$V(x) = V_m + \frac{V_d}{a} \left( \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right), \quad (7.4)$$

де  $V_d$  – динамічна швидкість, м/с;

$a$  – експериментальний коефіцієнт (залежить від властивостей повітря і умов його руху в каналі);

$V_m$  – максимальна швидкість повітря в каналі, м/с;

$r$  – відстань від стінок до вісі каналу, м.

Підставляючи значення  $V(x)$  з (7.4) в (7.1) і (7.2) після відповідних перетворень отримаємо:

$$\frac{d^2 y(\tau)}{d\tau^2} = g - k_v \left( V_m + \frac{V_d}{a} \left( \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right) \times \sqrt{\left( V_m + \frac{V_d}{a} \left( \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left( \frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2}; \quad (7.5)$$

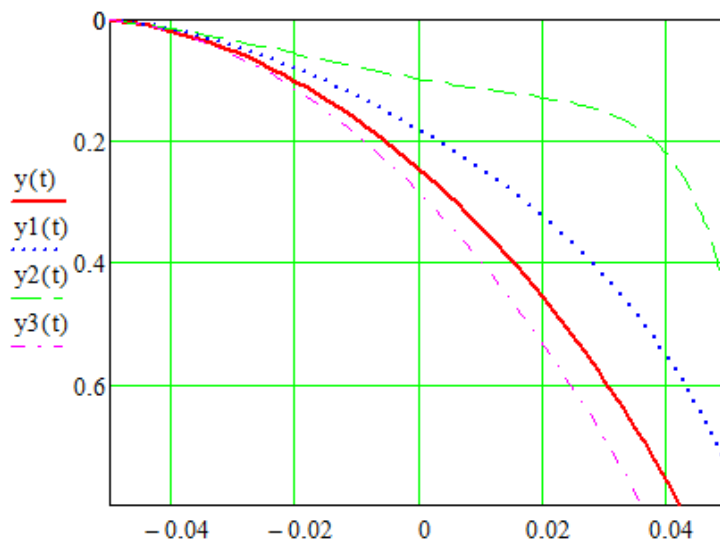
$$\frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} = -k_v \frac{dx(\tau)}{d\tau} \sqrt{\left( V_m + \frac{V_d}{a} \left( \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left( \frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2}. \quad (7.6)$$

Таким чином при певних співвідношеннях визначальних факторів (швидкість повітряного потоку, кут і початкова швидкість введення матеріалу, щільність зернового потоку при зустрічі з повітрям) вертикальний канал можна і доцільно використовувати для фракціонування зернових і насінневих матеріалів за технологічними властивостями (маса та густина зернин), які корелюють з аеродинамічними властивостями.

На рис. 7.2 наведено траєкторії руху частинок зернового матеріалу у вертикальному повітряному потоці.

Найбільший вплив на ефективність фракціонування (розщеплення траєкторій) впливають наступні фактори:

- швидкість повітряного потоку і її розподіл за шириною каналу;
- початкова швидкість, кут і умови (щільність зернового потоку при зустрічі із зерновим потоком) введення сепаруючої суміші в пневмоканал;
- фізико-механічні властивості компонентів зернової суміші.



**Рис. 7.2. Траєкторії руху частинок зернового матеріалу у вертикальному повітряному потоці:  $\alpha_0 = 45^\circ$ ;  $y(t) - V_B = 6$  м/с;  $y1(t) - V_B = 8$  м/с;  $y2(t) - V_B = 11$  м/с;  $y3(t) - V_B = 5$  м/с**

Покращити якість поділу компонентів зернового матеріалу в висхідному повітряному потоці, можна забезпечуючи додаткову силову дію на частинки, значення якої буде різною для різних за розміром і густиною компонентів. Реалізувати таку силову дію на компоненти зернового матеріалу можна шляхом використання такого електротехнологічного прийому: надання частинкам певного електричного заряду перед або під час подачі матеріалу в повітряний потік і створення в сепаруючому каналі однорідного електричного поля.

Розглянемо переміщення частинки матеріалу в вертикальному повітряному каналі при сукупній дії висхідного повітряного потоку, додаткової електричної сили, гравітаційної сили та сили опору повітряному потоці. Схема взаємодії сил показана на рис. 7.1. Приймемо, що частка має форму близьку до кулі. Для виявлення умов, за яких перебігає розділення частинок компонентів

визначимо умови зарядження частинок електричним зарядом і величину самої електричної сили, що діє на частку яка рухається в повітряному потоці протитечно.

На ділянці живильного пристрою в електричному полі частинки матеріалу заряджаються (отримують електричний заряд) використовуючи методи: електростатичної індукції (контактне зарядження), осадження іонів в полі коронного розряду (безконтактна зарядка) і комбінації названих способів. При контактному способі зарядження частинок, величина електричного заряду залежить від контактної опору частинки з електродом, який в значній мірі залежить від вологості (сухі частини, які не проводять електричний струм в електричному полі не заряджуються). Тому такий спосіб доцільно використовувати для поділу фракцій за вологовмістом. Іонна зарядка, найбільш вивчена і більш ефективна, відбувається осадженням іонів із об'єму повітря на поверхню частинки в електричному полі коронного розряду.

Величина максимального заряду частинок сферичної форми в електричному полі визначається за відомою формулою Романа:

$$Q_e = Er^2 \varepsilon_0 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \right), \quad (7.7)$$

де  $E$  – напруженість електричного поля, В/м;

$\varepsilon$  – відносна діелектрична проникність частинки;

$r$  – радіус частинки, м;

$\varepsilon_0$  – діелектрична проникність вакууму, Ф/м.

Враховуючи, що відносна діелектрична проникність зерна залежить від густини, за даними літературних джерел, цю залежність можна апроксимувати виразом:

$$\varepsilon_i(\rho) = a + b\rho_i + c\rho_i^2, \quad (7.8)$$

де  $a, b, c$  – сталі коефіцієнти, що залежать від виду культури), то величину електричного заряду можна використовувати, як суттєвий чинник поділу у повітряному потоці;

$\rho_i$  – густина частинки компоненту і-тої фракції.

Електрична сила, діюча на частинку в електричному полі, як відомо, пропорційна її заряду  $Q$  і напруженості поля  $E$ :

$$F_e = QE,$$

або враховуючи (7.7), (7.8):

$$F_e = E^2 r^2 \varepsilon_0 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon_i(\rho_i) - 1}{\varepsilon_i(\rho_i) + 1} \right). \quad (7.9)$$

З урахуванням додатково діючої електричної сили відповідно до рис. 3. Друге рівняння системи (7.5) (7.6) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} = & -F_e - k_v \frac{dx(\tau)}{d\tau} \times \\ & \times \sqrt{\left( V_m + \frac{V_d}{a} \left( \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left( \frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2}. \end{aligned} \quad (7.6a)$$

В рівняння (7.9) входить розмірна характеристика зернової частки  $r = d_e/2$ , де  $d_e$  – еквівалентний діаметр частки, що визначається за площею проекції частки яка дорівнює міделевому перерізу  $d_e = \sqrt{4S_m/\pi}$ , визначити яку для частинок неправильної форми ускладнено.

Основною аеродинамічною характеристикою компонентів зернової суміші є швидкість витання, яка для поодиноких сферичних поверхонь визначається очевидним співвідношенням, що впливає рівності сил  $R = mg$  відношенням:

$$V_{sum} = \sqrt{\frac{4d_e \rho_r g}{3\rho_v \xi}}. \quad (7.10)$$

Використовуючи значення коефіцієнта опору із залежності  $\xi(\text{Re})$  (при  $\text{Re} > 700, \xi = 0.44$ ) із співвідношення (7.10) маємо:

$$V_{sum} = \sqrt{\frac{4d_e \rho_r g}{3\rho_v 0.44}}, \quad (7.11)$$

звідки:

$$d_e = 0.33 \frac{\rho_v}{\rho_r g} V_{sum}^2. \quad (7.12)$$

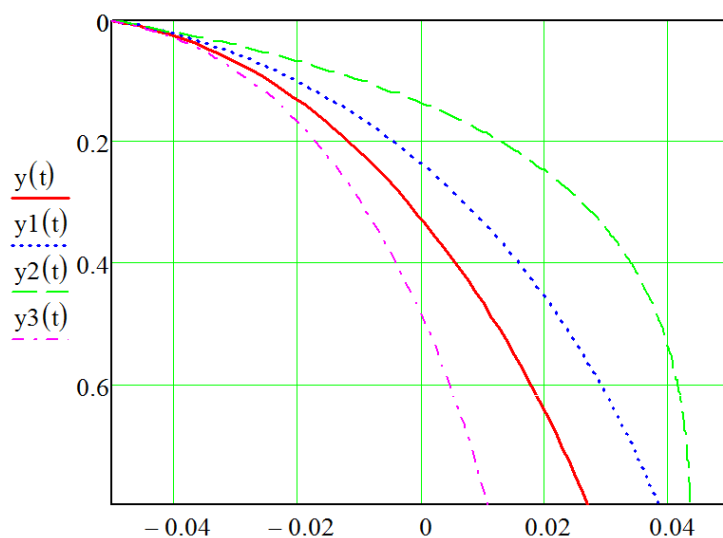
Підставляючи значення еквівалентного діаметра (радіуса) в рівняння (7.9) матимемо:

$$F_e = E^2 \varepsilon_0 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon_i(\rho_i) - 1}{\varepsilon_i(\rho_i) + 1} \right) \left( \frac{0.33}{2} \frac{\rho_v}{\rho_r g} V_{sum}^2 \right)^2. \quad (7.13)$$

Таким чином величину еквівалентної сили, що діє на частину в електричному полі можна визначити виходячи з величини швидкості витання яка, як правило, визначається експериментально.

Як впливає з аналізу виразу (7.13) на електричну силу, що діє на частку в напрямку вектору електричного поля (перпендикулярно вектору потоку повітря) в значній мірі впливає напруженість електричного поля і властивості самої частки які визначаються швидкістю витання.

Розв'язок системи рівнянь (7.5), (7.6а) за означених вище початкових умов наведено на рис. 7.3.



**Рис. 7.3. Траєкторії руху кулькоподібної частинки у вертикальному потоці за наявності накладеного електростатичного поля:  $\alpha_0 = 45^\circ$ ;  $y(t) - V_B = 6$  м/с;  $y1(t) - V_B = 8$  м/с;  $y2(t) - V_B = 11$  м/с;  $y3(t) - V_B = 5$  м/с**

Аналіз отриманих результатів свідчить, що розгалуження траєкторій і величина кінцевого (на виході каналу) відхилення за наявності додаткового електростатичного впливу збільшується.

В наведених вище дослідженнях, геометрія частинки визначалась формою у вигляді кулі. Але більшість колосових культур мають форму, що суттєво відрізняється від кулі, тому форма зернин апроксимується еліпсоїдом обертання.

Математичний опис (модель) перехідного процесу орієнтації частинки, в електричному полі може бути, в спрощеному вигляді подана рівнянням:

$$I \frac{d^2\gamma}{d\tau^2} = M_v + M_e, \quad (7.14)$$

де  $M_v = (k_2 - k_1)V_r \frac{\rho V^2}{2} \sin 2\gamma$  – обертальний момент діючий збоку повітряного потоку на еліпсоїд обертання;

$M_e = \frac{E^2 \varepsilon_0}{2} V_r k_\phi \sin 2\gamma$  – обертальний момент електричного поля;

$I$  – момент інерції зернини;

$\gamma$  – кут між напрямком руху і більшою віссю еліпсоїда обертання;

$k_1, k_2$  – поперечний і повздовжній коефіцієнти інерції тіла обертання, що рухається у повітрі;

$k_\phi$  – діелектричний коефіцієнт форми;

$V_r$  – об'єм частки.

Обертальний момент, спрямований таким чином, щоб орієнтувати еліпсоїд обертання більшою віссю під прямим кутом до вектору швидкості повітря.

При цьому величина швидкості витання (як основна ознака поділу поодиноких насінин) буде зменшуватись:

$$V_v = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_v \xi S_m}} = \sqrt{\frac{4g}{3\rho_v \xi} \frac{ab\rho_r}{c - (a-c)\sin^2 \gamma}}, \quad (7.15)$$

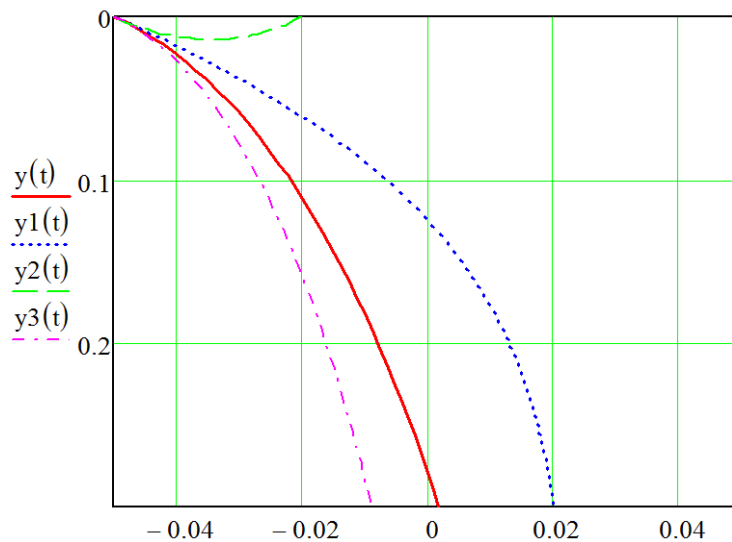
де  $a, b$  – довжина і товщина зернини (довша і коротша вісь).

Час орієнтації еліпсоїда обертання:

$$\tau = \sqrt{\frac{I}{2(M_v + M_e)}} \int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0 - \sin^2 \varphi}}. \quad (7.16)$$

За рахунками і експериментами час орієнтації зернини вздовж силових ліній поля складає 0.05 с за цей час частинка з  $v_g = 9$  м/с переміщується:  $x=11.2$  мм,  $y=17.6$  мм.

На рис. 7.4 наведені розрахункові траєкторії руху частинок компонентів з урахуванням зменшення швидкості витання за виразом (7.15) в припущенні «миттєвої переорієнтації».



**Рис. 7.4. Траєкторії руху частинок у формі еліпсоїда обертання у вертикальному каналі з накладеним електростатичним полем:  $\alpha_0 = 45^\circ$ ;  $y(t) - V_B = 6$  м/с;  $y_1(t) - V_B = 8$  м/с;  $y_2(t) - V_B = 11$  м/с;  $y_3(t) - V_B = 5$  м/с**

Проаналізувавши розрахункові графічні залежності, що визначають траєкторії руху окремих компонентів зернового матеріалу можна констатувати наступне. Нерівномірність повітряного потоку в поперечному перетині вертикального каналу знижує ефективність поділу зерна на фракції. Дія електричного поля на частинки, що отримали електричний заряд викликає

прирошення горизонтальної складової швидкості частинки. Переорієнтація частинки у формі еліпсоїда обертання і стабілізація її положення в електричному полі пневмоканалу дозволяє зменшити швидкість повітря в каналі та питомі витрати на процес поділу. Крім того зменшується висота робочої зони каналу.

Вдосконалена математична модель руху частинок компонентів зернового матеріалу дозволяє визначити вплив параметрів потоку, в тому числі і ступеню нерівномірності розподілу швидкості в поперечному перерізі каналу, на величину розходження траєкторій яка обрана критерієм ефективності поділу. Виявлено зменшення розходження траєкторії при змінній епюрі швидкості повітря. Застосування накладеного на низхідний потік дисперсного матеріалу дозволяє збільшити величину розходження траєкторії і відповідно, ефективність поділу матеріалу на фракції, та швидкості витання частинок у формі еліпсоїда обертання.

## 7.2. Моделювання процесу поділу зернового матеріалу за електричними і аеродинамічними властивостями<sup>21</sup>.

Принципова схема розділення компонентів зернового матеріалу в повітряному потоці при розділенні в електростатичному полі перед подачею в повітряному потік наведено на рис. 7.5.

Рівняння руху частинки по зовнішній поверхні барабану визначимо з таких посилянь: частинка знаходиться на поверхні обертового барабану в покої або може переміщуватись вздовж поверхні, що залежить від стану поверхні і властивостей матеріалу частинки. На частинку в зоні електричного поля коронного розряду діють такі сили:

- тяжіння:  $\bar{P} = mg$  ;
- відцентрова:  $\bar{c}_n = \frac{m\bar{V}_a^2}{r} = m\omega^2 r$  ;

---

<sup>21</sup> Наведено за: Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Степаненко С. П. Підвищення ефективності фракціонування насінневих матеріалів за комплексом аеродинамічних і електричних властивостей. Енергетика і автоматика. 2018. Вип. 5. С. 82–90.

- сила тертя:  $\overline{F}_m = \overline{N}f = \overline{N}tg\varphi$ ;
- нормальна реакція поверхні:  $\overline{N}$ ;
- електричного поля:  $\overline{F}_e = \frac{\varepsilon E^2 ab}{4k_f} \mu(R)$ ;
- електрична сила дзеркального відбивання:  $\overline{F}_z = \frac{\varepsilon_0 E^2 a^2}{4k_f^2} \mu^2(R)$ ;

де  $m$  – маса частинки;

$\overline{V}_a$  – колова швидкість частинки при її абсолютному русі;

$\omega$  – кутова швидкість частинки навколо вісі барабану;

$r$  – радіус барабану;

$f, \varphi$  – коефіцієнт і кут тертя;

$\varepsilon_r$  – відносна діелектрична проникність речовини зернини;

$E$  – напруженість поля;

$a, b$  – розміри частинки у формі еліпсоїда;

$b/a = k$  – коефіцієнт сферичності;

$k_f = (1 + (\varepsilon_r - 1)\Phi_1)(\varepsilon_r)^{-1}$  – діелектричний коефіцієнт форми;

$\Phi_1$  – коефіцієнт осьової деполяризації  $\Phi_1(k)$ .

Величина функції  $\mu(R)$  визначається із співвідношення [104]:

$$\mu(R) = \frac{1 + 2R_r c \delta k - \sqrt{1 + 4r_0 c \delta k}}{2R_r c \delta k},$$

де  $c$  – ємність системи «частинка – електрод»;

$r_0$  – радіус електрода (коронуючого);

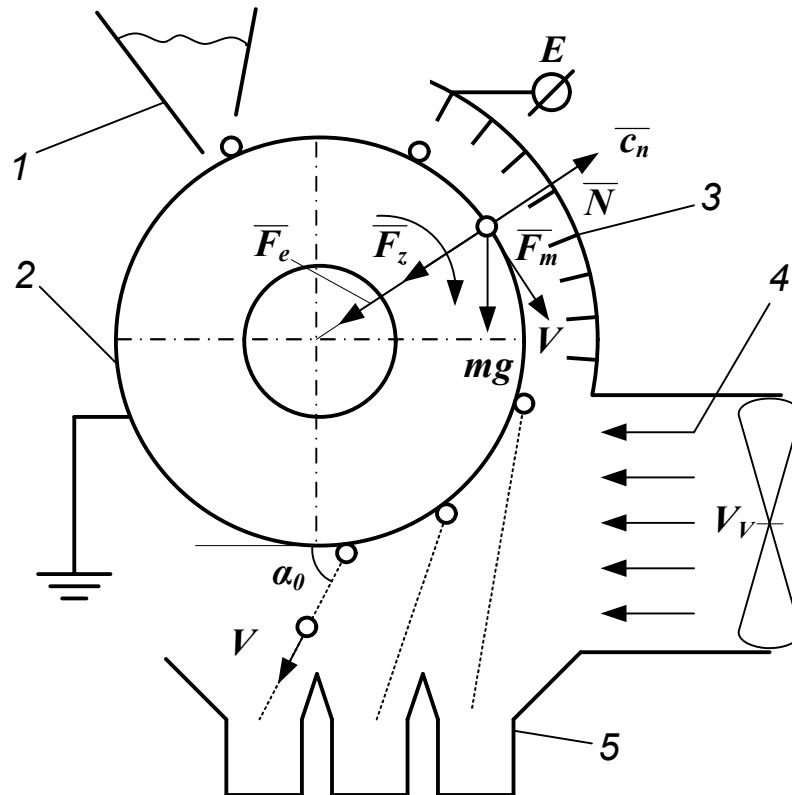
$\delta$  – об'ємний заряд;

$R_r$  – контактний опір (опір самої частинки і контакту між нею і барабаном).

Проектуючи сили на координатній осі  $x', y'$  рухомої системи координат отримаємо рівняння рівноваги частинки на поверхні обертального барабану:

$$\overline{N} + \overline{c} - \overline{F} - \overline{F}_z - mg \cos \alpha_0 = 0, \quad (7.17)$$

$$\bar{N}f + m\bar{g} \cos \alpha_0 = 0. \quad (7.18)$$



**Рис. 7.5. Принципова схема розділення зерна в електричному і повітряному полі: 1 – бункер з насінням; 2 – барабаний електрод; 3 – коронуєчий електрод; 4 – повітряний потік; 5 – приймальні комірки**

З рівняння (7.17) визначимо силу нормальної реакції:

$$N = F + F_z + mg \cos \alpha_0 - c_n. \quad (7.19)$$

При певних умовах частинка втрачає зв'язок з поверхнею барабану і відривається від неї. За умовами  $N = 0$  частинка відірветься від поверхні і буде рухатись в повітряному середовищі як тіло, кинуте під кутом  $\alpha_0$  до горизонту зі швидкістю  $V_0$ .

З рівняння (7.19) маємо:

$$\cos \alpha_0 = \frac{-F - F_3 + c_n}{mg}. \quad (7.20)$$

Підставляючи значення діючих сил і враховуючи що [104]:

$$m = \frac{\pi}{6} ab^2 \rho_r = \frac{\pi}{6} a^2 bk \rho_r, \text{ отримаємо:}$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{V_a^2}{rg} - \frac{3 \varepsilon E^2 \mu(R)}{2 \pi g b \rho_r k_f} \left[ 1 - \frac{\mu(R)}{k_f k} \right] = M. \quad (7.21)$$

Якщо прийняти, що швидкість руху частинки  $V_a$  розмір барабану  $r$  і напруженість електричного поля  $E$  є незмінними величинами, що не впливають на властивості частинки, то ступінь поділу компонентів в процесі сходження з барабану визначається величиною:

$$k_{nd} = \left[ 1 + \frac{\mu(R)}{k k_f} \right] \mu(R) \frac{1}{b \rho k_f}, \quad (7.22)$$

де  $b$  – менша вісь еліпсоїда обертання (для різних компонентів зернового матеріалу різні).

Кут відриву частинок визначається з очевидного співвідношення:

$$\alpha_0 = \arccos M. \quad (7.23)$$

При відсутності рухомого потоку повітря траєкторії руху частинок компонентів можна визначити за законом падіння тіла кинутого під кутом  $\alpha_0$  до горизонту зі швидкістю  $V_a$  [56], з формули:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{gx^2}{2V_a^2 \cos \alpha_i}, \quad (7.24)$$

де  $\alpha_i$  – кут сходження  $i$ -го компоненту.

Як впливає з аналізу досліджень різних авторів узагальнених в роботі [104] найбільше розгалуження траєкторій досягається при різних значеннях комплексного параметра  $\mu$  (тобто різних властивостей компонентів). Для збільшення ефективності подальшого поділу доцільно використовувати рухоме повітряне середовище–горизонтальний потік повітря із швидкістю  $V_n$ .

Рух компонентів зернового матеріалу в горизонтальному потоці повітря після сходження з поверхні барабану описується системою диференціальних

рівнянь (в нерухомій системі координат  $XOY$ , де  $OX$  – горизонтальна,  $OY$  – вертикальна вісі):

$$x + k_n(x - V_n)\sqrt{(x - V_n)^2 + y^2} = 0; \quad (7.25)$$

$$y + k_n y \sqrt{(x - V_n)^2 + y^2} = g; \quad (7.26)$$

де  $V_n$  – швидкість повітряного потоку;

$g$  – прискорення сил тяжіння;

$$\dot{x} = \frac{dx}{d\tau}; \quad \dot{y} = \frac{dy}{d\tau}; \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{d\tau^2}; \quad \ddot{y} = \frac{d^2y}{d\tau^2}.$$

При початкових умовах:  $\tau = 0$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ :  $\dot{x} = V_a \cos \alpha_0$ ;  $\dot{y} = V_a \sin \alpha_0$  (де  $V_a, \alpha_0$  – швидкість і кут напрямку входження частинки в повітряний потік дорівнює параметрам сходження частинки з барабану). Ефективність поділу визначається значенням кута відриву  $\alpha_0$  для кожної фракції зернового матеріалу.

При використанні спрощуючого припущення:

$$k_0 = \sqrt{\left(\frac{\dot{y}}{V_n}\right)^2 + \left(1 - \frac{\dot{x}}{V_n}\right)^2} \approx 1.02 \dots 1.12. \quad (7.27)$$

Траєкторії руху компонентів насіннєвого матеріалу можна наближено визначити з розв'язку рівнянь (7.25) і (7.26) (при використанні умови 7.27) за наступними розрахунковими залежностями:

$$V_x(\tau) = V - (V - V_{x0})e^{-\frac{\tau}{k_0}}, \quad (7.28)$$

$$x(\tau) = V\tau - k_0(V - V_{0x})\left(1 - e^{-\frac{\tau}{k_0}}\right), \quad (7.29)$$

$$V_y(\tau) = g_0 - (g_0 - V_{y0})e^{-\frac{\tau}{k_0}}, \quad (7.30)$$

$$y(\tau) = g_0\tau - k_0(g_0 - V_{0y})\left(1 - e^{-\frac{\tau}{k_0}}\right), \quad (7.31)$$

де  $k_0 = 1.1k_n V$ ;  $g_0 = \frac{g}{1.1k_n V}$ ;  $V_{0x} = V_a \cos \alpha_0$ ;  $V_{0y} = V_a \sin \alpha_0$ .

Кожному поточному моменту часу  $\tau_i$  відповідають координати переміщення частки  $x_i(\tau_i)$ ,  $y_i(\tau_i)$  і визначаючи їх значення будується траєкторія руху в координатах  $x_i(y_i)$  системи координат X0Y.

### **7.3. Математичні моделі процесу знепилювання повітряних потоків в електрофільтрах<sup>22</sup>.**

При сучасному рівні розвитку технічних засобів пиловловлювання і очищення газових викидів електрофільтри є і залишаються на найближчу перспективу ефективними апаратами очистки повітряних потоків різного ступеня забруднення у багатьох галузях промисловості та сільського господарства. Саме вони можуть забезпечити глибоку очистку (ступінь очистки 99 %), тобто практично повністю видалити із газів тверді та рідкі домішки розміром до 0.01 мкм (при концентрації дисперсної фази до 50 г/м<sup>3</sup> і вище).

В практиці очистки газів на сьогодні використовують два типи електрофільтрів: пластинчаті та трубчаті (за формою осаджувальних електродів). Трубчаті апарати мають ряд позитивних властивостей: рівномірний розподіл газу (відсутність застійних зон), можливість підтримувати більш високі електричні навантаження (більш висока напруженість електричного поля). В трубчастому електрофільтрі застосовують більші швидкості газу ніж в пластинчатих апаратах. Однак незважаючи на суттєві переваги їх застосування на практиці обмежено вловлюванням в основному рідких компонентів, що зв'язано з певними труднощами при очищенні внутрішньої поверхні труб (електродів) від вловленого сухого продукту (використовується мокрий спосіб – змивання сухого залишку). Вібращії та струшування труб завдяки складності конструктивного рішення практично не застосовуються. Але практичний досвід

---

<sup>22</sup> Наведено за: Котов Б. І., Грищенко В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Калініченко Р. А. Підвищення ефективності трубчастих електрофільтрів застосуванням закручування потоку очищуваного повітря. Енергетика і автоматика. 2020. Вип. 2. С. 123–136.

застосування інерційних сил, а саме відцентрових шляхом закручування запиленого потоку в трубі – електроді, свідчить про можливість ефективного очищення осажденного продукту інтенсивним потоком газу.

Розглянемо процес відцентрово-електричної сепарації (видалення пилу з повітряного потоку) на прикладі роботи окремого елемента трубчастого електрофільтру. Схема елемента показана на рис. 7.6. Коронуючий електрод (1) проходить крізь лопатевий завихрювач (2) (зроблений із ізоляційного матеріалу і встановлений на вході металевого циліндра, який є осаджувальним електродом) вздовж вісі циліндра (3). На електрод (1) подається негативний потенціал від джерела високої напруги (4); металевий циліндричний електрод заземлений. Газ, що містить зважені частки пилу пропускається через лопатевий завихрювач у циліндр. Проходячи через завихрювач газ набуває обертального руху і по гвинтовій спіралі рухається в основному напрямку. Під дією відцентрових і електричних сил відбувається перерозподіл концентрації пилу по перетину елемента – збільшення у стінок і зменшення в центральній частині. Знепилення у стінок і зменшення в центральній частині. Знепилений потік з центральної частини елемента відводиться через циліндричний канал (5) Периферійний шар пилу у пристінній зоні по інерції рухається донизу і через торцевий кільцевий зазор видаляється з елемента.

Схема компоновки елементів електрофільтру аналогічні прямоточному батарейному циклону (наприклад конструкції ЦКТИ). На більші частинки більший вплив оказують відцентрові сили на дрібні – електричні.

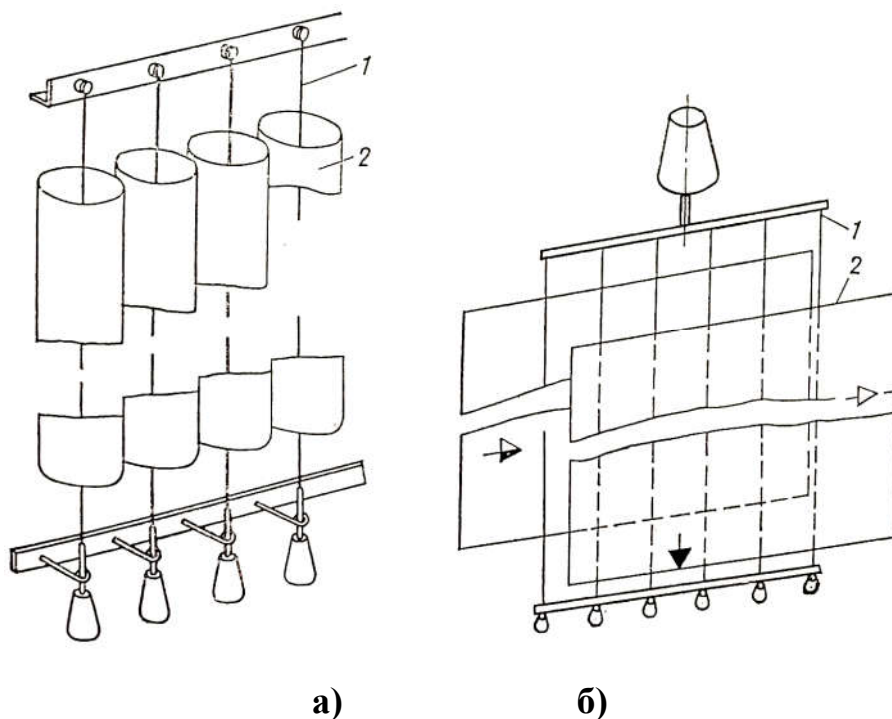
Основними факторами, що впливають на уловлювання частинок є їхній розмір за яким визначається маса частинки і отриманий нею електричний заряд.

Частинка пилу, що знаходиться у відцентровому полі, рухається під дією сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \sum \vec{F}_i, \quad (7.32)$$

де  $\vec{F}$  – вектор сили, що приводить частинку до руху;

$\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}, \sum \overline{F_i}$  – відповідно відцентрова сила, тяжіння, сила опору середовища та сума інших сил (Архімедова, Жуковського, Кориоліса, Магнуса, поперечна, електростатичної взаємодії).



**Рис. 7.6 .Конструктивна схема електрофільтру:**

**а – з трубчатими електродами;**

**б – з пластинчастими електродами**

Для частинки максимальний електричний заряд який вона отримує в полі коронного розряду в загальному випадку визначається формулою:

$$Q = 4\pi\varepsilon_0 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) E d^2, \quad (7.33)$$

де  $\varepsilon_0, \varepsilon$  – діелектрична проникність вакууму і матеріалу частинки;

$d$  – діаметр частинки;

$E$  – напруженість електричного поля.

Формула (7.33) визначає максимальний заряд який набула частинка за проміжок часу  $t$ . Для врахування залежності заряду від часу зарядження, вираз (7.33) набуває вигляду:

$$Q(t) = 0.25 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) E \frac{a\tau}{1 + a\tau} d^2, \quad (7.34)$$

де  $a = \pi n e$  ( $n$  – концентрація іонів і їх заряд (для трубчастого елемента електрофільтра діаметром осаджувального електрода  $D = 0.1$  м, а коронуючого  $d_k = 5 \cdot 10^{-4}$  м, при напрузі 25 кВ величина  $a = 1.57 \cdot 10^2$ )).

Сила електричного поля, що діє на частинку в залежності від часу зарядження визначиться відповідно до (7.34):

$$F_e(t) = Q(\tau)E = AE^2 \frac{a\tau}{1 + a\tau}, \quad (7.35)$$

де  $A = \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) 0.25 d^2$ .

Вплив дії сил Архімеда, Жуковського, Коріоліса, Магнуса та електричного вітру не будемо враховувати за малий вплив ефекту в порівнянні з дією сил опору, електричної сили, відцентрової.

Сила опору повітряного середовища визначається відповідно до закону руху за Стоксом, як функція швидкості руху частинки:

$$F_0 = 3\pi\mu dV, \quad (7.36)$$

де  $\mu$  – в'язкість запиленого повітря;

$V$  – швидкість переміщення частинки.

Відцентрова сила, що діє на частинку:

$$F_v = m \frac{V_\tau^2}{0.5R} = \frac{\pi d^3}{6} \rho_p \frac{V_\tau^2}{0.5R}, \quad (7.37)$$

де  $\rho_p, m$  – густина і маса частинки;

$V_\tau$  – колова швидкість частинки.

Враховуючи, що колова швидкість  $V_\tau$  зв'язана з кутовою швидкістю  $\omega$  залежністю:  $V_\tau = R\omega$ , відцентрову силу визначимо:

$$F_v = m\omega^2 R = \frac{\pi d^3}{6} \rho_p \omega^2 R. \quad (7.38)$$

Рівняння (7.32) перепишемо у проекції на вісь  $Ox$ :

$$m \frac{dV}{dt} = m\omega^2 R - 3\pi\mu dV + A'E^2 d^2 \frac{at}{1+at}, \quad (7.39)$$

або враховуючи, що  $m = \frac{\pi d^3}{6} \rho_p$ ,  $V = \frac{dR}{d\tau}$ :

$$\frac{dR^2}{dt^2} + B \frac{dR}{d\tau} - \omega^2 R = \frac{at}{1+at} A_1, \quad (7.40)$$

де  $A_1 = \frac{A}{m} = A \frac{6}{\pi d^3 \rho_p}$ ;  $B = \frac{18\mu}{d^2 \rho_p} = \frac{1}{\tau}$ ;

$\tau$  – час релаксації.

Для спрощення розв'язку неоднорідного диференціального рівняння (7.40) апроксимуємо вираз правої частини рівняння експоненціальною залежністю:

$$A_1 \frac{at}{1+at} = D(1 - e^{-kt}). \quad (7.41)$$

Рівняння (7.41) з урахуванням (7.40) набуває вигляду:

$$\frac{dR^2}{dt^2} + B \frac{dR}{d\tau} - \omega^2 R = D - De^{-kt}. \quad (7.42)$$

Рішення однорідного рівняння :

$$R_0(\tau) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}, \quad (7.42a)$$

де  $r_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4\omega^2}}{2}$  – корені характеристичного рівняння.

Частинне рішення неоднорідного рівняння шукаємо методом невизначених коефіцієнтів у вигляді:

$$R_n(\tau) = R_1 + R_2 e^{-kt}, \quad (7.42b)$$

де  $R_1, R_2$  – невідомі сталі.

Підставляємо значення  $R_n(\tau)$  в рівняння (7.42)

$$k^2 R_2 e^{-kt} - kBR_2 e^{-kt} - \omega^2 (R_1 + R_2 e^{-kt}) = D - De^{-kt}, \quad \text{прирівнюємо коефіцієнти}$$

$$\begin{cases} k^2 R_2 - kBR_2 - \omega^2 R_2 = -D \\ -\omega^2 R_1 = D \end{cases}, \text{ звідки } R_1 = -\frac{D}{\omega^2}; R_2 = \frac{D}{k^2 - kB - \omega^2}.$$

Загальний розв'язок рівняння (7.42) має вигляд:

$$R(\tau) = C_1 e^{r_1 \tau} + C_2 e^{r_2 \tau} - \frac{D}{\omega^2} + \frac{D}{k^2 - kB - \omega^2} e^{-k\tau}. \quad (7.43)$$

Сталі інтегрування визначимо за початкових умов:  $\tau = 0$ ;  $R = R_0$ ;  $\frac{dR}{dt} = 0$ ,

$r_1$  – початкова координата місця вводу частинки в трубчастий елемент, вони

будуть дорівнювати:

$$C_1 = R_0 - \frac{D}{r_1 - r_2} \left( \frac{r_2}{\omega^2} - \frac{k + r_2}{k(k - B) - \omega^2} \right);$$

$$C_2 = \frac{D}{r_1 - r_2} \left( \frac{r_2}{\omega^2} + \frac{k + r_1}{k(k - B) - \omega^2} \right).$$

Рівняння (7.43) дозволяє визначити час перебування частинки в елементі трубчастого електрофільтра при переміщенні від місця вводу ( $R_0$ ) до стінки осаджувального електрода  $R = R_s$  (частинка вважається вловленою при досягненні стінки осаджувального електрода).

Для визначення відстані, на яку переміщується частинка пилу (від місця вводу в трубчастий електрод до його стінки) у вертикальному напрямку запишемо рівняння для руху частинки у вертикальному напрямку:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} = \frac{1}{\tau} \left( V_z - \frac{dZ}{dt} \right) - g, \quad (7.44)$$

де  $V_z$  – складова осьової швидкості повітря.

Для гвинтового завихрювача справедливе співвідношення:

$$V_z = \frac{S}{\pi R} V_\varepsilon = \frac{S}{\pi} \omega. \quad (7.45)$$

Перепишемо рівняння (7.45) з врахуванням (7.44):

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + B \frac{dZ}{dt} = \frac{S\omega}{\pi\tau} - g = C. \quad (7.46)$$

Розв'язок рівняння (7.46) за початкових умов:  $t = 0$ ;  $R = R_0$ ;  $\frac{dZ}{dt} = V_{z0}$ ,

$Z = 0$  має вигляд:

$$Z(t) = \frac{C}{B} - \frac{1}{B} \left( \frac{C}{B} - V_{z0} \right) e^{-Bt}. \quad (7.47)$$

З рівняння (7.43) і (7.47) визначаємо траєкторію руху частинки  $Z(R)$ , відповідно довжину електрода, достатньою для вловлювання частинки.

Оскільки час перебування частинки в трубці фільтру пропорційний куту обертання, тобто  $d\varphi/dt = \omega$ , то замінюючи в рівнянні (7.42)  $\frac{1}{dt} = \omega \frac{1}{d\varphi}$

отримаємо рівняння траєкторії обертального руху частинки:

$$R(\varphi) = C_1 e^{\frac{r_1}{\omega} \varphi} + C_2 e^{\frac{r_2}{\omega} \varphi} + \frac{D}{\omega^2} + \frac{D}{k^2 - kB - \omega^2} e^{-\frac{k}{\omega} \varphi}.$$

Розглянемо рух частинки в електрофільтрі з плоскими електродами. В загальному випадку на частинку діють сили тяжіння  $G = mg$ , опору  $F_c = 6\mu r_0(V_n - V_z)$ , і електрична сила  $F_e(t)$  (рівняння (7.35)) і рівняння (векторна форма) динаміки руху частинки має вигляд:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = 6\pi\mu r_0(\bar{V}_n - \bar{V}) + m\bar{g} + \bar{F}_e(t). \quad (7.48)$$

Проектуючи рівняння на осі прямокутних координат  $Oxz$  (рис. 7.7) матимемо:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{\tau} V_x + \frac{1}{m} F_e(t); \\ \frac{dV_z}{dt} = \frac{1}{\tau} (V_n - V_z) - g, \end{cases} \quad (7.49)$$

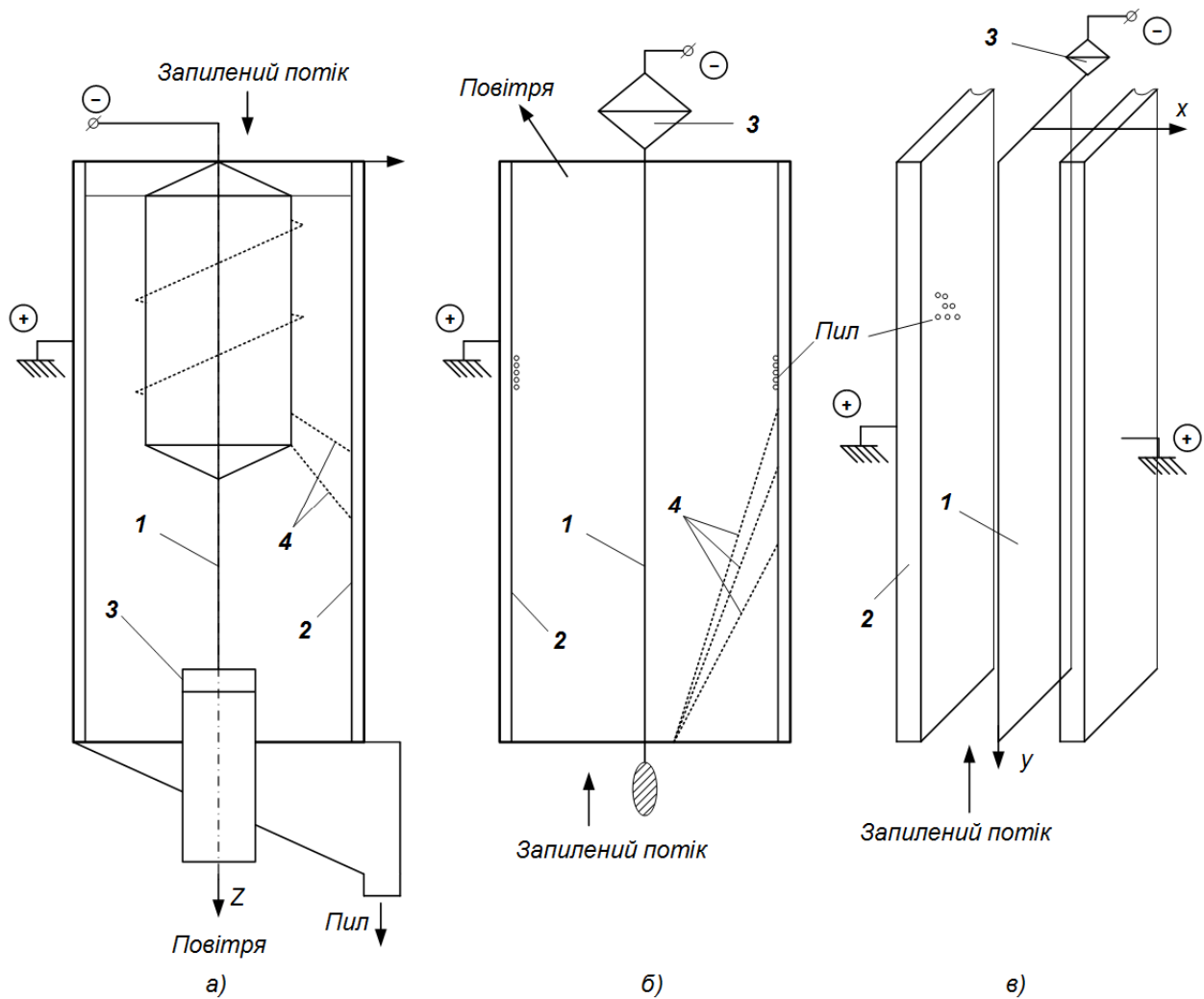
де  $V_x = \frac{dx}{dt}$ ;  $V_z = \frac{dz}{dt}$ .

Розв'язки рівняння (7.49) ідентичні розв'язку рівняння (7.44). Перше рівняння системи (7.49) перепишемо з урахуванням  $F_e(t)$  виразу (7.41):

$$\frac{dV_x}{dt} + BV_x = D(1 - e^{-kt}). \quad (7.50)$$

Розв'язок рівняння за початкових умов:  $t = 0$ ;  $V_x = V_{x0}$  матиме вигляд:

$$V_x(t) = V_{x0} e^{-Bt} + \frac{D}{B} (1 - e^{-Bt}) + \frac{D}{B - k} (e^{-Bt} - e^{-kt}). \quad (7.51)$$



**Рис. 7.7. Розрахункові схеми електрофільтрів:**

**а – трубчастий-вихровий; б – трубчастий; в – плаский; 1 – коронуєчий електрод; 2 – осаджувальний електрод; 3 – ізолятор; 4 траєкторії руху**

Оскільки  $V_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$  то розв'язок (7.51) матиме вигляд:

$$x(t) = -\frac{V_{x0}}{B} e^{-Bt} + \frac{D}{B} t + \frac{D}{B} e^{-Bt} - \frac{D}{(D-k)B} e^{-Bt} + \frac{D}{(B-k)k} e^{-kt} + C, \quad (7.52)$$

при  $t=0$ ;  $x=0$ :  $C = \frac{V_{x0}}{B} - \frac{D}{B} + \frac{D}{D-k} \left( \frac{e^{-bt}}{B} - \frac{e^{-kt}}{k} \right)$  тоді запишемо рівняння (7.52):

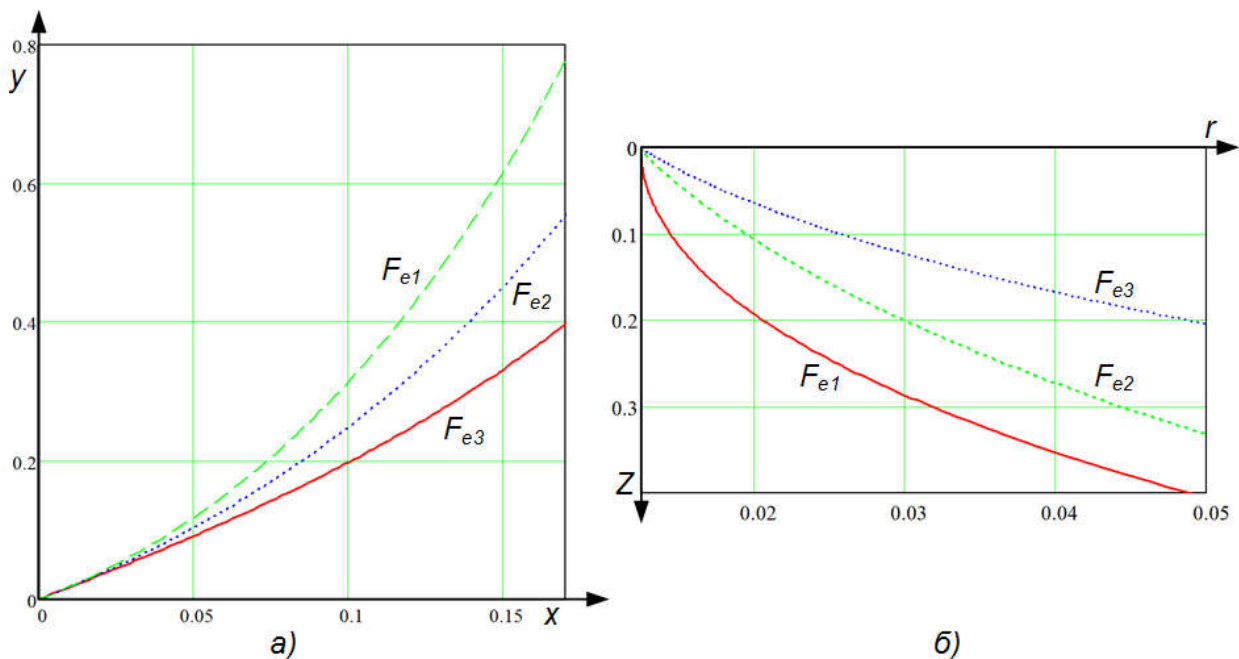
$$x(t) = -\frac{V_{x0}}{B} e^{-Bt} + \frac{D}{B} t + \frac{D}{B} e^{-Bt} - \frac{D}{(D-k)B} e^{-Bt} + \frac{D}{(B-k)k} e^{-kt} + \frac{V_{x0}}{B} - \frac{D}{B} + \frac{D}{D-k} \left( \frac{e^{-bt}}{B} - \frac{e^{-kt}}{k} \right). \quad (7.53)$$

Аналогічно розв'яжемо друге рівняння системи (7.49):

$$Z(t) = \frac{C}{B} - \frac{1}{B} \left( \frac{C}{B} - V_{z0} \right) e^{-Bt}, \quad (7.54)$$

де  $C = \frac{S\omega}{\pi\tau} - g$ .

Отримані рівняння (7.53) і (7.54) дозволяють визначити траєкторію руху частинки в між електродному просторі  $x(z)$  (рис. 7.8).



**Рис. 7.8. Розрахунок траєкторій руху частинок в електрофільтрі: пластинчастому (а) та трубчастому із завихренням (б)**

(де  $F_{e1} = 0.07$  ;  $F_{e2} = 0.1$  ;  $F_{e3} = 0.4$ )

Порівнюючи траєкторії частинки в трубчастому електрофільтрі (рис. 7.8б) і пластинчастому (рис. 7.8а), можна відмітити значне скорочення шляху переміщення при завихрюванні запиленого потоку в трубчастому електрофільтрі.

Таким чином на основі аналізу силової взаємодії частинки пилу з повітряними потоками в накладеному полі коронного розряду сформульовані математичні моделі руху частинки в елементах електрофільтрів з плоскими і

трубчастими елементами з урахуванням кінетики заряджання частинок, які дають змогу оцінити ефективність знепилювання повітряних потоків у виробничих сільськогосподарських приміщеннях.

#### 7.4. Математична модель процесу сепарації пилу в електроциклоні<sup>23</sup>.

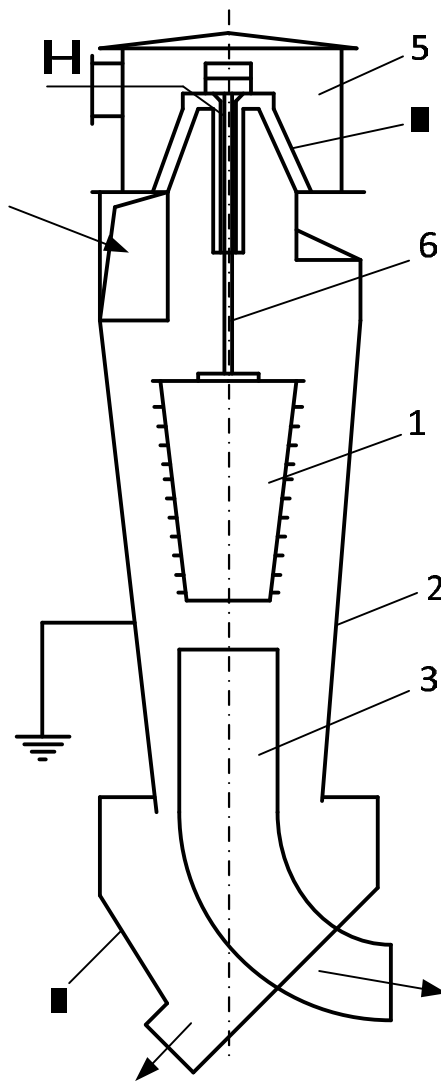
Специфіка об'єкта дослідження зумовлює аналітичний метод дослідження, коли досліджуваний процес не прив'язаний до конкретної конструкції, а використовується тільки схема процесу сепарації і значення його параметрів.

Розглядається прямоточна схема функціонування пилоочисного пристрою у вигляді циліндричного електроциклона з нижнім відводом повітряного потоку і тангенціальним вводом запиленого потоку повітря (схема на рис. 7.9). Така конструкція дозволяє раціонально розмістити коронуючий електрод всередині апарату. Коронуючий електрод виконано у вигляді циліндричної вставки, бокові стінки якої паралельні стінкам корпусу «осаджуваного» електрода і мають зовні голки (або тонкі диски). Такий спосіб розміщення дозволяє використати один опорно-прохідний ізолятор. Часинки пилу в газовому потоці проходячи міжелектродний простір, адсорбують на поверхні іони (внаслідок дії коронного розряду) і набувають електричний заряд величиною:  $Q = 0.25E^2 d^2 \varepsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right)$  і під впливом сили електричного поля рухаються до стінки корпусу (осаджуваного електрода), «осаджуються» на ньому і здуваються вихровим потоком повітря у бункер-пилосбірник.

Для складання математичного опису технологічного процесу електросепарації пилу у відцентровому полі використано основні положення гідродинаміки двофазного криволінійного потоку.

---

<sup>23</sup> Наведено за: Котов Б. І., Грищенко В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Моделювання процесу інерційної сепарації пилу під дією відцентрового та електричного поля в установках циклонного типу. Енергетика і автоматика. 2019. Вип. 6. С. 14–26.



**Рис. 7.9. Схема електроциклона: 1 – коронуючий електрод;  
 2 – корпус; 3 – вихлопна труба; 4 – ізолятор;  
 5 – коробка ізолятор; 6 – підвіска електрода;  
 7 – бункер пилозбірник**

При аналізі руху частинки у вихровому потоці прямого циклона для розрахунку траєкторій прийнято наступні припущення: частинки пилу є твердими недеформованими тілами, які мають форму кулі, і не взаємодіють між собою; при тангенціальному вводі повітряний потік має рівномірне поле швидкості; опір руху частинок у повітряному середовищі визначається законом Стокса; тангенціальна складова швидкості частки співпадає з тангенціальною складовою швидкості обертання повітряного потоку; радіальні складові швидкостей внаслідок дії сил інерції є різними. При тангенціальному вводі

повітря середню тангенціальну швидкість приймають рівній середній швидкості у вхідному перетині.

В процесі руху твердої частинки в кільцевій частині циліндричного каналу (закрученому потоці) вважається, що на неї діють такі сили:

- сила тяжіння:

$$\bar{F}_m = m_r \bar{g} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_r - \rho_n) \bar{g}, \quad (7.55)$$

- відцентрова сила:

$$\bar{F}_v = m_r \frac{\bar{V}_r^2}{r} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_r - \rho_n) \frac{\bar{V}_r^2}{r}, \quad (7.56)$$

- сила опору середовища (за Стоксом):

$$\bar{F}_a = 3\pi\mu d \bar{V}_r, \quad (7.57)$$

- сила Магнуса-Жуковського:

$$\bar{F}_m = k\rho V (\bar{V}_r - \bar{u}) \text{rot} \bar{u}, \quad (7.58)$$

- сила Коріоліса:

$$\bar{F}_k = 2m(\bar{\omega} \bar{V}) = 2m(\bar{\omega} \bar{u}), \quad (7.59)$$

- сила інерції:

$$\bar{F}_i = m \frac{d\bar{V}}{d\tau}, \quad (7.60)$$

- сила електричного поля:

$$F_e = QE = \varepsilon_0 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \right) E^2 0.25d^2. \quad (7.61)$$

де  $m = m_r + m_n$  – маса частинки;

$m_n = \frac{\rho_r V_r}{2}$  – приєднана маса частки;

$V_r, u$  – швидкість частки і повітря;

$V, d$  – об'єм та еквівалентний діаметр частинки;

$\rho_r, \rho$  – густина частинки і повітря;

$r$  – радіус вектор точки, поточна координата в радіальному русі;

$\mu$  – динамічна в'язкість повітря;

$\psi = 2.9$  – динамічний коефіцієнт форми частинки;

$k < 1$  – безрозмірний коефіцієнт, що враховує поправки на припущення використання теореми Жуковського;

$E$  – напруженість електричного поля;

$\varepsilon_0, \varepsilon$  – діелектрична проникність вакууму і матеріалу частки.

Рівняння (7.55) і (7.56) містять складову (в дужках) різницю густин частки і повітря яка враховує і силу витиснення середовища (числа Архімеда у вихровому середовищі).

Відповідно до принципу Даламбера матимемо:

$$\overline{F}_t + \overline{F}_v + \overline{F}_c + \overline{F}_m + \overline{F}_k + F_d + F_e = 0, \quad (7.62)$$

або в розгорнутому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dV_r}{d\tau} = \frac{\rho_r - \rho_n}{\rho_r} \left( g - \frac{V_\tau^2}{r} \right) - \frac{3\mu V_r \psi}{d^2 \rho} + km(V_z - V_\tau) \text{rot} \bar{u} + \\ + 0.25\varepsilon_0 d^2 \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \right) E^2 + 2m(\bar{\omega} \bar{V}) \end{aligned} \quad (7.63)$$

Приймаючи до уваги, що відцентрова сила  $F_v$  перевищує силу тяжіння в десятки разів, а також незначністю величин сили Магнуса та Коріоліса, для спрощення розрахунків їх можна не приймати до уваги в порівнянні з іншими складовими. Крім того враховуємо, що швидкість повітря в радіальному напрямку прийнята відсутньою, так як рух середовища в циклоні відбувається за законом обертання твердого тіла, тобто тангенціальна швидкість середовища:

$$V_\tau = R\omega, \quad (7.64)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання потоку.

Таким чином з рівняння (7.63) наближено матимемо:

$$\rho_t \frac{dV}{dt} = (\rho_t - \rho_n) \frac{V^2}{r} - 3\pi\mu \frac{6}{\pi d^2} V\psi. \quad (7.65)$$

Враховуючи, що  $\rho_t \gg \rho_n$ , співвідношення (7.64) та кінетичну залежність

$V_r = \frac{dr}{dt}$ , рівняння (7.65) можна записати у такому вигляді:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dR}{dt} - \omega^2 R = F_e, \quad (7.66)$$

де  $\tau = \frac{d^2 \rho}{18\mu}$  – час релаксації.

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (7.66) має вигляд:

$$R(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t} + \frac{F_e}{\omega^2}, \quad (7.67)$$

де  $\gamma_{1,2} = -\frac{1}{2\tau} \pm \frac{1}{2\tau} \sqrt{1 + 4\omega^2 \tau^2}$  – корені характеристичного рівняння.

Якщо припустити, що  $\omega^2 \tau$  є малою величиною, то розкладаючи радикал у ступеневий ряд і обмежуючись першими двома членами ряду матимемо:

$$\gamma_1 = \omega^2 \tau; \quad \gamma_2 = -\left(\frac{1}{\tau} + \omega^2 \tau\right).$$

Сталі інтегрування визначаються з початкових умов:  $t = 0; R = R_0;$

$dR/dt = 0$ . З цих умов отримаємо:  $C_1 + C_2 = R_0 - \frac{F_e}{\omega^2}; D = \frac{F_e}{\omega^2}; C_1 \gamma_1 + C_2 \gamma_2 = 0;$

$$C_1 = -\gamma_2 \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}; \quad C_2 = \gamma_1 \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)};$$

$$R(t) = \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)} (\gamma_1 e^{\gamma_2 t} - \gamma_2 e^{\gamma_1 t}) + \frac{F_e}{\omega^2}. \quad (7.68)$$

Для достатньо легких або малих частинок  $\omega^2 \tau \ll 1$ ; тоді  $C_1 = K_0; C_2 = 0$ , а рівняння (7.68) набуває вигляду:

$$R(t) = K_0 e^{\tau \omega^2 t} + \frac{F_e}{\omega^2}, \quad (7.69)$$

де  $K_0 = \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2}$ .

Отримані рівняння (7.68) і (7.69) визначають переміщення частинки за часом в радіальному напрямку. Для визначення проекції траєкторії руху у вертикальному напрямку під дією осьової складової швидкості повітря  $u_z$  можна скористатися кінематичним рівнянням:

$$\frac{dz}{dt} = u_z(R), \quad (7.70)$$

де  $u_z(R)$  – розподіл осьової складової швидкості повітря за радіусом.

Для визначення розподілу осьових швидкостей в закрученому потоці циліндричного корпусу циклона з тангенціальним впуском запиленого потоку скористуємось емпіричною залежністю:

$$\frac{u(R)}{u_{cp}} = 0.4 + 1.6 \left( \frac{R}{R_c} \right) - 0.8 \left( \frac{R}{R_c} \right)^2, \quad (7.71)$$

де  $u_{cp}$  – середня осьова швидкість в перетині циліндра;

$R_c$  – радіус корпусу циклона.

Рівняння (7.71) з похибкою до 6 % можна апроксимувати лінійною залежністю:

$$u(R) = a + bR, \quad (7.72)$$

де  $a = 0.47 \frac{u_{cp}}{R_c}$ ;  $b = 1.5 \frac{u_{cp}}{R_c}$ .

Враховуючи (7.72) запишемо рівняння (7.70) у вигляді:

$$\frac{dz}{dt} = a + bR(t), \quad (7.73)$$

або з врахуванням часової залежності  $R(t)$  (7.69):

$$dz = \left( a + b \frac{F_e}{\omega^2} \right) dt + bK_0 e^{\tau\omega^2 t} dt. \quad (7.74)$$

Інтегруючи рівняння при нульових початкових умовах матимемо:

$$z(t) = At - \frac{bK_0}{\tau\omega^2} (1 - e^{\tau\omega^2 t}), \quad (7.75)$$

де  $A = a + b \frac{F_e}{\omega^2}$ .

При використанні залежності  $R(t)$  з рівняння (7.67) зміну осьової координати частки в часі отримаємо у вигляді

$$z(t) = At - \frac{bC_1}{\gamma_1} (1 - e^{\gamma_1 t}) - \frac{bC_2}{\gamma_2} (1 - e^{\gamma_2 t}). \quad (7.76)$$

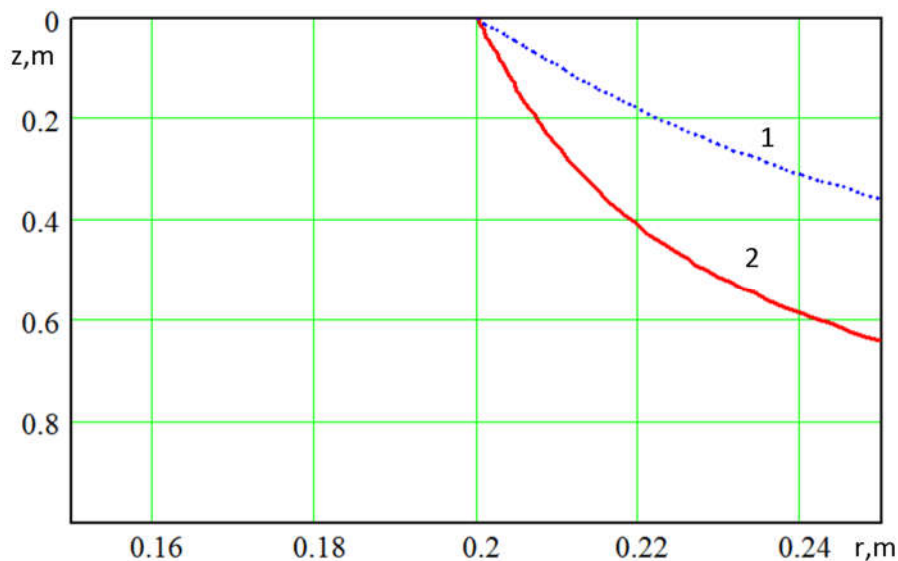
Маючи залежності  $R(t)$  і  $z(t)$  з рівнянь (7.67) і (7.76) можна отримати графічні залежності траєкторії руху частинки в координатах  $r0z$ .

Траєкторії руху частинки в повітряному потоці який обертається навколо вісі з певним наближенням можна визначити (за умови  $\omega = const = \omega_c$ )

$\frac{dR}{dt} = \omega \frac{dR}{d\varphi}$ , так як зміна кута пропорційна в часу руху:

$$R(\varphi) = \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)} (\gamma_1 e^{\gamma_2 \omega \varphi} - \gamma_2 e^{\gamma_1 \omega \varphi}) + \frac{F_e}{\omega^2}. \quad (7.77)$$

В якості прикладу спрощеного розрахунку на рис. 7.10 і рис. 7.11 наведено траєкторії руху частинок в циклоні при наявності дії електростатичного поля і без нього.

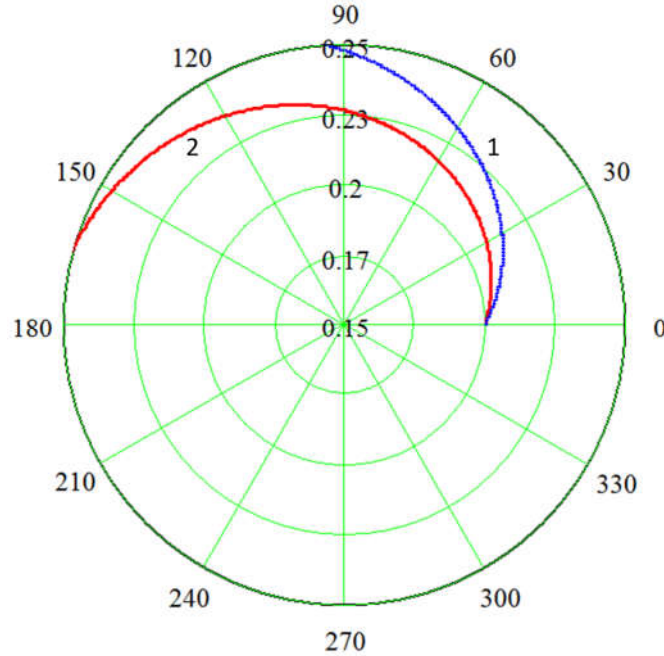


**Рис. 7.10. Траєкторії руху частинки в повздовжньому перетині циклона:  
1 – при дії електричного поля; 2 – без електричного поля**

Для більш точних розрахунків (при визначенні ефективності пиловловлювання електроциклонних апаратів прямої схеми сепарації пилу) криволінійну течію можна розглядати, як частковий випадок обертання потоку, коли рух відбувається по концентричним колам і частинки повітря не

обертаються (потік потенціальний), розподіл швидкостей визначається законом площин:

$$\omega R = k = const. \quad (7.78)$$



**Рис. 7.11. Траєкторії руху частинки у поперечному перетині циклона:  
1 – при дії електричного поля; 2 – без електричного поля**

В цьому випадку система диференціальних рівнянь, які описують рух частинки в циліндричному корпусі прямого електричного циклона в полярних координатах буде мати вигляд:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dR}{dt} - R \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \frac{F_e}{m_r}, \quad (7.79)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2}{R} \frac{dR}{dt} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{k}{R^2 \tau} = \frac{F_e}{m_r}, \quad (7.80)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\tau} u_z(R), \quad (7.81)$$

де  $m_r = \rho_r \frac{d^3 \pi}{6}$  – маса частинки діаметром  $d$ .

Враховуючи, що частинка пилу в осьовому напрямку рухається під дією  $i$  із швидкістю потоку повітря замість рівняння (7.81) можна використовувати рівняння (7.70).

Розв'язок системи рівнянь (7.79) – (7.81) в комп'ютерному середовищі MathCAD дозволяє визначити траєкторії руху частинок пилу різного розміру при різних режимних параметрах роботи електроциклона (витрати запиленого потоку, напруженість електростатичного поля та інші).

Таким чином отримані математичні залежності дозволяють визначити оптимальні геометричні параметри електроциклона, раціональні режими його роботи та шляхи підвищення ефективності відцентрового пилоочищення в електричному полі. Використання електростатичного поля в прямоточних циклонах дозволяє керувати процесом сепарації пилу без зміни гідродинамічного режиму роботи циклона. Застосування закручення повітряно-пилового потоку в електрофільтрах з трубчастими електродами дає змогу підвищити їх ефективність.

## **7.5. Математичні моделі динамічних процесів розпилювання та випаровування води в електричному полі при зволоженні повітря<sup>24</sup>.**

Одним із важливих показників технологічного мікроклімату, що забезпечує життєдіяльність рослин і тварин є вологість повітря в робочому об'ємі виробничої споруди. Величину нормативної вологості повітря, стабілізують шляхом подачі водяної пари в повітряний потік, що досягається різними способами, зокрема розпилюванням води. Ефективність цього способу зволоження повітря в першу чергу залежить від дисперсності розпилу та швидкості випаровування крапель (щоб уникнути їх осідання). Одним із шляхів покращення якості розпилу є використання електростатичного поля. При накладенні електричного поля на рідину, що розпилюється, отриманий двофазний потік становиться в більшому ступеню монодисперсним і дрібнодисперсним.

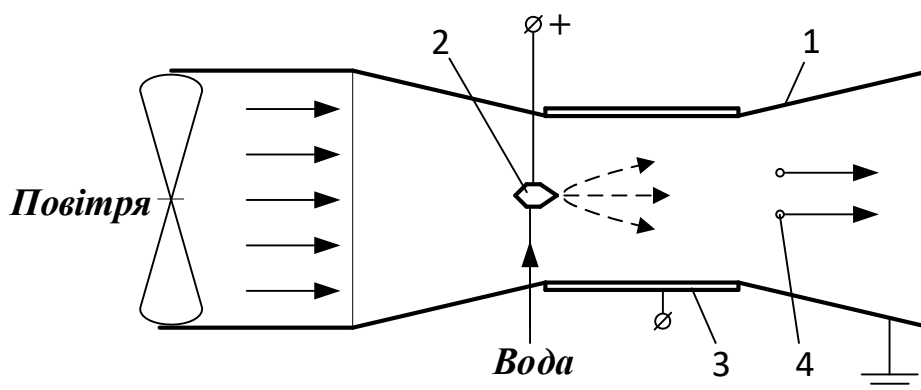
---

<sup>24</sup> Наведено за: Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Грищенко В. О. Динаміка розпилювання і випаровування води в електричному полі при зволоженні повітря. Енергетика і автоматика. 2018. Вип. 2. С. 145–158.

Ефективність зволоження повітря залежить від цілого ряду параметрів, вплив яких на кінцеву вологість необхідно виявити і кількісно оцінити.

Основним методом досліджень є теоретичний аналіз штучної електризації рідини і її вплив на процес розпилювання; процеси випаровування води і зволоження повітря досліджувались на основі аналізу теплового і матеріального балансу.

При електризації рідини в процесі розпилу (диспергування) шляхом підведення потенціалу до штуцера форсунки (рис. 7.12), електростатичною індукцією, коронним розрядом та іншими способами струмінь рідини знаходиться в електричному полі. Під впливом цього поля на поверхні плівки рідини відбувається розподіл тисків, які визивають втрату стійкості, розпад і утворення крапель.



**Рис. 7.12. Схема електроаерозольного генератора:  
1 – сопло; 2 – форсунка; 3 – електроди; 4 – аерозоль**

При цьому збільшується електричний потенціал крапель, зменшується власний внутрішній тиск і, відповідно поверхневий натяг. Заряджені краплі набувають нові фізичні властивості, як підвищення дисперсності розпилювання і інтенсифікації перетворення рідкої фази в парову.

Для якісного аналізу та кількісного оцінювання фізичних процесів внутрішній тиск і поверхневий натяг незарядженої краплі замінюють на ці

параметри для краплі, яка отримала певний електричний заряд  $Q$  або потенціал  $U$ .

При відомому електричному заряді тиск пари над краплею визначається у відповідності до закону Лапласа (гіпсометрична формула) з модифікованого запису (при урахуванні втрати маси краплини в середовищі) із рівняння:

$$\ln \frac{P_{nq}}{P_n} = \frac{N}{RT} \frac{4\pi r^3}{3} \left( \frac{2\sigma}{r} - \frac{Q^2}{32\varepsilon\varepsilon_0\pi^2 r^4} \right), \quad (7.82)$$

де  $\varepsilon = 1 + 2 \frac{\varepsilon_p + 1}{\varepsilon_p + 2}$ ;

$N = M/m$  – число Авогадро;

$m$  – маса одної краплі;

$M$  – маса одного моля;

$P_{nq}$  – тиск (парціальний) над зарядженою краплею, Па;

$P_n$  – тиск у оточуючому середовищі, Па;

$R$  – універсальна газова стала, Дж/(кг·К);

$T$  – температура оточуючого середовища, К;

$r$  – радіус краплі, м;

$\sigma$  – поверхневий натяг, Н/м;

$Q$  – заряд частинки, Кл;

$\varepsilon_p$  – діелектрична стала;

$\varepsilon_0$  – стала електричного поля (для повітря  $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  Кл/(В·м)).

Надлишковий тиск в середині зарядженої краплі при відомому потенціалі краплі  $U$  визначається рівнянням:

$$P_q = \frac{2\sigma}{r} - \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2r^2}. \quad (7.83)$$

Поверхневий натяг зарядженої краплини при відомих значеннях  $U$  і  $Q$  розраховують за рівняннями:

$$\sigma_q = \sigma - \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{4r} = \sigma - \frac{Q^2}{\varepsilon\varepsilon_0 64\pi^2 r^3}. \quad (7.84)$$

Радіус розпилюваних крапель, які утворюються під дією електростатичного заряду або електричного потенціалу визначають із відповідних рівнянь:

$$r_{\partial} = r - \varepsilon\varepsilon_0 \frac{U^2}{4\sigma} = r - \frac{Q^2}{\varepsilon\varepsilon_0\pi^2 64r^2\sigma}. \quad (7.85)$$

Швидкість випаровування краплі яка отримала електричний заряд визначається з рівняння Дальтона заміною  $P_n$  на  $P_{n\partial}$ ,  $\beta = \beta_{\partial}$ ;  $S_k = S_{\partial} = 4\pi r_q^2$ :

$$W = -\frac{dm}{d\tau} = \beta_{\partial} S_k (P_{nn} - P_{n\partial}), \quad (7.86)$$

де  $P_{nn} = a\theta + c$  – парціальний тиск насиченої пари на поверхні краплі при температурі її поверхні  $\theta$ , Па;

$\beta$  – коефіцієнт масообміну віднесений до парціального тиску, кг/(Па·с);

$S_k$  – поверхня краплі, м<sup>2</sup>;

$W$  – швидкість випарування, кг/с;

$a, c$  – коефіцієнти лінійної апроксимації залежності  $P_{nn} = f(\theta)$ .

Коефіцієнт масообміну з рівняння (7.86):

$$\beta = \frac{W}{\Delta P_{\partial} 4\pi r_{\partial}^2} = Nu_m \frac{D_{\partial}}{2r}, \quad (7.87)$$

де  $\Delta P_{\partial} = P_{nn} - P_{n\partial}$ , Па;

$D_{\partial}$  – коефіцієнт дифузії парів води в повітря, м<sup>2</sup>/с.

Враховуючи, що (при відсутності руху краплі відносно повітря) для молекулярної дифузії і теплопередачі критерій Нусельта:  $Nu = 2$ , з рівняння (7.87) матимемо:

$$\beta = \frac{\Delta m}{\Delta P_{\partial} 4\pi r \tau}, \quad (7.88)$$

де  $\Delta m$  – зміна маси краплі за час  $\tau$ , кг.

При наявності відносного руху зарядженої краплі в повітрі коефіцієнт масообміну визначається з критеріального рівняння у вигляді:

$$Nu_m = \beta \frac{2r}{D} = 2 + B_m \text{Re}^{1.3} \text{Pr}_m^{0.33}, \quad (7.89)$$

де  $Pr_m = \frac{\nu}{D}$  – число Прандтля;

$\nu$  – в'язкість рідини, м<sup>2</sup>/с;

$B_m$  – коефіцієнт, що враховує вплив електричного поля на кінетику випарування краплі ( $B_m = B_m(E)$ ).

Величина заряду краплі при контактному зарядженні визначається з рівняння:

$$Q = R^2 \frac{4}{r_k \ln \frac{2H}{r}} \left( 1 - \varepsilon_0 \varepsilon_p \frac{\rho_0}{H^2} (U - U_k) \right), \quad (7.90)$$

де  $R, r_k$  – радіус краплі і кромки електрода, м;

$H$  – відстань між електродами, м;

$\rho_0$  – питомий опір розпилюваної рідини, Ом·м.

Враховуючи, що крапля на кромці розпилювача під дією сил електричного поля і інерційності приймає форму половини еліпсоїда обертання (перед відривом), оцінити час заряджання краплі можна за формулою:

$$\tau = \varepsilon_0 \rho_0 \frac{\varepsilon \chi + (1 - \chi)}{\chi}, \quad (7.91)$$

де  $\chi = \frac{1 - e^2}{2e^2} \left( \ln \frac{1 + e}{1 - e} - 2e \right)$  – коефіцієнт деполяризації еліпсоїда;

$e = \sqrt{1 - \frac{b_e}{a_e}}$  – ексцентриситет еліпсоїда;

$a_e, b_e$  – більша і мала піввісь еліпсоїда.

Величина заряду краплин при розпилюванні відцентрово-щільовою форсункою за даними експериментів апроксимовані залежністю:

$$q10^{-4} = 1 + 2.8U, \quad (7.92)$$

де  $q$  – питомий масовий заряд, Кул/кг;

$U$  – напруга на електродах, кВ.

Розмір диспергованих крапель в залежності від прикладеної напруги, за даними експериментів апроксимована залежністю:

$$d_{k0} = 200 - 50U, \quad (7.93)$$

де  $d_{k0}$  – діаметр краплини, мкм;

$U$  – напруга на електродах, кВ.

Відповідно до існуючих уявлень про динаміку двофазних потоків факелу рідинно повітряної суміші, утвореного механічними форсунками представимо фізичну картину досліджуваного процесу таким чином. В потік розпиленої води поступає (всмоктується в корінь факелу в наслідок розрідженого тиску) повітря і приєднується в процесі руху до поверхні крапель. Краплини під час руху випаровуються і рухаються в повітрі насиченому водяною парою, збільшуючи вологовміст повітряного струменю за координатою. Збільшення вологовмісту повітря знижує інтенсивність випарування.

Для складання математичного опису приймемо наступні припущення:

- краплини «вилітають» з точкового джерела на осі факелу розпилу у формі кулі, маючи однаковий розмір і не взаємодіють між собою (уніполярно заряджені частинки-краплинки рівномірно розсіюються під дією свого об'ємного заряду, збільшуючи об'єм факелу розпилу);
- рушійною силою процесу випаровування є різниця парціального тиску водяної пари на поверхні краплі і в повітрі, з урахуванням рівнянь (7.82) і (7.86);
- величина парціального тиску водяної пари на поверхні краплі дорівнює тиску насиченої пари при температурі поверхні каплі, і апроксимується лінійною залежністю  $P_n''(\theta) = a\theta + c$  (де  $a, c$  – сталі коефіцієнти), величина тиску пари у повітрі є функцією вологовмісту повітря  $P_n(d) = bd$  ( $d$  – вологовміст повітря, кг/кг<sub>ср</sub>;  $b$  – стала величина);
- маса крапель, їх поверхня і маса повітря в об'ємі факелу незмінні.

При зроблених припущеннях і фізичною природою тепломасообмінних процесів у факелі, двофазну систему рухомого потоку, можна представити моделлю проточного апарату ідеального змішування і визначити зміну в часі параметрів повітря і води на «виході» факелу, тобто коли повітря насичене

вологою подається в робочий об'єм споживача вологого повітря (камера, приміщення, об'єкт зволоження, тощо).

Рівняння теплового і матеріального балансу рідинно-повітряного потоку запишемо у такому вигляді:

$$m_1 \frac{d\theta}{d\tau} = G_v c_p (t_1 - t) + G_w c_w (\theta_1 - \theta) + G_v r_0 (d - d_1), \quad (7.94)$$

$$m_2 \frac{dd}{d\tau} = G_v (d_1 - d) + \beta F_k (a\theta + c - b\bar{d}e^{B'}), \quad (7.95)$$

$$-\frac{dm}{d\tau} = m_2 \frac{dd}{d\tau}, \quad (7.96)$$

$$-\frac{\pi}{2} \rho_w d_k^2 \frac{dd_k}{d\tau} = \rho_v V_\phi \frac{dd}{d\tau}, \quad (7.97)$$

$$\varphi(\tau) = \frac{P_{\bar{\sigma}}}{622} \frac{d'}{P_n''(\theta)}, \quad (7.98)$$

де  $m_1 = m_v c_p + m_w c_w$ ;  $m_2 = m_v = V_\phi \rho_v$ ;  $\bar{d} = 0.5(d_1 + d_2)$ ;

$$B' = \frac{N}{RT} \frac{\pi 4r^3}{3} \left( \frac{2\sigma}{r} - \frac{Q^2}{32\varepsilon\varepsilon_0\pi^2 r^4} \right);$$

$\theta, t$  – температура води і повітря, °С;

$d$  – вологовміст повітря, кг/кг<sub>ср</sub>;

$G_v, G_w$  – витрати повітря і води, кг/с;

$c_p, c_w, r_0$  – питомі теплоємності повітря, води і теплота пароутворення,

відповідно, Дж/(кг·°С), Дж/кг;

$S$  – поверхня крапель у факелі, м<sup>2</sup>;

$\beta$  – коефіцієнт масообміну, м/с;

$m_1$  – теплоємність пароводяної суміші;

$m_2$  – маса повітря у факелі;

$m_w$  – маса краплини;

$V_\phi$  – повітряний об'єм факелу;

$\rho_w, \rho_v$  – густина води і повітря, кг/м<sup>3</sup>;

$d_k$  – діаметр краплини, м.

Приймаючи, що при (повному) випаровуванні краплини на виході факелу розпилу температура води дорівнює температурі повітря (насиченого)  $t_2 = \theta_2 = \theta$ , а вологовміст  $d$ , перепишемо рівняння (7.94) і (7.95) у вигляді:

$$\frac{m_1}{G_v r_0} \frac{d\theta}{d\tau} = \left( \frac{c_p}{r_0} t_1 + \frac{G_w c_w}{G_v r_0} \theta_1 + d_1 \right) - \left( \frac{c_p}{r_0} + \frac{G_w c_w}{G_v r_0} \right) \theta - d, \quad (7.99)$$

$$\frac{m_2}{0.5\beta Sa} \frac{dd}{d\tau} = \frac{(G_v - 0.5\rho_v\beta S)d_1 + 0.5\beta Sa\rho_v\theta_1 + \beta S\rho_v c}{0.5\beta Sa\rho_v} - \frac{0.5\beta S}{0.5\beta Sa} d + \theta. \quad (7.100)$$

Введемо такі позначення:  $\mu_p = G_w/G_v$  – коефіцієнт зрошення;

$$T_1 = \frac{m_1}{G_v r_0}; \quad T_2 = \frac{m_2}{0.5\beta Sa\rho_v}; \quad a_1 = \frac{c_p}{r_0} + \mu_p \frac{c_w}{r_0}; \quad a_2 = \frac{1}{a}; \quad b_1 = \frac{c_p}{r_0} t_1 + \mu_p \frac{G_w}{r_0} \theta_1 + d_1;$$

$$b_2 = \frac{(G_v - \beta S\rho_v)d_1 + 0.5\beta Sa\rho_v\theta_1 + \beta S\rho_v c}{0.5\beta Sa\rho_v}, \text{ і після перетворень матимемо замість}$$

(7.99) і (7.100) рівняння:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\theta}{d\tau} + a_1 \theta - b_1 = -d; \\ T_2 \frac{dd}{d\tau} + a_2 d - b_2 = \theta. \end{cases} \quad (7.101)$$

Об'єднуючи їх в одне рівняння отримаємо:

$$T_1 T_2 \frac{d^2 d}{d\tau^2} + (T_1 a_2 + T_2 a_1) \frac{dd}{d\tau} + (a_1 a_2 + 1) d = b_1 + a_1 b_2, \quad (7.102)$$

або

$$A \frac{d^2 d}{d\tau^2} + B \frac{dd}{d\tau} + C d = D_1, \quad (7.102a)$$

де  $A = T_1 T_2$ ;  $B = T_1 a_2 + T_2 a_1$ ;  $C = a_1 a_2 + 1$ ;  $D_1 = b_1 + a_1 b_2$ .

Розв'язуючи рівняння (7.102a) при початкових умовах:  $\tau = 0$ ;  $d = d_0 = d_1$  (де  $d_0 = d_1$  – вологовміст повітря зовнішнього, яке подається у факел), отримаємо для прямолинійного руху крапель і повітря

$$d(\tau) = \frac{d_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_1}{C}, \quad (7.103)$$

де  $r_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$  – корені характеристичного рівняння.

Аналогічно отримаємо рівняння для зміни температури води (краплин) в часі:

$$A \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + B \frac{d\theta}{d\tau} + Cd\theta = D_2 = a_2 b_1 - b_2, \quad (7.104)$$

і його розв'язок за початкових умов:  $\tau = 0; \theta = \theta_0 = \theta_1$ :

$$\theta(\tau) = \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_2}{C}. \quad (7.105)$$

Продиференціюємо рівняння (7.103):

$$\frac{dd(\tau)}{d\tau} = k_1 r_1 r_2 (e^{r_2 \tau} - e^{r_1 \tau}), \quad (7.106)$$

де  $k_1 = \frac{d_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)}$ ;  $k_2 = k_1 r_1 r_2$ ;

і підставимо отримане значення в рівняння (7.97):

$$-d^2 \frac{dd}{d\tau} = \frac{\rho_v V_\phi^3}{\pi \rho_w} k_2 (e^{r_2 \tau} - e^{r_1 \tau}), \quad (7.107)$$

або  $-d^2 dd = k_0 (e^{r_2 \tau} d\tau - e^{r_1 \tau} d\tau)$ ,  $k_0 = k_2 \frac{\rho_v V_\phi^3}{\pi \rho_w}$ ;  $-\frac{1}{3} d^3 = \frac{k_0}{r_2} e^{r_2 \tau} - \frac{k_0}{r_1} e^{r_1 \tau} + C$ .

При  $\tau = 0; d = d_0; C = -\frac{1}{3} d_0^3 - \frac{k_0}{r_2} + \frac{k_0}{r_1}$ ;

$$-\frac{1}{3} d^3 = \frac{k_0}{r_2} e^{r_2 \tau} - \frac{k_0}{r_1} e^{r_1 \tau} - \frac{1}{3} d_0^3 - \frac{k_0}{r_2} + \frac{k_0}{r_1};$$

$$d^3(\tau) = d_0^3 - \frac{k_0}{r_1} (1 - e^{r_1 \tau}) + \frac{k_0}{r_2} (1 - e^{r_2 \tau});$$

або

$$d(\tau) = \left( d_0^3 - \frac{k_0}{r_1} (1 - e^{r_1 \tau}) + \frac{k_0}{r_2} (1 - e^{r_2 \tau}) \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (7.108)$$

Апроксимуючи експериментальні дані швидкості осідання краплин в факелі повітря-рідинної суміші різного поверхневого діаметру отримали залежність:

$$V_k = a_1 d^2, \quad (7.109)$$

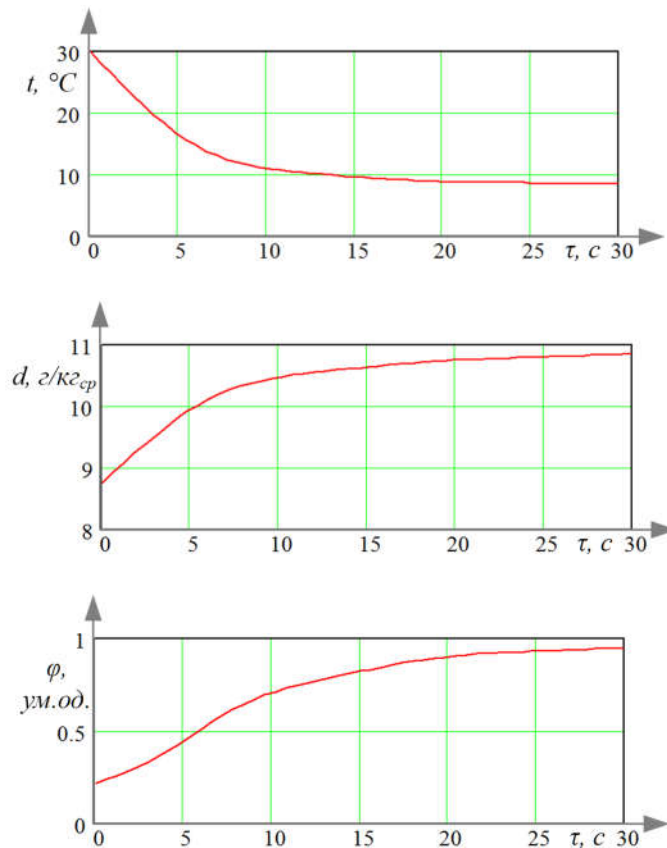
де  $a = 4.3 \cdot 10^{-5}$ ,  $1/(m \cdot s)$  – сталий коефіцієнт.

Враховуючи, що  $V = dH/d\tau$  (де  $H$  – шлях переміщення краплини) з рівняння (7.109) матимемо:

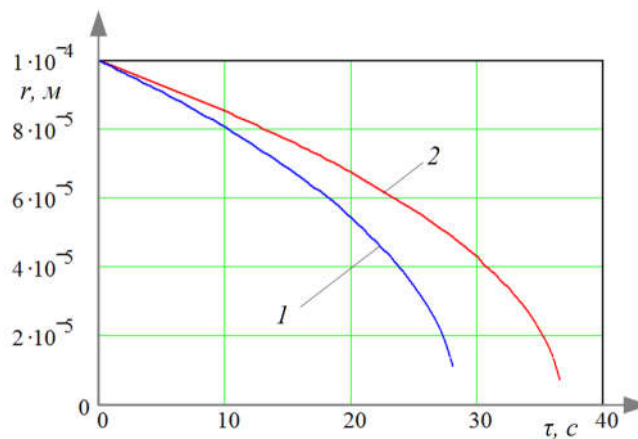
$$\int_0^S dS = a_1 \int_0^\tau \left( d_0^3 - k_3(1 - e^{r_1\tau}) + k_4(1 - e^{r_2\tau}) \right)^{\frac{1}{2}} d\tau, \quad (7.110)$$

де  $k_3 = k_0/r_1$ ;  $k_4 = k_0/r_2$ .

Таким чином отримані рівняння (7.103), (7.105), (7.108) дозволяють визначити зміну основних параметрів розпиленої води та повітря в часі (рис. 7.13-14).



**Рис. 7.13.** Динаміка зміни параметрів повітря на виході факелу розпилу



**Рис. 7.14. Зміна розміру краплини в часі:**

**1 – заряджена крапля; 2 – незаряджена крапля**

Таким чином розроблена математична модель процесу зволоження повітря розпиленою водою в електричному полі, яка дозволяє визначити зміну параметрів повітря в процесі його зволоження та отримано аналітичні залежності для визначення основних параметрів динаміки зволоження повітря і випаровування крапель розпилених в електричному полі. Виконані розрахунки підтверджують можливість збільшення інтенсивності випаровування крапель в електричному полі на 26...30 %.

### **7.6. Математичні моделі динамічних режимів електроаерозольного генератора (розпилювача рідини).**

В практиці сільськогосподарського виробництва широко використовуються відцентрові розпилювачі рідини з ротаційними робочими органами. Механічні ротаційні розпилювачі, досить компактні, не потребують повітряно-надувного обладнання, забезпечуючи розпилення наближене до монодисперсного і має широкий факел розпилу та допускає регулювання дисперсності.

Поєднання механічного ротаційного та електричного способів розпилювання рідини різного призначення (отрутохімікати, ліки, вода для зволоження середовищ має певні переваги: отримання електрично зарядженого аерозолі, який швидко осідає (без втрат) на поверхні рослин (при їх хімічному

захисті), швидко випаровується при зволоженні повітря, дрібнодисперсний аерозоль добре засвоюється при інгаляції сільськогосподарських тварин і птиці.

При розробці електроаерозольного генератора багатоцільового призначення необхідно враховувати, різноманіття оброблюваних об'єктів, та вимоги до режимів обробки; при обприскуванні рослин генератор повинен забезпечити, монодисперсний крапельний розпил із мінімальним випаровуванням; для зволоження повітря навпаки завдання швидкого випаровування аерозолю, при цьому необхідно враховувати можливість зміни витрат рідини при фіксованому розмірі частинок аерозолю.

Можливість регулювання параметрів і режимів функціонування електроаерозольного генератора може забезпечити система автоматичного керування.

Процес утворення електрично зарядженого аерозолю складається із формулювання на електроді плівки рідини з наступним її зарядженням в електричному полі, розпадом плівки на окремі заряджені краплі та переміщення їх в електричному полі й повітряному середовищі або потоці.

В загальному випадку, за наявності в генераторі руху повітряного середовища і конвективного електричного струму, об'ємний заряд, що виникає в об'ємі (між електродному просторі) спотворює електричне поле, напруженість поля буде функцією електричного заряду аерозолю. Тому треба знайти зв'язок між щільністю струму і зарядом вибраного типу електродів.

Вихідна узагальнена система рівнянь, що описує електричне поле генератора за наявності електричного зарядженого аерозолю може бути записана у вигляді:

$$\begin{cases} \operatorname{div} E = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon}; \\ -\rho V_0 \frac{dv}{dx} + qE + \frac{k_c}{a_1} (v - v_n); \\ \operatorname{div} J_k = \frac{\partial \rho}{\partial t}; \end{cases} \quad (7.111)$$

де  $E = \frac{U}{R_1 - R_2}$  – напруженість електричного поля;

$q = \frac{2}{3}\pi^3 \varepsilon_0 E r^2$  – об'ємний заряд;

$v$  – швидкість частинки аерозолі;

$v_n$  – швидкість середовища;

$a_1$  – рухомість частинки;

$\rho$  – густина частинки;

$k_c$  – коефіцієнт опору середовища;

$r$  – радіус частинки;

$U$  – напруга;

$R_1, R_2$  – радіус електродів.

З розв'язку системи (7.111) отримана вольт-амперна характеристика генератора електроаерозолі:

$$J_k = \frac{2U\varepsilon\varepsilon_0v_n}{0.5(R^2 - r_0^2) - r_0^2 \ln \frac{R}{r_0} \left(1 - \frac{8}{3\pi r_0 d^2 n_0}\right)}, \quad (7.112)$$

де  $R, r$  – радіуси диску і циліндричного електроду;

$\varepsilon$  – діелектрична проникність повітря;

$v_n$  – швидкість потоку повітря;

$J_k$  – густина конвективного струму;

$n_0$  – кількість заряджених частинок в об'ємі повітря;

$U$  – напруга;

$d = 2r_k$  – діаметр краплі.

Радіус електрично зарядженої краплі визначається з рівняння:

$$r = \frac{C}{2\omega} \sqrt{\frac{\alpha}{\rho_p R}} - \sqrt{\frac{1.37\varepsilon r^3 E^2}{8\pi\alpha}}, \quad (7.113)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт поверхневого натягу рідини;

$\omega$  – частота обертання диску.

Розглянемо рух краплі при супутньому русі повітряного потоку зумовленого, наприклад обертанням розпилювального диску з лопатками (рис. 7.16). Для складання математичного опису прийmemo такі ідеалізуючи припущення:

- крапля розглядається як сфероподібне тіло яке в процесі руху не деформується;
- зміна маси шляхом випаровування відбувається за законом Максвела: рушійною силою є різниця масової концентрації водяної пари на поверхнею краплі в «ядрі» потоку повітря;
- коефіцієнти дифузії і вологообміну прийнято незмінними і дорівнюють середнім значенням за процес;
- сила аеродинамічного опору повітряного потоку прийнята пропорційною квадрату швидкості обтікання краплі (або швидкості руху краплі в нерухомому середовищі);
- краплі між собою не взаємодіють і зберігають форму кулі;
- температура краплі дорівнює температурі мокрого термометра.

Рівняння руху краплі у супутньому повітряному потоці записується у вигляді:

$$m(\tau) \frac{dV_x}{d\tau} = -V_x \frac{dm(\tau)}{d\tau} - C_x \frac{\rho_v S(\tau)}{2} (V_x + V) \sqrt{(V_x + V)^2 + V_y^2}, \quad (7.114)$$

$$m(\tau) \frac{dV_y}{d\tau} = m(\tau)g - V_y \frac{dm(\tau)}{d\tau} - C_y \frac{\rho_v S(\tau)}{2} V_y \sqrt{(V_x + V)^2 + V_y^2}, \quad (7.115)$$

де  $V_x = \frac{dx}{d\tau}$ ;  $V_y = \frac{dy}{d\tau}$ ;  $\frac{dV_x}{d\tau} = \frac{d^2x}{d\tau^2}$ ;  $\frac{dV_y}{d\tau} = \frac{d^2y}{d\tau^2}$ ;

$m(\tau)$  – маса краплі;

$C_x, C_y$  – коефіцієнт опору;

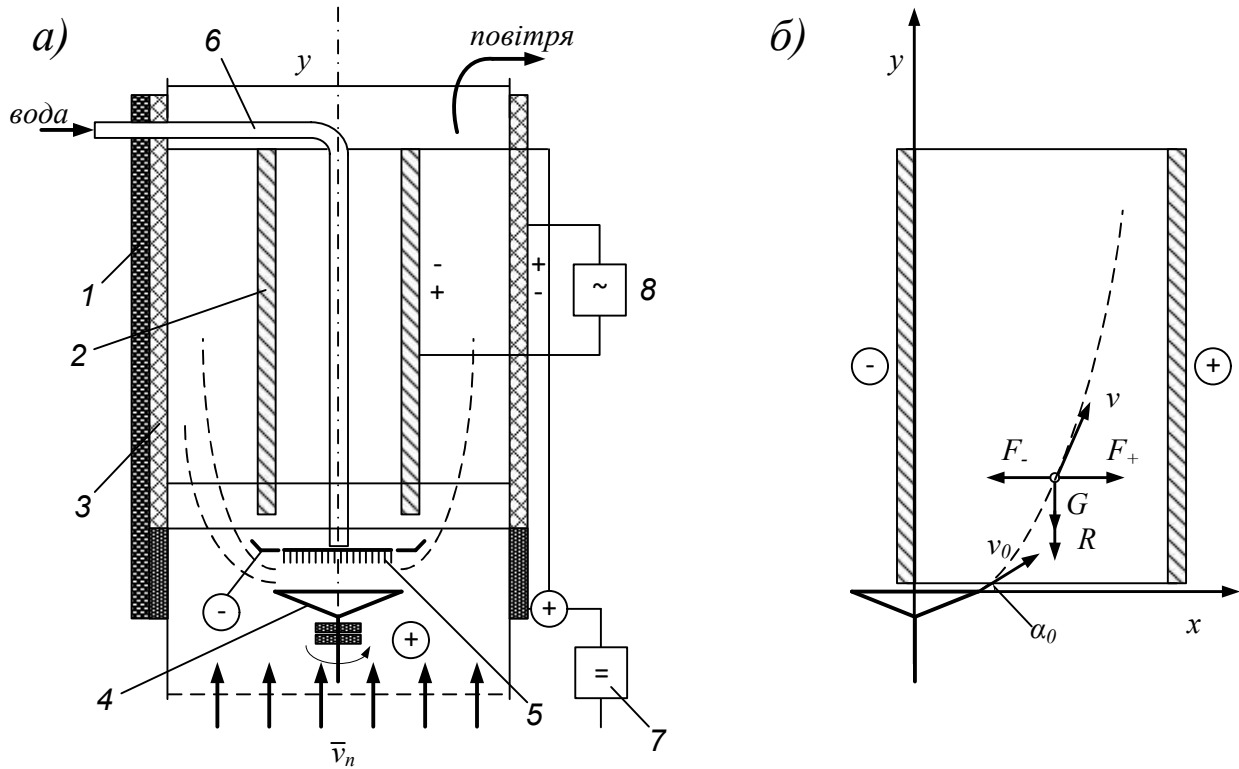
$S(\tau)$  – Міделевий перетин краплі;

$V_x, V_y$  – проекції швидкості краплі на горизонтальну і вертикальну вісі;

$V$  – швидкість повітря;

$g$  – прискорення сили тяжіння;

$\rho_v$  – густина повітря.



**Рис. 7.16. Функціонально-розрахункова схема (а) схема діючих сил (б):**

**1 – корпус (електроізолюваний) пневмоканалу;**

**2, 3 – циліндричні електроди; 4 – обертальний диск;**

**5 – коронуючі електроди; 6 – трубопровід дозованої подачі рідини; 7, 8 – джерела високої напруги**

Рівняння масообміну (випаровування краплі):

$$-\frac{dm(\tau)}{d\tau} = \beta F(\tau)(d''(\theta_m) - d)\rho_v, \quad (7.116)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт масообміну;

$F(\tau)$  – поверхня краплі;

$d$  – вологовміст повітря (масова концентрація вологи в повітрі);

$d''(\theta_m)$  – вологовміст повітря в стані насичення при температурі поверхні краплі;

$\theta_m$  – температура мокрого термометра.

Рівняння зміни вологовмісту потоку повітря:

$$m_v \frac{dd(\tau)}{d\tau} = \beta F(\tau)(d''(\theta_m) - d)\rho_v, \quad (7.117)$$

де  $m_v$  – маса повітря в струмені.

Замінюючи змінні величини  $m(\tau), S(\tau), F(\tau)$  через змінний радіус краплі:

$$m(\tau) = \frac{4}{3}\rho_w\pi(r(\tau))^3; S(\tau) = \pi(r(\tau))^2; F(\tau) = 4\pi(r(\tau))^2, \text{ в рівняннях (7.111) – (7.114)}$$

після перетворень матимемо:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{d\tau} = -3\frac{V_x}{r(\tau)}\frac{dr(\tau)}{d\tau} - \frac{k}{r(\tau)}(V_x + V)\sqrt{(V_x + V)^2 + V_y^2} + K_2E \sin \omega\tau; \\ \frac{dV_y}{d\tau} = g - 3\frac{V_y}{r(\tau)}\frac{dr(\tau)}{d\tau} - \frac{k}{r(\tau)}V_y\sqrt{(V_x + V)^2 + V_y^2}; \\ -\frac{dr(\tau)}{d\tau} = \frac{\beta\rho_v}{\rho_w}(d''(\theta_m) - d)\frac{1}{r(\tau)}; \\ \frac{dd(\tau)}{d\tau} = \frac{4\pi\beta\rho_v(r(\tau))^2}{m_v}(d''(\theta_m) - d), \end{cases} \quad (7.118)$$

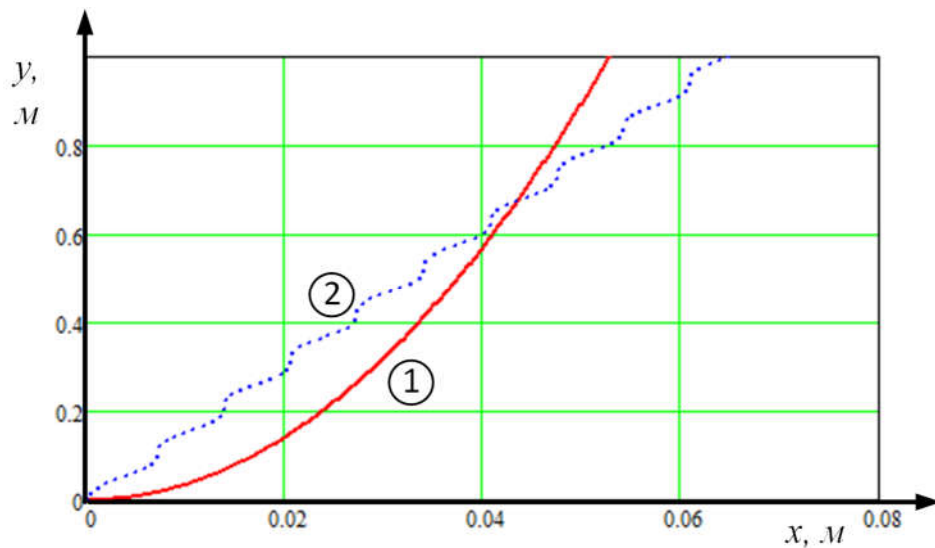
$$\text{де } K_2 = \frac{72\varepsilon_0 r^2}{d^3 \rho}.$$

Для визначення параметрів повітряного потоку  $d''(\theta_m)$ ,  $t$  і  $\theta$  використана система рівнянь теплового і матеріального балансу:

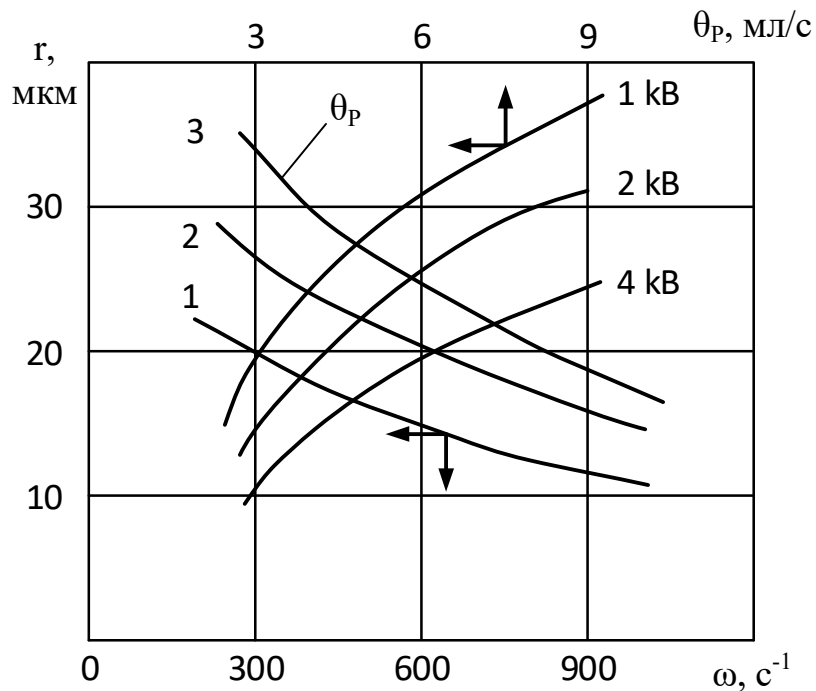
$$\begin{cases} m_n c_n \frac{dt_2}{d\tau} = G_n c_n (t_1 - t_2) - \alpha F(\bar{t} - \bar{\theta}) + r G_n (d_1 - d_2); \\ m_p c_p \frac{d\theta_2}{d\tau} = G_p c_p (\theta_1 - \theta_2) + \alpha F(\bar{t} - \bar{\theta}) - r G_n (d_1 - d_2); \\ m_n \frac{dd_2(\tau)}{d\tau} = G_n (d_1 - d_2) + \beta F(a\bar{\theta}_m + c - \bar{d}), \end{cases} \quad (7.119)$$

$$\text{де } F = 4\pi r(\tau)^2.$$

Розв'язок системи рівнянь, при загальноприйнятих спрощеннях дозволив визначити вплив основних параметрів процесу: напруженості (напруги), частоти обертання електроду і витрат рідини на величину радіусу утворених частинок аерозолю.



**Рис. 7.17. Траєкторії руху частинок аерозолію під дією повітряного потоку (1) та змінного електричного поля (2)**



**Рис. 7.18. Залежність радіусу крапель  $r(\omega)$  та витрат речовини  $\theta_p(\omega)$  від частоти обертання електрода**

Радіус частинок суттєво зменшується при збільшенні частоти обертання електроду. При збільшенні витрат – збільшується розмір частинок аерозолію, але із збільшенням напруги (і відповідно напруженості краплі) зменшується в розмірах (рис. 7.18).

Таким чином, змінюючи частоту обертання і напругу на електродах можна стабілізувати розмір крапель при зміні (при необхідності) розмір частинок аерозолю.

### **7.7. Математична модель сушіння зерна озоноповітряною сумішшю.**

Із існуючих технологічних заходів, щодо знезаражувальної та детоксичної дії на зерновий матеріал найкраще зарекомендувало озонування, тобто обробка зернових матеріалів газоподібним озоном ( $O_3$ ) або озоноповітряною сумішшю. Результатами досліджень [95] встановлено, що основний механізм дії на організми, полягає у їх активному окисленні. Озон вступає в хімічні реакції з різними речовинами, тому числі та токсичними. Взаємодіючи з такими речовинами, як мікотоксини і пестициди, озон вступає з ними в хімічні реакції [95], перетворюючи їх у неядовиті речовини. Збільшення вологості зерна позитивно впливає на ефективність знезараження озоном.

Експериментальними дослідженнями встановлено інтенсифікуючи дію озоноповітряної суміші на процес зневоднення зерна (при сушінні) [95, 98]. Верхні оболонки насінин злаків складаються з декількох шарів щільних кліткових стінок із значною щільністю капілярів, мікропор (які частково містять кліткову вологу) проникних для газового озону в суміші з повітрям. В результаті взаємодії озону з поверхневою рідиною, озон абсорбується вступаючи в хімічні реакції з утворенням озонідів. Проходячи крізь зернову масу озон розкладається на  $O_2$  і  $O$ , виділяючи теплоту (до 150 кДж/моль) [95]. Атомарний кисень пов'язує вологу навколо себе у вигляді грон, які виносяться потоком повітря, збільшуючи вологовміст контактуючого шару повітря [98]. Відбувається зниження поверхнево зв'язаної вологи: озон може чинити дію на проникність мембран клітин, а присутність атомарного кисню забезпечує видалення вологи з клітин [95] на поверхню.

Теплота, що виділяється при розпаді озону та інших хімічних реакціях з колоїдними структурами і присутність атомарного кисню та іонів різної полярності ініціює виведення сорбційно зв'язаної вологи. Електричні сили

можуть сприяти ослабленню дипольних зв'язків молекул води зі стінками поверхні. Все це суттєво впливає на швидкість зневоднення зерна. Існує, ще гіпотеза, щодо прискорення вологовіддачі при взаємодії озono-повітряної суміші з зерном, згідно з якою при контактуванні озону з рослинним матеріалом, виникають вільнорадикальні процеси, які інтенсивно поширюються у внутрішніх тканинах з передачею енергії, що утворюється на поверхневих клітинах матеріалу, до внутрішніх тканин. Частка цієї енергії витрачається на фізико-хімічні перетворення зі зміною структури клітинних мембран. При цьому виникаючі перетворення впливають на іонну проникність клітини та її окислювально-відновлювальний потенціал. Певна частина енергії фізико-хімічних перетворень виділяється у вигляді теплоти.

Для проектування установок активного вентиляювання зерна та розрахунку режимів сушіння при використанні озono-повітряного сушильного агенту необхідно визначити кінетику сушіння: – зміну в часі вологості та температури зернового матеріалу. Це дозволить визначити час (експозицію) сушіння, необхідну продуктивність вентиляційної установки і потужність генератора озону. Ця задача вирішується шляхом укладання математичної моделі процесу сушіння та ідентифікації її параметрів на основі співставлення математичного опису процесу зневоднення з даними по сушінню зерна, отриманими експериментально. Враховуючи складні процеси масообміну, хімічних реакцій і теплопереносу, для складання розрахункової моделі треба зробити спрощуючі припущення ідеалізуючи модельований процес.

Фізична модель процесу сушіння зерна озono-повітряною сумішшю оснований на таких припущеннях:

1. Процеси поглинання озону, вологою (абсорбція) розчинення його у воді фізико-хімічно зв'язаною з колоїдними структурами, стінками мікропор і капілярів з виділенням теплової енергії порушує енергетичні зв'язки молекул води, що призводить до вивільнення зв'язаних плівок вологи і перехід молекул води в паро-повітряне середовище. При цьому знижується енергія зв'язку вологи з

матеріалом і відповідно величина рівноважного вологовмісту, відповідно до формули А. Гінзбурга (1973):  $U_p = U_g \exp\left(-\frac{a_c \Delta E_\varphi}{RT}\right)$  (де  $U_g$  – величина гігроскопічної вологи (крайової);  $a_c$  – сорбційна активність вологи;  $\Delta E_\varphi$  – енергія розподілу рівноважної водяної пари;  $R$  – універсальна газова стала;  $T$  – абсолютна температура;  $U_p = f(t, d, C)$  – рівноважна вологість є функцією температури  $t$ , вологовмісту  $d$  і концентрації озону  $C$  в оточуючому середовищі. Кількісно оцінити вплив озону на процес сушіння можна тільки визначивши, зменшення рівноважного значення вологовмісту зерна від концентрації озону  $C_{O_3}$  в повітрі:  $\Delta u_p(C_{O_3})$ ).

2. Виділення теплоти абсорбції, хемосорбції та хімічних перетворень сприяє перетворенню вивільненої зв'язаної води в пару, що кількісно можна оцінити із очевидної рівності:  $\varepsilon \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} \approx \varepsilon \frac{\Delta \bar{u}}{\Delta \tau} = \varepsilon \frac{Q_t}{\rho_0 r_0}$  (де  $\varepsilon \frac{du_n}{d\tau}$  – критерій фазового перетворення;  $du_n$  – зміна вологовмісту зернівки, за рахунок видалення вологи у вигляді пари;  $du$  – загальна зміна вологовмісту, за рахунок видалення рідкої і парової вологи;  $\rho_0$  – густина абсолютно сухого зерна;  $r_0$  – питома теплота пароутворення;  $\tau$  – поточний час).
3. Температура зерна змінюється рівномірно за об'ємом (градієнт температури в зернівці відсутній).
4. Кількість абсорбованого (адсорбованого) озону пропорційно зменшено кількості озону в оточуючому повітрі.
5. В усталеному процесі концентрація озону в повітрі пропорційна концентрації озону в поверхневому шарі зерна:  $a_{O_3}^p = K_o C_{O_3}$  (де  $a_{O_3}^p$  – рівноважна концентрація адсорбованого озону (тобто в зерна);  $C_{O_3}$  – концентрація озону в повітрі;  $K_o$  – коефіцієнт пропорційності, який визначається з експерименту).

6. Для спрощення аналітичного аналізу зміна теплофізичних і масопереносних властивостей повітря та зерна в часі не враховується.

Для аналітичного дослідження (вивчення) процесу сушіння зерна озono-повітряною сумішшю найбільш доцільно використовувати розв'язки диференціальних рівнянь масопереносу для кулястої частинки (яка моделює зернівку):

$$\frac{\partial u(r, \tau)}{\partial \tau} = a_m \left( \frac{\partial^2 u(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial r} \right) + \varepsilon \frac{\partial \bar{u}(r, \tau)}{\partial \tau}, \quad (7.120)$$

з крайовими умовами:

$$\begin{aligned} -a_m \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial r} &= \beta \left( u(r, \tau) - (u_p(t, d, C) - \Delta u_p) \right); \\ \frac{\partial u(0, \tau)}{\partial r} &= 0; \quad u(0, \tau) = u_0, \end{aligned} \quad (7.121)$$

та диференціальне рівняння теплового (енергетичного) балансу:

$$c \rho_0 R_v \frac{d\bar{\theta}}{d\tau} - \rho_0 r_0 R_v \frac{d\bar{u}}{d\tau} = \alpha \left( t_c - \bar{\theta}(\tau) \right) + Q k(\theta) \rho_0, \quad (7.122)$$

де  $\theta, t_c$  – температура зерна і сушильного агента;

$r$  – поточний радіус зернівки (координата);

$R_v = \frac{4}{3} R$  – гідравлічний радіус;

$R$  – еквівалентний радіус зернівки;

$\alpha, \beta$  – коефіцієнти тепло- і масообміну;

$c$  – питома теплоємність речовини зернівки;

$Q$  – теплота, що виділяється в зернівці при поглинанні озону;

$k(\theta)$  – константа швидкості хімічних реакцій;

$a_m$  – коефіцієнт масопровідності  $[a_m(\theta)]$ .

Розв'язок рівняння (7.120) з крайовими умовами (7.121) відомий [79] і може бути записаний у вигляді зміни середньооб'ємного вологовмісту зернівки:

$$\frac{u(\tau) - u_p^*}{u_0 - u_p^*} = -\frac{\rho_0 m}{15} \left( 1 + \frac{5}{Bi_m} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\rho_0 m}{\mu_n^2} \right) B_n e^{-\mu_n^2 \frac{a_m}{R^2} \tau}, \quad (7.123)$$

де  $B_n = \frac{6Bi_m^2}{\mu_n^2(\mu_n^2 + Bi_m^2 - Bi_m)}$ ;  $\mu = (Bi_m - 1)tg\mu$  – корені характеристичного рівняння.

В стадії регулярного режиму зміну середнього вологовмісту можна описати використовуючи один (перший) член ряду  $(\mu_1, B_1)$ , тоді рівняння (7.123) спрощується:

$$u(\tau) = u_p^* + (u_0 - u_p^*) \frac{Po_m}{15} \left(1 + \frac{5}{Bi_m}\right) + \left(1 + \frac{Po_m}{\mu_1^2}\right) B_1 e^{-\mu_1^2 \frac{a_m}{R^2} \tau}, \quad (7.124)$$

де  $Po_m = \frac{Q_m R^2}{a_m (u_0 - u_p^*)}$  – масообмінний критерій Померанцева;

$Bi_m = \frac{\beta R}{a_m}$  – масообмінний критерій Біо;

$$\mu_1^2 = \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{3Bi_m}\right)^{-1}.$$

Використання рівнянь (7.123) або (7.124) для розрахунку кінетики сушіння (визначення  $\bar{u}(\tau)$ ), потребує знання вихідних коефіцієнтів  $a_m, \beta$  та критеріїв  $Po_m, Bi_m$ .

Для розрахунку зміни вологовмісту зерна в часі за рівнянням (7.123) і порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними, невідомі коефіцієнти і критерії можна оціночно визначити за літературними даними [108]:  $a_m = 5.0 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $Bi_m = 0.9\theta$ ;  $Q_m = \varepsilon \cdot 4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/с}$ ;  $R = 1.9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $\varepsilon_{cp} = 0.225$ ;  $Po_m = \varepsilon_{cp} 1.37 = 0.31$ .

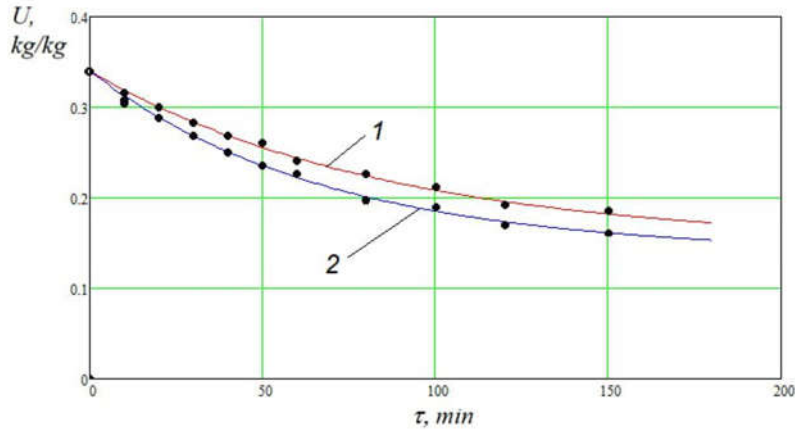
Експерименти проведено при сушінні моношару зерна (рис. 7.19) (шар в одну-дві зернини), при швидкості продувки повітрям 0.7 м/с, температури повітря 23.4 °С, і його вологості 52 %, концентрація озону  $C_{O_3} = 0.36 \text{ кг/м}^3$ .

Для зменшення впливу випадкових факторів і систематичних похибок при експериментах на результати визначення кінетичних (шуканих) коефіцієнтів, дані експерименту, попередньо оброблялись і у вигляді апроксимованих залежностей  $u(\tau)$  використовувались як масиви даних експерименту.

Використовуючи функціональну залежність, отриману за розв'язком рівняння Ликова-Шервуда визначені рівняння, що апроксимують описують дані експерименту на рис. 7.19:

$$u_1(\tau) = 0.13 + 0.21e^{-0.031\tau}; \quad (7.125)$$

$$u_2(\tau) = 0.11 + 0.23e^{-0.034\tau}. \quad (7.126)$$



**Рис. 7.19.** Зміна вологовмісту зерна в елементарному шарі за часом при фільтрації повітрям без озону (1) та повітрям з озоном (2)

Для використання алгоритму (ідентифікації) Левенберга-Марковарда [58] для визначення невідомих коефіцієнтів рівняння (7.123) за даними отриманими із емпіричних залежностей, розв'язки характеристичного трансцендентного рівняння (4):  $(\mu_1 \dots \mu_6)$  апроксимовано рівнянням множинної регресії для  $\mu_1$ :

$$\mu_1 = b_0 + b_1 Bi_m + b_2 Bi_m^{b_3}, \quad (7.127)$$

для  $(\mu_2 \dots \mu_6)$  апроксимуючу залежність визначено у вигляді поліному другого ступеня:

$$\mu = b_0 + b_1 Bi_m + b_2 Bi_m^2. \quad (7.128)$$

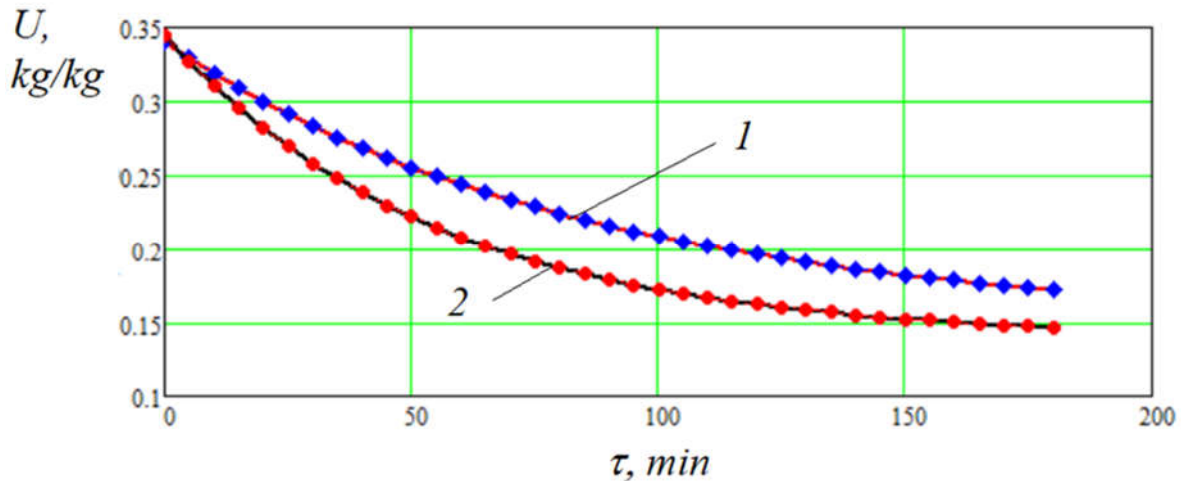
Підставивши залежності (7.127) – (7.128) в рівняння (7.123) і за допомогою вбудованої функції "genfit" у математичному пакеті Mathcad, що реалізує алгоритм Левенберга-Марковарда визначені значення шуканих  $a_m, Bi_m, Po_m$  при яких залежність (7.123) буде найбільш точно описувати набір визначених масивів даних за залежностями (7.125) і (7.126).

Невідому величину  $\Delta \bar{u}_p$  визначимо методом зворотних задач використовуючи наближене рівняння (7.124) підставляючи невідомі значення  $u_p^* = u_p(t, d) - \Delta u_p$  та визначені значення  $a_m, Bi_m, Po_m$  і  $\mu_1^2(Bi_m)$ , та апроксимовані рівняння (7.125) і (7.126):

$$\frac{\bar{u}(\tau) - u_p - \Delta u_p}{\bar{u}_0 - u_p - \Delta u_p} = \frac{Po_m}{15} \left(1 + \frac{5}{Bi_m}\right) + \left(1 + \frac{Po_m}{\mu_1^2}\right) B_1 e^{-\mu_1^2 \frac{a_m}{R^2} \tau}, \quad (7.129)$$

де  $u_{p(1)} = 0.13$ ;  $u_{p(2)} = 0.11$ ;  $B_1 = \frac{6Bi_m^2}{\mu_1^2(\mu_1^2 + Bi_m^2 - Bi_m)}$ .

На рис. 7.20 наведено розрахункові (рівняння (7.123)) та експериментальні дані залежності (7.126) та (7.127).



**Рис. 7.20. Зміна вологовмісту зерна в часі при вентиляванні:  
1 – повітрям; 2 – озono-повітряною сумішшю  
(точки – дані експериментів)**

В результаті визначено величину зменшення рівноважного вологовмісту  $\Delta u_p = 0.02$  кг/кг<sub>с.р.</sub>

Для визначення коефіцієнта фазового перетворення  $\varepsilon$  спростимо запис вихідного рівняння (1):

$$\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{a_m}{1-\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u(r,\tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u(r,\tau)}{\partial r} \right), \quad (7.120a)$$

Розв'язок якого за крайових умов (7.121) (для першого члену ряду) для середнього вологовмісту в стадії регулярного режиму матиме вигляд:

$$\bar{u}(\tau) - u_p^* = B_1(u_0 - u_p^*)e^{-\mu_1^2 \frac{a_{ek}}{R^2} \tau}, \quad (7.130)$$

де  $a_{ek} = \frac{a_m(\theta)}{1-\varepsilon}$  – коефіцієнт еквівалентної масопровідності, яка враховує перенос вологи рідиною і парою.

Швидкість сушіння визначена інтегруванням рівняння (7.130) за часом:

$$-\frac{d\bar{u}(\tau)}{d\tau} = \mu_1^2 \frac{a_{ef}}{R^2} B_1(u_0 - u_p^*)e^{-\mu_1^2 \frac{a_{ek}}{R^2} \tau}. \quad (7.131)$$

Виключивши з рівнянь (7.130) і (7.131) величину  $B_1$  (підставивши  $B_1$  із (7.131)) отримаємо:

$$-\frac{d\bar{u}(\tau)}{d\tau} = -\mu_1^2 \frac{a_{ek}}{R^2} B_1 (u(\tau) - u_p^*). \quad (7.132)$$

Характеристичне число  $\mu_1$ , досить точно апроксимується формулою О. Ликова (для кулі):

$$\mu_1^2 = \left( \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{3Bi_m} \right)^{-1}. \quad (7.133)$$

Тоді рівняння кінетики набуває вигляду:

$$-\frac{d\bar{u}(\tau)}{d\tau} = k_c (u(\tau) - u_p + \Delta u_p); \quad (7.134)$$

$$k_c = \frac{a_m(\theta)}{R^2 \left( \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{3Bi_m} \right)}. \quad (7.135)$$

Оскільки еквівалентна вологопровідність за визначення дорівнює  $a_{ek} = \frac{a_m(\theta)}{1-\varepsilon}$ , то:

$$\varepsilon = 1 - \frac{a_{ek}}{a_m(\theta)}; \quad (7.136)$$

$$a_m(\theta) = 0.662\theta_z^2 10^{-12}, \quad (7.137)$$

де  $\theta_z$  – температура зерна.

Розв'язок рівняння (7.134) за початкових умов:  $\tau = 0, u = u_0$ , отримаємо:

$$\bar{u}(\tau) = (u(\tau) - u_p + \Delta u_p) e^{-k_c \tau} + (u_p - \Delta u_p). \quad (7.138)$$

Коефіцієнт сушіння  $k_c$  визначається з експериментальних кривих  $u_1(\tau)$ ,  $u_2(\tau)$  за відомою формулою:

$$k_c = \frac{1}{\tau} \ln \frac{u_0 - u_p^*}{u_k - u_p^*}, \quad (7.139)$$

де  $u_0, u_k$  – початковий та кінцевий вологовміст;

$\tau$  – час сушіння (визначається з експериментальних кривих).

Зміну температури зерна в процесі вентилявання визначимо підстановкою в рівняння теплового балансу (7.120а) швидкості сушіння та продиференціювавши рівняння (7.138) за часом  $d\bar{u}(\tau)/d\tau$ :

$$C \frac{d\bar{\theta}(\tau)}{d\tau} + A\bar{\theta}(\tau) = At_c - P e^{-k_c \tau} + Q_t; \quad (7.140)$$

$$\text{де } A = \frac{\alpha}{R_v \rho_0}; P = k_c(u(\tau) - u_p^*)r^*; Q_t = \frac{r\varepsilon}{R_v \rho_0} \frac{\Delta u}{\Delta \tau}.$$

В експериментах по сушінню температура зерна не вимірювалась.

Проведені попередні розрахунки підтверджують основні гіпотетичні припущення, що до формування фізико-математичної моделі. Встановлено та числено оцінено інтенсифікуючу дію озону в сушильному агенті (озоно-повітряна суміш з концентрацією озону  $C_{O_3} = 0.36 \text{ мг/м}^3$ ) на процес видалення вологи, а саме: зменшення величини рівноважного вологовмісту  $\Delta \bar{u}_p = 0.02 \text{ кг/кг}_{\text{с.р}}$ , що еквівалентно зменшенню  $\varphi = P_g/P_h$  на 5 %; збільшення коефіцієнту масопровідності з  $a_m = 4.3 \cdot 10^{-10}$ , до  $a_{ek} = 6.5 \cdot 10^{-10}$ ; що еквівалентно збільшенню температури зерна на  $1.6 \text{ }^\circ\text{C}$ ; збільшення кількості переносу вологи у вигляді пари  $\varepsilon = 0.3$ .

Використані рівняння кінетики сушіння (7.130) і (7.134) адекватно описують кінетичні закономірності сушіння зерна озоно-повітряним сушильним агентом (рис. 7.20).

Для вивчення впливу концентрації озону  $C_{O_3}$  на кінетику сушіння зерна, проведено експериментальне сушіння зерна в шарі завтовшки 5...8 мм, повітрям (швидкість на вході в шар 0.8 м/с) для різної концентрації озону в повітрі  $C_{O_3} = 0.18 \dots 0.51 \text{ мг/м}^3$ .

Результати експериментів представлені на рис. 7.21 у вигляді залежностей  $\bar{u}(\tau, C_{O_3})$ . Сушіння проведено до рівноважної (незмінної в часі вологості зерна).

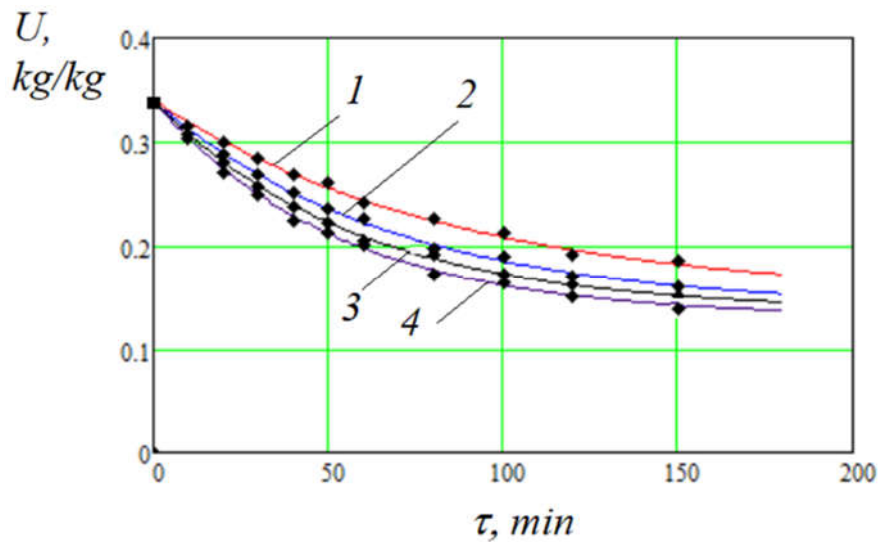
Для визначення коефіцієнтів в рівняннях (7.123), (7.131), (7.134) графічні залежності  $\bar{u}(\tau, C_{O_3})$  апроксимовані рівняннями у вигляді розв'язку рівнянь (7.134):

$$u_1(\tau) = 0.149 + 0.191 \exp(-0.0117\tau); \quad (7.141)$$

$$u_2(\tau) = 0.139 + 0.2 \exp(-0.0147\tau); \quad (7.142)$$

$$u_3(\tau) = 0.136 + 0.204 \exp(-0.0172\tau); \quad (7.143)$$

$$u_4(\tau) = 0.13 + 0.21 \exp(-0.0185\tau). \quad (7.144)$$



**Рис. 7.21. Зміна вологовмісту зерна в часі при вентиляванні повітрям (1) та озono-повітряною сумішшю (2-4), з концентрацією озону (мг/м<sup>3</sup>) (де точки – дані експериментів): 2–0.18; 3–0.38; 4–0.51**

Використовуючи розглянутий вже алгоритм ідентифікації, шляхом порівняння теоретичних рівнянь (7.123), (7.131), (7.134) з експериментально отриманими рівняннями визначено основні коефіцієнти і критерії, при підстановці у відповідні рівняння дозволяють побудувати і кількісно оцінити кінетичні закономірності сушіння зерна озono-повітряною сумішшю. На рис. 7.22 наведені кінетичні залежності отримані експериментом та розрахунками за отриманими формулами (7.134) – (7.137).

Являє практичний інтерес визначити і кількісно оцінити процес поглинання та розповсюдження озону у вентиляюемому шарі зерна. Взаємодію озону у повітряній суміші з зерном в процесі вентилявання, в загальному випадку, можна представити, як масообмінний процес абсорбції, відповідно до теорії плівкової дифузії (взаємодія речовини в повітрі з плівками рідини на поверхні пористої структури зернівки) і описати кінетичними рівняннями масопередачі:

$$-V_n \frac{dC_{O_3}}{d\tau} = \beta F (C_{O_3} - C_p), \quad (7.145)$$

де  $C_{O_3}, C_p$  – концентрація озону в повітрі та в зерні (рівноважна з повітрям);  
 $\beta, F$  – коефіцієнт масопередачі та площа поверхні контакту;

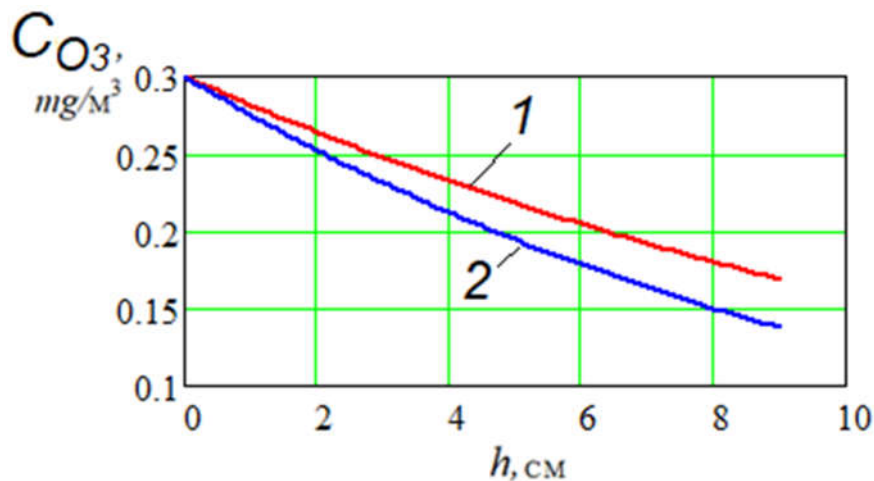
$V_n = mV_m$  – об'єм повітря в шарі зерна;

$V_m = F_p H_m$  – об'єм шару зерна;

$F_p$  – площа повітророзподільної решітки;

$H_m$  – висота шару зерна на решітці;

$m$  – порозність зернового шару.



**Рис. 7.22.** Зміна концентрації озону від висоти шару вентильованого зерна: 1 –  $\omega_1 = 28\%$ ; 2 –  $\omega_2 = 14\%$

Висота елементарного шару зерна в напрямку руху повітря:

$$dh = v d\tau, \quad (7.146)$$

де  $v = v_{in}/m$  – швидкість повітря;

$v_{in}$  – швидкість повітря на вході в шар.

З урахуванням (7.146) рівняння (7.145) матиме вигляд:

$$V \frac{dC_{O_3}}{dh} = - \frac{\beta F}{mV_m} (C_{O_3} - C_p). \quad (7.147)$$

Розв'язок рівняння (7.147) за граничної умови:  $h = 0$ ;  $C_{O_3} = C_0$  (де  $C_0$  – концентрація озону в повітрі на вході в шар), матиме вигляд:

$$C_{O_3}(h) = C_p + (C_0 - C_p) e^{-\frac{k_a h}{v}}, \quad (7.148)$$

де  $k_a = \frac{\beta F}{mV_m}$  – коефіцієнт абсорбції.

Проведені експерименти, щодо визначення ступеню поглинання озону зерном різної вологості ( $\omega_1 = 28\%$ ,  $\omega_2 = 14\%$ ) (графіки на рис. 7.22) показали, що вологе зерно поглинає більше озону ніж висушене. Тому в процесі сушіння зерна в шарі, має місце переміщення "фронту" (умовної межі поглинання) озону з вентилязованого повітря.

Отримані за експериментом графіки апроксимовано експоненціальними залежностями концентрації озону від висоти шару зерна:

$$C_1(h) = C_0 \exp(-0.0638h); \quad (7.149)$$

$$C_2(h) = C_0 \exp(-0.0866h), \quad (7.150)$$

де  $h$  – висота шару зерна, см;

$$C_0 = 0.3 \text{ мг/м}^3.$$

Порівнюючи теоретичні (7.148) та експериментальні (7.149) – (7.150) залежності визначили величини коефіцієнта поглинання озону:

$$k_1 = 0.0934; k_2 = 0.1145 \frac{1}{\text{см}}; C_{p1} = 0.3; C_{p2} = 0.15.$$

На рис. 7.23 наведена графічна залежність концентрації озону від висоти вентилязованого шару зерна.

Розподіл концентрації озону за висотою вентилязованого шару для різного вологовмісту зерна можна апроксимувати залежністю:

$$C_{O_3}(h, u) = C_0 \exp(-(0.05 + 0.118u)h), \quad (7.151)$$

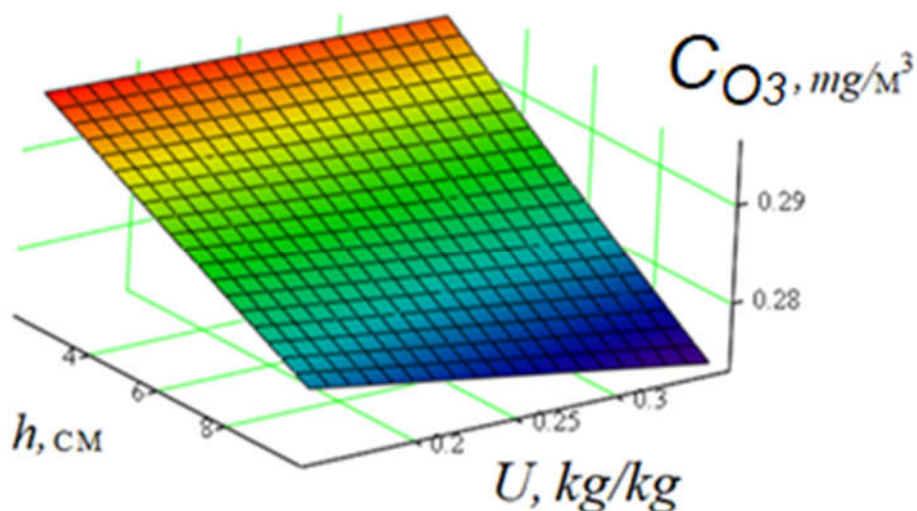
де  $u$  – вологовміст зерна.

Проведеними дослідженнями визначено кінетичні закономірності сушіння зерна озono-повітряним сушильним агентом в елементарному шарі, де перебіг процесів тепло- і масообміну відбувається при постійних значеннях параметрів сушильного агента ( $t, d, \varphi$ ).

При сушінні зерна в нерухомому шарі або при перехресному переміщенні зерна та сушильного агента (сушіння зерна на конвеєрі) швидкість зміни вологовмісту зернівок, що знаходяться на певній висоті всередині шару, залежать від параметрів сушильного агента ( $t, d, \varphi$ ) на цій висоті, і параметри сушильного агента будуть залежати від висоти знаходження окремих зернин:

$t(h), d(h), \varphi(h)$ . Тому для опису процесу сушіння в щільному шарі треба враховувати зміну параметрів сушильного агенту за висотою і в часі.

При зміні параметрів фільтруємого повітря в шарі зерна необхідно враховувати і зміну рівноважного вологовмісту зерна, який є функцією параметрів середовища [108].



**Рис. 7.23. Залежність концентрації озону в повітрі на виході шару зерна в залежності від висоти шару та вологовмісту зерна**

Зазвичай, для зерна рівноважну вологість визначають за відомою формулою Гендерсона.

В діапазоні низьких температур (20...30 °С), рівноважну вологість можна визначити за лінеаризованою залежністю, з урахуванням  $\Delta u_p(C_{O_3})$ :

$$u_p = a_0 + a_1 d - b_1 t - \Delta u_p(C_{O_3}), \quad (7.152)$$

де  $a_0 = 0.136$ ;  $a_1 = 0.00751$ ;

$b_1 = 0.00322$ ;

$\Delta u_p = 0.0392 C_{O_3} - 0.001$ .

За таких умов кінетику процесу сушіння зерна озono-повітряною сумішшю в шарі можна описати системою диференціальних рівнянь, складених на основі теплового і матеріального балансу [108] при конвективному тепло- і масообмінні:

$$\frac{\partial t(\tau, h)}{\partial \tau} + \frac{3600}{l} \frac{\partial t(\tau, h)}{\partial h} = \frac{\rho_z c_z}{\rho_n c_n \varepsilon} \frac{\partial \theta(\tau, h)}{\partial \tau} - \frac{\rho_z r}{\rho_n c_n \varepsilon} \frac{\partial u(\tau, h)}{\partial \tau} 10^{-2}; \quad (7.153)$$

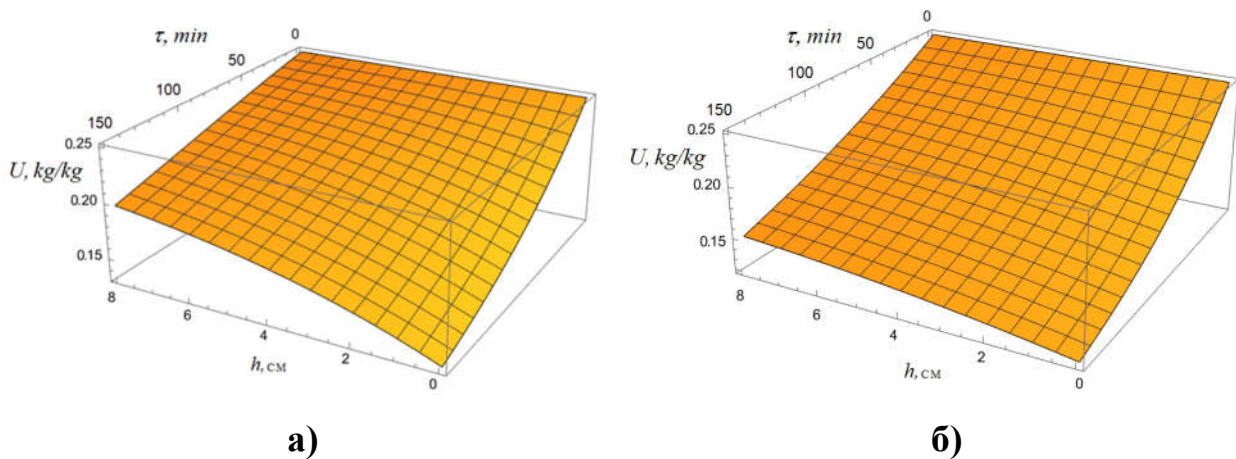
$$-\frac{\partial u(\tau, h)}{\partial \tau} = \frac{\rho_n}{10\rho_z} \left( \frac{\partial d(\tau, h)}{\partial \tau} + 3600V \frac{\partial d(\tau, h)}{\partial h} \right); \quad (7.154)$$

$$\frac{\partial t(\tau, h)}{\partial \tau} + 3600V \frac{\partial t(\tau, h)}{\partial h} = \frac{\alpha_m \rho_z}{\rho_n c_n \varepsilon} (t(\tau, h) - \theta(\tau, h)); \quad (7.155)$$

$$\frac{\partial u(\tau, h)}{\partial \tau} = -k_c(t, C_{O_3})(u(\tau, h) - a_1 d(\tau, h) - b_1 t(\tau, h) - C_1 C_{O_3}). \quad (7.156)$$

Для чисельного розв'язку системи (7.153) – (7.156) в математичному пакеті Mathematica додаємо крайові умови:  $u(0, h) = u_0$ ;  $\theta(0, h) = \theta_0$ ;  $t(\tau, 0) = t_1$ ;  $d(\tau, 0) = d_1$  (де  $u_0, \theta_0$  – параметри зерна на початок сушіння;  $t_1, d_1$  – параметри повітря на вході в шар зерна).

Графічна інтерпретація чисельного розв'язку системи (7.153) – (7.156) зображена на рис. 7.24.



**Рис. 7.24. Зміна вологовмісту зерна в часі та за висотою шару зерна:**  
**а) при вентиляванні повітрям; б) при вентиляванні озono-повітряною сумішшю (концентрація озону 0.51 мг/м<sup>3</sup>)**

Використання озону, шляхом підмішування його до сушильного агента (озono-повітряна суміш) інтенсифікує процес сушіння зернової продукції в нерухомому шарі, збільшуючи швидкість зневоднення зерна та кількості видаленої вологи (завдяки послабленню зв'язків молекул води з клітинами зернівок). Збільшення кількості видаленої з зерна вологи при сушінні озono-

повітряною сумішшю підтверджується зменшенням рівноважного вологовмісту при незмінній температурі та вологості сушильного агенту.

Явища абсорбції озону, його розчинення та хімічних реакцій розпаду які відбуваються з виділенням теплоти, підтверджені та оцінені збільшення коефіцієнту масопровідності  $a_m$ , що еквівалентно підвищенню температури зернівки на 1.6...1.8 °С.

Перетворення рідкої фази вологи в зернівках в парову і випаровування вивільненої вологи підтверджено збільшенням коефіцієнтів масообміну  $\Delta\beta = 30 \%$ , та збільшенням парової фази в сумарному масопереносі, що підтверджено збільшенням критерію фазового перетворення, майже в два рази.

Таким чином запропонований метод комп'ютерного моделювання та ідентифікації параметрів математичних моделей процесу сушіння зерна в щільному нерухомому шарі озонованим сушильним агентом дозволяє розрахувати раціональні режими сушіння та обладнання (параметрів озоногенеруючого пристрою) для активного (примусового) вентилювання при підготовці зернової маси до зберігання.

## РОЗДІЛ 8.

# МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРООЧИЩЕННЯ РІДИННИХ СЕРЕДОВИЩ

### 8.1. Математичні моделі процесу електрокоагуляційного очищення стічних вод<sup>25</sup>.

Безпосереднє використання електричної дії на рідини з механічними включеннями (забруднювачами) не тільки дає можливість проведення глибокої очистки рідини за умови високої продуктивності обладнання, але також забезпечує енергоефективність процесу, простоту устаткування та дозволяє автоматизувати його функціонування.

Як відомо в основі електрокоагуляційного методу очистки лежить процес анодного розчинення металів під дією електричного струму, що проходить через рідину. Катіони металу, які перешли до води гідролізуються з утворенням гідрооксидів металів, які є активними коагулянтами для колоїдно-дисперсних домішок. В результаті взаємодії частинок домішок з частинками електросепараційного коагулянта утворюються агрегати частинок, флотовані газом, який виділяється на електродах, до поверхні рідини.

При інтенсивному перемішуванні коагулянта з оброблюваною водою, швидкість коагуляції збільшується. Під швидкістю коагуляції розуміють зміну кількості частинок дисперсної фази в часі в результаті їх взаємодії між собою. Швидкість коагуляції  $\omega_k$  залежить від початкової концентрації забруднювача у воді  $c_1$ , температури води  $t$  та відповідно від густини струму між електродами, тобто:  $\omega_k = f(C_1, t, I)$  і як правило, визначається експериментально.

Розглянемо динаміку складу (концентрації забруднювача) очищуємої води в процесі очистки в коагуляторі проточного типу (ідеального змішування).

Спочатку запишемо закони збереження маси та енергії у вигляді диференційних балансових рівнянь.

---

<sup>25</sup> Наведено за: Штепа В. М. Енергоефективні режими електротехнологічної очистки стічних вод птахівничого комплексу: автореф. канд. техн. наук. 05.09.03. Київ:2008.

Матеріальний баланс можна описати у вигляді рівняння, що характеризується зміною концентрації завислих частинок в об'ємі реакції (електрокоагуляції) за часом, що зумовлено рухом колоїдної речовини, змішуванням та коагуляцією [72] (за початкових умов  $\tau = 0$ ;  $\frac{dC}{d\tau} = 0$ ;  $C = C_0$ ):

$$\frac{dC}{d\tau} = \frac{L}{V_k}(C_{in} - C) - \omega_k, \quad (8.1)$$

де  $C$  – концентрація цільового компонента у розчині, г/м<sup>3</sup>;

$C_{in}$  – концентрація речовини на вході в електрокоагулятора, г/м<sup>3</sup>;

$V_k$  – об'єм робочої зони електрокоагулятора, м<sup>3</sup>;

$L$  – об'ємні витрати рідини, м<sup>3</sup>/с;

$\omega_k$  – швидкість коагуляції, г/(м<sup>3</sup>·с).

Від'ємний знак перед другим членом правої частини (8.1) вказує, що значення завислих частинок, які видаляються із стічної води, зменшується.

Для виключення розподілу концентрації за координатою в напрямку руху рідини застосуємо модель ідеального витіснення приймаючи рівномірний в об'ємі концентрацію речовини.

Швидкість простої реакції електрокоагуляції відповідає закону діючих мас [72]:

$$\omega = kC^n, \quad (8.2)$$

де  $k$  – константа швидкості реакції;

$n$  – експериментальна стала.

Залежність швидкості реакції від температури можна описати з використанням закону Арреніуса [72]:

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (8.3)$$

де  $T$  – абсолютна температура, К;

$R$  – універсальна газова стала;

$E$  – енергія активації, Дж;

$k_0$  – підекспоненційний множник.

Для отримання рівняння теплового балансу електрокоагулятора ідеального змішування проточного типу прирівняємо швидкість змінення

ентальпії рідини (стічних вод птахофабрики) та різницю приходу та витрат теплоти за одиницю часу:

$$Q_k = Q_e - (Q_z + Q_{wk}), \quad (8.4)$$

де  $Q_k$  – теплота, виділена на підвищення температури середовища, Дж;

$Q_e$  – кількість теплоти, виділеної при екзотермічній реакції, Дж;

$Q_z$  – кількість теплоти, що передається в оточуюче середовище, Дж;

$Q_{wk}$  – кількість теплоти, що відводиться з потоком очищеної води та коагулянту, Дж.

Кількість теплоти, що виділилась при реакції на підвищення температури середовища визначається відомими співвідношенням:

$$Q_e = \omega V_k H, \quad (8.5)$$

$$Q_z = kS(t - t_z), \quad (8.6)$$

$$Q_{wk} = c\rho L(t - t_{in}), \quad (8.7)$$

де  $H$  – тепловий ефект процесу (реакції електрокоагуляції), Дж/(г·с);

$k$  – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$S$  – поверхня робочої зони апарата, м<sup>2</sup>;

$t$  – температура рідини, °С;

$t_z$  – температура зовнішнього середовища, °С;

$c$  – питома теплоємність рідини, Дж/(кг·°С);

$\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>.

Підставляючи складові (8.5) – (8.7) у (8.4) при початкових умовах:

$\tau = 0; \frac{dt}{d\tau} = 0; t = t_0$ , отримаємо:

$$c\rho V_k \frac{dt}{d\tau} = \omega V_k H - kS(t - t_z) - c\rho L(t - t_{in}). \quad (8.8)$$

Величина швидкості реакції є функцією температури і концентрації  $\omega_k(C, t)$ , яка отримується із співвідношень експериментальної залежності:

$$\omega_k = f(C_1, t, I). \quad (8.9)$$

Залежність (8.9) апроксимована лінійною функцією (для спрощення):

$$\omega_l = a_0 + a_1 t + a_2 C + a_3 I, \quad (8.10)$$

де  $a_0, a_1, a_2, a_3$  – емпіричні коефіцієнти;

$t$  – температура води, °C;

$C$  – концентрація завислих частинок, г/м<sup>3</sup>;

$I$  – величина сили струму, А.

Експериментально отримані коефіцієнти лінійного рівняння регресії (8.10) (для рівня ймовірності – 0.95, коефіцієнта множинної кореляції – 0.92 при стандартному відхиленні оцінки – 1.23 мг/л (значимість визначалась за  $t$ -критерієм):  $a_0=0.772$ ;  $a_3=2.394$ ;  $a_2=0.716$ ;  $a_1=-0.002$ .

Таким чином, з врахуванням (8.9) маємо систему рівнянь, що описують динаміку процесу електрокоагуляції в проточному апараті ідеального змішування (за початкових умов:  $\tau = 0$ ;  $\frac{dt}{d\tau} = 0$ ;  $t = t_0$ ;  $\frac{dC}{d\tau} = 0$ ;  $C = C_0$ ):

$$\begin{cases} \frac{dC}{d\tau} = \frac{L}{V_k}(C_{in} - C) - (a_0 + a_1t + a_2C + a_3I); \\ T_2 \frac{dt}{d\tau} = \frac{(a_0 + a_1t + a_2C + a_3I)V_k H}{kS} - (t - t_z) - \frac{c\rho L(t - t_{in})}{kS}; \end{cases} \quad (8.11)$$

де  $T_2 = \frac{c\rho V_k}{kS}$  – стала часу розігріву.

Розкривши дужки, провівши групування та здійснивши заміни із (8.11) отримали (при початкових умовах:  $\tau = 0$ ;  $\frac{dt}{d\tau} = 0$ ;  $t = t_0$ ):

$$\begin{cases} T_1 \frac{dC}{d\tau} = A_1 - B_1 C - D_1 t; \\ T_2 \frac{dt}{d\tau} = A_2 + B_2 C + D_2 t; \end{cases} \quad (8.12)$$

де  $T_1 = \frac{V_k}{L}$ ;  $A_1 = C_{in} - \frac{a_0 V_k}{L} - \frac{a_3 I V_k}{L}$ ;  $B_1 = 1 + \frac{a_2 V_k}{L}$ ;  $D_1 = \frac{a_1 V_k}{L}$ ;

$A_2 = \frac{a_3 I V_k H}{kS} + t_z + \frac{c\rho L t_{in}}{kS} + \frac{a_0 V_k H}{kS}$ ;  $B_2 = \frac{a_2 V_k H}{kS}$ ;  $D_2 = \frac{a_1 V_k H}{kS} - \frac{c\rho L}{kS} - 1$ .

Із першого рівняння системи (8.12) визначимо  $t$  та  $\frac{dt}{d\tau}$  і підставимо у друге рівняння цієї ж системи:

$$t = \frac{A_1}{D_1} - \frac{B_1}{D_1} C - \frac{T_1}{D_1} \frac{dC}{d\tau}; \quad (8.13)$$

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{B_1}{D_1} \frac{dC}{d\tau} - \frac{T_1}{D_1} \frac{d^2 C}{d\tau^2}; \quad (8.14)$$

$$-\frac{T_1 T_2}{D_1} \frac{d^2 C}{d\tau^2} - \left( \frac{T_2 B_1}{D_1} + \frac{T_1 D_2}{D_1} \right) \frac{dC}{d\tau} + \left( B_2 + \frac{D_2 B_1}{D_1} \right) C = -\frac{D_2 A_1}{D_1} - A_2. \quad (8.15)$$

Увівши заміни отримаємо (при початкових умовах:  $\tau = 0$ ;  $C = C_0$ ,

$$\frac{dC}{d\tau} = \frac{A_1}{D_1} - \frac{B_1}{D_1} C_0 - \frac{D_1}{T_1} t_0):$$

$$A' \frac{d^2C}{d\tau^2} - B' \frac{dC}{d\tau} + C'C = D', \quad (8.16)$$

де  $A' = \frac{T_1 T_2}{D_1}$ ;  $B' = \frac{T_2 B_1}{D_1} - \frac{T_1 D_2}{D_1}$ ;  $C' = B_2 + \frac{D_2 B_1}{D_1}$ ;  $D' = -\frac{D_2 A_1}{D_1} - A_2$ .

Система рівнянь для знаходження незалежних сталих  $C'_1$  та  $C'_2$ :

$$\begin{cases} C_0 = C'_1 + C'_2 + \frac{D'}{C'}; \\ \frac{A_1}{D_1} - \frac{B_1}{D_1} C_0 - \frac{D_1}{T_1} t_0 = \lambda_1 C'_1 + \lambda_2 C'_2; \end{cases} \quad (8.17)$$

де  $\lambda_{1,2} = \frac{B' \pm \sqrt{(B')^2 - 4A'C'}}{2A'}$  – корені характеристичного рівняння.

Розв'язок (8.17):

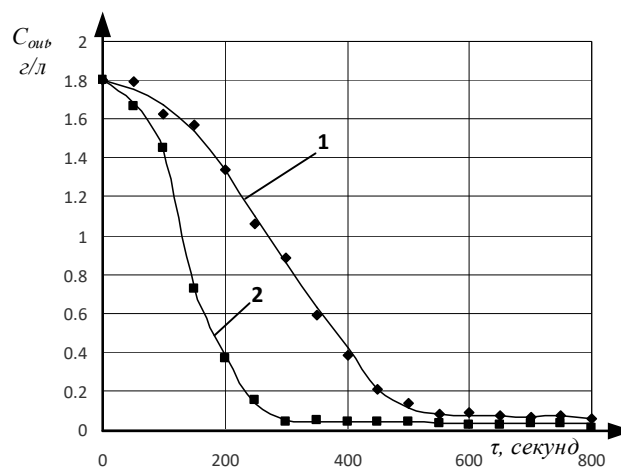
$$C'_1 = C_0 - \frac{D'}{C'} - \left( \left( \frac{A_1}{D_1} - \frac{B_1}{D_1} C_0 - \frac{D_1}{T_1} t_0 + \frac{D'}{C'} \lambda_1 - C_0 \lambda_1 \right) \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \right); \quad (8.18)$$

$$C'_2 = \left( \frac{A_1}{D_1} - \frac{B_1}{D_1} C_0 - \frac{D_1}{T_1} t_0 + \frac{D'}{C'} \lambda_1 - C_0 \lambda_1 \right) \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (8.19)$$

Остаточно розв'язок (8.16) має вигляд:

$$C(\tau) = C'_1 e^{\lambda_1 \tau} + C'_2 e^{\lambda_2 \tau} + \frac{D'}{C'}. \quad (8.20)$$

Отримане рівняння кінетики електрокоагуляції в проточному апараті ідеального змішування можна використовувати для попередніх, оціночних розрахунків, габаритів і режимів електрокоагулятора (рис. 8.1).



**Рис. 8.1. Перехідні процеси електрокоагулятора при значеннях  $I$ : 1 – 0.5 А, 2 – 1.3 А**

## 8.2. Математичні моделі процесу електрофлотаційного очищення олійно-жирових середовищ<sup>26</sup>.

Електричне поле створюється системою паралельних циліндричних електродів діаметром 1...2 мм. Таке поле має велику неоднорідність і тому виникають значні електричні сили, які діють на поляризовані частинки фосфатидів і краплі залишкової води. Ці сили направлені в бік найбільшого значення величини напруженості поля (по градієнту напруженості) тобто до поверхні електродів. Величина сили, що діє на поляризовану частинку в неоднорідному електричному полі залежить від діелектричної проникності речовини частинки. В першому наближенні можна прийняти величину діелектричної проникності води гідратованих фосфатидів та білків такою, що дорівнює діелектричній проникності води ( $72 \cdot 10^{-11}$  Ф/м). Швидкість руху частинок до електродів зумовлена величиною електричної сили та сили опору в'язкого середовища. При досягненні електроду гідратовані фосфати і краплі води попадають в поле з найбільшою напруженістю та градієнтом напруженості. Як показали попередні експериментальні дослідження, на поверхні електроду краплі води накопичуються та починається їх випаровування з утворенням дрібних парогазових бульбашок, розмір яких зумовлений величиною діаметра електроду. Такі дрібні бульбашки здатні виносити на поверхню олії гідратовані фосфати, які знаходяться в шарі олії над електродною системою, тобто здійснювати процес флотаційного очищення олії.

Час очищення від гідратованих фосфатидів, білків, механічних домішок і залишків води залежить від об'єму рідини в камері, конструкційних параметрів електродної системи та величини напруги на електродах. Величину напруги доцільно підтримувати на максимальному рівні, але меншому ніж напруга пробою рідини між електродами. Тому ефективність очищення олії буде залежати від створеної гідродинаміки частинок домішок, яку можливо дослідити шляхом математичного моделювання.

---

<sup>26</sup> Наведено за: Дідур В. В., Дідур В. А., Назаренко І. П., Назарова О. П., Діденко О. В. Моделювання процесу очищення пресової касторової олії методом флотації. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. 2018. Вип. 9, № 3. С. 91–96.

Для очищення рицинової олії від фосфатидів і рослинних домішок попередньо здійснюють їх гідратацію при концентрації води 1.5...2 %. Видалення гідратованих фосфатидів і домішок пов'язане з певними особливостями: велика в'язкість рицинової олії та її спроможність утримувати гідратовані фосфати в майже колоїдному стані. Крім того після очищення олія потребує видалення остатків води.

Запропонована технологія очищення олії полягає в наступному. Після проведення гідратації емульсія підігрівається і надходить в ємність, в якій встановлено систему електродів у вигляді паралельних циліндрів. На електроди подається змінна висока напруга, що створює в міжелектродному просторі електричне поле.

Для створення математичної моделі розглянемо в'язку рідину, яка вміщує зважені частинки. Відповідно до другого закону Ньютона рівняння руху частинки в рідині має вигляд:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_e + \vec{F}_c + \vec{F}_g, \quad (8.21)$$

де  $m$  – маса частинки, кг;

$v$  – швидкість руху частинки, м/с;

$\vec{F}_e$  – сила, що діє на поляризовану незаряджену частинку в електричному полі, Н;

$\vec{F}_c$  – сила опору в'язкої рідини руху частинки, Н;

$\vec{F}_g$  – гравітаційна сила, Н.

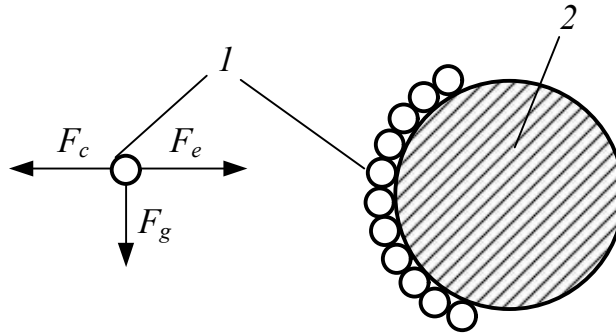
Будемо вважати, що частинки мають форму кулі. Гравітаційною силою нехтуємо у зв'язку з її малою величиною у порівнянні з електричною силою (рис. 8.2).

Для отримання розрахункової формули сили опору рідини руху частинки зробимо оцінку значення числа Рейнольдса за формулою:

$$Re = \frac{vd\rho}{2\eta}, \quad (8.22)$$

де  $Re$  – число Рейнольдса;

$d$  – діаметр кулі, м;  
 $\rho$  – щільність рідини, кг/м<sup>3</sup>;  
 $\eta$  – динамічна в'язкість, Па·с.



**Рис. 8.2. Сили, що діють на частинку в електричному полі поблизу електроду: 1 – частинка гідратованих фосфатидів та домішок; 2 – електрод**

При орієнтовній швидкості руху  $v = 1$  мм/с, радіусі частинки  $a = 50$  мкм,  $\eta = 5 \cdot 10^{-2}$  Па·с (рицинова олія при  $t = 90$  °С) формула (8.22) дає значення числа Рейнольдса  $Re = 0.001$ . Таке значення числа Рейнольдса дає підставу розраховувати силу опору в'язкої рідини руху частинки, що має форму кулі за формулою Сокса:

$$\vec{F}_c = 6\pi\eta(\vec{v} - \vec{v}_p)a, \quad (8.23)$$

де  $\vec{v}_p$  – швидкість руху рідини, м/с.

В створеному неоднорідному електричному полі на краплі води та гідратовані фосфатиди діє сила, що забезпечує їх рух до поверхні електродів [28]:

$$\vec{F}_e = 4\pi\epsilon_c a^3 \frac{\epsilon_h - \epsilon_c}{\epsilon_h + 2\epsilon_c} \left( E_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + E_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + E_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} \right), \quad (8.24)$$

де  $\epsilon_c$  – ДП середовища, Ф/м; ( $3 \cdot 10^{-11}$  Ф/м);

$\epsilon_h$  – ДП речовини кулі, Ф/м; ( $60 \cdot 10^{-11}$  Ф/м)

$\vec{E}$  – діюче значення вектору напруженості електричного поля, В/м.

На підставі другого закону Ньютона складаємо рівняння руху кулі в рідині:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{9\eta}{4\pi a^3 \rho} \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right) - \frac{3}{4\pi a^3 \rho} \vec{F}_e(\vec{r}) = 0, \quad (8.25)$$

де  $\vec{r}$  – радіус - вектор, м.

Розглянемо рух краплі вздовж лінії, що з'єднує осі електродів. В такому випадку потенціал електричного поля між двома паралельними циліндрами описується рівнянням [28]:

$$U(x) = U_{12} \frac{\ln \frac{x-D}{D}}{2 \ln \frac{D}{R}}, \quad (8.26)$$

де  $U_{12}$  – різниця потенціалів між електродами, В;

$D$  – відстань між осями електродів, м;

$R$  – радіус електродів, м ( $R = 0.5d$ ).

Напруженість електричного поля визначається формулою:

$$E(x) = -\frac{dU}{dx} = -U_{12} \frac{D}{2(x-D)x \ln \frac{D}{R}}. \quad (8.27)$$

Гradient напруженості поля:

$$\frac{dE}{dx} = U_{12} \frac{D(2x-D)}{2(x-D)^2 x^2 \ln \frac{D}{R}}. \quad (8.28)$$

Відповідно до формули (8.24) маємо:

$$\vec{F}_e = 4\pi\epsilon_c a^3 \frac{\epsilon_h - \epsilon_c}{\epsilon_h + 2\epsilon_c} \left( E_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} \right),$$

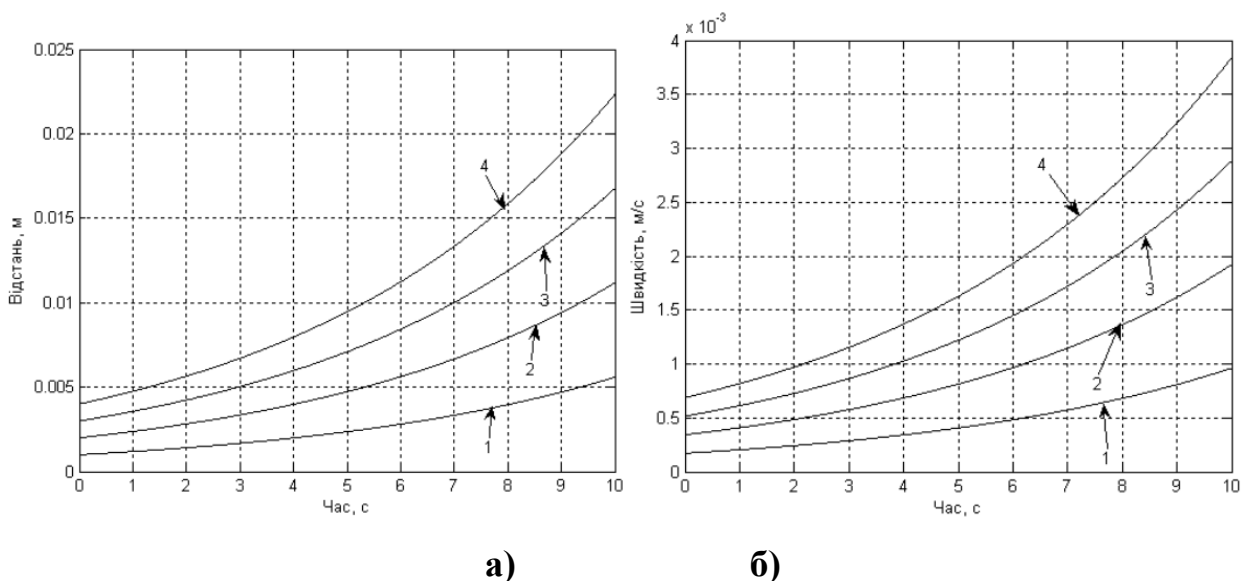
$$\vec{F}_e = -4\pi\epsilon_c a^3 \frac{\epsilon_h - \epsilon_c}{\epsilon_h + 2\epsilon_c} U_{12}^2 \frac{D^2(2x-D)}{4(x-D)^3 x^3 \left( \ln \frac{D}{R} \right)^2}. \quad (8.29)$$

З формул (8.25) та (8.29) отримуємо диференційне рівняння другого порядку руху частинки у в'язкій рідині:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{9\eta}{2a^2\rho} \left( \frac{dx}{dt} \right) - \frac{3}{\rho} \varepsilon_c \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_c}{\varepsilon_h + 2\varepsilon_c} \left( \frac{D(U_1 - U_2)}{2 \ln \frac{D}{R}} \right)^2 \frac{2x - D}{(x - D)^3 x^3} = 0. \quad (8.30)$$

Це рівняння не розв'язується аналітично, тому використано чисельне розв'язання методом Рунге-Кутти в середовищі MathCAD.

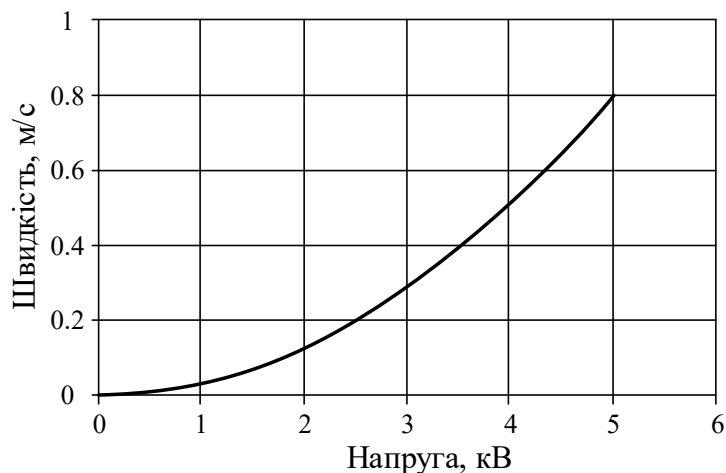
Отримано залежності координати руху та швидкості частинки від часу, та її швидкості від часу при різних початкових умовах (рис. 8.3). Ці залежності отримані для електродів радіусом  $R = 1$  мм, при відстані між осями  $D = 10$  мм, напрузі на електродах  $U_{12} = 5$  кВ, для частинки радіусом  $a = 50$  мкм з  $\varepsilon_h = 6 \cdot 10^{-10}$  Ф/м, при в'язкості рідини  $\eta = 0.05$  Па·с (при  $t = 50^\circ\text{C}$ ) та  $\varepsilon_c = 3 \cdot 10^{-11}$  Ф/м і початковими координатами  $x_{01} = 1$  мм,  $x_{02} = 2$  мм,  $x_{03} = 3$  мм,  $x_{04} = 4$  мм.



**Рис. 8.3. Залежність відстані (а) та швидкості (б) від часу при початку руху з точок з координатами: 1 – 0.001 м; 2 – 0.002 м; 3 – 0.003 м; 4 – 0.004 м**

З отриманих залежностей можна визначити швидкість частинки в момент стикання з електродом при різних початкових координатах. Аналіз залежностей рис. 8.3 показав, що ця швидкість не залежить від початкової координати руху і для вказаних умов складає 0.8 мм/с. Аналогічні розрахунки було проведено для напруги на електродах: 4.5 кВ; 4 кВ; 3.5 кВ; 3 кВ. В результаті отримано

залежність швидкості осадження частинок на електроді від величини напруги (рис. 8.4).



**Рис. 8.4. Залежність швидкості частинки в момент стикання з електродом від напруги**

При роботі флотаційної камери в безперервному режимі об'єм води в одиницю часу, що подається в камеру дорівнює:

$$Q_B = NQ_C, \quad (8.31)$$

де  $Q_B$  – витрати води, м<sup>3</sup>/с;

$N$  – вміст води в суміші, в.о.;

$Q_C$  – продуктивність процесу очищення, м<sup>3</sup>/с.

Об'єм води в одиницю часу, що виділяється на електродах у вигляді пари:

$$Q_B = \pi N v d l, \quad (8.32)$$

де  $v$  – швидкість руху крапель води, м/с;

$d$  – діаметр електроду, м;

$l$  – довжина електроду, м.

З рівняння балансу води в камері:

$$NQ_C = \pi N v d l, \quad (8.33)$$

отримуємо вираз для розрахунку загальної довжини електродів:

$$l = \frac{Q_C}{\pi v d}. \quad (8.34)$$

При роботі флотаційної камери в періодичному режимі зменшення об'єму води в одиницю часу, повинно дорівнювати об'єму води, що виділяється на електродах:

$$V \frac{dN}{dt} = \pi N v d l, \quad (8.35)$$

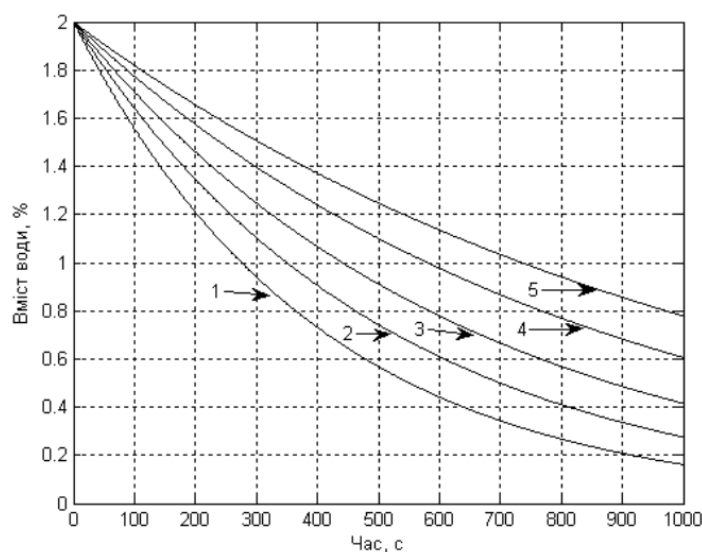
де  $V$  – об'єм камери, м<sup>3</sup>.

При розв'язанні цього диференціального рівняння отримуємо:

$$N = N_0 e^{-\frac{\pi v d l}{V} t}, \quad (8.36)$$

де  $N_0$  – початковий вміст води в суміші, в.о.

Отримане рівняння дозволяє розрахувати теоретичне значення зменшення вмісту води в олії з часом під дією електричного поля при різних умовах та порівняти результат з експериментальними даними (рис. 8.6 для об'єму рідини 10<sup>-3</sup>·м<sup>3</sup>, діаметру електродів 10<sup>-3</sup> м, довжини електродів 1 м та початкового вмісту води 2 %).



**Рис. 8.6. Теоретичні залежності вмісту води від часу при напрузі на електродах: 1 – 5 кВ; 2 – 4.5 кВ; 3 – 4 кВ; 4 – 3.5 кВ; 5 – 3 кВ**

Крім цього з рівняння (8.36) можна розрахувати потрібну довжину електродів для забезпечення технологічних вимог до процесу очищення:

$$l = -V \ln \frac{N}{N_0} (\pi v d t)^{-1}. \quad (8.37)$$

## Перспектива

Мета цієї роботи – на основі сучасних уявлень про фізичну сутність електротехнологій представити електротехнологічні процеси і установки, як типові технологічні об'єкти керування.

Так як застосування електротехнологій безпосередньо у виробничих процесах сільськогосподарського виробництва, відкриває нові необмежені можливості автоматизації та автоматизованого керування з метою зниження питомого енергоспоживання і підвищення якості продукції.

З врахуванням конкретних вимог застосування електротехнологій, а також можливих інтересів користувачів даної роботи можна порекомендувати після засвоєння викладених матеріалів більш глибоке вивчення і розвинення проблеми.

Для подальшого розвитку цього напрямлення дуже важливо:

- розробка поглиблених (вдосконалених) математичних моделей динамічних режимів модельованих об'єктів;
- розробка нових способів використання інноваційних методів підведення електричної до оброблюваної продукції;
- розробка сучасних засобів автоматизованого керування електротехнологічними об'єктами на основі використання адекватних математичних моделей.

Ці задачі потребують найшвидшого вирішення, особливо в плані енергозбереження і використання альтернативних джерел енергії.

## Список використаних джерел

1. Аксельруд Г. А., Лысянский В. М. Экстрагирование: система твердое тело жидкость. Ленинград: Химия, 1974. 256 с.
2. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Ненарокомов А. В. Обратные задачи в исследовании сложного теплообмена. Москва: Янус-К, 2009. 299 с.
3. Бандура В. М., Коляновська Л. М. Ідентифікація екстрагування рослинних олій електромагнітним полем. *Наукові праці ОНАХВ*. 2011. Вип. 39, № 2. С. 186–190.
4. Бандура В. М., Котов Б. І., Грищенко В. О. Моделювання та розрахунок процесу радіаційно-конвективного сушіння насіння у лотковій вібраційній установці періодичної дії (з контуром циркуляції матеріалу). *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. «Механізація сільськогосподарського виробництва»*. 2019. Вип. 199. С. 84–94.
5. Бандура В. М., Котов Б. І., Калініченко Р. А. Математичні моделі режимів функціонування екстракторів з мікрохвильовим підведенням теплоти. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 5. С. 183–194.
6. Басов А. М., Изаков Ф. Я. Применение электрического поля для сортировки и стимуляции семян. *Вопр., семеноводства, семеноведения и контрольно-семенного дела*. 1964. Вип. 2. С. 105–108.
7. Белобородов В. В. Экстрагирование из твердых материалов в электромагнитном поле сверхвысоких частот. *Инж.-физ. журнал*. 1999. Вип. 72, № 1. С. 141–146.
8. Беляев М. И., Пахомов П. Л. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов : монография. Харьков: ХИОП, 1991. 160 с.
9. Беляев Н. Н., Цыганкова С. Г. Моделирование аэроионного режима в помещениях при искусственной ионизации воздуха. Донецк: ПГАСА, 2016. 109 с.

10. Березюк А. О. Электромагнитні і теплові процеси в індукційних установках нагрівання теплоносіїв: автореф. канд. техн. наук. Київ: 2013.
11. Борок А. М. Исследование распылителей с электростатической зарядкой жидкости для использования в технологических процессах сельскохозяйственного производства: автореф. дис. канд. техн. наук. Челябинск: 1975.
12. Бошкова И. Л., Волгушева Н. В. Циклическая микроволновая сушка плотного слоя зерновых материалов. *Промышленная теплотехника*. 2016. Вып. 38, № 4. С. 31–37.
13. Бошкова И. Л., Георгиеш Е. В., Колесниченко Н. А. Математические модели тепломассопереноса в движущемся плотном слое при микроволновом конвективном и микроволновом нагреве. *Наукові праці ОНАХТ*. 2014. Вып. 45, № 1. С. 46–54.
14. Бурдо О. Г. Пищевые наноэнерготехнологии. Херсон: Гринь, 2013. 303 с.
15. Бурдо О. Г. Эволюция сушильных установок: монография. Одесса: Полиграф, 2010. 368 с.
16. Бурдо О. Г. Бародиффузионные технологии переработки растительного сырья. *Наукові праці ОНАХТ*. 2010. Вып. 37. С. 198–206.
17. Бурдо О. Г. Наномасштабные эффекты в пищевых технологиях. *Инж.-физический журнал*. 2005. Вып. 78, № 1. С. 88–93.
18. Бурдо О. Г., Бандура В. Н., Яровой И. И. Особенности моделирования процессов сушки при электромагнитном подводе энергии. *Наукові праці Одеської національної академії харчових технологій*. 2011. Вып. 39, № 2. С. 38–43.
19. Бурдо О. Г., Буйвол С. М., Бандура В. М. Кінетика процесу екстрагування в електромагнітному полі. *Наукові праці Одеської національної академії харчових технологій*. 2010. Вып. 28, № 2. С. 330–333.
20. Бурдо О. Г., Рыбина О. Б. Тепловые режимы при избирательном микроволновом нагреве диэлектриков. *Наукові праці ОНАХВ*. 2006. Вып. 28, № 2. С. 236–265.

- 21.Бурдо О. Г., Ряшко Г. М. Экстрагирование в системе «кофе - вода»: монография. Одесса: 2007. 176 с.
- 22.Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. Москва: Энергия, 1974. 480 с.
- 23.Гинзбург А. С. Инфракрасная техника в пищевой промышленности. Москва: 1966. 407 с.
- 24.Грищенко В. О. Математична модель динаміки температурного режиму приміщень з локальним електрообігрівом молодняка тварин. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 6. С. 101–117.
- 25.Грищенко В. О., Котов Б. І. Аналіз руху частинок аерозолію в каналі електропневматичного дискового розпилювача. *Енергетика і автоматика*. 2024. Вип. 73, № 3.
- 26.Гулый И. Ф. Научные и практические принципы электрической обработки пищевых продуктов и материалов. Киев: УНИИТИ, 1994. 60 с.
- 27.Дементьева Т. Ю. Інтенсифікація сушіння зернових матеріалів із застосуванням мікрохвильового електромагнітного поля: автореф. дис. канд. техн. наук. Одеса: 2012.
- 28.Дідур В. В., Дідур В. А., Назаренко І. П., Назарова О. П., Діденко О. В. Моделювання процесу очищення пресової касторової олії методом флотації. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК*. 2018. Вип. 9, № 3. С. 91–96.
- 29.Дубровин В., Калиниченко Р., Кифяк В. Моделирование динамики тепловых процессов при микронизации и сушении зернопродуктов в терморрадиационных установках ИК-излучением. *Motrol*. 2015. Вип. 17, № 3. С. 150–157.
- 30.Дудник А. О., Штепа В. М., Лисенко В. П. Нейромережева система керування електрогідроциклоном. *Енергетика і автоматика*. 2016. Вип. 2. С. 84–92.

31. Живописцев Е. Н., Косицын О. А. Электротехнология и электрическое освещение. Москва: Агропромиздат, 1990. 303 с.
32. Зверев С. В. Моделирование процессов ИК-нагрева зерна. *Хранение и переработка сельхозсырья*. 2005. Вып. 12, № 25–26.
33. Зозуляк О. В. Обґрунтування конструктивно-технологічних параметрів віброцентрового електроосматичного зневоложення високоволової сировини переробних і харчових виробництв: автореф. дис... канд. техн. наук. 2024.
34. Иноземцев Г. Б. Електросепарування насінневих сумішей та електростимуляція посівного матеріалу. *Праці ТДАТУ*. 2008. Вып. 8, № 2. С. 56–63.
35. Календарьян В. А., Бошкова И. Л., Островская Е. В. Математические модели тепломассопереноса в процессе сушки дисперсных материалов при использовании микроволновой энергии. *Харчова наука і технологія*. 2008. Вып. 1. С. 51–54.
36. Калиниченко Р., Кифяк В. Идентификация математического описания динамики ик обработки зерновых материалов. *Инновации в сельском хозяйстве*. 2005. Вып. 37. С. 37–41.
37. Калініченко Р. А. Алгоритм параметричної ідентифікації аналітичного математичного опису динаміки низькотемпературного сушіння зернових матеріалів. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2016. Вып. 3, № 102. С. 181–188.
38. Калініченко Р. А. Визначення теплофізичних коефіцієнтів в розв'язках рівняння теплопровідності для ідентифікації процесів термообробки зерно матеріалів. *Науковий вісник НУБіП України. Серія: Техніка та енергетика АПК*. 2016. Вып. 241. С. 325–333.
39. Карасенко В. А. Влияние электротермической обработки на качество зерна. *Мукомольная и элеваторная промышленность*. 1981. № 1. С. 48–51.
40. Карасенко В. А., Заяц Е. М., Баран А. Н., Корко В. С. Электротехнология. Москва: Колос, 1992. 304 с.

41. Ковбаса В. П., Калініченко Р. А., Курганський О. Д. Комп'ютерне моделювання тепломасообміну в об'ємі зернової маси за вентилявання повітрям із змінними параметрами. *Науковий вісник НУБіП України. Серія "Техніка та енергетика АПК"*. 2016. Вип. 252. С. 136–143.
42. Коляновська Л. М. Інтенсифікування процесів екстрагування при виробництві олії із сої та ріпаку: автореф. дис... канд. техн. наук : 05.18.12. Вінниця: Вінниц. нац. аграр. ун-т, 2014.
43. Комарчук Д. С. Математичне моделювання теплових процесів двохшнекового прес-екструдера з індукційним нагріванням. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 3. С. 75–85.
44. Кондратенко І. П., Жильцов А. В., Березюк А. О., Крищук Р. С. Електротехнологічні комплекси для сушіння зерна на базі теплогенераторів індукційного типу : монографія. Київ: ЦП КОМПРИНТ, 2018. 386 с.
45. Кондратенко І. П., Лисенко В. П., Комарчук Д. С. Дослідження розподілу температури в завантаженні циліндричного індуктора. *Науковий вісник НУБіП України. Серія: Техніка та енергетика АПК*. 2013. Вип. 184, № 1. С. 74–82.
46. Корчемний М. О., Федорейко В. М., Щербань В. А. Енергозбереження в агропромисловому комплексі. Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. 984 с.
47. Котов Б. І. Енергозбереження та раціональне використання електроенергії при сушінні та зберіганні зерна. *Наукові праці Таврійської державної агротехнічної академії*. 2001. Вип. 1, № 20. С. 95–103.
48. Котов Б. І., Бандура В. М., Калініченко Р. А. Математичне моделювання та ідентифікація тепломасопереносу в рослинному дисперсному матеріалі при сушінні і нагріванні електромагнітним полем надвисокої частоти. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 6. С. 35–50.

49. Котов Б. І., Грищенко В. О. Математичні моделі динаміки електричних зволожувачів повітря. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. 2013. Вип. 43, № 1. С. 71–76.
50. Котов Б. І., Грищенко В. О., Бандура В. М. Моделювання теплового режиму середовищ неоднорідного складу при мікрохвильовому нагріванні. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 3. С. 49–60.
51. Котов Б. І., Грищенко В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Моделювання процесу інерційної сепарації пилу під дією відцентрового та електричного поля в установках циклонного типу. *Енергетика і автоматика*. 2019. Вип. 6. С. 14–26.
52. Котов Б. І., Грищенко В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Математичне моделювання динамічних режимів електропастеризатора молока з інфрачервоним випромінювачем. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2018. Вип. 2, № 101. С. 23–28.
53. Котов Б. І., Грищенко В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Калініченко Р. А. Підвищення ефективності трубчастих електрофільтрів застосуванням закручування потоку очищеного повітря. *Енергетика і автоматика*. 2020. Вип. 2. С. 123–136.
54. Котов Б. І., Калініченко Р. А., Кифяк В. В. Аналітичне дослідження перехідних режимів нагрівання зерна в електротерморадіаційних установках безперервної дії. *Вісник Харківського технічного університету сільського господарства*. 2012. Вип. 148. С. 57–65.
55. Котов Б. І., Калініченко Р. А., Кифяк В. В. Математичне моделювання динамічних режимів мікронізації зерна при зміні потужності випромінювачів за координатою. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка*. 2014. Вип. 148. С. 388–394.
56. Котов Б. І., Степаненко С. П. Основи теорії та технології повітряної сепарації зернових матеріалів: монографія. Київ: Компринт, 2023. 426 с.

57. Котов Б. І., Калініченко Р. А., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Моделювання тепло- і масопереносу в процесах сушіння зерна під впливом електромагнітного поля. *Енергетика і автоматика*. 2024. Вип. 2. С. 29–43.
58. Котов Б. І., Кіфяк В. В., Калініченко Р. А. Математична модель динамічних режимів електротермічної установки для обробки зерноматеріалів імпульсними потоками інфрачервоного випромінювання. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства*. 2014. Вип. 152. С. 181–191.
59. Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Моделювання і розрахунок енергозберігаючих режимів сушіння і термообробки вологих матеріалів під дією енергетичних полів. *Збірник тез доповідей XIX міжнародної наукової конференції: Сучасні проблеми землеробської механіки*: 2018. С. 197–198.
60. Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Динаміка електроконтактної обробки рухомого середовища в технологічних об'єктах АПК. *Збірник наукових праць «Перспективи та шляхи розвитку аграрної науки в Україні»*. 2020. Вип. 13. С. 136–145.
61. Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Грищенко В. О. Динаміка розпилювання і випаровування води в електричному полі при зволоженні повітря. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 2. С. 145–158.
62. Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Грищенко В. О., Степаненко С. П. Моделювання процесу фракціонування зерна в пневматичних каналах при накладеному електричному полі. *Промислова гідравліка і пневматика*. 2018. Вип. 2, № 60. С. 65–73.
63. Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Степаненко С. П. Підвищення ефективності фракціонування насінневих матеріалів за комплексом аеродинамічних і електричних властивостей. *Енергетика і автоматика*. 2018. Вип. 5. С. 82–90.
64. Котов Б. І., Спірін А. В., Деркач В. В. Математична модель динаміки зволоження повітря розпиленою водою. *Збірник матеріалів Міжнародної*

- науково-практичної конференції «Інноваційні технології збалансованого природокористування в агропромисловому виробництві»: 2016. С. 211–218.
65. Котов Б. І., Спирін А. В., Калініченко Р. А. Електротепловий спосіб акумуляції енергії для активного вентилявання сільськогосподарської продукції. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2016. № 1. С. 81–83.
66. Котов Б. І., Швидя В. О. Математичне моделювання режимів сушіння зернонасіненних матеріалів в установках з індукційним підведенням енергії. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2018. Вип. 7, № 106. С. 90–97.
67. Котов Б. І., Швидя В. О., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Математичне моделювання динамічних режимів зерносушарки з індукційним підведенням енергії. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2019. № 1. С. 64–70.
68. Кунденко М. П. Удосконалення процесу та обладнання для пастеризації молока: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.18.12. Харків: Харк. держ. акад. технології та орг. харчування, 2002.
69. Кунденко М. П. Розробка нового обладнання для теплової обробки молока. *Вісник ХДТУСГ. Проблеми енергозабезпечення в АПК України*. 2001. № 6. С. 464–467.
70. Лекомцев П. Л. Электроаэрозольный метод обработки животноводческих помещений: автореф. дис. канд. техн. наук. Москва: МИИСП, 1992.
71. Лившиц М. Н. Аэроионификация: Практическое применение. Москва: Стройиздат, 1990. 168 с.
72. Липатов Л. Н. Типовые процессы химической технологии как объекты управления. Серия: Химическая кибернетика. Москва: Химия, 1973. 317 с.
73. Лисенко В. П., Калініченко Р. А., Комарчук Д. С. Ідентифікація процесу нагріву зерна ріпаку в щільному шарі при кондуктивному підведенні тепла за експериментальними даними. *Науковий вісник Національного*

- університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. 2012. Вип. 174, № 1. С. 98–103.*
74. Лисенко В. П., Комарчук Д. С. Розробка системи автоматичного керування установкою теплової обробки дисперсних матеріалів з використанням нейронних мереж. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. 2014. Вип. 194, № 1. С. 50–56.*
75. Лисенко В. П., Комарчук Д. С., Калініченко Р. А. Ідентифікація динаміки електричних установок термообробки фуражного зерна при виробництві комбікормів. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. 2010. Вип. 4, № 2. С. 3–8.*
76. Лисенко В. П., Котов Б. І., Комарчук Д. С. Математичне моделювання теплових процесів пресекструдера з індукційним обігрівом. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. 2011. Вип. 166, № 4. С. 113–119.*
77. Лисенко В. П., Котов Б. І., Комарчук Д. С., Калініченко Р. А. Математичне моделювання нестационарних теплових процесів пресекструдера з індукційним обігрівом як об'єкта з розподіленими параметрами. *Праці Таврійського державного агротехнічного університету. 2012. Вип. 2, № 12. С. 165–169.*
78. Лыков А. В. Теплообмен: справочник. Москва: Энергия, 1972. 560 с.
79. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Москва: Высшая школа, 1967. 600 с.
80. Матвійчук В. А., Рубаненко О. Є., Стаднійчук І. П. Електротехнології в АПК : навчальний посібник. Вінниця: ТОВ «ТВОРИ», 2020. 272 с.
81. Матківська І. Я., Атаманюк В. М., Барна І. Р. Кінетика сушіння зерна пшениці фільтраційним методом. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія : Нові рішення в сучасних технологіях. 2014. № 17. С. 130–138.*

- 82.Музыченко В. А. Моделювання процесу аероіонної обробки рослинної сировини. *Вісник аграрної науки*. 1998. Вип. 4. С. 54–57.
- 83.Музыченко В. А. Электроаэроионизационная обработка плодов при хранении: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.20.02. 1991.
- 84.Назарян М. М., Ефимов В. Т. Электрокоагуляторы для очистки промышленных стоков. Харьков: Вища школа, 1983. 144 с.
- 85.Олофинский Н. Ф. Электрические методы обогащения. Москва: Недра, 1970. 549 с.
- 86.Пажи Д. Г., Галустов В. С. Основы техники распыливания жидкостей. Москва: Химия, 1984. 256 с.
- 87.Панченко А. П., Щеглов Ю. А. Электрическая обработка свекловичной стружки переменным электрическим током. *Электронная обработка материалов*. 1981. № 5. С. 76–80.
- 88.Панченко Г. І., Бошкова І. Л., Волгушева Н. В. Дослідження діелектричних характеристик зернових культур. *Наукові праці ОНАХТ*. 2009. Вип. 36, № 1. С. 83–85.
- 89.Присяжнюк Д. В. Обґрунтування параметрів процесу та розробка віброозонуючого комплексу для сушіння зернової сировини: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.05.11. Вінниця: 2019.
- 90.Присяжнюк Д. В. Озон як рушійний фактор для видалення зв'язаної вологи із зернової сировини. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2018. № 2. С. 94–97.
- 91.Рогов И. А., Некрутман С. В. Сверхвысокочастотный нагрев пищевых продуктов. Москва: Агропромиздат, 1986. 350 с.
- 92.Романков П. Г., Фролов В. Ф. Массообменные процессы химической технологии (системы с дисперсной твердой фазой). Ред. Резников Г. В.; Пер. Казанцева Л. Н. Ленинград: Химия, 1990. 384 с. ISBN 978-5-94836-136-9.
- 93.Романовский С. Г. Процессы термической обработки влажных материалов. Москва: Энергия, 1976. 328 с.

94. Салимов А. У., Балабеков М. Т., Багдасаров А. М. Вопросы теории электростатического распыливания и интенсификации процессов сгорания жидких топлив. Ташкент: ФАН, 1968. 110 с.
95. Трощкая Т. П. Сушка зерна с помощью озонозодушной смеси. *Механізація і електрифікація сільського господарства*. 1985. № 1. С. 36–39.
96. Уолтон В., Прюетт В. Получение монодисперсных туманов при помощи вращающихся дисковых распылителей. *Применение аэрозолей в сельском хозяйстве*. 1955. С. 122–133.
97. Федоткин И. М., Бурляй И. Ю., Рюмшин Н. А. Математическое моделирование технологических процессов: методы мат. моделирования и решения процес. задач. Киев: Техніка, 2002. 407 с.
98. Цуркан О. В., Полевода Ю. А., Присяжнюк Д. В. Розробка та дослідження високопродуктивного електронного пристрою для синтезу озону у вібраційній сушарці. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2021. Вип. 3, № 10. С. 15–23.
99. Черняков И. Е. Исследование процесса сушки семян в плотном слое при конвективно-кондуктивном теплоподводе и обоснование параметров селекционной сушилки: автореф. дис. канд. техн. наук. Новосибирск: 1981.
100. Шибанін В. С., Бацуоровська І. В., Гавриш В. І., Грубань В. А. Електротехнології в АПК: навч. посіб. Ред. Шибаніна В. С. Миколаїв: МНАУ, 2022. 326 с.
101. Шевяков А. А., Яковлева Р. В. Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов. Москва: Машиностроение, 1968. 319 с.
102. Шейман В. А., Фридланд М. И. К вопросу о теплопроводности полого цилиндра при переменной температуре среды. *Тепло-и массоперенос в процессах сушки и термообработки*. 1970. С. 33–43.
103. Штепа В. М. Енергоєфективні режими електротехнологічної очистки стічних вод птахівничого комплексу: автореф. канд. техн. наук. 05.09.03. Київ: 2008.

104. Электроочистные машины. Ред. Басова А. М. Москва: Машиностроение, 1967. 201 с.
105. Эфендиев О. Ф., Чижиков В. И. Электроочистка жидкостей в пищевой промышленности. Москва: Пищевая промышленность, 1977. 150 с.
106. Яровий І. І. Розробка стрічкової установки для зневоднення рослинної сировини електромагнітним полем: автореф. дис. канд. техн. наук. 2013.
107. Bandura V., Kalinichenko R., Kotov B., Spirin A. Theoretical rationale and identification of heat and mass transfer processes in vibration dryers with IR-energy supply. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. 4/8(94). 50–58.
108. Bandura V., Kotov B., Gyrych S., Gricshenko V., Kalinichenko R., Lysenko O. Identification of mathematical description of the dynamics of extraction of oil materials in the electric field of high frequency. *Agraarteadusthis*. 2021. 32(1). 8–16.
109. Broersma S. Viscous Force Constant for a Closed Cylinder. *Journal of Chemical Physics*. 1960. 32. 1632–1635.
110. KALETNIK H., SOLONA O., KOTOV B., STEPANENKO S., SHVYDIA V., KALINICHENKO R., TVERDOKHLIB I., POLIEVODA Y. The usage of the elemental base of the vibratory mill with the spatial circulation movement of material to create drying rig. *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY*. 2024. 3. 232–237.
111. Kotov B., Bandura V. Construction of a mathematical model of extraction process in the system «solid body liquid» in a microwave field. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. 5(6). 95. 33–43.
112. Kotov B., Lysenko V., Komarchuk D., Lendiel T., Hryshchenko V., Trokhaniak V., Kalinichenko R. Modeling Thermal Modes of Induction Installation for Heating Dispersive Plant Materials. *Automation 2020: Towards Industry of the Future*. 2020.

**Котов Б.І., Грищенко В.О.,  
Калініченко Р.А., Панцир Ю.І., Герасимчук І.Д.**

**ЕЛЕКТРОТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ  
І УСТАНОВКИ В АПК:  
ОСНОВИ ФУНКЦІОНУВАННЯ  
ТА МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ  
РЕЖИМІВ**

МОНОГРАФІЯ

Підписано до друку 04.11.25    Формат 60x84\16  
Ум. друк. арк. 21,9    Наклад 100 прим.    Зам. № 250722

Виготовлювач Національний університет біоресурсів  
і природокористування України,  
вул. Героїв Оборони, 15, м. Київ, 03041.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК № 4097 від 17.06.2011