

Ю.І. ПОСУДІН

ФІЗИКА

Затверджено Міністерством освіти і наук України
як підручник для студентів вищих аграрних
навчальних закладів

Біла Церква
Видавництво Білоцерківського національного
аграрного університету

ББК 22.3
 П 63
 УДК 53(075.8)

Затверджено Міністерством освіти і науки
 України як підручник для студентів вищих
 аграрних навчальних закладів
 (лист № 14/18-Г-1288 від 01.12.2006 р.)

Рецензенти:

К.В. Корсак, доктор філософії, зав. відділу Інституту вищої освіти
 АПН України, директор Київського інституту освітньої полі-
 тики;

Є.Г. Попов, доктор фізико-математичних наук, професор, зав. кафедри
 фізики Дніпропетровського державного аграрного
 університету;

Я.І. Федюшин, доктор філософії, професор, зав. кафедри фізики і ма-
 тематики Львівської національної академії ветеринарної
 медицини ім. С.З. Гжицького

Посудін Ю.І.

П 63 Фізика: Підручник. – Біла Церква, 2008. – 464 с.

ISBN 978-966-2122-01-5

Наведені основні положення, закони та теорії з курсу загальної фізики для студентів сільськогосподарських, лісогосподарських, екологічних, ветеринарних та інших спеціальностей, для яких фізика не є домінуючою дисципліною, але які мають справу з вивченням живих організмів та оточуючого їх середовища. Розглянуто фізичні процеси, що відбуваються у живому організмі, та механізми, які становлять основу життєдіяльності людини, тварини та рослини під впливом навколишнього середовища. Викладено проблеми дії зовнішніх фізичних факторів на живі організми та їх здатності реагувати на ці фактори. Приділено увагу принципам дії та можливим застосуванням сучасних фізичних методів та приладів у практичній діяльності майбутнього спеціаліста.

Підручник містить приклади розв'язування практичних біофізичних проблем, контрольні завдання для перевірки засвоєння матеріалу студентами та контрольні запитання, відповіді на які студенти зможуть дати у разі ознайомлення із відповідними розділами підручника. Довідковий матеріал представлений у додатку.

Підручник призначений для студентів вищих аграрних навчальних закладів III–IV рівнів акредитації; він може бути також використаний студентами біологічних, медичних та педагогічних спеціальностей.

ISBN 978-966-2122-01-5
2008

© Посудін Ю.І.,

У 1945 році сенатор США Уільям Фулбрайт запропонував створити програму міжнародних обмінів в галузі освіти, яка нині носить його ім'я.

У. Фулбрайт з усією відповідальністю сприйняв слова видатного фізика сучасності Альберта Ейнштейна: „Ми повинні опанувати цілком нові форми мислення, якщо хочемо, щоб людство вижило”.

Із прийняттям законодавчого акту щодо заснування Програми Фулбрайта більше 120 тисяч іноземців пройшли навчання або брали участь у наукових дослідженнях у США, а більше 90 тисяч американців відправилися за океан з тією ж метою.



Автор цього підручника, стипендіат Фулбрайта 1996 року, висловлює свою глибоку вдячність адміністрації Програми академічних обмінів імені Фулбрайта за сприяння виданню підручника, призначеного для тих, хто не байдужий до класичних та сучасних проблем фізики.

ПЕРЕДМОВА

Підручник “Фізика” призначений для загальноосвітньої, теоретичної і практичної підготовки студентів вищих навчальних закладів у галузі фізики. Фізика – це наука, яка вивчає найпростіші, але разом з тим найбільш загальні закономірності явищ природи, властивості і будову матерії та закон її руху. Багато законів та положень фізики про основи властивості матерії використовуються у процесі вивчення явищ живого світу.

Підручник “Фізика” адресується студентам сільськогосподарських, лісогосподарських, екологічних, ветеринарних та інших спеціальностей, для яких фізика не є домінуючою дисципліною, але які мають справу з вивченням живих організмів та оточуючого їх середовища.

Метою підручника є ознайомлення студентів з основними законами, положеннями, фундаментальними концепціями та принципами фізики, розуміння яких забезпечується ілюстрацією можливих практичних застосувань; опис фізичних процесів, які становлять основу життєдіяльності людини, тваринного і рослинного світу; вивчення впливу фізичних факторів на живі організми та їх спроможності сприймати ці фактори і, таким чином, взаємодіяти з навколишнім середовищем; висвітлення сучасних фізичних методів та принципів дії приладів, що можуть зустрітися у практичній діяльності майбутнього спеціаліста. Особлива увага звертається на сучасні досягнення фізичної науки і технології та їх практичне використання для дослідження живих організмів та систем.

Підручник містить приклади розв’язування практичних біофізичних проблем, контрольні завдання для перевірки засвоєння матеріалу студентами та контрольні запитання, відповіді на які студенти зможуть дати внаслідок ознайомлення з відповідними розділами підручника. Пропонуються також інформація для допитливих студентів та завдання через

систему Інтернет. Наводяться дані щодо діяльності видатних фізиків світу. Довідковнй матеріал представлений у додатку.

Автор висловлює щиру подяку К.В. Корсаку, Є.Г. Попову, Я.І. Фе-дишину, П.П. Ільїну, О.І. Косенко, які взяли на себе нелегкий труд рецензування рукопису та висловили корисні критичні зауваження, що без сумніву сприяло поліпшенню змісту підручника. Автор також вдячний колегам – представникам аграрних вищих навчальних закладів України, а саме: О.В. Толстенко та В.І. Цоцко (Дніпропетровський державний аграрний університет), М.Я. Рохманову (Харківський державний аграрний університет), О.А. Андрееву та Л.О. Применко (Кам'янець-Подільський державний аграрний університет), Н.М. Гаранович (Луганський національний аграрний університет) за щиру моральну підтримку і позитивні відгуки, які уможливили видання цього підручника, а також колегам з кафедри загальної та біологічної фізики Національного аграрного університету О.О. Годлевській, Я.В. Кожем'яко за перевірку прикладів та розв'язань задач та І.А. Залоїлу – за допомогу щодо оформлення рисунків.

Автор з великою вдячністю розгляне всі зауваження і пропозиції щодо змісту підручника за адресою: Національний аграрний університет, кафедра загальної та біологічної фізики, вул. Героїв Оборони, 15, Київ 03041, ел. пошта: posudin@nauu.kiev.ua

1. ВСТУП

1.1. ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Характеристик процесів або властивостей тіл і полів, які можуть бути визначені кількісно за допомогою тих чи інших вимірювань, називаються *фізичними величинами*.

Кожна фізична величина характеризується *числовим значенням і одиницею вимірювання*. Наприклад, сила $F = 5 \text{ Н}$ має числове значення (5) і одиницю вимірювання (Н).

Одиниці можуть бути *основними* (м, с, кг, К, А, Кд, моль) і *похідними* (м/с, кг·м/с², кг·м²).

1.2. СТАНДАРТИ ДОВЖИН, МАСИ ТА ЧАСУ

Будь-які фізичні величини можуть бути представлені за допомогою фундаментальних величин, які, в свою чергу, визначаються як результати вимірювань або порівняння з установленними стандартами. У 1960 році було прийнято *Міжнародну систему одиниць* (СІ), яка містить сім основних одиниць: метр, кілограм, секунда, ампер, кельвін, кандела, моль. У механіці такими фундаментальними величинами є довжина (L), час (T) та маса (M). У системі СІ одиниці цих величин визначаються так:

Одиниця довжини *метр* – довжина, що дорівнює 1650763,73 довжини хвилі випромінювання у вакуумі, що відповідає переходу між рівнями $2p_{10}$ та $5d_5$ атома криптона-86.

Числові значення довжин деяких об'єктів наведено в таблиці 1.1.

Одиниця часу *секунда* – час, який дорівнює 9192631770 періодам випромінювання, що відповідає енергетичному переходу між двома рівнями надтонкої структури основного стану атома цезію $^{133}_{55}\text{Cs}$.

Числові значення деяких часових інтервалів наведено в таблиці 1.2.

Маса тіла – фізична величина, яка є однією з основних характеристик матерії, що визначає її інерційні та гравітаційні властивості.

Одиниця маси *кілограм* – дорівнює масі платиново-іридієвого сплаву у вигляді циліндра діаметром та висотою 3,9 см, який зберігається у Севрі (Франція).

Типові значення маси різних об'єктів наведено в таблиці 1.3.

1.1. – Приблизні значення довжини деяких об'єктів

Довжина об'єкта	Числове значення, м
Радіус видимого Всесвіту	$1 \cdot 10^{26}$
Радіус сонячної системи	$1 \cdot 10^{13}$
Відстань між Землею та Сонцем	$1 \cdot 10^{11}$
Середній радіус орбіти Землі	$1,5 \cdot 10^{11}$
Середній радіус земної кулі	$6,4 \cdot 10^6$
Висота секвої <i>Sequoiadendron giganteum</i>	76–84 (рекордна висота – 95 м)
Частинки ґрунту:	
- глина	до $2 \cdot 10^{-6}$
- мул	$2 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-5}$
- дрібний пісок	$2 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-4}$
- пісок	$2 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-3}$
- гравій	більше за $2 \cdot 10^{-3}$
Частинка пилу	$1 \cdot 10^{-4}$
Біологічна клітина	$1 \cdot 10^{-5}$
Радіус вірусу грипу	$1 \cdot 10^{-7}$
Діаметр атома водню	$1 \cdot 10^{-10}$
Діаметр атомного ядра	$1 \cdot 10^{-14}$

1.2. – Приблизні значення часових інтервалів

Часовий інтервал	Значення, с
Вік Всесвіту	$5 \cdot 10^{17}$
Вік Землі	$1,3 \cdot 10^{17}$
Тривалість людського життя	$6,3 \cdot 10^8$
Один рік	$3,2 \cdot 10^7$
Один день	$8,6 \cdot 10^4$
Період світлової хвилі	$2 \cdot 10^{-15}$

1.3. – Типові значення маси різних об'єктів

Об'єкт	Маса, кг	Об'єкт	Маса, кг
Галактика “Чумацький шлях”	$7 \cdot 10^{41}$	Індичка	4,5–7,5
		Гуска	4,5–5,0
Сонце	$2 \cdot 10^{30}$	Качка	2,7–2,9
Земна куля	$6 \cdot 10^{24}$	Курка	1,4–2,2
Місяць	$7 \cdot 10^{22}$	Людина	70
Блакитний кит	$10^5 - 2 \cdot 10^5$	Колібри	$2 \cdot 10^{-3}$
Слон	5000–7000	Краплина дощу	10^{-4}
Гіпопотам	3000	Комар	10^{-5}
Бізон	1500	Бактерія	10^{-15}
Морж	900	Вірус грипу	10^{-18}
Кінь	400–700	Молекула гемоглобіну	10^{-22}

Свиня	200–350	Атом водню	$1,67 \cdot 10^{-27}$
Баран	100–130	Електрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$

1.3. ГУСТИНА

Густина речовини ρ – це маса, що припадає на одиницю об'єму:

$$\rho = m/V, \quad (1.1)$$

де m – маса тіла; V – об'єм тіла.

Одиниця вимірювання густини – $\text{кг}/\text{м}^3$.

Значення густини деяких речовин наведено в таблиці 1.4.

1.4. – Густина деяких речовин

Речовина	Густина, $\text{кг}/\text{м}^3$	Температура, $^{\circ}\text{C}$
Повітря	1,293	0
Повітря	1,205	20
Повітря	1,128	40
Вода	999,8	0
Вода	1000,0	4
Вода	999,7	10
Вода	998,2	20
Вода	995,6	30
Вода	992,2	40
Вода морська	1025	0
Пара водяна	0,6	100
Молоко	1028,5	20
Мед	1400–1450	20
Гліцерин	1200	20
Рицинова олія	900	20
Спирт	790	20
Кров тварин	1052–1060	20
Легені	260	40
Внутрішня камера ока	1336	40
Хрящ	1100	40
Кістка	1800–1900	40
Зуб	1950–2380	40
Деревина рослин:		
- балса <i>Ochromona lagopus</i>	110–140	
- кедр <i>Cedrela mexicana</i>	293	
- клен <i>Flindersia brayleyana</i>	436	
- дуб <i>Castanopsis accuminatissima</i>	569	
- олива <i>Olea capensis</i>	1490	
Грунти	2600–2700	
Компоненти ґрунтів:		
- кварц	2660	

- глинисті мінерали	2650	
- оксиди заліза	2900	
- органічна речовина	1300	

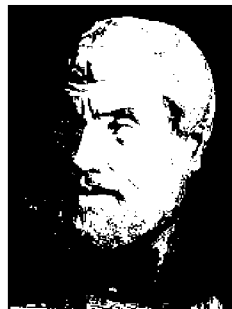
Густина сферичної частинки радіусом R дорівнює:

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3}, \quad (1.2)$$

де D – діаметр частинки.

АРИСТОТЕЛЬ (384–322 рр. до н.е.)

Грецький філософ, учень Платона та наставник Олександра Македонського. Автор праць “Фізика”, “Про небо”, “Метеорологія”, “Історія тварин”, “Про рух тварин”.



Приклад

Визначити середню густину земної кулі, маса якої становить $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, а радіус $R = 6,4 \cdot 10^6$ м. Припустити, що земна куля має сферичну форму.

Розв’язок

Густина сферичного тіла радіусом R дорівнює:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = (6 \cdot 10^{24} \text{ кг}) / (4/3)(3,14)(6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^3 = 5467 \text{ кг/м}^3.$$

Густина ірисної водн становить 1000 кг/м^3 , тоді як густина морської води завдяки високій концентрації розчинених солей досягає 1026 кг/м^3 . Тканини морських тварин (м’язи та кістки) містять білки та неорганічні речовини, через що їх густина варіює в межах $1060\text{--}2000 \text{ кг/м}^3$. Для забезпечення плавучості тварини необхідно підігнати її густину до значень густини морської води. З цією метою застосовуються речовини з невисокими значеннями густини: жир (930 кг/м^3), сквален та воскові ефіри (860 кг/м^3), газн ($\approx 0 \text{ кг/м}^3$).

Значення густини біологічних рідин інколи можуть використовуватися як діагностичні критерії стану організму (табл. 1.5).

1.5. – Залежність густини жовчі від стану здоров’я

Стан здоров’я	Густина, кг/м^3
---------------	--------------------------

Норма	1008±0,2
Хронічний холангіогепатит	1004±2,0
Цироз печінки	1001±0,6

Густину використовують як параметр оцінки деревної рослинності та показник росту дерев. На густину впливають кліматичні умови: у тропічних районах густина рослин більша, ніж у північних. Найменшу густину деревнини має балса *Ochromona lagopus* (110 кг/м³), найбільшу – олива *Olea capensis* (1490 кг/м³).

Густина є одним із важливих критеріїв оцінювання якості сільськогосподарських та харчових продуктів. Наприклад, яйце складається з чотирьох осіових компонентів, що характеризуються власною густиною: шкаралупи (2230–2316 кг/м³); жовтка (1028–1035 кг/м³); білка (1039–1042 кг/м³) та підшкаралупової оболонки (близько 1075 кг/м³). У цілому густина яйця (курячого) становить 1075–1095 кг/м³. Оскільки густина шкаралупи майже вдвічі перевищує густину інших компонентів, зрозуміло, що вимірювання густини яйця дає можливість оцінити саме якість шкаралупи, тому що її густина залежить від наявності тріщин та інших механічних пошкоджень.

Вимірювання густини лежить в осіові *флотаційного методу* контролю якості продуктів: застосування кількох об'ємів з різними значеннями густини рідин (води, спиртових та сольових розчинів, олії) дають можливість здійснити сортування картоплі, в тому числі солодкої, гороху, бобів, винограду, вишні, чорниці. Крім того, такий метод застосовується для вилучення яблук з внутрішніми дефектами та цитрусів з пошкодженнями від заморозків. Метод відзначається високим рівнем точності сортування; до недоліків можна віднести забруднення розчину та необхідність миття продуктів перед та після сортування. Використання сольових та спиртових розчинів підвищує собівартість процесу вимірювань та завдає певну небезпеку для довкілля.

Вимірюванням густини можна оцінити якість молочних продуктів, таких як молоко, сироватка, згущене молоко та морозиво.

Приклад

Молоко являє собою суміш жирових глобул (1–10 мкм), міцел казеїну (0,1–0,2 мкм) і частинок сироваткового білка (0,01–0,02 мкм). Визначити масу жирової глобули молока діаметром 10 мкм, якщо її густина становить 1028,5 кг/м³.

Розв'язок

Використовуючи формулу (1.2), визначимо масу глобулин: $m = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3 \cdot \rho$.

Підставляємо числові дані: $m = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{2}\right)^3 \cdot 1028,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 7 \cdot 10^{-13} \text{ кг}$.

Контрольне завдання

Визначити масу міцелн казеїну молока діаметром 0,1 мкм, якщо її густина становить 1110 кг/м³.

Відповідь: $5,81 \cdot 10^{-19} \text{ кг}$.

Приклад

Залежність густини молока від температури визначається за допомогою рівняння:

$$\rho = 1 + a + bt + ct^2 + dt^3,$$

де t – температура в °С; a, b, c, d – числові коефіцієнти, наведені в таблиці 1.6.

1.6. – Значення числових коефіцієнтів a, b, c, d

Продукт	a	b	c	d
Незбиране молоко	$3,50 \cdot 10^{-2}$	$-3,58 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-6}$	$-1,0 \cdot 10^{-7}$
Збиране молоко	$3,66 \cdot 10^{-2}$	$-1,46 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-6}$	$-1,6 \cdot 10^{-7}$

Знайти густину незбираного молока за температури 20 °С.

Розв'язок

Підставляємо числові значення в останнє рівняння:

$$\begin{aligned} \rho &= 1 + 3,50 \cdot 10^{-2} - 3,58 \cdot 20 \cdot 10^{-4} + 4,9 \cdot 400 \cdot 10^{-6} - 1,0 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-7} = \\ &= 1 + 350 \cdot 10^{-4} - 71,6 \cdot 10^{-4} + 19,6 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-4} = 1,029 \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

Контрольне завдання

Знайти густину збираного молока за температури 20 °С.

Відповідь: $\rho = 1,0333 \text{ г/см}^3$.

1.4. СКАЛЯРИ І ВЕКТОРИ

Всі фізичні величини, що згадуються у цьому підручнику, можна поділити на скаляри і вектори.

Скаляр – це величина, яка повністю визначається числовим значенням. Наприклад, робота A , температура T , маса m , час t – скаляри.

Вектор – це величина, яка визначається числовим значенням і напрямком. Наприклад, сила \vec{F} , швидкість \vec{v} , прискорення \vec{a} – вектори.

1.4.1. Дії над векторами

Додавання векторів

Правило паралелограма – для додавання векторів \vec{A} і \vec{B} треба шляхом паралельного переносу поєднати їх початки і побудувати на

векторах паралелограм; вектор \vec{C} , який є діагоналлю цього паралелограма, являє собою шукану суму $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ (рис. 1.1).

Правило трикутника – треба сполучити кінець першого вектора з початком другого; вектор \vec{C} , який з'єднає початок першого вектора з кінцем другого, являє собою шукану суму $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ (рис. 1.2).

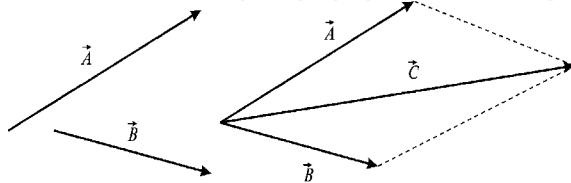


Рис. 1.1. Додавання векторів за правилом паралелограма

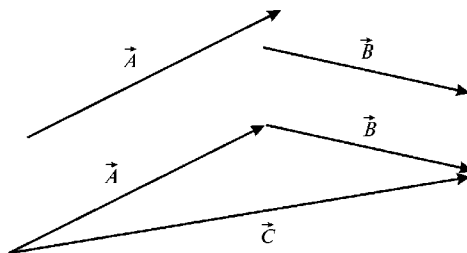


Рис. 1.2. Додавання векторів за правилом трикутника

Віднімання векторів: відняти вектор \vec{B} із вектора \vec{A} означає додати до вектора \vec{A} вектор $-\vec{B}$, який протилежний вектору \vec{B} (рис.1.3):

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{C}. \quad (1.3)$$

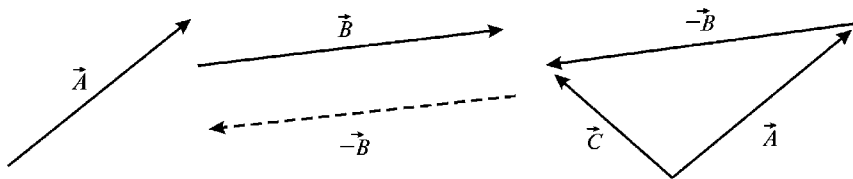


Рис. 1.3. Віднімання векторів

Множення і ділення векторів на скаляр: внаслідок множення вектора \vec{A} на скаляр n отримується вектор, що збігається за напрямком з вектором \vec{A} і дорівнює за модулем nA (рис. 1.4); у результаті ділен-

ня отримуємо вектор, що збігається за напрямком з вектором \vec{A} , модуль якого дорівнює A/n (рис. 1.5).

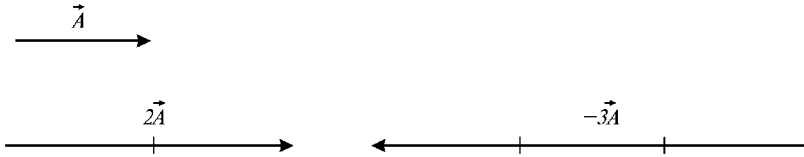


Рис. 1.4. Множення векторів на скаляр

Проекціювання векторів: проєкціями вектора \vec{A} на вісь OX та на вісь OY називаються відрізки A_x та A_y відповідно між проєкціями на ці осі початку і кінця вектора (рис. 1.6). Ці проєкції називаються *компонентами* вектора, причому:

$$A_x = A \cos \theta; \quad A_y = A \sin \theta; \quad A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}. \quad (1.4)$$

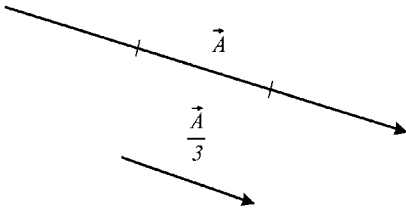


Рис. 1.5. Ділення векторів на скаляр

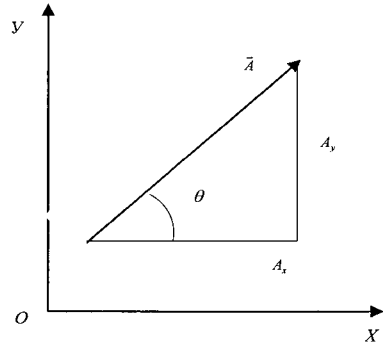


Рис. 1.6. Проекціювання векторів

1.4.2. Скалярний та векторний добутки

Скалярним добутком $\vec{A} \cdot \vec{B}$ двох векторів \vec{A} і \vec{B} є скаляр:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos \alpha, \quad (1.5)$$

де α – кут між векторами \vec{A} і \vec{B} .

Векторний добуток $\vec{A} \times \vec{B}$ двох векторів \vec{A} і \vec{B} – це вектор, модуль якого дорівнює:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha. \quad (1.6)$$

Його напрямок перпендикулярний до обох векторів \vec{A} і \vec{B} і збігається з напрямком поступального руху правого гвинта у разі його обертання від \vec{A} до \vec{B} на кут менший π (рис. 1.7).

Приклад

Кут кімнати обраннй як початок прямокутної системи координат. Комаха знаходиться на стіні кімнати в точці з координатами (2 м; 1 м). Знайти відстань між комахою і кутом кімнати.

Розв'язок

Кут кімнати можна представити як прямокутну систему координат. Положення комахи на стіні описується двома компонентами A і B вектора \vec{C} , величина якого, що відповідає відстані між комахою і кутом кімнати, знаходиться за формулою:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}.$$

$$C = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2,24 \text{ м.}$$

Звідси:

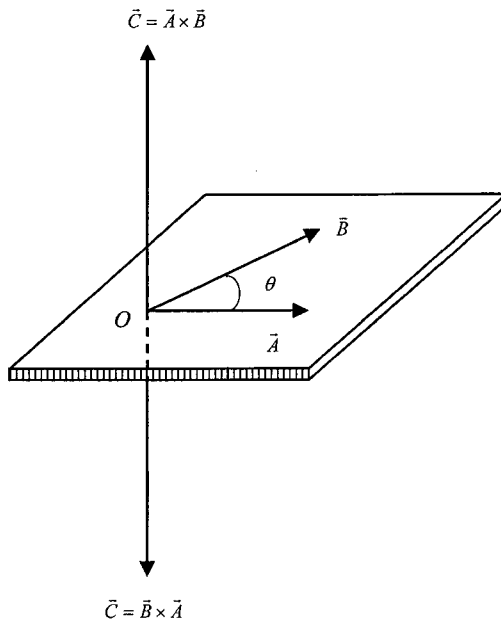
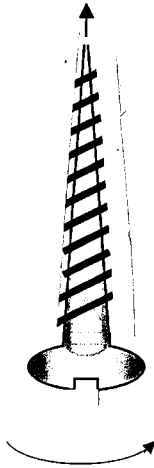


Рис. 1.7. Векторний добуток двох векторів

Контрольне завдання

Вектор \vec{A} спрямований уздовж осі X прямокутної системи координат і має величину 5 см; вектор \vec{B} спрямований уздовж осі Y і має величину 2 см. Знайти величину і напрямок вектора $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що називають фізичною величиною?
2. Чим характеризується фізична величина?
3. Що таке маса тіла?
4. Що називають густиною речовини?

5. Де використовують оцінку густини біологічних рідин?
6. Що називають скаляром? вектором?
7. Сформулювати правила додавання векторів: a – правило паралелограма; b – правило трикутника.
8. Сформулювати правила віднімання векторів.
9. Сформулювати правила множення та ділення векторів на скаляр.
10. У чому полягає проєціювання векторів?
11. Дати визначення скалярного добутку.
12. Дати визначення векторного добутку.

2. МЕХАНІКА

Механіка – розділ фізики, що вивчає механічний рух матеріальних тіл та взаємодію цих тіл.

2.1. ОСНОВНІ ВІЗНАЧЕННЯ

Механічний рух – зміна положення тіла з часом відносно іншого тіла або системи тіл, що умовно вважають нерухомою.

У механіці для опису реальних тіл використовують спрощені моделі, такі як матеріальна точка або абсолютно тверде тіло.

Матеріальна точка – це тіло, формою і розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Абсолютно тверде тіло – це тіло, деформаціями якого в умовах даної задачі можна знехтувати, і відстань між двома точками якого завжди залишається незмінною.

Система відліку – це сукупність системи координат і годинника, зв'язаних з тілом, відносно якого вивчається рух будь-яких інших матеріальних точок або тіл. Наприклад, у декартовій системі координат положення точки A в даний момент часу характеризується трьома координатами X , Y і Z .

2.2. КІНЕМАТИКА

2.2.1. Кінематика матеріальної точки і поступального руху твердого тіла

Кінематика вивчає рух тіл без врахування причин, що зумовлюють цей рух.

Траєкторія – це лінія, яку опспеє під час руху матеріальна точка. Залежно від форми траєкторії розрізняють *прямолінійний* і *криволінійний* рух точки.

Довжиною шляху Δs називається відстань, яка пройдена точкою за певний проміжок часу і яка вимірюється вздовж траєкторії.

Переміщення $\Delta \vec{r}$ – це вектор, проведений із початкового положення точки, що рухається, в положення її у данній момент часу:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_t - \vec{r}_0, \quad (2.1)$$

де \vec{r}_0 – радіус-вектор точки, що рухається, у початковий момент часу, а \vec{r}_t – радіус-вектор точки у данній момент часу.

Траєкторію, довжину шляху і переміщення показано на рисунку 2.1.

Середня швидкість точки $\langle \vec{v} \rangle$ – це відношення переміщення $\Delta \vec{r}$ до проміжку часу Δt , за який воно відбулося (рис.2.2):

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2.2)$$

Одиниця вимірювання швидкості – м/с.

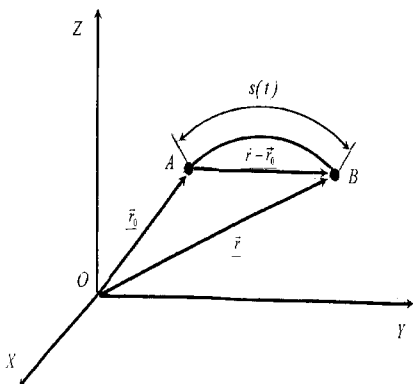


Рис. 2.1. Траєкторія, довжина шляху і переміщення

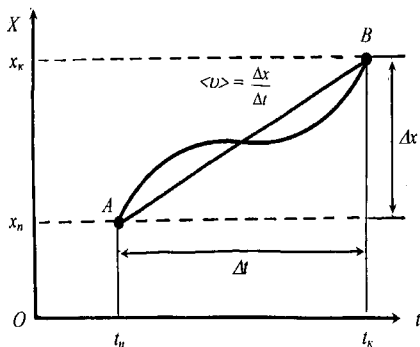


Рис. 2.2. Середня швидкість руху точки

Приклад

Бджола летить уздовж осі X так, що в момент часу $t_1 = 1$ с вона знаходиться в точці $X_1 = 12$ м, а в момент часу $t_2 = 3$ с – у точці $X_2 = 4$ м. Знайти модулі векторів переміщення та середньої швидкості польоту бджоли за даний проміжок часу.

Розв'язок

Модуль вектора переміщення бджоли знаходимо за виразом:

$$|\Delta X| = |X_2 - X_1| = |4 \text{ м} - 12 \text{ м}| = 8 \text{ м}.$$

Модуль середньої швидкості визначаємо за формулою:

$$|\langle v \rangle| = \left| \frac{\Delta X}{\Delta t} \right| = \left| \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} \right| = |(4 \text{ м} - 12 \text{ м}) / (3 \text{ с} - 1 \text{ с})| = 8 \text{ м} / 2 \text{ с} = 4 \text{ м} / \text{с}.$$

Миттєва швидкість точки \vec{v} дорівнює першій похідній радіус-вектора за часом:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2.3)$$

На рисунку 2.1 видно, що зі зменшенням Δt довжина шляху Δs наближається до $|\Delta \vec{r}|$, отже модуль миттєвої швидкості дорівнюватиме:

$$v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (2.4)$$

Прискорення – це векторна величина, що характеризує зміну швидкості точки за числовим значенням та напрямком. Під час прямолінійного руху точки вздовж осі x , коли її швидкість зростає або спадає рівномірно, *середнє прискорення* визначається за виразом:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad (2.5)$$

де Δv – зміна швидкості за проміжок часу Δt .

Миттєве прискорення \vec{a} дорівнює першій похідній від швидкості \vec{v} руху точки за часом t , або другій похідній від радіус-вектора за часом (рис.2.3):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (2.6)$$

Одиниця вимірювання прискорення – $\text{м} / \text{с}^2$.

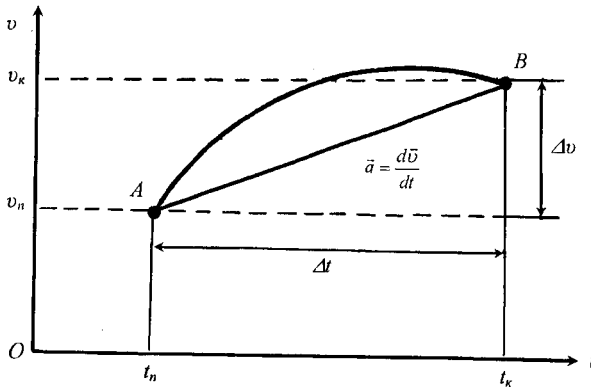


Рис. 2.3. Середнє прискорення руху точки

Поступальним називається такий рух твердого тіла, за якого

пряма, що з'єднує будь-які дві точки цього тіла, залишається під час руху паралельною сама собі; під час поступального руху всі точки тіла рухаються однаково і тіло можна замінити матеріальною точкою незалежно від його розмірів.

Приклад

Частинка рухається вздовж осі X згідно з рівнянням $X = At^2$, де $A = 3 \text{ м/с}^2$, X вимірюється в м, а t – в с. Знайти миттєву швидкість руху частинки.

Розв'язок

У початковий момент часу t координата частинки $X_n = 3t^2$. Через проміжок часу Δt , тобто в момент часу $t + \Delta t$ координата частинки становить:

$$X_k = 3(t + \Delta t)^2 = 3[t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2] = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2.$$

Звідси переміщення частинки за інтервал часу Δt дорівнює:

$$\Delta X = X_k - X_n = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2 - 3t^2 = 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2.$$

Середня швидкість бджоли за інтервал часу Δt дорівнює: $\langle v \rangle = \frac{\Delta X}{\Delta t} = 6t + 3\Delta t$.

t .

Миттєву швидкість бджоли визначимо за виразом (за умови, що $\Delta t \rightarrow 0$):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t} = 6t \text{ м/с.}$$

Контрольне завдання

Швидкість руху частинки вздовж осі X описується рівнянням $v = (A - Bt^2) \text{ м/с}$, де $A = 40 \text{ м/с}$, $B = 5 \text{ м/с}^3$, t вимірюється в секундах. Знайти проекції на вісь X модуль середнього прискорення, з яким рухається частинка за проміжок часу від $t = 0$ до $t = 2 \text{ с}$, та миттєвого прискорення в момент часу $t = 2 \text{ с}$.

Відповідь: $\langle a \rangle = -10 \text{ м/с}^2$; $a = -20 \text{ м/с}^2$.

2.2.2. Кінематика руху матеріальної точки по колу

Розглянемо рух матеріальної точки, що рухається по коловій траєкторії радіусом r зі швидкістю \vec{v} . Проекції прискорення на дотичну та головну нормаль до траєкторії називають відповідно *тангенціальним* \vec{a}_τ і *нормальним* \vec{a}_n прискореннями.

Тангенціальна складова прискорення виникає за рахунок змін швидкості матеріальної точки за модулем; вона направлена по дотичній до траєкторії в даній точці:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (2.7)$$

Нормальна складова прискорення характеризує зміну у часі напрямку вектора швидкості; вона направлена по радіусу кривизни r до

центра кривизни (саме тому його називають *доцентровим прискоренням*), а абсолютна величина визначається за виразом:

$$a_n = \frac{v^2}{r}. \quad (2.8)$$

Модуль *повного прискорення* матеріальної точки під час криволінійного руху визначається так (рис.2.4):

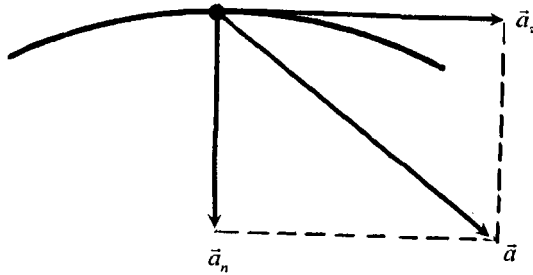


Рис. 2.4. Повне прискорення точки під час криволінійного руху

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2\right]}. \quad (2.9)$$

▼ Для допитливих

Найбільшу швидкість руху має гепард (*Acinonyx jubatus*) – 110 км/год.

Серед птахів сокіл (*Falco peregrinus*) досягає швидкості горизонтального польоту 150 км/год та під час пікірування – до 320 км/год; голкохвостий стриж (*Chaeturinae*) летить зі швидкістю 160 км/год. Страус (*Struthio camelus*) бігає зі швидкістю 160 км/год.

Риба парусник (*Istiophorus platypterus*) досягає швидкості 110 км/год.

Полярна крачка (*Sterna paradisea*) мігрує на відстань до 3200–4000 км.

Рекорд розмірів серед дерев належить секвої (*Sequoiadendron giganteum*) – середня висота становить 76–84 м, діаметр – 5–7 м; максимальна висота – 95 м та діаметр – 11 м.

2.3. ДИНАМІКА

2.3.1. Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла

Динаміка – розділ механіки, який вивчає рух тіл у зв'язку з тими причинами, які спричиняють або змінюють цей рух. Класична механіка ґрунтується на поняттях маси і сили, а також на законах, які пов'язують ці поняття з кінематичними величинами – зміщенням, швидкістю та прискоренням руху. В основі класичної механіки лежать три закони Ньютона.

Перший закон Ньютона – будь-яка матеріальна точка (тіло)

зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, доки дія з боку інших тіл не примусить її змінити цей стан.

Властивість тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називається *інерцією*. Перший закон Ньютона виконується лише в інерціальній системі відліку.

Сила – фізична величина, яка характеризує дію одного тіла на інше; наслідком прикладення до тіла сили є набування прискорення або деформації тіла.

Одиниця вимірювання сили – *ньютон* (H): $1 \text{ H} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$.

Маса тіла – фізична величина, яка є однією з основних характеристик матерії, що визначає її інерційні та гравітаційні властивості.

Одиниця вимірювання маси – *кілограм* ($кг$).

Другий закон Ньютона – прискорення, якого набуває матеріальна точка (тіло), пропорційне силі, яка викликає це прискорення, збігається з нею за напрямком, і обернено пропорційне масі матеріальної точки (тіла):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.10)$$

Рівняння (2.10) можна записати так:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (2.11)$$

Третій закон Ньютона – будь-яка дія матеріальних точок (тіл) одна на одну носить характер взаємодії; сили, з якими діють одна на одну матеріальні точки (тіла), завжди однакові за модулями, протилежні за напрямком і діють уздовж прямої, що з'єднує ці точки (тіла):

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}, \quad (2.12)$$

де \vec{F}_{21} – сила, що діє на одне тіло з боку іншого; \vec{F}_{12} – сила, що діє на одне тіло з боку іншого.



Ісаак НЬЮТОН (1642–1727)

Англійський фізик і математик, один із найяскравіших вчених історії. Сформулював основні концепції та закони механіки, відкрив закон універсального тяжіння, розробив математичні методи розрахунків.

2.3.2. Закон збереження імпульсу замкнутої системи

Імпульсом (кількістю руху) \vec{p} матеріальної точки, що рухається зі швидкістю \vec{v} , називається добуток маси цієї точки на її швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (2.13)$$

Одиниця вимірювання імпульсу – кг·м/с.

Якщо матеріальна точка рухається у довільному напрямку, кількість її руху характеризується трьома компонентами:

$$p_x = mv_x; p_y = mv_y; p_z = mv_z. \quad (2.14)$$

Розглянемо систему матеріальних точок. Механічна система, на яку не діють зовнішні сили (що діють на систему з боку зовнішніх тіл), або якщо їх рівнодіюча дорівнює нулю, називається *замкнутою* (ізолюваною).

Для системи матеріальних точок рівняння (2.11) матиме такий вигляд:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_{\text{зовн}} + \vec{F}_{\text{дис}}^{\text{внутр}}, \quad (2.15)$$

де $\vec{F}_{\text{зовн}} = \Sigma(\vec{F}_i)_{\text{зовн}}$ – вектор зовнішніх сил, а $\vec{F}_{\text{дис}}^{\text{внутр}}$ – вектор внутрішніх дисипативних сил.

Оскільки геометрична сума внутрішніх сил механічної системи за третім законом Ньютона дорівнює нулю, то $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_{\text{зовн}}$. Для замкнутої системи матеріальних точок маємо $\vec{F}_{\text{зовн}} = 0$, отже $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = 0$, або

$m\vec{v} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \vec{p} = \text{const}$, тобто повний імпульс замкнутої системи не змінюється з часом (закон збереження імпульсу).

Для замкнутої системи рівняння (2.15) можна записати так:

$$d(m\vec{v}) = d\vec{p} = \vec{F}_{\text{зовн}} dt, \quad (2.16)$$

де величина $\vec{F}_{\text{зовн}} dt$ називається імпульсом сили.

З рівняння (2.16) видно, що імпульс сили дорівнює зміні кількості руху.

2.3.3. Центр мас та закон його руху

Розглянемо систему матеріальних точок (рис. 2.5). Точка C , радіус-вектор якої дорівнює відношенню суми добутків мас усіх матеріальних точок системи на їх радіус-вектори до маси всієї системи, називається центром мас системи матеріальних точок:

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.17)$$

Швидкість центра мас дорівнює $\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}$, а імпульс – добутку маси системи на швидкість її центра мас $\vec{p} = m\vec{v}_c$.

Оскільки похідна по часу від імпульсу механічної системи дорівнює геометричній сумі зовнішніх сил, що діють на систему

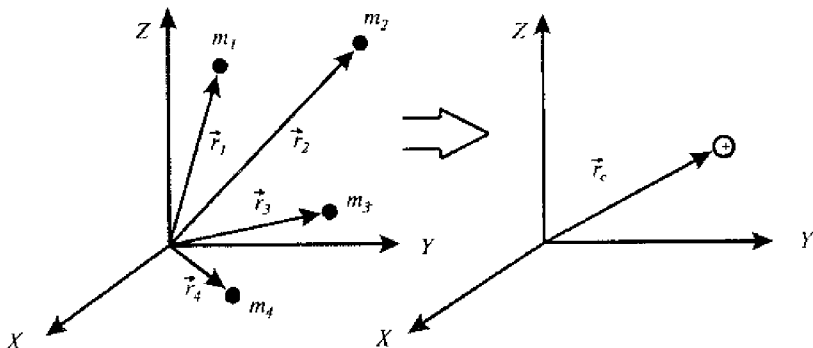


Рис. 2.5. Центр мас системи матеріальних точок як матеріальна точка, в якій міститься маса всієї системи

$(\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n)$, можна стверджувати, що центр мас системи

матеріальних точок рухається як матеріальна точка, в якій міститься маса всієї системи і на яку діє сила, що дорівнює геометричній сумі всіх сил, які діють на систему ($m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$).

Відповідно до закону збереження імпульсу центр мас замкнутої системи або рухається прямолінійно та рівномірно, або залишається нерухомим.

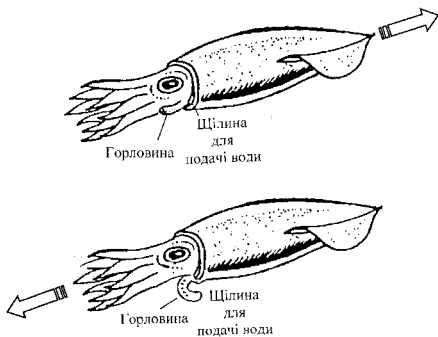
2.3.4. Реактивний рух у природі

Реактивний рух виникає під час роботи реактивного двигуна, тяга якого утворюється реакцією (віддачею) робочого тіла, що втікає з нього. Завдяки цьому сила реакції примушує пристрій з двигуном рухатися у бік, протилежний напрямку втікання робочого тіла.

Розглянемо рух живих організмів, що супроводжується зміною їх маси. Яскравими прикладами таких організмів у природі є медузи, кальмари, восьминоги, деякі молюски тощо (рис. 2.6). Вони пересуваються завдяки своєрідному реактивному руху, який забезпечується струменем виштовхнутої з особливих порожнин тіла води. Наприклад, медуза заповнює парасолькову частину водою, яку виштовхує, внаслідок чого рухається у протилежний бік. Складнішими системами є кальмари, які мають м'язову накидку, що заповнюється водою. Внаслідок м'язового скорочення вода виштовхується через сифони, а кальмар рухається у протилежному напрямку. Причому він здатний регулювати напрямок руху завдяки обертанню сифона. Деякі кальмари за рахунок реактивного руху досягають палуби кораблів. Часто кальмар супроводжує вкид води з темною чорнильною рідиною для відлякування хижаків. Деякі молюски, такі як морський гребінець, стискають періодично свої черепашки, завдяки чому можуть запобігти зустрічі з хижакими – морськими зірками. Швидкість морських організмів варіює від 27 мм/с у представників клоунових риб до 0,6 м/с у морського гребінця та до 8–15 м/с у кальмарів, восьминогів та каракатць.



а



б

Рис. 2.6. Реактивний рух у природі: а – медуза; б – кальмар
(пояснення в тексті)

Серед сільськогосподарських об'єктів реактивний рух демонструє огірок-пирскач пружиний (“скажений” огірок).

2.4. СИЛИ ТЯЖІННЯ

2.4.1. Закон всесвітнього тяжіння

Закон всесвітнього тяжіння – дві будь-які матеріальні точки з масами m_1 і m_2 притягуються в напрямку одна до одної з силою, що прямо пропорційна добутку мас і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.18)$$

де F – сила тяжіння (гравітаційна сила, сила всесвітнього тяжіння); r – відстань між точкам; m_1 і m_2 – їх маси; $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала.

Матеріальні точки – це будь-які тіла, розміри яких значно менші ніж відстань між ними. Ньютон довів, що сила тяжіння між двома сферичними тілами кінцевих розмірів зі сферичним розподілом речовини також описується рівнянням (2.18).

Розглянемо сили, що діють на нерухоме тіло, розташоване на земній поверхні. З боку Землі діє сила тяжіння F , що визначається за законом всесвітнього тяжіння:

$$F = G \frac{m M_3}{R_3^2}, \quad (2.19)$$

де m – маса тіла; M_3 – маса Землі; R_3 – радіус земної кулі.

У векторній формі закон всесвітнього тяжіння має вигляд:

$$\vec{F} = -G \frac{mM_3}{R_3^3} \vec{R}, \quad (2.20)$$

де \vec{R} – одиничний вектор (рис. 2.7, а).

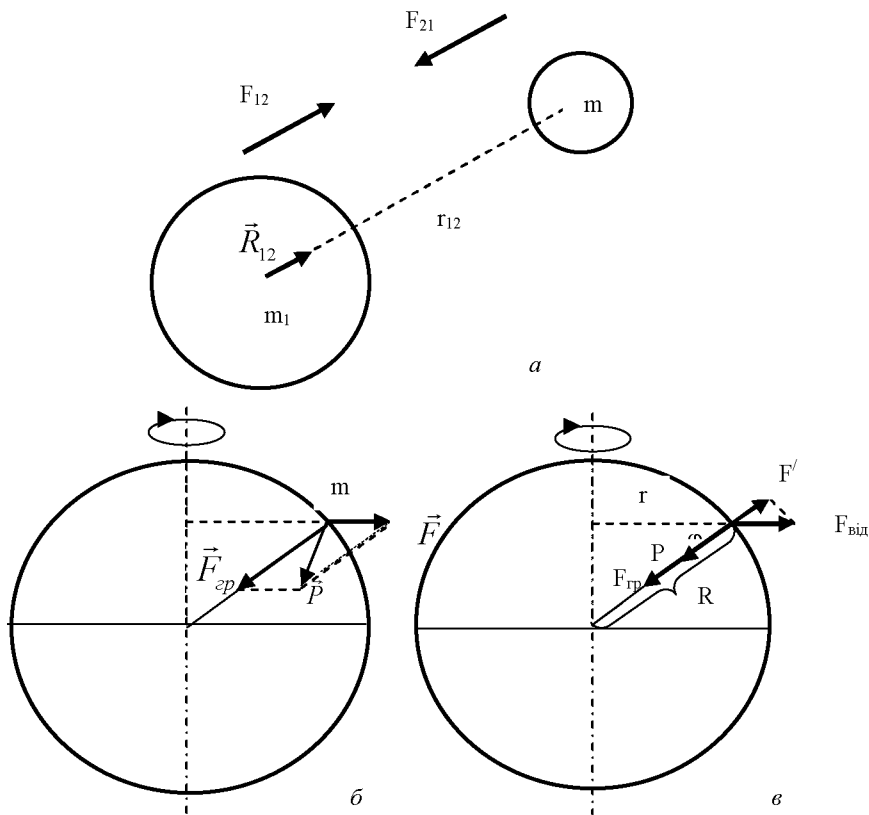


Рис. 2.7. **Взаємодія двох тіл:** а – взаємодія двох тіл; б – дія сил на тіло, що знаходиться на земній поверхні; в – залежність ваги тіла від широти його місцезнаходження. Тут: \vec{F}_{sp} – вектор гравітаційної сили; $\vec{F}_{вiд}$ – вектор відцентрової сили; \vec{P} – вектор сили ваги; F_{sp} – гравітаційна сила, F_v – відцентрова сила, P – вага тіла, φ – географічна широта місцезнаходження тіла, r – радіус обертання тіла, R – радіус земної кулі.

2.4.2. Гравітаційне поле

Гравітаційна взаємодія між тілами здійснюється за рахунок *гравітаційного поля*, основною властивістю якого є те, що на будь-яке тіло масою m , розміщене в цьому полі, діє сила гравітації:

$$\vec{F}_{sp} = m\vec{E}_\gamma, \quad (2.21)$$

де вектор \vec{E}_γ не залежить від m і називається *напруженістю гравітаційного поля*:

$$\vec{E}_\gamma = \frac{\vec{F}_{sp}}{m}. \quad (2.22)$$

Враховуючи рівняння (2.20), можна одержати вираз:

$$\vec{E}_\gamma = -\frac{GM_3}{R_3^3} \vec{R}. \quad (2.23)$$

Напруженість поля тяжіння визначається силою, що діє з боку поля на матеріальну точку одиничної маси і збігається з напрямком дії сили тяжіння. В кожній точці гравітаційного поля відношення сили, що діє на матеріальну точку, до її маси є величиною сталою і називається *прискоренням вільного падіння* \vec{g} . Біля поверхні Землі $\vec{g} = 9,80 \text{ м/с}^2$. Для точок, розміщених поблизу поверхні Землі, прискорення вільного падіння \vec{g} дорівнює напруженості \vec{E}_γ гравітаційного поля.

Таким чином, універсальна взаємодія між будь-якими видами фізичної матерії називається *тяжінням* або *гравітацією*.

Галілео ГАЛІЛЕЙ (1564–1642)

італійський фізик та астроном. Досліджував рух об'єктів під час вільного падіння та на похилій площині. Зробив кілька досліджень в астрономії: відкрив чотири супутника Юпітера, нові зірки; вивчав поверхню Місяця, сонячні плями; довів, що Чумацький шлях являє собою численну кількість зірок.



2.4.3. Гравітація та живі організми

На відміну від інших зовнішніх стимулів гравітація існує завжди і не змінюється за величиною; її не можна увімкнути чи вимкнути. Вертикальна міграція водних мікроорганізмів являє собою поведінковий механізм пошуків оптимального з точки зору їх росту та репродукції положення у водному середовищі. Фотосинтетичні та нефотосинтетичні мікроорганізми використовують світло як зовнішній

стимул: за низьких рівнів освітлення вони демонструють позитивний фототаксис, прямуючи до водної поверхні з тим, щоб одержати достатнє для життєдіяльності сонячне випромінювання. Але за високої інтенсивності сонячного випромінювання вони використовують негативний фототаксис, прямуючи в глибину з тим, щоб запобігти руйнівній дії цього випромінювання. Фотоорієнтація не має місця у темряві, але є на значних глибинах, де світла не вистачає. В цьому разі водні організми використовують гравітацію як зовнішній фактор для вертикальної орієнтації.

Гравітаційне поле Землі є важливим зовнішнім фактором для організмів, що пересуваються у водному середовищі. Таку спроможність організмів орієнтувати напрямок свого руху відносно гравітаційного поля називають *гравітаксисом*. Гравітаксис спостерігається у багатьох водоростей. Рівень гравітаційної орієнтації водоростей визначається наявністю забруднень у середовищі, впливом сонячного, зокрема ультрафіолетового випромінювання. Таким чином, гравітаксис є важливим екологічним фактором, який дає змогу водним організмам знаходити кращі умови існування.

Ростову реакцію рослин, яка викликає вигин або скривлення її певної частини у бік гравітації як зовнішнього стимулу, називають *гравітропізмом*.

2.4.4. Вага тіла

Характер механічного руху залежить від системи відліку. Ті системи, по відношенню до яких виконується перший закон Ньютона (тобто такі системи, які знаходяться у стані спокою або рухаються рівномірно та прямолінійно), називаються *інерціальними системами відліку*. Системи відліку, що рухаються відносно інерціальної системи з прискоренням, називаються *неінерціальними*.

Розглянемо тіло, розміщене поблизу Землі. Крім гравітаційної сили, що визначається за законом всесвітнього тяжіння і завдяки якій тіло рухається з прискоренням вільного падіння, на нього діє за рахунок добового обертання Землі *відцентрова сила інерції* $F_{\text{від}} = m\omega^2 r$ (де $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$ рад/с – кутова швидкість добового обертання Землі; r – радіус обертання), що направлена від осі обертання.

Рівняння відносного руху матеріальної точки маси m у системі відліку, пов'язаній із Землею, має вигляд:

$$m \vec{g} = m \vec{E}_\gamma + \vec{F}_{\text{від}}, \quad (2.24)$$

де \vec{E}_γ – напруженість гравітаційного поля; $\vec{F}'_{\text{від}}$ – відцентрова сила інерції.

Геометрична сума сили притягання Землі та відцентрової сили інерції називається *силою тяжіння* (рис. 2.7, б). Сила притягання значно перевищує відцентрову силу інерції, оскільки величина ω^2 дуже мала; отже, сила тяжіння майже не відрізняється від сили гравітаційного тяжіння.

Проекція відцентрової сили інерції $F'_{\text{від}}$ на напрямок дії сили тяжіння Землі дорівнює:

$$F'_{\text{від}} = m\omega^2 r \cos \varphi, \quad (2.25)$$

де φ – географічна широта місцезнаходження тіла.

Вага P тіла – це сила, з якою тіло внаслідок тяжіння до Землі діє на опору (чи підвіс), що утримує тіло від вільного падіння. Вага тіла виявляється лише тоді, коли на тіло діють інші, ніж сила тяжіння, сили і тіло рухається з прискоренням, відмінним від g . Оскільки маса тіла постійна, а значення g змінюється з широтою, то відповідно змінюється вага тіла. Як видно з рисунку 2.7, в, вага тіла визначається як різниця сили тяжіння F і проекції відцентрової сили $F'_{\text{від}}$ на напрямок дії сили тяжіння :

$$P = G \frac{mM_3}{R_3^2} - m\omega^2 r \cos \varphi. \quad (2.26)$$

Враховуючи, що $r = R \cos \varphi$, одержуємо вираз:

$$P = G \frac{mM_3}{R_3^2} - m\omega^2 R \cos^2 \varphi. \quad (2.27)$$

Таким чином, вага тіла залежить від географічної широти φ місцезнаходження тіла.

2.5. ПРУЖНІ СИЛИ

2.5.1. Деформації твердого тіла

Механічна деформація – це зміна взаємного розташування множини частинок матеріального середовища, яка призводить до зміни форми та розмірів тіла і зумовлює виникнення сил взаємодії між частинками, тобто появу напружень.

Пружними називаються деформації, які виникають і зникають одночасно з навантаженням і не супроводжуються розсіюванням енергії. *Пластичними* називаються деформації, які залишаються піс-

ля зняття навантаження і супроводжуються розсіюванням енергії. Якщо після зняття навантаження деформація зникає неповністю, її називають *пружно-пластичною*; якщо величина деформації явно залежить від часу, але оборотна, вона називається *в'язко-пружною*. Існують деформації *розтягу*, *стиску*, *згину*, *кручення* та *зсуву* (рис. 2.8). Деформація викликає в тілі, що деформується, появу *сили пружності* – внутрішньої сили, що перешкоджає деформації тіла.

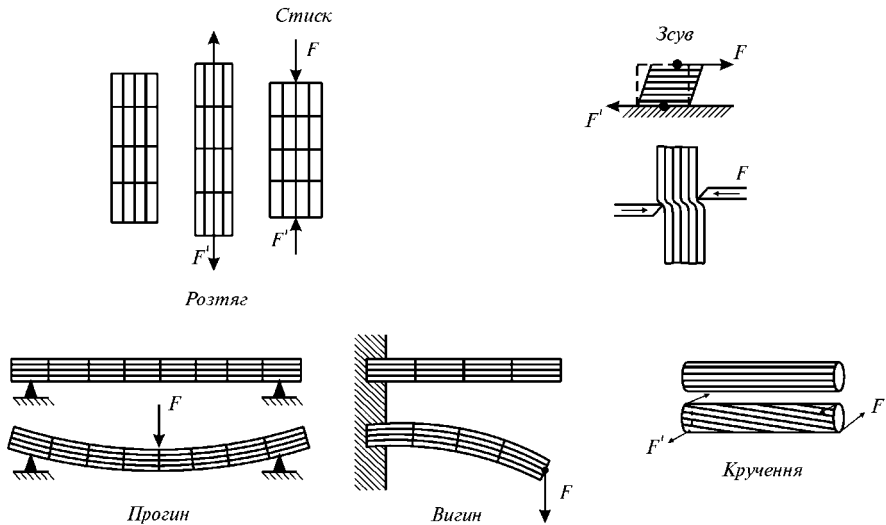


Рис. 2.8. Типи деформації

2.5.2. Закон Гука

Закон Гука для однобічного розтягу (стиску): *сила пружності $F_{пр}$, що виникає внаслідок деформації тіла, пропорційна видовженню цього тіла x :*

$$\vec{F}_{пр} = -k\vec{x}, \quad (2.28)$$

де k – коефіцієнт пружності, що залежить від розмірів і матеріалу тіла (під час розтягу або стиску тіла вздовж осі OX закон Гука набуває вигляду $F_{прX} = -k \cdot x$).

Закон Гука може бути сформульований і записаний так: *внаслідок невеликих деформацій, які є пружними, нормальне напруження σ пропорційне відносному видовженню ε :*

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (2.29)$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ – нормальне механічне напруження, що виникає у поперечному перерізі; S – площа поперечного перерізу тіла; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – відносне видовження тіла; E – модуль Юнга (значення модуля Юнга різних пружних матеріалів наведено в таблиці 2.1).

Модуль Юнга характеризує пружні властивості речовини під час невеликих деформацій; він визначається напруженням, що викликає відносне видовження тіла, яке дорівнює одиниці.

2.1. – Модуль Юнга для різних пружних матеріалів

Матеріал	Модуль Юнга E , Н/м ²
Сталь	$2 \cdot 10^{11}$
Кістка (вздовж осі)	$2 \cdot 10^{10}$
Кістка (упоперек осі)	$1,5 \cdot 10^{10}$
Колаген	$10^7 - 10^8$
Сухожилля	$2 \cdot 10^7$
Хрящ реберний	$1,2 \cdot 10^7$
Гума	$2 \cdot 10^6$
Абдуктин	$1,9 \cdot 10^6$
Резилін	$1,7 \cdot 10^6$
Еластин	$6 \cdot 10^5$
Кровоносна судина	$2 \cdot 10^5$
Клітини гладеньких м'язів:	
– у стані збудження	10^5
– у стані спокою	10^4
Бамбук	$2 \cdot 10^{10}$
Деревна рослинність	$(0,35 - 1,93) \cdot 10^{10}$
Клітинна оболонка водорості <i>Nitella</i>	$7 \cdot 10^8$
Чиста целюлоза	10^8

Приклад

Коефіцієнт жорсткості пружини показує, яку силу треба прикласти для розтягу пружини на одиницю довжини. Визначити коефіцієнт жорсткості k пружини, прикріпленої одним кінцем до горизонтальної площини, якщо інший кінець зв'язаний з вантажем масою $m = 400$ г. Видовження пружини становить $x = 3$ см.

Розв'язок

Вага тіла дорівнює пружній силі: $mg = kx$.

Звідси: $k = \frac{mg}{x} = (0,4 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2) / 3 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1,31 \cdot 10^2 \text{ Н/м}$.

Приклад

Смушка тканини завдовжки 5 см із поперечним перерізом $0,1 \text{ см}^2$ вирізана зі стінки аорти, модуль Юнга якої становить $2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$. Яку масу варто прикріпити до

вертикально підвішеної смужки, щоб викликати видовження 0,5 см (зміною поперечного перерізу знехтувати).

Розв'язок

Сила F , прикладена до смужки, визначається як: $F = m \cdot g$,

де m – маса прикріпленого вантажу; g – прискорення вільного падіння.

Запишемо закон Гука у термінах нормальної механічної напруги $\sigma = F/S$ та відносного видовження тіла $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$:

$$\frac{m \cdot g}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l},$$

звідси:

$$m = \frac{E \cdot \Delta l \cdot S}{g \cdot l} = \frac{(2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}) \cdot (0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}) \cdot (0,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2)}{(10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}) \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ м})} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг.}$$



Роберт ГУК (1635–1703)

Англійський фізик, який відкрив закон пружності. У 1665 році видав книжку «Мікрографія», де описав результати мікроскопічних та телескопічних досліджень. Першим описав як зробити мікроскоп.

Залежність механічного напруження σ від відносного видовження ε

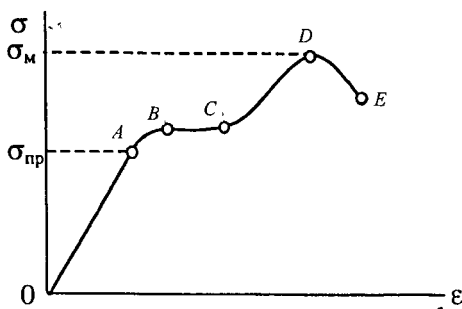


Рис. 2.9. Діаграма розтягу – графічне зображення залежності механічного напруження σ від відносного видовження ε (пояснення в тексті)

ε називається *діаграмою розтягу* (рис. 2.9). Тут можна виділити такі ділянки і характерні точки: точка *A* називається *межею пропорційності*; вона відповідає максимальному напруженню $\sigma_{\text{пр}}$, за якого ще виконується закон Гука; точка *B* – *межа пружності* – напруження, за якого деформація ще залпшається пружною; *BC* – *ділянка плинності*, де деформація відбувається

без збільшення напруження; точка *C* – *межа плинності*; точка *D*, що відповідає максимальному напруженню $\sigma_{\text{макс}}$ тіла перед руйнуван-

ням, називається *межею міцності*; точка E відповідає *розриву тіла*, який відбувається за меншого ніж σ_{\max} напруження.

Прикладання рівномірно розподіленої по всій поверхні тіла сили стискування (або розтягування) викликає *деформацію всебічного стискування (розтягування)*. Відносне зменшення (збільшення) об'єму тіла $\Delta V/V$ при цьому визначається за *законом Гука*: за *невеликих деформацій, які є пружними, нормальне напруження σ пропорційне відносному зменшенню (збільшенню) об'єму тіла $\Delta V/V$ під впливом напруження σ* :

$$\sigma = K \cdot \frac{\Delta V}{V}, \quad (2.30)$$

де σ – нормальне механічне напруження; $\frac{\Delta V}{V}$ – відносне зменшення (збільшення) об'єму тіла; K – модуль об'ємної пружності.

Модуль об'ємної пружності характеризує пружні властивості речовини; він визначається напруженням, що викликає відносне зменшення (збільшення) об'єму тіла, який дорівнює одиниці.

Деформація тіла, за якої всі його шари, паралельні деякій площині (площині зсуву), зміщуються без будь-яких змін паралельно один одному, називається *зсувом* (рис. 2.10). Згідно із законом Гука дотичне напруження τ пропорційне куту зсуву γ :

$$\tau = G \cdot \gamma, \quad (2.31)$$

де G – модуль зсуву; $\gamma \cong \tan \gamma = \frac{x}{l}$.

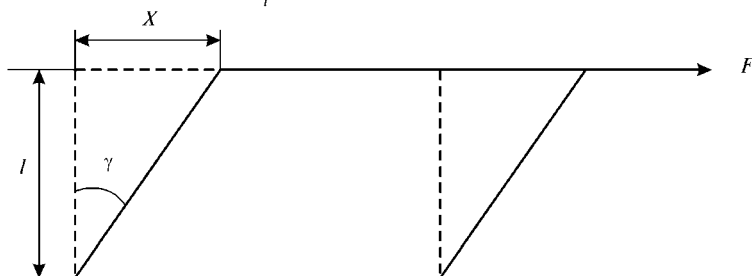


Рис. 2.10. **Деформація зсуву**: x – зсув паралельних шарів тіла один відносно одного, γ – кут зсуву; l – відстань між шарами

Типові значення модуля зсуву наведено в таблиці 2.2.

2.2. – Модуль зсуву деяких матеріалів

Матеріал	Модуль зсуву G , Н/м ²
Кістка	$(0,8-1,5) \cdot 10^{10}$

Сталь	$8 \cdot 10^{10}$
Алюміній	$2,6 \cdot 10^{10}$
Гума	$1,6 \cdot 10^6$

Відносне поздовжнє стискування (розтягування) тіла супроводжується його відносним поперечним розширенням (звуженням) $\Delta D/D$, де D – поперечний розмір тіла, ΔD – зміна поперечного розміру тіла. Відношення відносного поперечного розширення (звуження) $\Delta D/D$ до відносного поздовжнього розширення (звуження) $\Delta L/L$ називається *коефіцієнтом Пуассона* μ :

$$\mu = \left(\frac{\Delta D}{D} \right) / \left(\frac{\Delta L}{L} \right). \quad (2.32)$$

Так, коефіцієнт Пуассона для м'якоті яблука дорівнює 0,21–0,34, а для картоплі – 0,45–0,49.

2.5.3. Вимірювання модуля Юнга

Розглянемо стержень, до якого прикладена зовнішня сила F . Внутрішні сили у стержня будуть чинити опір деформації стержня, в якому виникає через це механічне напруження; сам стержень набуває відносного видовження. Відношення напруження до відносного видовження характеризується модулем Юнга. Величина деформації стержня залежить від величини прикладеної сили, геометрії стержня та його пружних властивостей, тобто модуля Юнга, який можна визначити. Наведемо готові вирази для модуля Юнга.

Для круглого стержня радіусом R , один кінець якого закріплений (рис. 2.11), модуль Юнга визначають за виразом:

$$E = \frac{4l^3}{3\pi R^4} \cdot \frac{F}{\lambda}, \quad (2.33)$$

де l – довжина стержня; $F = mg$ – сила, що прикладена до стержня; m – маса тягарця; g – прискорення вільного падіння; λ – величина згину стержня (“стріла згину”).

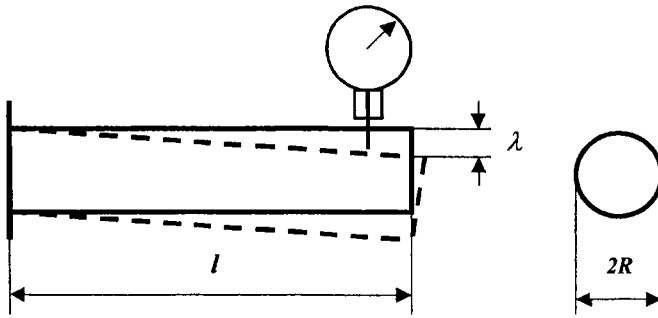


Рис. 2.11. Визначення модуля Юнга стержня круглого перерізу радіусом R , один кінець якого закріпленій

Модуль Юнга трубчастого стержня, один кінець якого закріпленій, визначають так:

$$E = \frac{4l^3}{3\pi} \cdot \frac{F}{(R_2^4 - R_1^4)\lambda}, \quad (2.34)$$

де R_1 та R_2 – відповідно зовнішній та внутрішній радіуси трубки.

Якщо стержень має опору з двох кінців, у знаменниках останніх двох виразів замість коефіцієнта пропорційності 3 беруть 48.

Модуль Юнга E стержня прямокутного перерізу, один кінець якого закріпленій, можна визначити шляхом вимірювання вигину стержня (рис. 2.12) за виразом:

$$E = \frac{l^3}{4ab^3} \cdot \frac{F}{\lambda}, \quad (2.35)$$

де a і b – ширина і товщина стержня; λ – величина вигину стержня (“стріла вигину”).

Рослинна клітина оточена еластичною оболонкою целюлозно-пектинової природи. Оболонки рослинних клітин характеризуються пружними властивостями, які зумовлюють здатність рослинних клітин розтягуватися під впливом зовнішніх навантажень. Модуль Юнга, що характеризує пружні властивості тіл, для чистої целюлози дорівнює 10^8 Н/м², що становить близько 5% модуля Юнга для сталі. Клітинна

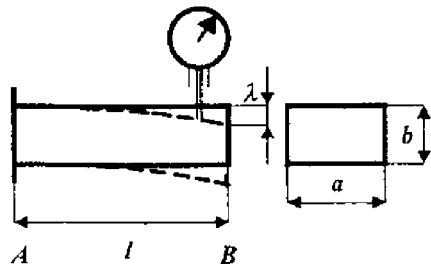


Рис. 2.12. Визначення модуля Юнга стержня прямокутного перерізу радіусом R , один кінець якого закріпленій

Клітинна

оболонка містять різноманітні компоненти, крім целюлози, через що її модуль Юнга менший, ніж у чистої целюлози. Наприклад, модуль Юнга клітинної оболонки водорості *Nitella* дорівнює $7 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$. Модуль Юнга деревної рослинності змінюється в інтервалі $(0,35-1,93) \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$.

Приклад

Визначити модуль Юнга деревини, з якої виготовлена балка розмірами $a = b = 5 \text{ см}$, $l = 70 \text{ см}$, якщо під впливом сили $F = 6860 \text{ Н}$ величина вигину стержня λ дорівнює $0,7 \text{ см}$.

Розв'язок

Підставляємо числові значення у рівняння (2.35):

$$E = \frac{700 \text{ кг} \cdot 0,7^3 \text{ м}^3 \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}}{4(2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^4 \cdot 0,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 1,34 \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}.$$

2.5.4. Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла

Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла дорівнює максимальній роботі, що здійснюється силами пружності, які відновлюють первинний розмір та форму тіла. Потенціальну енергію пружно-деформованого тіла визначають так:

$$W_{\text{пр}} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{E \cdot S \cdot (\Delta l)^2}{2 \cdot l} = \frac{\sigma^2 \cdot V}{2 \cdot E}, \quad (2.36)$$

де k – коефіцієнт пружності; x – видовження цього тіла; E – модуль Юнга; S – площа поперечного перерізу тіла; Δl – видовження; l – довжина тіла; σ – нормальна механічна напруга (Н/м^2); V – об'єм тіла.

Приклад

Визначити роботу, що виконується під час стискування стегнової кістки собаки на $0,5 \text{ мм}$, яка має довжину 25 см і переріз 3 см^2 . Модуль Юнга дорівнює $2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$.

Розв'язок

Робота стискування кістки витрачається на збільшення її потенціальної енергії:

$$A = W_{\text{пр}} = \frac{E \cdot S \cdot (\Delta l)^2}{2 \cdot l}.$$

Підставляємо числові дані:

$$A = \frac{(2 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}) \cdot (3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2) \cdot (25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2)}{2 \cdot 0,25 \text{ м}} = 3 \text{ Дж}.$$

2.5.5. Пружні властивості біологічних матеріалів

Вивчення пружних властивостей біологічних матеріалів дає змогу досліджувати процеси функціонування опорно-рухового апарату живих організмів. Розглянемо основні біологічні матеріали, що відзначаються надзвичайними пружними властивостями.

Колаген – білок, органічний компонент кісткової тканини, який забезпечує її пружні властивості. Крім того, колаген знаходиться в шкірі і тканинах кровоносних судин.

Еластин являє собою пружний білок, що зустрічається в хребетних у вигляді товстих жмутів у сполучній тканині, яка знаходиться в стінках артерій, особливо біля серця.

Резилін – білок, що зустрічається у комах. Пружні властивості резиліну надають їм можливість здійснювати стрибки. Наприклад, якщо б людина мала можливість стрибати як блоха (*Aphaniptera*), то вона змогла б перескочити через 100-поверховий будинок. Саме завдяки резиліну бджола здатна здійснювати близько 500 мільйонів змахів крилами протягом життєвого циклу. Штучний резилін широко використовується у медицині як замінець пружних серцевих клапанів, стінок кровоносних судин та міжхребцевих дисків.

Абдуктин – білок, знайдений у молюска – морського гребінця (*Pecten*) в основі черепашки; гребінець здатний пливати, відкриваючи і закриваючи стулки з частотою 3 коливання за секунду. Крім того, абдуктини знаходяться в передніх крилах цикади (*Homoptera, Cicadidae*).

Багато біологічних матеріалів містять кілька пружних компонентів, що спричиняє специфічний характер діаграм розтягу. Так, потилична зв'язка *Ligamentum nuchae* копитних тварин (рис. 2.13) містить такі пружні субстанції як еластин та колаген, модулі Юнга яких значно відрізняються (див. табл. 2.1). Отже, еластин відповідає за початковий відгук зв'язки, тоді як колаген – за кінцевий.

Кістки та м'язи є основними компонентами опорно-рухового апарату людини і тварин. Вивчення пружних властивостей кісткової тканини доцільно з точки зору завдань, які стоять перед сучасною хірургією та ортопедією, пов'язаних з розробкою та впровадженням засобів протезування. Крім забезпечення руху, кістки виконують функції підтримки та захисту м'язових тканин, являють собою місце нагромадження кальцію. За формою кістки поділяються на довгі, короткі, плоскі та ірегулярні. Маса кісток становить близько 18% загальної маси тіла. Близько 60% об'єму (40% ваги) компактною кістковою тканиною займає органічний матеріал колаген; решту – неорганічний матеріал гідроксилапатит $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$. Кристалики цієї речовини розташовані між волокнами колагену і міцно прикріплені до них. Саме така структура кісток зумовлює їх пружні властивості. Модуль пружності кісткової тканини займає проміжне значення між модулями пружності її компонентів і суттєво залежить від їх відсоткового вмісту. Механічні характеристики кістки наведено в таблиці 2.3.

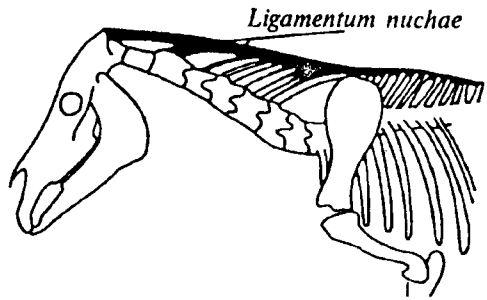


Рис. 2.13. Розміщення потиличної зв'язки (*Ligamentum nuchae*) у копитних тварин

2.3. – Механічні характеристики кістки

Механічний параметр	Величина, одиниці
Густина компактною кістковою тканини	$1,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Границя міцності на розтяг	$1,2 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$
Границя міцності на стиск	$1,7 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$

Контрольне завдання

Стегнова кістка має довжину 25 см і переріз 3 см². Визначити силу пружності у процесі стискання кістки на 0,5 мм, якщо модуль Юнга дорівнює $2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$.

Відповідь: 12 кН.

Приклад

Стрибок блохи масою $m = 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$ характеризується вертикальною компонентою швидкості $v = 1 \text{ м/с}$, яку вона досягає через $t = 10^{-3} \text{ с}$, та висотою стрибка $h = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Визначити такі параметри:

- прискорення, з яким стрибає блоха;
- кінетичну енергію блохи;
- енергію м'язів блохи, яка становить 20% маси тіла комахи, якщо питома потужність м'язів дорівнює $P/m = 60 \text{ Вт/кг}$;

г) енергію, що накопичує блоха в двох задніх кінцівках (об'єм кожної з яких становить $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^3$) під час стискання резиліну, що знаходиться в цих кінцівках;
 д) на яку відстань змогла стрибнути людина, якщо б вона мала пружні властивості блохи? Нагадуємо, що блоха стрибає на відстань, що перевищує її розміри в 200 разів.

Розв'язок

а) прискорення, з яким стрибає блоха, визначається за виразом:

$$a = v/t = (1 \text{ м/с})/(10^{-3} \text{ с}) = 10^3 \text{ м/с}^2.$$

Отже, $a \approx 100g$ (де g – прискорення вільного падіння);

б) кінетична енергія блохи розраховується за формулою:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot (1 \text{ м/с})^2 = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

в) енергія м'язів блохи визначається так:

$$E_m = 20\% \cdot (P/m) \cdot m \cdot t = 0,2 \cdot 60 \text{ Вт/кг} \cdot 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot 10^{-3} \text{ с} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Отже, енергії м'язів блохи явно недостатньо для забезпечення стрибка ($E_m < E_k$);

г) використовуючи формулу (2.28) та табл. 2.1, знаходимо потенціальну енергію 1 мм^3 пружно-деформованого резиліну:

$$E_{np} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{E \cdot S \cdot (\Delta l)^2}{2 \cdot l} = \frac{1}{2} \cdot 1,7 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Загальна енергія, що нагромаджується двома кінцівками, становить:

$$E_k = 2 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 23,8 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Цієї енергії достатньо для забезпечення стрибка ($E_k > E_m$);

д) людина, яка б мала пружні властивості блохи, змогла б стрибнути на довжину стадіону.

Пружні властивості рослин. Рослинне стебло під впливом зовнішньої сили (наприклад, вітру) згинається. Під впливом цієї сили певні шари розтягуються, тоді як інші стискаються. У стеблі виікають деформації, які можна розглядати як сукупність деформації розтягу одного боку стебла та одночасної деформації стиску другого боку стебла. Очевидно, що основну участь в утворенні опору згину беруть зовнішні шари стебла, тоді як середні ніякої ролі не відіграють. Отже, якщо вилучити центральну частину стебла, її опір на згин не зміниться. Математичні розрахунки свідчать, що найбільшій опір згину виявляють трубки, в яких відношення внутрішнього діаметра до зовнішнього становить 8:11. Саме таке співвідношення мають стебла більшості рослин. Яскравим представником рослин, які позбавлені центральної частини стебла, є бамбук. Цю рослину ефективно використовують для одержання сировини, продуктів харчування та будівельних матеріалів близько 2,2 млрд населення світу; деякі види бамбука ростуть зі швидкістю близько одного метра за добу. Модуль Юнга тканини бамбука дорівнює $2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, тобто ба-

мбук в розрахунку на однинцю маси більш пружній, ніж сталевій стержень, модуль Юнга якого становить $2,1 \cdot 10^{11}$ Н/м². У той же час густна бамбука становить 600 кг/м³, тоді як для сталі густна дорівнює 7800 кг/м³.

Механічні методи оцінювання якості продуктів. Основою багатьох методів неруйнівного оцінювання якості сільськогосподарських та харчових продуктів є вимірювання пружних властивостей цих продуктів. Суть такого методу полягає у проштовхуванні механічного плунжера в продукт під впливом постійної сили, що забезпечує проникнення плунжера, або з постійною швидкістю проникнення.

Залежність сили, що забезпечує проникнення плунжера, від відстані, яку проходить плунжер, відзначається певними характерними ділянками. Спочатку ця залежність має лінійний характер, доки не відбудеться проникнення плунжера у зразок; ця точка називається *межею текучості*. Далі крива залежності може зростати, як це спостерігається у процесі тестування свіжих яблук (рис. 2.14, а), залишатися на постійному рівні для зрілих груш та персиків або яблук, що зберігалися тривалий час за низької температури (рис. 2.14, б), спадати у більшості овочів (рис. 2.14, в), або плавно зростати (рис. 2.14, г-д).

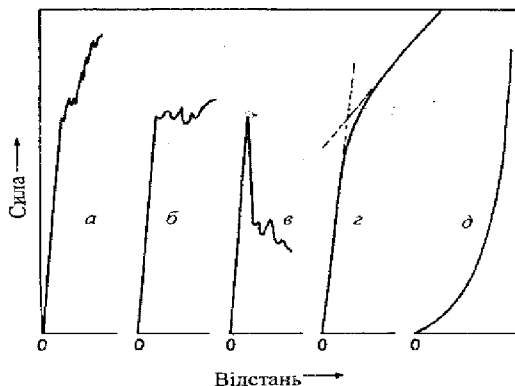


Рис 2.14. Залежність сили, що забезпечує проникнення плунжера, від відстані, яку проходить плунжер під час тестування: а – свіжих яблук; б – зрілих груш та персиків або яблук, що зберігалися довгий час за низької температури; в-д – більшості овочів

2.6. СИЛИ ТЕРТЯ

Якщо тіло рухається вздовж жорсткої поверхні або через в'язке середовище (повітря чи воду), воно зазнає опору руху через взаємодію тіла з оточенням. Розглянемо тіло, що рухається по горизонтальній площині. Якщо прикласти до нього силу, паралельну площині, тіло залишиться у стані

спокую, якщо ця сила невелика. Механічний опір, що виникає у площині доткнення двох притиснутих одне до одного тіл під час їх відносного переміщення, називається *зовнішнім тертям*. Сила f_{cm} , яка утримує тіло від переміщення, називається *силою тертя спокою*. Спочатку сила опору пропорційна зовнішній силі ($f_{cm} \approx F$), але коли сила F досягає значення $f_{cm \text{ макс}}$, тіло починає пересуватися у напрямку дії зовнішньої сили. Слід зазначити, що під час руху тіла сила опору менша, ніж $f_{cm \text{ макс}}$ (рис. 2.15); її називають *силою тертя ковзання* f_k .

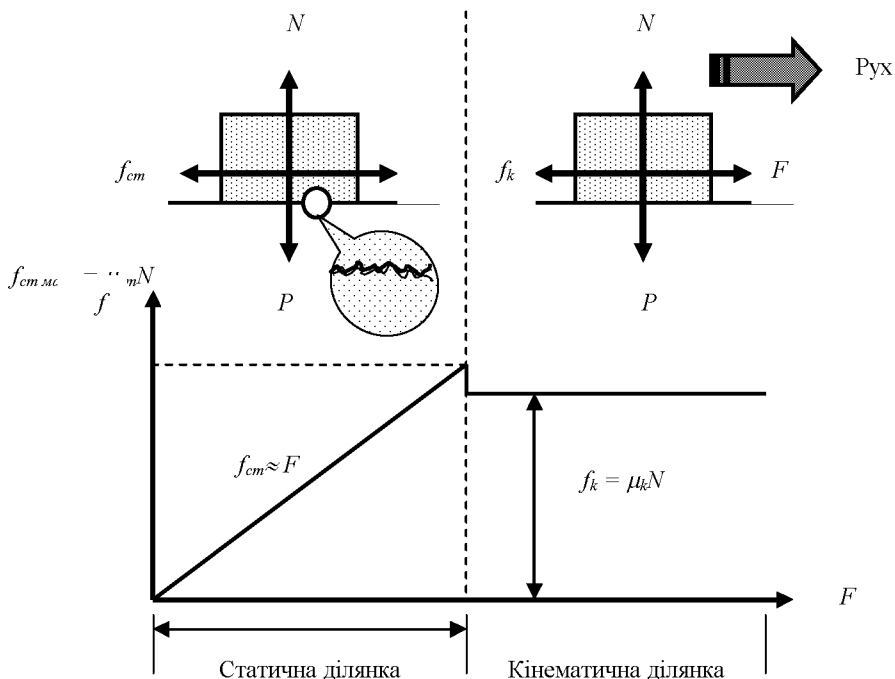


Рис. 2.15. Зовнішнє тертя як механічний опір, що виникає у площині дотичних двох притиснутих одне до одного тіл під час їх відносного переміщення. Тут: F – зовнішня сила, f_{cm} – сила тертя спокою, f_k – сила тертя ковзання, μ_{cm} – коефіцієнт статичного тертя, μ_k – коефіцієнт кінетичного тертя,

N – нормальна сила, P – вага тіла (пояснення в тексті)

Експериментально доведено, що $f_{cm \text{ макс}}$ та f_k пропорційні силі нормального тиску N :

$$f_{cm} \leq \mu_{cm} N, \quad (2.37)$$

$$f_k = \mu_k N, \quad (2.38)$$

де $\mu_{ст}$ – коефіцієнт статичного тертя; μ_k – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску. Знак рівності у рівнянні (2.37) відповідає ситуації, коли $f_{ст макс} = \mu_{ст} N$.

Типові значення коефіцієнтів $\mu_{ст}$ та μ_k різних тіл, що рухаються по різних поверхнях, наведено у табл. 2.4.

2.4. – Коефіцієнти тертя

Рух тіла на поверхні	$\mu_{ст}$	μ_k
Сталь по сталі	0,74	0,57
Гума по бетону	1,0	0,8
Дерево по дереву	0,25–0,5	0,2
Лід по льоду	0,1	0,03

2.7. СИЛИ, ЩО ВИИКАЮТЬ ПІД ЧАС КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ

Згідно з рівнянням (2.8), матеріальна точка, що бере участь в обертальному русі, набуває нормального прискорення $a_n = \frac{v^2}{r}$. Воно спрямоване до центра кола і називається *доцентровим*. Відповідно силу, яка діє на матеріальну точку і направлена вздовж головної нормалі до її траєкторії у бік центра кола, називають *доцентровою*:

$$F_o = m a_n = m \frac{v^2}{r}. \quad (2.39)$$

Сила, з якою матеріальна точка, що рухається по криволінійній траєкторії (по колу), діє на зв'язок, який обмежує свободу руху точки і змушує її рухатися криволінійно, називається *відцентровою*. Відцентрова та доцентрова сили дорівнюють одна одній, мають протилежні напрямки, оскільки прикладені до різних тіл.

Приклад

Тіло сферичної форми масою 1 кг, до якого прикріплена мотузка довжиною 1,5 м, обертається у горизонтальній площині. Визначити максимальну швидкість руху тіла, якщо сила, що діє на мотузку, дорівнює 50 Н.

Розв'язок

Використовуючи рівняння (2.39), знайдемо швидкість руху тіла:

$$v = \sqrt{\frac{F_o r}{m}} = \sqrt{\frac{(50H)(1,5M)}{1кг}} = 8,7 \text{ м/с.}$$

Розглянемо горщик з рослиною на столі, що обертається з кутовою швидкістю ω , на відстані r від осі обертання. Рослина буде рости

під кутом θ до вертикальної осі, який визначається впливом гравітаційного g та інерціального $\omega^2 r$ прискорень (рис. 2.16).

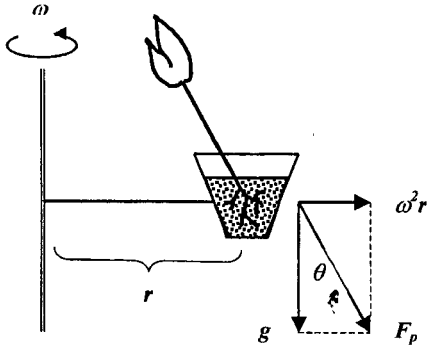


Рис. 2.16. Вплив гравітаційної та відцентрової сил на рослину, яка розміщена на столі, що обертається з кутовою швидкістю ω , на відстані r від осі обертання: внаслідок дії результуючої сили F_p рослина буде рости під кутом θ до вертикальної осі

2.8. РОБОТА, ПОТУЖНІСТЬ ТА ЕНЕРГІЯ

Робота сили – це міра дії сили, яка залежить від чисельної величини і напрямку сили та від переміщення точки її прикладання.

2.8.1. Робота постійної сили

Якщо тіло рухається прямолінійно і на нього діє постійна сила \vec{F} , яка утворює деякий кут α з напрямком переміщення, то робота цієї сили визначається як скалярний добуток вектора сили \vec{F} на вектор переміщення \vec{r} :

$$A = \vec{F} \cdot \vec{r}, \quad (2.40)$$

або

$$A = |\vec{F}| \cos \alpha \cdot |\vec{r}|. \quad (2.41)$$

2.8.2. Робота змінної сили

У загальному випадку, коли сила може змінюватися як за модулем, так і за напрямком, доцільно ввести поняття елементарної роботи dA :

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \alpha \cdot ds, \quad (2.42)$$

де $ds = |d\vec{r}|$ – елементарний шлях.

Робота A , яка виконується силою \vec{F} на ділянці траєкторії від точки 1 до точки 2, дорівнює сумі елементарних робіт сили \vec{F} на всіх

нескінченно малих ділянках траєкторії; ця сума зводиться до інтеграла:

$$A \cong \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \alpha \cdot ds. \quad (2.43)$$

Одиниця вимірювання роботи – джоуль (Дж): $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

2.8.3. Потужність

Якщо зовнішня сила прикладена до об'єкта і при цьому виконується робота ΔA за проміжок часу Δt , то *середня потужність* визначається як відношення роботи до проміжку часу:

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (2.44)$$

Миттєва потужність – це відношення елементарної роботи dA , що здійснюється цією силою \vec{F} за малий проміжок часу, до його тривалості dt :

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}. \quad (2.45)$$

Використовуючи вираз (2.42), одержимо:

$$N = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (2.46)$$

Одиниця вимірювання потужності – *ват (Вт)*: $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$.

Позасистемною одиницею потужності є *кінська сила (к.с.)*: $1 \text{ к.с.} = 746 \text{ Вт}$.

Використовуючи одиниці потужності, можна визначити таку одиницю енергії (або роботи) як *кіловат-година (кВт·г)*: $1 \text{ кВт} \cdot \text{г} = (10^3 \text{ Вт}) \cdot (3600 \text{ с}) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,6 \text{ МДж}$.

Приклад

Двигун, що використовується у ідиомнику, забезпечує ідіймання вантажу масою 100 кг на висоту 10 м за 20 с . Визначити иотужність двигуна ($g = 10 \text{ м/с}^2$).

Розв'язок

Використовуючи рівняння (2.46), одержимо з урахуванням того, що наирямки сили та швидкості збігаються:

$$N = F \cdot v = mgv = 100 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (10 \text{ м}/20 \text{ с}) = 500 \text{ Вт}.$$

2.8.4. Консервативні сили

Якщо робота, що здійснюється силами під час переміщення тіла з одного положення до другого, не залежить від того, по якій траєкторії

відбулося це переміщення, а залежить лише від початкового і кінцевого положень, то такі сили називаються *консервативними*. Повна робота, що виконується консервативними силами щодо переміщення тіла по замкнутому контуру, дорівнює нулю. Прикладами консервативних сил є:

а) *гравітаційні сили*; робота, що здійснюється цими силами з переміщення вантажу масою m з початкової висоти h_n до кінцевої висоти h_k , визначається за вразом $A_{gp} = -mg(h_n - h_k)$, тобто залежить лише від початкового і кінцевого положень частинки;

б) *пружинні сили*; робота, що здійснюється цими силами з розтягу чи стиску пружини, дорівнює $A_{np} = \frac{1}{2}(kx_n^2 - kx_k^2)$ і також залежить від початкової та кінцевої координат.

Прикладом неконсервативних сил є сили тертя або опору, які завжди існують в реальних фізичних системах.

2.8.5. Енергія

Енергія – фізична величина, що є загальною мірою руху та взаємодії всіх видів матерії.

Кінетична енергія механічної системи – це енергія механічного руху цієї системи. Кінетична енергія тіла E_k залежить від маси тіла m та швидкості його поступального руху v :

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2. \quad (2.47)$$

Розглянемо матеріальну точку, що рухається під впливом постійної сили у напрямку дії цієї сили. Робота сили під час переміщення матеріальної точки дорівнює зміні кінетичної енергії цієї точки:

$$A = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2, \quad (2.48)$$

де v_1 та v_2 – початкова та кінцева швидкості руху матеріальної точки.

Потенціальна енергія – це механічна енергія системи тіл, що визначається їх взаємним розташуванням і характером сил взаємодії між ними.

Робота, що виконується консервативною силою \vec{F} з переміщення частинки вздовж осі x , дорівнює:

$$A_k = \int_{x_n}^{x_k} F_x dx = -\Delta E_n = E_{n_1} - E_{n_2}, \quad (2.49)$$

де E_{n_1} та E_{n_2} – потенціальна енергія частинки у початковому та кінцевому положеннях відповідно.

Отже, робота, що здійснюється консервативними силами, дорівнює від'ємній зміні потенціальної енергії.

Енергія механічного руху та взаємодії називається *повною механічною енергією*.

Закон збереження енергії у механіці – повна механічна енергія замкнутої системи тіл, між якими діють лише консервативні сили, залишається сталою:

$$E_k + E_n = \text{const}, \quad (2.50)$$

де E_k, E_n – кінетична та потенціальна енергії системи відповідно.

Цей закон еквівалентний твердженню, що якщо кінетична енергія консервативної системи збільшується (або зменшується) на певну величину, то потенціальна енергія буде зменшуватися (або збільшуватися) на ту ж саму величину.

Приклад

Лижник спускається з пагорба висотою 100 м. Визначити його швидкість біля підніжжя пагорба, нехтуючи силою тертя та опором повітря.

Розв'язок

Запишемо закон збереження енергії:

$$E_{кв} + E_{пв} = E_{к0} + E_{п0},$$

де $E_{кв}$ та $E_{пв}$ – кінетична і потенціальна енергія лижника на вершині пагорба, а $E_{к0}$ та $E_{п0}$ – кінетична та потенціальна енергія лижника біля основи пагорба відповідно.

Останнє рівняння можна переписати так:

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0.$$

Звідси:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 100 \text{ м}} = 44,27 \text{ м/с}.$$

2.8.6. Енергія та обмін речовин

Обмін речовин (метаболізм) – це сукупність процесів перетворення речовин і енергії в живих організмах, які становлять основу їх життєдіяльності. Обмін речовин передбачає руйнування складних органічних речовин, яке супроводжується звільненням енергії, потрібної для інших процесів, та утворенням складних субстанцій, що формують речовину для тканин та органів. Живий організм одержує енергію з продуктів харчування; ця енергія витрачається на нагрівання і здійснення роботи. Типове значення обміну речовин як швидкості перетворення хімічної енергії у теплову та механічну для

людини масою 70 кг у стані спокою становить 120 Вт. Протягом доби значення обміну речовин зростає до 120 Вт·24 г·3600 с = 10368 кДж = 0,2389 ккал/кДж·10368 кДж = 2477 ккал. Таким чином, людині щодобово потрібно одержувати через харчування близько 2500 ккал з тим, щоб підтримувати свою масу. Зміна маси тіла на 1 кг еквівалентна енергії близько 7700 ккал.

Приклад

Альпініст масою 90 кг піднявся на вершину гори висотою 1000 м. Якщо припустити, що 20 % хімічної енергії, що одержав альпініст через харчування, витрачається на механічну енергію, визначити кількість енергії, яку він споживав.

Розв'язок

Робота, яку виконує альпініст під час підйому на гору висотою h , дорівнює:

$$A = mgh = 90 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot 1000 \text{ м} = 8,82 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,2389 \text{ ккал/кДж} \cdot 8,82 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 2,1 \cdot 10^2 \text{ ккал}.$$

Хімічна енергія, що одержав альпініст через харчування, становить $2,1 \cdot 10^5 \text{ ккал} / 0,2 = 1050 \text{ ккал}$. Оскільки зміна маси тіла на 1 кг еквівалентна енергії 7700 ккал, зменшення маси тіла альпініста внаслідок підйому на гору дорівнюватиме:

$$\Delta m = 1050 \text{ ккал} / 7700 \text{ ккал/кг} = 0,136 \text{ кг}.$$

Приклад

Кожний день раціон корови живою масою 500 кг, необхідний для підтримання життя та одержання надою 10 кг, включає 940 г засвоєваних білків, 290 г жирів, 800 г цукру та 3700 г клітковини. Визначити роботу, що виконала корова під час випасу, та теплоту, виділену у процесі згорання кормів за такого щоденного раціону, якщо корова піднялась на пагорб висотою $h = 500 \text{ м}$. Калоричні еквіваленти поживних речовин:

$$Q_b^\circ = 17000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; Q_{ж}^\circ = 39000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; Q_{ц}^\circ = 17000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; Q_{кл}^\circ = 17000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Розв'язок

Робота, яку виконала корова під час випасу:

$$A = F \cdot h = mgh = 500 \cdot 10 \cdot 500 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Теплота, яка була виділена при згоранні кормів, визначається так:

$$Q = m_b \cdot Q_b^\circ + m_{ж} \cdot Q_{ж}^\circ + m_{ц} \cdot Q_{ц}^\circ + m_{кл} \cdot Q_{кл}^\circ.$$

Підставляємо числові дані:

$$Q = 0,94 \cdot 17000 + 0,29 \cdot 39000 + 0,8 \cdot 17000 + 3,7 \cdot 17000 = 15980 + 11310 + 13600 + 62900 = 103790 \text{ кДж} = 103,79 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

2.9. КІНЕМАТИКА І ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

2.9.1. Кінематичні характеристики обертального руху

Обертальним рухом твердого тіла називають такий його рух, за якого всі точки, з яких складається тіло, описують кола, центри яких лежать на прямій, що називається *віссю обертання*.

Розглянемо обертальний рух тіла довільної форми у площині xu навколо осі, що проходить через точку o перпендикулярно до площини (рис. 2.17). Для спрощення вважатимемо вісь обертання нерухомою. Якщо частинка P тіла, що обертається по колу радіусом r , переміщується з точки 1 в точку 2, радіус-вектор зміщується на кут $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, який являє *кутове зміщення*. Тоді *середню кутову швидкість* $\langle\omega\rangle$ визначають так:

$$\langle\omega\rangle = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \quad (2.51)$$

Миттєва кутова швидкість ω – це векторна величина, що дорівнює першій похідній кута обертання тіла за часом:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad (2.52)$$

або

$$\omega = |\vec{\omega}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.53)$$

Одиниця вимірювання кутової швидкості – *рад/с* або *1/с* (оскільки радіан не має розмірності).

За аналогією введемо поняття *середнього та миттєвого прискорення*:

$$\langle\beta\rangle = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (2.54)$$

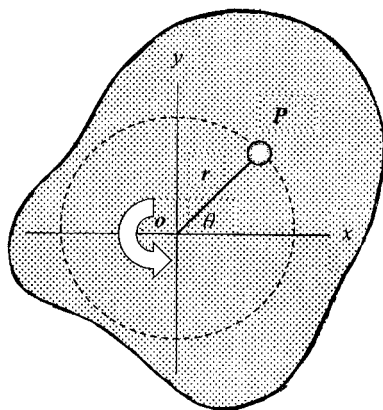


Рис. 2.17. Обертальний рух тіла довільної форми у площині xu навколо осі, що проходить через точку O перпендикулярно до площини. P – частинка тіла, що обертається по колу радіусом r ; θ – кут обертання

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (2.55)$$

Одиниця вимірювання кутового прискорення – $\text{рад}/\text{с}^2$ або $1/\text{с}^2$.

Модуль швидкості поступального руху v пов'язаний з кутовою швидкістю ω співвідношенням:

$$v = \omega r, \quad (2.56)$$

де r – радіус обертання.

2.9.2. Динамічні характеристики обертального руху

Динамічною характеристикою твердого тіла, що обертається, є *момент інерції* – сума добутків мас n матеріальних точок, з яких складається тіло, на квадрат відстані їх від осі обертання:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2.57)$$

У випадку безперервного розподілу мас ця сума зводиться до інтегралу:

$$I = \int r^2 dm. \quad (2.58)$$

Наведемо формули моментів інерції деяких однорідних тіл масою m відносно осей симетрії, що проходять через центр мас:

- суцільний циліндр або диск радіусом R $I = \frac{1}{2} mR^2;$
(2.59)

- тонкостінний циліндр радіусом R $I = mR^2;$
(2.60)

- суцільна сфера радіусом R $I = \frac{2}{5} mR^2;$
(2.61)

- тонкий стержень довжиною l $I = \frac{1}{12} ml^2;$ (2.62)

- суцільний паралелепіпед довжиною a
та шириною b $I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2).$ (2.63)

Одиниця вимірювання моменту інерції – $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Якщо необхідно визначити момент інерції тіла відносно довільної осі, використовують теорему Штейнера.

Теорема Штейнера – момент інерції тіла I відносно будь-якої осі обертання дорівнює сумі моменту його інерції I_c відносно осі, яка паралельна заданій і проходить через центр мас C тіла, та добутку маси m тіла на квадрат відстані d між осями:

$$I = I_c + md^2. \quad (2.64)$$

Приклад

Визначити момент інерції суцільного диска масою m та радіусом R , який обертається відносно осі, що паралельна осі, яка проходить через центр мас диска та знаходиться на відстані R від цієї осі.

Розв'язок

Використовуємо вираз (2.64):

$$I = I_c + md^2 = \frac{1}{2} mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2.$$

Контрольне завдання

Визначити момент інерції суцільної сфери масою m та радіусом R , якщо вісь обертання змістили на відстань $2R$ відносно осі, що паралельна осі, яка проходить через центр мас сфери.

Кінетична енергія обертання тіла, що обертається, визначається за виразом:

$$E_{об} = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (2.65)$$

Приклад

Двоатомна молекула кисню обертається в площині xy навколо осі z , що проходить через точку O перпендикулярно площині. Відстань між атомами дорівнює $1,21 \cdot 10^{-10}$ м, маса атома кисню – $2,66 \cdot 10^{-26}$ кг, кутова швидкість – $2 \cdot 10^{12}$ 1/с. Визначити момент інерції та кінетичну енергію обертання молекули кисню.

Розв'язок

Використовуючи формулу (2.57), знаходимо момент інерції молекули кисню:

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = m(d/2)^2 + m(d/2)^2 = md^2/2 = \\ &= (2,66 \cdot 10^{-26} \text{ кг})(1,21 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2 = 1,95 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

Кінетичну енергію обертання молекули кисню визначимо за формулою (2.65):

$$E_{об} = \frac{1}{2} (1,95 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2)(2 \cdot 10^{12} \text{ 1/с})^2 = 3,9 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}.$$

Моментом \vec{M} сили \vec{F} відносно нерухомої точки O називається векторний добуток радіуса-вектора \vec{r} , проведеного із точки O в точку прикладання сили \vec{F} , на цю силу:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (2.66)$$

Вектор, який дорівнює геометричній сумі моментів відносно точки O всіх зовнішніх сил, що діють на механічну систему, називається *головним моментом* зовнішніх сил відносно нерухомої точки O .

Модуль моменту сили дорівнює:

$$M = Fr\sin\alpha = Fl, \quad (2.67)$$

де α – кут між F і r , $r\sin\alpha = l$ – плече сили.

Одиниця вимірювання моменту сили – $H \cdot m$.

2.9.3. Основне рівняння динаміки обертального руху

Основне рівняння динаміки обертального руху тіла, що обертається навколо нерухомої осі z , має вигляд:

$$M_z = I_z \cdot \beta, \quad (2.68)$$

де M_z – момент сили відносно осі z ; I_z – момент інерції тіла; β – кутове прискорення.

Якщо вісь обертання проходить через центр мас, то має місце векторна рівність:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\beta}, \quad (2.69)$$

де I – головний момент інерції тіла, що обертається відносно головних осей (які проходять через центр маси тіла і не змінюють своєї орієнтації у просторі через відсутність зовнішніх сил).

Рівняння (2.69) можна переписати як:

$$\vec{M} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad (2.70)$$

звідки:

$$\vec{M} \cdot dt = I \cdot d\vec{\omega}. \quad (2.71)$$

Приклад

До мотузки, що намотана навколо диска масою 4 кг та радіусом 50 см, прикладена сила 40 Н. Визначити момент інерції диска, момент сили відносно осі обертання диска та кутове прискорення диска.

Розв'язок

Використовуємо вираз (2.59) і знаходимо момент інерції диска:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} 4 \text{ кг} \cdot (0,5 \text{ м})^2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент сили відносно осі обертання диска визначимо за формулою (2.67):

$$M = Fl = (40 \text{ Н}) \cdot (0,5 \text{ м}) = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

З рівняння (2.69) можна одержати вираз для кутового прискорення:

$$\beta = M/I = (20 \text{ Н} \cdot \text{м}) / (0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2) = 30 \text{ 1/c}^2.$$

2.9.4. Закон збереження моменту імпульсу

Моментом імпульсу (кількості руху) \vec{L} матеріальної точки відносно нерухомої точки O називається фізична величина, що визначається векторним добутком:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (2.72)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений з точки O до матеріальної точки m ; $\vec{p} = m\vec{v}$ – вектор імпульсу цієї точки.

Одиниця вимірювання моменту імпульсу – $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$.

Модуль вектора моменту імпульсу визначається за виразом:

$$L = |\vec{L}| = rps\sin\alpha = rmvs\sin\alpha, \quad (2.73)$$

де α – кут між векторами \vec{r} і \vec{p} (рис. 2.18).

Розглянемо механічну систему, що складається з n матеріальних точок m_i , які рухаються зі швидкістю v .

Момент імпульсу \vec{L}_i матеріальної точки відносно нерухомої точки O – це векторний добуток радіуса-вектора \vec{r}_i матеріальної точки, проведеного з точки O , на імпульс цієї матеріальної точки $m_i v_i$:

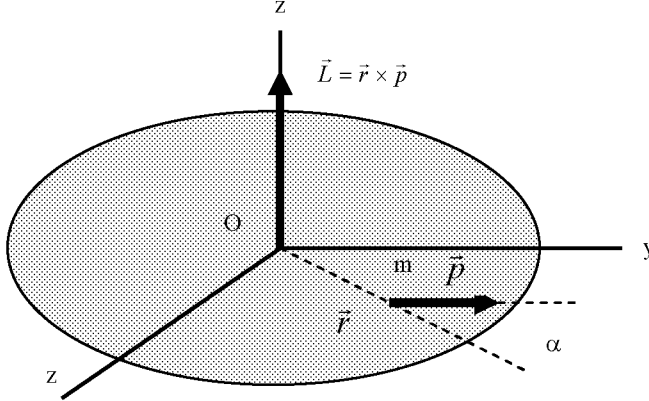


Рис. 2.18. Модуль вектора моменту імпульсу, де \vec{r} – радіус-вектор, проведений з точки O до матеріальної точки m ; $\vec{p} = m\vec{v}$ – вектор імпульсу цієї точки; α – кут між векторами \vec{r} і \vec{p}

$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i. \quad (2.74)$$

Моментом імпульсу \vec{L} твердого тіла відносно нерухомої точки є сума моментів імпульсів окремих частиннок:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum (\vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i). \quad (2.75)$$

Моментом імпульсу твердого тіла відносно осі z є проекція L_z на цю вісь вектора моменту імпульсу твердого тіла відносно будь-якої точки на цій осі.

Використовуючи рівняння (2.66), можна одержати таке співвідношення:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (2.76)$$

Диференціюючи вираз (2.72), одержимо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}. \quad (2.77)$$

Відмітно, що $\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} = 0$, оскільки вектори \vec{v} і \vec{p} – паралельні;

отже:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{M}. \quad (2.78)$$

Отже, похідна по часу від моменту імпульсу механічної системи відносно її центра мас дорівнює головному моменту відносно цієї ж точки всіх зовнішніх сил, що діють на цю систему.

Закон збереження моменту імпульсу в механіці: для замкнутої системи момент імпульсу відносно нерухомої точки не змінюється з часом.

$$\text{Дійсно, для замкнутої системи маємо: } \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_{\text{зовн}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0,$$

отже $d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt = 0$, звідки:

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (2.79)$$

Враховуючи рівняння (2.71), одержимо:

$$I \cdot d\vec{\omega} = 0. \quad (2.80)$$

Для замкнутої системи, що обертається навколо фіксованої осі, можна записати:

$$L = \text{const}; I\omega = \text{const}. \quad (2.81)$$

Співставлення основи величин та рівнянь, що визначають поступальний рух тіла та його обертання навколо нерухомої осі, наведено у табл. 2.5.

2.5. – Основні величини та рівняння, що визначають поступальний рух тіла та його обертання навколо нерухомої осі

Поступальний рух	Обертальний рух
Маса m	Момент інерції I
Швидкість $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Кутова швидкість $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Кутове прискорення $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила \vec{F}	Момент сили $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
Імпульс $\vec{p} = m\vec{v}$	Момент імпульсу $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
Основне рівняння динаміки $\vec{F} = m\vec{a}$	Основне рівняння динаміки $\vec{M} = I \cdot \vec{\beta}$
Робота $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$	Робота обертання $dA = M_z d\varphi$
Кінетична енергія $E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія обертання $E_{об} = \frac{I_z \omega^2}{2}$

2.9.5. Вимірювання параметрів вітру

Прилади, що визначають швидкість руху повітря потоків, називаються *анемометрами*. Принцип дії полягає в перетворенні енергії поступального руху повітря в механічне обертання різноманітних вертушок, вітрових коліс або гвинтів. Найпоширеніші анемометри чашечкового та пропелерного типів.

Анемометр чашечкового типу складається з трьох-чотирьох півсферичних чашок, що обертаються навколо осі, перпендикулярній напрямку вітру (рис. 2.19). Порогова чутливість такого анемометра становить від 90 мм/с до 2,24 м/с. Прилади цього типу прості та чутливі.

Анемометр пропелерного типу містить три-, чотирилопатеви́й пропелер, вісь якого показує напрямок вітру (рис. 2.20). Гранічна чутливість пропелерного анемометра становить 1,1 м/с; використовують такі прилади для вимірювання швидкості вітру до 90 м/с. Перевагою анемометра пропелерного типу порівняно з чашечковим є його мала вага (пропелер може бути виготовлений з пластмаси), у

три рази більша швидкість обертання і можливість вимірювань слабких повітряних потоків.

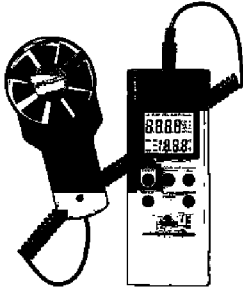


Рис. 2.19. Анемометр чашечкового типу

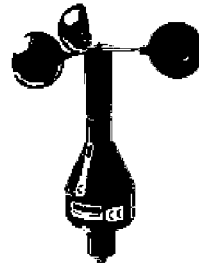


Рис. 2.20. Анемометр пропелерного типу

2.9.6. Вітроенергетика

Розглянемо повітряний потік, що рухається через циліндричну колону з площею поперечного перерізу S зі швидкістю v . Енергія поступального руху повітря використовується для механічного обертання пропелера. Кінетична енергія одиниці об'єму повітря визначається за виразом:

$$E_k/V = \frac{1}{2} \rho v^2, \quad (2.82)$$

де ρ – густина повітря.

Швидкість повітряного потоку дорівнює об'єму повітря, що перетинає поперечний переріз за секунду, тобто $V/t = Sl/t = Sv$.

Тоді потужність вітру можна визначити так:

$$P = (E_k/V)(V/t) = \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right)(Sv) = \frac{1}{2} \rho v^3 S. \quad (2.83)$$

Наприклад, якщо швидкість вітру становить $v = 15$ м/с, густина повітря $\rho = 1,2$ кг/м³, то потужність вітру, що припадає на одиницю площі, становить $P/S = (1/2)(1,2 \text{ кг/м}^3)(15 \text{ м/с})^3 = 2025 \text{ Вт/м}^2$.



Рис. 2.21. Вітродвигуни

Таким чином, потужність вітру залежить від швидкості повітряного потоку у третьому степені. Розробка методів та засобів для перетворення енергії вітру в механічну, теплову або електричну енергію становить суть *вітроенергетики*. Практично вітер вкористовують як джерело енергії. Такі вітродвигуни (рис. 2.21) здатні забезпечувати 2,5 МВт електричної потужності.

2.10. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

2.10.1. Умови статичної рівноваги

Статика – це розділ механіки, який вивчає умови рівноваги тіл під дією сил. Термін *рівновага* означає, що тіло знаходиться у стані спокою, або його центр мас рухається з постійною швидкістю. Ми будемо розглядати у цьому розділі тіла, що знаходяться у стані спокою, тобто у стані *статичної рівноваги*.

Необхідними умовами статичної рівноваги тіла є:

1) рівність нулю геометричної суми всіх зовнішніх сил, що діють на тіло:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0; \quad (2.84)$$

2) рівність нулю геометричної суми всіх моментів зовнішніх сил відносно даного центра:

$$\sum_i \vec{M}_i = 0. \quad (2.85)$$

2.10.2. Важіль. Умови рівноваги важеля

Важіль – найпростіший механізм, який дозволяє меншою силою зрівноважити більшу; являє собою тверде тіло, що обертається навколо нерухомої опори (рис. 2.22).

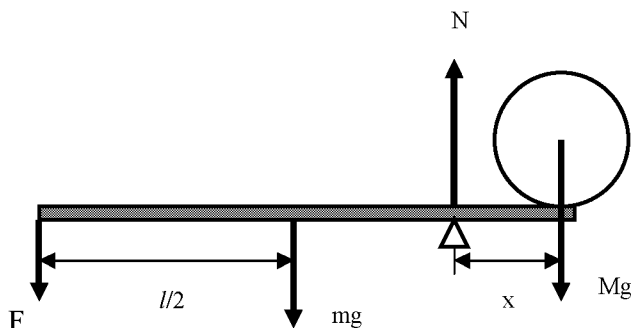


Рис. 2.22. **Важіль:** l – довжина планки; F – сила, що діє на важіль; m – маса планки; M – маса вантажу; x – плече важеля; N – реакція опори

Плече сили – це найкоротша відстань між віссю обертання та напрямком дії сили.

Модуль моменту сили – це добуток сили на плече:

$$M = F \cdot l. \quad (2.86)$$

Якщо опора розташована між точками прикладення сил, то це важіль першого роду; якщо обидві сили прикладені з одного боку опори, то це важіль другого роду.

Умова рівноваги важеля: важіль знаходиться в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів діючих сил дорівнює нулю, тобто сума моментів сил, що обертають важіль за годинниковою стрілкою (додатних), дорівнює сумі моментів сил, які обертають важіль проти годинникової стрілки (від'ємних).

На важіль, зображений на рис. 2.22, діють чотири сили: F – діюча сила; mg – вага планки важеля; Mg – вага вантажу; N – реакція опори. Перші три сили утворюють моменти сил, що обертають важіль відносно точки опори. Умова рівноваги важеля описується рівняннями балансу сил та моментів сил:

$$N - F - mg - Mg = 0; \quad (2.87)$$

$$- mg(l/2 - x) - F(l - x) + Mgx = 0, \quad (2.88)$$

де l – довжина планки; m – маса планки; M – маса вантажу; x – плече важеля.

Звідси:
$$F = \frac{Mgx + mg(x - l/2)}{l - x}$$

(2.89)

Відношення Mg/F характеризує виграш у силі, який надає важіль.

2.10.3. Опорно-руховий апарат тварини

Основне призначення опорно-рухового апарату тварин – забезпечення переміщень тіла або окремих його частин у просторі та зберігання під час стояння статичної рівноваги. Основними елементами опорно-рухового апарату тварин є кістки, м'язи, суглоби, сухожилля та зв'язки. Кістки, зв'язані одна з одною у рухомі ланки, утворюють кінематичні ланцюги. Окремі ланки такого ланцюга можна розглядати як найпростіший механізм – важіль. Точкою опори, навколо якої відбувається обертання важеля, є суглоб. Рух кісток, які утворюють важіль, забезпечується м'язами. Скорочуючись, вони змінюють положення кісток, до яких прикріплені. Основою опорно-рухового апарату тварин та його несучою конструкцією є скелет. Таким чином, опорно-руховий апарат тварин складається з кісток – міцних матеріалів, що виконують пасивні функції у процесі руху тіла, та м'язів, які є активним елементом опорно-рухового апарату.

Приклад

Розглянемо важіль, що складається із передпліччя, розміщеного горизонтально, і біцепса, який утворює кут 15° з плечовою кісткою (рис. 2.23, а). Відстань x від точки опори до точки прикладання сили (еквівалентна схема важеля показана на рис. 2.23, б) становить $1/5$ відстані від ліктя до долоні з вантажем. Визначити зусилля, яке розвиває біцепс під час утримання тіла вагою 5 Н.

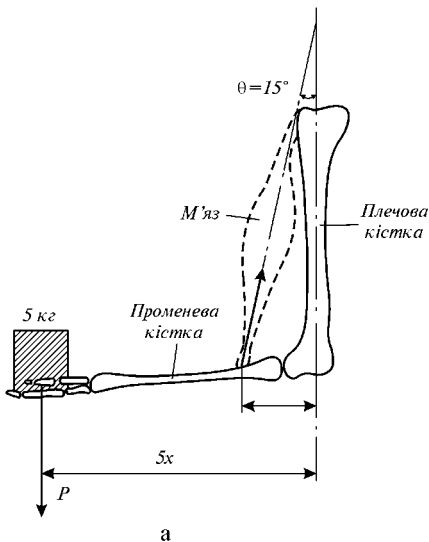
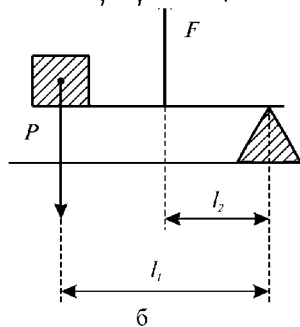


Рис. 2.23. Кістка як важіль:
 а – важіль, що складається із
 плечової, променевої кісток і
 м'яза; б – еквівалентна схема
 важеля: P – вантаж; F –
 діюча



Розв'язок

Умова рівноваги важеля має вигляд:

$$P \cdot l_1 = F \cdot l_2,$$

або:

$$P \cdot 5 \cdot x = F \cdot x \cdot \cos 15^\circ.$$

Звідки:

$$F = \frac{P \cdot 5}{\cos 15^\circ}.$$

Підставляємо числові дані:

$$F = \frac{5 \cdot 5}{0,966} = 25,9 \text{ Н.}$$

Контрольне завдання

Визначити зусилля, яке розвиває біцепс для ситуації, зображеної на рис. 2.24.

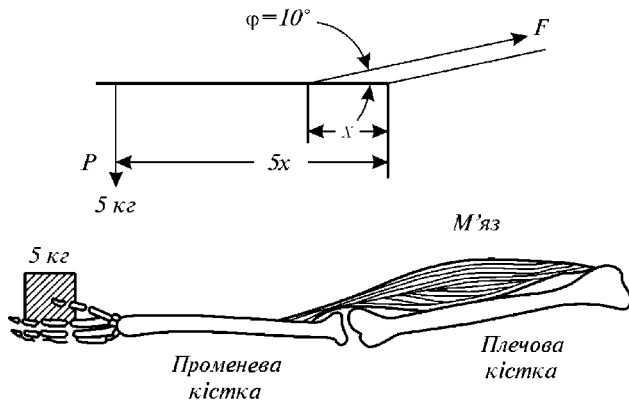


Рис. 2.24. Важіль та його еквівалентна схема згідно з умовою попереднього завдання

Відповідь: $F = 143,7 \text{ Н}$.

3. МЕХАНОРЕЦЕПЦІЯ

3.1. МЕХАНОРЕЦЕПТОРИ ШКІРИ

Механорецептори – це спеціалізовані чутливі утворення, призначені для трансформації механічного стимулу в активність нервової клітини, що сприяє поширенню нервового імпульсу.

Механорецептори здатні реагувати на різноманітні механічні стимули і здійснювати: 1) *тактильну чутливість* (сприймання тиску, зміни тиску, дотику, вібрацій); 2) *вестибулорецепцію* (підтримання рівноваги); 3) *інтерорецепцію* (координацію руху окремих частин організму).

3.1.1. Тактильна чутливість

У шкірі знаходиться велика кількість механорецепторів. Якщо шкіра покрита волоссям, для неї характерні вільні нервові закінчення, диски Меркеля, нервові закінчення навколо волосяних сумок. У шкірі без волосяного покриву механорецепторами є вільні нервові закінчення, диски Меркеля, тільця Мейснера і Пачіні. У підсосочковому шарі дерми можна знайти колби Краузе; в глибині дерми зустрічаються тільця Руфіні. Основні типи механорецепторів шкіри наведено на рис.3.1.

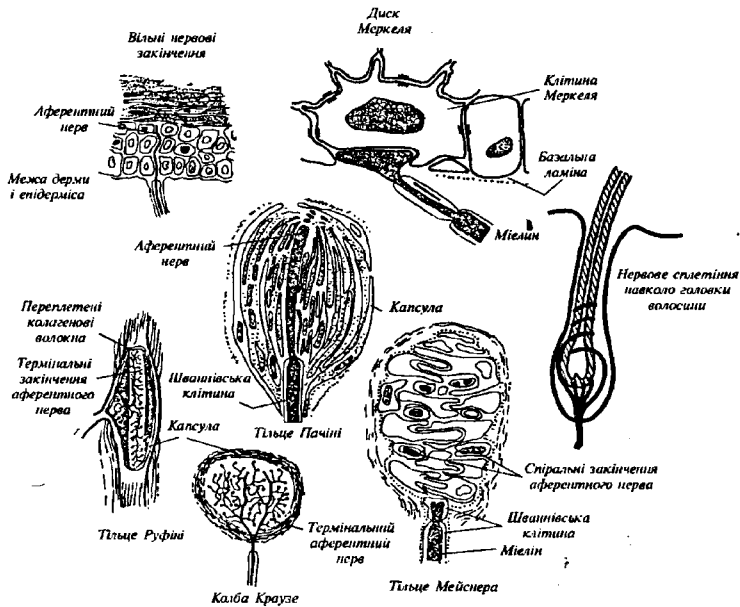


Рис. 3.1. Типи механорецепторів

Згідно з найпростішою гіпотезою про механорецепторне перетворення, стимулом, що безпосередньо впливає на механорецептор, є розтяг або деформація поверхневої клітинної мембрани, які призводять до зміни проникності іон-селективних каналів.

3.1.2. Вестибулорецепція

Вестибулорецепція – це сприймання зміни швидкості та напрямку переміщення тіла у просторі за допомогою *вестибулорецепторів* – волоскових клітин перетинчастого лабіринту внутрішнього вуха. Цей тип рецепції реалізується за допомогою *вестибулярного апарату*, який складається з *переддвер'я* і трьох *напівкруглих каналів*, розташованих у взаємоперпендикулярних площинах (рис.3.2). У порожнині переддвер'я знаходяться рецепторні клітини з волосками, що занурені в желеподібну масу, яка містить кристали карбонату кальцію – так звані *отоліти*. Якщо тварина нахиляє голову, напівкруглі канали набувають прискорення, тоді як ендолімфа залишається на місці через силу інерції. Внаслідок цього отоліти зміщуються і згинають волоски, що призводить до збудження нервових клітин, пов'язаних з рецепторними клітинами.

ми, і передачі інформації до мозку про положення голови або тіла у просторі (рис.3.3). Обидва внутрішніх вуха являють собою *білатеральну* (двобічну) рецепторну систему. У мозку тварини відбувається порівняння і аналіз частоти посилення біопотенціалів, які надходять з обох систем.

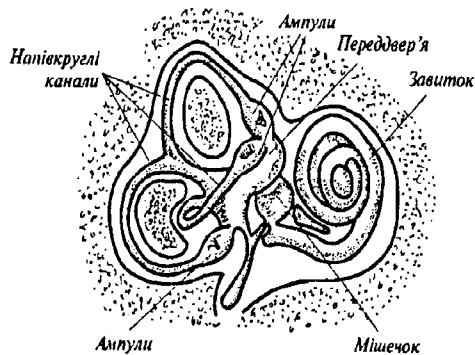


Рис. 3.2. Вестибулярний апарат

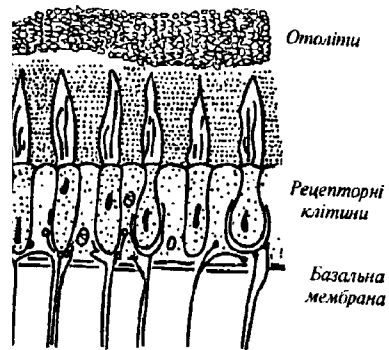


Рис. 3.3. Вміст порожнини переддвер'я

3.1.3. Інтерорецепція

Рецептори, локалізовані в серцево-судинній системі та внутрішніх органах, які здатні сприймати подразники різної природи, називаються *інтерорецепторами*. Інтерорецептори поділяються на пропріорецептори та вісцеральні рецептори.

Пропріорецептори сигналізують про відносне положення різних частин тіла. Представлені ці типи механорецепторів *м'язовими веретенами* і *сухожильними органами Гольджі*.

М'язові веретена спрямовані паралельно скелетним м'язам і пов'язані з сухожиллями (рис. 3.4); вони надають інформацію про *довжину м'яза*. М'язове веретено являє собою групу тонких і спеціалізованих м'язових ниток. Оскільки капсула, де знаходяться такі нитки, має веретеноподібну форму, їх називають *внутрішньоверетеними*. Вони пов'язані з сухожиллями; причому кінці цих ниток містять скоротливі білки, тоді як середня частина позбавлена їх. Чутливий нерв м'язового веретена знаходиться саме в середній частині веретена. Полярні кінці веретена мають власні рухливі нерви, які називаються *гамма-рухливими нейронами* (на відміну від *альфарухливих нейронів*, що зв'язані з м'язовими волокнами). Під час ско-

рочення або видовження скелетного м'язу змінюється довжина середньої частини веретена, що призводить до виникнення біопотенціалів, частота яких залежить від рівня зміни довжини середньої частини.

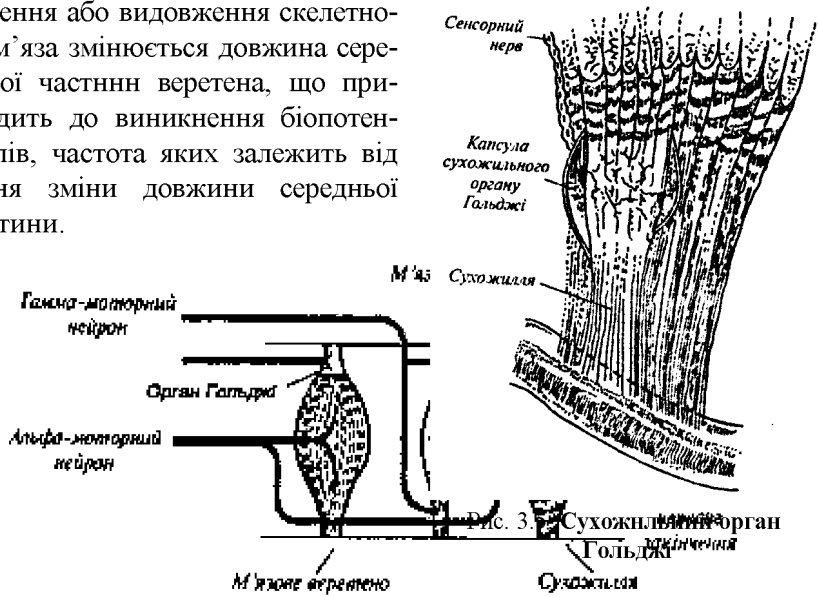


Рис. 3.4. М'язове веретено

Сухожильний орган Гольджі – це тонка капсула усередині сухожилля, яке зв'язує 15–20 м'язових волокон (рис.3.5). Кожний орган має чутливий нерв, який посилає потенціали в центральну нервову систему під час скорочення м'язу. Орган Гольджі реагує на *механічну напругу*, що виникає в сухожиллі. Частота посилення потенціалів пропорційна напрузі, що виникає в сухожиллі.

Вісцеральні рецептори постачають інформацію про рух або стан внутрішніх органів (шлунка, кишечника, січового міхура), а також сигналізують про стан внутрішнього середовища, з яким пов'язані відчуття голоду (рівень цукру в крові) або спраги (підвищення осмотичного тиску в плазмі крові).

Таким чином, всі механорецептори відрізняються не тільки будовою, а й здатністю реагувати на різні механічні стимули – дотик, тиск, зміну тиску, стиск, вигин, розтяг, лінійне або обертальне прискорення, зміну довжини м'язів або механічної напруги, що виникають у м'язах.

3.1.4. Тигмонастичні рухи рослин

Настичні рухи виникають у відповідь на будь-які зовнішні фактори – дотик, пошкодження, механічну вібрацію, світло, хімічні речовини, на які рослина реагує швидкими рухами. Напрямок настичних рухів не залежить від напрямку стимулу. *Тигмонастичними* називаються рухи, що виникають від дотику; вони характерні, наприклад, для мімози соромливої (*Mimosa pudica*), яка згортає листки (а інколи – і все листя) протягом кількох секунд у відповідь на дотик. Швидкі рухи у мімози можуть бути використані для захисту проти комах та інших тварин, протидії суховіям з метою збереження води в посушливих районах, де вона поширена. Зовнішній механічний стимул, що сприймається сенсорними клітинами черешка, перетворюється в електричний сигнал, який швидко поширюється по тканині, доки не досягне локомоторних клітин листкової подушечки поблизу основи листка, які негайно змінюють свій об'єм. Певно, рух органів у мімози визначається зміною тургорного тиску в цих клітинах. Зміна їх об'єму призводить до виділення з них іонів калію та таніноподібних речовин з клітини. Тигмонастичними можна вважати й рухи, що демонструють у відповідь на дотик комахоїдні рослини – наприклад, венерина мухоловка *Dionaea muscipula*, а також *закручування вусиків*, за допомогою яких деякі рослини (*Passiflora coerulea*, *Pisum sativum*) здатні підтримувати себе у просторі. Вусики під час свого росту виконують кругові рухи з тим, щоб збільшити ймовірність контакту з потенційною опорою, внаслідок чого вони змінюють швидкість та напрямок росту так, щоб зачепитися за опору та підтягнути рослину. Якщо погладити нижній бік вусика гороху *Pisum sativum* склянкою паличкою, клітини нижнього боку починають стискуватися, а клітини верхнього – розтягуватися, після чого всі клітини розтягуються, але клітини верхнього боку розтягуються швидше.

▼ Для допитливих

Найбільшу масу в тваринному світі має голубий кит (*Balaenoptera musculus*) – 190 т; найменшу – колибри (*Trochilidae*) – 1,6 г.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. Що вивчає механіка? кінематика? динаміка? статика?
2. Що таке матеріальна точка? абсолютно тверде тіло?
3. Що таке траєкторія? довжина шляху? переміщення?
4. Дати визначення середньої та миттєвої швидкості.

5. Що таке прискорення? середнє прискорення? миттєве прискорення?
6. Який рух називають поступальним? криволінійним?
7. Яке прискорення називають тангенціальним? нормальним? повним?
8. Сформулювати першій, другий і третій закони Ньютона.
9. Що таке сила? маса тіла? В яких одиницях вони вимірюються?
10. Сформулювати закон збереження імпульсу замкнутої системи.
11. Що таке центр мас системи матеріальних точок?
12. Навести приклади реактивного руху в природі.
13. Що називають густиною речовини? В яких одиницях вона вимірюється?
14. Сформулювати закон всесвітнього тяжіння.
15. Що таке вага тіла? Пояснити залежність ваги тіла від географічної широти місцезнаходження тіла.
16. Що називають напруженістю гравітаційного поля?
17. Що таке гравітація?
18. Дати визначення прискоренню вільного падіння.
19. В чому полягає гравітацис мікроорганізмів?
20. Які деформації називають пружними? пластичними? пружно-пластичними? в'язко-пружними?
21. Сформулювати закон Гука.
22. Що таке нормальна механічна напруга? В яких одиницях вона вимірюється?
23. Що характеризує модуль Юнга?
24. Пояснити діаграму розтягу.
25. Сформулювати закон Гука для відносного зменшення (збільшення) об'єму тіла.
26. Що таке коефіцієнт Пуассона?
27. Пояснити процедуру вимірювання модуля Юнга.
28. Від чого залежить потенціальна енергія пружно-деформованого тіла?
29. Що називають зовнішнім тертям?
30. Що таке сила тертя спокою? сила тертя ковзання?
31. Яку силу називають відцентровою? доцентровою?
32. Що таке робота сили? потужність? енергія?
33. Яку енергію називають кінетичною? потенціальною?
34. Сформулювати закон збереження механічної енергії.
35. Який рух твердого тіла називають обертальним?

36. Що таке кутова швидкість? кутове прискорення?
37. Дати визначення моменту інерції матеріальної точки тіла.
38. Від чого залежить кінетична енергія обертального руху?
39. Що таке момент сили?
40. Сформулювати основне рівняння динаміки обертального руху.
41. Сформулювати теорему Штейнера.
42. Сформулювати закон збереження моменту імпульсу.
43. Пояснити принцип вимірювання параметрів вітру. Що таке вітроенергетика?
44. Що називають важелем?
45. Сформулювати умову рівноваги важеля.
46. З чого складається опорно-руховий апарат тварини?
47. Що таке механорецепція?
48. На які механічні стимули здатні реагувати механорецептори?
49. Пояснити механізми тактильної чутливості; вестибулорецепції; інтерорецепції.
50. Які рухи рослин називають настичними? тигмонастичними?

4. МЕХАНІКА РІДИНИХ ТА ГАЗОВИХ ПОТОКІВ

4.1. ТИСК

4.1.1. Визначення тиску

Тиск p – це фізична величина, що характеризує інтенсивність нормальних (перпендикулярних до поверхні) сил, з якими одне тіло діє на поверхню іншого. Середня величина тиску на будь-яку площину дорівнює відношенню середнього значення сили, що діє перпендикулярно цій площині, до її площі:

$$p = \sum_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}. \quad (4.1)$$

Якщо сили розподілені вздовж поверхні рівномірно, то тиск p на будь-яку частину поверхні дорівнює:

$$p = \frac{F}{S}, \quad (4.2)$$

де F – сума прикладених перпендикулярно до поверхні сил, S – площа цієї частини поверхні.

Одиниця вимірювання тиску в системі СІ – *паскаль* (1Па = = 1Н/м²).

Позасистемні одиниці та їх зв'язок із паскалем:

1атм = 1,01325·10⁵ Па = 1013,25 мбар = 760 мм рт. ст.;

1 мбар = 100 Па = 1 гПа = 0,75006 мм рт. ст.;

1 мм рт. ст. = 1 тор = 1,3332 мбар = 133,32 Па;

1Па = 9,87·10⁻⁶ атм = 7,5·10⁻³ мм рт. ст.

4.1.2. Атмосферний тиск

Атмосферний тиск – це тиск стовпа атмосферного повітря на одиницю площі земної поверхні. Викликається цей тиск вагою розташованого вище стовпа атмосфери, яка являє собою суміш газів, твердих та рідких частінок. Середній атмосферний тиск на рівні моря становить 1,01325·10⁵ Па. В цілому атмосферний тиск залежить від висоти, а також характеризується горизонтальним розподілом. Густина і температура атмосферного повітря також залежать від висоти (табл. 4.1).

4.1. – Залежність густини і температури атмосферного повітря від висоти

Висота h , км	Густина ρ , кг/м ³	Температура, t °С
0	1,225	15,00
2	1,007	2,00
4	0,909	-4,49
6	0,660	-23,96
8	0,526	-36,94
10	0,414	-49,90
12	0,312	-56,50
14	0,228	-56,50
16	0,166	-56,50
18	0,122	-56,50
20	0,089	-56,50
22	0,065	-54,58
24	0,047	-52,59
26	0,034	-50,61
28	0,025	-48,62

30	0,018	-46,64
----	-------	--------

Примітка. Зверніть увагу на дані табл. 4.1 – температура атмосфери змінюється зі збільшенням висоти несподіваним чином: до 12 °С температура зменшується, в межах 12–20 °С є сталою, від 20 до 30 °С – збільшується. Пояснення такої зміни температури атмосфери можна знайти пізніше, коли буде розглядатися розділ 8.1.4 “Температура атмосфери”.

Уявлення про те, що молекули повітря рівномірно розподілені за об’ємом – помилкові; ці молекули знаходяться у полі тяжіння Землі. Крім того, на них впливає тепловий рух. Сумісна дія поля тяжіння та теплового руху призводять до такого стану, за якого концентрація та тиск газу зменшуються зі зростанням висоти над землею поверхнею. Зменшення атмосферного тиску з висотою h визначається за *барометричною формулою*:

$$p(h) = p(0)\exp\left(-\frac{M_A g h}{RT}\right) = p(0)\exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right), \quad (4.3)$$

де M_A – молярна маса газу (для повітря $M_A = 0,029$ кг/моль); m – маса молекули газу.

Приклад

Визначити атмосферний тиск на висоті 10 км.

Розв’язок

Використовуючи барометричну формулу (4.3), одержимо:

$$\begin{aligned} p_A(h) &= p_A(0)e^{[-(gM_A/RT)h]} = \\ &= 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot e^{-\frac{0,029 \text{ кг} \cdot \text{ моль}^{-1} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{ с}^{-2} \cdot 10^4 \text{ м}}{8,31451 \text{ м}^2 \cdot \text{ кг} \cdot \text{ с}^{-2} \cdot \text{ К}^{-1} \cdot \text{ моль}^{-1} \cdot 223,25 \text{ К}}} = \\ &= 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot e^{-1,531} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,2163 = 0,219 \cdot 10^5 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Контрольне завдання

На якій висоті атмосферний тиск зменшується до 0,5 атм? Температура повітря 260 К.

Відповідь: 5271 м.

4.1.3. Тиск води

Абсолютний тиск p на глибині d від поверхні рідини перевищує тиск p_A на величину ρgh , яка відповідає тиску, що утворює вага стовпчика рідини d і площею S :

$$p = p_A + \rho g d, \quad (4.4)$$

де p_A – атмосферний тиск; ρ – густина рідини; d – глибина.

Цей вираз можна переписати так:

$$p = p_A + \frac{\rho g d S}{S} = p_A + \frac{mg}{S} = p_A + \frac{P}{S}, \quad (4.5)$$

де P – вага стовпа рідини; m – маса рідини; g – прискорення вільного падіння.

Оскільки тиск рідини залежить лише від глибини, будь-яке збільшення тиску на поверхні передається кожній точці рідини. Цей факт було сформульовано у 1663 р. як закон Паскаля: *тиск на поверхні рідини, який утворюється зовнішніми силами, передається рідиною однаково по всіх напрямках*. Цей закон знайшов своє застосування у гідравлічному пресі.



Блейз ПАСКАЛЬ (1623–1662)

Французький математик, фізик та релігійний філософ. Ранні роботи були присвячені розробці механічних калькуляторів, вивченню рідин, поясненню концепції тиску та вакууму. Пізніше видає трактати в галузі проєкційної геометрії, цікавиться проблемами теорії ймовірності. Останні роки життя присвятив філософії та теології.

4.1.4. Закон Архімеда

Сила тиску на нижні шари рідини завжди перевищує силу, що діє на верхні шари. Отже, на тіло, занурене в рідину, діє виштовхуюча сила. Закон статички рідин та газів, або закон Архімеда, стверджує: *на будь-яке тіло, занурене в рідину (або газ), діє з боку цієї рідини (або газу) виштовхуюча сила, яка дорівнює вазі рідини (газу) в об'ємі зануреної частини тіла, направлена по вертикалі догори та прикладена до центра тяжіння виштовхнутого об'єму*.

Виштовхуючу силу називають *архімедовою*, або *гідростатичною* підйомною силою.

АРХІМЕД (287–212 рр. до н.е.) – давньогрецький математик, фізик, інженер. Першим обчислював відношення довжини кола до його діаметра; показав як обчислювати об'єми та площі сфер, циліндрів та інших геометричних фігур. Винахідник різних систем важелів, терезів, катапульт.



Приклад

Визначити тиск на глибині 1000 м океану, якщо густина води $1,0 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, а атмосферний тиск $1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Розв'язок

Використовуємо рівняння (4.4):

$$p = p_A + \rho g d = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} + (1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3) (9,8 \text{ м/с}^2) (10^3 \text{ м}) = 9,9 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Контрольне завдання

Визначити тиск на дні озера глибиною 30 м.

Відповідь: $3,953 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

4.1.5. Методи вимірювання тиску

Прилад для вимірювання тиску називається *манометром*. Манометри можуть бути *сифонного* (рис. 4.1) або *чашечкового* (рис. 4.2) типів. Манометр сифонного типу являє собою U-подібну скляну трубку, заповнену водою або ртуттю. Один з кінців манометра запаянний і позбавлений повітря; відкритий кінець пов'язаний з атмосферним повітрям. Різниця рівнів рідин у двох колінах трубки проградуїрована у одиницях тиску. Манометр чашечкового типу містить вертикальну скляну трубку, запаяну зверху і заповнену рідиною. Нижній кінець трубки занурений у резервуар, частково заповнений рідиною. Тиск, що утворюється стовпчиком рідин у трубці, зрівноважується атмосферним тиском.

Ртутний барометр є класичним прикладом манометра чашечкового типу. Зовнішній вигляд ртутного манометра наведено на рис. 4.3. Барометр містить скляну трубку, заповнену ртуттю і занурену у резервуар із ртуттю. Рівень ртуті у резервуарі контролюється за допомогою конусоподібної кісткн. Точність вимірювання тиску ртутного барометра становить 10 Па.

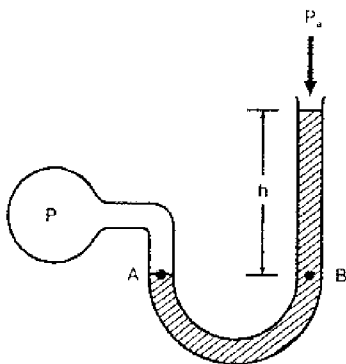


Рис. 4.1. Манометр сифонного

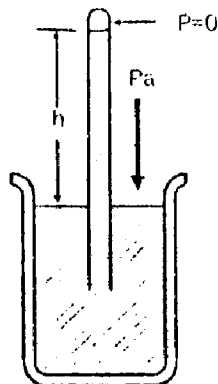


Рис. 4.2. Манометр

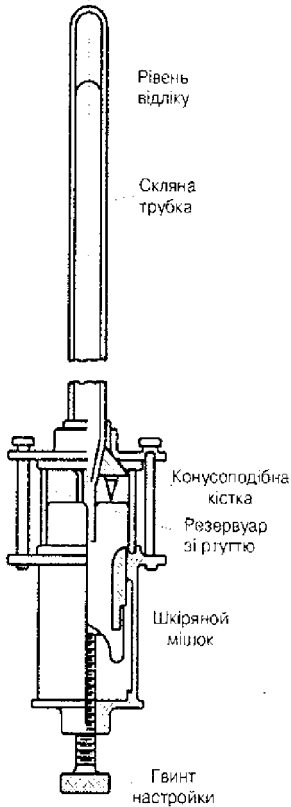


Рис. 4.3. Ртутний манометр

Барометр-анероїд містить анероїдну капсулу, що складається з двох тонких (0,2 мм товщиною) металевих гофрованих мембран (рис.4.4). З капсули повітря відкачано (тиск становить 1 Па) або її заповнюють інертним газом за тиску 650 Па. Кількість капсул у сучасних приладах може досягати 14. Мембран знаходяться у напруженому стані завдяки гофрованій поверхні та дії пружини. Перевагою барометра-анероїда є його компактність, механічна міцність, здатність до транспортування. Ці прилади можуть бути застосовані в системах автоматичного вимірювання тиску, оскільки механічні переміщення анероїдних капсул легко перетворити у електричний сигнал. Недоліком барометра-анероїда є менша порівняно із ртутним барометром точність вимірювань.

Барограф – прилад, що використовується для безперервної реєстрації тиску повітря. Він складається зі стовпчика анероїдних коробок, поєднаного зі стрілкою самозаписувача (рис. 4.5).

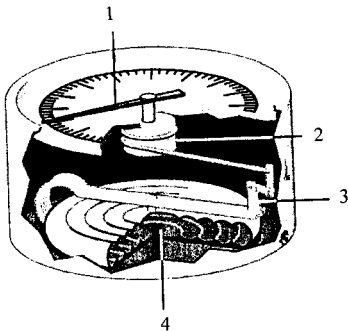


Рис. 4.4. Барометр-анероїд: 1 – стрілка індикатора; 2 – вісь обертання;

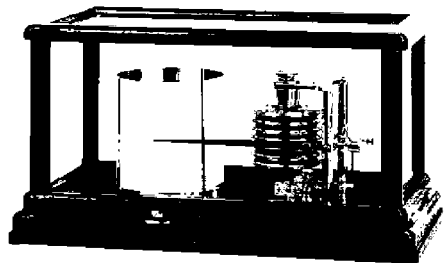


Рис. 4.5. Барограф

4.2. ГІДРОДИНАМІКА

Гідродинаміка – розділ механіки, що вивчає рух рідини, їх взаємодію між собою та твердими тілами, які вони обтікають.

4.2.1. Рух ідеальної рідини

Ідеальною вважається рідина, окремі елементи якої рухаються без тертя та яка є нестисливою.

Нестисливою називають рідину, густина якої стала.

Течією називають рух рідини, а *поток*ом – саму рідину, що рухається. Якщо швидкість руху рідини в кожній точці об'єму не змінюється з часом, такий рух рідини називається *стаціонарним*. Графічно рух рідини зображується за допомогою *ліній течії* – таких ліній, дотичні до яких збігаються за напрямком вектора швидкості в даній точці потоку. Частина рідини, обмежена лініями течії, називається *трубкою течії*.

Розглянемо трубку течії змінного перерізу (рис. 4.6). Для ідеальної рідини, що рухається у цій трубці, справедливі такі закономірності.

Рівняння нерозривності потоку – за *стаціонарної течії* рідини *добуток швидкості течії рідини на поперечний переріз трубки течії є величиною сталою*:

$$S \cdot v = \text{const.} \quad (4.6)$$

З цього рівняння можна одержати вираз:

$$v = \frac{\text{const}}{S}. \quad (4.7)$$

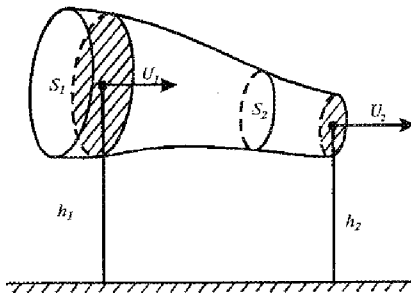


Рис. 4.6. Трубка змінного перерізу

Рівняння Бернуллі – у *стаціонарному потоці* повний тиск, що складається зі *статичного, гідростатичного та динамічного тисків*, є величиною сталою для *будь-яких перерізів потоку*:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{const}, \quad (4.8)$$

де p – *статичний тиск*, тобто тиск, що утворює рідина на поверхню тіла, яке

вона обтікає; $\rho \cdot g \cdot h$ – *гідростатичний тиск*, зумовлений вагою рідини; $\frac{\rho \cdot v^2}{2}$ – *динамічний тиск*, зумовлений рухом рідини.



Данієл БЕРНУЛЛІ (1700–1782)

Швейцарський фізик та математик, який є автором важливих відкриттів у галузі гідродинаміки. Вивчав теоретичні та практичні аспекти рівноваги, тиску та швидкості руху рідин. В його книжці “Гідродинаміка” (1738 р.) вперше наведено пояснення поведінки газів зі зміною тиску та температури, які лягли в основу кінетичної теорії газів.

Для горизонтально розміщеної трубки рівняння Бернуллі має вигляд:

$$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{const.} \quad (4.9)$$

Таким чином, повна енергія одиниці об’єму ідеальної рідини в будь-якому перерізі потоку є величною сталою.

Рівняння (4.8) можна представити у вигляді:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}. \quad (4.10)$$

Рівняння Бернуллі можна застосовувати також для повітряних потоків, які виникають між ґрунтом (точка 1), де $v_1 \approx 0$, та поверхневим повітрям (точка 2), де $v_2 \geq 0$. Для такої системи “ґрунт–повітря” рівняння (4.10) можна представити у вигляді:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho g(h_2 - h_1). \quad (4.11)$$

Отже, між ґрунтом та повітрям існує різниця тисків, яка залежить від різниці рівнів, помноженої на ρg , та яка збільшується пропорційно квадрату швидкості вітру над ґрунтом.

Рівняння Бернуллі враховують також у розробці водострумних насосів, під час вимірювань швидкості течії рідини, визначення об’ємних витрат газів, оцінки природних повітряних потоків.

Приклад

Визначити надлишковий тиск, що виникає в аорті діаметром 10 мм у процесі її розширення до 15 мм, якщо швидкість руху крові складає $40 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Розв’язок

Запишемо рівняння нерозривності потоку в такій формі:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$
$$\frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot v_1 = n \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot v_2,$$

звідки:

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2.$$

Використовуючи рівняння Бернуллі для горизонтальної трубки, одержимо:

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2},$$

звідки:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) = \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2}\right).$$

Комбінуючи рівняння нерозривності потоку і рівняння Бернуллі, можна одержати:

$$\Delta p = \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4\right].$$

Підставляємо числові значення:

$$\Delta p = \frac{10^3 \cdot 0,4^2}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{10}{15}\right)^4\right] = 13 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \sim 0,1 \text{ мм рт. ст.}$$

Контрольне завдання

Визначити надпшксовий тиск, що виникає у вені з площею поперечного перерізу 10^{-4} м^2 під час її розширення до $4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, якщо швидкість руху крові у ній дорівнює $2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$.

Відповідь: $1,9 \cdot 10^{-1} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$.

4.2.2. Рух в'язкої рідини

Якщо під час руху рідини в ній виникають сили внутрішнього тертя (сили в'язкості), то таку рідину називають *реальною*.

Рівняння Ньютонa – тангенціальна сила F , що зумовлює зсув шарів рідини один відносно одного, пропорційна площі S шару, по якому відбувається зсув, та градієнту $\Delta v / \Delta x$ швидкості течії:

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{\Delta v}{\Delta x}, \quad (4.12)$$

де η – коефіцієнт динамічної в'язкості. Він характеризує опір рідини зміщенню її шарів.

Одиниця вимірювання в'язкості – Па·с.

$$1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-2} = 10 \text{ П (иуаз)};$$

1 П = 100 сП (сантипуаз) = 0,1 кг·м⁻¹·с⁻¹ = 0,1 Па·с;

1 сП = 1 мПа·с.

Типові значення в'язкості деяких речовин наведено у табл. 4.2.

4.2. – Коефіцієнт в'язкості речовин

Речовина	Коефіцієнт в'язкості, Па·с	Температура, °С
Повітря	18·10 ⁻⁶	20
Повітря	21·10 ⁻⁶	100
Вода	1,781·10 ⁻³	0
Вода	1,306·10 ⁻³	10
Вода	1,002·10 ⁻³	20
Вода	0,798·10 ⁻³	30
Вода	0,653·10 ⁻³	40
Суцільна кров	(4–5)·10 ⁻³	20
Плазма крові	1,7·10 ⁻³	20
Суцільне молоко	1,45·10 ⁻³	27
Збиране молоко	1,42·10 ⁻³	25
Молочна сироватка	1,16·10 ⁻³	24
Рицинова олія	0,9·10 ⁻³	20
Гліцерин	1,5·10 ⁻³	20

Рідину, яка в процесі течії підпорядковується рівнянню Ньютона, називають *ньютонівською*. Наприклад, вода – ньютонівська рідина, а ряд суспензій та розчинів, зокрема кров – це *неньютонівські* рідинні.

Контрольне завдання

Знайти на сайті http://www.gordonengland.co.uk/conversion/dynamic_viscosity.htm таблицю перетворень одиниць в'язкості; виразити в'язкість рідини 1,71 сП у Па·с та пуазах.

4.2.3. Ламінарна і турбулентна течії

Течія в'язкої рідини може бути *ламінарною* (якщо шарп рідини, що рухається, не перемішуються), або *турбулентною* (у разі перемішування шарів).

Режим течії рідини характеризується *числом Рейнольдса*, що визначається за формулою:

$$Re = \frac{v\rho D}{\eta}, \quad (4.13)$$

де η – в'язкість рідини; ρ – густина рідини; D – діаметр трубки.

Перехід від ламінарної течії до турбулентної визначається за допомогою *критичного числа Рейнольдса* $Re_{кр}$: якщо $Re < Re_{кр}$, течія –

ламінарна; при $Re > Re_k$ течія – турбулентна.

Наприклад, для течії в'язкої нестисливої рідини в циліндричній трубці $Re_k = 2300$. Ламінарний процес перенесення води у ґрунті характеризується значеннями $Re < 1$.

Осборн РЕЙНОЛЬДС (1842–1912)

Англійський інженер у галузі гідродинаміки. Відомий своїми дослідженнями потоків рідини під час переходу від ламінарного режиму до турбулентного. Ввів безрозмірне “число Рейнольдса” – відношення інерціальних сил до в'язких.



Приклад

Потік води рухається через ґрунтову яму діаметром $D = 6 \cdot 10^{-5}$ м зі швидкістю $1,2 \cdot 10^{-4}$ м/с. Визначити число Рейнольдса, якщо температура ґрунту становить 20°C .

Розв'язок

Використовуючи дані таблиць 1.4 та 4.2, підставляємо числові дані у рівняння (4.13):

$$Re = (1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с})(998,2 \text{ кг/м}^3)(6 \cdot 10^{-5} \text{ м}) / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) = 7,17 \cdot 10^{-3}.$$

4.2.4. Закон Гагена-Пуазейля

Розглянемо течію рідини вздовж тонкої довгої трубки. Згідно з рівнянням Бернуллі, в стаціонарному потоці повний тиск ідеальної рідини вздовж довгої трубки є величина стала. Але на практиці спостерігається зменшення тиску завдяки в'язкості рідини. Ньютонівська рідина рухається вздовж трубки як серія концентричних кільцеподібних шарів, швидкості руху яких змінюються за параболічним законом (рис. 4.7): рідина рухається швидше вздовж осі і повільніше – у разі наближення до стінок трубки. Швидкість руху кожного шару радіусом r описується рівнянням:

$$v(r) = v_{max}(1 - r^2/R^2), \quad (4.14)$$

де v_{max} – швидкість руху рідини вздовж осі трубки, R – радіус трубки.

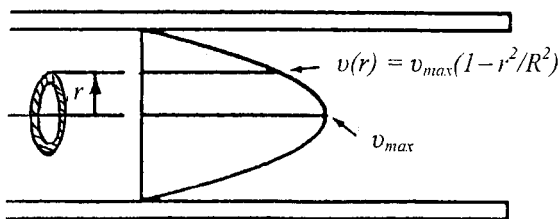


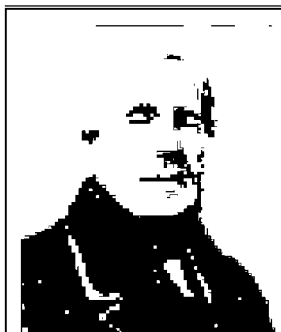
Рис. 4.7. Рух ньютонівської рідини як серії концентричних шарів радіуса r , швидкості v руху яких у трубі радіуса R змінюються за параболічним законом

Через зміну швидкості руху рідини виникає різниця тисків уздовж довжини трубки $\Delta p = p_1 - p_2$. Визначимо, за яким законом описується течія рідини вздовж тонкої циліндричної трубки.

Закон Гагена-Пуазейля: об'єм рідини, що протікає за одиницю часу через переріз трубки, прямо пропорційний різниці тисків $p_1 - p_2$ на кінцях трубки, четвертому ступеню радіуса R трубки і обернено пропорційний довжині трубки l і коефіцієнту в'язкості η рідини:

$$Q = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot l} \cdot (p_1 - p_2), \quad (4.15)$$

де Q – V/t – об'ємна швидкість течії рідини; V – об'єм рідини.



Жан Луї Марі ПУАЗЕЙЛЬ (1799–1869)

Французький лікар та фізіолог. Досліджував об'ємний стаціонарний потік нестисливої однорідної в'язкої рідини через циліндричну трубку постійного перерізу. Разом з Г. Гагеном відкрив закон Гагена-Пуазейля, який також може бути застосований для опису руху крові в судинах та повітря в альвеолах.

4.2.5. Седиментація

Застосування закону Гагена-Пуазейля до аналізу потоків води у ґрунті через пори свідчить про те, що пропускання води пропорційне R^4 , тоді як площа поперечного перерізу пори пропорційна R^2 . Таким чином, одна велика пора пропускає істотно більше води, ніж декілька дрібних пор з однаковою сумарною площею перерізів, за рахунок менших значень сил опору, які утворюються стінками пор.

Розглянемо частинку масою m , об'ємом V і густною ρ , занурену у рідке середовище з густною ρ_0 . На цю частинку діє гравітаційна сила:

$$F_{zp} = mg = V\rho g, \quad (4.16)$$

яка спрямована доннзу, і архімедова сила:

$$F_0 = m_0g = V\rho_0g, \quad (4.17)$$

спрямована догори і яка чисельно дорівнює вазі m_0g рідинн, виштовхнутої частинкою. Результуюча сила дорівнює:

$$F_s = F_{zp} - F_0 = V\rho g - V\rho_0g = Vg(\rho - \rho_0). \quad (4.18)$$

Якщо $\rho < \rho_0$, результуюча сила спрямована догори (і процес *випливання*); якщо $\rho > \rho_0$, результуюча сила спрямована доннзу (і процес *седиментації*).

У той же час, рідке середовище характеризується в'язкістю (внутрішнім тертям). Якщо рухається частинка сферичної формн радіуса r , сила опору, зумовлена в'язкістю, визначається за *законом Стокса*:

$$F_\eta = 6\pi\eta r v \quad (4.19)$$

і швндкість седиментації визначиться так:

$$\begin{aligned} v_{sed} &= Vg(\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \\ &= \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Процес седиментації використовують для очищення води від ііску, глинн, органічної речовннн, вірусів, бактерій та водоростей. Цей іроцес лежить в основі *методу флюїдизованої ванни*, суть якого іолягає у створенні флюїдизації – вимушеного иотоку иовітря у ванні, заиовненої гранульованнмн частинками (наирнклад, ііском). Цей иотік утворює силу, що иротидіє силі тяжіння, внаслідок чого частиики знаходяться у сусиендованому стані. Ванна з такнмн частинками нагадує иотік рідинн з високим значенням в'язкості. Причому густнну цього иотоку іідбирають у межах можливих змін густннн продуктів, якість яких оцінюють. Продуктн з невисокими значеннямн густннн виштовхуються на иоверхню, тоді як продуктн з високими значеннямн густннн опускаються на дно ваннн. Отже, густнна иотоку є дуже важливнм фактором сортування продуктів. Цей метод був використаннй для відділення каміння та ґрунту від картоилі. Продуктнвність системн сортування становила 8 тоии за годину з ефектнвністю 99,9 %.

Слід зауважити, що цей метод доцільно використовувати для розділення матеріалів, густина яких значно відрізняється.

Приклад

Визначити швидкість седиментації частинки мулу густиною 2650 кг/м^3 та діаметром $0,03 \text{ мм}$, яка осідає у воді при 20°C . Використати дані таблиць 1.4 та 4.2.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (4.20):

$$\begin{aligned} v_{\text{сед}} &= \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta = \frac{2}{9} (9,8 \text{ м/с}^2)(2650 - 998,2)(15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2)^2 / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) = \\ &= 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}. \end{aligned}$$



Джордж Габрієл СТОКС (1819–1903)

Ірландський математик та фізик, відомий своїм внеском у динаміку рідин, оптику та математичну фізику.

Контрольне завдання

Визначити швидкість іадіння дощових краплин діаметром 7 мм , якщо температура повітря становить 20°C .

Відповідь: $7,95 \text{ м/с}$.

4.2.6. Ультрацентрифугування

Слід підкреслити, що субклітинні структури характеризуються настільки малою швидкістю седиментації у гравітаційному полі Землі, що треба очікувати седиментацію цих структур протягом місяців або років. Для прискорення процесу седиментації використовують техніку ультрацентрифугування.

Техніка розділення компонентів складних речовин і одержання однорідних фракцій називається *ультрацентрифугуванням*.

Розглянемо пробірку з розчином частинки, яка обертається навколо вертикальної осі з кутовою швидкістю ω (рис. 4.8). На частинку діє доцентрова (виштовхуюча) сила F_ω , спрямована до осі обертання:

$$F_\omega = \frac{m_0 v^2}{r} = m_0 \omega^2 r = \rho_0 V \omega^2 r, \quad (4.21)$$

де m_0 – маса рідини, що виштовхується; v – лінійна швидкість частинки; ω – колова швидкість частинки; V – об’єм рідини; r – радіус частинки.

Крім того, виникає відцентрова сила F_a , яка прикладена до зв’язку (нитки чи дроту) і спрямована від осі обертання:

$$F_a = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = \rho V \omega^2 r, \quad (4.22)$$

де m – маса частинки; V – об’єм частинки.

Рідке середовище характеризується в’язкістю, внаслідок чого виникає сила опору F_η , пропорційна швидкості руху частинки:

$$F_\eta = \mu v = 6\pi\eta r v, \quad (4.23)$$

де μ – коефіцієнт тертя; η – в’язкість.

Через деякий час сили, що діють на частинки, зрівноважуються:

$$F_a = F_o + F_\eta, \quad (4.24)$$

звідки:

$$6\pi\eta r v = \omega^2 r V(\rho - \rho_0), \quad (4.25)$$

або:

$$v_{\text{цф}} = \frac{2}{9} \omega^2 r(\rho - \rho_0) r^2 / \eta. \quad (4.26)$$

Порівнюючи вирази (4.20) і (4.26), можна впевнитися в тому, що швидкість руху частинки у полі доцентрової сили ($v_{\text{цф}}$) у багато разів більша, ніж у гравітаційному полі Землі ($v_{\text{сед}}$):

$$\frac{v_{\text{цф}}}{v_{\text{сед}}} = \frac{\omega^2 r}{g}. \quad (4.27)$$

Наприклад, якщо пробірка в центрифугі радіусом 10 см обертається зі швидкістю 60000 обертів за хвилину, відношення $\frac{v_{\text{цф}}}{v_{\text{сед}}}$ становить близько 400000.

Техніка ультрацентрифугування дає можливість розділити кров на три фракції: на дні кювети розміщуються еритроцити; далі розташований шар лейкоцитів і тромбоцитів; у верхній частині кювети міститься плазма крові. Таким чином, можна визначити відносну кількість складових частин крові і показник гематокриту відносного співвідношення формених елементів крові і плазми.

Приклад

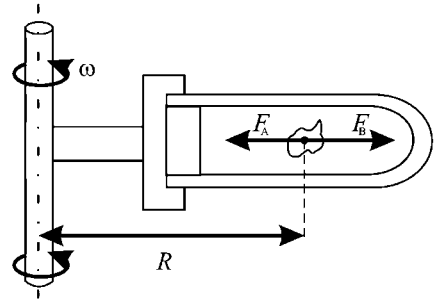


Рис. 4.8. Пробірка з розчином частинок, що обертаються навколо вертикальної осі з кутовою швидкістю ω (пояснення в тексті)

Центрифуга забезпечує 60000 об/хв. Визначити, у скільки разів швидкість седиментації частинок під час ультрацентрифугування перевищує швидкість седиментації частинок у гравітаційному полі Землі. Радіус обертання – 10 см.

Розв'язок

Кутова швидкість ω пов'язана із числом обертів ν за одиницю часу співвідношенням:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

де $\nu = \frac{n}{60}$, а n – швидкість обертання ротора центрифуги (об/хв).

Звідки:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}.$$

Швидкість седиментації під час ультрацентрифугування перевищує швидкість седиментації в гравітаційному полі Землі в $\left(\frac{\omega^2 \cdot r}{g}\right)$ разів. Підставляємо числові дані:

$$\frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}\right)^2 \cdot r}{g} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 60000 \frac{1}{\text{с}}}{60}\right)^2 \cdot \frac{0,1 \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 402841.$$

Таким чином:

$$\frac{v_e}{v_{\text{сп}}} = 402841.$$

Контрольне завдання

Розрахувати, у скільки разів прискорення під час ультрацентрифугування більше прискорення земного тяжіння, якщо центрифугальна кювета розміщена на відстані 8 см від осі обертання ротора, а його швидкість обертання становить 60000 об/хв.

Відповідь: 322273.

4.3. ОСИОВИ ГЕМОДИНАМІКИ

Розділ біофізики, який вивчає причини, умови і механізми руху крові у замкненій системі кровоносних судин та описує цей рух на основі законів гідродинаміки, називається *гемодинамікою*.

4.3.1. Склад крові

Кров постачає кожній клітині воду, кисень, поживні речовини, гормони, а також одержує залишки продуктів метаболізму та передає їх органам виділення. Крім того, кров бере участь у регуляції температури організму – вона переносить тепло, що утворюється внаслідок життєдіяльності організму, від внутрішніх структур до поверхні тіла.

Кров – це непрозора в'язка суспензія, що складається із рідкої частини – *плазми* і завислих у ній кров'яних клітин, які називаються

форменими елементами крові. Формені елементи крові складаються з еритроцитів, лейкоцитів і тромбоцитів. Плазма крові – рідка частина крові, яка складається з розчинених у воді солей, вуглеводів, білків і біологічно активних сполук.

Густина цільної крові коливається в межах $(1,035-1,055) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; густина плазми становить $(1,025-1,034) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; еритроцитів $(1,08-1,09) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. В'язкість крові дорівнює $(4-5) \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$, а плазми – $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ за температури 20°C ; в'язкість крові та плазми залежить від показника гематокриту (об'ємного співвідношення формених елементів крові і плазми) та температури.

4.3.2. Фізичні принципи вимірювання швидкості осідання еритроцитів

Основну масу формених елементів крові становлять еритроцити – червоні кров'яні тільця. Еритроцити містять гемоглобін – складний білок, що переносить кисень від легень до тканин та вуглекислий газ від тканин до органів дихання. Завдяки гемоглобіну колір еритроцитів червоний. Еритроцити ссавців мають форму двовігнутого диска – така форма забезпечує максимальну площу поверхні за даного об'єму, що важливо з точки зору оптимального обміну киснем з довкіллям. Кількість еритроцитів у крові становить $2-3 \cdot 10^{13}$ для дорослої людини та $5-9 \cdot 10^{13}$ для свійської тварини; тисовий діаметр диска еритроцита варіює в межах $6-8 \text{ мкм}$ у людини та $4-8 \text{ мкм}$ у тварин.

У кровоносних судинах еритроцити рухаються радіально-кільцевим способом; орієнтацію еритроцитів відносно перетину судини наведено на рис. 4.9. Крива розподілу швидкостей руху еритроцитів відрізняється більш плоским профілем у центрі судини і крутішим біля стінок. Під час руху у зсувному потоці еритроцити перевертаються; у цьому разі, залежно від швидкості зсуву, вони можуть зазнавати деформації, набуваючи овальної чи поздовжньої форми за рахунок зіткнень між собою та зі стінками.

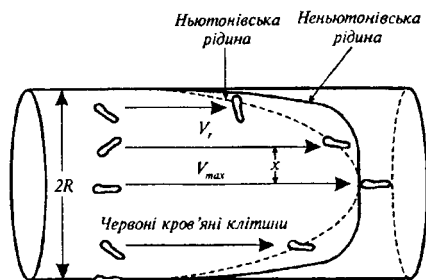


Рис. 4.9. Орієнтація еритроцитів відносно перерізу судини

Швидкість осідання еритроцитів (ШОЕ) у разі наближення їх до сферичної форми (табл. 4.3) визначається за формулою (4.20).

4.3. – Результати приведення еритроцитів до сферичної форми

Діаметр еритроцита, мкм	Діаметр приведенного до сфери еритроцита, мкм
5,5	3,60
7,5	4,94
9,5	6,24

Типові значення ШОЕ становлять 15–20 мм/год для чоловіків, 20–30 мм/год для жінок та 2–13 мм/год для дітей.

Швидкість осідання еритроцитів v пов'язана із в'язкістю крові η залежністю:

$$v \approx \frac{1}{\eta}. \quad (4.28)$$

Коефіцієнт в'язкості рідини у свою чергу залежить від температури:

$$\eta = a \cdot e^{\frac{b}{T}}, \quad (4.29)$$

де a і b – константи, T – абсолютна температура.

Отже, з урахуванням формул (4.28) та (4.29) можна довести, що швидкість осідання еритроцитів у в'язкій рідині (крові) також залежить від температури:

$$v = a \cdot e^{bT}. \quad (4.30)$$

Зміна швидкості осідання частінок під час змін температури визначається з виразу:

$$\ln v_2 - \ln v_1 = b \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (4.31)$$

Вимірювання ШОЕ дає можливість оцінити процеси, що спричинюють підвищення температури організму. Якщо температура тіла збільшується, в'язкість зменшується, а швидкість осідання еритроцитів збільшується. Збільшення швидкості осідання еритроцитів зумовлюється запальними процесами, гострим інфекційним хворобами, хронічними локалізованими інфекціями (абсцесами), травмами, злоякісними пухлинами, станом вагітності. Особливо процедура вимірювання ШОЕ доцільна у разі таких захворювань, як темпоральний артрит, коли значення ШОЕ досягають 100 мм/год.

Приклад

Визначити швидкість осідання еритроцитів діаметром 5,5 мкм, якщо в'язкість плазми за температури 15°C становить $0,0228 \text{ г}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$. Густина одиничного еритроцита $\rho_{ep} = 1,09 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$, густина плазми $\rho_{m} = 1,03 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$.

Розв'язок

Використовуючи дані табл. 4.3, знайдемо, що еритроциту діаметром 5,5 мкм відповідає сфера діаметром 3,6 мкм. Швидкість осідання еритроцитів ід час наближення їх до сферичної форми визначається за формулою (4.20):

$$v_{sed} = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \cdot g}{\eta} \cdot (\rho_{ep} - \rho_m).$$

Підставляємо числові значення:

$$v_{sed} = \frac{2}{9} \frac{(1,8 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot (1,09 - 1,03) \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}}{0,0228 \cdot 10^{-1} \frac{\text{КГ}}{\text{М} \cdot \text{с}}} = 1,895 \cdot 10^{-7} \frac{\text{ММ}}{\text{с}} = 0,6822 \frac{\text{ММ}}{\text{год}}.$$

Контрольне завдання

Визначити швидкість осідання еритроцитів діаметром 9,5 мкм, якщо в'язкість плазми за температури 27 °C становить 1,42 сП. Густина одиничного еритроцита $\rho_{ep} = 1,09 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$, густина плазми – $\rho_m = 1,03 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$.

Відповідь: 3,34 мм/год.

4.3.3. Фізичні принципи захворювань кровоносних судин

Розглянемо фізичні прнциппи захворювань кровоносних судин, пов'язаних з ущільненням судини за рахунок утворення на внутрішній стінці кров'яних згустків, або дифузним розширенням отвору внаслідок патології стінок. Ці захворювання можуть бути розглянуті на основі рівнянь ідеальної рідини.

Тромбоз. Утворення ущільнених мас крові або лімфи, що зіслися, в кровоносній системі призводить до зменшення перерізу судини. Це зменшення величини перерізу S судини супроводжується збільшенням швидкості v течії крові у місцях меншого перерізу (рис. 4.10, *a*) згідно з

рівнянням нерозривності потоку $S = \frac{\text{const}}{v}$; збільшення швидкості v

течії призводить до зменшення статичного тиску p відповідно до рівнян-

ня Бернуллі $p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{const}$. Зменшення цього тиску нижче певного

рівня призводить до закупорки судини. Але через це кінетична енергія крові, що рухається, збільшується, і отвір судини збільшується. Виникають коливання стінок кровоносної судини, які спричиняють болісні відчуття.

Аневризма. У разі розширення перерізу S судини внаслідок патоморфологічних змін у стінках (рис. 4.10, б) швидкість течії v зменшується (рівняння нерозривності потоку), але статичний тиск p збільшується (рівняння Бернуллі). Цей надлишковий тиск може призвести до крововилнву.

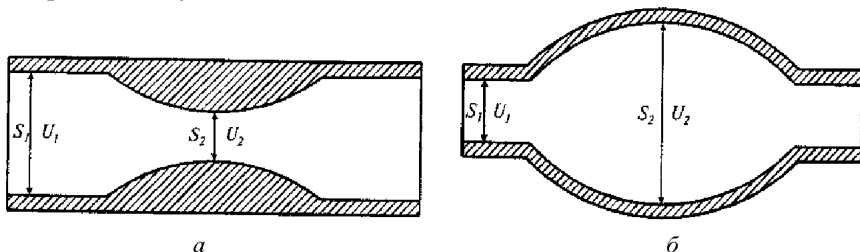


Рис. 4.10. Фізичні принципи захворювань кровоносних судин: а – звуження кровоносної судини внаслідок тромбозу; б – розширення перерізу кровоносної судини внаслідок аневризми

4.4. РОБОТА СЕРЦЯ

Повна робота, яка виконується серцем під час перенесення 1 см^3 крові, залежить від зміни (рис. 4.11): висоти $m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$, тисків $(m/\rho) \cdot (p_2 - p_1)$ та швидкостей течії крові $\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)$, тобто:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{m}{\rho_0} \cdot (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2). \quad (4.32)$$

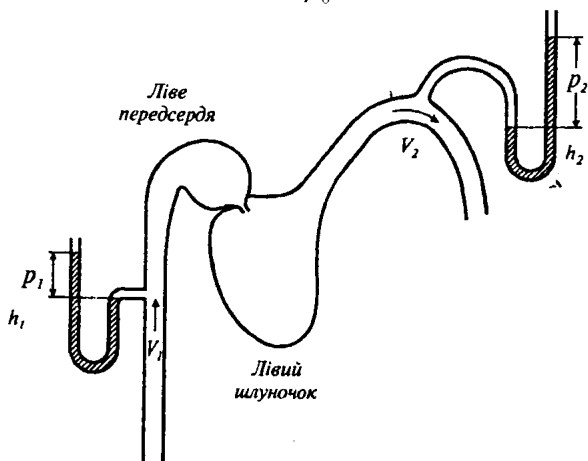


Рис. 4.11. Схема лівої частини серця: V_1, p_1, h_1 – швидкість руху, тиск і висота знаходження крові, що входить у серце; V_2, p_2, h_2 – ті самі величини для крові, що залишає серце

Припустимо, що різниця висот між шлуночком і артеріальною дугою дорівнює 0,15 м, швидкість руху крові на цій ділянці становить 0,4 м/с, а густина – 10^3 кг/м³. Початкова швидкість скорочення м'язів дорівнює нулю. Значимо, що артеріальний тиск у здорової людини змінюється від 80 мм рт. ст. (діастола – розширення порожнин серця та їх наповнення кров'ю) до 120 мм рт. ст. (систола – скорочення м'язів серця після розслаблення, що супроводжується нагнітанням крові в артеріальну систему). Однак мінімальний тиск, що встановлюється в артеріях, призводить до закриття аортального клапана, коли тиск дорівнює нулю. Отже, різниця тисків становить $\Delta p = (120 \text{ мм рт. ст.} - 0) = 1,6 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$.

Повна робота, що виконується серцем під час перенесення 1 см³ крові, становить:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{m}{\rho_0} \cdot (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) =$$

$$= 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot (0,15) + \frac{10^{-3}}{10^3} \cdot \left(\frac{120-80}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5\right) + \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot (0,4^2 - 0) = 0,01755 \text{ Дж.}$$

Робота серця за одне скорочення, за якого переноситься 60 см³ крові, становить:

$$A = 1,755 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} \cdot 60 = 1,053 \text{ Дж.}$$

До цієї роботи слід додати роботу правого шлуночка, який накачує кров у легеневу артерію, забезпечуючи тиск близько 20 мм рт. ст. ($2,7 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$), або 1/6 артеріального тиску.

Загальна робота, яку виконує серце за одне скорочення, дорівнює:

$$A_{\text{заг}} = (1 + 1/6) \text{ Дж} = 1,23 \text{ Дж.}$$

За добу серце виконує (за пульсу 60 хв⁻¹) $24 \cdot 3600 = 86400$ ударів; робота серця за добу становить:

$$A_o \approx 10^5 \text{ Дж.}$$

З урахуванням того, що тривалість систоли близько 0,3 с, середня потужність серця за час одного скорочення становить:

$$N = \frac{A_{\text{заг}}}{t} = 4,1 \text{ Вт.}$$

Контрольне завдання

Визначити роботу, яку виконує серце коня за добу, якщо артеріальний тиск протягом діастоли становить 70 мм рт. ст., а протягом систоли – 130 мм рт. ст. Середній об'єм крові, що переноситься за один удар, дорівнює 850 мл, а середня

швидкість течії крові – 0,5 м/с. Припустити, що порожня вена та аорта знаходяться на одному рівні ($h_1 = h_2 = 0$).

Відповідь: $5,9 \cdot 10^5$ Дж.

4.5. ТИСК КРОВІ

4.5.1. Артеріальний тиск

Роботу серця забезпечує *артеріальний тиск*, який діє на стінки артерій і зумовлений рівнем стискування крові. Тиск, що виникає під час скорочення серця, називається *систоличним*; тиск, що виникає після розслаблення серця, називається *діастолічним*. Артеріальний тиск вимірюється у мм рт.ст. і позначається як відношення систолічного тиску до діастолічного. Залежність тиску крові від часу в процесі роботи серця зображена на рис. 4.12. Відно, що коливання тиску відбуваються від практично нульового рівня до 120 мм рт.ст. Різниця між систолічним і діастолічним тиском являє собою *пульсовий тиск*. Типові значення систолічного, діастолічного і пульсового тисків у кровоносній системі тварин наведено у табл. 4.4.

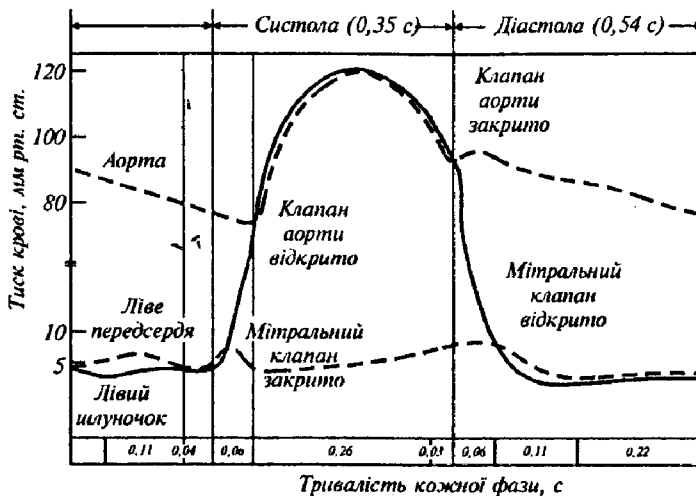


Рис. 4.12. Залежність тиску крові від часу в процесі роботи серця

4.4. – Типові значення тисків у кровоносній системі людини

Вік	P_{max} , мм рт.ст.	P_{min} , мм рт.ст.	ΔP , мм рт.ст.
Новонароджений	80	46	34
10	103	70	33

20	120	80	40
40	126	84	42
60	135	89	46

4.5.2. Вимірювання тиску крові

Розглянемо два методи вимірювання тиску крові.

Неінвазивний метод полягає у прослуховуванні шумів, що утворюються пульсовими хвилями. Між плечем і ліктем накладають манжету, в яку накачують повітря. Коли в променевої артерії припиниться течія крові, пульс зникає і процес накачування припиняють. Потім повітря випускають за допомогою вентиля. Цей етап супроводжується зменшенням тиску. Коли тиск стає рівним систолічному, кров проштовхується крізь артерію і в ній утворюється турбулентна течія, яка супроводжується шумами – так званими *тонами Короткова*. Подальше зменшення тиску викликає відновлення ламінарної течії і зникнення шумів. Показання манометра в цей момент відповідають діастолічному тиску.

Неінвазивний метод точний, безболісний і зручний у користуванні. Але йому притаманні можливі суб'єктивні помилки під час вимірювання понижених тисків. Крім того, цьому методу бракує інформації щодо форми пульсової хвилі.

М.С. КОРОТКОВ (1874–1909)

Російський вчений, провідний фахівець у галузі судинної хірургії. Розробив техніку вимірювання тиску крові (1905 р.).



Прямий метод передбачає безпосереднє введення в кровоносну судину голки або спеціальної трубки – *катетера*. Сучасна технологія вимірювання тиску на основі прямого методу ґрунтується на введенні катетера в судину, що розташована поблизу шкіри, або в артерію чи вену, інколи – навіть у саме серце. Катетер мусить бути коротким, жорстким і не роздуватися від потоків крові, щоб запобігти неточностей під час вимірювання тиску. Перевага прямого методу

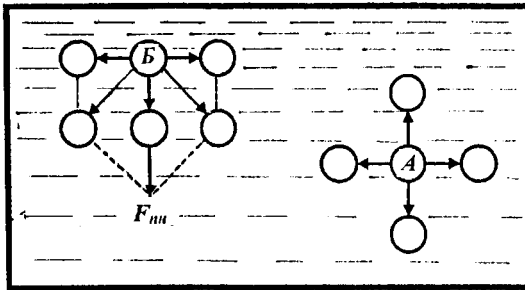


Рис. 4.13. Взаємодія молекул поверхневого (А) та глибокого (Б) шарів рідини з оточуючими молекулами

травми.

4.6. ПОВЕРХНЕВИЙ НАТЯГ

Розглянемо молекулу, розташовану всередині рідини (рис. 4.13, а). З різних боків її оточує однакова кількість сусідніх молекул, через що результуюча сил, що діють на молекулу, дорівнює нулю. Щодо молекул, які знаходяться в поверхневому шарі рідини, то результуюча сил, які діють на такі молекули, не дорівнює нулю, оскільки концентрація молекул у повітрі над рідиною значно менша концентрації молекул у рідині (рис. 4.13, б). Причому результуюча сила направлена до середини рідини перпендикулярно її поверхні, через що поверхневий шар рідини утворює на всю рідину тиск, який являє собою суму всіх результуючих сил, що діють на одиницю поверхні рідинн. Цей тиск називається *молекулярним* або *внутрішнім*. Для переміщення молекули з глибини рідини в поверхневий шар потрібно затратити роботу, яка здійснюється за рахунок кінетичної енергії молекул і витрачається на збільшення потенціальної енергії цих молекул. Через це молекули поверхневого шару рідини мають більшу потенціальну енергію, ніж молекули усередині рідини. Оскільки рівноважний стан характеризується мінімумом потенціальної енергії, рідина прагне скоротити площу поверхні. Поверхневий шар рідини в цьому разі схожий на еластичну розтягнуту плівку. Напружений стан поверхневого шару рідини називається *поверхневим натягом*, а сили, які зумовлюють скорочення поверхневої плівки рідини, називають *силами поверхневого натягу*.

Сила поверхневого натягу на будь-якій межі поверхні рідини пропорційна довжині межі:

$$F = \sigma \cdot l, \quad (4.33)$$

полягає в можливості безперервного контролю форми пульсової хвилі і більш високій точності вимірювань порівняно з неінвазивним методом. До недоліку методу слід віднести введення катетера в кровоносну систему пацієнта, що призводить до болісних відчуттів та травми.

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу; l – довжина межі рідини.

Коефіцієнт поверхневого натягу чисельно дорівнює силі поверхневого натягу, розрахованій на однією довжину контуру, що обмежує поверхню рідини; він залежить від типу рідини, домішок і температури. З підвищенням температури коефіцієнт поверхневого натягу зменшується, оскільки середня відстань між молекулами рідини збільшується. Типові значення коефіцієнта поверхневого натягу наведені у табл. 4.5, а залежність коефіцієнта поверхневого натягу води від температури – у табл. 4.6.

4.5. – Коефіцієнти поверхневого натягу рідин

Рідина	Коефіцієнт поверхневого натягу σ , Н/м
Вода	$72,8 \cdot 10^{-3}$
Рицинова олія	$36,4 \cdot 10^{-3}$
Нафта	$26 \cdot 10^{-3}$
Спирт етиловий	$22,8 \cdot 10^{-3}$
Спирт метиловий	$22,6 \cdot 10^{-3}$
Мильний розчин	$25,0 \cdot 10^{-3}$

4.6. – Залежність коефіцієнта поверхневого натягу води від температури

Температура, °С	Коефіцієнт поверхневого натягу σ , Н/м
0	$75,6 \cdot 10^{-3}$
20	$72,8 \cdot 10^{-3}$
60	$66,2 \cdot 10^{-3}$
100	$58,9 \cdot 10^{-3}$

Речовини, які зменшують поверхневий натяг рідини, називають *поверхнево активними*. Вивчення поверхневого натягу допоможе зрозуміти принципи боротьби з личинками малярійних комарів у водоймах на основі застосування поверхнево активних речовин.

Поверхня легень має специфічну рельєфну форму, що визначається наявністю елементарних структур – *альвеол*. Така форма забезпечує велику площу легень для поліпшення газообміну. Підвищення поверхневого натягу може призвести до небезпечного респіраторного захворювання – *гіаліново-мембранної хвороби новонароджених*. Запобігти цьому захворюванню можна за рахунок внесення поверхнево активних речовин, які зменшують поверхневий натяг. Однією з таких речовин є *фосфатидилхолін*, молекули якого складаються із гідрофільних полярних головок і гідрофобних ланцюгів жирних кислот. Полярні головки знаходяться у контакті з водою, тоді як жирні кислоти залишаються у повітрі. Результатом дії такого граничного молекулярного шару є зменшення коефіцієнта поверхневого натягу від $70 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$ до $30 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$.

Приклад

Водомірка рухається по водній поверхні. Загальний периметр взаємодії кожної із її кінцівок з водою становить 1 мм. Припустивши, що поверхневий натяг діє вертикально, покажати, що сили поверхневого натягу в змозі утримати тіло комахи масою $25 \cdot 10^{-6}$ кг ($\sigma = 72,8 \cdot 10^{-3}$ Н/м).

Розв'язок

Сила поверхневого натягу рідини визначається для шести кінцівок водомірки як:

$$F = 6 \cdot \sigma \cdot l = 6 \cdot 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м} \cdot 10^{-3} \text{ м} = 436,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Вага комахи становить:

$$P = m \cdot g = 25 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} = 245 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Очевидно, що сила поверхневого натягу перевищує вагу тіла і, таким чином, у змозі утримати тіло комахи.

Контрольне завдання

Водомірка бігає по поверхні води. Знайти вагу комахи, якщо відомо, що під кожною із шести лапок водомірки утворюється ямка, що дорівнює півсфері з радіусом 0,1 мм.

Відповідь: $27,5 \cdot 10^{-5}$ Н.

4.7. КАПІЛЯРИ ЯВИЩА

Формула Лапласа – додатковий тиск, зумовлений кривизною поверхні рідини, визначається так:

$$\Delta p = \pm \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

(4.34)

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу; R_1 і R_2 – радіуси кривизни двох взаємно перпендикулярних перерізів поверхні рідини (рис. 4.14).

$$\Delta p = \pm \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \qquad \Delta p = \pm \left(\frac{2\sigma}{R} \right)$$

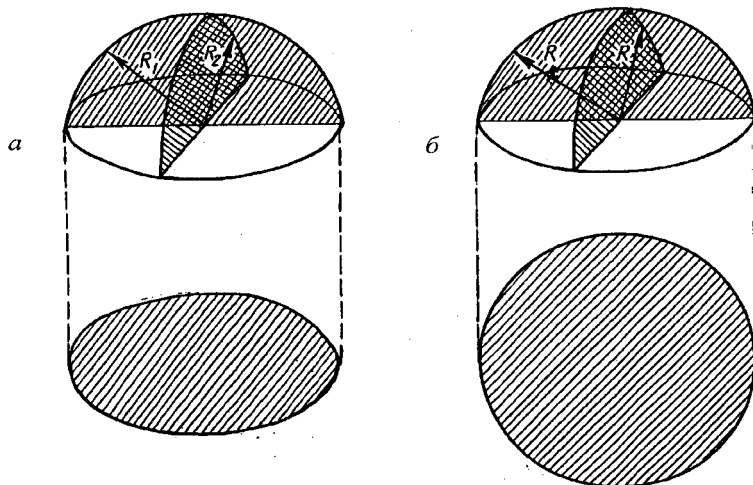


Рис. 4.14. **Форма меніска в капілярі:** *a* – еліптична ($R_1 \neq R_2$);
b – сферична поверхні ($R_1 = R_2 = R$)

Додатковий тиск береться зі знаком “+”, якщо поверхня опукла, зі знаком “-” – якщо поверхня ввігнута. У випадку сферичної поверхні ($R_1 = R_2 = R$) формула Лапласа має вигляд:

$$\Delta p = \pm \frac{2 \cdot \sigma}{R}.$$

(4.35)

Розглянемо капіляр, занурений у змочувальну рідину. Сили тяжіння, які виникають між молекулами рідини і капіляра, примушують рідину підійматися по стінці капіляра, що призводить до викривлення поверхні рідини та утворення негативного тиску. Внаслідок цього рідина підіймається по капіляру, доки гідростатичний тиск не зрівноважить додатковий тиск. Умову рівноваги можна записати так:

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh, \quad (4.36)$$

де ρ – густина рідини; R – радіус кривизни меніска; g – прискорення вільного падіння; h – висота, на яку підіймається рідина.

Звідси можна визначити висоту підняття рідини:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gr}, \quad (4.37)$$

де $r = R \cos\theta$ – радіус капіляра; θ – крайовий кут (рис. 4.15).

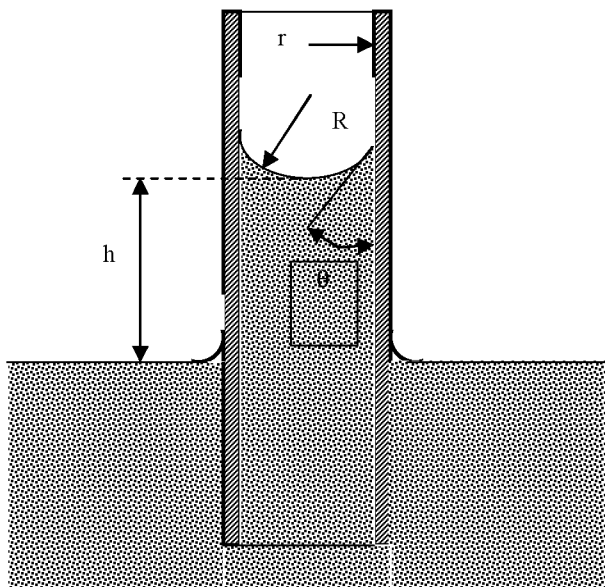


Рис. 4.15. Величини, необхідні для розгляду капілярного підймання рідини

Розглянемо на конкретному прикладі судину ксилеми радіусом 20 мкм: згідно з формулою (4.37), вода в судині підійметься на висоту:

$$h = \frac{2 \cdot 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1} \cos 0^\circ}{998,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = \frac{1,49 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2}{20 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}} = 0,745 \text{ м}.$$

Отже, додатковий тиск у судинах ксилеми не здатний забезпечити піднімання рідини в рослинах висотою понад один метр. На великих відстанях перенесенням води керує об'ємний потік, який забезпечується градієнтом тиску (див. рівняння Гагена-Пуазейля (4.15)).

П'єр-Симон ЛАПЛАС (1749–1827)

Французький математик та астроном. Автор п'ятитомної „Небесної механіки” (1799–1825). У математичній фізиці широко відомі “перетворення Лапласа”, які він застосовував в роботах з теорії ймовірності (хоча вперше ці перетворення розробив Леонард Ейлер).



Приклад

Визначити висоту піднімання води у капілярі ґрунту діаметром 10 мкм, якщо крайовий кут дорівнює нулю, а температура ґрунту становить 20 °С.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (4.38):

$$h = 2(72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^2)(\cos 0) / (998,2 \text{ кг/м}^3)(9,8 \text{ м/с}^2)(5 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 2,98 \text{ м}.$$

Контрольне завдання

Чи здатний додатковий тиск у ксилемі дерева *Sequoia* забезпечити піднімання рідини на висоту 100 м, якщо густина рідини становить 10^3 кг/м^3 , а коефіцієнт поверхневого натягу $70 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$?

У кровоносній судині, в якій з певних причин (конденсація газу, поранення або травми кровоносних судин, оперативні втручання) утворилась бульбашка газу, за рахунок потоку форма бульбашки спотворюється (ліва й права півсфери мають різні за величиною радіуси кривизни) (рис. 4.16). Отже, згідно з рівнянням Лапласа (4.36), додаткові тиски,

зумовлені поверхневим натягом рідини на лівій та правій межах поділу, будуть відрізнятися. Різниця тисків може призвести до порушення кровопостачання, розриву або закупорки судини. Цей патологічний процес називається *газовою емболією*.

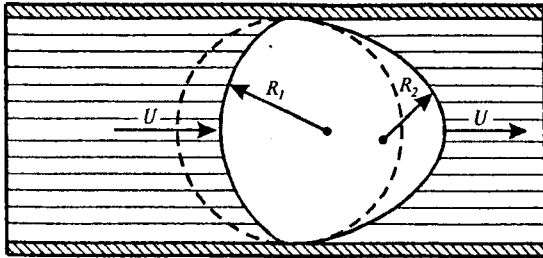


Рис. 4.16. Виникнення газової емболії за руху крові в судні, що зумовила деформацію бульбашки газу ($R_1 \neq R_2$), різницею тисків і розрив судини

Приклад

Визначити, у скільки разів зміниться додатковий тиск, зумовлений поверхневим натягом крові на лівій і правій межах поділу повітряної бульбашки, яка виникає під час газової емболії, якщо лівий радіус кривизни збільшився, а правий – зменшився на 25% (рис.4.16).

Розв'язок

Використовуючи формулу Лапласа, визначимо додатковий тиск, що виникає на лівій і правій межах поділу:

$$\Delta p_n = \pm \frac{2 \cdot \alpha}{R + \Delta R}, \quad \Delta p_n = \pm \frac{2 \cdot \alpha}{R - \Delta R}.$$

Відношення додаткових тисків становить:

$$\frac{\Delta p_n}{\Delta p_n} = \frac{R + \Delta R}{R - \Delta R} = \frac{R \cdot (1 + \frac{\Delta R}{R})}{R \cdot (1 - \frac{\Delta R}{R})} = \frac{1 + \frac{\Delta R}{R}}{1 - \frac{\Delta R}{R}}.$$

Підставляємо числові значення:

$$\frac{\Delta p_n}{\Delta p_n} = \frac{1 + 0,25}{1 - 0,25} = 1,67.$$

Контрольне завдання

Середній радіус альвеоли в легенях становить близько $5 \cdot 10^{-5}$ м. Визначити додатковий тиск, зумовлений кривизною альвеоли, якщо коефіцієнт поверхневого натягу плазми $50 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Відповідь: $2 \cdot 10^3$ Н · м².

✓ Для допитливих

Найбільшу висоту польоту серед ігтів продемонстрував білоголовий гусь (*Gyps fulvus*), який зіткнувся з аеролاینером у 1973 р. на висоті 11278 м; гірський гусь (*Anser indicus*) перелітає Гімалайські гори на висоті близько 8534 м.

Рейнгольд Меснер був першим, хто подолав Еверест (8848,82 м) без кисневого апарата в 1978 р.

Представнику риб (*Abyssoprotula galathea*), який має довжину 20 см, належить рекорд глибини – його сиостерігали у пуерторіканській заиадині на глибині 8370 м. Серед тварин кашалот (*Physeter catodon*) досягає глибини близько 2500 м. У жовтні 2003 р. іірнальник Феррерас досягнув глибини 170 м за 2 хв 39 с, використовуючи вантаж для опускання та балон для ііднімання.

4.8. АЕРОДИНАМІКА

Аеродинаміка – це розділ фізички, який вивчає законн руху повітря (або іншого газу) та сили, що впливають на поверхні тіл, відносно яких відбувається цей рух. Розділ біофізики, який вивчає пасивний транспорт атмосферних частиннок, зокрема біологічних аерозолів, їх кількісне та якісне оцінювання з точки зору ініціювання алергічних захворювань, називається *аеробіологією*.

4.8.1. Атмосферні частинки

Частинки – це окремі порції твердої, рідкої або газоподібної речовини, розміри яких перевищують 1 ім. Особливе місце серед частиннок займають *аерозолі* – дисперсні (колоїдні) системи, що складаються з частиннок розмірами від 10^{-5} м до 10^{-7} м та газового середовища, в якому вони знаходяться у завислому стані. Особливим джерелом *біологічних аерозолів* є рослини, які постачають в атмосферу спори і пилок. Останні поширюються завдяки повітряним потокам. До біоаерозолів слід віднести також віруси, бактерії і частинки комах. Всі вони здатні провокувати захворювання та алергічні реакції людей, впливати на тварин і рослини. Крім того, ці аерозолі відіграють роль центрів конденсації і отже впливають на процеси утворення хмар. Джерелами біоаерозолів є також сільськогосподарське виробництво, інтенсифікація урбанізації та численні водойми. Всі повітряні частинки, у тому числі аерозолі, можуть шкідливо впливати на здоров'я людини залежно від їх розмірів.

4.8.2. Рух атмосферних частиннок

Якщо частинка рухається в атмосфері, на неї діють гравітаційна, виштовхуюча сили та сила внутрішнього тертя з боку повітряного потоку згідно із законом Стокса. Співвідношення між цими силами залежить від фізичних параметрів частинки, атмосфери та безрозмірного числа Рейнольдса *Re*.

Розглянемо випадки, які залежать від співвідношення між радіусом частинки *r*, довжиною вільного пробігу λ молекул газу та чис-

лом Рейнольдса Re .

а) $r > \lambda$, але $Re = 2rv/\nu < 0,1$ (тут ν – швидкість руху частинки, ν – кінематична в'язкість). На частинку масою m та об'ємом V і густиною ρ , занурену у газ масою m_0 з густиною ρ_0 , діють гравітаційна ($F_{gp} = mg = V\rho g$) та архімедова ($F_0 = m_0g = V\rho_0g$) сили, а також сила внутрішнього тертя (в'язкості), що визначається за законом Стокса ($F_\eta = 6\pi\eta r\nu$), де η – коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість).

Швидкість седиментації визначається так:

$$\begin{aligned} v_{сед} &= Vg(\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \frac{4}{3} \pi r^3 g(\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \\ &= \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Приклад

Визначити швидкість седиментації частинки мулу густиною 2650 кг/м^3 та діаметром $0,03 \text{ мм}$, яка осідає у воді за 20°C . В'язкість води за цієї температури становить $1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (4.38):

$$\begin{aligned} v_{сед} &= \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta = \frac{2}{9} (9,8 \text{ м/с}^2)(2650 - 998,2)(15 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) \\ &= 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Контрольне завдання

Визначити швидкість седиментації сферичної частинки густиною 2650 кг/м^3 та діаметром $0,1 \text{ мм}$, яка осідає у воді за 20°C . В'язкість води за цієї температури становить $1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$. Чи встигне частинка досягнути дна резервуара за 2 години, якщо глибина танка $3,5 \text{ м}$?

б) $r > \lambda$, але $Re = 2rv/\nu > 1$. Якщо розмістити певне тіло у повітряному потоці, то перенесення імпульсу відбудеться не лише завдяки силам тертя, що направлені паралельно поверхні шарів, та градієнта швидкості, що виникає при цьому, але через те, що у напрямку повітряного потоку виникає сила, яка називається *опором форми*. Ця сила, що обумовлена різними значеннями тиску з переднього та заднього боків тіла під час обтікання його потоком, залежить від форми та орієнтації тіла. Якщо початковий імпульс тіла становить ρv , а середня зміна швидкості – $v/2$, то швидкість, з якою потік зменшує свій імпульс, буде дорівнювати $\rho v \cdot v/2 = 0,5\rho v^2$, а сила опору визначається як:

$$F_{on} = 0,5c_m\rho_0 v^2 \cdot S, \quad (4.39)$$

де c_m – коефіцієнт опору, ρ_0 – густина газу, v – швидкість руху частинки, S – площа перерізу частинки.

У цьому разі баланс сил, що діють на частинку, розраховують за формулою:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \rho_0) = 0,5 c_{on} \rho_0 v^2 \cdot \pi r^2. \quad (4.40)$$

Для біоаерозолів $\rho > \rho_0$, тому останнє рівняння можна переписати так:

$$v^2 = 8rg\rho/3\rho_0 c_{on}. \quad (4.41)$$

Звідки швидкість седиментації частинки становить:

$$v_{сед} = 2g\rho r^2/9\rho_0 v, \quad (4.42)$$

де v – кінематична в'язкість.

Залежність швидкості седиментації для рослинних частинок від радіуса r та числа Рейнольдса Re_c за густини частинки $\rho \approx 10^3$ кг/м³ наведено на рис. 4.18. Видно, що для значень $Re_c < 0,1$ (для типових значень $r = 30$ мкм та $v_{сед} = 0,1$ м/с, притаманних пилку та спорам) виконується закон Стокса.

Приклад

Визначити силу опору для спор патогенного гриба *Helminthosporium maydis* циліндричної форми, якщо діаметр циліндра становить $d = 20$ мкм, густина $\rho = 1,2$ кг/м³, коефіцієнт загального опору $c_{on} = 4$, швидкість вітру $v = 10$ м/с.

Розв'язок

Використовуємо рівняння (4.40):

$$F_{on} = 0,5 c_{on} \rho v^2 \cdot S = 0,5 \cdot 4 \cdot 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot (10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2 \cdot \pi \cdot (20 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 / 4 = 0,75 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Експериментально було встановлено, що коефіцієнт опору та число Рейнольдса пов'язані співвідношенням:

$$c_{on} = \frac{b}{Re^n}, \quad (4.43)$$

де b та n – константи.

Для ламінарної течії $Re < 2$, $b = 24$, $n = 1$, а $c_{on} = \frac{24}{Re}$; для турбулентної течії $Re = 500-200000$, $b = 0,44$, $n = 0$, а $c_{on} = 0,44$. Таким чином, для малих значень числа Рейнольдса ($Re < 1$) домінуючими є сили в'язкості (закон Стокса), тоді як для великих значень числа Рейнольдса ($Re > 1000$) переважають сили, що описуються законом Ньютона. Причому, в першій області сила опору залежить від числа Рейнольдса, тоді як в другій області сила опору не залежить від числа Рейнольдса (рис. 4.17).

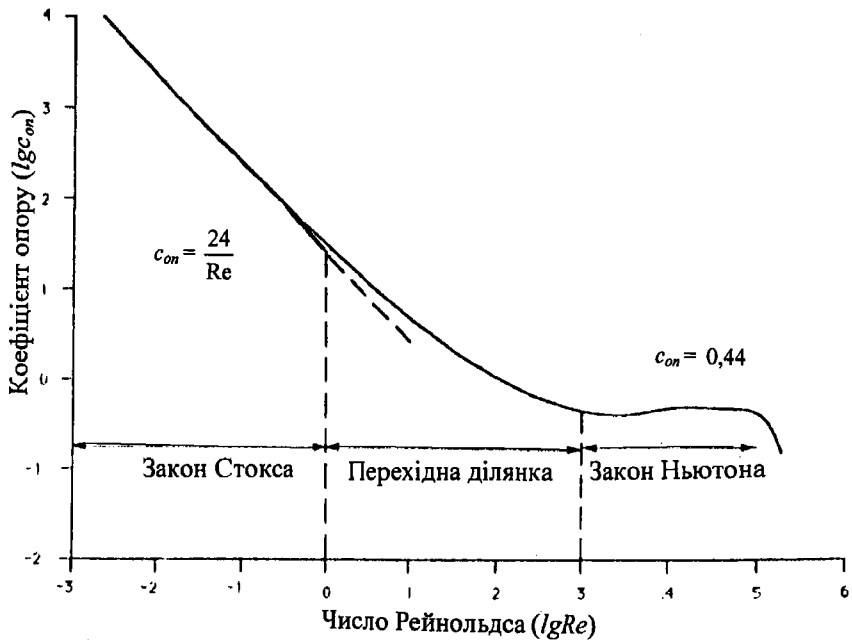


Рис. 4.17. Залежність коефіцієнта загального опору C_{on} частинки від числа Рейнольдса Re

Швидкість руху частинки в будь-який момент часу визначається за виразом:

$$v_t = v_k - (v_k - v_0)e^{-t/\tau}, \quad (4.44)$$

де v_t – швидкість руху частинки у вертикальному чи горизонтальному напрямках у момент часу t ; v_k – кінцева швидкість частинки; v_0 – початкова швидкість руху частинки у горизонтальному напрямку ($v_0 = 0$ для вертикального напрямку).

Траєкторії руху частинок залежно від їх розмірів наведено на рис. 4.18.

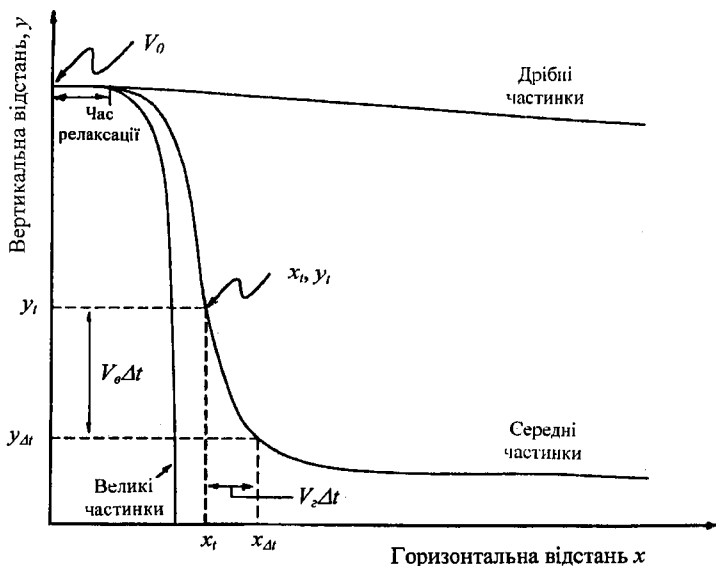


Рис. 4.18. Траєкторії руху частинок залежно від їх розмірів

4.8.3. Аеродинаміка пташнього польоту

Крило птаха має обтічну форму із закругленим переднім кінцем та вузьким заднім. Завдяки обтіканню такого увігнутого крила птаха частинки повітря, що минають верхню, більш опуклу поверхню крила, проходять за одиницю часу шлях більший, ніж частинки, що минають нижню поверхню крила і отже мають більшу швидкість руху. Несиметричне обтікання крила спричинює появу циркуляційного потоку навколо контуру крила, який на опуклій площині спрямований в бік течії повітря, що призводить до збільшення швидкості руху повітря, а на увігнутій – проті течії, що супроводжується зменшенням швидкості руху повітря. Але, згідно з рівнянням Бернуллі, там де швидкість повітряного потоку більша, тиск середовища менший, і навпаки. Завдяки різниці тисків між верхньою та нижньою площинами крила виникає так звана *піднімальна сила*, що спрямована перпендикулярно до напрямку швидкості руху тіла.

Під час польоту виникають чотири основних сили, що діють на крило. Крім піднімальної сили, треба згадати силу тяжіння, спрямовану вертикально вниз, силу тяги та силу лобового опору, яка діє

протилежно напрямку швидкості руху тіла (рис. 4.19). У процесі польоту

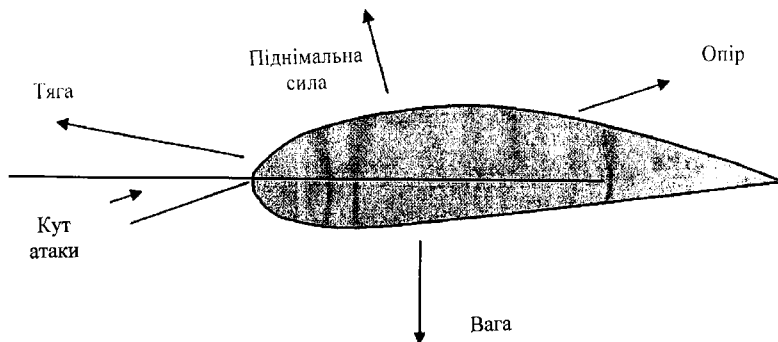


Рис. 4.19. Сили, що діють на крило птаха

птах здатний змінювати кут атаки – кут між хордою крила та напрямком потоку повітря, причому змах крила вииз характеризується збільшенням кута атаки, що збільшує піднімальну силу.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що називають тиском? В яких одиницях вимірюється тиск?
2. Пояснити барометричну формулу.
3. Як змінюється тиск з глибиною?
4. Сформулювати закон Архімеда.
5. Назвати прилади для вимірювання тиску.
6. Яка рідина називається ідеальною? нестисливою?
7. Який рух рідини називають стаціонарним?
8. Сформулювати закон нерозривності потоку.
9. Написати та пояснити рівняння Бернуллі.
10. Яку ріднину називають реальною?
11. Сформулювати рівняння Ньютона для реальної рідини.
12. Що називається коефіцієнтом в'язкості? В яких одиницях він вимірюється?
13. Яку течію називають ламінарною? турбулентною?
14. Що характеризує число Рейнольдса?
15. Які сили діють на кульку, занурену в ріднину?
16. Сформулювати умови впливання та седиментації.
17. Сформулювати закон Стокса. Для яких тіл він справедливий?
18. Сформулювати закон Гагена-Пуазейля.
19. У чому полягає метод флоїдизованої ваини?

20. У чому полягає процес ультрацентрифугування?
21. Які сили діють на частинку, занурену у рідке середовище, під час ультрацентрифугування?
22. У чому полягає перевага процесу ультрацентрифугування порівняно з седиментацією?
23. Як в'язкість залежить від температури?
24. Поясніть фізичні принципи вимірювання швидкості осідання еритроцитів.
25. Поясніть, чому еритроцит має торіодальну форму?
26. Поясніть фізичні принципи тромбозу.
27. Поясніть фізичні принципи аневризму.
28. Поясніть фізичні принципи газової емболії.
29. Що називають середнім об'ємним потоком рідини, що рухається в трубці?
30. Поясніть принципи неінвазивного та прямого вимірювання тиску крові.
31. Що таке "тиски Короткова"?
32. Що називають пульсовим тиском?
33. Що таке поверхневий натяг?
34. Від чого залежить сила поверхневого натягу?
35. Який тиск називають молекулярним (внутрішнім)? Поясніть механізм його виникнення.
36. Дати визначення коефіцієнта поверхневого натягу. В яких одиницях він вимірюється?
37. До чого призводить підвищення поверхневого натягу на поверхні легень?
38. Що називають додатковим тиском?
39. Написати та пояснити формулу Лапласа для циліндричного та сплющеного капілярів.
40. Що таке R_1 та R_2 у формулі (4.34)?
41. Що вивчає аеродинаміка? аеробіологія?
42. Що таке частинка? аерозоль? біоаерозоль?
43. Які сили діють на частинку у повітряному потоці? Від чого залежить баланс цих сил?
44. Які сили діють на крило птаха?

5. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

5.1. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Коливання – це рухи або процеси, які відзначаються певною повторюваністю у часі.

Вільними (власними) називаються коливання, які відбуваються за відсутності зовнішніх впливів на коливальну систему і виникають внаслідок будь-якого початкового відхилення цієї системи від стану її стійкої рівноваги.

Періодичними є коливання, що повторюються через однакові проміжки часу.

Розглянемо матеріальну точку масою m , яка висить на пружині (рис. 5.1). Якщо розтягнути пружину на відстань x , прикладаючи до матеріальної точки силу F_0 , то виникне пружна сила, проекція якої на вісь x дорівнює:

$$F_{\text{пр}x} = -kx, \quad (5.1)$$

де k – жорсткість пружини.

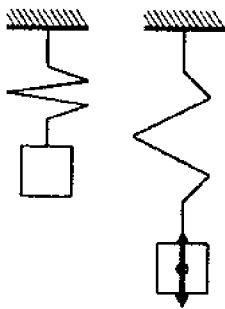


Рис. 5.1. Матеріальна точка, що висить на пружині

У цьому положенні діюча сила F_0 зрівноважується пружною силою $F_{\text{пр}x}$:

$$F_0 = F_{\text{пр}x}. \quad (5.2)$$

Якщо відпустити пружину, то $F_0 = 0$ і рівняння руху матиме вигляд:

$$ma = -kx; \quad (5.3)$$

$$m \frac{dv}{dt} = -kx; \quad (5.4)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx. \quad (5.5)$$

Розв'язок останнього диференційного рівняння має вигляд:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.6)$$

де A , ω і φ_0 – константи, причому $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Коливання, за яких фізична величина змінюється з часом за синусоїдним (або косинусоїдним) законом (рис. 5.2), називаються *гармонічними*.

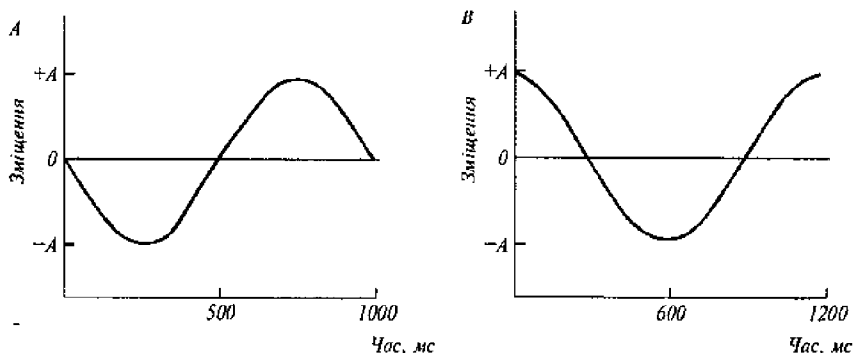


Рис. 5.2. Гармонічні коливання, за яких фізична величина змінюється з часом за синусоїдним (А) або косинусоїдним (В) законами

Матеріальна точка масою m , що здійснює прямолінійні гармонічні коливання під дією пружної сили, називається *лінійним гармонічним осцилятором*.

5.2. ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАРМОНІЧНОГО КОЛИВАННЯ

У рівняння (5.6), яке описує гармонічне коливання, входять такі характеристики: A – *амплітуда коливань* (максимальне зміщення точки, що коливається, від положення рівноваги); ω – *кутова частота*; $\omega t + \varphi_0$ – *фаза коливань у момент часу t* ; φ_0 – *початкова фаза* (фаза коливань у момент часу $t=0$). Найменший проміжок часу, через який система, що здійснює коливання, повертається до стану, в якому вона перебувала в початковий момент часу, вибраний довільно, називається *періодом коливань T* . Період T пов'язаний з кутовою частотою ω співвідношенням:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (5.7)$$

Величина, яка дорівнює кількості коливань за одиницю часу, називається *частотою ν* . Частота ν пов'язана з періодом T так:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (5.8)$$

Одиниця вимірювання частоти – Гц.

На основі рівнянь (5.7) і (5.8) можна одержати співвідношення:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (5.9)$$

Приклад

Визначити період коливань тіла масою 250 г, прикріпленого за допомогою пружини до вертикальної стінки, що дозволяє йому здійснювати коливання в горизонтальній площині. Зміщення тіла від стану рівноваги становить 5 см, жорсткість пружини – 5 Н/м.

Розв'язок

Стан тіла за умовою описується рівнянням $x = A\cos\omega t$, звідки $A = 5 \cdot 10^{-2}$ м. Кутова частота визначається за виразом:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5 \text{ Н/м}}{250 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}} = 4,47 \text{ рад/с.}$$

Звідси період коливань дорівнює: $T = \frac{2\pi}{4,47} = 1,4$ с.

Контрольне завдання

Визначити максимальну швидкість руху тіла за умовою попередньої задачі.

Відповідь: 0,224 м/с.

5.3. ЕНЕРГІЯ МЕХАНІЧНИХ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

Розглянемо матеріальну точку, яка здійснює гармонічні коливання вздовж осі x під впливом пружної сили F .

Швидкість руху матеріальної точки визначається так:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (5.10)$$

Кінетична енергія матеріальної точки дорівнюватиме:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} [A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)]^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0). \quad (5.11)$$

Потенціальна енергія матеріальної точки дорівнює:

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2}{2} [A\sin(\omega t + \varphi_0)]^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0). \quad (5.12)$$

Додавання рівнянь (5.11) і (5.12) дозволяє одержати вираз для повної енергії механічних коливань:

$$E = E_k + E_n = \frac{mA^2\omega^2}{2} [\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \sin^2(\omega t + \varphi_0)] = \frac{mA^2\omega^2}{2}. \quad (5.13)$$

Приклад

Визначити повну енергію коливань тіла масою 300 г, що здійснює за допомогою пружини коливання в горизонтальній площині, якщо амплітуда коливань дорів-

ное

4 см, а жорсткість пружини 15 Н/м.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (5.13), знаходимо:

$$E = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ Н/м} \cdot (4 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Контрольне завдання

Визначити максимальну швидкість руху тіла за умовою попередньої задачі.

Відповідь: $v_{\max} = 0,28 \text{ м/с}$.

5.4. МАТЕМАТИЧНИЙ МАЯТНИК

Математичним маятником називають матеріальну точку, підвішену на невагомій і нерозтяжній нитці, що коливається під впливом сили тяжіння. Практичним наближенням математичного маятника може бути система, що складається з невеликої важкої кульки та підвісу – тоїкої довгої нитки, причому діаметр кульки значно менший від довжини нитки.

Математичний маятник являє собою механічну систему, що бере участь у періодичному коливальному русі. Якщо зміщення маятника масою m невеликі, сила тяжіння $F_T = mg$ у положенні, коли він відхилився на кут θ , розкладається на дві компоненти: силу $F_\tau = mg\sin\theta$, що повертає маятник у положення рівноваги, і силу $F_n = mg\cos\theta$, яка спрямована вздовж нитки й зрівноважується натягом F_n нитки (рис. 5.3). Коливання відбуваються у вертикальній площині. Рівняння руху маятника під впливом сили F_τ описується за формулою:

$$F_\tau = -mg\sin\theta = m \frac{d^2s}{dt^2}, \quad (5.14)$$

де s – зміщення маятника, а знак “мінус” свідчить про те, що сила F_τ спрямована до положення рівноваги.

Оскільки $s = l\theta$, де l – довжина маятника (стала величина), останнє рівняння можна переписати так:

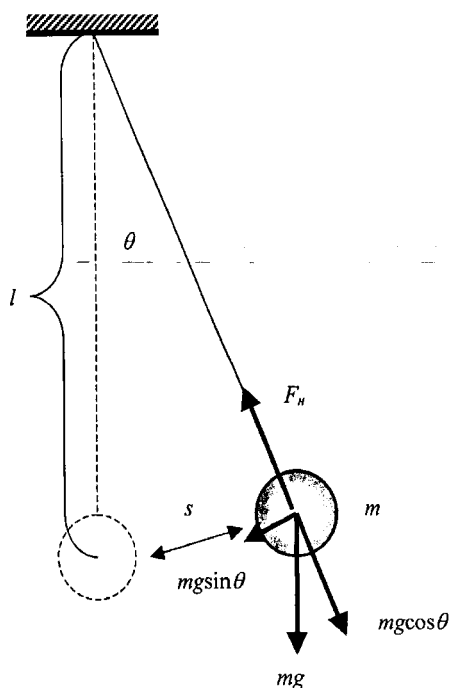


Рис. 5.3. Математичний маятник

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta. \quad (5.15)$$

За малих кутів відхилення $\sin\theta \approx \theta$, де θ вимірюється в радіанах. Звідси рівняння (5.15) набуває вигляду:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta. \quad (5.16)$$

Останнє рівняння описує *гармонічне коливання*, під час якого фізична величина змінюється з часом за синусоїдним законом $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, або косинусоїдним законом $x = A\cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2) = A\cos(\omega t + \varphi_1)$, де x – значення величини, що коливається в даний момент часу t ; A – амплітуда коливань; ω – кулова частота коливань; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза коливань; φ_0, φ_1 – початкові фази коливань.

Отже, розв'язок рівняння (5.16) треба шукати у вигляді:

$$\theta = \theta_{max}\sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.17)$$

або

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega t + \varphi_1), \quad (5.18)$$

де θ_{max} – максимальне кутове відхилення маятника, а ω – кулова частота, що визначається за формулою:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (5.19)$$

Період T коливань математичного маятника дорівнює:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.20)$$

З рівняння (5.20) можна одержати враз:

$$g = 4\pi^2 l/T^2. \quad (5.21)$$

Таким чином, період і частота коливань математичного маятника залежать лише від довжини нитки і прискорення вільного падіння. Вимірювання періоду коливань T математичного маятника дає можливість обчислити прискорення вільного падіння g .

Приклад

Довжина маятника Фуко становить 98 м. Визначити період коливань маятника, якщо вважати його математичним.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (5.20):

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{98\text{ м}}{9,8\text{ м/с}^2}} = 19,86 \text{ с.}$$

Контрольне завдання

Як зміниться період маятника Фуко, якщо його перенести із земної поверхні на поверхню Місяця, де прискорення вільного падіння дорівнює $1,67 \text{ м/с}^2$?

Відповідь: 48,1 с.

5.5. ЗГАСАЮЧІ КОЛИВАННЯ

Коливання, амплітуда яких через втрати енергії реальною коливальною системою зменшується з часом, називаються *згасаючими*.

Рівняння згасаючих коливань має вигляд:

$$x = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.22)$$

де β – коефіцієнт згасання.

Графік залежності $x = f(t)$ під час згасаючих коливань наведено на рис. 5.4.

Для кількісної оцінки швидкості зменшення амплітуди згасаючих коливань користуються поняттям *логарифмічного декременту згасання*, який дорівнює натуральному логарифму відношення значень амплітуди згасаючих коливань у моменти часу, що розділені періодом:

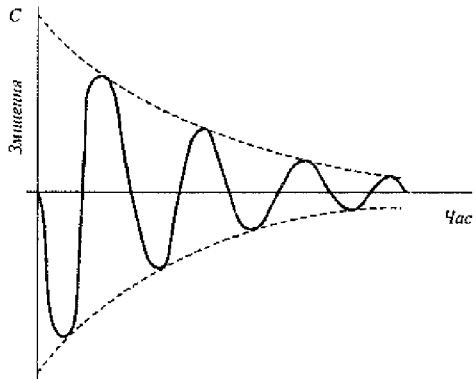


Рис. 5.4. Згасаючі гармонічні коливання

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (5.23)$$

5.6. ВМУШЕНІ КОЛИВАННЯ

Коливання називаються *вимушеними*, якщо вони виникають у будь-якій системі за рахунок змінного зовнішнього впливу. Для того, щоб система здійснювала незгасаючі коливання, необхідно діяти на неї силою F_0 , яка змінюється періодично за законом:

$$F_0 = F_0 \sin \omega_0 t, \quad (5.24)$$

де F_0 – амплітудне значення сили; ω_0 – колова частота вимушених коливань; t – час.

Рівняння руху тіла, що коливається, без врахування сил тертя або опору має вигляд:

$$F + F_0 = ma, \quad (5.25)$$

де F – зворотна сила.

З урахуванням того, що $F = -m\omega^2 x$, останнє рівняння можна переписати так:

$$-m\omega^2 x + F_0 \sin \omega_0 t = -m\omega_0^2 x. \quad (5.26)$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд:

$$x = F_0 \sin \omega_0 t / [m(\omega^2 - \omega_0^2)]. \quad (5.27)$$

Звідси амплітуда вимушеного коливання, що визначається за виразом:

$$A = F_0 / [m(\omega^2 - \omega_0^2)], \quad (5.28)$$

залежить від співвідношення частоти власних коливань ω і частоти вимушених коливань ω_0 ; амплітуда A прямує до нескінченності, якщо $\omega_0 \rightarrow \omega$ (рис. 5.5).

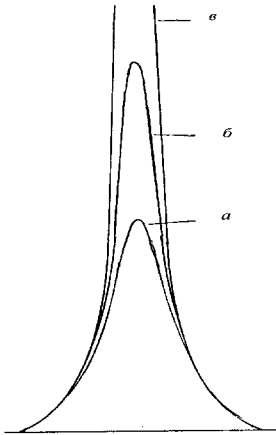


Рис. 5.5. Залежність амплітуди згасаючих коливань від частоти та коефіцієнта згасання: *а* – великі значення коефіцієнта згасання; *б* – малі значення коефіцієнта згасання; *в* – випадок резонансу, якщо частота вимушених коливань дорівнює частоті власних коливань системи

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань у разі наближення частоти вимушених коливань до частоти власних коливань називається *резонансом*.

5.7. ВІЖУЧА ХВИЛЯ

Біжуча хвиля може бути визначена як збурення, яке рухається в просторі з перенесенням енергії. Розглянемо біжучу хвилю, синусої-

дну за формою, яка поширюється, починаючи з моменту часу $t = 0$, зі швидкістю V у напрямку $+x$ (рис. 5.6). Рівняння такої хвилі має вигляд:

$$y = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right). \quad (5.29)$$

Якщо біжуча хвиля поширюється у напрямку $-x$, то рівняння записується так:

$$y = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right). \quad (5.30)$$

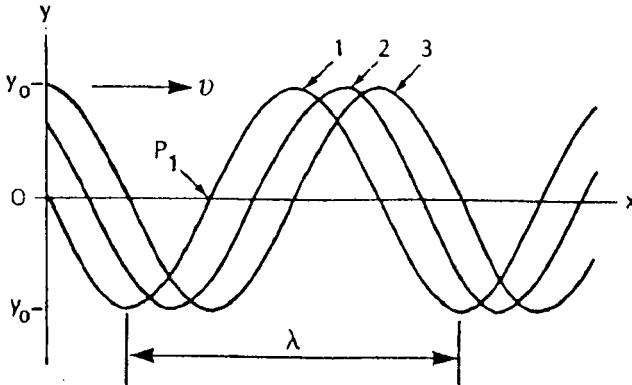


Рис. 5.6. Біжуча хвиля як збурення, що рухається у просторі з перенесенням енергії: v – швидкість поширення біжучої хвилі, λ – довжина хвилі, 1,2,3 – послідовні переміщення хвилі

Величина $\frac{2\pi}{\lambda}$ в рівняннях (5.29) та (5.30) називається *хвильовим числом*; вона позначається символом k .

Рівняння (5.29) і (5.30) можуть приймати ще такі форми:

$$y = y_0 \sin(2\pi vt \pm \frac{2\pi}{\lambda}x), \quad (5.31)$$

або

$$y = y_0 \sin(\omega t \pm kx), \quad (5.32)$$

або

$$y = y_0 \sin(vt \pm x)k. \quad (5.33)$$

5.8. СТОЯЧА ХВИЛЯ

Розглянемо дві біжучі хвилі, які поширюються у протилежних напрямках. Рівняння першої біжучої хвилі має вигляд:

$$y_1 = y_{\max} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad (5.34)$$

а рівняння другої біжучої хвилі можна записати так:

$$y_2 = y_{\max} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right). \quad (5.35)$$

Ці дві хвилі взаємодіють між собою, внаслідок чого утворюється результуюча хвиля:

$$y = y_1 + y_2 = 2 y_{\max} \sin \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (5.36)$$

Особливістю стоячої хвилі є те, що частинки коливаються одночасно, у цьому разі утворюються області з максимальною амплітудою коливань (*пучності*) та області спокою (*вузли*). Відстань між сусідніми вузлами (або сусідніми пучностями) дорівнює половині довжини хвилі (рис. 5.7).

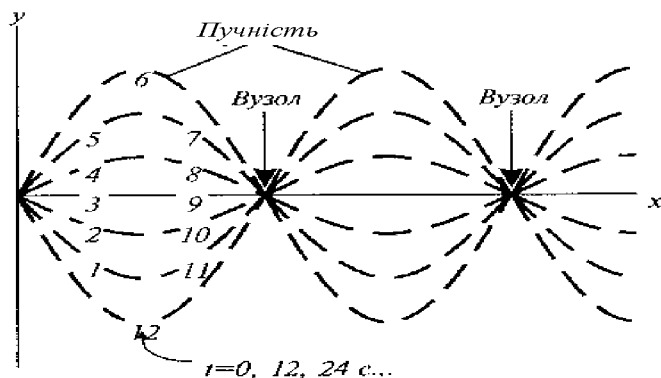


Рис. 5.7. Стояча хвиля (цифрами позначено моменти часу, які послідовно проходить частинка, що коливається)

Якщо $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$, величина зміщення максимальна ($y = 2y_{\max}$);

значення x у цьому разі відповідає пучності; якщо $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$, то $y = 0$

і значення x відповідає вузлу.

5.9. БИТТЯ КОЛИВАНЬ

Розглянемо дві хвилі, що трохи відрізняються частотою і поширюються в одному напрямку. Під час спостереження поведінки цих

двох хвиль у даній точці простору відбуваються *биття коливань* – періодичні коливання інтенсивності в даній точці завдяки накладанню двох хвиль з частотами, що трохи відрізняються.

Нехай рівняння двох коливань мають вигляд:

$$y_1 = y_{max} \cos 2\pi \nu_1 t, \quad (5.37)$$

$$y_2 = y_{max} \cos 2\pi \nu_2 t. \quad (5.38)$$

Внаслідок накладання двох коливань результуюче коливання описується рівнянням:

$$y = y_1 + y_2 = y_{max} (\cos 2\pi \nu_1 t + \cos 2\pi \nu_2 t). \quad (5.39)$$

Використовуючи тригонометричне співвідношення

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right), \quad (5.40)$$

одержимо:

$$y = 2y_{max} \cos 2\pi \left(\frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \right) t \cos 2\pi \left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \right) t. \quad (5.41)$$

Графік результуючого коливання наведено на рис. 5.8.

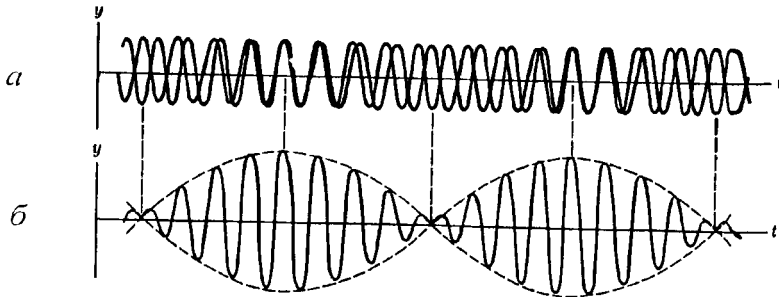


Рис. 5.8. Биття коливань

Таким чином, ефективна частота результуючого коливання дорівнює $\left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \right)$; максимальна амплітуда результуючих коливань має

місце тоді, коли $\cos 2\pi \left(\frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \right) t = \pm 1$, тобто амплітуда результуючих

коливань змінюється з частотою $\left(\frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \right)$.

5.10. РОЗКЛАДАННЯ СКЛАДНИХ КОЛИВАНЬ У РЯД ФУР'Є

За Фур'є, будь-яке складне коливання $y(t)$ можна представити як комбінацію достатньо великої кількості синусоїдних та косинусоїдних хвиль, які утворюють *ряд Фур'є* :

$$y(t) = \sum_n (A_n \sin 2\pi v_n t + B_n \cos 2\pi v_n t), \quad (5.42)$$

де A_n і B_n – амплітуди гармонічних коливань; v_n – частота n -го коливання.

Залежність відносної інтенсивності гармонік від їх частоти називається *гармонічним спектром* складного коливання. Приклад розкладання складного коливання в ряд Фур'є наведено на рис. 5.9, а відповідний гармонічний спектр цього коливання – на рис. 5.10.

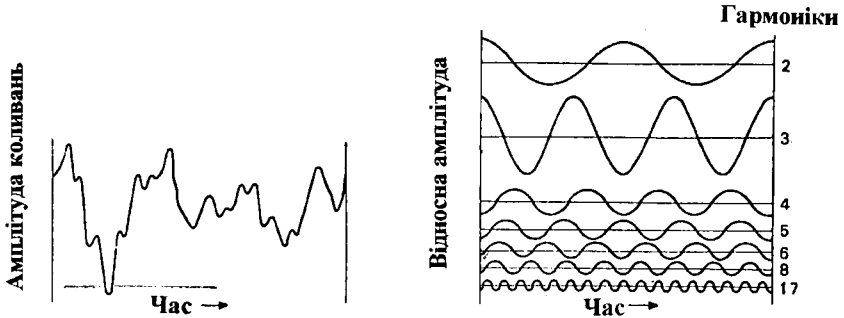


Рис. 5.9. Розкладання складного коливання в ряд Фур'є

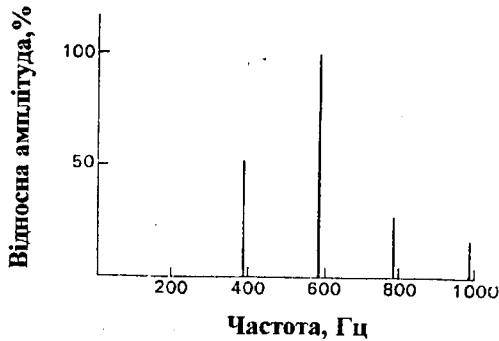


Рис. 5.10. Гармонічний спектр складного коливання



Жан Батист Жозеф ФУР'Є (1768–1830)

Французький математик та фізик, автор “Аналітичної теорії тепла” (1822), яка стала відправним пунктом в утворенні теорії тригонометричних рядів (рядів Фур'є). Автор Фур'є-перетворення та закону теплопровідності ізотропних середовищ.

5.11. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ АНТРОПОГЕННОГО ТА ПРИРОДНОГО ПОХОДЖЕННЯ

5.11.1. Вібрації

Вібрації (від лат. *vibratio* – коливання) – механічні коливання матеріальних систем, що відбуваються з великою (більше 1 коливання за секунду) частотою та невеликою амплітудою. Транспортні засоби, промислові агрегати, будівельні механізми і машини є джерелами вимушених механічних коливань, що утворюються в ґрунті. Основна частина коливальної енергії переноситься поверхневими хвилями, що виникають та поширюються в ґрунті.

Динамічний вплив джерел вібрації оцінюють *швидкістю вібрації*, яка вимірюється в мм/с. Нормою вібраційних впливів є рівень 0,12 мм/с. Інтенсивність вібраційного поля залежить від відстані до джерела. Вібрацію оцінюють за рівнями *коливальних (вібраційних) швидкостей*:

$$L_v = 20 \lg (v/v_0), \quad (5.43)$$

де v – значення коливальної швидкості, v_0 – опорна коливальна швидкість.

Типові значення вібраційних швидкостей для різних джерел вібрації наведено в табл. 5.1.

5.1. – Основні джерела вібрацій

Джерело	Вібраційна швидкість, мм/с
Рейковий транспорт	0,3–160
Промислові установки	0,05–5
Будівельна техніка	0,002–1,6
Автотранспорт	0,005–0,07
Денний фон у місті	0,006–0,02
Нічний фон у місті	0,003–0,01
Безпечний «геологічний» рівень	0,225
Безпечний фізіологічний рівень	0,12

5.11.2. Вплив вібрацій на живі організми

Змінні напруження у тканинах людини, що зумовлюються тривалими вібраціями, можуть призвести до “вібраційної хвороби”, яка супроводжується значними змінами у центральній нервовій системі, порушеннями функції кровоносних судин та загального кровообігу.

Високою чутливістю до вібрацій відзначаються членистоногі та павуки. Нічні пустельні скорпіони визначають місцезнаходження жертви по вібраціях піску на відстані до 0,5 м. На кожній з восьми кінцівок є рецептор вібрації, який генерує електричні розряди у відповідь на зміщення близько 0,1 нм. Сукупність відгуків здатна орієнтувати скорпіона на джерело вібрації. Причому, одна група рецепторів реагує на поверхневі хвилі піску, тоді як друга – на хвилі стискування, що поширюються через пісок. Скорпіон здатний відрізнити сигнали, що доходять до кінцівки, розташованої у напрямку до жертви, та протилежної їй з точністю до 0,2 мс, що дає можливість орієнтуватися комасі у потрібному напрямку.

Павуки відрізняють живу жертву від мертвої завдяки коливанням павутини, які відбуваються з частотою близько 50 Гц. Коливання, які утворює жертва, поширюються вздовж радіальних ниток павутини і реєструються різними кінцівками павука. Здатність павуків відрізнити різницю у часі (близько 1 мс) коливань, що досягають цих кінцівок, дає можливість визначити напрямок до жертви.

Рецептори таргана, розташовані на гомілкках, здатні сприймати коливання з порогом 10^{-7} – 10^{-10} см в діапазоні частот 1000–5000 Гц.

Мурашки-листорізи спроможні реагувати на коливання з амплітудою близько $1,3 \cdot 10^{-7}$ см і частотою 1–23 кГц; рецептори знаходяться в суглобах передніх кінцівок.

Мешканець водойм клоп-стародуб знаходить здобич за коливаннями поверхні води амплітудою в 1 мкм і частотою 100–500 Гц; рецептори вібрації знаходяться в кінцівках.

Водомірка-самка знаходить самця по коливаннях води з частотою 20 Гц.

Реакція бджоли на вібрації субстрату, на поверхні якого вона перебуває, відбувається за рахунок органів, розміщених на гомілкках передніх кінцівок. Саме ці рецептори використовуються під час спілкування бджіл у замкненому просторі вулика.

Стосовно людини, вібрації слід розглядати як небажані рухи, що призводять до *вібраційної хвороби* – професійного захворювання, яке зумовлене дією вібрацій та супроводжується порушеннями серцево-

судинної та центральної нервової систем, дегенеративними змінами кісткових тканин, пошкодженнями слухового аналізатора.

5.11.3. Землетруси

Землетруси – це підземні поштовхи та коливання земної поверхні, що виникають внаслідок раптових зміщень та розривів у земній корі або верхній частині мантиї (оболонки, що розташована між земною корою та ядром), які передаються на велику відстань у вигляді пружних коливань.

Землетруси характеризуються графічним розподілом місць виникнення поштовхів – *гіпоцентрів*, інтенсивністю, тривалістю, механізмами виникнення та тими руйнуваннями, які вони спричиняють. Розміщена над гіпоцентром ділянка земної поверхні, в границях якої інтенсивність поштовхів досягає найбільшої величини, називається *епіцентром*.

Один з методів оцінювання інтенсивності землетрусів пов'язаний з вимірюванням енергії, яка вивільняється під час геофізичного процесу. Для цього використовують *шкалу Ріхтера*. Справа в тому, що інтенсивність землетрусів змінюється в широких межах – від тих, що зумовлюють легкі тремтіння земної кори, які реєструються лише чутливими приладами, до тих, які спричиняють руйнування будинків. Енергія вимірюється *сейсмографом* – приладом, шкала якого побудована у логарифмічному масштабі. Згідно зі шкалою Ріхтера, амплітуда M землетрусу (*магнітуда*) оцінюється за виразом:

$$M = \lg A - \lg A_0, \quad (5.44)$$

де A – максимальна амплітуда коливання, що вимірюється сейсмографом; A_0 – функція, яка відповідає амплітуді землетрусу певної інтенсивності, що зареєстрована на певній відстані від гіпоцентру.

Шкалу Ріхтера наведено в табл. 5.2.

5.2. – Шкала Ріхтера для оцінювання інтенсивності землетрусів

Бал	1–2	3	4	5	6	7	8
Енергія, Дж	$4,47 \cdot 10^5$	$7,94 \cdot 10^7$	$2,51 \cdot 10^9$	$7,94 \cdot 10^{10}$	$2,51 \cdot 10^{12}$	$7,94 \cdot 10^{13}$	$2,51 \cdot 10^{15}$

Так, інтенсивність 2 бали звичайно відповідає мікроземлетрусам; їх людина не відчуває, а лише реєструє апаратура. Землетруси інтенсивністю 4,5 бали і більше реєструються сейсмографами по всьому світу. Потужні землетруси мають інтенсивність 8 балів і більше.

Схему типового приладу для оцінювання землетрусів (*сейсмографа*) наведено на рис. 5.11. Основу приладу складає котушка, при-

еднана до тіла маятника, що рухається у магнітному полі. Цей рух супроводжується виникненням у котушці електричного струму, який вимірюється. Коливання рухомої частини сейсмографа фіксуються системою реєстрації приладу у вигляді *сейсмограми*, яка демонструє значне підсилення амплітуди коливань під час землетрусу (рис. 5.12).

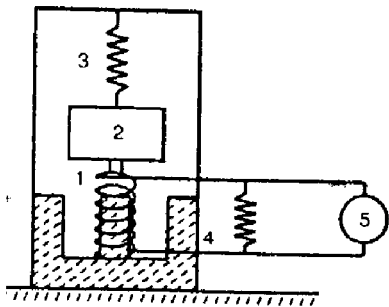


Рис. 5.11. Схема типового сейсмографа: 1 – котушка; 2 – тіло; 3 – пружина; 4 – магніт; 5 – система реєстрації

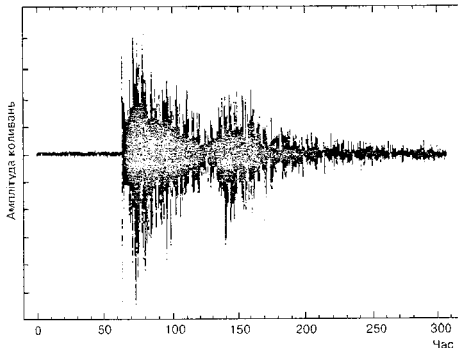


Рис. 5.12. Підсилення амплітуди коливань, що реєструє сейсмограф під час землетрусу



Чарльз Френсіс РІХТЕР (1900–1985)

Американський сейсмолог, автор шкали оцінювання інтенсивності землетрусів, яка була запропонована у 1935 р., а теоретично обґрунтована разом з Б. Гутенбергом у 1941–1945 рр.

5.12. КОЛИВАЛЬНІ ПРОЦЕСИ У ПРИРОДІ

5.12.1. Екологічна модель Вольтерра–Лотка

Розглянемо класичний приклад моделі біологічної системи, яка описується двома диференціальними рівняннями – *екологічну модель Вольтерра-Лотка*. Нехай у деякому замкнутому районі мешкають жертви (зайці) та хижаки (вовки). Зайці годуються тільки рослинною їжею, якої завжди вдосталь; вовкам же потрібні тільки зайці.

Можна припустити, що зміна кількості зайців $\left(\frac{dN_1}{dt}\right)$ пропорційна їх кількості N_1 :

$$\frac{dN_1}{dt} = aN_1. \quad (5.45)$$

Зменшення кількості зайців пропорційне ймовірності зустрічі зайця з вовком, тобто добутку кількостей N_1N_2 . Таким чином, процес зменшення кількості зайців описується рівнянням:

$$\frac{dN_1}{dt} = -bN_1N_2. \quad (5.46)$$

Зміна кількості зайців з урахуванням їх розмноження та можливості зустрічі з вовком буде описуватися рівнянням:

$$\frac{dN_1}{dt} = aN_1 - bN_1N_2. \quad (5.47)$$

Таким чином, кількість вовків буде зменшуватися (за рахунок природної смертності) пропорційно їх кількості N_2 і збільшуватися пропорційно ймовірності зустрічі із зайцями N_1N_2 . Зміна кількості вовків записується рівнянням:

$$\frac{dN_2}{dt} = -cN_2 + dN_1N_2. \quad (5.48)$$

Всі ці міркування призводять до системи двох диференціальних рівнянь:

$$(5.49) \quad \left. \begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= aN_1 - bN_1N_2; \\ \frac{dN_2}{dt} &= -cN_2 + dN_1N_2. \end{aligned} \right\}$$

Слід зауважити, що кожному стану біологічної системи “зайці – вовки” відповідає певна пара змінних N_1 і N_2 ; водночас, будь-яка пара значень N_1 і N_2 описує певний стан системи.

Розглянемо можливість графічної інтерпретації згаданого вище. Нехай є система координат, на осях якої відкладені значення змінних N_1 і N_2 . Кожна точка N такої площини з координатами X і Y відповідає певному стану системи (рис. 5.13). Така площина називається *фазовою площиною*. Під час змін стану системи у часі змінні X і Y змінюються відповідно до системи рівнянь (5.49). Процес змін X і Y

буде відповідати руху точки $M(X, Y)$; сукупність можливих положень цієї точки на фазовій площині називають *фазовою траєкторією*.

Для того, щоб одержати рівняння, що зв'язує безпосередньо N_1 і N_2 , розділимо друге рівняння системи (5.49) на перше, виключивши час t :

$$\frac{dN_1}{dN_2} = \frac{Q(N_1, N_2)}{P(N_1, N_2)}. \quad (5.50)$$

Розв'язок цього рівняння дає сукупність інтегральних кривих (фазових траєкторій) на площині N_1, N_2 (рис. 5.14).

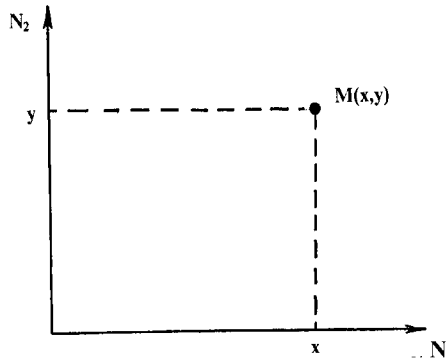


Рис. 5.13. Фазова площина

Точки, в яких похідні змінних $\frac{dN_1}{dt}$ і $\frac{dN_2}{dt}$ перетворюються в нуль, називаються *особливими точками*. Оскільки швидкості зміни $\frac{dN_1}{dt}$ і

$\frac{dN_2}{dt}$ в особливій точці дорівнюють нулю, вона відповідає *стаціонарному стану*.

Отже, зростання чисельності зайців відповідає руху від точки a до точки b на фазовій площині (див. рис. 5.14); цей процес супроводжується зростанням чисельності вовків, що одержали сприятливі умови годівлі; але це зростання чисельності хижаків призводить до зменшення чисельності жертв (перехід $b \rightarrow c$ на фазовій площині), що впливає на зменшення чисельності вовків (перехід $c \rightarrow a$). Таким чином, біологічна система “зайці – вовки” здійснює коливання. Будь-який випадковий зовнішній вплив переводить систему в іншу фазову площину.

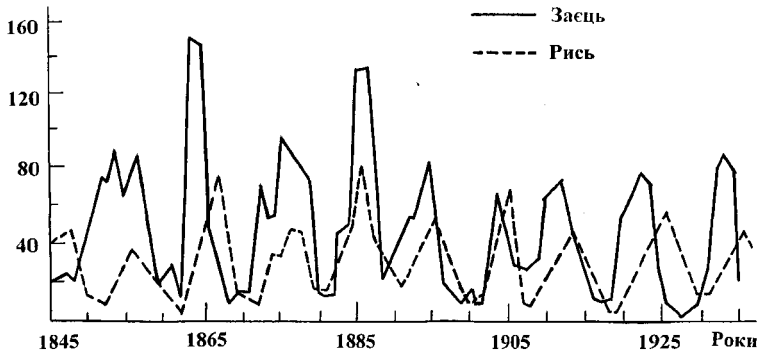


Рис. 5.16. Результати спостережень за змінами коливань чисельності північноамериканського зайця та рисі в Канаді

Рис. 5.14. Фазовий портрет системи "хижак-жертва" (M – особлива точка)

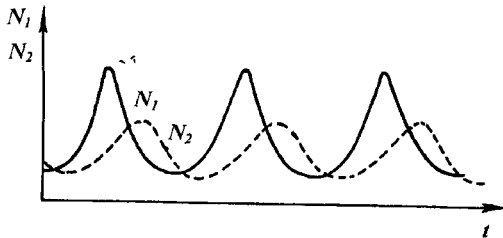
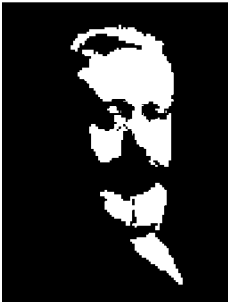


Рис. 5.15. Поведінка змінних N_1 і N_2 у часі

Поведінку змінних N_1 і N_2 у часі наведено на рис. 5.15. Очевидно, що максимум чисельності жертв завжди випереджає максимум чисельності хижаків. З цими кривими узгоджуються результати спостережень за коливаннями чисельності північноамериканського зайця та

рисі в Канаді (рис. 5.16). Періоди коливань чисельності жертв та хижаків приблизно однакові і становлять 9–10 років, причому максимум чисельності зайців випереджає максимум чисельності рисей на один рік.



Віто ВОЛЬТЕРРА (1860–1940)

Італійський математик та фізик, який здійснив істотний внесок у розвиток сучасної математичної біології. Разом з В. Лотка розробив рівняння популяційної динаміки.

Альфред Джеймс ЛОТКА (1880–1949)

Американський математик та спеціаліст у галузі фізичної хімії та статистики. Відомий своїми роботами з популяційної динаміки та енергетики. Автор книжки “Елементи фізичної біології” (1924 р.).



5.12.2. Утворення колоній колективними амебами

Реальні біологічні системи не знаходяться в стані рівноваги, оскільки в них протікають процеси, що супроводжуються дисипацією енергії – переходом частини енергії упорядкованого процесу в енергію неупорядкованого процесу, наприклад, у теплоту або випромінювання. Виникнення дисипативних структур спостерігається і в популяції амеб *Dictyostelium discoideum*. Після виходу зі спор амеби ростуть та розмножуються як одноклітинні організми, доки їм вистачає їжі. Коли харчовий ресурс вичерпується, амеби припиняють репродукцію та вступають у проміжну фазу, що триває близько 8 год. Після цього амеби сповзають до окремих клітин, що виконують функції центрів агрегації. Пояснюється це тим, що найбільш “голдні” амеби випускають сигнал – хімічну речовину *цАМФ*. Як тільки внаслідок дифузії ця речовина досягне іншої амеби, то та також виділяє свою порцію *цАМФ* і починає переміщатися до першої амеби. Таким чином утворюються концентричні автохвилі руху амеб. Такий процес супроводжується утворенням багатоклітинних колоній, які поводять себе як єдиний організм. Ця колонія мігрує, доки не знайде ділянку середовища, придатну для формування плодового тіла. З цього часу колонія починає диференціюватися, утворюючи стеблину, яка несе на кінці безліч спор. Цей автокаталітичний процес повторюється періодично (рис. 5.17).

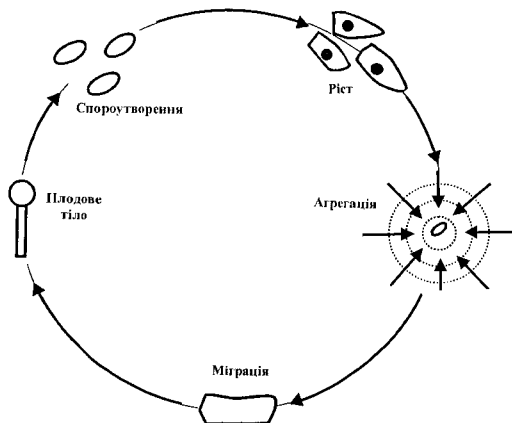


Рис. 5.17. Утворення колоній у колективних амеб

поширення звукових коливань тощо.

✓ Для допитливих

Чутливість таргана (*Blattodeae*) до вібрацій становить 10^{-7} – 10^{-10} см; амплітуду коливань у таких граннях можна порівняти з діаметром атома водню.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що таке коливання? Які коливання є вільними? періодичними?
2. Які коливання називають гармонічними? Записати і пояснити рівняння гармонічного коливання. Дати визначення амплітуди, фази і початкової фази гармонічного коливання.
3. Що таке період коливань? частота коливань?
4. Довести, що вираз (5.6) є розв'язком рівняння (5.5).
5. Вивести рівняння (5.13).
6. Що таке математичний маятник?
7. Від чого залежить період коливань математичного маятника?
8. Які коливання називають згасаючими?
9. Що таке логарифмічний декремент згасання?
10. Яку хвилю називають біжучою? стоячою?
11. Які коливання називають вимушеними?
12. Що таке резонанс?
13. Що таке вібрації?
14. Як оцінюють динамічний вплив джерел вібрацій?
15. Як використовують вібрації живі організми?
16. Дати визначення землетрусам.

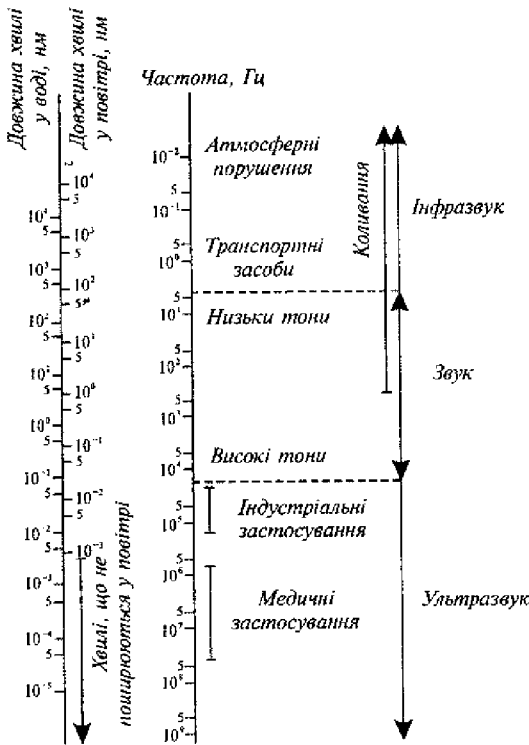
17. Що таке гіпоцентр? епіцентр?
18. Як оцінюють амплітуду землетрусу (магнітуду) згідно зі шкалою Ріхтера?
19. Навести приклади коливальних процесів, що зустрічаються у живій природі.

6. АКУСТИКА

6.1. ХВИЛІ В ПРУЖИОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Процес поширення коливань у суцільному середовищі називається *хвильовим процесом* або *хвилею*. Механічні збурення (деформації), що поширюються в пружному середовищі, називаються *пружними* (або *механічними*) *хвилями*. Пружні хвилі бувають *поздовжніми*, якщо частинки середовища коливаються у напрямку поширення хвилі, і *поперечними*, якщо частинки середовища коливаються в площинах, перпендикулярних напрямку поширення хвилі. Пружна хвиля називається *гармонічною*, якщо відповідні їй коливання частинок середовища є гармонічними.

Пружні хвилі, що мають частоту в діапазоні 20–20000 Гц, називаються *звуковими*; з частотами більшими ніж 20000 Гц – *ультразвуковими* і меншими ніж 20 Гц – *інфразвуковими*. Шкалу механічних



коливань, яка складається зі звукових, ультразвукових та інфразвукових коливань, наведено на рис. 6.1.

Галузь фізики, яка вивчає пружні коливання та хвилі звукового, ультразвукового та інфразвукового діапазонів, процеси їх збудження, обробки, поширення, рецесії, взаємодії з речовиною та різноманітні практичні застосування, називається *акустикою*.

6.2. ЗВУК ТА ЙОГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

6.2.1. Енергія, інтенсивність та тиск звукових коливань

Звукова хвиля характеризується коливаль-

Рис. 6.1. Шкала механічних коливань звукового, ультразвукового та інфразвукового діапазо-

ним зміщенням частинки, швидкістю поширення, енергією та інтенсивністю звукових коливань, а також звуковим тиском.

Розглянемо процес поширення звукової хвилі у повітрі. Зміщення молекул повітря у напрямку x можна описати рівнянням:

$$y = A \sin(2\pi x / \Lambda), \quad (6.1)$$

де A – амплітуда звукової хвилі (максимальне зміщення молекул); Λ – довжина звукової хвилі.

Зміщення молекул повітря в момент часу t визначається так:

$$y = A \sin\left[\frac{2\pi}{\Lambda} (vt - x)\right], \quad (6.2)$$

де v – швидкість поширення звукової хвилі.

Залежність зміщення молекул повітря від відстані до джерела звуку наведено на рис. 6.2. Швидкість поширення звукової хвилі v залежить від середовища (табл. 6.1).

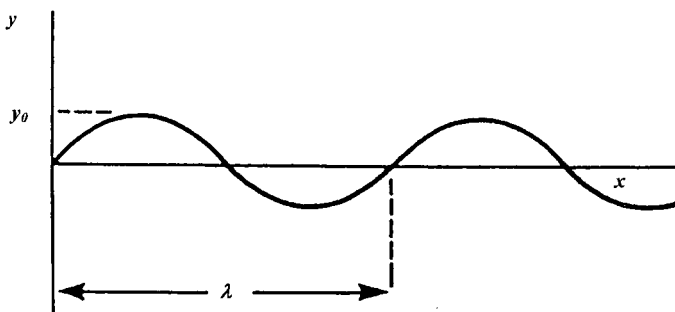


Рис. 6.2. Залежність зміщення молекул повітря від відстані до джерела звуку

6.1. – Основні акустичні параметри повітря та води

Речовина	Густина ρ , кг \cdot м $^{-3}$	Швидкість звуку v , м \cdot с $^{-1}$	Питомий хвильовий опір ρv , кг \cdot м $^{-2}$ \cdot с $^{-1}$
Повітря	1,29	$0,331 \cdot 10^3$	427
Вода	$1 \cdot 10^3$	$1,497 \cdot 10^3$	$1,497 \cdot 10^6$

Використовуючи співвідношення:

$$\Lambda = v \cdot T, \quad (6.3)$$

рівняння (6.2) можна переписати так:

$$y = A_x \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\Lambda}\right) = A_x \sin 2\pi v\left(t - \frac{x}{v}\right) = A_x \sin \Omega\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad (6.4)$$

де A_x – максимальне зміщення молекул середовища, в якому поширюється звукова хвиля; T – період коливань; x – відстань, що вимірюється вздовж напрямку поши-

рення хвилі; λ – довжина звукової хвилі; v – швидкість поширення звукової хвилі; t – час; ν – частота звукової хвилі; Ω – колова частота звукової хвилі*.

Останнє рівняння описує поширення *біжучої* звукової хвилі, яка являє собою збурення середовища, що переносить енергію в просторі.

Енергія звукових коливань E складається з кінетичної енергії E_k молекул, що коливаються, і потенціальної енергії E_n , зміщених відносно положення рівноваги.

Кінетична енергія E_k однієї молекули визначається так:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2, \quad (6.5)$$

де m – маса молекули, v – миттєва швидкість.

З урахуванням того, що $v = \frac{dy}{dt}$, можна одержати таке рівняння:

$$E_k = 2\pi^2 m A^2 \cdot \nu^2 \left[\cos 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]^2. \quad (6.6)$$

Максимального значення кінетична енергія набуде, коли $\cos 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v} \right) = 1$, тобто:

$$E_{k \max} = 2\pi^2 m A^2 \nu^2 = \frac{1}{2} \Omega^2 m A^2. \quad (6.7)$$

Під час максимального зміщення молекули від стану рівноваги швидкість руху молекули і кінетична енергія дорівнюватимуть нулю, а максимальне значення потенціальної енергії однієї молекули визначиться так:

$$E_n = 2\pi^2 m A^2 \nu^2. \quad (6.8)$$

Повна енергія, яка переноситься звуковою хвилею, визначається так:

$$E_{\max} = 2\pi^2 \rho v^2 A^2 V, \quad (6.9)$$

де ρ – густина середовища, в якому поширюється звукова хвиля.

Об'ємна густина енергії, тобто повна енергія одиниці об'єму середовища, в якому поширюється звукова хвиля, дорівнює:

$$E_{\max} / V = 2\pi^2 \rho v^2 A^2 = \frac{1}{2} \Omega^2 \rho A^2, \quad (6.10)$$

* У літературних джерелах з акустики використовують спеціальні символи: Ω – частота, λ – довжина звукової хвилі.

де V – об'єм.

Потужність звукової хвилі (акустична потужність) P визначається як енергія E_{max} , що переноситься звуковою хвилею за одиницю часу t :

$$P = E_{max}/t. \quad (6.11)$$

Інтенсивність I звукової хвилі – це відношення потужності звукової хвилі до одиниці площі S , через яку переноситься енергія звуковою хвилею та яка перпендикулярна напрямку поширення цієї хвилі:

$$I = \frac{P}{S} = E_{max}/St. \quad (6.12)$$

Якщо припустити, що точкове джерело звуку породжує сферичну хвилю, то її інтенсивність I на відстані r від джерела визначається таким виразом:

$$I = P/(4\pi r^2). \quad (6.13)$$

Інтенсивність звуку пов'язана з амплітудою A максимального зміщення співвідношенням:

$$I = (E_{max}/V)v = 2\pi^2\rho v^2A^2v = \frac{1}{2}\Omega^2\rho A^2v. \quad (6.14)$$

Звуковим (або акустичним) тиском p_a називають додатковий тиск (надлишковий над середнім тиском навколишнього середовища), який утворюється в ділянках згущення частінок в акустичній хвилі:

$$p_a = \Omega\rho vA, \quad (6.15)$$

де Ω – колова частота; A – амплітуда зміщення частинки, яка коливається; ρv – питомий хвильовий опір середовища.

Звуковий тиск пов'язаний з інтенсивністю хвилі:

$$I = p_a^2/2\rho v. \quad (6.16)$$

6.2.2. Рівень інтенсивності звукових коливань

Діапазон інтенсивностей звукових коливань, які спроможна реєструвати людина, змінюється від мінімального значення, що відповідає порогу слухової чутливості людини ($I_0 \cong 10^{-12}$ Вт/м²), до максимального, який відповідає порогу болісних відчуттів ($I \cong 1$ Вт/м²). Через це доцільно використовувати логарифмічну шкалу оцінки інтенсивностей звукових коливань.

Рівень інтенсивності звуку L оцінюється так:

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right), \quad (6.17)$$

де I – інтенсивність звукової хвилі, яка оцінюється; I_0 – мінімальна інтенсивність.

Тут L вимірюється у децибелах (дБ). Типові значення рівня інтенсивності звуку наведено в табл. 6.2.

6.2. – Типові значення рівня інтенсивності звуку

Джерело звуку	Рівень інтенсивності, дБ
Попшкодження барабанної перетинки	160
Поріг болісних відчуттів	120
Постріл із рушниці	100
Міська вулиця	75
Розмова	55
Дзвчання комара	40
Шепіт	30
Шелестіння листя	10
Поріг слухової чутливості	0

Контрольне завдання

Визначити інтенсивність звуку, що викликає болісні відчуття, використовуючи дані табл. 6.2.

Відповідь: 1 Вт/м².

6.2.3. Суб'єктивні характеристики звукових хвиль

Звук, який є об'єктом звукових вражень, оцінюється живим організмом суб'єктивно.

Висота звуку відповідає якості звуку, що визначається суб'єктивно на слух і залежить в основному від частоти звукових коливань. Зі зростанням частоти висота звуку збільшується і навпаки. Значно менше висота звуку залежить від інтенсивності і складності звуку.

Гучність звуку – це величина, яка характеризує слухові відчуття для даного звуку. Вона залежить від інтенсивності звуку, акустичного тиску, частоти і форми звукових коливань.

Тембр звуку визначається спектральним складом звуку, тобто інтенсивністю і частотою обертонів відносно основного тону.

6.2.4. Резонансні явища

Розглянемо звукову хвилю, яка поширюється зі швидкістю v в обмеженому просторі (наприклад, вздовж труби). За рахунок відбивання хвилі від закритого кінця труби створюються умови для поширення хвиль однакової амплітуди в протилежних напрямках. На кінці труби

частинки середовища не здатні рухатися в поздовжньому напрямку; тут зміщення частинок дорівнюватиме нулю. Точки, де зміщення частинок дорівнює нулю, відповідають вузлам, а зони максимального зміщення, які утворюються за рахунок взаємодії хвиль, що поширюються в протилежних напрямках, відповідають пучностям (див. розділ 5.8). Результуюча хвиля, що утворюється в такій замкнутій просторовій системі за рахунок взаємодії двох біжучих хвиль, являє собою стоячу хвилю.

Якщо труба довжиною L заповнена повітрям, залежно від того, які кінці труби закриті чи відкриті, можуть створитися певні умови для виникнення резонансу (рис. 6.3). Резонансні частоти у цьому разі визначаються так:

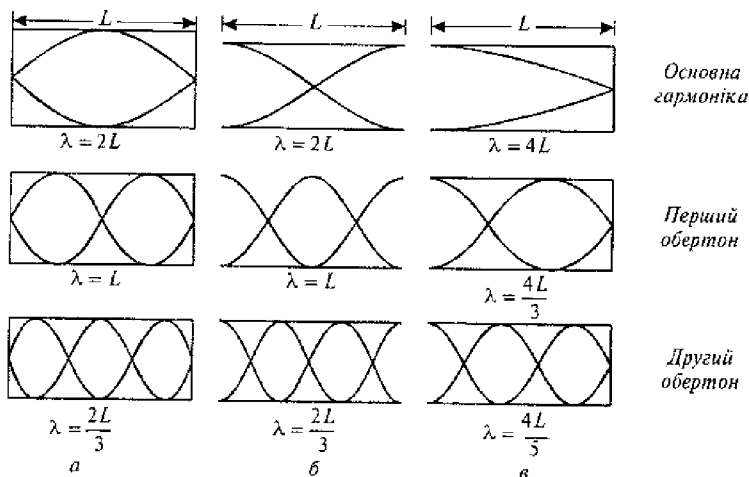


Рис. 6.3. Стоячі хвилі в трубі: *а* – закритої з обох кінців; *б* – відкритої з обох кінців; *в* – закритої з одного кінця

1) для труби, закритої з обох кінців:

$$v = \frac{(n+1)v}{2L}; \quad (6.18)$$

2) для труби, відкритої з обох кінців:

$$v = \frac{(n+1)v}{2L}; \quad (6.19)$$

3) для труби, закритої з одного кінця:

$$v = \frac{(2n+1)v}{4L}. \quad (6.20)$$

Частота, яка відповідає максимальній довжині хвилі, що спричинює резонанс у трубі, називається *основною*; більш високі резонансні частоти називаються *обертнами*.

6.2.5. Ефект Доплера

Ефект Доплера полягає у зміні частоти коливань або довжини хвилі, що сприймається спостерігачем, під час відносного руху джерела коливань та спостерігача.

Якщо джерело звуку та спостерігач рухаються назустріч один одному, частота, що сприймається спостерігачем, перевищує частоту джерела звуку.

Якщо джерело звуку та спостерігач віддаляються один від одного, спостерігач сприймає частоту звуку меншу, ніж частота джерела звуку.

Якщо спостерігач і джерело звуку нерухомі один відносно одного, має місце співвідношення:

$$\Lambda = \frac{v}{\Omega}, \quad (6.21)$$

де Λ – довжина, а Ω – частота звукової хвилі; v – швидкість поширення звуку.

Якщо спостерігач наближається до джерела звуку, швидкість поширення звуку відносно спостерігача становить $v' = v + v_0$, тоді як довжина звукової хвилі не змінюється. Отже, частота, що сприймається спостерігачем, збільшується:

$$\Omega' = \frac{v' + v_0}{\Lambda} \quad (6.22)$$

З урахуванням виразу (6.21) можна записати вираз для частоти звукової хвилі у випадку наближення спостерігача до джерела звуку:

$$\Omega' = \Omega \left(1 + \frac{v_0}{v}\right). \quad (6.23)$$

Аналогічно, якщо спостерігач віддаляється від джерела звуку, швидкість поширення звуку відносно спостерігача становить $v' = v - v_0$, а частота, що сприймається спостерігачем, зменшується:

$$\Omega' = \Omega \left(1 - \frac{v_0}{v}\right). \quad (6.24)$$

У загальному випадку, якщо спостерігач рухається зі швидкістю v_0 відносно нерухомого джерела звуку, частота звуку, що сприймається спостерігачем, визначається за виразом:

$$\Omega' = \Omega \left(1 \pm \frac{v_0}{v}\right), \quad (6.25)$$

де знак “+” відповідає наближенню спостерігача до джерела звуку, а “-” – відда-

ленно спостерігача від джерела звуку.

Розглянемо випадок, коли джерело звуку рухається, а спостерігач – нерухомий. Якщо джерело звуку наближається до спостерігача, довжина звукової хвилі зменшується:

$$\Lambda' = \Lambda - \Delta\Lambda = \Lambda - \frac{v_D}{\Omega}. \quad (6.26)$$

Частота звуку, що сприймається спостерігачем, визначається так:

$$\Omega' = \frac{v}{\Lambda'} = \frac{v}{\Lambda - \frac{v_D}{\Omega}}. \quad (6.27)$$

Звідси:

$$\Omega' = \Omega \left(\frac{1}{1 - \frac{v_D}{v}} \right).$$

(6.28)

Таким чином, частота, що сприймається, збільшується відносно частоти джерела звуку.

Аналогічно, якщо джерело звуку віддаляється від спостерігача, частота звуку, що сприймається спостерігачем, зменшується відповідно до виразу:

$$\Omega' = \Omega \left(\frac{1}{1 + \frac{v_D}{v}} \right). \quad (6.29)$$

У загальному випадку, якщо джерело звуку рухається зі швидкістю відносно нерухомого спостерігача, частота звуку, що сприймається спостерігачем, визначається за виразом:

$$\Omega' = \Omega \left(\frac{1}{1 \pm \frac{v_D}{v}} \right). \quad (6.30)$$

Врешті-решт, якщо і джерело звуку, і спостерігач рухаються один відносно одного, вираз для частоти звуку, що спостерігається, має вигляд:

$$\Omega' = \Omega \left(\frac{v \pm v_0}{v \pm v_d} \right). \quad (6.31)$$



Христiан ДОППЛЕР (1803–1853)

Австрiйський математик та фiзик, який виявив змiну частоти коливань або довжини хвилi, що сприймається спостерiгачем пiд час вiдносного руху джерела коливань та спостерiгача. Очолював iнститут експериментальної фiзики в унiверситетi Вiдня у 1850 році.

Приклад

Впозначити частоту ультразвукової хвилі, що сприймається комахою під час наближення до неї кажана зі швидкістю 5 мс^{-1} . Частота ультразвукової хвилі, що генерується кажаном, дорівнює 60 кГц .

Розв'язок

Частота звукової хвилі, що сприймається комахою, може бути знайдена із виразу:

$$v_a = \frac{v}{v - v_a} \quad v = \frac{340}{340 - 5} \cdot 60 \cdot 10^3 = 60,9 \text{ кГц.}$$

Контрольне завдання

Впозначити частоту звукової хвилі, відбитої комахою і сприйнятої кажаном, використовуючи дані попередньої задачі.

Вiдповiдь: $61,8 \text{ кГц}$.

6.2.6. Падіння звукової хвилі на межу поділу двох середовищ

У разі поширення звуку через межу поділу двох середовищ відношення інтенсивностей звукової хвилі, що пройшла, до тієї, що впала, визначається виразом:

$$I_t/I_i = 4\rho_1 v_1 \rho_2 v_2 / (\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)^2, \quad (6.32)$$

а відношення інтенсивностей відбитої звукової хвилі до падаючої так:

$$I_r/I_i = [(\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1) / (\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)]^2, \quad (6.33)$$

де ρ_1 і ρ_2 – густина середовищ, v_1 і v_2 – швидкість поширення звуку в обох середовищах. Добуток ρv називається питомим хвильовим опором.

Приклад

Показати, що на межі поділу “повітря–вода” тільки 0,1% падаючої енергії пропус-
кається далі. Тут: $\rho_{\text{пов}} = 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$; $\rho_{\text{води}} = 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$; $v_{\text{пов}} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ мс}^{-1}$; $v_{\text{води}} = 15 \cdot 10^2 \text{ мс}^{-1}$.

Розв’язок

Підставимо у рівняння (6.32) числові дані:

$$I_t / I_i = \frac{4 \cdot 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 15 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}}{1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} + 10^3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-3} \cdot 15 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2} = 1 \cdot 10^{-3} = 0,1\%.$$

Контрольне завдання

Використовуючи дані табл. 6.1, визначити коефіцієнт відбивання (відношення інтенсивності відбитої хвилі до падаючої) у процесі переходу звукової хвилі з повітря у воду.

Відповідь: 99,94%.

6.2.7. Фізичні процеси, що супроводжують поширення звуку в навколишньому середовищі

Серед основних процесів, які характеризують взаємодію звукових хвиль з навколишнім середовищем, слід відзначити поглинання, послаблення, відбивання, заломлення, дифракцію, розсіювання.

Послаблення звуку супроводжується зменшенням звукового тиску зі збільшенням відстані до джерела звуку. Залежно від структури звукового випромінювача тварини, послаблення звуку у разі збільшення відстані в 2 рази становить 6–12 дБ.

Відбивання звуку має місце, коли розміри навколишніх поверхонь значно перевищують довжину звукової хвилі і коли розміри нерівності поверхні менші за довжину звукової хвилі. Процес відбивання звуку реалізується на границях розподілу “повітря–грунт”, “повітря–вода”, а також між шарами повітря з різними рівнями температури або вологості. Під час утворення звуків тваринами може відбуватися взаємодія звукових хвиль, одна з яких поширюється безпосередньо між випромінювачем і приймачем, а інша – відбивається від поверхні землі (рис. 6.4). За рахунок інтерференції ці дві хвилі компенсують одна одну через те, що відбита хвиля змінює свою фазу. Для запобігання процесу інтерференції тварина мусить підійматися над землею поверхнею. Наприклад, цвіркуни здатні чути один одного на відстані в кілька метрів на поверхні ґрунту; ця відстань збільшується до 50 м, якщо комахи підіймаються над поверхнею.

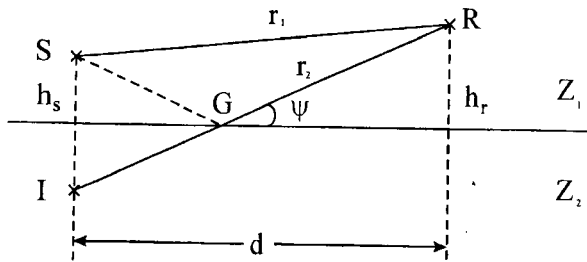


Рис. 6.4. Процес інтерференції звукових хвиль: S – джерело звуку; R – приймач звуку; h_s – висота розташування джерела звуку; h_r – висота розташування приймача звуку; Z_1 – повітря; Z_2 – ґрунт; r_1 – відстань, яку проходить звукова хвиля у повітрі; r_2 – відстань, яку проходить звукова хвиля до і після відбивання від земної поверхні; d – відстань між джерелом та приймачем звуку; ψ – кут відбивання; G – точка падіння звукової хвилі на земну поверхню

Поглинання звуку пов'язане з переходом звукової енергії у теплову та поширенням звуку в інші середовища. У повітрі і воді більше загасають високочастотні звукові сигнали; крім того, на поглинання звуку впливають температура і вологість повітря.

Заломлення звуку відбувається за різких або поступових змін швидкості поширення звукової хвилі, які залежать від температури та густини середовища. В сонячний день температура зменшується із відстанню від земної поверхні, так само як і швидкість поширення звуку. Це зумовлює заломлення звукової хвилі вгору. Вночі ситуація змінюється і звук “знаходить” канали поширення вздовж земної поверхні.

Дифракція або розсіювання звуку пов'язані зі зміною напрямку поширення звукової хвилі під час її взаємодії з об'єктами. Якщо розміри об'єкта сумірні довжині хвилі, відбувається огинання об'єкта (дифракція) або зміна траєкторії поширення хвилі (розсіювання). Такі процеси відбуваються під час поширення звуку крізь рослинні покриви.

6.3. УЛЬТРАЗВУК ТА ЙОГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Пружні хвилі з частотами від $2 \cdot 10^4$ Гц до 10^9 Гц називаються *ультразвуком*. До основних особливостей ультразвуку належить його властивість поширюватись по прямій, що дозволяє розглядати цей процес з позицій геометричної акустики (відбивання, заломлення, фокусування). Крім того, оскільки густина потоку енергії пропорційна квадрату частоти, ультразвукові хвилі характеризуються великою енергією.

6.3.1. Генерація ультразвуку

Для випромінювання ультразвукових коливань застосовують перетворювачі, що в основному використовують:

1) *п'єзоелектричний ефект* – явище зміни поляризації деяких діелектричних кристалів (*п'єзоелектриків*) під час механічної деформації (стиснення або розтягу в певних напрямках) навіть за відсутності електричного поля (*прямий п'єзоелектричний ефект*); результатом прямого п'єзоелектричного ефекту є *зворотний п'єзоелектричний ефект* – поява механічної деформації під впливом електричного поля. Саме зворотний п'єзоелектричний ефект використовують для генерації ультразвуку. Якщо пластину п'єзоелектрика (*сегнетоелектрика*) розмістити між електродами, до яких прикладена змінна напруга, то в пластині виникнуть вимушені коливання. Під час збігу частоти власних коливань пластини з частотою змінної напруги виникає резонанс, який супроводжується збільшенням інтенсивності ультразвукової хвилі, що випромінюється.

2) *магнітострикцію* – зміну форми та розмірів кристалічних тіл (*ферромагнетиків*) внаслідок його намагнічування. Якщо ферромагнітний стержень помістити у магнітне поле, яке змінюється з високою частотою, то цей стержень набуде поздовжніх механічних коливань з такою ж частотою; від нього будуть поширюватися ультразвукові хвилі.

6.3.2. Поглинання та глибина проникнення ультразвуку

Уявимо однорідний ультразвуковий промінь циліндричної форми, який проходить через тканину. Інтенсивність такого випромінювання зменшується з глибиною за експоненціальним законом:

$$I = I_0 e^{-2\alpha x}, \quad (6.34)$$

де I – інтенсивність ультразвукового випромінювання в точці x ; I_0 – початкова інтенсивність; α – коефіцієнт поглинання.

Відмітимо, що величина $x_{max}=1/\alpha$ характеризує глибину проникнення ультразвуку в речовину.

Типові значення коефіцієнта загасання α та глибини проникнення ультразвуку $1/\alpha$ наведено в табл.6.3.

6.3. – Коефіцієнт згасання ультразвуку та глибина проникнення ультразвуку ($\nu = 10^6$ Гц) в деяких речовинах

Речовина	α , см ⁻¹	$x_{max}=1/\alpha$, см
Вода	0,0003	3000

Плазма крові	0,007	130
Кров	0,02	50
Скелетний м'яз	0,20–0,25	4–5
Печінка	0,17	6
Нирки	0,22	5
Жирова тканина	0,13	8

Приклад

Визначити товщину жирової тканини свині, яка б удвічі послабила інтенсивність ультразвукової хвилі з частотою 10^6 Гц.

Розв'язок

Використовуючи рівняння (6.34), одержимо: $I_0/I_x = e^{2\alpha x} = 2$.

Логарифмуємо останній вираз:

$$2\alpha x = \ln 2.$$

Звідси:

$$x = \frac{\ln 2}{2\alpha}.$$

Використовуючи дані табл. 6.3, одержимо: $x = \frac{0,693}{2 \cdot 0,13 \text{ см}^{-1}} = 2,7 \text{ см}$.

У разі збудження ультразвукової хвилі у речовині за допомогою циліндричного перетворювача розподіл інтенсивності ультразвуку у речовині характеризується циліндричною частинною, довжина якої x_{max} , і конусоподібною частинною з кутом розбіжності β (рис.6.5).

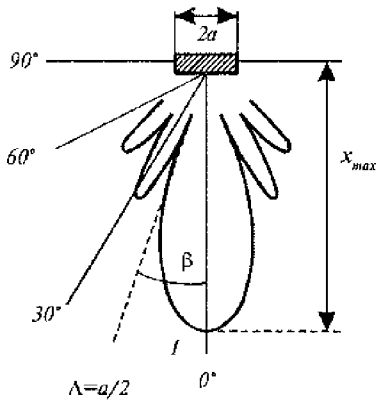


Рис. 6.5. Глибина проникнення і розбіжність ультразвукової хвилі в тканині

Глибина x_{max} проникнення ультразвукової хвилі в тканину оцінюється так:

$$x_{max} \cong a^2/\lambda, \quad (6.35)$$

де a – радіус ультразвукового перетворювача; λ – довжина ультразвукової хвилі.

Приклад

Оцінити глибину проникнення ультразвукової хвилі в кров, якщо діаметр ультразвукового перетворювача дорівнює 2 см, а частота ультразвукових коливань – 1 МГц.

Розв'язок

Довжину ультразвукової хвилі можна визначити за допомогою виразу:

$$\lambda = \frac{v}{\nu},$$

де $v = 1,5 \cdot 10^3$ м/с – швидкість поширення ультразвуку; ν – частота.

Таким чином:

$$\lambda = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}}{10^6 \text{ с}^{-1}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Підставляючи числові значення в рівняння (6.35), одержимо:

$$x_{max} = (d/2)^2/\lambda = \left(\frac{0,02}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 0,067 \text{ м.}$$

Контрольне завдання

Визначити x_{max} за умовою попередньої задачі, якщо $\nu = 20$ кГц.

Відповідь: $1,33 \cdot 10^{-3}$ м.

6.3.3. Розбіжність ультразвукової хвилі в середовищі

Розбіжність β ультразвукової хвилі в середовищі визначають за формулою:

$$\sin\beta = 0,61\lambda/a, \quad (6.36)$$

де λ – довжина хвилі ультразвуку; a – радіус перетворювача.

Глибина проникнення і розбіжність ультразвукової хвилі в середовищі залежать від частоти (довжини хвилі) ультразвукового сигналу (табл. 6.4).

6.4. – Залежність глибини проникнення і розбіжності ультразвукової хвилі в середовищі, яка збуджується перетворювачем діаметром 0,8 см, від частоти (довжини хвилі) ультразвукового сигналу

Частота, МГц	Довжина хвилі λ , см	Глибина проникнення x_{max} , см	Розбіжність β , град.
1	0,15	2,4	8,8
2,5	0,06	6	3,5
5	0,03	12	1,75

Приклад

Визначити розбіжність ультразвукової хвилі частотою 2 МГц, яка збуджується в тканині перетворювачем діаметром 0,8 см, якщо швидкість поширення ультразвуку в м'язовій тканині дорівнює $1,568 \cdot 10^3$ м/с.

Розв'язок

Довжина ультразвукової хвилі визначається із виразу $\lambda = \frac{v}{\nu}$. Підставляємо числові дані:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 1,568 \cdot 10^3 (\text{м/с}) / 2 \cdot 10^6 (1/\text{с}) = 0,784 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Розбіжність ультразвукової хвилі можна знайти з рівняння (6.36):

$$\sin\beta = 0,61 \cdot 10^{-3} \text{ м} / 0,004 \text{ м} = 0,1196.$$

Звідси $\beta = 6,87^\circ$.

Контрольне завдання

Визначити, наскільки зміниться розбіжність ультразвукової хвилі, якщо в умові попередньої задачі частота збільшиться до $4 \cdot 10^6$ Гц.

Відповідь: $\beta = 3,43^\circ$.

6.4. ІНФРАЗВУК

Інфразвук – пружні хвилі з частотамн меншимн, ніж області частот, що сприймаються людиною. Діапазон інфразвуковнх коливань становить від 16–25 Гц до 0,01 Гц. Інфразвукові хвилі характеризуються високою інтенсивністю, здатністю поширюватися вздовж земної поверхні на великі відстані без втрат. У природі джереламн інфразвуку є рослини і дерева, що коливаються, мікросейсмічні коливання земної поверхні, землетруси, ураганн, вулканічні виверження, штормн, грозові розряди, цунамі, водоспади, відривн льодовнків та айсбергів, припливн та відливн. В індустріалізованому суспільстві до джерел інфразвуку належать автомобільні, корабельні, авіаційні та ракетні двигунн, сільськогосподарські механізмн. Биття серця, коливання легень, робота кишечннку, вібрації голосовнх зв'язок – усе це супроводжується генерацією інфразвуку. Інфразвукові коливання з рівнем інтенсивності < 120 дБ вважаються помірнимн, більше – інтенсивними.

6.5. ШУМ

Існує кілька визначень терміну *шум*. Перше визначення: шум являє собою звукові коливання, інтенсивність і частота яких змінюються несподівано та аперіодично. Згідно з другим визначенням, шумом є звук, який накладається на другий звук і взаємодіє з ним, тобто небажаний для нашого слуху звук. У третьому сенсі шум – це будь-який звук, який заважає людині. Наприклад, звуки музики є корисними звукамн для музиканта і шумом у другому сенсі для людей, що розмовляють, або шумом у третьому сенсі для людини, яка хоче заснути.

6.5.1. Розподіл шуму за інтенсивністю

Діапазон інтенсивності звуків, що оточують нас, дуже великий. Мінімальний за інтенсивністю звук (наприклад, дзижчання бджоли, шелестіння листя) становить $I_{\min} = 10^{-12}$ Вт/м², тоді як максимальний (наприклад, ревіння двггуна реактивного літака) дорівнює $I_{\max} = 10$ Вт/м². Отже, діапазон інтенсивності можливнх звуків варіює в межах 13 порядків.

Шум може бутн побутовимн, виробничим, промисловимн, транспортним, авіаційним. Типові значення рівнів інтенсивності звуку наведено в табл.6.5. Рекомендовані нормн шуму в приміщеннях і на територіях становлять: 30–35 дБ – на територіях заповідників; 34– 37 дБ

в спальних приміщеннях (будинкн, лікарні, квартири); 56–66 дБ – у приміщеннях магазинів, заводів тощо.

6.5. – Типові значення рівнів інтенсивності звуку

Джерело звуку	Рівень інтенсивності звуку, дБ
Шум, при якому можна спати	35
Пральна машина	50–75
Пилосос	60–85
Голосна розмова	80
Автомобільний сигнал на відстані 6 км	90
Електрична дріль	95
Дисотека	110
Рок-концерт	110–120
Реактивний літак	140–150
Запуск космічної ракети	180

6.5.2. Сумарний шум

Якщо діють два або більше нескорельованих джерела шуму, сумарний шум описується виразом:

$$L_{\text{сум}} = 10 \lg \sum_{i=1}^N 10^{L_i/10}, \quad (6.37)$$

де L_i – рівень інтенсивності звуку кожного джерела, N – кількість джерел.

Приклад

Окремі вклади в шум п'яти машин становили: 85, 88, 80, 70 та 95 дБ. Визначити сумарний шум, що відчувається у місці розташування машин.

Розв'язок

Використовуючи рівняння (6.37), одержимо:

$$L_{\text{сум}} = 10 \lg (10^{85/10} + 10^{88/10} + 10^{80/10} + 10^{70/10} + 10^{95/10}) = 96,25 \text{ дБ.}$$

6.5.3. Розподіл шуму за частотою

Інтенсивність звуків, що оточують нас, також залежить від частоти. Якщо середня потужність (сума інтенсивностей всіх гармонік, що складають шум) є величиною сталою в певному частотному діапазоні, такий шум називають *білим*. В цьому випадку шум містить усі звукові частоти. Якщо шум переважно складається з високочастотних звукових коливань, він називається *фіолетовим* (за аналогією зі світловими коливаннями); якщо переважають низькочастотні звукові коливання, шум називають *рожевим*. Шум, який у даному діапазоні частот сприймається як звук однакової гучності, називають *сірим*. Якщо частотний спектр шуму знаходиться на нульовому рівні, крім вузької ділянки спектра, такий шум називається *чорним*. Спектральна густина потужності шуму розподілена за законом $1/f^\beta$. Так, для білого шуму $\beta = 0$, для рожевого та блакитного $\beta = 1$, для коричневого та фіолетового $\beta = 2$, для чорного $\beta > 2$. Білий шум містить усі

звуків частоти в рівних пропорціях: наприклад, частотний діапазон 40–60 Гц має таку ж потужність, як діапазон 4000–4020 Гц. У коричневому шумі переважають низькочастотні компоненти. В рожевому шумі також більше низькочастотних складових, але на частку інших спектральних компонентів припадає значно більше енергії, ніж у коричневого шуму. Частотний спектр рожевого шуму плоский у логарифмічному масштабі: він містить однакову потужність в діапазонах 40–60 Гц та 4000–6000 Гц. Спектри шумів різних кольорів наведено на рис. 6.6.

6.5.4. Шумове забруднення

Шумове забруднення навколишнього середовища стало великою загрозою для здоров'я людини. Протягом дня мешканці великих міст змушені терпіти шумові перевантаження на рівні 65–70 дБ і більше. Є прямий зв'язок між інтоксикацією шумом і серцевими хворобами. В зонах великих аеропортів, де рівень шумів досягає 100 дБ, збільшився продаж сноотворних ліків, а діти цих районів гірше засвоюють навчальний матеріал. Шум, величиною 90 дБ викликає різноманітні фізіологічні порушення. Верхня границя для людини становить 140 дБ, за 160–170 дБ відбувається пошкодження барабанної перетинки вуха людини. Крім того, шум може бути причиною руйнування органу Корті, бо найбільш уразливим серед всіх елементів слухового аналізатора від дії шуму високої інтенсивності є волоскові клітини внутрішнього вуха. Причому, якщо волоскові клітини зазнають серйозного пошкодження, вони вже не здатні відновлювати свої функції і бути заміщені іншими клітинами. Наслідком цього може бути часткова або повна втрата слуху.

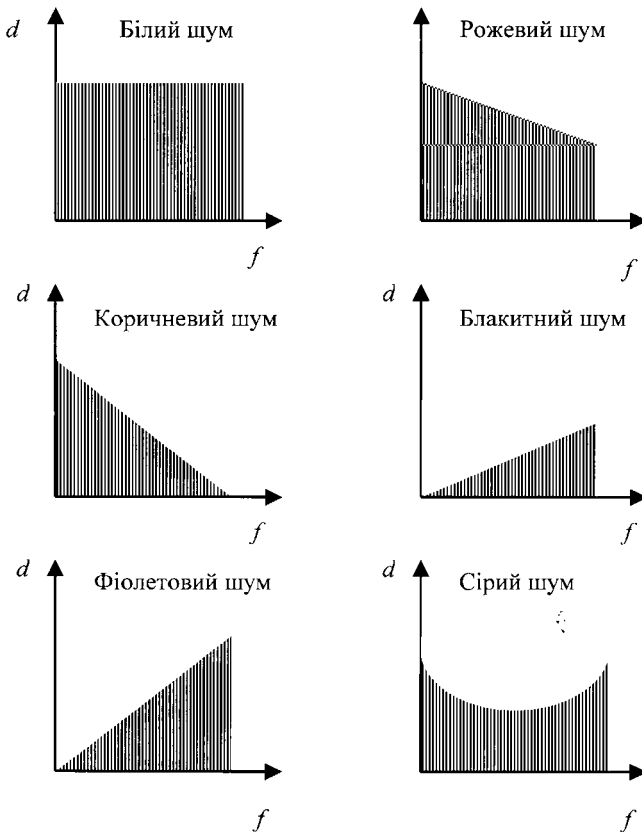


Рис. 6.6. Спектри шумів різних кольорів (пояснення в тексті)

6.5.5. Вимірювання рівнів шуму

Для визначення рівнів шуму використовують шумомір і аналізатор шуму. Принцип дії шумоміра полягає в перетворенні звукового тиску в електричний сигнал мікрофоном. Цей сигнал підсилюється і калібрується. Типовий діапазон рівнів інтенсивності, які оцінюються шумоміром, становить 30–140 дБ. Розглянемо основні конструкції конденсаторів, призначених для вимірювання шумів.

Конденсаторний мікрофон складається з двох пластин, одна з яких займає фіксоване положення, а інша є діафрагмою. Під впливом звукової хвилі діафрагма вигинається, відстань між пластинами і ем-

ність конденсатора відповідно змінюються, що зумовлює зміну електричного сигналу в системі реєстрації.

П'єзоелектричний мікрофон також містить діафрагму, але вона пов'язана з п'єзокристалом, який під впливом звукової хвилі перетворює механічні коливання діафрагми в електричний сигнал.

Електретний мікрофон базується на використанні електрета – діелектрика, що тривало зберігає поляризований стан після зняття зовнішньої дії, яка викликає поляризацію. Таким електретом в даній конструкції мікрофона є полімерна плівка, поєднана з металізованим електродом, який утворює з фіксованим електродом конденсатор. Під впливом звукової хвилі величина заряду на обкладинках конденсатора за рахунок електретного ефекту змінюється, що призводить до відповідної зміни електричного сигналу.

Аналізатори частоти шуму, що працюють в режимі реального часу або використовуючи швидке Фур'є-перетворення, дозволяють оцінити шумовий сигнал на кожній частоті одночасно. Результати аналізу вводяться на дисплей і демонструють залежність рівня інтенсивності звуку від частоти.

6.6. ОСИОВИ БІОЛОГІЧНОЇ АКУСТИКИ

Розділ біофізики, що вивчає процеси утворення звуків людиною та тваринами, звукову сигналізацію та спілкування тварин (біокомунікацію) в природі, їх орієнтацію у просторі за допомогою ехолокаторів, називається *біоакустикою*.

6.6.1. Утворення звуків тваринами

Ссавці. Первинним джерелом звукових коливань у високорозвинутих тварин є гортань і пов'язані з нею голосові зв'язки, еластичні м'язові волокна яких можуть вібрувати. Звукові хвилі утворюються за рахунок дії коливальних структур, які у тварин характеризуються певними розмірами і частотним діапазоном м'язових скорочень. Більшість м'язів тварин, незважаючи на їх різноманіття, не спроможні коливатися з частотою, що перевищує 10^3 Гц. У ссавців звуки утворюються верхньою гортанню, що являє собою хрящову трубку.

Повітря, що проходить через цю трубку, примушує коливатися голосові зв'язки, розташовані у верхній частині гортані. Залежно від анатомічних особливостей голосового апарату тварин здійснюються коливання різної інтенсивності, частоти, тембру, часових інтервалів. Від

цнх характернстнк залежать звукн, що утворюються свійськнмн тварннамн: іржання, мукання, рохання, мекання.

Птахи. В гортані, яка перетворює кінетичну енергію повітря, що рухається, в енергію звукової хвилі, знаходяться дві голосові мембранн – під час проходження повітря між мембранамн з великою швндкістю статнчний тиск згідно з рівнянням Бернуллі зменшується і мембранн сходяться; отвір закривається, швндкість руху повітря зменшується і статнчний тиск збільшується. Процес повторюється, внаслідок чого виникають звукові спгналп, частота якнх у птахів знаходнтся в діапазоні від 200 Гц до 12 кГц.

Рибн. Механізмн утворення звуків рпбамн різні – звукн можуть виникати за рахунок стридуляції – взаємного тертя різних частнн тіла, наприклад, складових частнн ротового апарату в процесі харчування; гідродинамічної дії – утворення звуків під час плавання; взаємодії спеціалізованих м'язів з плавальним міхуром. Спектральна область звуковнх коливань риб становить від 20–50 Гц до 10–12 кГц.

Комахи. Багато тварин мають настільки малі розміри, що процес утворення звуку завдякн тільки м'язовим волокнам виявлянтметься вкрай неефективним. Вирішити цю проблему можна лише через помноження частоти звукового сгналу, що здійснюється у стридуляційному апараті комах. Незважаючи на різні анатомічні властивості стридуляційних апаратів, принципн їх дії майже однакові. Стрекотальний кантнк, розміщеннй в одній частині апарату, рухається вздовж стрекотальної жилкн, яка має періодичну структуру. Розміри елементів цієї структури становлять близько кількох мікрометрів. Протягом кожного м'язового скорочення кантнк зачіпає сотні елементів жилкн, утворюючи у цьому разі звукн високої частоти.

6.6.2. Акустична комунікація тварин

Акустичні сигнали, що утворюються птахамн, відрізняються інтенсивністю, частотою, часовою тривалістю. Їх можна поділити на дві осивні групи – *заклики* і *співи*. Заклик можна уявити як елемент більш складного акустичного сгналу – співу. Залежність частоти й інтенсивності звукових сигналів, що утворюються птахамн від часу, називають *сонограммами*.

Заклики птахів відрізняються змістом. Вони використовуються для позначення території та відлякування інших самців – представників цього виду. Якщо птах у неволі, він утворює звукн небезпекн. Заклики призначені також для налагодження контакту з родичем; їх

вкористовують під час холодної погоди, щоб зібратн представнків цього виду для сумісного сну; певні звукн є сигналами годівлі пташенят, які примушують останніх відкрити рота, тоді як інші закликають пташенят до сну. Крім того, пташині закликн вкористовуються для наведення птахів до годівниці, у процесі висиджування, для впізнавання пташенят (якщо птахи мешкають у колоніях), під час міграції тощо.

Співн птахів виконують подвійну функцію. По-перше, вони інформують про власність певної території і попереджають небажаних візнерів. По-друге, спів призначеннй для привертання уваги статевого партнера з метою залицяння та спаровування. У деяких видів птахів вокальннй дует допомагає налагодити тісннй контакт між членами пари і синхронізувати взаємну поведінку в часі.

Акустичні сигнали риб поділяються на харчові, нерестові, агресивно оборонні, групові і пов'язані з турботою про потомство. Стридуляційні звукн нагадують скрегіт і скрип; вони складаються з низькочастотних сигналів (20 Гц–5 кГц), які утворюються за рахунок руху плавців і тіла риби, і високочастотних звуків, що забезпечуються рухом внутрішніх органів. Звукн, що виникають під час взаємодії м'язів із плавальним міхуром, займають область 40 Гц–2,5 кГц і являють собою серію імпульсів.

Бджоли утворюють звуки, зумовлені діяльністю крилових пластин та тораксу. Спектр звуків бджоли займає область 8–12 кГц. Звукові сигнали, які утворюють бджоли, вкористовуються для передачі іншим бджолам сім'ї інформації про виявлення корму; інтенсивність, частота і тривалість звукових посилянь залежать від рівня вентиляції, пори року, температури, наявності корму, відстані до годівниці.

6.6.3. Ультразвук у тваринному світі

Кажанн здатні випромінювати ультразвукові коливання у вигляді коротких імпульсів; частота коливань варіює від 14 до 100 кГц. У процесі пошуку здобичі кажанн генерують ультразвук з частотою 10–20 імпульсів/с; після виявлення жертви частота збільшується до 200 імпульсів/с. Причому, під час генерації ультразвуку вуха тваринки закриваються; після припинення сигналу вуха відкриваються і кажан здатннй сприймати відбитнй від об'єкта полювання сигнал та ідентифікувати його розміри, форму та текстуру. Ехолокація вкористовується кажанами та деякими птахами (гуахаро *Steatornis*

caripensis, стрижами з роду *Aerodramus*), що мешкають у затемнених печерах, для навігації.

Дельфіни, морські свинки, кити використовують високочастотні звукові та ультразвукові коливання для біокомунікації у каламутному або непрозорому середовищі.

6.7. ВПЛИВ АКУСТИЧНИХ СТИМУЛІВ НА ЖИВІ ОРГАНІЗМИ

6.7.1. Механізми впливу ультразвуку на біологічні об'єкти

Механічні ефекти зумовлюються періодичними коливаннями частинок середовища з частотою ультразвукової хвилі. Амплітуда коливань, згідно з рівнянням (6.14), пропорційна кореню квадратному з інтенсивності ультразвукового випромінювання. Загальні коливання макромолекулярних чи мембранних структур можуть спричинити їх утому або пошкодження.

Найзначнішим механічним фактором, що індукується ультразвуковим випромінюванням, є сили зсуву та ударні хвилі. Ультразвукова хвиля, що поширюється в рідині, викликає періодичні стискування і розрідження, які можуть призвести до розриву рідин та утворення бульбашок, заповнених парою цієї рідини. Це явище називається *кавітацією*.

Ще один механічний фактор, що зумовлюється ультразвуковим випромінюванням, пов'язаний з виникненням локальних тисків. Цей ефект особливо помітний під час відбивання ультразвукової хвилі від будь-яких структур і утворення стоячої хвилі, яка призводить до порушення функціонування певних ділянок організму.

Теплові ефекти пов'язані з процесом поглинання тканиною ультразвукового випромінювання, внаслідок чого частинна енергія передається тканині. Поглинута енергія перетворюється у теплоту і сприяє підвищенню температури тканини. Внаслідок кавітації в середовищі утворюються порожнини, які поглинають енергію ультразвукового випромінювання. Ця енергія частково ($\approx 10\%$) перевипромінюється, тоді як більша її частинна перетворюється в теплоту, ударні хвилі або гідродинамічні зсуви. Кавітація може бути "стабільною" під впливом помірної ультразвукової інтенсивності, або "обвалювальною", що носить вибуховий характер. Доведено, що останній тип кавітації супроводжується підвищенням температури усередині порожнини до кількох тисяч градусів. Такі високі температури спричиняють роз-

рив ковалентних зв'язків у молекулах води та утворення вільних радикалів, які характерні зумовлені значною реактивністю.

Таким чином, підвищення температури тканин внаслідок впливу ультразвукового випромінювання визначається деякими факторами, а саме: поглинанням тканин, її розмірами, інтенсивністю, частотою та тривалістю дії ультразвукового випромінювання.

Фізико-хімічні ефекти зумовлені зміною проникності біологічних мембран і дифузійних процесів. Під впливом ультразвукових коливань у біологічних тканинах можливі зміни концентрації водневих іонів; встановлено вплив ультразвуку на високомолекулярні сполуки: ферменти, гормони, вітаміни. Ультразвук сприяє вивільненню з органів і тканин біологічно активних речовин.

6.7.2. Вплив інфразвуку на живі організми

Основним негативним впливом інфразвуку на живий організм є порушення органів балансу, а саме вестибулярного апарату, втрата рівноваги та орієнтації у просторі. Психологічний вплив інфразвуку може бути пов'язаний з появою нудоти, сонливості, летаргії, почуття жаху або боязні. Інфразвук значної інтенсивності зумовлює зміни слухової чутливості, пошкодження барабанної перетинки, болісні відчуття, ускладнення мовлення і модуляції голосу, порушення респіраторної активності, зміни α -ритмів мозку.

6.8. АКУСТОРЕЦЕПЦІЯ

Система, яка перетворює енергію зовнішнього акустичного подразнення у послідовність нервових імпульсів, називається *слуховим аналізатором*. Слуховий аналізатор ссавців складається із зовнішнього, середнього і внутрішнього вуха, пов'язаних з центральною слуховою нервовою системою.

Зовнішнє вухо має *вушну раковину* (звуковловлювач) і *слуховий прохід*. Вушна раковина – це рупор, який спрямовує звукові коливання в слуховий прохід. Функції зовнішнього вуха полягають в оптимізації та підсиленні найбільш важливих звукових частот, що має рацію з точки зору комунікації тварин між собою та їх виживання.

У просторі, створеному слуховим проходом і середнім вухом, формується стояча хвиля (рис. 6.7). У разі рівності довжин цього простору чверті довжин хвилі звуку має місце *резонанс* – відносно великий селективний (вибірний) відгук коливальної системи на періодичний вплив з частотою, близькою до частоти її власних коли-

вань. Під час резонансу відбувається різке зростання амплітуди вимушених коливань системи. Максимальна чутливість слухового аналізатора проявляється саме до резонансних частот.

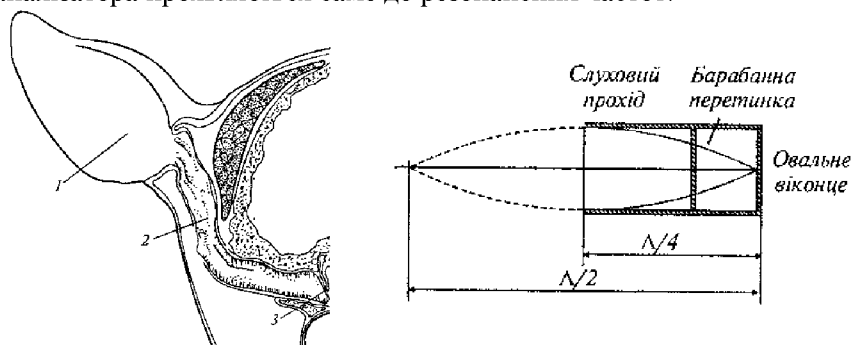


Рис. 6.7. Формування стоячої хвилі у просторі, створеному слуховим проходом і середнім вухом: 1 – вушна раковина; 2 – слуховий прохід; 3 – барабанна перетинка

Приклад

Довжина слухового проходу і середнього вуха людини – 2,5 см. Визначити резонансну частоту слухового аналізатора людини.

Розв'язок

Підставляючи числові значення у співвідношення між частотою звуку ν зі швидкістю поширення V та довжиною хвилі Λ , маємо:

$$\nu = \frac{v}{\Lambda} = \frac{340 \text{ м/с}}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 3400 \text{ Гц.}$$

Контрольне завдання

Визначити резонансну частоту для слухового аналізатора слона, довжина слухового проходу і середнього вуха якого складає 20 см.

Відповідь: 425 Гц.

Середнє вух, відокремлене від зовнішнього барабанною перетинкою, складається з барабанної порожнини, слухових кісточок (молоточка, коваделка і стремінця) та слухової труби. Функції середнього вуха обмежуються передачею звукових коливань від зовнішнього середовища до ендолімфи, підсиленням слабких звукових сигналів і забезпеченням безпечного приймання інтенсивних сигналів. Процес підсилення реалізується за рахунок збільшення тиску, що пов'язано з відмінню площі барабанної перетинки і овального віконця, яке зв'язане зі стремінцем і відокремлює середнє вух від внутрішнього; виграш у тиску становить близько 20–25 разів. Крім того, кісточковий апарат виконує функції важеля, який дає виграш в силі приблизно в 2,5 рази (рис. 6.8). Таким чи-

ном, загальний рівень підсилення звукових коливань середнім вухом становить близько 50–60 разів.

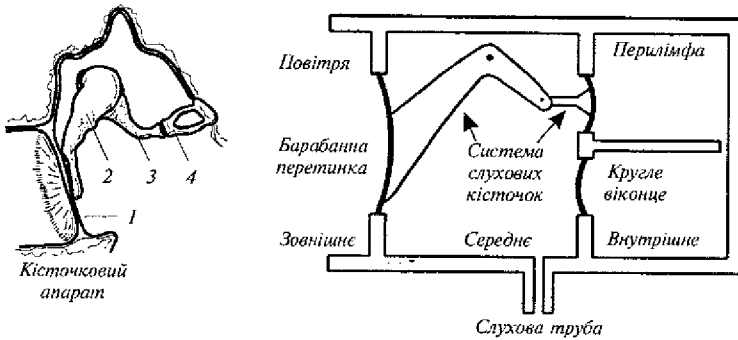


Рис. 6.8. Кісточковий апарат середнього вуха та модель, що пояснює функціонування середнього вуха: 1 – барабанна перетинка; 2 – молоточок; 3 – коваделко; 4 – стремінець

Приклад

Площа барабанної перетинки – $S_1 = 55 \text{ мм}^2$, а площа овального віконця – $S_2 = 3,2 \text{ мм}^2$. Виграш у силі важеля, утвореного системою слухових кісточок, становить 1,3. Оцінити рівень підсилення слабких акустичних сигналів у процесі передачі середнім вухом зовнішнього звукового тиску внутрішньому вуху.

Розв'язок

На барабанну перетинку діє сила F_1 , що створює звуковий тиск p_1 :

$$F_1 = p_1 S_1.$$

На овальне віконце внутрішнього вуха діє сила F_2 , що спричинює звуковий тиск p_2 :

$$F_2 = p_2 S_2.$$

Важіль, створений системою слухових кісточок, дає виграш в силі, що дорівнює:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{p_1 S_1}{p_2 S_2}.$$

Звідки:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{S_1 l_1}{S_2 l_2} = \frac{55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{3,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} \cdot 1,3 = 22.$$

Внутрішнє вухо складається з трьох спіральних каналів – вестибулярного, середнього і барабанного, причому середній канал відокремлений від вестибулярного покривною мембраною (мембраною Рейсснера), а від барабанного – базиллярною мембраною. Акусторецепторами є волоскові клітини, зв'язані з базиллярною мембраною; ці клітини оснащені війками (рис. 6.9). Функції внутрішнього вуха полягають у частотному аналізі звукових сигналів. Згідно із сучасним уявленням, коливання, збуджені стремінцем в овальному віконці,

зумовлюють хвильові руху базилярної мембрани у вигляді біжучої хвилі (рис.6.10). Розташування максимуму біжучої хвилі залежить від частоти звукового сигналу – низькі частоти стимулюють верхівкові ділянки мембрани, тоді як високі – основу мембрани. Зміщення базилярної мембрани передаються волосковим клітинам, над якими знаходиться покривна мембрана. Внаслідок локалізованої деформації базилярної мембрани покривна мембрана також починає рухатися; вигин війок волоскових клітин призводить до збудження зв'язаних з волосковими клітинами волокон слухового нерва. Автору теорії біжучої хвилі Георгу фон Бекеші було присуджено в 1961 р. Нобелівську премію.

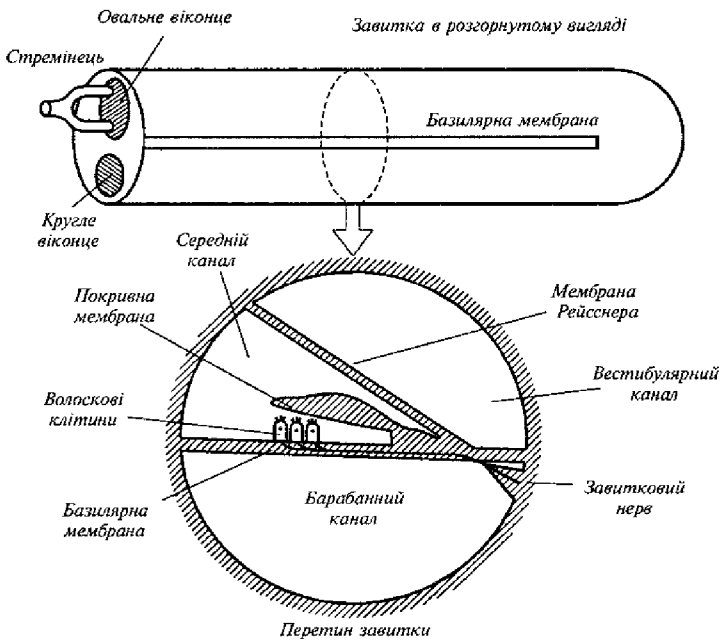


Рис. 6.9. Будова внутрішнього вуха (завитка у розгорнутому вигляді) та переріз завитки

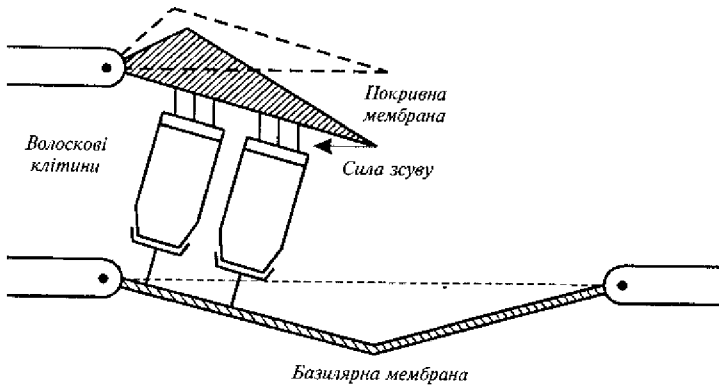


Рис. 6.10. **Функціонування внутрішнього вуха:** *a* – хвильові рухи базилярної мембрани у вигляді біжучої хвилі; *б* – залежність розташування максимуму біжучої хвилі від частоти звукового сигналу; *в* – виникнення сили зсуву, що діє на волоскові клітини завдяки руху покривної та базилярної мембран.

▼ **Для допитливих**

Найбільша потужність звуку належить киту (*Balaenoptera*) – 10 Вт; звук було чути на відстані 10000 км.

Найкращий слух у сови (*Tyto alba*) та у віргінського пугача (*Bubo virginianus*).

6.9. ПРИКЛАДИ АКУСТИКА

6.9.1. Застосування акустичних сигналів штучного походження

Акустичні сигнали штучного походження, що імітують крик уїїманого итаха, використовують для відлякування диких итахів, які знищують значну кількість урожаю – до 70 % рису в Африці, до 25 % білих та до 50 % чорних сортів винограду в Середній Азії. Крім того, утворення акустичних сигналів у ґрунті дає можливість відлякувати кротів у певному ареалі.

6.9.2. Застосування ультразвуку в медицині

Висока енергія ультразвуку та його здатність поширюватися прямолінійно зумовлюють різноманітні його застосування в медицині.

Ультразвукова діагностика дає можливість розізнавати захворювання мозку (*ехоенцефалографія*), серця (*ехокардіографія*), візуалізувати илід під час вагітності, досліджувати м'язи, суглоби та інші внутрішні органи, визначати їх розміри, структуру, наявність патологій (*ультразвукове дослідження*).

Якщо потрібно створити зображення будь-якої ділянки тіла пацієнта, використовують ультразвукове сканування. Для цього застосовують набір ультразвукових перетворювачів (кількість їх може досягати 100), на які послідовно подають електричні сигнали. Таким чином утворюється ультразвуковий промінь, який рухається вздовж того чи іншого напрямку. Послідовне зондування тіла на основі скануючого ультразвукового променя, який переміщується під різними кутами, дає можливість одержувати інформацію про різні зрізи досліджуваного органа. Метод одержав назву *ультразвукова томографія*.

Ультразвукова діагностика на основі *ефекту Доплера* дозволяє досліджувати динамічні процеси в кровоносних судинах, визначати швидкість осідання еритроцитів, оцінювати серцеву діяльність, стежити за перебігом вагітності.

Ультразвукова терапія базується на застосуванні ультразвуку з частотою 500–3000 Гц з метою механічного, термічного та фізико-хімічного впливів на клітини і тканини, активізації обмінних, імунних та інших процесів. До перспективних застосувань ультразвукової терапії можна віднести розпилення лікарських препаратів, вплив на біологічно активні точки, ультразвукову аутогемотерапію, гемоліз еритроцитів, руйнівний вплив на мікроорганізми.

Ультразвукова хірургія дозволяє руйнувати камінці в нирках, видаляти пухлини в мозку, розсікати тканини, зварювати кістки, лікувати катаракту. Треба відмітити можливість поєднання хірургічних та стоматологічних інструментів з ультразвуковими перетворювачами з метою послаблення зусиль різання, зменшення болісних відчуттів.

До основних напрямків застосування ультразвуку у тваринництві слід віднести обробку сперми ультразвуком з метою підвищення її активності під час кріоконсервації; стимулювання молочної залози; визначення товщини жирової та м'язової тканини; знищення мікрофлори на поверхні яєць перед інкубацією; обробку кормів і підвищення харчової цінності кормової сировини; визначення вмісту жиру і білка в молоці; гомогенізацію молока.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Який процес називають хвильовим?
2. Що таке пружні хвилі?
3. В яких частотних діапазонах знаходяться звукові, ультразвукові та інфразвукові хвилі?

4. Назвати основні характеристики звукових коливань.
5. Що таке суб'єктивні характеристики звукових коливань?
6. Чим визначається повна енергія, що переноситься звуковою хвилею?
7. Що таке рівень інтенсивності звуку?
8. Що таке ефект Доплера?
9. Що таке хвильовий опір?
10. Які фізичні процеси відбуваються під час поширення звуку в навколишньому середовищі?
11. Що називають ультразвуком? Сформулювати характерні ознаки ультразвуку.
12. Назвати методи генерації ультразвуку.
13. Від чого залежить глибина проникнення ультразвуку?
14. Чим визначається розбіжність ультразвукової хвилі у середовищі?
15. Пояснити основні механізми впливу ультразвуку на біологічні об'єкти.
16. Що називають кавітацією?
17. Що таке інфразвук?
18. Як впливає інфразвук на людину?
19. Дати визначення терміну "шум".
20. Як розподіляється шум за інтенсивністю? частотою?
21. Що таке шумове забруднення?
22. Назвати методи вимірювання шуму.
23. У чому полягають функції зовнішнього вуха?
24. За рахунок чого підсилюються звукові сигнали в середньому вусі?
25. Як відбувається аналіз частоти звукових сигналів у внутрішньому вусі?
26. Як використовується ультразвук у тваринному світі?
27. Назвати можливі застосування ультразвуку в медицині.
28. Як впливає інфразвук на живі організми?

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
1. ВСТУП.....	6
1.1. Фізичні величини.....	6
1.2. Стандарти довжини, маси та часу.....	6
1.3. Густина.....	8
1.4. Скаляри і вектори.....	11
1.4.1. Дії над векторами.....	11
1.4.2. Скалярний та векторний добуток.....	13
2. МЕХАНІКА.....	15
2.1. Основні визначення.....	15
2.2. Кінематика.....	15
2.2.1. Кінематика матеріальної точки і поступального руху твердого тіла.....	15
2.2.2. Кінематика руху матеріальної точки по колу.....	18
2.3. Динаміка.....	19
2.3.1. Динаміка матеріальної точки і поступального руху твердого тіла.....	19
2.3.2. Закон збереження імпульсу замкнутої системи.....	21
2.3.3. Центр мас та закон його руху.....	22
2.3.4. Реактивний рух у природі.....	23
2.4. Сили тяжіння.....	24
2.4.1. Закон всесвітнього тяжіння.....	24
2.4.2. Гравітаційне поле.....	25
2.4.3. Гравітація та живі організми.....	26
2.4.4. Вага тіла.....	27
2.5. Пружні сили.....	28
2.5.1. Деформації твердого тіла.....	28
2.5.2. Закон Гука.....	29
2.5.3. Вимірювання модуля Юнга.....	33
2.5.4. Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла.....	35
2.5.5. Пружні властивості біологічних матеріалів.....	36
2.6. Сили тертя.....	39
2.7. Сили, що виникають під час криволінійного руху.....	41
2.8. Робота, потужність та енергія.....	42
2.8.1. Робота постійної сили.....	42
2.8.2. Робота змінної сили.....	42
2.8.3. Потужність.....	43
2.8.4. Консервативні сили.....	43
2.8.5. Енергія.....	44
2.8.6. Енергія та обмін речовин.....	45
2.9. Кінематика і динаміка обертального руху твердого тіла.....	47
2.9.1. Кінематичні характеристики обертального руху.....	47

2.9.2.	Динамічні характеристики обертального руху	48
2.9.3.	Основне рівняння динаміки обертального руху	50
2.9.4.	Закон збереження моменту імпульсу	51
2.9.5.	Вимірювання параметрів вітру	53
2.9.6.	Вітроенергетика	54
2.10.	Статика твердого тіла	55
2.10.1.	Умови статичної рівноваги	55
2.10.2.	Важіль. Умови рівноваги важеля	56
2.10.3.	Опорно-руховий апарат тварини	57
3.	МЕХАНОРЕЦЕПЦІЯ	59
3.1.	Механорецептори шкіри	59
3.1.1.	Тактильна чутливість	59
3.1.2.	Вестибулорецепція	60
3.1.3.	Інтерорецепція	61
3.1.4.	Тигмонастичні рухи рослин	63
4.	МЕХАНІКА РІДИННИХ ТА ГАЗОВИХ ПОТОКІВ	65
4.1.	Тиск	65
4.1.1.	Визначення тиску	65
4.1.2.	Атмосферний тиск	66
4.1.3.	Тиск води	67
4.1.4.	Закон Архімеда	68
4.1.5.	Методи вимірювання тиску	69
4.2.	Гідродинаміка	71
4.2.1.	Рух ідеальної рідини	71
4.2.2.	Рух в'язкої рідини	73
4.2.3.	Ламінарна і турбулентна течії	74
4.2.4.	Закон Гагена-Пуазейля	75
4.2.5.	Седиментація	76
4.2.6.	Ультрацентрифугування	78
4.3.	Основи гемодинаміки	80
4.3.1.	Склад крові	80
4.3.2.	Фізичні принципи вимірювання швидкості осідання еритроцитів	81
4.3.3.	Фізичні принципи захворювань кровоносних судин	83
4.4.	Робота серця	84
4.5.	Тиск крові	86
4.5.1.	Артеріальний тиск	86
4.5.2.	Вимірювання тиску крові	87
4.6.	Поверхневий натяг	88
4.7.	Капілярні явища	90
4.8.	Аеродинаміка	94
4.8.1.	Атмосферні частинки	94
4.8.2.	Рух атмосферних частинок	94
4.8.3.	Аеродинаміка пташиного польоту	98
5.	КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ	102
5.1.	Механічні коливання	102

5.2. Основні характеристики гармонічного коливання	103
5.3. Енергія механічних гармонічних коливань	104
5.4. Математичний маятник	105
5.5. Згасаючі коливання	107
5.6. Вимушені коливання	107
5.7. Біжуча хвиля	108
5.8. Стояча хвиля	109
5.9. Биття коливань	110
5.10. Розкладання складних коливань у ряд Фур'є	112
5.11. Механічні коливання антропогенного та природного походження ...	113
5.11.1. Вібрації	113
5.11.2. Вплив вібрацій на живі організми	114
5.11.3. Землетруси	115
5.12. Коливальні процеси у природі	116
5.12.1. Екологічна модель Вольтера–Лотка	116
5.12.2. Утворення колоній колективними амебами	120
6. АКУСТИКА	123
6.1. Хвилі в пружному середовищі	123
6.2. Звук та його характеристики	123
6.2.1. Енергія, інтенсивність та тиск звукових коливань	123
6.2.2. Рівень інтенсивності звукових коливань	126
6.2.3. Суб'єктивні характеристики звукових хвиль	127
6.2.4. Резонансні явища	127
6.2.5. Ефект Доплера	129
6.2.6. Падіння звукової хвилі на межу поділу двох середовищ	131
6.2.7. Фізичні процеси, що супроводжують поширення звуку в навколишньому середовищі	132
6.3. Ультразвук та його характеристики	133
6.3.1. Генерація ультразвуку	134
6.3.2. Поглинання та глибина проникнення ультразвуку	134
6.3.3. Розбіжність ультразвукової хвилі в середовищі	136
6.4. Інфразвук	137
6.5. Шум	137
6.5.1. Розподіл шуму за інтенсивністю	137
6.5.2. Сумарний шум	138
6.5.3. Розподіл шуму за частотою	138
6.5.4. Шумове забруднення	139
6.5.5. Вимірювання рівнів шуму	140
6.6. Основи біологічної акустики	141
6.6.1. Утворення звуків тваринами	141
6.6.2. Акустична комунікація тварин	142
6.6.3. Ультразвук у тваринному світі	143
6.7. Вплив акустичних стимулів на живі організми	144
6.7.1. Механізми впливу ультразвуку на біологічні об'єкти	144
6.7.2. Вплив інфразвуку на живі організми	145
6.8. Акусторецепція	145

6.9. Прикладна акустика	150
6.9.1. Застосування акустичних сигналів штучного походження.....	150
6.9.2. Застосування ультразвуку в медицині	150

7. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

7.1. ІДЕАЛЬНИЙ ГАЗ

Ідеальний газ – це такнй газ, частинки якого можна вважати матеріальними точками, що не взаємодіють між собою та зі стінками посудини на відстані.

Розглянемо газ масою m , який характеризується об'ємом V , тиском p і температурою T . Зв'язок між цими параметрами називається *рівнянням стану*.

Рівняння стану ідеального газу має вигляд:

$$pV = \nu RT, \quad (7.1)$$

де тиск p вимірюється у паскалях, температура T – у кельвінах; $\nu = \frac{m}{M}$ – кількість молей речовини; m – маса газу; M – молярна маса речовини; $R = 8,314 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ – універсальна газова стала.

Рівняння стану ідеального газу було сформульовано у 1834 р. Б.П.Е. Клапейроном, а для одного моля – у 1874 р. Д.І. Менделєєвим.

Якщо тиск вимірювати в атмосферах, а об'єм в літрах, універсальна газова стала становитиме $R = 0,0821 \text{ л}\cdot\text{атм}/\text{моль}\cdot\text{К}$.



**Бенуа Поль Еміль КЛАПЕЙРОН
(1799–1864)**

Французький фізик та інженер, один із засновників термодинаміки. У 1820-1830 рр. працював у Росії; був обраний членом-кореспондентом Петербурзької Академії наук (1830 р.). Ввів у термодинаміку індикаторні діаграми, вивів рівняння Клапейрона та Клапейрона-Клаузіуса.

Д.І. МЕНДЕЛЄЄВ (1834–1907)

Російський хімік, автор періодичної системи елементів. Вивів рівняння стану ідеального газу для одного моля (рівняння Клапейрона-Менделєєва).



Рівняння стану ідеального газу можна вразити через загальне число молекул N , яке є добутком кількості молей n на число Авогадро N_A :

$$pV = \frac{N}{N_A} RT, \quad (7.2)$$

або через сталу Больцмана k :

$$pV = NkT, \quad (7.3)$$

де $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, а $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ (молекул/моль).



Людвіг ВОЛЬЦМАН (1844–1906)

Австрійський фізик, один із засновників статистичної фізики та фізичної кінетики. Вивів функцію розподілу, названу його ім'ям, та основне кінетичне рівняння газів. Запропонував статистичне обґрунтування другого закону термодинаміки.

Романо АВОГАДРО (1776–1856)

італійський хімік, відомий своїм вкладом у теорію молярності та молекулярної ваги.



Приклад

Ідеальний газ займає об'єм 150 см^3 при 25°C та спричиняє тиск 120 Па . Визначити число молекул, що містяться у контейнері даного об'єму.

Розв'язок

Перетворимо у систему СІ одиниці величин, які задані в умові задачі та підставимо ці дані у рівняння (7.1):

$$n = \frac{(120 \text{ Па})(1,5 \cdot 10^{-4})}{(8,314 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1})(298 \text{ К})} = 7,27 \cdot 10^{-6} \text{ молей.}$$

Контрольне завдання

Визначити число молекул у контейнері за умовами попередньої задачі.

Відповідь: $4,38 \cdot 10^{18}$ молекул.

7.2. МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ГАЗІВ

Розглянемо ідеальний газ, що міститься у контейнері, об'єм якого V . Контейнер має форму куба зі стороною d . Молекула, що рухається усередині контейнера зі швидкістю \vec{v} , стикається зі стінкою контейнера. Оскільки зіткнення є пружним, компонента v_x змінює напрямок, тоді як компоненти v_y та v_z не змінюються (рис. 7.1). Зміну x -компоненти імпульсу молекули можна визначити за виразом:

$$\Delta p_x = -mv_x - (mv_x) = -2mv_x. \quad (7.4)$$

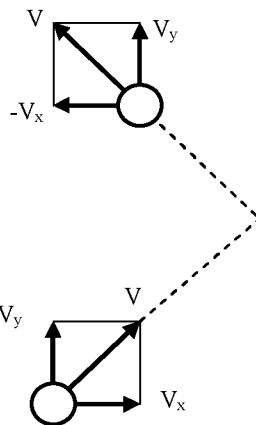
Для того, щоб молекула знову зіткнулася з тією ж самою стінкою, їй потрібно пройти відстань $2d$ за проміжок часу $\Delta t = 2d/v_x$.

Якщо припустити, що сила, з якою діє молекула на стінку, є F , імпульс сили буде дорівнювати:

$$F\Delta t = \Delta p = 2mv_x. \quad (7.5)$$

Звідси:

$$F = \frac{2mv_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2d/v_x} = \frac{mv_x^2}{d}. \quad (7.6)$$



Загальний тиск, з яким діють усі молекули на стінку, становить:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m}{d^3} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots), \quad (7.7)$$

де v_{x1}, v_{x2}, \dots – x -компоненти швидкості першої, другої та інших молекул.

Введемо поняття середньої квадратичної швидкості молекул:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots}{N}. \quad (7.8)$$

З урахуванням того, що об'єм $V = d^3$, можна записати вираз для тиску у вигляді:

$$p = Nm \langle v_x^2 \rangle / V. \quad (7.9)$$

Оскільки квадрат швидкості однієї молекули дорівнює:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2, \quad (7.10)$$

то з урахуванням того, що рух молекули хаотичний і жоден з напрямків руху не має переваги, можна припустити, що:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle. \quad (7.11)$$

Тут миожийок $\frac{1}{3}$ свідчать про те, що лише третина молекул рухається вздовж ребра куба.

Отже тиск, що утворюється молекулами, дорівнює:

$$p = Nm \langle v^2 \rangle / 3V. \quad (7.12)$$

Це є основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газу.

7.3. МОЛЕКУЛЯРНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ТЕМПЕРАТУРН

Рівняння (7.12) можна переписати так:

$$p = \frac{2}{3} (N/V) \left(\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right) \quad (7.13)$$

або

Рис. 7.1. Рух молекули зі швидкістю \vec{v} усередній контейнера та пружне зіткнення її зі стінкою контейнера, внаслідок чого компонента v_x змінює напрямок, тоді як напрямки компонентів v_y та v_z не змінюються

$$pV = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right). \quad (7.14)$$

Порівнюючи цей вираз з рівнянням стану ідеального газу (7.3), одержимо:

$$T = \frac{2}{3k} \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3k} \langle E \rangle, \quad (7.15)$$

де $\langle E \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$ – середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули.

Таким чином, *абсолютна температура ідеального газу прямо пропорційна середній кінетичній енергії поступального руху молекул.*

Приклад

Контейнер містить три моля ідеального газу при 20 °С. Знайти загальну кінетичну енергію поступального руху молекул ідеального газу.

Розв'язок

Загальна кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу визначається за виразом:

$$E = N \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \cdot 3 \text{ моля} \cdot (8,314 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}) \cdot (293 \text{ К}) = 1,1 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

7.4. ІЗОПРОЦЕСИ

Ізопроеесом називається процес, за якого один із параметрів стану (p , V або T) залишається сталим, а два інших змінюються у разі незмінної маси.

Процес, що відбувається у фізичній системі за постійної температури, називається *ізотермічним*:

$$T = \text{const}; \quad (7.16)$$

$$pV = \text{const}. \quad (7.17)$$

Графік ізотермічного процесу в координатах (p, V) являє собою гіперболу, що має назву *ізотерма* (рис. 7.2).

Процес, що відбувається у фізичній системі за постійного зовнішнього тиску, називається *ізобарним*:

$$p = \text{const}; \quad (7.18)$$

$$V/T = \text{const}. \quad (7.19)$$

Графік ізобарного процесу в координатах (p, V) або *ізобара* наведені на рис. 7.3.

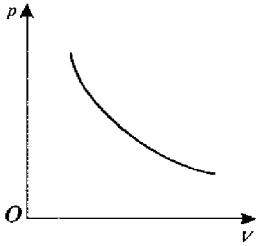


Рис. 7.2. Графік ізотермічного процесу в координатах (p, V)

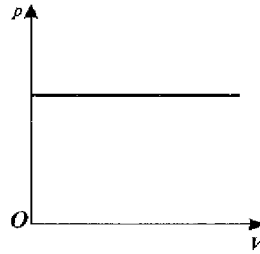


Рис. 7.3. Графік ізобарного процесу в координатах (p, V)

Процес, що відбувається у фізичній системі за постійного об'єму, називається *ізохорним*:

$$V = \text{const}; \quad (7.20)$$

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \quad (7.21)$$

Графік ізохорного процесу в координатах (p, V) або *ізохора* показано на рис. 7.4.

Ці рівняння легко одержати з рівняння Клапейрона–Менделєєва (7.1) за $T = \text{const}$, $p = \text{const}$ і $V = \text{const}$ відповідно.

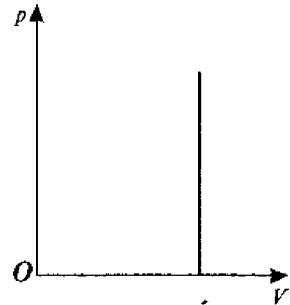


Рис. 7.4. Графік ізохорного процесу в координатах (p, V)

7.5. РОЗПОДІЛ МОЛЕКУЛ ЗА ШВИДКОСТЯМИ

Молекули ідеального газу мають різні швидкості та енергії внаслідок хаотичного руху. Розподіл молекул за швидкостями залежить від температури газу. Фундаментальний вираз, одержаний Максвеллом, описує розподіл молекул за швидкостями так:

$$N_v = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}, \quad (7.22)$$

де m – маса молекул газу; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура. Тут N_v прямує до нуля у разі дуже великих та дуже малих швидкостей.

Типову криву розподілу наведено на рис. 7.5. Максимум цієї кривої відповідає *найбільш ймовірній швидкості*:

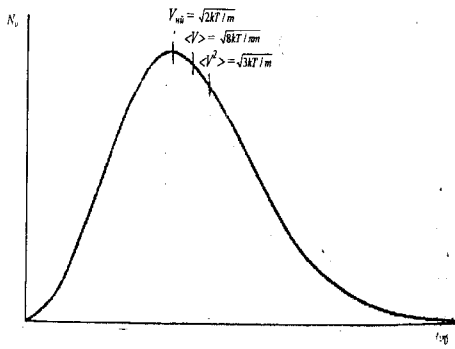


Рис. 7.5. Розподіл молекул N_v за швидкостями. Тут: v_{mi} – найбільш ймовірна швидкість, $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість, $\langle v^2 \rangle$ – середня квадратична швидкість молекул

$$v_{mi} = \sqrt{2kT/m}. \quad (7.23)$$

Середня арифметична швидкість молекул визначається за виразом:

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/\pi m}. \quad (7.24)$$

З виразу (7.15) можна одержати вираз для середньої квадратичної швидкості:

$$\langle v^2 \rangle = \sqrt{3kT/m}. \quad (7.25)$$

Приклад

Десять частинок мають швидкості 4, 6, 8, 15, 15, 15, 9, 10, 3, 6 м/с. Визначити середню арифметичну та найбільш ймовірну швидкості руху частинок.

Розв'язок

Середня арифметична швидкість частинок дорівнює сумі швидкостей кожної частинки, поділеній на кількість частинок:

$$\langle v \rangle = \frac{4 + 6 + 8 + 15 + 15 + 15 + 9 + 10 + 3 + 6}{10} = 9,1 \text{ м/с.}$$

Найбільш ймовірна швидкість руху частинок дорівнює 15 м/с. Ця швидкість зустрічається найчастіше.

Контрольна робота

Визначити середню квадратичну швидкість руху частинок за умовою попередньої задачі.

Відповідь: 18,4 м/с.

7.6. СЕРЕДНЯ ДОВЖИНА ВІЛЬНОГО ПРОБІГУ МОЛЕКУЛ

Молекули газу стикаються одна з одною під час хаотичного руху. Між зіткненнями вони рухаються по прямій траєкторії. Середня відстань між зіткненнями називається *середньою довжиною вільного пробігу* $\langle \lambda \rangle$. Ця величина залежить від розмірів молекул та густини газу:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \quad (7.26)$$

де d – ефективний діаметр молекули; n – кількість молекул в одиниці об'єму (концентрація молекул).

Середнє число зіткнень $\langle Z \rangle$ за однією секунду часу визначається за виразом:

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n, \quad (7.27)$$

де $\langle v \rangle$ – середня швидкість.

Приклад

Визначити середню довжину вільного пробігу молекул азоту, якщо температура газу становить 20°C , а тиск 1 атм. Ефективний діаметр молекули азоту дорівнює $2 \cdot 10^{-10}$ м.

Розв'язок

Використовуємо рівняння (7.3) і знаходимо кількість молекул в одиниці об'єму:

$$n_v = N/V = p/kT = (1,01 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2) / (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К})(293 \text{ К}) = 2,5 \cdot 10^{25} \text{ молекул/м}^3.$$

Підставляємо числові дані у формулу (7.26):

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2 \cdot (2,5 \cdot 10^{25} \text{ молекул/м}^3)} = 2,26 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Контрольна робота

Визначити середнє число зіткнень молекул азоту, якщо середня швидкість їх руху становить 511 м/с.

Відповідь: $2,26 \cdot 10^9$.

7.7. ВИПАРОВУВАННЯ ТА КОНДЕНСАЦІЯ

Процес переходу речовини з рідкого стану в газоподібний називають *пароутворенням*, а зворотний процес, тобто перехід з газоподібного стану в рідкий, – *конденсацією*.

Для перетворення рідини в пару потрібно надати певну кількість теплоти, що називають *теплотою пароутворення*, яка визначається за виразом:

$$Q = rm, \quad (7.28)$$

де r – питома теплота пароутворення, m – маса тіла.

Пароутворення відбувається двома способами – випаровуванням і кипінням.

Випаровування – це пароутворення лише з поверхні рідини, під час якого рідину залишають найшвидші молекули, внаслідок чого рідина охолоджується. У відкритій місткості випаровування рідини відбувається доти, поки вся вона не перетвориться в пару. Якщо ж рідина знаходиться в закритій місткості, настає *динамічна рівновага* – стан, за якого число молекул, що випаровуються, дорівнює числу

молекул, які конденсуються. Пару, що перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною, називають *насиченою*.

Пароутворення, що відбувається одночасно як з поверхні, так і з усього об'єму рідинн, називають *кипінням*. На відміну від випаровування, яке відбувається за будь-якої температури, кипіння починається лише за певної температури – *температури кипіння*.

7.8. РЕАЛЬНИЙ ГАЗ

Газ, властивості якого (на відміну від ідеального газу) залежать від взаємодії молекул, називається *реальним*. Реальні газн добре описуються моделлю класичного ідеального газу, якщо вони достатньо розріджені (тиски малі) та мають високу температуру.

Молекули реального газу мають власний об'єм, за рахунок чого фактичний вільний об'єм, в якому можуть рухатися молекули, становить $V - b$, де b – об'єм, що займають самі молекули. Крім того, дія сил притягання вклікає збільшення тиску на величину $p' = a/V^2$, де a – константа. Таким чином, *рівняння стану реального газу (рівняння Ван дер Ваальса)* для одного моля має вигляд:

$$(p + p')(V - b) = RT. \quad (7.29)$$

Типові значення констант a і b для деяких газів наведено у табл. 7.1.

7.1 – Константи Ван дер Ваальса для деяких газів

Газ	$a \cdot 10^{-1}, \text{ м}^4 \cdot \text{Н/моль}$	$b \cdot 10^{-3}, \text{ м}^3/\text{моль}$
Кисень O_2	1,36	0,0318
Двоокис вуглецю CO_2	3,59	0,0427
Хлор Cl_2	6,51	0,0562
Гелій He	0,034	0,0237
Водень H_2	0,244	0,0266
Метан CH_4	2,25	0,0428
Азот N_2	1,39	0,0391

Примітка: $1 \text{ м}^4 \cdot \text{Н/моль} = 1 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3/\text{моль}^2 = 10 \text{ л} \cdot \text{бар}/\text{моль}^2$; $1 \text{ м}^3/\text{моль} = 10^3 \text{ л}/\text{моль}$

Йоганн Ван дер ВААЛЬС (1837–1923)

Голландський вчений, відомий як автор рівняння стану реальних газів та рідин. За ці дослідження отримав Нобелівську премію 1910 року. Був першим, хто зрозумів необхідність врахування об'єму молекул та міжмолекулярних сил під час встановлення співвідношень між тиском, об'ємом та температурою газів та рідин.



Ізотерми реального газу показано на рис. 7.6. У разі високих температур ізотерма реального газу не відрізняється від ізотерми ідеального газу. За певної температури $T_{кр}$ (критична температура) на ізотермі спостерігається

перегин. Під штриховою лінією розміщується область двофазних станів $P+II$ (рідина і насичена пара), ліворуч від неї знаходиться область рідкого стану P , а праворуч – область пари II . Пара відрізняється від інших газоподібних станів G тим, що під час ізотермічного стиску зазнає процесу скраплення. Газ G за температури, вищої ніж критична, не може бути перетворений у рідину.

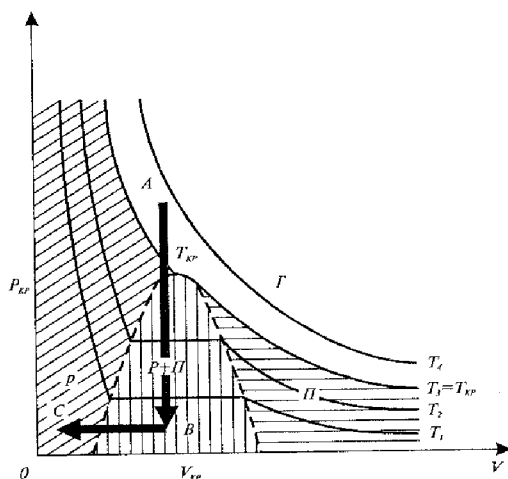


Рис. 7.6. Ізотерми реального газу (пояснення в тексті)

Ізохорний перехід із точки A в точку B і далі ізобарний перехід із точки B у точку C дають можливість утворити рідину із газу. В цьому полягає *принцип скраплення газів*.

Приклад

Один моль двоокису вуглецю за температури 293 К займає об'єм 2 л. Визначити тиск, що утворюється газом, за допомогою рівнянь стану ідеального та реального газів.

Розв'язок

Тиск, що утворюється одним молям ідеального газу, становить:

$$p = (1/V)RT = \frac{0,0821 \text{ атм} \cdot \text{л} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1} \cdot 293 \text{ К}}{2 \text{ л}} = 12 \text{ атм.}$$

Тиск, що утворюється одним моєм реального газу, дорівнює:

$$p = RT/(V - b) - a/V^2 = \\ = (0,0821 \text{ л} \cdot \text{атм}/\text{моль} \cdot \text{К} \cdot 293 \text{ К}) / (2 \text{ л} - 0,0427 \text{ л}) - (3,59 \text{ л}^2 \cdot \text{атм} / 2^2 \text{ л}^2) = 11,4 \text{ атм.}$$

7.9. ВОЛОГІСТЬ ПОВІТРЯ

7.9.1. Характеристики вологості повітря

Вода може існувати в атмосфері в трьох фазах – рідкій, газоподібній і твердій. Газоподібна фаза води називається *парою*. Пара, яка знаходиться в термодинамічній рівновазі з рідиною (тобто в стані, коли число молекул, що переходить із рідини в пар, дорівнює числу молекул, що повертаються в рідину за одиницю часу), називається *насиченою*.

Вологість повітря – це вміст водяної пари у повітрі. Повітря, що містить водяну пару, називають *вологим*, а те, що не містить – *сухим*. Розглянемо осіові параметри вологості.

Абсолютна вологість повітря a – кількість (маса) водяної пари в грамах, що містяться в 1 м^3 повітря ($\text{г}/\text{м}^3$) за даної температури.

Пружність (парціальний тиск) водяної пари e – тиск, який має водяна пара, що знаходиться в газовій суміші, якщо б вона одна займала об'єм, що дорівнює об'єму суміші за тієї ж температури.

Абсолютна вологість зв'язана з пружністю e водяної пари і абсолютною температурою T співвідношенням:

$$a = 217 e/T, \quad (7.30)$$

де e вимірюється в гектопаскалях.

Пружність насиченої пари E – граничне значення тиску, яке відповідає рівновазі між парою і водою, тобто насиченому стану повітря за даної температури. Пружність насиченої пари залежить від температури.

Відносна вологість повітря r – відношення пружності водяної пари e до пружності насиченої пари E за даної температури:

$$r = \frac{e}{E} \cdot 100\%. \quad (7.31)$$

Дефіцит вологості d – різниця між пружністю насиченої пари E і пружністю водяної пари e за даної температури:

$$d = E - e. \quad (7.32)$$

Точка роси T_d – температура, за якої водяна пара, яка міститься в повітрі, стає насиченою.

Зв'язок пружності насиченої пари E з абсолютною температурою T має вигляд:

$$\lg E = 9,4 - \frac{2345}{T}, \quad (7.33)$$

де E – в мілібарах (гектопаскалях), T – в кельвінах.

7.9.2. Методи вимірювання вологості повітря

Аспіраційний психрометр. Прилад містить два термометри – сухий і змочений; ціна поділки термометрів становить $0,2^\circ\text{C}$. Термометри розташовані у металевих трубках, які потім з'єднані в одну (рис. 7.7). Резервуар одного з термометрів обмотаній батис-том, що змочується. Під час вимірювання вологості психрометр встановлюють горизонтально і обдувають повітрям обидва термометри за допомогою вентилятора. З поверхні резервуара змоченого термометра відбувається випаровування води, яке залежить від вологості оточуючого повітря. За допомогою аспіраційного психрометра можна оцінити парціальний тиск e за психрометричною формулою:

$$e = E_1 - A(t_c - t_{zm})p_A, \quad (7.34)$$

де E_1 – пружність насиченої водяної пари, яка відповідає температурі змоченого термометра; $A = 6,62 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ – психрометричний коефіцієнт; t_c – температура сухого термометра; t_{zm} – температура змоченого термометра; p_A – атмосферний тиск (в мм рт.ст. або паскалях).

Пружність насиченої водяної пари E_1 , яка відповідає температурі змоченого термометра, та пружність насиченої водяної пари E , яка відповідає температурі сухого термометра, визначають у мм рт.ст. або в паскалях за таблицями (див. додаток, психрометричні таблиці).

Приклад

Використовуючи психрометричне рівняння та таблиці (див. додаток), знайти пружність водяної пари e , максимальну пружність водяної пари E_1 за температурою змоченого термометра, максимальну пружність водяної пари E за температурою сухого термометра, відносну вологість повітря r та дефіцит вологості d , якщо тем-

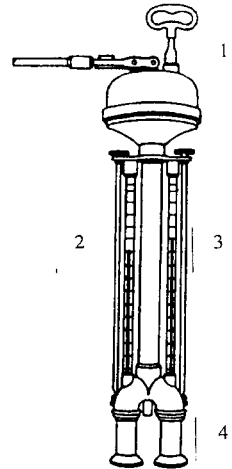


Рис. 7.7. Аспіраційний психрометр Асмана:

1 – вентилятор; 2 – змочений термометр; 3 – сухий термометр; 4 – захисні трубки

пература сухого термометра $t_c = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, а змоченого $t_{зм} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст.

Розв'язок

Із психрометричної таблиці (див. додаток) знаходимо, що температурі змоченого термометра $t_{зм} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ відповідає пружність насиченої пари $E_I = 2340 \text{ Па}$. Підставляємо значення E_I у психрометричну формулу (7.34) і знаходимо пружність водяної пари e :

$$E = 2340 - 6,62 \cdot 10^{-4} (25 - 20) \cdot 1,01325 \cdot 10^5 = 2005 \text{ Па}.$$

Із психрометричної таблиці знаходимо пружність насиченої пари за температурі сухого термометра: $E = 3170 \text{ Па}$. Використовуючи формулу (7.31), знаходимо відносну вологість: $r = 2005/3170 = 0,63 = 63 \text{ \%}$.

Контрольне завдання

Використовуючи психрометричне рівняння та таблиці (див. додаток), знайти пружність водяної пари e , пружність насиченої пари E_I за температури змоченого термометра, пружність насиченої пари E за температури сухого термометра, відносну вологість повітря r та дефіцит вологості d для заданих значень температури сухого та змоченого термометрів згідно з варіантом, встановленим викладачем (див. табл.). Атмосферний тиск становить 10^5 Па .

Варіант	Температура сухого термометра $t_c, \text{ }^\circ\text{C}$	Температура змоченого термометра $t_{зм}, \text{ }^\circ\text{C}$
1	25	20
2	27	22
3	23	22
4	30	24
5	24	18
6	23	19

Волосяний гігрометр. Дія приладу ґрунтується на підвищеній чутливості до вологості знежиреної волосини та її здатності змінювати свою довжину у разі зміни вологості. Водяна пара здатна конденсуватися в капілярних порах людської волосини. Збільшення вологості призводить до зменшення угнутості менісків води в порах, завдяки чому волосина видовжується. Видовження волосини відбувається пропорційно логарифму відносної вологості. Пучок таких волосин використовують у *гігрографі* – приладі для безперервного запису відносної вологості повітря. Інші матеріали можуть бути застосовані як сенсори в гігрометрах – нейлон, бавовна, кишкова мембрана корови або свині.

Ємнісний гігрометр. Основу приладу становить гігроскопічна полімерна плівка, з обох боків якої розташовані пористі металеві електроди, що утворюють конденсатор ємністю близько 500 пФ. Внаслідок поглинання плівкою молекул води об'єм плівки збільшується, відстань між електродами також збільшується, що призводить до

зміни ємності конденсатора. Ємнісний гігрометр застосовується для вимірювання відносної вологості.

Конденсаційний гігрометр. Один із методів оцінки абсолютної вологості заснований на вимірюванні точки роси. Якщо плоску гладеньку поверхню охолоджувати, можна спостерігати конденсацію вологи на ній. Температура поверхні в цей момент дуже близька до тієї, за якої повітря стає насиченою водяною парюю, тобто до точки роси. Залишається тільки точно виміряти цю температуру.

Сорбційний гігрометр. В основу приладу покладено залежність електропровідності вологосорбуючої плівки від вологості середовища. Для цього використовується кристал солі $LiCl$.

Вимірювання вологості за допомогою номограми. Взаємозв'язок між параметрами вологості може бути представлений графічно за допомогою номограми (рис. 7.8). Розглянемо приклад визначення цих параметрів.

Приклад

Визначити за допомогою номограми пружність e водяної пари, пружність E насиченої пари, що відповідає температурі сухого термометра, та пружність E_1 насиченої пари, що відповідає температурі змоченого термометра, відносну вологість r , дефіцит вологості d і точку роси T_d , якщо температура сухого термометра $30\text{ }^{\circ}\text{C}$, а змоченого – $19\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Розв'язок

1. На горизонтальній осі номограми (рис. 7.8) з точки, що відповідає температурі змоченого термометра $19\text{ }^{\circ}\text{C}$ (точка A), проводимо вертикальну лінію AB до перетину з кривою $r = 1,0$ (точка B).

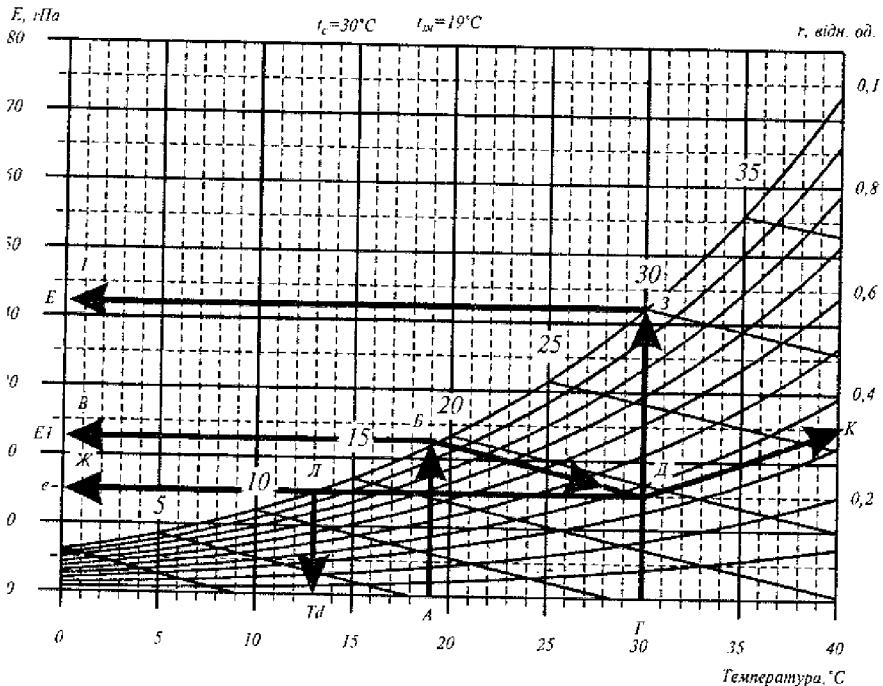


Рис. 7.8. Вимірювання вологості за допомогою номограми
(пояснення в тексті)

2. З точки *B* проводимо горизонтальну лінію *BB* до перетину з лівою вертикальною віссю номограми (точка *B*). На цій осі визначаємо пружність E_1 насиченої пари, що відповідає температурі змоченого термометра: $E_1 = 22,5$ гПа.

3. З точки *B* проводимо похилу лінію *BD* до перетину з вертикальною лінією *ГД*, що відповідає температурі сухого термометра 30°C (точка *Д*).

4. З точки *Д* проводимо горизонтальну лінію *ДЖ* до перетину з лівою віссю номограми (точка *Ж*), яка дає значення пружності e водяної пари за даної температури: $e = 15$ гПа.

5. З точки *Г*, що відповідає температурі сухого термометра, проводимо вертикальну лінію *ГЗ* до перетину з кривою $r = 1,0$ (точка *З*).

6. З точки *З* проводимо горизонтальну лінію *ЗИ* до перетину з лівою вертикальною віссю номограми (точка *І*). На цій осі визначаємо пружність E насиченої пари, що відповідає температурі сухого термометра: $E = 42,5$ гПа.

7. З точки *Д* проводимо лінію *ДК*, паралельну найближчій кривій номограми, до перетину з правою вертикальною віссю номограми (точка *К*), яка дає значення відносної вологості за даної температури: $r = 0,35$.

8. На лівій вертикальній осі визначаємо різницю між значеннями E та e (відстань *ІВ*), яка відповідає дефіциту вологості: $d = 42,5 - 22,5 = 20$ гПа.

9. Знаходимо точку *Л* перетину прямої *ДЖ* з кривою $r = 1,0$ (точка *Л*), і визначаємо на горизонтальній осі номограми точку роси: $T_d = 12^\circ\text{C}$.

Контрольне завдання

Визначити за допомогою номограми (рис. 7.9) пружність e водяної пари, пружність E насиченої пари, що відповідає температурі сухого термометра, та пружність E_i насиченої пари, що відповідає температурі змоченого термометра, відносну вологість r , дефіцит волості d і точку роси T_d , якщо температура сухого термометра та температура змоченого термометра визначаються за таблицею згідно з варіантом, встановленим викладачем.

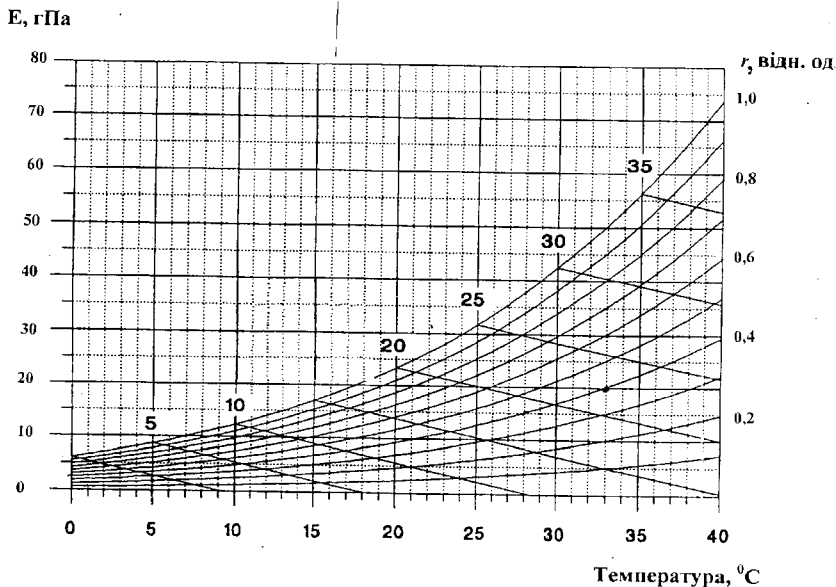


Рис. 7.9. Номограма для вимірювання параметрів вологості

Варіант	Температура сухого термометра	Температура змоченого термометра
1	28	15
2	32	20
3	35	16
4	31	15
5	25	10
6	36	14

Вимірювання вологості за віртуальними психрометричними таблицями. Використовуючи ці таблиці (для цього треба зайти в Інтернет на сайт <http://www.met.rdg.ac.uk/~swshargi/MicroMetSoft.html>), можна за даними атмосферного тиску, температурами сухого і змоченого термометрів визначити пружність водяної пари e , пружність насиченої пари E , абсолютну вологість a , відносну вологість повітря r , масову частку вологи q та точку роси T_d .

Приклад

Використовуючи віртуальні психрометричні таблиці (для цього треба зайти в Інтернеті на сайт <http://www.met.rdg.ac.uk/~swshargi/MicroMetSoft.html>), визначити пружність водяної пари e , пружність насиченої пари E , абсолютну вологість a , від-

носну вологість повітря r , масову частку вологи q та точку роси T_d , якщо температура сухого термометра $t_c = 30\text{ }^\circ\text{C}$, а змоченого $t_{3M} = 19\text{ }^\circ\text{C}$. Атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст.

Розв'язок

Знаходимо віртуальні психрометричні таблиці, в яких задаються температури сухого (T_{dry}) і змоченого (T_{wet}) термометрів, атмосферний тиск у мілібарах (нагадаємо, що 760 мм рт.ст. = 1 атм = $1,013 \cdot 10^5$ Па = $1,013 \cdot 10^3$ гПа = $1,013 \cdot 10^3$ мбар), а також психрометричний коефіцієнт A . Якщо використовувати в психрометричному рівнянні (7.34) одиниці пружності та атмосферного тиску в мілібарах (гектопаскалях), то це рівняння буде мати вигляд:

$$e = E_1(zPa) - A(t_c - t_{3M})p_A(zPa) = E_1(zPa) - 6,62 \cdot 10^{-4}(t_c - t_{3M})1,013 \cdot 10^3 (zPa) = \\ = E_1(zPa) - 6,7 \cdot 10^{-1}(zPa)(t_c - t_{3M}).$$

Отже, у віртуальну психрометричну таблицю підставляємо значення психрометричного коефіцієнта за атмосферного тиску $A = 0,67$, а також температури сухого і зволоженого термометрів: $T_{dry} = 30\text{ }^\circ\text{C}$, $T_{wet} = 19\text{ }^\circ\text{C}$. Натискаємо на кнопку “Enter” і одержимо: пружність водяної пари (“vapor pressure”) $e = 14,590$ гПа, пружність насиченої пари (“saturation vapor pressure”) $E = 42,456$ гПа, абсолютна вологість (“absolute humidity”) $a = 10,4$ г·м⁻³, відносна вологість (“relative humidity”) $r = 34,4\%$, масова частка вологи (“specific humidity”) $q = 9,0 \cdot 10^{-3}$ г·г⁻¹, точка роси (“dew point”) $T_d = 12,6\text{ }^\circ\text{C}$.

Контрольне завдання

Використовуючи віртуальні психрометричні таблиці, визначити пружність водяної пари e , пружність насиченої водяної пари E , абсолютну вологість a , відносну вологість повітря r , масову частку вологи q та точку роси T_d . Температури сухого та змоченого термометрів визначаються за таблицею з попереднього контрольного завдання згідно з варіантом, встановленим викладачем. Атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст.

7.10. ОСМОС

Розглянемо дифузію речовини через напівпроникну мембрану, що розділяє розчин та чистий розчинник; така мембрана здатна пропускати молекули розчинника, але не пропускає молекули розчинної речовини. *Осмоз* – це проникнення чистого розчинника через напівпроникну мембрану в розчин. Для водних розчинів осмос означає перехід води із ділянки з високою концентрацією води у ділянку з низькою концентрацією води. *Напівпроникна мембрана* – це тонкий шар матеріалу, який здатний пропускати певні речовини через себе та затримувати інші. Як приклад, можна навести можливість напівпроникних мембран пропускати малі молекули кисню, води, двоокису вуглецю, глюкози, амінокислот, тоді як великі молекули цукрози, крохмалю та білків не проходять через ці мембрани.

Перенесення молекул розчинника зумовлене *осмотичним тиском*. Вирівнювання концентрацій по обидва боки мембрани, яка

пропускає малі молекули розчинника, але затримує великі молекули розчиненої речовини, можливе лише за одnobічної дифузії розчинника. Саме тому осмос завжди відбувається у напрямку від чистого розчинника до розчину (або від розведеного розчину до концентрованого).

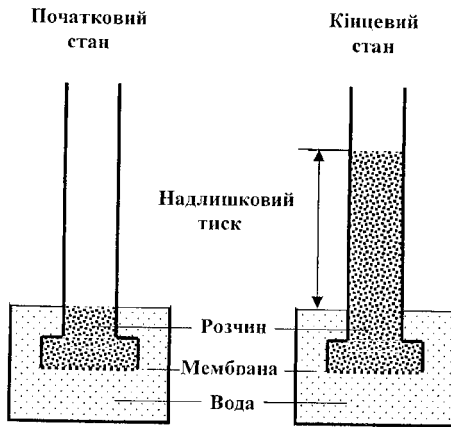


Рис. 7.10. Сумарна дифузія розчинника у розчин через напівпроникну мембрану

Якщо занурити розчин, відділений від зовнішнього простору мембраною, у чистий розчинник (рис. 7.10) за однакового гідростатичного тиску, відбудеться сумарна дифузія розчинника у розчин. Дифузія припиниться, коли буде досягнутий певний, осмотичний тиск у розчині. Осмотичний тиск можна виміряти – він дорівнює тому надлишковому тиску, який потрібно прикласти з боку розчину, щоб припинити осмос. Біологічні рідини являють собою слабкі водні розчини, в яких вода займає до 95% об'єму; отже, осмотичні потоки через біологічні мембрани зумовлюють водні потоки з ділянок високої концентрації води (слабкі розчини) в ділянки низької концентрації води (більш концентровані розчини). У вакуолях рослинних клітин містяться розчини солей, цукрів, органічні кислоти та амінокислоти. Внаслідок цього клітини постійно осмотично поглинають воду та утворюють внутрішній гідростатичний тиск, який називають *тургорним*. Цей тиск направлений на клітинну оболонку і робить її пружною. Одночасно клітинна оболонка протидіє осмотичному тиску; ця дія клітинної оболонки на цитоплазму характеризується *осмотичним потенціалом*. Коли встановлюється динамічна рівновага, надходження води у клітину припиняється. Осмотична концентрація вакуолярного соку у клітинах надземної частини рослини більша, ніж в клітинах кореня; саме завдяки цьому вертикальному градієнту осмотичної концентрації сік досягає верхівки рослини. Таким чином, осмотичний тиск у рослинному організмі – один із найважливіших факторів, який впливає на розподіл води та поживних речовин.

У розведених розчинах розчинена речовина нагадує ідеальний газ, через що до цієї речовини можна застосувати закони ідеального газу. Залежність осмотичного тиску від концентрації розчиненої речовини збігається за формою з рівнянням Клапейрона–Менделєєва:

$$p_{осм}V = \frac{m}{M}RT, \quad (7.36)$$

де $p_{осм}$ – осмотичний тиск; T – абсолютна температура; $\frac{m}{M} = n$ – кількість молей розчиненої речовини в об'ємі V ; m – маса розчиненої речовини; M – молярна маса розчиненої речовини; $R = 8,314 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ – універсальна газова стала.

Якщо ввести в формулу (7.36) концентрацію розчину, тоді можна одержати рівняння Вант-Гоффа:

$$p_{осм} = C_A RT, \quad (7.37)$$

де $C_A = n/V$ – молярна концентрація розчиненої речовини.

Приклад

Визначити осмотичний тиск, якщо молярна концентрація розчиненої речовини дорівнює $450 \text{ моль}\cdot\text{м}^{-3}$ за температури 300 К .

Розв'язок

Осмотичний тиск згідно з рівнянням (7.36) становить:

$$p_{осм} = (8,31 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1})(300 \text{ К})(450 \text{ моль}\cdot\text{м}^{-3}) = 1,12 \text{ МПа},$$

тобто перевищує атмосферний тиск майже на порядок.

7.11. АРОМАТ ПРОДУКТІВ

Рослини та їх частини виділяють леткі сполуки, окремі з яких суттєво впливають на *запах* продуктів. Комбінацію смаку та запаху, якою керується споживач, оцінюючи якість продукту, називають *ароматом*. Але слід зазначити, що якщо смак може бути представлений лише чотирма типами, то запах визначається близько 10000 різноманітними варіантами. Необхідною умовою утворення запаху є існування летких речовин у газовій або пароподібній фазах з тим, щоб ці речовини були спроможні досягнути нюхового епітелію людини. Крім того, суттєвою уявляється здатність летких речовин розчинюватися у воді.

Аромат м'ясних продуктів визначається комплексним відчуттям запаху та смаку м'яса за рахунок звільнення летких речовин внаслідок жування продукту. Цей параметр якості м'яса пов'язаний з двома компонентами – розчиненими у воді речовинами та білками міофібрил, які містять дрібні пептиди, вуглеводи, деякі неорганічні іони, що утворюють аромат, та леткими субстанціями. Зазвичай, влас-

ний аромат м'яса слабкий, але він збільшується у процесі кулінарної обробки.

Слід зазначити, що оцінка аромату м'яса може бути суб'єктивною: так, мешканці Австралії, Нової Зеландії та Великобританії надають перевагу аромату м'яса зрілих овець, тоді як у США – ягнят. У Німеччині є попит на м'ясо дичини з її своєрідним ароматом. У Мексиці, Іспанії та Португалії в ціні козяче м'ясо.

Аромат молока визначається комплексним відчуттям запаху та смаку за рахунок присутніх в ньому жиру, білків, лактози та вітамінів, що забезпечують певне відчуття якості.

7.12. НЮХ І СМАК

7.12.1. Нюх

Нюх – це процес сприйняття запаху живим організмом. Нюхові клітини безхребетних розташовані на шкіряному покриві; у членистоногих ці клітини утворюють особливі органи – сенсили; у нижчих хребетних нюхові клітини розміщені в нюхових мішках, у вищих тварин і людини вони утворюють рецепторний шар нюхової порожнини.

Для багатьох тварин важливим і навіть вирішальним способом комунікації є висилання хімічних сигналів. Хімічні леткі речовини, що створюються твариною і викликають специфічний відгук у інших представників того ж самого виду, називаються *феромонами* або *одорантами*. Тварини здійснюють і реалізують такий нюховий зв'язок для проголошення права на ту чи іншу територію, прокладання сліду, пошуків корму, утворення сигналу небезпеки, спілкування тварини з потомством, привертання статевих партнерів з метою спаровування і розмноження, орієнтації у просторі та навігації, підтримки певної соціальної ієрархії. Хімічні сигнали характеризуються невисоким розділенням, але вони діють на значному просторовому і часовому інтервалах завдяки ґрунту та рослинам, на яких відкладає тварина феромони як маркери. Параметри поширення феромонів часто залежать від швидкості вітру: так, за швидкості вітру 1 м/с область поширення клуба феромона має довжину 215 м, ширину 4560 м і висоту 108 м, тоді як за швидкості вітру 5 м/с ці параметри становлять: довжина – 1820 м, ширина – 97 м, висота – 48,5 м.

Хімічна комунікація комах здійснюється завдяки феромонам, серед яких найбільш поширені статеві атрактанти. Розглянемо один з таких ідентифікованих феромонів шовковичного шовкопряда *Bombyx mori*. Самець має на голові пару великих антен (рис. 7.11), які збирають бомбікол – атрактант, що надсилає самка. Цей атрактант є сумішшю (10:1) саме бомбікола (складного спирту) та його альдегідної форми бомбікала. Кожна антена метелика складається з основного стержня і великої кількості волосоподібних органів, серед яких знаходяться нюхові волоски. Вартою уваги є здатність антен селективно збирати молекули бомбікола за допомогою клітин-рецепторів, що знаходяться на нюхових волосках антен. Волосок разом з рецептором називається сенсією (*sensilla trichodea*). Кількість сенсил на кожній антені досягає 17000.

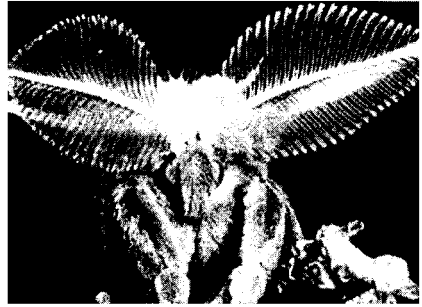


Рис. 7.11. Антена шовкопряда *Bombyx mori*

Завдяки цим рецепторам самка здатна привертати самців на відстані близько одного кілометра. Контакт клітини-рецептора шовкопряда з навколишнім середовищем відбувається через пори оболонки; діаметр кожної пори дорівнює 15 нм, а кількість пор на сенсилі становить 3200. Згідно з сучасними уявленнями, рецептори фактично рахують молекули, що збуджують клітину; коли кількість імпульсів від антени перевищує 200 імп/с, самець реагує і рухається до джерела бомбікола. Механізм хімічної рецепції шовкопряда пов'язаний з поєднанням дифузійних процесів з високоефективною фільтрацією в антенах.

Проблема боротьби з малярійним комарем (*Anopheles*) також пов'язана з пошуками та ідентифікацією тих атрактантів, які висилаються людиною або твариною і привертають увагу комара.

Нюх у риб відіграє значну роль у пошуках корму, виявленні хижаків, знаходженні статевих партнерів, досягненні місць для нересту та орієнтації. Використання нюху дуже добре доведено у лосося, який починає своє життя в прісних водах річок, де він мешкає від кількох місяців до двох років залежно від виду; за цей проміжок часу він “вводить в свою пам'ять” запах прісної водойми. Далі лосось прямує вздовж течії до океану, де проводить від одного до чотирьох років, досягаючи статевої зрілості. Після цього лосось проходить

близько 1500 км океанського простору, щоб досягнути річки, у верхів'ях якої він народився, для виділення ікри. Процес навігації лосося в океані ще не з'ясований достатньо; вважається, що лосось використовує цілий комплекс факторів – географічні риси місцевості, температуру, магнітні поля, небесні та хімічні орієнтири. Але міграція у річці відбувається завдяки нюху.

Нюх у птахів як наукова проблема обговорюється протягом останніх десятиріч. Тривалий час вважалося, що нюх є прерогативою винятково ссавців. Недавні дослідження довели, що птахи використовують нюх у пошуках та розрізненні корму, для вибору зручних для насиджування місць та під час навігації. Серед птахів, що мають розвинені відчуття запахів, можна відзначити голубів, деяких морських птахів, шпаків, курчат. Цікавим можна вважати метод виявлення нюху у птахів. Промислові компанії з транспортування газу з метою знаходження дефектів у стінках труб накачували в останні такий одорант як кадаверин (трупна отрута); в тому місці, де труба мала отвір, збиралася велика кількість грифів.

7.12.2. Нюховий аналізатор

Нюховий аналізатор вищих тварин і людини – спеціалізована система, що забезпечує сприйняття різних пахучих речовин, аналіз та обробку збуджень, що виникають від периферії до центральної нервової системи. Складається нюховий аналізатор з нюхових рецепторних клітин (нейронів), які розміщені в слизовому шарі товщиною близько 60 мкм (рис. 7.12). Рецепторний шар має нюхові та опорні клітини. З одного боку рецепторний нейрон закінчується віпками, що мають контакт із зовнішнім повітрям через слизовий шар; з іншого – відростками (аксонами). Дуги з 10–100 аксонів проходять через отвори в решітчастій кістці і утворюють клубочки, які в свою чергу з'єднуються з двостулковими клітинами і через них – з мозком. Наприклад, у кроля 26000 нейронів поєднуються з 200 клубочками з тим, щоб утворити одну клітину. Така структура нюхового рецептора підвищує його чутливість. Під час вдихання через нюхову щілину носа протікає близько 5–10% загальної кількості повітря. Пахучі речовини у пароподібному стані діють на нюхові рецептори, завдяки чому останні збуджуються. Для того, щоб тварина відчула запах, достатньо збудження лише 40 рецепторних клітин, причому на кожну з них повинна діяти одна молекула пахучої речовини. Унікальною

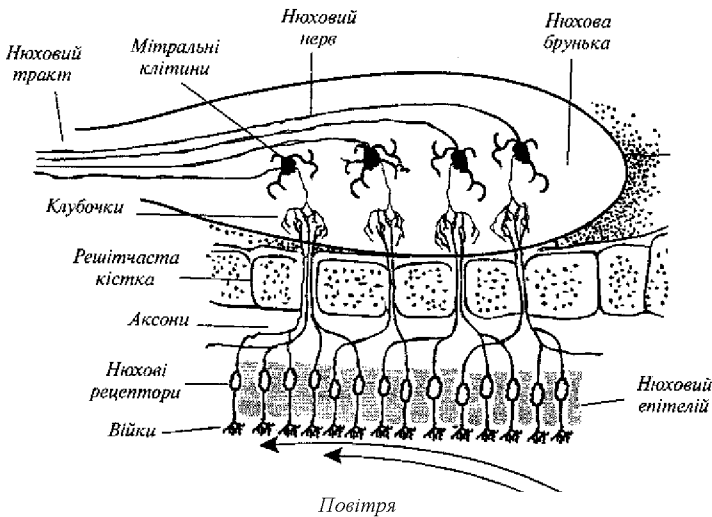


Рис. 7.12. Нюховий аналізатор

властивістю нюхових рецепторів є їх постійна замінюваність (протягом близько 60 днів).

7.12.3. Механізм нюху

Механізми нюху пов'язані з потраплянням молекул летких органічних сполук у нюховий аналізатор та зв'язуванням їх з рецепторними білками, які спроможні внаслідок цього змінювати мембранний потенціал; електричні сигнали передаються від рецепторних клітин через аксони (довгі відростки клітин нервової системи) до гіпоталамуса – відділу мозку, що являє собою скупчення нервових клітин; саме в ньому утворюється відчуття запаху, його класифікація та ідентифікація.

Деякі тварини (наприклад, кішки) мають специфічний *орган Джакобсона*, призначений для детектування феромонів та низьких концентрацій хімічних сполук природного походження. Використовують тварини цей орган для спілкування між представниками того ж самого виду. Коли кішка відкриває верхню губу для того, щоб направити феромони на цей орган, здається, що вона посміхається (реакція Феймана).

7.12.4. Методи аналізу запахів

Ольфактометрія – це метод вимірювання гостроти нюху. Він застосовується для визначення порогу нюху, рівня нюхової адаптації та відновлення нюхової функції (*кількісна ольфактометрія*), а також для визначення здатності людини сприймати і розрізняти запахи (*якісна ольфактометрія*). Для практичної реалізації ольфактометрії використовують *дегустаторів запахів* – людей, які відзначаються підвищеною чутливістю до запахів (число таких серед звичайного населення становить близько 10%). Дегустатори тренуються визначати певні запахи; в кожній оцінці запаху беруть участь від 6 до 12 експертів, після чого результати оцінки усереднюються. Під час процедури визначаються пороговий рівень, інтенсивність, стійкість, гедонічний тон та характерні ознаки запаху. Пороговий рівень запаху визначається поступовим збільшенням концентрації пахучої речовини, доки дегустатор не зреагує на неї. Інтенсивність запаху вимірюється порівнянням запаху, що оцінюється, з опорним запахом (звичайно, *n*-бутанола), зразки якого місять різні концентрації газу. Для оцінки інтенсивності запаху використовується 5-бальна система: від 0 (відсутність запаху) до 5 (дуже сильний запах). Стійкість запаху відповідає кореляції інтенсивності запаху з концентрацією пахучої речовини. Гедонічний тон вказує як людина сприймає той чи інший запах з точки зору відчуття приємних вражень. Характерні ознаки визначаються порівнянням запаху, що оцінюється, з добре відомими запахами.

Автоматизовані системи типу “електронний ніс” позбавлені суб’єктивних підходів до оцінки запахів. Такі системи складаються з набору хімічних сенсорів, в основі яких лежить полімерна плівка. Коли газ, що оцінюється, проходить через плівку, він викликає згинання плівки; ці механічні згинання перетворюються в електричні сигнали, пропорційні рівню деформації плівки і, отже, концентрації газу. Оскільки різні хімічні сполуки викликають різні рівні згинання плівки, відбувається реакція такого сенсора на кожен сполуку. Автоматизована система такого типу містить набір (20–50) сенсорів, які надають специфічну картину сенсорних відгуків усіх сенсорів, характерну для певного запаху.

До сучасних методів кількісної та якісної оцінки запахів слід також віднести комбінований метод газової хроматографії та мас-спектрометрії.

Метод хроматографії передбачає розділення, знаходження і визначення речовин завдяки неоднаковості їх поведінки в системі із двох фаз, які не змішуються – рухомій і нерухомій. Рухомою фазою у разі використання методу газової хроматографії є газ (суміш газів), нерухомою – тверда речовина або рідина. Під час руху рухомої фази вздовж нерухомої кожна компонента суміші осідає на нерухомій фазі (сорбенті) відповідно до матеріалу сорбенту і вповільнює свій рух. Через те, що різні компоненти мають різну спорідненість, відбувається просторовий поділ цих компонентів.

Мас-спектрометричний метод ґрунтується на утворенні іонних пучків у вакуумі з їх подальшим поділом за масою в електричному та магнітному полях. Застосування комбінованої техніки газової хроматографії та мас-спектрометрії дає можливість оцінити 70–100 летких компонентів, що є в повітрі тваринницьких приміщень, створюючи серйозну проблему для працівників та мешканців довкілля, які скаржаться на подразнення слизової оболонки очей, носа, горла, головний біль, нудоту, пронос, кашель, хрипоту, порушення дихання, сонливість тощо.

Сучасна інструментальна техніка дозволяє кількісно оцінити аромат та букет пахощів у сільськогосподарських та харчових продуктах, наявність небажаних запахів, присутність фальсифікаторів та забруднювачів.

7.12.5. Смак

Смак – це відчуття, що виникає під час дії хімічних речовин на рецептори язика і порожнини рота. Внаслідок розжовування їжі звільнюються різноманітні за величиною, формою та складністю молекули, що діють на молекули мембрани смакових рецепторів. У комах хеморецептори, що відповідають за смак і нюх, знаходяться на ротових органах, а також на лапках або антенах. У риб і амфібії хеморецептори розташовані на поверхні тіла. У вищих тварин і людини функції хеморецепції звужуються до сприйняття запаху та смаку розчинених речовин.

Людина спроможна розрізняти чотири основні типи смаку – *солодкий* (багато органічних сполук, зокрема цукри, сахарин), *солоний* (багато неорганічних сполук, зокрема хлорид натрію, йодид калію), *кислий* (кислоти, іони водню, зокрема оцет, лимонна кислота) та *гіркий* (багато алкалоїдів, зокрема кофеїн, нікотин, хінін, стрихнін). Сільськогосподарські тварини відрізняють ці чотири типи смаку, але можуть надавати перевагу певному смаковому відчуттю: свині –

солодкому, велика рогата худоба і коні – солоному. Смакова чутливість залежить від типу смаку – людина спроможна реагувати на 10^{15} молекул стрихніну на язика або на 10^{20} молекул цукру.

7.12.6. Смаковий ааналізатор

Смаковий аналізатор – морфологічно-фізіологічна система, яка забезпечує сприйняття і аналіз хімічних речовин, що перебувають у порожнині рота. Основою смакового аналізатора є *смакові сосочки* – структури язика, що містять смакові рецептори. Сосочки можуть мати грибоподібну (на кінці язика), листоподібну (на бокових поверхнях язика) та жолобчасту (на межі задньої та двох передніх третин язика) форми. Кожний сосочок у свою чергу містить *смакові цибулини*, які складаються з епітеліальних смакових клітин, пов'язаних з кінцевими розгалуженнями смакових нервових клітин (рис. 7.13). Кількість

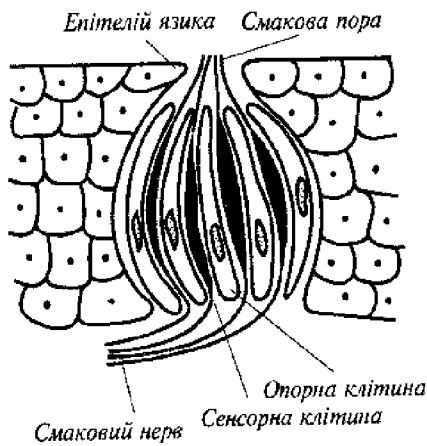


Рис. 7.13. Смакова брунька

цибулин може досягати 10000. На поверхні сосочка язика знаходиться *смакова пора*, через яку смакова цибулина з'єднується з порожниною рота. Смакова цибулина побудована із саме смакових (кількість їх становить 10–20 на одну цибулину) і опорних клітин; смакова клітина має смакові волоски, які виходять через пору в рідке середовище на поверхні язика.

Можливим механізмом смакової рецепції можна вважати з'єднання смакових речовин з молекулами особливих білків рецепторних клітин, що супроводжується виникненням рецепторних потенціалів. Рецепторна клітина вивільняє хімічний медіатор (високоактивну хімічну речовину), який збуджує закінчення смакового нерва.

7.13. ПРИНЦИПИ ФІТОРЕМЕДІАЦІЇ

Термін *фітотремедіація* походить від грецького слова *фіто* – “рослина” та латинського *ремедіум* – “лік, засіб проти чогось”. Процедура

фіторе mediaції полягає у знезаражуванні ґрунту, води або повітря за допомогою рослин, які здатні містити, зменшувати або обмежувати присутні у навколишньому середовищі метали, пестициди, розчинники, нафту та її похідні та різноманітні забруднювачі.

Відрізняють такі процеси фіторе mediaції:

- *Фітоекстрагування* – вилучення та зосередження субстанцій з навколишнього середовища у біомасі рослини.

- *Фітостабілізація* – зменшення рухомості субстанцій у навколишньому середовищі.

- *Фітоперетворення* – хімічна модифікація субстанцій навколишнього середовища внаслідок рослинного метаболізму (обміну речовин) завдяки інактивації, деградації або іммобілізації цих субстанцій.

- *Фітостимуляція* – збільшення активності мікроорганізмів у ґрунті, що призводить до деградації забруднювачів.

- *Фітоволатилізація* (від лат. *volatilis* – леткий, швидкий) – вилучення субстанцій з ґрунту або води з їх подальшим перетворенням у менш отруйні субстанції.

- *Ризофільтрація* – фільтрація води, що проходить через кореневу масу з вилученням токсичних субстанцій, або залишку поживних речовин; забруднювачі поглинаються корінням.

Як приклади таких рослин, що здатні здійснювати фіторе mediaцію, можна навести соняшник (*Helianthus annuus*), який вилучає арсен, або цукровий буряк (*Beta vulgaris*), який екстрагує хлорид натрію, що накопичується у сільськогосподарських угіддях внаслідок їх затоплення морською водою.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що таке ідеальний газ? Написати рівняння стану ідеального газу.
2. Який процес називають ізотермічним? ізобарним? ізохорним?
3. Який вигляд мають графіки: ізобарного процесу в координатах (V, T) ? ізохорного процесу в координатах (p, T) ?
4. Дати визначення процесам пароутворення та конденсації. Яка різниця між випаровуванням і кипінням?
5. Яку пару називають насиченою?
6. Що таке реальний газ? Написати рівняння стану реального газу.
7. Який фізичний зміст констант a і b у рівнянні Ван дер Ваальса.
8. Які термодинамічні процеси в реальному газі треба здійснити, щоб перейти від газу до рідини?

9. Що називають вологістю повітря? Яке повітря називають вологим; сухим?
10. Що таке пружність водяної пари?
11. Що таке пружність насиченої водяної пари?
12. Дати визначення абсолютній і відносній вологості.
13. Назвати одиниці вимірювання абсолютної і відносної вологості.
14. Що називають дефіцитом вологості?
15. Що таке точка роси?
16. Чому температура змоченого термометра нижча, ніж температура сухого?
17. У чому полягає принцип дії ємнісного гігрометра?
18. У чому полягає принцип дії конденсаційного гігрометра?
19. У чому полягає принцип дії сорбційного гігрометра?
20. Що таке дифузія?
21. Чим зумовлюється осмотичний тиск?
22. Який тиск називають тургорним?
23. Як використовують тварини хімічні сигнали?
24. Як впливає вітер на поширення феромонів?
25. Дати визначення нюху.
26. Як здійснюється хімічна комунікація комах?
27. Назвати методи боротьби з комахами-шкідниками.
28. Як використовують риби нюх?
29. Чи є нюх у птахів?
30. З чого складається нюховий аналізатор вищих тварин і людини?
31. Освітити сучасні уявлення щодо механізмів нюху.
32. Назвати основні методи аналізу запахів. Порівняти ці методи.
33. Дати визначення смаку.
34. З чого складається смаковий аналізатор вищих тварин і людини?
35. У чому полягають сучасні уявлення щодо механізмів смаку?
36. Пояснити принципи фіторемедіації.

8. ТЕРМОДИНАМІКА

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає найбільш загальні властивості макроскопічних фізичних систем, які знаходяться у стані термодинамічної рівноваги, та процеси переходу між цими системами.

8.1. ТЕМПЕРАТУРА І ТЕПЛОВЕ РОЗШНРЕННЯ ТІЛ

8.1.1. Температура

Температура – фізична величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи. Температура характеризує наскільки гарячим чи холодним є тіло.

Кількісне вимірювання температури можливе завдяки використанню термометра та впровадженню температурних шкал.

Термометр – це прилад для кількісної оцінки температури будь-якої системи.

8.1.2. Температурні шкали

Один з перших термометрів “флорентійський термоскоп” (1610) містив у трубці воду або вино. Великий герцог Тоскани Фердинанд II запропонував спирт як робочу речовину термометра, який мав 50 поділок, але не мав нуля.

Далі – датський астроном Реомюр (Ole Roemer) у 1743 р. запропонував шкалу між температурою танення льоду (0°R) та температурою кипіння води (80°R).

Німецький виробник інструментів Фаренгейт (Daniel Gabriel Fahrenheit) у 1724 р. розробив температурну шкалу на основі розміщення термометра: 1) у суміші морської солі, льоду та води (0°F); 2) цієї ж суміші, але без солі (30°F); у ротовій порожнині здорової людини (96°F). Температура кипіння води на цій шкалі відповідала 212°F , а замерзання 32°F . Останній інтервал було поділено на 180 поділок – градусів Фаренгейта (рис. 8.1).

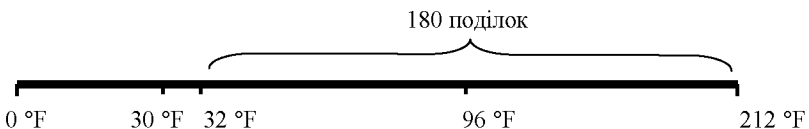


Рис. 8.1. Пояснення шкали Фаренгейта

У 1745 р. Цельсій (Anders Celsius) зі Швеції застосував шкалу між температурою танення льоду (0°C) та температурою кипіння води (100°C) за нормального ($101325\text{ Па}=760\text{ мм рт. ст.}$) тиску. Ця шкала одержала назву *Міжнародної стоградусної шкали (Цельсія)*.

У 1933 р. Кельвін (Lord Kelvin, William Thompson) розробив *Термодинамічну температурну шкалу (Кельвіна)*, в основу якої було покладено використання *потрійної точки* речовини – точки на діаграмі стану, що відповідає рівноважному існуванню трьох фаз речовини (табл. 8.1). Так, потрійна точка води дорівнює $273,16\text{ К}$, а температура кипіння води $373,16\text{ К}$ (рис. 8.2).

8.1 – Фіксовані точки МТШ та вторинні опорні точки

Стан рівноваги	Температура, К	Температура, $^{\circ}\text{C}$
Фіксовані точки МТШ		
Потрійна точка аргону	83,798	-189,352
Потрійна точка води	273,16	+0,01
Кипіння води за нормального тиску	373,15	100
Плавлення олова за нормального тиску	505,078	+231,958
Вторинні опорні точки		
Температура сублімації двоокису вуглецю за нормального тиску	194,674	-78,476
Плавлення ртуті за нормального тиску	234,288	-38,862
Плавлення льоду за нормального тиску	273,15	0,0
Потрійна точка дефенілового ефіру	300,02	26,87

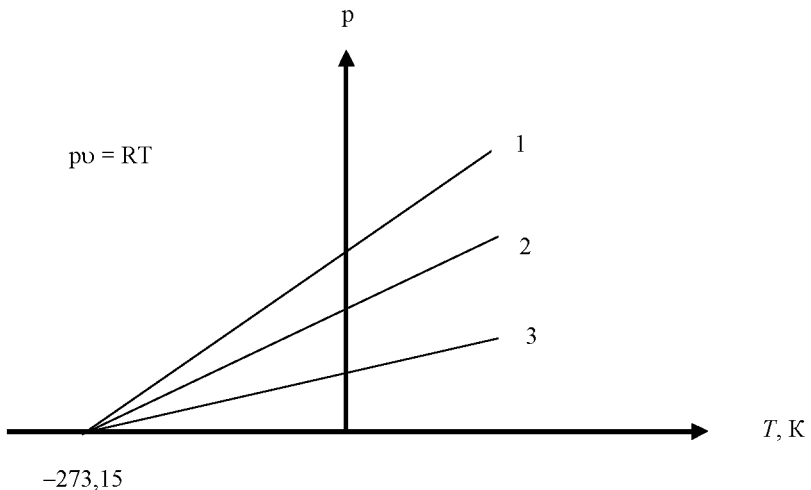


Рис. 8.2. Залежність тиску від температури для різних (1, 2, 3) газів.
Тиск дорівнює нулю за температури $-273,15^{\circ}\text{C}$

8.1.3. Одиниці температури

Зв'язок одиниць температури, що вимірюється за різними шкалами, має вигляд:

$$(8.1) \quad \left. \begin{aligned} {}^{\circ}\text{C} &= \text{K} - 273,15; \\ \text{K} &= {}^{\circ}\text{C} + 273,15; \\ {}^{\circ}\text{C} &= 5/9({}^{\circ}\text{F} - 32); \\ {}^{\circ}\text{F} &= 9/5{}^{\circ}\text{C} + 32. \end{aligned} \right\}$$

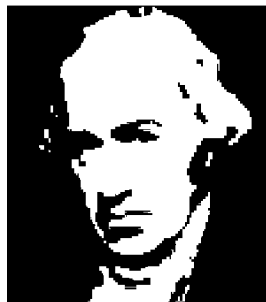


Андерс ЦЕЛЬСІЙ (1701–1744)

Шведський астроном та фізик. Запропонував (1742 р.) температурну шкалу (Цельсія).

Габріел ФАРЕНГЕЙТ (1686–1736)

Німецький фізик та інженер. Працював в Англії та Голландії. Розробив спиртовий (1709) та ртутний (1714) термометри. Запропонував температурну шкалу, названу у подальшому його ім'ям.





**Уільям ТОМСОН (Лорд КЕЛЬВІН)
(1824–1907)**

Англійський фізик та інженер, відомий своїми роботами в галузі теорії електричних та магнітних явищ, термодинаміки. Розробив шкалу Кельвіна та ввів поняття абсолютної температури. Дав одне з формулювань другого закону термодинаміки. Відкрив ряд ефектів (у тому числі ефект Джоуля–Томсона).

8.1.4. Температура атмосфери

Тепловим режимом атмосфери називають характер розподілу та зміни температури в атмосфері. Перенесення тепла між поверхнею Землі і атмосферою відбувається за рахунок таких шляхів тепловіддачі: *теплова конвекція, турбулентність, молекулярна теплопровідність та тепловипромінювання*. Найважливішими є турбулентність і теплова конвекція. Суттєво впливає на розподіл температури приземного шару повітря рослинний покрив.

За характером зміни температури з висотою атмосфера ділиться на *тропосферу* (220 К), *стратосферу* (260 К), *мезосферу* (180 К), *термосферу* та *екзосферу* (2000 К). Розподіл температури атмосфери з висотою наведено на рис. 8.3.

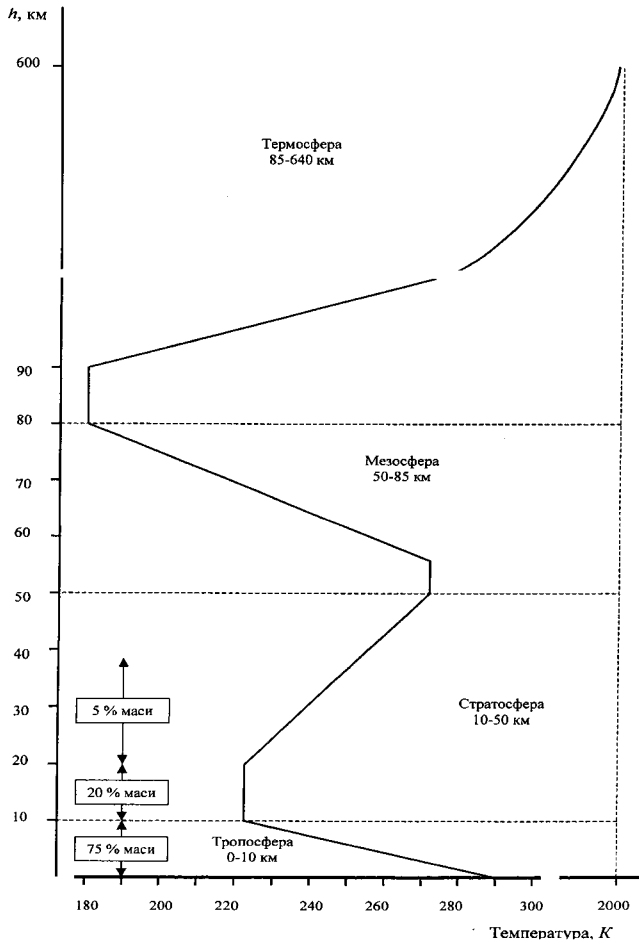


Рис. 8.3. Розподіл температури атмосфери

Сонце можна порівняти з абсолютно чорним тілом, температура якого дорівнює 6000 К. Спектральна область сонячного випромінювання становить 200–5000 нм; максимум випромінювання приходить на 500 нм.

Земна поверхня діє як абсолютно чорне тіло з температурою 288 К. Спектральна область випромінювання становить 4–50 мкм з максимумом 10 мкм (рис. 8.4).

Термін *тропосфера* походить від грецького слова *tropos*, що означає “змішувати”. У цьому шарі висотою близько 10 км відбувається вертикальне перемішування повітря завдяки нагріванню земної поверхні короткохвильовим сонячним випромінюванням. Молекули двоокису вуглецю CO_2 , метану CH_4 , закису азоту N_2O та інших поглинають довгохвильове випромінювання земної поверхні та нагріваються. У тропосфері температура спадає з висотою через переміщення повітря в горизонтальному напрямку.

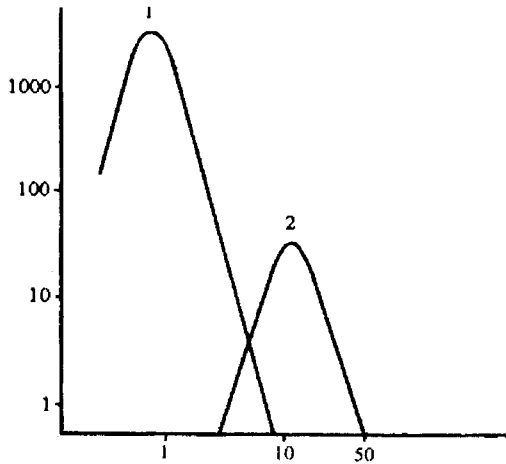


Рис. 8.4. Спектри випромінювання:
1 – Сонця; 2 – земної поверхні

Стратосфера займає область 10–50 км. Ультрафіолетова компонента сонячного випромінювання здатна розщепити молекулу кисню O_2 на синглетний кисень O , що взаємодіє з O_2 та утворює O_3 . Температура стратосфери збільшується з висотою. У температурному режимі стратосфери відіграє роль озон O_3 , який поглинає короткохвильове сонячне випромінювання, що викликає нагрівання стратосфери. Озоновий шар займає область висот 10–50 км з максимумом на висоті 20–25 км. Температура стратосфери залежить від густини озону – де вона більше, температура вище.

У *мезосфері* (від грецького *mesos* – середній), що займає область висот 50–85 км, температура зменшується з висотою, оскільки тут відбувається значне перемішування повітря завдяки вітру, швидкість якого досягає 150 м/с.

У *термосфері* (від грецького *thermos* – теплота), в області 85–640 км та *екзосфері* (від грецького *exo* – зовні), в області 500–1000 км температура зростає з висотою за рахунок високої кінетичної енергії молекул газів, що обумовлено поглинанням високоенергетичного сонячного випромінювання залишками кисню. Температура частинок термосфери може досягати $2000^{\circ}C$, хоча там існує велика розрідженість повітря. Ультрафіолетове сонячне випромінювання викликає іонізацію молекул (іоносфера). Висока енергія частинок дає можливість

покидатн атмосферу.

8.1.5. Теплове розширення тіл

Теплове розширення – це зміна розмірів тіла у процесі його нагрівання. У твердих тіл та рідин теплове розширення пов'язано з несиметричністю (ангармонізмом) теплових коливань атомів, завдяки чому міжатомні відстані збільшуються із підвищенням температури. Внаслідок цього тверде тіло набуває теплового розширення, яке супроводжується відповідним збільшенням будь-яких розмірів (довжини, ширини, товщини). Слід зауважити, що це зростання залежить *лінійно* від температури.

Нехай тіло має довжину l за деякої температури. З підвищенням температури на величину ΔT довжина тіла збільшується на Δl . Зв'язок між всіма цими параметрами описується рівнянням:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T, \quad (8.2)$$

де α – коефіцієнт лінійного розширення.

Однією вимірювання коефіцієнта лінійного розширення – K^{-1} .

Оскільки лінійні розміри тіла змінюються з температурою, відбувається відповідна зміна й об'єму тіла, яка описується рівнянням:

$$\Delta V = \beta V \Delta T = 3\alpha V \Delta T, \quad (8.3)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення.

Типові значення коефіцієнтів α і β наведено в табл. 8.2.

8.2 – Типові значення коефіцієнтів α і β .

Матеріал	α, K^{-1}	Матеріал	β, K^{-1}
Свинець	$29 \cdot 10^{-6}$	Повітря при $0^{\circ}C$	$36,7 \cdot 10^{-4}$
Сталь	$11 \cdot 10^{-6}$	Гліцерин	$4,85 \cdot 10^{-4}$
Скло звичайне	$9 \cdot 10^{-6}$	Бензин	$1,24 \cdot 10^{-4}$
Інвар (сплав $Ni-Fe$)	$0,9 \cdot 10^{-6}$	Етиловий спирт	$1,12 \cdot 10^{-4}$

Рідини теж збільшують свій об'єм із зростанням температури; для ізотропних твердих тіл (для яких коефіцієнт лінійного розширення однаковий по всіх напрямках) коефіцієнт об'ємного розширення приблизно втричі більший від коефіцієнта лінійного розширення ($\beta \sim 3\alpha$). Особливе місце серед рідин займає вода, густина якої залежить від температури, причому ця залежність характеризується максимумом за температури близько $4^{\circ}C$.

Приклад

Ртутний термометр має капіляр діаметром 0,004 см та колбу діаметром 0,25 см. Знайти зміну висоти стовпчика ртуті в капілярі, якщо температура змінилася на 30 °С. Тепловим розширенням скла знехтувати.

Розв'язок

Об'єм колби знайдемо з виразу:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \left(\frac{0,25}{2}\right)^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3.$$

Підставимо числові значення у рівняння (8.3):

$$\Delta V = \beta V \Delta T = 1,82 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 30 = 436,8 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3.$$

Об'єм капіляра дорівнює:

$$V_{\text{кап}} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot h.$$

Звідки знайдемо зміну висоти стовпчика ртуті:

$$h = \frac{V_{\text{кап}} \cdot 4}{\pi D^2} = \frac{\Delta V \cdot 4}{\pi D^2} = \frac{436,8 \cdot 10^{-7} \cdot 4}{3,14 \cdot 0,004^2} = 3,4 \text{ см}.$$

Контрольне завдання

Стальна залізнична рейка мала довжину 30 м за температури 0 °С. Чому дорівнює довжина рейки у жаркий день, якщо температура становить 40 °С?

Відповідь: 30,013 м.

8.2. ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ

Рідинний термометр – прилад для вимірювання температури, заснований на тепловому розширенні рідини. Явище теплового розширення рідини описується рівнянням:

$$\Delta V = \beta V \Delta T, \quad (8.4)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення рідини, ΔV – зміна об'єму, ΔT – зміна температури.

Рідина в термометрі підіймається завдяки тому, що коефіцієнти об'ємного розширення β рідини та скла значно відрізняються: $1,81 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ – ртуті; $10,6 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ – спирту; $9,16 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ – толуєна; $0,25 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ – скла.

Рідинний термометр складається з тонкостінного скляного резервуара, поєданого зі скляним капіляром; для вимірювання температури термометр обладнаний шкалою. Частина простору в капілярі, що не зайнята рідиною, заповнена сухим інертним газом, щоб запобігти розриву рідини. В капілярі може бути також внутрішнє розширення (скорочувальна камера), яке дає можливість скоротити довжину капіляра; ще одне розширення капіляра (розширювальна камера) наприкінці захищає термометр від перегрівання. Зовнішній вигляд рідинного термометра наведено на рис. 8.5.

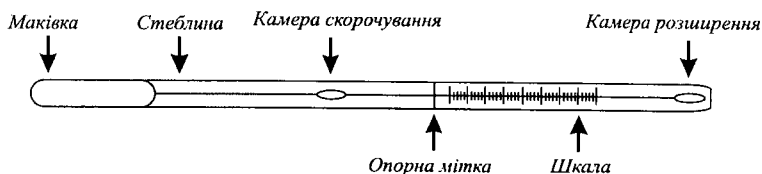


Рис. 8.5. Зовнішній вигляд рідинного термометра

Як робочу рідину термометра вибирають такі речовини:

- *Ртуть* – діапазон температур, в межах яких ртуть ще рідка: від температури замерзання $-38,83$ до $+356,7$ $^{\circ}\text{C}$. Саме через це ртутні термометри використовують для вимірювання високих температур. Ртуть використовують найчастіше ще й тому, що вона існує в чистій формі, не руйнується з часом і не взаємодіє зі склом. Ртуть, на відміну від води, не розширюється під час затвердіння та не псує скляний капіляр; дуже важко помітити, коли вона замерзає.

- *Ртуть+талій* – цей сплав дозволяє збільшити нижню границю вимірювання температури до $-61,1$ $^{\circ}\text{C}$.

- *Спирт* – етиловий має температуру замерзання -114 $^{\circ}\text{C}$, а метиловий – $-97,7$ $^{\circ}\text{C}$; отже термометри зі спиртом доцільно застосовувати для вимірювання низьких температур.

- *Галій*, який має температуру плавлення 30 $^{\circ}\text{C}$, а температуру кипіння $+2204$ $^{\circ}\text{C}$, може бути використаний у термометрах, призначених для вимірювання високих температур. Сплав галію, індію та олова (*галістан*) має температуру замерзання -20 $^{\circ}\text{C}$; його використовують під час виготовлення побутових градусників.

- *Толуен* – має температуру плавлення $-95,1$ $^{\circ}\text{C}$, а температуру кипіння $110,5$ $^{\circ}\text{C}$. Але галій та толуен не такі стійкі як ртуть і можуть повільно розкладатися на сонці.

Термометри опору – прилади, принцип яких оснований на властивості матеріалів змінювати електричний опір під впливом температури. Провідники в таких вимірюваннях називаються *терморезисторами*, а напівпровідники – *термісторами*.

Для провідників залежність опору від температури має вигляд:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T), \quad (8.5)$$

де R – опір провідника за температури T ; R_0 – опір за температури T_0 ; α – температурний коефіцієнт опору провідника; $\Delta T = T - T_0$ (де $T_0 = 273,15$ $\text{K} = 0$ $^{\circ}\text{C}$).

Для терморезисторів використовують такі метали: платину, мідь, нікель. Платина характеризується стабільністю параметрів в умовах корозії, дії хімічних сполук. Вона не окиснюється, піддається механі-

чній обробці, має високу температуру плавлення і відзначається високим рівнем чистоти. Всі ці фактори впливають на стабільність залежності опору платинового провідника від температури. Перевагою мідних терморезисторів є широкі зміни опору у процесі зміни температури та практично лінійний відгук на температуру. Нікель має нелінійний характер залежності опору від температури. Нікель і мідь характеризуються меншою вартістю порівняно з платиною.

Для напівпровідників опір зменшується з підвищенням температури за формулою:

$$R = ae^{b/T}, \quad (8.6)$$

де a і b – сталі, що залежать від напівпровідника; T – температура.

Типовими напівпровідниками, які використовуються як термістори, є кремній та германій. Розміри термісторів можуть досягати 0,2 мм. Термістори більш чутливі до зміни температури порівняно з терморезисторами: вони здатні реагувати на зміни температури близько 10^{-3} °С. Інтервал температур, які вимірюють термістори, становить від -50 до $+100$ °С.

Термоелектричні термометри використовують термоелектричні явища, які проявляються у взаємозв'язку теплових та електричних процесів у твердих тілах. Одним з таких термоелектричних явищ є *ефект Зеєбека* – виникнення електрорушійної сили (е.р.с.) в електричному колі, що складається з послідовно з'єднаних різнорідних провідників, контакти яких мають різну температуру (рис. 8.6). Детально це явище буде розглянуто у розділі 9.2.5.



Рис. 8.6. Замкнутий ланцюг, що складається з двох різнорідних провідників, контакти яких мають різні температури

Біметалевий термометр заснований на тепловому розширенні твердих тіл, зокрема, на деформації біметалевої пластини (наприклад, інвар і сталь) під впливом температури. Оскільки метали мають різні значення коефіцієнтів об'ємного розширення, пластинка у процесі зміни температури буде деформуватися (рис. 8.7). Перемі-

щення вільного кінця ΔX під час зміни температури Δt описується формулою:

$$\Delta X = K \Delta t, \quad (8.7)$$

де K – коефіцієнт пропорційності, який залежить від розмірів пластини та коефіцієнтів об'ємного розширення металів.

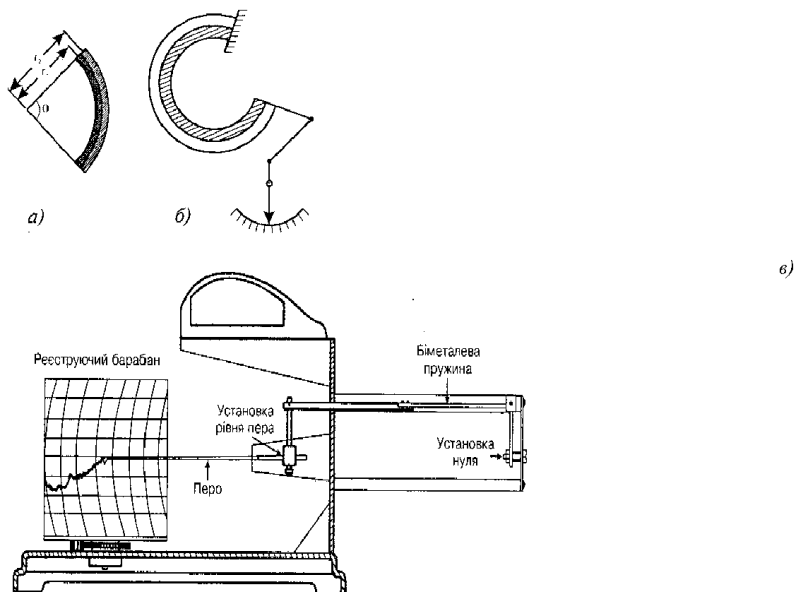


Рис. 8.7. Біметалевий термометр, оснований на тепловому розширенні твердих тіл, зокрема на деформації біметалевої пластини під впливом температури: *a* – біметалева пластинка; *б* – деформаційний термометр; *в* – біметалевий термограф

Видно що залежність переміщення кінця біметалевої пластини від температури лінійна, а шкала приладу – рівномірна.

Оптична пірометрія ґрунтується на використанні залежності випромінювальної здатності розжареного тіла від температури. Отже, визначити температуру будь-якого тіла можна порівнянням інтенсивності його випромінювання на певній довжині хвилі з інтенсивністю стандартного випромінювання.

Оптичний пірометр складається з джерела випромінювання і оптичної системи, до якої входить мікроскоп, калібрована лампа та фільтр з вузькою смугою пропускання (рис. 8.8).

Процедура вимірювання температури передбачає порівняння яскравості тіла, що досліджується, та каліброваної лампи. Вимірювання проводять на довжні хвилі 655 нм. Регулюванням струму, що проходить через нитку розжарювання лампи, зрівноважують яскравості тіла і лампи. Внаслідок цього зображення нитки зникає на фоні яскравості тіла. Ручка потенціометра, що регулює величину струму, прокалібрована в одиницях температур.

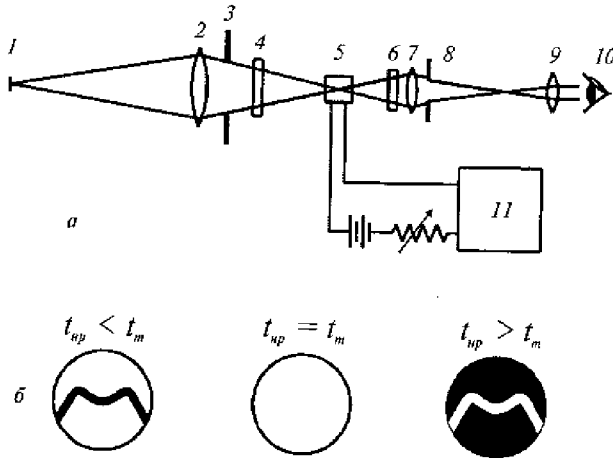


Рис. 8.8. Схема оптичного пірометра: а) 1 – джерело світла; 2 – лінза; 3 – діафрагма; 4 – фільтр; 5 – лампа пірометра; 6 – червоний фільтр; 7 – лінза; 8 – діафрагма; 9 – окуляр; 10 – око спостерігача; 11 – амперметр; б) зображення нитки електролампи пірометра та тіла, що досліджується, залежно від співвідношення температури t_{np} нитки і температури t_m тіла

Радіотермометри використовуються для вимірювання температури природних поверхонь. Відомо, що енергетична яскравість природної поверхні визначається за виразом:

$$L_e = \frac{\varepsilon \sigma T_s^4}{\pi}, \quad (8.8)$$

де ε – випромінювальна здатність поверхні ($0 < \varepsilon < 1$); σ – стала Стефана-Больцмана ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$); T_s – температура поверхні.

Отже, вимірювання енергетичної яскравості природної поверхні дає можливість оцінити її температуру. На практиці вимірюють енергетичну яскравість у смузі довжин хвиль, звичайно в області 8–13 мкм, де спостерігається вікно прозорості атмосфери і випромінювальна здатність тіл максимальна. Через це температура атмосфери не впли-

ває на результати вимірювань температури поверхні, а випромінювання Сонця цілком поглинається атмосферою і також не заважає вимірюванням. Звичайно радіометри складаються з оптичної системи (лінзи, дзеркала, фільтри), яка фокусує потік випромінювання певної довжини хвилі на детектор – термістор або термобатарею. Цей потік підвищує температуру детектора, вихідний електричний сигнал, з виходу якого проградуїований в одиницях температури. Застосування інфрачервоної відеокамери, яка здатна реєструвати спектральний розподіл температури, дає можливість утворювати теплові зображення об'єкта, що досліджується.

Пірометри використовують для вимірювання температури більшої ніж 600°C .

Кварцовий п'єзоелектричний термометр являє собою цифровий прилад, в основі якого лежить вимірювання резонансної частоти п'єзокристалу. Кожний кристал має свою власну резонансну частоту, яка залежить від температури. Прилади такого типу характеризуються високою чутливістю та роздільною здатністю (10^{-4}°C). Діапазон температур, що вимірюються, становить від -40 до $+230^{\circ}\text{C}$. До недоліків можна віднести складність електронної системи цих приладів та більшу порівняно зі звичайними термометрами вартість.



П.Л. КАПІЦА (1894–1984)

Російський фізик, який відзначився своїми працями з фізики магнітних явищ, фізики та техніки низьких температур, квантової фізики конденсованого стану, електроніки та фізики плазми. У 1937 р. відкрив надплинність рідкого гелію. Лауреат Нобелівської премії з фізики 1979 року.

▼ Для допитливих

Чутливість гримучої змії до швидких змін температур становить $0,002^{\circ}\text{C}$.

Є відомості, що представники прокаріотів зберігають життєдіяльність за температури до 155°C .

Серед комах та рептилій верхня температурна границя становить 50°C .

Полярні тварини та птахи здатні витримувати низькі температури до -60°C .

8.3. ТЕРМОДИНАМІКА РІВНОВАЖНИХ СТАНІВ

8.3.1. Параметри термодинамічної системи

Термодинамічна система – сукупність макроскопічних тіл, які можуть взаємодіяти між собою та з іншими тілами (зовнішнім середовищем) шляхом обміну з ними енергією та речовиною.

Існує три типи термодинамічних систем: 1) *ізольована система*, яка не обмінюється із зовнішнім середовищем ні енергією, ні речовиною; 2) *замкнута система*, яка обмінюється із зовнішнім середовищем енергією, але в ній відсутній обмін речовиною; 3) *відкрита система*, в якій відбувається обмін із зовнішнім середовищем енергією та речовиною.

Будь-яка термодинамічна система характеризується *термодинамічними параметрами* – тиск p , об'єм V , температура T , маса m , молярна концентрація n . Сукупність цих параметрів визначає *термодинамічний стан* системи. Зміна хоча б одного з параметрів призводить до змін термодинамічного стану системи. Якщо параметри термодинамічної системи мають цілком певні значення і не змінюються з часом за незмінних зовнішніх умов, то така система перебуває у *рівноважному стані*. Такий стан характеризується відсутністю в системі потоків (наприклад, потоків енергії чи речовини). Перехід системи з одного стану в інший, що супроводжується зміною термодинамічних параметрів, називається *термодинамічним процесом*.

8.3.2. Внутрішня енергія системи

Внутрішня енергія U включає енергію хаотичного (теплого) руху всіх мікрочастинок системи (молекул, атомів, іонів) та енергію взаємодії цих частинок. Внутрішня енергія характеризує стан термодинамічної системи, тобто є *функцією стану системи*.

8.3.3. Теплоємність та питома теплоємність

Якщо тіло має температуру, відмінну від температури навколишнього середовища, воно або віддає, або набуває теплової енергії, достатньої для досягнення теплової рівноваги або стаціонарного стану.

Теплоємність тіла C – величина, що чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно надавати даному тілу для нагрівання на 1 К:

$$C = Q/\Delta T, \quad (8.9)$$

де Q – кількість теплоти, передана тілу для нагрівання на ΔT градусів.

Одиниця вимірювання теплоємності – $\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1}$.

Питома теплоємність речовини c – величина, що чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно надати даній речовині масою 1 кг для нагрівання на 1 К:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}. \quad (8.10)$$

Одиниця вимірювання питомої теплоємності – Дж · кг⁻¹ · К⁻¹.

Зв'язок теплоємності тіла C з питомою теплоємністю речовини c виражається формулою:

$$C = c \cdot m. \quad (8.11)$$

Кількість теплоти, необхідна для зміни температури тіла масою m на величину ΔT , визначається як:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T, \quad (8.12)$$

де c – питома теплоємність.

Значення питомої теплоємності води та деяких біологічних тканин наведено в табл. 8.3.

8.3 – Питома теплоємність води та біологічних тканин

Речовина або тканина	Питома теплоємність, Дж · кг ⁻¹ · К ⁻¹
Вода	4186
Деревина	1700

8.3.4. Робота та енергія

Обмін енергією між закритою термодинамічною системою і зовнішніми тілами може здійснюватися двома різними способами: шляхом виконання роботи та завдяки теплообміну.

Енергія, що передається термодинамічній системі зовнішніми тілами, називається *роботою*, яка виконується над системою. Енергія, яка передається системі зовнішніми тілами через теплообмін, називається *теплотою*, що отримується системою від зовнішнього середовища.

Одиниця вимірювання теплоти – Дж.

Розглянемо циліндр, заповнений газом і обладнаний поршнем. У стані рівноваги газ утворює тиск p на поршень; під час руху на відстань dx виконується робота:

$$dA = Fdx = pSdx = p dV, \quad (8.13)$$

де S – площа поршня; F – сила, з якою газ діє на поршень.

Загальна робота, що виконується поршнем під час зміни об'єму від V_1 до V_2 , дорівнює:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV . \quad (8.14)$$

Робота, яку виконує газ під час розширення від початкового до кінцевого стану, дорівнює площі під кривою в системі координат p, V (рис. 8.9). Причому, робота, що виконується системою, залежить від процесу, в якому бере участь система від початкового до кінцевого стану (рис. 8.10). Те ж саме можна сказати й про теплоту.

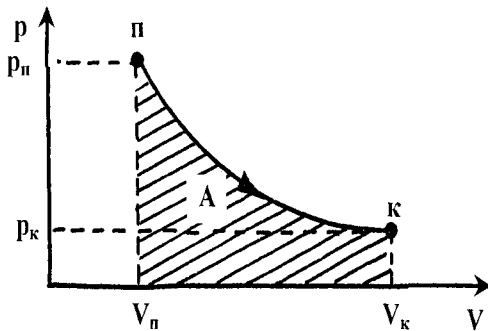


Рис. 8.9. Робота, яку виконує газ під час розширення

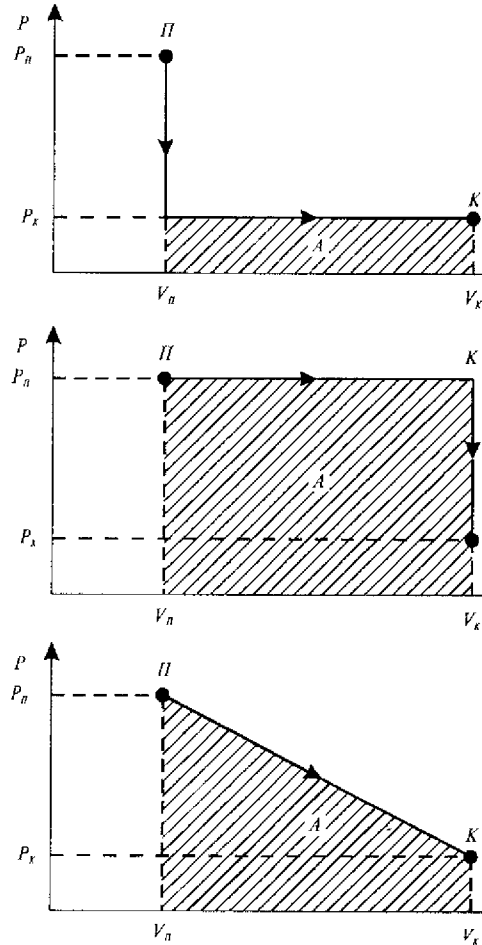


Рис. 8.10. Залежність роботи, яку виконує газ під час розширення, від процесу, в якому бере участь система

8.3.5. Перший закон термодинаміки

Перший закон термодинаміки являє собою узагальнення закону збереження енергії і враховує можливі зміни внутрішньої енергії.

Розглянемо термодинамічну систему, яка знаходиться в процесі переходу від початкового стану до кінцевого, під час якого теплота Q поглинається (або виділяється) і робота A виконується системою (або над системою). Прикладом такої термодинамічної системи може бути газ, який переходить з початкового стану p_n, V_n до кінцевого стану p_k, V_k . Доведено, що відповідно до закону збереження енергії під час будь-якого переходу системи з першого стану у другий зміна внутрішньої енергії $\Delta U = U_k - U_n$ буде незмінною та дорівнювати різниці між кількістю теплоти Q , що одержується системою, та роботою A , яка здійснюється системою проти зовнішніх сил. Отже, величина $Q - A$ визначається повністю початковим і кінцевим станами; називається ця величина *змінною внутрішньої енергії системи* ΔU :

$$\Delta U = U_k - U_n = Q - A. \quad (8.15)$$

Тут $A > 0$, якщо робота виконується системою проти зовнішніх сил і $A < 0$, якщо робота виконується над системою.

Перехід системи з одного стану в інший супроводжується зміною ΔU внутрішньої енергії. Зміну ΔU внутрішньої енергії можна оцінювати шляхом вимірювання теплоти Q , яка поглинається або виділяється системою, та виконаною роботою A . На основі останнього рівняння можна сформулювати *перший закон термодинаміки – теплота, що надається системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії системи та на виконання системою роботи проти зовнішніх сил*:

$$\Delta U = Q - A. \quad (8.16)$$

Якщо система набуває нескінченно малих змін стану, перший закон термодинаміки записується так:

$$dU = dQ - dA. \quad (8.17)$$

(У літературі можна зустріти таку форму запису першого закону термодинаміки, як $dU = \delta Q - \delta A$, де символи δ означають, що теплота Q і робота A не є функціями стану і, отже, не можуть бути повними диференціалами).

Розглянемо кілька спеціальних випадків.

1. *Ізольована система* не взаємодіє з навколишнім середовищем; тепловий потік відсутній ($dQ = 0$), робота дорівнює нулю ($dA = 0$); отже $\Delta U = 0$, тобто внутрішня енергія ізольованої системи залиша-

ється сталою ($U = \text{const}$).

2. Циклічний процес, який починається з одного стану і закінчується тим же станом, характеризується зміною внутрішньої енергії $\Delta U = 0$, отже $Q = A$. Отже, неможливо створити механізм, який би виконував роботу, що перевищує одержану ним енергію.

3. Відкрита система характеризується потоком речовини $dU_{\text{реч}}$, тобто $dU = dQ + dA + dU_{\text{реч}}$.

Приклад

Один грам води займає об'єм 1 см^3 за атмосферного тиску. Під час кипіння цієї кількості води з неї вийшло 1671 см^3 пари. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії в цьому процесі?

Розв'язок

Оскільки питома теплота випаровування води дорівнює $22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ під час атмосферного тиску, теплота, необхідна для перетворення у пару 1 г води, визначається так:

$$Q = mL_{\text{ам}} = (1 \cdot 10^{-3} \text{ кг})(22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}) = 2260 \text{ Дж}.$$

Робота, що виконується системою, дорівнює:

$$A = p(V_n - V_0) = (1,013 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2})(1671 - 1) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 169 \text{ Дж}.$$

Звідси зміна внутрішньої енергії становить:

$$\Delta U = Q - A = 2260 \text{ Дж} - 169 \text{ Дж} = 2091 \text{ Дж}.$$

8.3.6. Застосування першого закону термодинаміки до певних термодинамічних процесів

Рівняння Майєра. Рівняння першого закону термодинаміки для одного моля газу можна записати у вигляді:

$$dU = dQ - pdV = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV. \quad (8.18)$$

Звідси:

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV. \quad (8.19)$$

Визначимо теплоємність одного моля речовини як *молярну теплоємність*. За сталого об'єму молярна теплоємність визначається за виразом:

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V. \quad (8.20)$$

За сталого тиску молярна теплоємність визначиться так:

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (8.21)$$

Віднявши від рівняння (8.21) рівняння (8.20), отримаємо:

$$C_p - C_p = \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (8.22)$$

Оскільки внутрішня енергія ідеального газу залежить лише від температури, але не від об'єму, $(\partial U / \partial V)_T = 0$. Для одного моля ідеального газу рівняння стану можна записати у вигляді:

$$p(\partial V / \partial T)_p = R. \quad (8.23)$$

З урахуванням цього можна одержати *рівняння Майєра*:

$$C_p - C_V = R. \quad (8.24)$$

Адіабатний процес. Оскільки адіабатний процес проходить без теплообміну з навколишнім середовищем, можна, використовуючи рівняння $dU = dQ - pdV$, одержати вираз:

$$dQ = dU + pdV = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + pdV = 0. \quad (8.25)$$

Враховуючи, що внутрішня енергія ідеального газу залежить лише від температури, можна останнє рівняння привести до вигляду:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + pdV = 0, \quad (8.26)$$

або, використовуючи рівняння (8.20), одержати співвідношення:

$$C_V dT + pdV = C_V dT + (1/V)RTdV = 0. \quad (8.27)$$

Оскільки $R = C_p - C_V$, останнє рівняння можна переписати у вигляді:

$$dT/T + [(C_p - C_V)/C_V V] dV = 0. \quad (8.28)$$

Інтегрування останнього виразу призводить до *рівняння Пуассона*:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (8.29)$$

де $\gamma = C_p/C_V$.

Враховуючи рівняння стану ідеального газу, можна одержати вирази:

$$pV^\gamma = \text{const}; \quad (8.30)$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}. \quad (8.31)$$

8.3.7. Ентальпія. Закон Гесса

У разі дослідження процесів, які відбуваються за сталого тиску ($p = \text{const}$), доцільно замість внутрішньої енергії U використовувати іншу функцію стану, яка буде добре описувати термодинамічну систему. Використовуючи вираз для роботи під час зміни об'єму за ізобарного процесу ($A = p\Delta V$), можна записати рівняння для першого закону термодинаміки так:

$$Q = \Delta U + A = \Delta U + p\Delta V = \Delta(U + pV) = \Delta H. \quad (8.32)$$

Тут функція $H = U + pV$ називається *ентальпією*. Як і внутрішня енергія, ентальпія є також функцією стану термодинамічної системи.

У диференціальній формі останній вираз має вигляд (при $p = \text{const}$):

$$dU + p\Delta V = d(U + pV) = dH. \quad (8.33)$$

Зміна ентальпії ΔH дорівнює кількості теплоти, яку надають системі або відводять від неї за постійного тиску, саме тому значення ΔH характеризують теплові ефекти фазових переходів під час випаровування, плавлення, згоряння, утворення сполук з простих речовин.

Зміна ентальпії системи дорівнює різниці між ентальпіями кінцевого та початкового станів: $\Delta H = H_{\kappa} - H_n$. Розглянемо, наприклад, хімічну реакцію як термодинамічний процес. Зміна ентальпії у цьому випадку дорівнює різниці ентальпій продуктів реакції та реагентів. Якщо під час реакції тепло поглинається з навколишнього середовища, то $\Delta H > 0$, і навпаки.

Закон Гесса – тепловий ефект Q хімічної реакції не залежить від шляху реакції від вихідних речовин до продуктів реакції, а визначається лише різницею ентальпій кінцевих і початкових речовин:

$$Q = \Delta H = \sum H_{\kappa} - \sum H_n. \quad (8.34)$$

Тут $\sum H_{\kappa}$ і $\sum H_n$ – сума ентальпій продуктів реакції та вихідних речовин відповідно.

Серед факторів, що впливають на зміну ентальпії, слід відмітити тем-пературу, тиск, стан реагентів та продуктів. Для порівняння змін ентальпії під час різноманітних реакцій використовують так звані *стандартні умови*: тиск $p = 1$ атм; температура $T = 298$ К; концентрація $C = 1$ М (1 моль). Визначені за таких умов значення *стандартних ентальпій утворення* ΔH_f^0 можна знайти у таблицях термохімічних довідників. Як приклад наведемо значення ΔH_f^0 деяких речовин у табл. 8.4.

8.4 – Значення стандартних ентальпій утворення ΔH_f^0 деяких речовин

Формула	Стан	Речовина	ΔH_f^0 , кДж/моль
CH ₄	Газ	Метан	- 102
O ₂	Газ	Кисень	0
CO ₂	Газ	Двоокис вуглецю	- 393,5
H ₂ O	Рідина	Вода	- 285,8
C	Кристал	Графіт	0
C ₆ H ₁₂ O ₆	Кристал	α -D-глюкоза	-1274,4
H ₂	Газ	Водень	0
C ₃ H ₈	Газ	Пропан	- 104,7

Приклад

Визначити різницю ентальпій продуктів реакції окиснення 2-х моль глюкози за сталого тиску: $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2 - Q$.

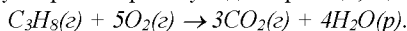
Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (8.34):

$$Q = \Delta H = 6(H_{CO_2} + H_{H_2O}) - (H_{C_6H_{12}O_6} + 6H_{O_2}) = 6(-393,5 - 285,8) - (-1274,4 + 6 \cdot 0) = -2801,4 \text{ кДж/моль.}$$

Контрольне завдання

Визначити теплоту згоряння пропану під час реакції, що проходить при 25⁰С:



Відповідь: - 2219 кДж.

8.3.8. Тепловий двигун

Тепловий двигун – це пристрій, який перетворює теплову енергію в інші форми енергії (наприклад, в механічну). Тепловий двигун складається з таких основних компонентів:

1) *робочого тіла* (пари, газу), яке, нагріваючись під час згоряння палива і розширюючись, здатне виконати роботу;

2) *нагрівника* – тіла або середовища з температурою вищою, ніж її має робоче тіло;

3) *холодильника* – тіла або середовища з температурою нижчою, ніж у робочого тіла.

Необхідною умовою роботи теплового двигуна є використання *колового процесу (циклу)*, тобто замкненого термодинамічного процесу, в результаті якого система повертається до початкового стану. Схему теплового двигуна показано на рис. 8.11.

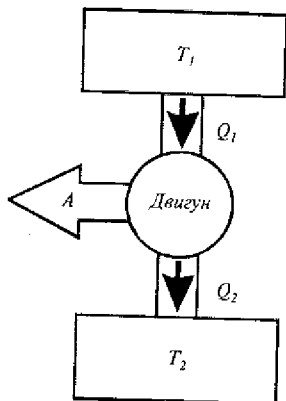


Рис. 8.11. Схема теплового двигуна

Ефективність роботи теплового двигуна характеризується його *коефіцієнтом корисної дії (ККД)*, який дорівнює відношенню кількості теплоти, перетвореної двигуном у механічну роботу A , до кількості теплоти Q_1 , одержаної від нагрівника:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (8.35)$$

де Q_2 – кількість теплоти, яку робоче тіло віддає холодильнику ($Q_2 > 0$).

На практиці, всі теплові двигуни перетворюють лише незначну частку поглинутої теплоти в механічну роботу. Так, ККД двигуна внутрішнього згорання становить близько 25%, дизельного двигуна – від 35 до 40%.

8.3.9. Цикл Карно

Оборотним називають процес переходу термодинамічної системи з одного стану в інший, який допускає можливість повернення системи до початкового стану через ту ж саму послідовність проміжних станів, що й у прямому процесі, але які проходять у зворотному порядку (рис. 8.12). Якщо після завершення оборотного процесу система повертається до початкового стану, в оточуючому середовищі не відбувається ніяких змін.

Необоротним називають процес, який може самовільно протікати лише в одному певному напрямку. Після здійснення прямого і зворотного процесів система повертається до початкового стану, а в навколишньому середовищі відбуваються зміни. До необоротних процесів можна віднести дифузію, теплопровідність, в'язку течію тощо, тобто процеси, за яких відбувається направлене просторове перенесення речовини, теплоти, імпульсу. Всі необоротні процеси є *нерівноважними*. Якщо в термодинамічній системі існують

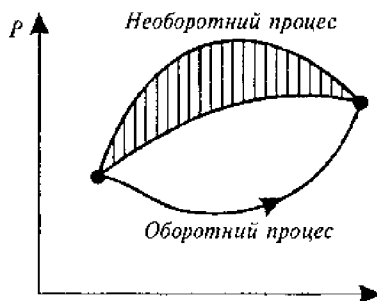


Рис. 8.12. Графіки зворотного і незворотного процесів

градієнти концентрації, температури або швидкостей, то нерівноважні процеси будуть сприяти встановленню рівноваги.

Всі реальні процеси в природі супроводжуються втратами енергії і є необоротними. Процес теплообміну внаслідок кінцевої різниці температур також є необоротним. Термодинамічні функції стану системи (такі як внутрішня енергія U , ентальпія H , ентропія S тощо) внаслідок колових процесів знову приймають первісні значення; отже їх зміни під час колових процесів дорівнюють нулю ($\Delta U = 0$, $\Delta H = 0$, $\Delta S = 0$ тощо).

Розглянемо ізотермічний процес (рис. 8.13, а). Робота A , яка виконується системою під час її розширення за постійної температури T_1 (процес AB), визначається площею фігури $ABCD$. Для повернення системи до вихідного стану (якщо, наприклад, стискувати її ізотермічно за тієї ж температури) необхідно затратити роботу $(-A)$, яка дорівнює роботі A у процесі розширення (процес BA). Робота $-A$, яка виконується системою під час стиснення системи за постійної температури T_1 , визначається тією ж самою площею фігури $ABCD$ (рис. 8.13, б). Сумарна робота під час прямого (AB) і зворотного (BA) термодинамічних процесів дорівнює нулю. Для того, щоб одержати корисну роботу, треба “зійти” з ізотерми AB . Це можна зробити за адіабатичним процесом BK шляхом переходу на іншу ізотерму T_2 (рис. 8.13, в). Робота, що виконується системою під час прямого процесу (ABK), який складається з ізотермічного й адіабатичного розширень системи, визначається площею фігури $ABKMNA$; робота, що виконується над системою під час зворотного процесу (KLA), визначається площею фігури $ALKMNA$ (рис. 8.13, г).

Коловим (або циклічним) називається процес, під час якого система після проходження деяких станів повертається до початкового стану. У розглянутому на рис. 8.13 прикладі коловий процес складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів; такий процес, в якому відбувається перетворення теплоти в роботу, називається *циклом Карно*

(рис. 8.13, д). Корисна робота, що одержується протягом циклу, графічно зображується площею фігури $ABKLA$ (рис. 8.13, д).

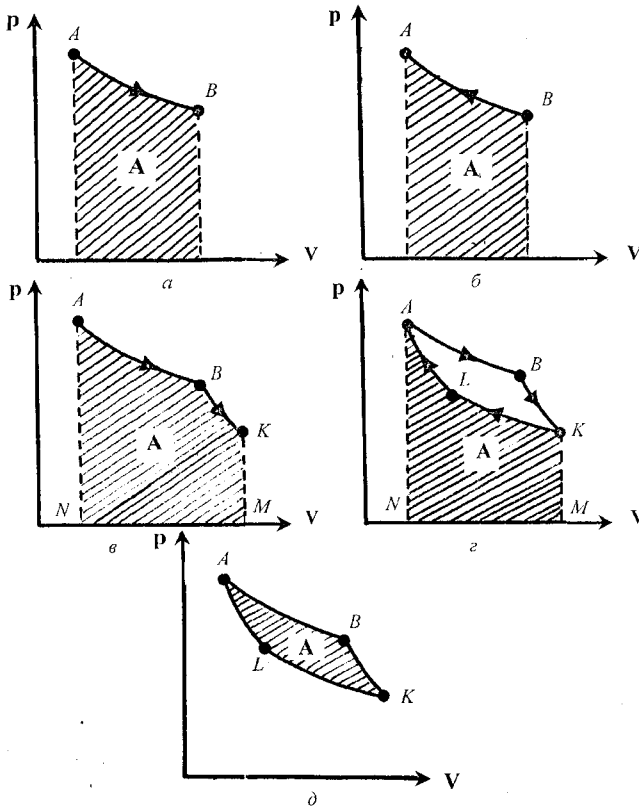


Рис. 8.13. **Ізотермічний процес:** *a* – робота A , яка виконується системою під час її розширення за постійної температури T_1 (процес AB), визначається площею фігурп $ABCD$; *б* – для повернення системи у вихідний стан (якщо, наприклад, стискувати її ізотермічно за тієї ж температури) необхідно затратити роботу ($-A$), яка дорівнює роботі A під час розширення (процес BA); *в* – адіабатичний процес BK шляхом переходу на іншу ізотерму T_2 ; робота, що виконується системою під час прямого процесу (ABK), який складається з ізотермічного і адіабатичного розширень системи, визначається площею фігури $ABKMNA$; робота, що виконується над системою під час зворотного процесу

(KLA), визначається площею фігурп $ALKMNA$ (*г*)

Під час колового процесу система може отримувати теплоту (Q_1) і віддавати її (Q_2); з урахуванням цього вводять поняття *коефіцієнта корисної дії* циклу Карно ідеального оборотного теплового двигуна:

$$\eta_K = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (8.36)$$

З іншого боку, коефіцієнт корисної дії можна визначити у термінах абсолютної температури, а саме температури T_1 нагрівника і температури T_2 холодильника:

$$\eta_k = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (8.37)$$

Для ідеального оборотного теплового двигуна, який поглинає теплоту Q_1 від нагрівника за абсолютної температури T_1 та віддає теплоту Q_2 холодильнику за абсолютної температури T_2 , можна записати таке рівняння:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \quad (8.38)$$

Для реального теплового двигуна, робота якого супроводжується неминучими втратами енергії, коефіцієнт корисної дії визначається так:

$$\eta'_k = 1 - Q_2/Q_1 < 1 - T_2/T_1. \quad (8.39)$$

Якщо оборотний цикл ідеального двигуна характеризується рівнянням (8.38), то необоротному циклу реального двигуна притаманна нерівність:

$$\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2}. \quad (8.40)$$

Саді КАРНО (1796–1832)

Французький фізик, який першим встановив кількісні співвідношення між роботою та теплотою. Розглянув термодинамічний цикл та довів теорему, названу у подальшому його ім'ям. Один з основоположників термодинаміки.



8.3.10. Другий закон термодинаміки

Перший закон термодинаміки виражає загальний закон збереження і перетворення енергії, але він не здатний визначити напрямок протікання процесів.

Нагадаємо, що всі реальні процеси мають переважні напрямки. Наприклад, тепловий потік прямує від нагрітого тіла до холодного, яке знаходиться з ним в контактi, але не навпаки. Поява другого закону термодинаміки обумовлена необхідністю відповідати на запитання, які процеси в природі можливі, а які – ні.

Другий закон термодинаміки має декілька формулювань:

1) Р. Клаузіус, 1850 р.: *неможливий круговий процес, єдиним результатом якого є передача теплоти від холодного тіла до гарячого;*

2) У.Томсон, 1851 р.: *неможливий процес, єдиним результатом якого є виконання роботи внаслідок охолодження теплового резервуара.*

На рис. 8.14, а–в наведено графічні ілюстрації теплових двигунів, можливість або неможливість дії яких диктується другим законом термодинаміки. Другому закону термодинаміки відповідає тепловий двигун, зображений на рис. 8.11. Неможливий тепловий двигун, який би перетворював теплоту, отриману від нагрівника, в еквівалентну їй роботу (рис. 8.14, а). Для передачі теплоти від холодильника нагрівнику потрібно виконати роботу над робочим тілом (рис. 8.14, б); така ситуація реалізується в холодильних установках. Неможливий і такий тепловий двигун, в якому б здійснювалася передача теплоти від холодильника нагрівнику без виконання роботи (рис. 8.14, в).

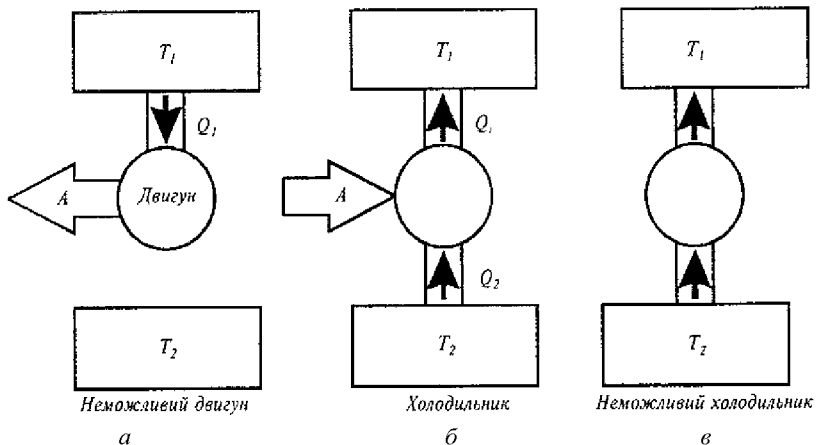


Рис. 8.14. Графічні ілюстрації теплових двигунів, можливість або неможливість дії яких диктується другим законом термодинаміки

Рудольф КЛАУЗИУС (1822–1888)

Німецький фізик, один із засновників термодинаміки та молекулярно-кінетичної теорії теплоти. Запропонував (разом з У. Томсоном) перше формулювання другого закону термодинаміки (1850 р.), ввів поняття ентропії (1865 р.), ідеального газу, довжини вільного пробігу молекул. Обгрунтував (1850 р.) рівняння Клапейрона–Клаузіуса. Сформулював гіпотезу “теплової смерті Всесвіту”.



8.3.11. Ентропія та її властивості

Кількісне формулювання другого закону термодинаміки має вигляд:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (8.41)$$

де Q_1 – кількість теплоти, яку нагрівник віддає робочому тілу; Q_2 – кількість теплоти, яку забирає холодильник; T_1 – температура нагрівника; T_2 – температура холодильника. Тут знак “=” відповідає оборотним, а знак “<” – необоротним процесам.

Розглянемо оборотний цикл Карно, для якого вираз (8.41) можна записати так:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (8.42)$$

або

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (8.43)$$

звідки:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (8.44)$$

Оскільки Q_2 віддається робочим тілом холодильнику, то $Q_2 < 0$, і останнє рівняння можна записати:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{(-Q_2)}{T_2} = 0, \quad (8.45)$$

або

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (8.46)$$

Відношення теплоти до абсолютної температури називається *приведеною теплотою*. Таким чином, сума приведених теплот під час оборотного циклу Карно дорівнює нулю.

Будь-який коловий процес можна уявити як велику кількість елементарних циклів Карно (рис. 8.15):

$$\sum_i \frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1i}} + \sum_i \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2i}} = 0. \quad (8.47)$$

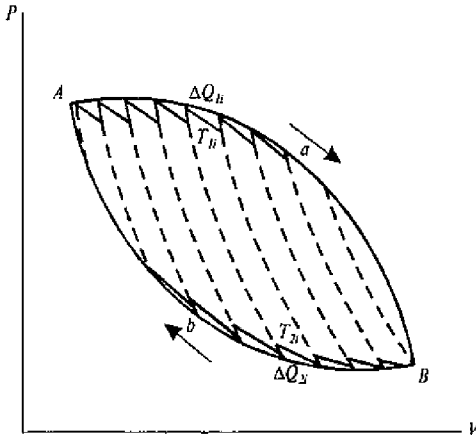


Рис. 8.15. Коловий процес як нескінченна кількість елементарних циклів Карно

явить від стану системи і не залежить від шляху, яким система прийшла до цього стану; вона визначається лише початковим та кінцевим станами оборотного процесу:

$$\frac{dQ}{T} = dS. \quad (8.50)$$

Функція S називається *ентропією*. Цей термін, який походить від грецького слова *τροπή* (перетворення), було вперше запроваджено Клаузіусом у 1865 р. Вимірюється ентропія у Дж/К.

Зміна ентропії визначається сумарним значенням поглинутих системою приведених теплот. За нескінченно малих змін стану системи зміна ентропії dS дорівнює (під час оборотних процесів) або перевищує (під час необоротних процесів) значення поглинутої системою елементарної приведеної теплоти (*нерівність Клаузіуса*).

Якщо перейти до нескінченної кількості елементарних циклів Карно, то суми в останній формулі перетворюються в інтеграли:

$$\int_{AaB} \frac{dQ}{T} + \int_{AbB} \frac{dQ}{T} = 0, \quad (8.48)$$

або

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (8.49)$$

Підінтегральний вираз $\frac{dQ}{T}$

являє собою повний диференціал функції S , яка зале-

Отже, для оборотних процесів справедливі такі вирази:

$$dS = \frac{dQ}{T}; \oint dS = \oint \frac{dQ}{T} = 0, \quad (8.51)$$

а для необоротних – такі:

$$dS > \frac{dQ}{T}; \oint dS = 0; \oint \frac{dQ}{T} < 0. \quad (8.52)$$

Під час самочинних процесів ізольована система переходить у стан термодинамічної рівноваги, якій характеризується максимальною ентропією.

Таким чином, основні тенденції зміни ентропії можна сформулювати так:

1. В ізольованій системі, в якій проходять оборотні процеси, ентропія зберігає сталі значення:

$$dS = 0; S = \text{const}. \quad (8.53)$$

2. В ізольованій системі, в якій проходять необоротні процеси, ентропія зростає:

$$dS > 0. \quad (8.54)$$

3. За термодинамічної рівноваги ентропія прямує до максимального значення:

$$S \rightarrow S_{\text{max}}. \quad (8.55)$$

Другий закон термодинаміки для необоротних процесів показує напрямок процесу: необоротні процеси завжди відбуваються у напрямку зростання ентропії. Отже, можна ввести ще одне визначення ентропії: це така функція стану системи, яка визначає напрямок протікання довільного процесу: в ізольованій системі ентропія зберігає сталі значення під час оборотних процесів, зростає під час необоротних процесів та досягає максимального значення у разі термодинамічної рівноваги.

Приклад

Знайти зміну ентропії у процесі плавлення 2 кг льоду, що має температуру 0°C .

Розв'язок

Зміна ентропії визначається виразом:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

де S_1 і S_2 – значення ентропії в початковому і кінцевому станах.

Плавлення льоду масою m за температури T супроводжується зміною ентропії:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m\lambda}{T},$$

де λ – питома теплота плавлення ($3,35 \cdot 10^5$ Дж·кг⁻¹).

Звідси:

$$\Delta S = \frac{2\text{кг} \cdot 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}}{273\text{К}} = 2454 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Приклад

Визначити зміну ентропії при нагріванні та плавленні 0,1 кг олова, якщо початкова температура олова становить 20 °С, питома теплоємність 230 Дж·кг⁻¹·Г⁻¹, питома теплота плавлення 60,2 кДж·кг⁻¹, а температура плавлення 231,9 °С.

Розв'язок

Зміна ентропії під час ізобарного нагрівання від температури T_1 до температури T_2 визначається за виразом:

$$\Delta S = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1},$$

де $dQ = cmdT$; c – питома теплоємність за сталого тиску.

Зміна ентропії під час плавлення маси m кристалічної речовини дорівнює:

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T_{пл}},$$

де $Q = m\lambda$ – теплота плавлення; λ – питома теплота плавлення; $T_{пл}$ – температура плавлення.

Отже, зміна ентропії під час нагрівання та плавлення олова визначається так:

$$\Delta S = cmln \frac{T_{пл}}{T_n} + \frac{m\lambda}{T_{пл}},$$

де T_n – початкова температура речовини.

Підставляємо числові дані в останнє рівняння:

$$\begin{aligned} \Delta S &= 230 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{Г}^{-1} \cdot 0,1 \text{ кг} \times \ln(505,05 / 293,15) + (0,1\text{кг} \times 60,2 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}) / (505,05 \\ &\quad \text{К}) = \\ &= 24,37 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}. \end{aligned}$$

Контрольне завдання

Визначити зміну ентропії під час плавлення 0,3 кг свинцю, якщо питома теплота плавлення 24,7 кДж·кг⁻¹, а температура плавлення 327,4 °С.

Відповідь: $\Delta S = 12,34$ Дж·кг⁻¹.

8.3.12. Ентропія та неупорядкованість

У природі відбувається багато подій та ситуацій, які характеризуються неупорядкованістю. Для характеристики можливості появи деякої події у конкретних умовах вводиться поняття ймовірності W , що визначає кількість способів, якими може бути реалізований даний стан макро-

скопічної системи або кількість мікростанів. Ентропія S системи і термодинамічна ймовірність пов'язані між собою формулою Больцмана:

$$S = k \ln W, \quad (8.57)$$

де k – стала Больцмана.

Отже ентропію можна розглядати як міру ймовірності стану термодинамічної системи, а саме: *ентропія є мірою неупорядкованості системи*. Чим більша кількість мікростанів, що реалізують данній макростан, тим більша ентропія. В ізольованій системі, в якій проходять необоротні процеси, ентропія зростає ($dS > 0$); перехід ізольованої системи до стану рівноваги характеризується максимальною ентропією і цей стан є найбільш ймовірним.

Розглянемо такий приклад: нехай у сумці знаходяться 100 кульок, з яких 50 – чорного кольору, а 50 – білого. Вам пропонується витягнути одну кульку, записати її колір і повернути її в сумку. В результаті витягання можливі такі комбінації та послідовності кольорів кульок:

Можливі комбінації кольорів	Можливі послідовності кольорів	Кількість комбінацій
Всі чорні	ЧЧЧЧ	1
Одна біла, три чорні	ЧЧЧБ; ЧЧБЧ; ЧБЧЧ; БЧЧЧ	4
Дві білі, дві чорні	ЧЧББ; ЧБЧБ; БЧББ; ББЧЧ	6
Три білих, одна чорна	БББЧ; ББББ; БЧББ; ЧБББ	4
Всі білі	ББББ	1

Отже, найбільш ймовірною є ситуація, що відповідає витягуванню двох чорних та двох білих кульок; вона описує неупорядкований стан системи з максимальною ентропією. Меншою ймовірністю характеризується ситуація з витягуванням чотирьох чорних або чотирьох білих кульок; цей стан є впорядкований і він має мінімальну ентропію.

Таким чином, ентропія характеризує перехід системи з впорядкованого до неупорядкованого стану.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Пояснити принципи утворення температурних шкал.
2. Охарактеризувати типи термодинамічних систем. Які ознаки ізольованої, замкнутої та відкритої термодинамічних систем?
3. Що таке термодинамічні параметри? термодинамічний процес?
4. Дати визначення внутрішньої енергії.
5. Що називають теплоємністю тіла? питомою теплоємністю речовини?

6. Дати визначення роботи, теплоти.
7. Сформулювати перший закон термодинаміки.
8. Охарактеризувати шляхи теплообміну між термодинамічною системою і зовнішніми тілами.
9. З чого складається тепловий двигун? Від чого залежить коефіцієнт корисної дії теплового двигуна?
10. Сформулювати другий закон термодинаміки.
11. Які процеси називають оборотними? необоротними?
12. Дати визначення ентропії.
13. Охарактеризувати основні тенденції зміни ентропії.

8.4. ТЕРМОДИНАМІКА НЕОБОРОТНИХ ПРОЦЕСІВ

8.4.1. Стаціонарний стан

У попередніх розділах було розглянуто застосування законів класичної термодинаміки стосовно замкнених та ізольованих систем. Основним критерієм направлення довільних змін в ізольованій системі є збільшення ентропії, а кінцевим результатом – досягнення стану рівноваги.

Біологічні системи є відкритими термодинамічними системами, оскільки вони обмінюються з навколишнім середовищем енергією і речовиною. Так, рослини поглинають фотосинтетично активне випромінювання, віддають енергію навколишньому середовищу у вигляді тепла, одержують із ґрунту поживні речовини, беруть участь у газообміні. Такий безперервний обмін супроводжується зміною нерівноважних станів; життєдіяльність організму, таким чином, являє собою сукупність різних нерівноважних процесів. Результатом такого обміну організму з навколишнім середовищем є досягнення *стаціонарного стану*, в якому, незважаючи на відсутність термодинамічної рівноваги, зберігаються незмінні-

ми протягом тривалого проміжку часу деякі фізичні і хімічні властивості термодинамічної системи. Моделі стаціонарного та нерівноважного станів наведено на рис. 8.16 а, б. Тут є вхід-

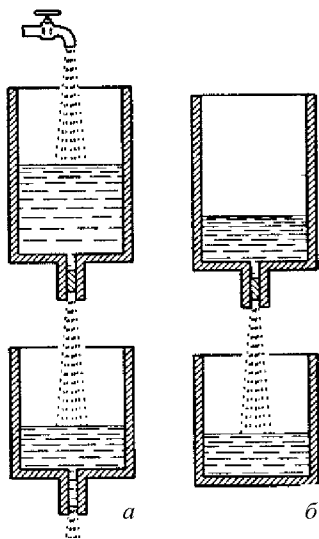


Рис. 8.16. Моделі стаціонарного (а) та нерівноважного (б) станів

ний потік, вихідний потік, але рівень води в резервуарі залишається сталим.

8.4.2. Зміна ентропії

Зміну ентропії можна представити так:

$$dS = d_e S + d_i S, \quad (8.57)$$

де $d_e S$ – зміна ентропії системи за рахунок обміну енергією та речовиною із зовнішнім середовищем; $d_i S$ – зміна ентропії внаслідок необоротних процесів, що відбуваються в системі.

Для замкнутої системи, в якій відсутній обмін речовиною, $d_e S = \frac{dQ}{T}$, причому величина $d_e S$ може бути додатною або від’ємною,

але величина $d_i S$ може бути лише більше нуля або дорівнювати нулю. Під час колового процесу, коли система повертається у початковий стан, сумарна зміна ентропії дорівнює нулю, отже:

$$\oint dS = \oint d_e S + \oint d_i S = 0. \quad (8.58)$$

Оскільки $d_i S \geq 0$, виходить, що $\oint d_i S \geq 0$. Отже, для замкнутої системи з урахуванням рівняння (8.58) одержимо вираз:

$$\oint d_e S = \oint \frac{dQ}{T} \leq 0. \quad (8.59)$$

Отже, немає таких реальних систем в природі, які б могли пройти серію термодинамічних процесів і повернутися у початковий стан без зростання ентропії.

Для *ізольованої* системи, яка не обмінюється із зовнішнім середовищем ні енергією, ні речовиною, мають місце такі співвідношення:

$$d_e S = 0 \text{ та } d_i S \geq 0. \quad (8.60)$$

Для *замкнутої* системи, що обмінюється із зовнішнім середовищем енергією, обмін речовиною відсутній, можна записати:

$$d_e S = \frac{dQ}{T} = (dU + pdV)/T \text{ та } d_i S \geq 0. \quad (8.61)$$

Для *відкритої* системи, в якій відбувається обмін із зовнішнім середовищем енергією і речовиною, справедливі такі співвідношення:

$$d_e S = (dU + pdV)/T + dS_{\text{реч}} \text{ та } d_i S \geq 0, \quad (8.62)$$

де $dS_{\text{реч}}$ – зміна ентропії за рахунок потоку речовини.

Слід зауважити, що для відкритої системи $dU + pdV \neq dQ$.

Отже, для будь-якої термодинамічної системи (ізолюваної, замкнутої або відкритої) має місце співвідношення $d_i S \geq 0$.

Для замкнутої системи обмін речовиною відсутній, через що $d_e S = dQ/T$. Величина $d_e S$ може бути додатною або від'ємною. Ентропія завдяки взаємодії з оточуючим середовищем може збільшуватися ($d_e S > 0$) або зменшуватися ($d_e S < 0$). Щодо величини $d_i S$, то вона може бути або більше нуля, або дорівнювати нулю ($d_i S \geq 0$).

Якщо в системі відбуваються оборотні процеси, зміна ентропії дорівнює нулю ($d_i S = 0$). Реальні системи характеризуються протіканням необоротних процесів, внаслідок яких відбувається позитивна зміна ентропії ($d_i S > 0$).

Стационарним станом з точки зору зміни ентропії називається такий стан системи, за якого ентропія S всієї відкритої системи зберігається, тобто повна зміна ентропії дорівнює нулю ($dS = 0$).

З рівняння (8.13) виходить, що $d_e S + d_i S = 0$, або $d_e S = -d_i S$. Оскільки $d_i S > 0$, зміна ентропії $d_e S$ за рахунок взаємодії з оточенням має бути від'ємною ($d_e S < 0$) і дорівнювати по модулю $d_i S$. Ця умова виконується, якщо ентропія, що виробляється усередині системи, повністю розсіюється в довкілля. Можна, таким чином, стверджувати, що відкриті системи в стаціонарному стані живляться *негентронією* (від'ємною ентропією).

8.4.3. Продукція ентропії

Одним з найважливіших понять термодинаміки необоротних процесів є зміна ентропії у часі. Диференціюючи рівняння (8.57), одержуємо:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt}. \quad (8.63)$$

Тут $\frac{dS}{dt}$ називають *швидкістю продукції ентропії*.

У стаціонарному стані баланс ентропії визначається за виразом:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} = 0, \quad (8.64)$$

що свідчить про те, що ентропія не змінюється.

Таким чином, швидкість продукції ентропії $\frac{dS}{dt}$ дорівнює сумі швидкості обміну ентропією між системою і оточуючим середовищем

$\frac{d_e S}{dt}$ та швидкості продукції ентропії $\frac{d_i S}{dt}$ внаслідок необоротних процесів.

Додатна величина $\frac{d_e S}{dt} > 0$ пов'язана зі збільшенням ентропії системи внаслідок обміну речовиною та енергією із зовнішнім середовищем. Від'ємна величина $\frac{d_e S}{dt} < 0$ відповідає тому, що стікання позитивної ентропії від системи у зовнішнє середовище перевищує надходження позитивної ентропії ззовні. В реальній ситуації розвиток живих організмів супроводжується зменшенням загальної величини їх ентропії, але слід враховувати, що в інших ділянках зовнішнього середовища відбуваються процеси, що характеризуються утворенням додатної ентропії.

8.4.4. Локальна продукція ентропії

Розділимо термодинамічну систему на n частин. Для такої системи можна записати співвідношення:

$$d_i S = d_i S^1 + d_i S^2 + \dots + d_i S^n \geq 0, \quad (8.65)$$

де $d_i S^k$ – продукція ентропії k -ї частини системи (k змінюється від 1 до n); для кожного значення k має місце нерівність:

$$d_i S^k \geq 0. \quad (8.66)$$

Хоча відкрита макроскопічна система у цілому нерівноважна, кожна з підсистем, що утворюється в елементарному об'ємі, знаходиться у стані термодинамічної рівноваги. В цьому полягає *принцип локальної рівноваги*. У зв'язку з цим вводиться нове поняття – *локальна продукція ентропії* $\sigma(x, t)$ в елементарному об'ємі dV , яка визначається за виразом:

$$\sigma(x, t) \equiv \frac{d_i s}{dt} \geq 0, \quad (8.67)$$

де s – густина ентропії.

Швидкість продукції ентропії в системі пов'язана з локальною продукцією ентропії співвідношенням:

$$\frac{d_i S}{dt} = \int_V \sigma(x, t) dV. \quad (8.68)$$

Через те, що $d_i S \geq 0$, для локальної продукції ентропії можна записати нерівність $\sigma(x, t) \geq 0$.

8.5. НЕРІВНОВАЖНА ТЕРМОДИНАМІКА

8.5.1. Дисипативна функція

Нерівноважні термодинамічні процеси – це такі фізичні процеси, які намагаються повернути систему, що знаходиться у нерівноважному стані, до стану термодинамічної рівноваги. Якщо у такій системі існують неоднорідності (градієнти температур, концентрацій або швидкостей), то викликані ними нерівноважні процеси теплопровідності, дифузії або в'язкості будуть сприяти встановленню рівноваги. Нерівноважні процеси є необоротними.

Універсальною характеристикою будь-якого процесу є *дисипативна функція* $T \frac{dS}{dt}$, яка являє собою добуток двох величин – узагальненої сили X (причина) на узагальнений потік I (швидкість процесу):

$$T \frac{dS}{dt} = \sum_i X_i I_i, \quad (8.69)$$

якщо у відкритій системі проходить i процесів. Добуток $\sum_i X_i I_i$ називають *потужністю процесу*.

Як приклади узагальнених сил можна навести градієнти концентрації, температури, швидкості, що викликають узагальнені потоки маси, теплоты та імпульсу відповідно.

8.5.2. Явща перенесення

Реальні біологічні системи не знаходяться в стані рівноваги, оскільки в них відбуваються процеси, що супроводжуються *дисипацією* енергії – переходом частини енергії упорядкованого процесу в енергію неупорядкованого процесу, наприклад, в теплоту або випромінювання. Для кількісної оцінки величин $d_e S$ та $d_i S$ для опису будь-якого необоротного процесу вводять терміни: *термодинамічна сила* F та *термодинамічний потік* $J = \frac{dX}{dt}$, де dX – зміна фізичної величини за проміжок часу dt .

Зміну ентропії $d_i S$ можна виразити через ці терміни, незважаючи на природу термодинамічних сил та термодинамічних потоків:

$$d_i S = F dX \quad (8.70)$$

Всі необоротні процеси, що відбуваються у біологічних системах, можна описати рівняннями, які являють собою зміну ентропії як суму k всіх змін, зумовлених необоротними потоками dX_k :

$$d_i S = \sum_k F_k dX_k \geq 0; \quad (8.71)$$

$$\frac{d_i S}{dt} = \sum_k F_k \frac{dX_k}{dt} \geq 0. \quad (8.72)$$

Таким чином, загальна форма продукції ентропії за рахунок необоротних процесів набуває вигляду:

$$\sigma = \frac{d_i S}{dt} = \sum_k F_k \frac{dX_k}{dt} = \sum_k F_k J_k, \quad (8.73)$$

де F_k – рушійні сили, а J_k – потоки.

Необоротні процеси, внаслідок яких у фізичній системі відбувається просторове перенесення маси, імпульсу, енергії, ентропії, електричного заряду тощо, називаються *процесами (явищами) перенесення*. Процеси перенесення, в яких градієнт певної властивості зумовлює потік тієї ж самої фізичної властивості, називаються *прямими процесами перенесення*. Прикладами прямих процесів є дифузія (потік частинок зумовлюється градієнтом концентрації), теплопровідність (потік тепла зумовлюється градієнтом температури), рух електричних зарядів (потік електричних зарядів зумовлюється градієнтом потенціалу електричного поля). Якщо градієнт однієї фізичної властивості приводить до потоку іншої, йдеться про *непрямі (перехресні) процеси перенесення*. Як приклади можна навести термодифузію або ефект Соре (потік частинок зумовлюється градієнтом температури), дифузійну теплопровідність або ефект Дюфура (потік тепла зумовлюється градієнтом концентрації), термоелектричні явища (потік електричного заряду зумовлюється градієнтом температури). Можливі процеси перенесення наведено на рис. 8.17.

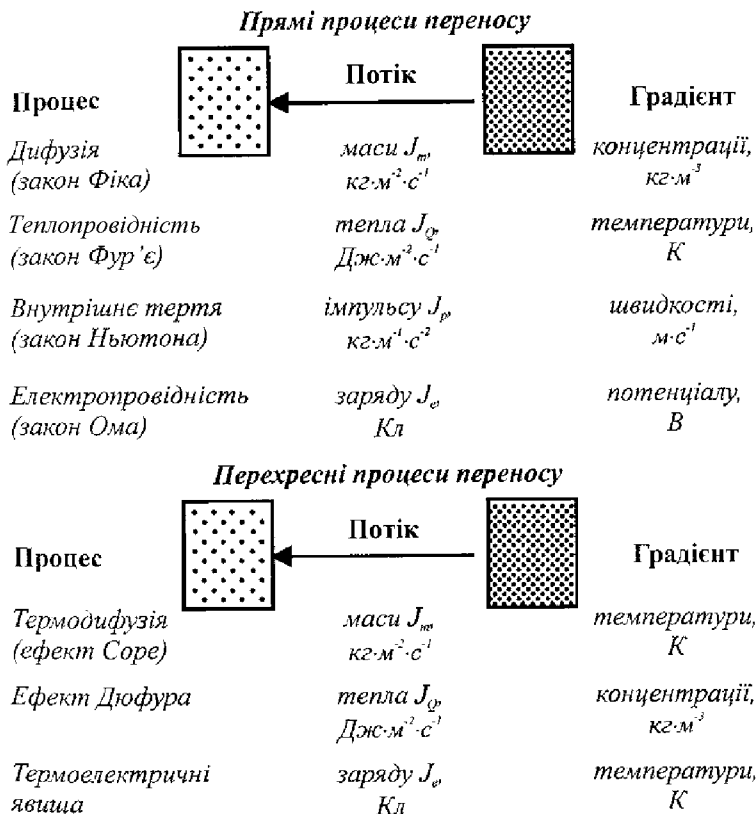


Рис. 8.17. **Можливі процеси перенесення**

Якщо під час досягнення рівноваги термодинамічною системою сили і потоки, що зумовлюються цими силами, зникають, то внаслідок невеликих відхилень від рівноваги слід очікувати лінійні співвідношення між термодинамічними силами та потоками.

На основі узагальнення відомих емпіричних фактів було сформульовано лінійний закон термодинаміки необоротних процесів: кожний потік являє собою лінійну комбінацію рушійних сил:

$$J_k = \sum_{j=1}^N L_{kj} F_j, \quad (8.74)$$

де J_k – потік; L_{kj} – лінійний феноменологічний коефіцієнт; F_j – рушійна сила, N – загальна кількість рушійних сил у системі.

Слід зазначити, що лінійний закон справедливий у разі відносно невеликих відхилень системи від положення рівноваги.

8.5.3. Перенесення маси (дифузія)

Розчинені речовини і розчинник переміщуються через напівпроникні мембрани шляхом *дифузії* – взаємного проникнення речовин, що стикаються одна з одною внаслідок теплового руху частинок речовини. Дифузія відбувається у напрямку зменшення концентрації речовини і призводить до її рівномірного розподілу за об'ємом, який вона займає.

Лінійний закон термодинаміки необоротних процесів у випадку дифузії має вигляд закону Фіка:

$$J_m = L_m \cdot F_m \quad (8.75)$$

або

$$J_m = \frac{dm}{Sdt} = -D \frac{d\rho}{dx}, \quad (8.76)$$

де $J_m = \frac{dm}{Sdt}$; $L_m = -D$; $F_m = \frac{d\rho}{dx}$, де $\frac{dm}{Sdt}$ – густина потоку речовини, m – маса речовини, що дифундує за час dt ; D – коефіцієнт дифузії; S – площа, через яку переноситься речовина; $\frac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини.

Одиниці вимірювання густини потоку речовини – $кг/м^2 \cdot с$; коефіцієнта дифузії – $м^2/с$; градієнта густини – $кг/м^3 \cdot м$.

Коефіцієнт дифузії D залежить від природи і молекулярної маси речовини та розчинника. У випадку дифузії через клітинну мембрану коефіцієнт дифузії характеризує швидкість надходження молекул речовини у цитоплазму (рідку речовину клітини). Напрямок потоку частинок і градієнта концентрації (який направлений у бік зростання концентрації) протилежні; саме через це в останній формулі є знак «мінус».

Типові значення коефіцієнтів дифузії малих молекул у водному розчині та газів у повітрі наведено у табл. 8.5.

8.5.– Коефіцієнти дифузії малих молекул у водному розчині та газів у повітрі

Речовина	Коефіцієнт дифузії, $м^2/с$	Речовина	Коефіцієнт дифузії, $м^2/с$
Глюкоза	$0,67 \cdot 10^{-9}$	Na^+ (з Cl)	$1,5 \cdot 10^{-9}$
Гліцин	$1,1 \cdot 10^{-9}$	CO_2 (у розчині)	$1,7 \cdot 10^{-9}$
Цукроза	$0,52 \cdot 10^{-9}$	CO_2 (газ)	$1,5 \cdot 10^{-5}$
Ca^{2+} (з Cl)	$1,2 \cdot 10^{-9}$	H_2O	$2,4 \cdot 10^{-5}$
K^+ (з Cl)	$1,9 \cdot 10^{-9}$	O_2	$1,9 \cdot 10^{-5}$

Приклад

Визначити, скільки часу потрібно молекулам глюкози у водному розчині, щоб продифундувати на 50 мкм – відстань, що дорівнює перерізу типової клітини листка.

Розв'язок

Використовуємо дані табл. 8.5. Значення коефіцієнта дифузії глюкози становить $D = 0,67 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$. Час, необхідний для перенесення молекул глюкози на відстань

50 мкм дорівнює $t = x_e^2 / 4D = (50 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 / 4 \cdot (0,67 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}) = 0,93 \text{ с}$. Отже, для внутрішньоклітинних масштабів дифузія є достатньо швидким процесом.

Контрольне завдання

Визначити час, необхідний для перенесення на відстань 1 м молекул речовини, коефіцієнт дифузії якої дорівнює $10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$.

Відповідь: $2,5 \cdot 10^8 \text{ с}$.

Наведемо приклади дифузії у природі. Під час *транспірації* відбувається дифузія водяної пари через міжклітинні повітряні проміжки листка, після чого ця пара виходить в атмосферу через продири (дрібні пори). Даний процес є дуже важливим етапом водного циклу; він забезпечує повертання в атмосферу більшої кількості води, ніж у процесі випаровування її з поверхні річок та озер. Близько 90 % води втрачається рослиною через листя. На кожний кілограм сухої речовини рослина втрачає кілька сот кілограмів води; отже, надмірна транспірація призводить до суттєвого зменшення продуктивності рослинних угідь. Вуглекислий газ дифундує з атмосфери через відкриті продири до поверхні клітин листка, тоді як кисень, що утворюється внаслідок фотосинтезу, переміщується у зворотному напрямку також за рахунок дифузії.

За рахунок дифузійних процесів відбувається газообмін між ґрунтом та повітрям, а також перенесення поживних речовин з ґрунту до кореневої системи рослин. У той же час, якщо позбавити поле рослин, ґрунт стає більш вологим і неспроможним поглинати дощову воду, що призводить до порушення водного балансу ґрунту.

8.5.4. Перенесення маси (об'ємний потік води)

Об'ємний потік – це загальний рух води (або іншої рідини), що відбувається завдяки різниці у потенціальній енергії води (якні називають *водним потенціалом*). Кількісно цей об'ємний потік води J_v

для циліндричних трубок, таких як клітнинні ксилеми (водопровідної тканини рослини) радіусом r , описується рівнянням Гагена-Пуазейля:

$$J_e = \left(\frac{\pi r^4}{8\eta} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (8.77)$$

де η – в'язкість рідини; $\frac{\partial p}{\partial x}$ – градієнт тиску.

З рівняння видно, що об'ємний потік суттєво залежить від радіуса трубки: якщо збільшити радіус удвічі, швидкість об'ємного потоку води збільшиться у $2^4 = 16$ разів. Таким чином, керований градієнтом тиску об'ємний потік води є домінуючим механізмом руху води на великі відстані.

Застосуємо рівняння Пуазейля для оцінки об'ємної швидкості протікання води через одиницю площі ($S = \pi r^2$) судини ксилеми, якій у цьому разі визначається за виразом:

$$J_e/S = \left(\frac{r^2}{8\eta} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (8.78)$$

Якщо середній потік води в ксилемі становить 10^{-3} м/с, коефіцієнт в'язкості води $\eta = 10^{-3}$ Па·с, а радіус ксилеми $r = 20$ мкм = $2 \cdot 10^{-5}$ м, то градієнт тиску, що задовольняє рівнянню (8.78), становитиме $\frac{\partial p}{\partial x} = -2 \cdot 10^4$ Н/м³ = $-2 \cdot 10^4$ Па/м. Зміна гравітаційного потенціалу на кожний метр висоти становить $\rho gh/h = 10^4$ Па = 10^{-2} МПа. Тобто, градієнт тиску здатний перевищити силу тяжіння і підтримати рух води в ксилемі.

8.5.5. Перенесення теплоти (теплопровідність)

Теплопровідність – перенесення теплоти від більш нагрітих тіл до менш нагрітих, що сприяє вирівнюванню температури.

Під час теплопровідності компоненти лінійного закону термодинаміки необоротних процесів мають вигляд: $J_q = \frac{dQ}{Sdt}$; $L_q = -k$; $F_q = \frac{dT}{dS}$, де $\frac{dQ}{Sdt}$ – густина потоку теплоти (Q – кількість теплоти, що переноситься завдяки теплопровідності за час dt); k – коефіцієнт теп-

лопровідності; S – площа, через яку переноситься тепло; $\frac{dT}{dS}$ – градієнт температури. Звідси можна одержати закон Фур'є:

$$J_q = L_q \cdot F_q \quad (8.79)$$

або

$$J_q = \frac{dQ}{Sdt} = -k \frac{dT}{dS}. \quad (8.80)$$

Одиниці вимірювання густини потоку теплоти – $\text{Дж}/\text{м}^2 \cdot \text{с} = \text{Вт}/\text{м}^2$; коефіцієнта теплопровідності – $\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$; градієнта температури – $\text{град}/\text{м}$.

Типові значення коефіцієнта теплопровідності деяких речовин наведено в табл. 8.6.

8.6.– Значення коефіцієнта теплопровідності деяких речовин

Речовина	Коефіцієнт теплопровідності, Вт/м·К	Температура, °С
Повітря (сухе)	0,0237	-10
«	0,0243	0
«	0,0250	10
«	0,0257	20
«	0,0264	30
«	0,0270	40
«	0,0277	50
Вода	0,565	0
«	0,599	20
«	0,627	40
Бетон	2,43	20
Деревина	0,126	20
Пластик	0,04	20
Цегла	0,63	20
Повсть	0,04	20

Приклад

Визначити кількість теплоти, що віддається за одиницю часу свинею, яка лежить на бетонній підлозі товщиною 8 см за температури 0 °С. Площа тіла свині – 3000 см², теплопровідність бетону – 2,43 Вт/м·К, температура тіла 38 °С.

Розв'язок

Підставляємо числові значення в формулу (8.16):

$$\begin{aligned} dQ &= -2,43 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \cdot 3000 \cdot 10^{-4} \text{м}^2 (0-38) \text{К} / 8 \cdot 10^{-2} \text{м} = \\ &= -2,43 \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot (-38) / 8 \cdot 10^{-2} = 346,27 \text{ Дж/с}. \end{aligned}$$

Контрольне завдання

Цегляна стінка тваринницької ферми має розміри $4 \times 10 \times 0,15$ м. Визначити кількість теплот, що пройде протягом 12 годин через стінку, якщо зовнішня температура дорівнює 5°C , внутрішня температура 20° . Коефіцієнт теплопровідності цегли $0,8 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$.

Відповідь: $138,24 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

8.5.6. Перенесення теплот (конвекція)

Конвекція – процес теплообміну, що супроводжується перемішуванням нагрітих і холодних шарів рідин або газів. Є різні види конвекції залежно від причин, що її породжують. *Вільна конвекція* виникає в полі сили тяжіння через неоднорідності густини, які спричиняються різницею температур. Нагріта речовина під впливом архімедової сили переміщується відносно менш нагрітої речовини у напрямку, протилежному напрямку до сили тяжіння. *Вимушена конвекція* викликається зовнішнім механічним впливом на середовище, наприклад за рахунок вітру. Збільшення швидкості вітру викликає збільшення кількості теплот, розсіяної внаслідок вимушеної конвекції. Поблизу поверхні листка утворюється граничний шар повітря, в якому відбувається перехід від нерухомого повітря до повітряного потоку.

Тепловий потік J_Q , що проходить через одиницю площі подвійного граничного шару (що утворюється навколо плоского листка) за одиницю часу та відноситься конвекційним потоком, залежить від коефіцієнта теплопровідності k_n повітря (табл. 8.7) та градієнта температури $\frac{\partial T}{\partial x}$:

$$J_Q = -2 k_n \frac{\partial T}{\partial x} = 2 k_n \frac{(T_a - T_n)}{\delta_{ep}}, \quad (8.81)$$

де тепловий потік J_Q вимірюється у $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$. Тепловий потік вважається додатним, якщо теплота переноситься з листка у повітря, і від'ємним у протилежному разі.

Ефективна товщина граничного шару δ_{ep} залежить від швидкості вітру v та розмірів листка L :

$$\delta_{ep}(\text{мм}) = 4,0 \sqrt{\frac{L(\text{м})}{v(\text{м/с})}}. \quad (8.82)$$

Тепловий потік J_Q для об'єктів циліндричної форми радіусом r , обумовленій теплопровідністю, визначається за виразом:

$$J_Q = \frac{k_n(T_u - T_n)}{r \ln\left(\frac{r + \delta_{ep}}{r}\right)}, \quad (8.83)$$

де T_u – температура поверхні циліндричного об'єкта, T_n – температура навколишнього повітря.

Тепловий потік J_Q вважається додатним, якщо теплота переноситься з листка у повітря, і від'ємним у протилежному випадку.

Для об'єктів циліндричної форми товщина граничного шару визначається за виразом:

$$\delta_{ep}(\text{мм}) = 5,8 \sqrt{\frac{D(\text{м})}{\nu(\text{м}^2/\text{с})}}, \quad (8.84)$$

де D – діаметр циліндра.

Приклад

Визначити тепловий потік J_Q , зумовлений теплопровідністю, для плоского листка довжиною 10 см, якщо температура листка $t_n = 25$ °С, температура навколишнього повітря $t_n = 20$ °С, а товщина граничного шару дорівнює 1,4 мм.

Розв'язок

Підставимо числові дані у рівняння (8.17):

$$J_Q = 2k_n \frac{(T_l - T_n)}{\delta_{ep}} = \frac{2 \cdot 0,0259 \text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{°C} (25^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{1,4 \cdot 10^{-3} \text{м}} = 185 \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Приклад

Розрахувати густину потоку теплоти, якою обмінюється завдяки конвекції, вівця з навколишнім середовищем, якщо тіло вівці можна апроксимувати циліндром діаметром 60 см. Температура поверхні тіла 38 °С, температура навколишнього середовища 20 °С, швидкість руху повітря 80 см/с.

Розв'язок

Величина δ оцінюється для тіл циліндричної форми за допомогою співвідношення (8.84):

$$\delta_{ep}(\text{мм}) = 5,8 \sqrt{\frac{D(\text{м})}{\nu(\text{м}^2/\text{с})}} = 5,8 \cdot \sqrt{\frac{0,6}{0,8}} = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Підставимо числові дані у вираз (8.83), що визначає кількість теплоти Q , якою обмінюється тварина з навколишнім середовищем, з урахуванням того, що коефіцієнт теплопровідності повітря за температури 20 °С дорівнює 0,0257 Вт·м⁻¹·К⁻¹ (див. табл.8.5).

$$J_Q = \frac{k_n(T_u - T_n)}{r \ln\left(\frac{r + \delta_{ep}}{r}\right)} = \frac{0,0257 \cdot (38 - 20)}{0,3 \cdot \ln\left(\frac{0,3 + 0,005}{0,3}\right)} = 93 \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Контрольне завдання

Розрахувати густину потоку теплоти, якою обмінюється завдяки конвекції з навколишнім середовищем тварина, що можна апроксимувати циліндром, діаметр якого 0,20 м, якщо температура тіла – 40 °С, швидкість руху повітря – 5 м/с.

Відповідь: 446,96 Вт/м².

8.5.7. Перенесення імпульсу (в'язкість)

Якщо шари газу чи рідинн переміщуються паралельно один одному з різним за модулем швидкостям, між ними виникають сили тертя, внаслідок чого відбувається перенесення імпульсу сили. В термінах лінійного закону термодинаміки необоротних процесів

одержимо: $J_p = \frac{dp}{Sdt}$; $L_p = -\eta$; $F_p = \frac{dv}{dx}$, де $\frac{dp}{Sdt}$ – густина потоку імпульсу; p – імпульс; η – коефіцієнт внутрішнього тертя (в'язкість); S – площа, через яку переноситься імпульс; $\frac{dv}{dx}$ – градієнт швидкості.

Звідси можна одержати закон Ньютона:

$$J_p = L_p \cdot F_p \quad (8.85)$$

або

$$J_p = \frac{dp}{Sdt} = -\eta \frac{dv}{dx}.$$

(8.86)

Одиниці вимірювання густини потоку імпульсу – H/m^2 ; коефіцієнта внутрішнього тертя – $H \cdot c/m^2$; градієнта швидкості – $1/c$.

Типові значення в'язкості деяких речовин наведені у табл.8.7.

8.7 – Коефіцієнт в'язкості речовин

Речовина	Коефіцієнт в'язкості, Па·с	Температура, °С
Повітря	$18 \cdot 10^{-6}$	20
Повітря	$21 \cdot 10^{-6}$	100
Вода	$1,781 \cdot 10^{-3}$	0
Вода	$1,306 \cdot 10^{-3}$	10
Вода	$1,002 \cdot 10^{-3}$	20
Вода	$0,798 \cdot 10^{-3}$	30
Вода	$0,653 \cdot 10^{-3}$	40
Суцільна кров	$(4-5) \cdot 10^{-3}$	20
Плазма крові	$1,7 \cdot 10^{-3}$	20
Суцільне молоко	$1,45 \cdot 10^{-3}$	27
Збиране молоко	$1,42 \cdot 10^{-3}$	25
Молочна сироватка	$1,16 \cdot 10^{-3}$	24
Рицинова олія	$0,9 \cdot 10^{-3}$	20

Гліцерин	$1,5 \cdot 10^{-3}$	20
----------	---------------------	----

8.5.8. Принцип симетрії феноменологічних коефіцієнтів

Складна біологічна система характеризується одночасним протіканням декількох процесів, які можуть бути взаємозв'язаними. Наприклад, у водному розчині сахарозн, який знаходиться в двох відсіках, розділених мембраною, установлюються два потоки – розчинної речовини J_p і води J_e .

Розглянемо два взаємозв'язаних потоки J_k і J_n . Якщо б потік J_k не був спряжений з потоком J_n , він би залежав тільки від узагальненої сили X_k :

$$J_{kk} = L_{kk}X_k. \quad (8.87)$$

Але оскільки цей потік спряжений з потоком J_n , він залежить також від сили X_n ; цей зв'язок установлює феноменологічний коефіцієнт взаємозв'язку L_{kn} .

Для двох спряжених потоків маємо:

$$J_k = L_{kk}X_k + L_{kn}X_n; \quad (8.88)$$

$$J_n = L_{nk}X_k + L_{nn}X_n. \quad (8.89)$$

Отже, наведемо формулювання *принципу симетрії феноменологічних коефіцієнтів – співвідношення взаємності Онсагера* – переходу між двома конфігураціями A та B можуть відбуватися однаково як у напрямку $A \rightarrow B$, так і у напрямку $B \rightarrow A$ за даний проміжок часу.

Математична форма цього співвідношення має вигляд:

$$L_{kn} = L_{nk}. \quad (8.90)$$

Цей вираз свідчить, що якщо потік J_k , що відповідає необоротному процесу k , зазнає дію сили X_n другого необоротного процесу n шляхом коефіцієнта L_{kn} , то і потік J_n також зазнає вплив сили X_k шляхом того ж коефіцієнта L_{kn} .

Ларс ОНСАГЕР (1903–1976)

Американський фізик-теоретик та фізик-хімік (за походженням – норвежець). Один із засновників термодинаміки нерівноважних процесів. Довів теорему (1931 р.), названу його ім'ям. Розробив теорію термодинамічних властивостей плоскої решітки. Лауреат Нобелівської премії з хімії (1968 р.).



8.5.9. Теорема Пригожина

Розглянемо два спряжені потоки J_1 та J_2 . Враховуючи принцип симетрії, лінійні рівняння можна подати у вигляді: $J_1 = L_{11}F_1 + L_{12}F_2$ та $J_2 = L_{21}F_1 + L_{22}F_2$, а вираз для продукції ентропії запишемо так: $dS/dt = L_{11}F_1^2 + (L_{12} + L_{21})F_1F_2 + L_{22}F_2^2$.

Обчислимо частинні похідні від продукції ентропії $\sigma = \frac{d_i S}{dt}$ за рушійною силою F_1 (за сталої F_2) та за рушійною силою F_2 (за сталої F_1):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial F_1} = 2L_{11}F_1 + 2L_{12}F_2 = 2J_1; \quad (8.91)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial F_2} = 2L_{22}F_2 + 2L_{12}F_1 = 2J_2. \quad (8.92)$$

Якщо у стаціонарному стані відкритої системи $J_1 = 0$ та $J_2 = 0$, то $\frac{\partial \sigma}{\partial F_1} = 0$ і $\frac{\partial \sigma}{\partial F_2} = 0$, тобто швидкість продукції ентропії набуває екстремального значення. З диференціального числення відомо, що якщо функція має екстремум у певній точці, то похідна функції в цій точці може перетворюватися в нуль. Це необхідна, але недостатня умова.

Достатньою умовою екстремуму є поведінка другої похідної: якщо друга похідна в даній точці додатна, то функція в цій точці має мінімум. У нашому випадку величина $\sigma = \frac{d_i S}{dt}$ є завжди додатна для всієї області змін F_1 та F_2 , перші похідні $\frac{\partial \sigma}{\partial F_1}$ і $\frac{\partial \sigma}{\partial F_2}$ дорівнюють ну-

лю (необхідна умова мінімуму) та другі похідні $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial F_1^2}$ і $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial F_2^2}$ теж дорівнюють нулю (достатня умова мінімуму); отже, продукція ентропії у стаціонарному стані приймає мінімальне значення.

Принцип мінімуму продукції ентропії у стаціонарному стані відкритої системи є найважливішим результатом лінійної нерівноважної термодинаміки, оскільки пропонує кількісний критерій установаження стаціонарного стану. Цей принцип сформульований як *теорема Пригожина* – у стаціонарному стані, близькому до термодинамічної рівноваги, значення швидкості продукції ентропії системи за рахунок необоротних процесів досягає відмінного від нуля постійного мінімального значення:

$$\frac{d_i S}{dt} \rightarrow \min, \quad (8.93)$$

або

$$\sigma \rightarrow \min. \quad (8.94)$$

Критерієм наближення відкритої системи до стаціонарного стану є від'ємність похідної від продукції ентропії за часом:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} < 0. \quad (8.95)$$

Ілля ПРИГОЖИН (1917–2003)

Бельгійський фізик (народився у Москві), відомий визначенням поняття дисипативної структури та її ролі в термодинамічних системах поза станом рівноваги. Довів теорему, названу його ім'ям (1977 р.). Ряд праць присвячені математичній ролі детермінізму в нелінійних системах на класичному та квантовому рівнях. Лауреат Нобелівської премії з хімії 1977 року.



КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. До якого типу термодинамічних систем належать живі організми?
2. Що таке стаціонарний стан?
3. За рахунок яких процесів відбувається зміна ентропії в живих системах?

4. Пояснити, що таке негентропія.
5. Що називають продукцією ентропії? швидкістю продукції ентропії?
6. Які термодинамічні процеси називають нерівноважними?
7. Що таке дисипативна функція?
8. Сформулювати лінійний закон термодинаміки необоротних процесів.
9. Сформулювати і записати закон Фіка.
10. Сформулювати і записати закон Гагена–Пуазейля
11. Сформулювати і записати закон Фур'є.
12. Сформулювати і записати закон Ньютона.
13. Що таке конвекція?
14. Від чого залежить граничний шар повітря?
15. Сформулювати теорему Пригожина.

9. ЕЛЕКТРИКА

Електрика – розділ фізики, який вивчає сукупність явищ, зумовлених існуванням, рухом і взаємодією електрично заряджених тіл або частинок. Електрика ділиться на електростатику та електродинаміку.

Електростатика вивчає взаємодію нерухомих електричних зарядів.

Електродинаміка розглядає явища і процеси, зумовлені рухом електричних зарядів або заряджених тіл.

9.1. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Особлива форма матерії, за допомогою якої здійснюється взаємодія між електрично зарядженими тілами, називається *електромагнітним полем*, яке складається з двох взаємозв'язаних полів – *електричного* і *магнітного*. Електричне поле нерухомих зарядів, що здійснює взаємодію між ними, називається *електростатичним полем*.

Дослідження електричних полів надасть можливість зрозуміти механізми утворення різними електрохімічними сигналами – потенціалів дії, здатних поширюватися по різнному організму. Ці потенціали є носіями інформації у внутрішньо- та зовнішньоклітинному просторі щодо змін у навколишньому середовищі організму.

9.1.1. Електричний заряд. Властивості електричних зарядів

Електричний заряд – це джерело електромагнітного поля, що пов'язане з матеріальним носієм; це характеристика елементарної частинки, що визначає її електромагнітну взаємодію. Заряди умовно названо *позитивними* (наприклад, заряди, що виникають на склі, натертому шкірою) і *негативними* (заряди, що виникають на ебоніті або янтарі, натертій шерстю). Різноміненні заряди притягуються один до одного, однойменні – відштовхуються.

Електричний заряд має дискретний характер – існує мінімальний, невіддільний елементарний електричний заряд q_0 , якому кратні всі електричні заряди q тіл або частинок, тобто $q = \pm nq_0$, де $n = 1, 2, 3, \dots$, а $q_0 = 1,60217733 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрона.

9.1.2. Закони електричного поля

Система тіл або частинок називається *електричною ізолюваною системою*, якщо між нею і зовнішніми тілами відсутній обмін електричними зарядами.

Закон збереження заряду – алгебраїчна сума електричних зарядів довільної замкнутої (електрично ізолюваної) системи залишається незмінною, незважаючи на будь-які процеси, що відбуваються в цій системі:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.} \quad (9.1)$$

Закон Кулона – два точкових заряди q_1 і q_2 взаємодіють один з одним у вакуумі з силою F , величина якої пропорційна добутку зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

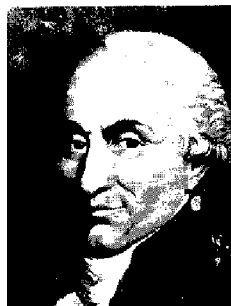
$$F = \frac{|q_1 \cdot q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (9.2)$$

де ϵ_0 – електрична стала ($\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$ Кл²·Н⁻¹·м⁻² = $8,8542 \cdot 10^{-12}$ Ф·м⁻¹).

Якщо заряди, які взаємодіють, знаходяться в однорідному діелектрику з діелектричною проникністю ϵ , то сила взаємодії зменшується в ϵ разів.

Шарль КУЛОН (1736–1806)

Французський фізик, один з фундаторів електростатики. Відкрив закон (1785 р.), названий у подальшому його ім'ям.



9.1.3. Напруженість електричного поля

Напруженість електричного поля – векторна величина \vec{E} , яка є основою кількісною характеристикою силової дії електричного поля; визначається відношенням сили \vec{F} , що діє з боку поля на точковий пробний електричний заряд q_0 , розміщений у даній точці поля, до величини цього заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (9.3)$$

Пробний електричний заряд має бути малим, щоб не спотворювати помітно поле, яке досліджується.

Точковим називають заряд, зосереджений на тілі, розмір якого є малим порівняно з відстанню до інших заряджених тіл, з якими він взаємодіє.

Одиниця вимірювання напруженості електричного поля – *Н/Кл*.

Розглянемо взаємодію довільного точкового заряду q з пробним точковим зарядом q_0 . Між ними діятиме сила, що визначається за законом Кулона:

$$F = \frac{|q \cdot q_0|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad (9.4)$$

звідки модуль вектора напруженості дорівнює:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (9.5)$$

Приклад

Середня відстань між електроном і протоном атома водню становить $5,3 \cdot 10^{-11}$ м. Визначити модуль сили, з якою взаємодіють ці частинки.

Розв'язок

Використовуємо значення фізичних сталих (див. додаток), які разом з даними задачі підставляємо в рівняння (9.2):

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = (1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 / (4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^2) (5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м})^2 = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

Графічно електричне поле зображують за допомогою *силових ліній* електричного поля – ліній, дотичні до яких в кожній точці збігаються з напрямком вектора напруженості електричного поля (рис. 9.1).

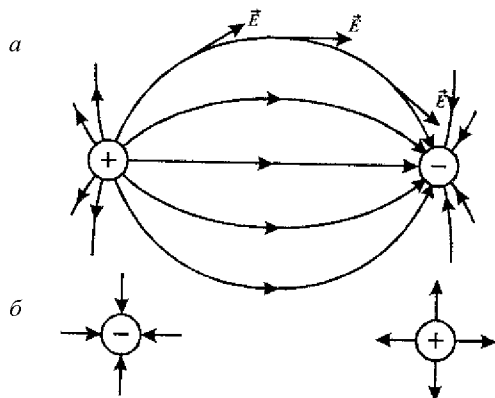


Рис 9.1. Графічне зображення електричного поля: а – між двома зарядами; б – поодиноких зарядів

Поле, напруженість якого в усіх точках однакова за модулем і напрямком, називають *однорідним електростатичним полем*; у протилежному випадку поле *неоднорідне* (рис. 9.2).

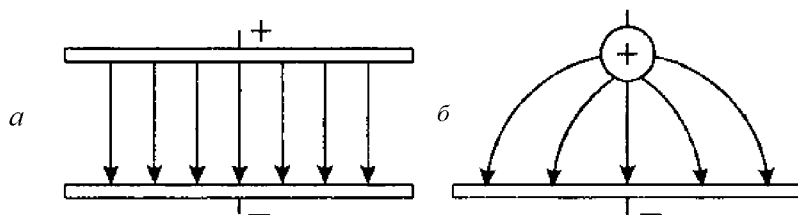


Рис. 9.2. Однорідне (а) та неоднорідне (б) електричні поля

9.1.4. Електричний диполь

Електричним диполем називається система, що складається з двох однакових за абсолютною величиною різнойменних точкових зарядів (+q, -q), які знаходяться на деякій відстані l один від одного.

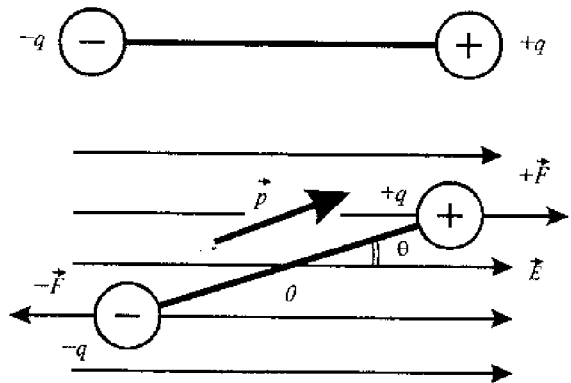
Плечем диполя є вектор \vec{l} , направлений уздовж осі диполя від негативного заряду до позитивного, і за модулем рівний відстані між ними.

Основною характеристикою електричного диполя є його *дипольний момент* – вектор \vec{p} , який чисельно дорівнює добутку заряду диполя на плече:

$$\vec{p} = q\vec{l}. \quad (9.6)$$

Вектор \vec{p} збігається за напрямком з плечем диполя. Розглянемо диполь, розміщений в однорідному зовнішньому електричному полі (рис. 9.3).

Рис. 9.3. Диполь, розміщений в однорідному зовнішньому електричному полі



Припустимо, що вектор \vec{p} і вектор \vec{E} направлені під кутом θ . Сил, що діють на заряди з боку електричного поля, однакові за величиною і протилежні за напрямком, величина кожної сил дорівнює:

$$F = qE. \quad (9.7)$$

Обидві сили утворюють *обертальний момент* \vec{M} :

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}, \quad (9.8)$$

або

$$M = pE \sin\theta, \quad (9.9)$$

який намагається повернути диполь уздовж поля.

9.1.5. Рух зарядженої частинки в однорідному електричному полі

Якщо розмістити заряджену частинку q в електричному полі \vec{E} , на цей заряд буде діяти сила $q\vec{E}$. Другий закон Ньютона для такого заряду матиме вигляд:

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}, \quad (9.10)$$

де m – маса частинки.

Прискорення, яке набуває частинка під час свого руху в електричному полі, визначиться за виразом:

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}. \quad (9.11)$$

В однорідному полі частинка рухається з постійним прискоренням. Якщо заряд позитивний, частинка рухається у напрямку електричного поля; якщо негативний – у протилежному напрямку.

9.1.6. Осцилограф

Осцилограф – це електронний прилад, який використовується для спостереження функціонального зв'язку між двома чи більше електричними величинами. За допомогою осцилографа можна вивчати електричні сигнали, що швидко змінюються – потенціали дії та електричні імпульси, що генеруються та поширюються по рослинному організмі. Основним компонентом осцилографа є *електронно-променева трубка (ЕПТ)*, яку показано на рис. 9.4. Принцип дії цієї трубки ґрунтується на використанні руху заряджених частинок (електронів) у вакуумі під впливом електричного поля. З поверхні катода

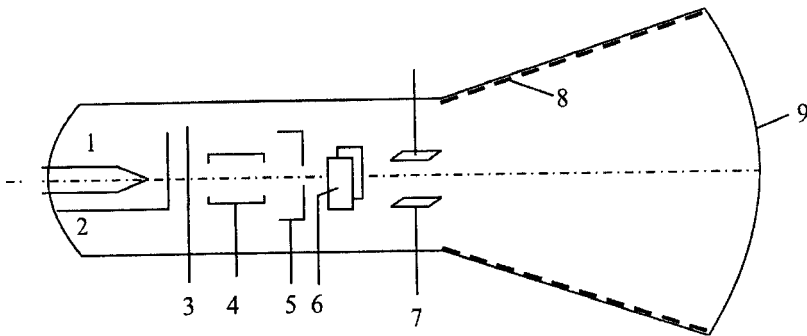


Рис. 9.4. Електронно-променева трубка осцилографа: 1 – нитка розжарювання, 2 – катод, 3 – діафрагма, 4 – фокусуючий анод, 5 – при-

ско- рювальний анод, 6 – горизонтальні відхиляючі пластини, 7 – вертикальні відхиляючі пластини, 8 – металеве покриття, 9 – екран, покритий

флуоресціюючою речовиною

ЕПТ внаслідок нагрівання до високої температури випромінюються електронні, які проходять через циліндричний *прискорювальний анод* за рахунок електричного поля, що утворюється між анодом та катодом. Комбінація катода та анода називається *електронною гарматою*. Далі електронний промінь проходить через дві пари відхиляючих пластин, одна з яких відхиляє промінь у вертикальному, а інша – у горизонтальному напрямках, після чого потрапляє на екран, покритий флуоресціюючою речовиною, яка світиться у разі попадання на неї електронного променя. На горизонтальні пластини подають напругу пилоподібної форми, завдяки чому світлова точка на екрані рівномірно рухається по горизонталі, після чого раптово повертається у вихідне положення. Цей процес називають *горизонтальною розгорткою* променя. Якщо на вертикальні пластини подати напругу, яка досліджується, то промінь буде описувати на екрані залежність електричної напруги від часу.

9.1.7. Електричний потік

Кількісну оцінку напруженості електричного поля можна проводити за допомогою силових ліній: число силових ліній, що пронизують одиницю площі поверхні, перпендикулярну силовим лініям, повністю дорівнює модулю вектора \vec{E} . Тоді число силових ліній, що пронизують елементарну площадку dS , нормаль \vec{n} якої утворює кут θ з вектором \vec{E} , дорівнює $E_n dS \cos \theta = E_n dS$, де E_n – проекція напруженості поля \vec{E} на напрямок нормалі \vec{n} .

Величина $d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} \cdot d\vec{S}$ називається потоком вектора напруженості через площадку dS .

Одиниця вимірювання потоку вектора напруженості – *В·м*.

Для довільної замкненої поверхні S потік вектора напруженості \vec{E} через цю поверхню становить:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (9.12)$$

Тут символ \oint_S є інтегралом по замкнутій поверхні.

9.1.8. Теорема Остроградського–Гаусса

Теорема Остроградського–Гаусса встановлює зв'язок між потоком напруженості \vec{E} електричного поля через замкнуту поверхню S з величиною заряду q , який знаходиться усередині цієї поверхні.

Розглянемо позитивний точковий заряд q , розміщений усередині сферичної поверхні радіусом r . Згідно з виразом (9.5), напруженість, що утворюється на поверхні сфери, дорівнює $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$. Силові лінії електричного поля, що утворюється зарядом q , направлені радіально та перпендикулярно поверхні. Потік вектора напруженості відповідно до виразу (9.12) буде визначатися так:

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (9.13)$$

Цей вираз справедливий для будь-якої довільної поверхні, що оточує заряд.

Для загального випадку довільної поверхні у вакуумі ($\epsilon = 1$), що оточує n зарядів, одержимо такий вираз:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (9.14)$$

Останній вираз визначає теорему Остроградського–Гаусса для електростатичного поля у вакуумі: сумарний потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі електричних зарядів, оточених цією поверхнею, поділену на ϵ_0 .

Приклад

Користуючись законом Остроградського–Гаусса, визначити напруженість електричного поля ізольованого точкового заряду q .

Розв'язок

Розглянемо сферичну поверхню, в центрі якої розташований точковий заряд. Магнітний потік визначимо за формулою (9.14):

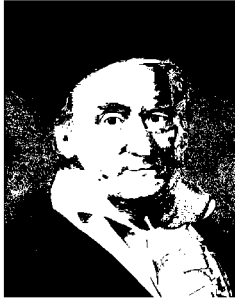
$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = \oint_S E dS = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Оскільки напруженість електричного поля постійна на всій поверхні, можна записати:

$$\oint_S E dS = E \oint_S dS = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Звідси знаходимо напруженість електричного поля:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$



Карл Фридріх ГАУСС (1777–1855)

Німецький математик, відомий своїм вкладом в алгебру (доведення основної теореми алгебри), теорію чисел, математичну фізику (принцип Гаусса), електрику та магнетизм, геодезію та астрономію.

М.В. ОСТРОГРАДСЬКИЙ (1801–1862)

Український математик і фізик. Сферою наукових інтересів були математика, математична фізика, аналітична та небесна механіка, гідромеханіка, теорія пружності.



9.1.9. Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля

Якщо в електростатичному полі будь-якого точкового заряду q переміщується інший точковий заряд q_0 , то робота сили \vec{F} на елементарному переміщенні $d\vec{l}$ визначається за виразом:

$$dA = \vec{F} d\vec{l}. \quad (9.15)$$

Робота, яка здійснюється під час переміщення заряду з точки 1 у точку 2, дорівнює:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (9.16)$$

Ця робота не залежить від траєкторії переміщення і визначається лише положеннями початкової 1 та кінцевої 2 точок. Звідси можна стверджувати, що робота щодо переміщення електричного заряду у

зовнішньому електричному полі по будь-якому замкнутому шляху L дорівнюватиме нулю:

$$\oint_L dA = 0. \quad (9.17)$$

У випадку переміщення однічного точкового позитивного заряду в електростатичному полі елементарна робота $dA = \vec{F} \cdot d\vec{l}$, тоді останню формулу можна переписати так:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E dl = 0. \quad (9.18)$$

Тут інтеграл $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$ називається *циркуляцією вектора напруженості* електростатичного поля. Таким чином, циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж замкнутого контуру дорівнює нулю; сплове поле, що характеризується такою властивістю, називається *потенціальним*.

9.1.10. Потенціал електростатичного поля

Розглянемо пробний точковий заряд q_0 в електричному полі, з боку якого на заряд діє сила:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}, \quad (9.19)$$

де \vec{E} – напруженість електростатичного поля.

Робота, що виконується силою \vec{F} щодо переміщення пробного точкового заряду q_0 на нескінченно мале переміщення $d\vec{x}$, дорівнює:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{x} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{x}. \quad (9.20)$$

Ця робота дорівнює спаду потенціальної енергії ΔU заряду q_0 у полі, що розглядається:

$$dA = -dU. \quad (9.21)$$

Звідси: $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{x}.$ (9.22)

Для скінченних переміщень пробного точкового заряду від точки A до точки B зміна потенціальної енергії дорівнюватиме:

$$U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x}. \quad (9.23)$$

Останнє рівняння можна записати так:

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x}, \quad (9.24)$$

де

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = \frac{U_B}{q_0} - \frac{U_A}{q_0}.$$

(9.25)

Величина, що дорівнює відношенню потенціальної енергії пробного позитивного електричного заряду, розміщеного в даній точці поля, до величини цього заряду, називається *потенціалом електростатичного поля*:

$$\varphi = \frac{U}{q_0}, \quad (9.26)$$

де U – потенціальна енергія; q_0 – одиничний точковий електричний заряд.

Потенціал – це скалярна енергетична характеристика електростатичного поля.

Однінця вимірювання потенціалу – B .

Таким чином, $\Delta\varphi$ за формулою (9.25) є *різниця потенціалів* між двома точками (A і B) електричного поля, яка вимірюється роботою, що здійснюється силами поля у разі переміщення одиничного позитивного заряду з точки з більшим потенціалом у точку з меншим потенціалом.

Зв'язок потенціалу з напруженістю електричного поля визначається так:

а) в однорідному електростатичному полі, направленому по осі x , напруженість електричного поля дорівнює відношенню різниці потенціалів $\Delta\varphi$ між двома точками, до відстані d між цими точками:

$$E = - \frac{\Delta\varphi}{d}, \quad (9.27)$$

де знак мінус свідчить, що вектор напруженості направлений протилежно зростанню потенціалу;

б) в неоднорідному полі напруженість електричного поля дорівнює за величиною і протилежна за напрямком градієнту потенціалу:

$$E = - \frac{d\varphi}{dx}. \quad (9.28)$$

У кожній точці поля проєкції вектора \vec{E} на осі декартової системи координат пов'язані з частинними похідними від потенціалу за цими координатами співвідношеннями:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (9.29)$$

Останні формули свідчать, що одиницею вимірювання напруженості може бути V/m .

Геометричне місце точок електростатичного поля, в яких значення потенціалу однакові, називається *еквіпотенціальною поверхнею*.

Спові лінії електричного поля перпендикулярні еквіпотенціальним поверхням.

Приклад

Протон рухається вздовж силової лінії електричного поля, що утворюється між двома паралельними пластинами. Знайти різницю потенціалів між двома точками A і B на траєкторії руху протона, якщо напруженість електричного поля $8 \cdot 10^4 \text{ В}\cdot\text{м}^{-1}$, а відстань між точками A і B дорівнює $0,5 \text{ м}$.

Розв'язок

Використовуємо рівняння (9.25), в яке підставляємо числові значення:

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x} = -E \cdot x = -(8 \cdot 10^4 \text{ В}\cdot\text{м}^{-1})(0,5 \text{ м}) = -4 \cdot 10^4 \text{ В}.$$

Знак “мінус” свідчить, що електричний потенціал зменшується від точки A до точки B .

Контрольне завдання

Використовуючи дані попередньої задачі, визначити зміну потенціальної енергії протона протягом його руху.

Відповідь: $-6,4 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}$.

9.1.11. Електростатичний уловлювач

Електростатичні уловлювачі ґрунтуються на застосуванні електричного розряду в газах з метою вилучення продуктів їх згоряння та зменшення забруднення повітря. Сучасні системи такого типу здатні вилучити до 99 % золи та пилу з індустріального диму. Принцип дії електростатичного уловлювача показано на рис. 9.5. Вздовж вертикальної труби розташований спіралеподібний провідник; до труби та провідника прикладена висока (40–100 кВ) напруга, причому провідник приєднаний до позитивного полюса джерела напруги так, що електричне поле направлено до провідника. Оскільки напруженість електричного поля досить висока поблизу провідника, саме тут формується коронний розряд, що супроводжується появою іонів та електронів. Негативні іони та електрони рухаються до стінки труби і заряджають частинки пилу за рахунок зіткнень та взаємодії з іонами.

Частинки теж досягають поверхні труби, після чого осідають на дно системи.

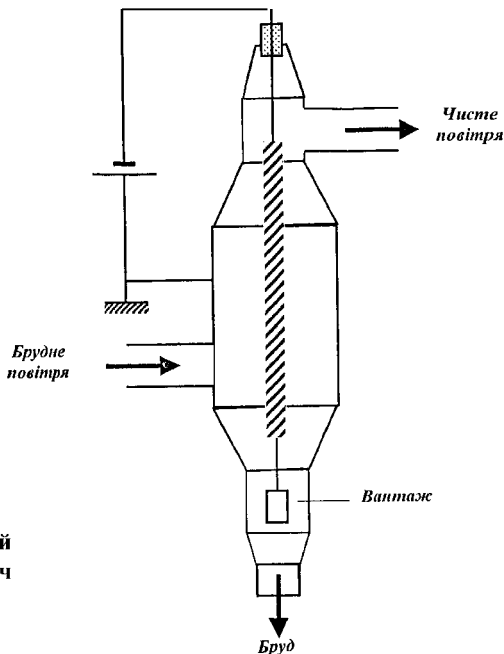


Рис. 9.5. Електростатичний уловлювач

9.1.12. Іонний мікроскоп

Іонний мікроскоп складається зі сферичного балона 1 та голкоподібного електрода 2, вкритого речовиною, що досліджується. Балон приєднаний до негативного полюса джерела струму 3, а електрод – позитивного полюса (рис. 9.6). У балоні, що приєднаний до насоса 4, утворюється вакуум. Окрім того, у балон додають незначну кількість гелію. Діаметр кінця електрода становить близько 0,1 мкм. За рахунок значної різниці потенціалів поблизу електрода напруженість електричного поля досягає великих (до 10^7 В/см) значень. Атоми гелію в цій області іонізуються; позитивні іони гелію прямують до сфери, поверхня якої покрита флуоресцентною речовиною. Іони гелію утворюють на екрані зображення, яке відповідає структурі зразка. Використовуючи низькі температури та високий рівень вакууму, можна одержати зображення окремих атомів та атомну структуру на поверхні зразка.

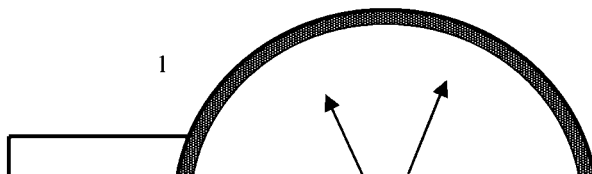




Рис. 9.6. **Іонний мікроскоп:** 1 – сферичний балон; 2 – голкоподібний електрод, виконаний з речовини, що досліджується; 3 – джерело струму; 4 – насос

9.1.13. Провідники в електростатичному полі

Провідники – це речовини, в яких електричні заряди вільно рухаються (на відміну від *ізоляторів*, де такої рух не має місця). Як приклади провідників можна навести мідь, алюміній, срібло, тоді як скло, гума – ізолятори.

Якщо провідник з'єднати із Землею, потенціал якої дорівнює нулю, то він набуває *заземлення*. Потенціал провідника у цьому випадку дорівнюватиме потенціалу Землі.

Явище наведення електричного заряду в провідниках, розміщених у постійному електричному полі, називається *електростатичною індукцією*. У провідниках рух зарядів буде відбуватися доти, поки заряди перерозподіляться так, що утворене ними електричне поле усередині провідника не компенсуватиме зовнішнє електричне поле. Внаслідок цього на окремих ділянках провідника утворюються однакові за величиною наведені (індуковані) заряди протилежного знака.

Розглянемо негативно заряджену ебонітову паличку, яку наближають до нейтральної (незарядженої) провідникової сфери, ізольованої від Землі. Заряджена паличка утворює зовнішнє для сфери електричне поле. Ділянка сфери поблизу палички одержує надлишок по-

зитивних зарядів, тоді як решта сфери буде заряджена негативно. Якщо заземлити сферу, негативні заряди (електрони) залишать провідник завдяки міграції до Землі; якщо віддалити заземлення, провідникова сфера стане позитивно зарядженою, але цей заряд розподіляється по сфері неоднорідно. Якщо забрати паличку, розподіл позитивних зарядів по сфері стане однорідним.

9.1.14. Діелектрики в електростатичному полі

Діелектрики – це речовини, які відносно погано проводять електричний струм (порівняно з провідниками). Під впливом зовнішнього електричного поля в діелектрику утворюється об'ємний дипольний електричний момент середовища за рахунок зміщення позитивних та негативних зарядів молекул речовини (рис. 9.7). Це явище, що називається *поляризацією* середовища, характеризує *діелектрична проникність* ϵ , яка показує, у скільки разів сила взаємодії між зарядами у вакуумі більша за силу взаємодії між тими ж зарядами в даному середовищі (див. формулу (9.2)). Ослаблення взаємодії виникає через екранізацію вільних зарядів зв'язаними, які утворюються внаслідок поляризації середовища.

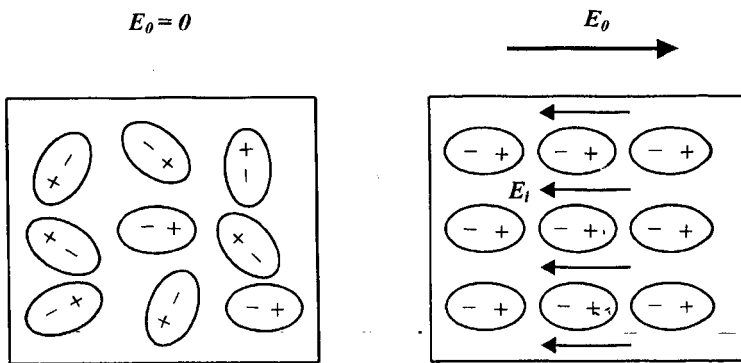


Рис. 9.7. Поляризація діелектриків під впливом електричного поля

Величина, що характеризує здатність середовища до поляризації, називається *діелектричною сприйнятливістю* χ . Вона являє собою коефіцієнт пропорційності у співвідношенні:

$$P = \chi E, \tag{9.30}$$

де E – напруженість електричного поля; P – дипольний момент одиниці об'єму.

Зв'язок діелектричної проникності ε і діелектричної сприйнятливості χ має вигляд:

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (9.31)$$

Якщо поле E швидко змінюється з часом, поляризація діелектрика не встигає слідувати за ним; через це між коливаннями E і P виникає різниця фаз. Діелектрична проникність $\varepsilon(\omega)$ є комплексною величиною:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega), \quad (9.32)$$

тобто характеризується двома величинами $\varepsilon'(\omega)$ і $\varepsilon''(\omega)$, що залежать від частоти ω змінного електричного поля. Відношення $\varepsilon''(\omega)/\varepsilon'(\omega)$ визначає *діелектричні втрати* – частину енергії змінного електричного поля E , яка перетворюється в теплоту. У постійному електричному полі $\varepsilon'(\omega) = \varepsilon$, а $\varepsilon''(\omega) = 0$.

Кристалічні діелектрики, які мають протягом певного інтервалу температур спонтанну поляризацію, що істотно залежить від зовнішніх впливів, називаються *сегнетоелектриками*. Зазвичай, сегнетоелектрики складаються з *доменів* – ділянок з різними напрямками поляризації; сумарний електричний дипольний момент кристала дорівнює нулю. Внаслідок нагрівання спонтанна поляризація сегнетоелектриків зникає за певної температури – так званої *точки Кюрі*. Так, для типових сегнетоелектриків точка Кюрі дорівнює: $-18 - 24$ °С для сегнетової солі $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$, 133 °С для титанату барію $BaTiO_3$, 1210 °С для ніобата літію $LiNbO_3$. Сегнетоелектрики використовуються для вимірювання температури в детекторах електромагнітного випромінювання як електрооптичні матеріали, оптичні властивості яких змінюються під впливом електричного поля.

Діелектрики, які протягом тривалого часу зберігають поляризований стан після зняття зовнішніх впливів, що зумовили поляризацію, називаються *електретами*. Технологія одержання електретів пов'язана з розміщенням розплавленої речовини, молекули якої мають дипольний момент, у сильне електричне поле з подальшим її охолодженням. До електретів можна віднести бджолиний віск, парафін, полімери, неорганічні полікристалічні та монокристалічні діелектрики тощо. Електрети застосовують як речовини, що входять у склад датчиків тиску та вібрацій, дозиметрів, електровимірювальних приладів, гігрометрів.

Кристалічні речовини, в яких у процесі стиснення або розтягнення в певних напрямках виникає електрична поляризація навіть за відсутності електричного поля, називаються *п'єзоелектриками*. Явище виникнення зарядів на поверхні п'єзоелектрика під впливом механічних деформацій називається *прямим п'єзоелектом*, а поява механічних деформацій під впливом електричного поля – *оберненим п'єзоелектом*. До п'єзоелектриків належать кварц, дигідрофосфат амонію (АДР), сульфат літію, сегнетова сіль, титанат барію тощо. П'єзоелектричні перетворювачі знайшли своє застосування як джерела ультразвуку, датчики механічних коливань та вібрацій, акустичні випромінювачі та приймачі.

Явище виникнення механічних деформацій, пропорційних квадрату електричного поля E^2 , називається *електрострикцією*.

9.1.15. Електрична ємність

Розглянемо окремий провідник, який віддалений від інших провідників, тіл та зарядів. В електростатичному полі всі точки поверхні провідника мають однаковий потенціал φ , який пропорційний заряду q провідника, тобто співвідношення q/φ не залежить від q . Це дає можливість ввести поняття *електричної ємності* окремого провідника, яка дорівнює відношенню заряду q провідника до його потенціалу φ , тобто $C = q/\varphi$. Це поняття можна віднести також до системи провідників, зокрема двох провідників, розділених тонким шаром діелектрика – таку систему двох провідників називають *конденсатором*. Електрична ємність конденсатора визначається як $C = q/(\varphi_1 - \varphi_2)$, де q – заряд однієї обкладки; $\varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів між обкладками.

Одиниця вимірювання електричної ємності – *фарад* [$1\text{Ф} = 1\text{Кл/В}$].

Електрична ємність плоского конденсатора визначається за виразом:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (9.33)$$

де ε – діелектрична проникність середовища між обкладками конденсатора; ε_0 – електрична стала ($8,854187817 \cdot 10^{-12}$ Кл²/Н·м²); S – площа обкладки; d – відстань між обкладками.

Значення діелектричної проникності деяких речовин за кімнатної температури наведено в табл. 9.1.

9.1 – Значення діелектричної проникності деяких речовин за кімнатної температури

Речовина	Діелектрична проникність ε
----------	--

Вакуум	1,00000
Сухе повітря	1,00059
Папір	3,7
Вода	80

Приклад

Площа обкладки плоского конденсатора дорівнює $S = 3 \text{ см}^2$, а відстань між обкладками $d = 1,5 \text{ мм}$. Визначити електричну ємність C конденсатора, пластини якого знаходяться у повітрі.

Розв'язок

Підставляємо числові значення у формулу (9.33):

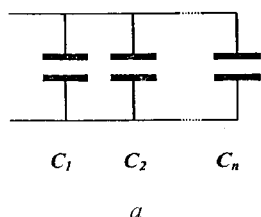
$$C = (1,00059 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2)(3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2)/(1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}) = 1,77 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 1,77 \text{ пФ}.$$

Контрольне завдання

Визначити електричну ємність плоского конденсатора, обкладки якого площею 4 см^2 розділені паперовим шаром товщиною 1 мм .

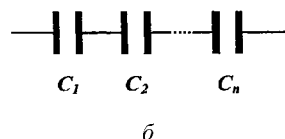
Відповідь: 13,1 пФ.

За паралельного з'єднання конденсаторів загальна електрична ємність дорівнює сумі електричних ємностей окремих конденсаторів (рис. 9.8, а):



$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n. \quad (9.34)$$

За послідовного з'єднання конденсаторів величина, обернена загальній електричній ємності, дорівнює сумі обернених величин електричних ємностей окремих конденсаторів (рис. 9.8, б):



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (9.35)$$

Енергія зарядженого конденсатора визначається за виразом:

$$E_k = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (9.36)$$

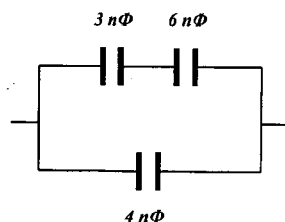
де $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів між обкладками.

Рис. 9.8. З'єднання конденсаторів: а – паралельне; б – послідовне

Контрольне завдання

Визначити загальну електричну ємність для з'єднання конденсаторів, що наведено на рис. 9.9.

Рис. 9.9. Схема для визначення загальної електричної ємності для з'єднання конденсаторів



9.2. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

9.2.1. Електричний струм

Електричний струм – це впорядкований (направлений) рух електричних заряджених частинок або заряджених макроскопічних тіл.

За напрямком електричного струму прийнятий напрямок руху позитивних зарядів. *Силою струму* I називається скалярна величина, що дорівнює відношенню заряду dq , перенесеного через поперечний переріз провідника за малий проміжок часу dt , до значення цього інтервалу:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (9.37)$$

Одиниця вимірювання сили струму – *ампер* (A).

Постійним називають струм, сила якого з часом не змінюється:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (9.38)$$

Густина струму \vec{j} – це векторна характеристика струму, яка дорівнює за модулем електричному заряду, що проходить за одиницю часу через одиничну площу, перпендикулярну впорядкованому руху заряджених частинок.

Густина струму \vec{j} визначається так:

$$\vec{j} = nq\langle \vec{v} \rangle, \quad (9.39)$$

де n – концентрація носіїв зарядів (заряджених частинок), що рухаються; q – заряд однієї частинки; $\langle \vec{v} \rangle$ – середня швидкість упорядкованого руху заряджених частинок.

У разі рівномірного розподілу густини електричного струму по перерізу провідника величина густини силп струму визначається за виразом:

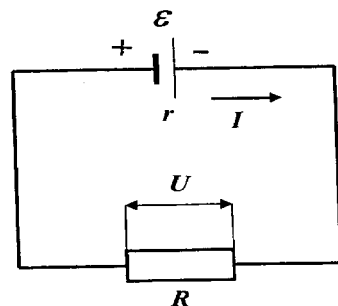
$$j = \frac{I}{S}, \quad (9.40)$$

де I – сила струму; S – площа поперечного перерізу провідника.

Одиниця вимірювання густини струму – A/m^2 .

9.2.2. Електричне коло

Замкнуте коло складається з джерела струму, з'єднувальних провідників



ків, по яких переміщуються носії струму – електрони, і споживачів струму (рис. 9.10).

Рис. 9.10. Замкнуте коло складається із джерела струму, з'єднувальних провідників, по яких переміщуються носії струму – електронн, і споживачів струму

Джерело струму – пристрій, в якому заряди переміщуються від одного полюса до іншого в напрямку, протилежному напрямку електричного поля. Ці переміщення виконуються під впливом сторонніх сил.

Електрорушійна сила (е.р.с.) \mathcal{E} – фізична величина, що характеризує дію сторонніх сил у джерелах струму; вона дорівнює відношенню роботи A сторонніх сил з переміщення позитивного заряду q вздовж кола до значення цього заряду:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}. \quad (9.41)$$

Одиниця вимірювання електрорушійної сили – *вольт (В)*.

Електрична напруга U між двома точками електричного кола або поля дорівнює роботі електричного поля щодо переміщення одиничного позитивного заряду з однієї точки в іншу.

Одиниця вимірювання напруги – *В*.

Електричний опір R – величина, що характеризує протидію провідника або електричного кола електричному струму. Електричний опір – це коефіцієнт пропорційності між електричним струмом та напругою в законі Ома (див. розділ 9.2.4).

Одиниця вимірювання електричного опору – *ом (Ом)*.

Електричний опір залежить від матеріалу провідника, довжини провідника, площі поперечного перерізу та від температури:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (9.42)$$

де ρ – питомий опір (Ом·м); l – довжина; S – площа поперечного перерізу провідника.

Значення питомого опору деяких речовин наведено в табл. 9.2.

9.2 – Значення питомого опору деяких речовин за $t = 20^\circ\text{C}$

Речовина	Питомий опір ρ , Ом·м
Срібло	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Мідь	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Вольфрам	$5,6 \cdot 10^{-8}$
Ніхром	$1,5 \cdot 10^{-6}$

Графіт	$3,5 \cdot 10^{-5}$
Скло	$10^{10} - 10^{14}$
Гума	10^{13}
Фарфор	10^{13}
Тефлон	10^{16}
Кварц	$75 \cdot 10^{16}$

Приклад

Визначити опір мідного провідника довжиною 20 см, площа поперечного перерізу якого дорівнює 10^{-4} м^2 .

Розв'язок

Користуючись даними табл. 9.2 та формулою (9.38), знаходимо:

$$R = (1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м})(0,2 \text{ м}) / (10^{-4} \text{ м}^2) = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

Контрольне завдання

Як зміниться опір провідника за умовами попередньої задачі, якщо мідь замінити ніхромом?

Залежність опору провідника від температури визначається за формулою:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)], \quad (9.43)$$

де R – опір провідника за деякої температури T , R_0 – опір провідника за температури $T_0 = 0^\circ\text{C}$ (можна використовувати опорну температуру, наприклад, $T_0 = 20^\circ\text{C}$); α – температурний коефіцієнт опору.

Приклад

Провідник терморезистора має опір 50 Ом за температури 0°C і 71,5 Ом за температури $231,97^\circ\text{C}$. Знайти R_0 і α провідника.

Розв'язок

Використовуємо рівняння (9.43), в яке підставляємо числові дані, що відповідають температурі 0°C :

$$50 = R_0[1 + \alpha(0 - 0)] = R_0.$$

Звідси: $R_0 = 50 \text{ Ом}$.

Підставляємо числові дані, що відповідають температурі $231,97^\circ\text{C}$:

$$71,5 = R_0[1 + \alpha(231,97 - 0)] = 50(1 + \alpha \cdot 231,97).$$

Звідси:

$$\alpha = (71,5 - 50) / 231,97 \cdot 50 = 1,85 \cdot 10^{-3} (\text{C}^\circ)^{-1}.$$

Контрольне завдання

За якої температури провідник за умовами попереднього завдання матиме опір 89 Ом?

Відповідь: 422°C .

У разі послідовного з'єднання провідників загальний опір дорівнює сумі опорів окремих провідників (рис. 9.11, а):

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (9.44)$$

У разі паралельного з'єднання провідників величина, обернена загальному опору, дорівнює сумі обернених величин опорів окремих провідників (рис. 9.11, б):

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (9.45)$$

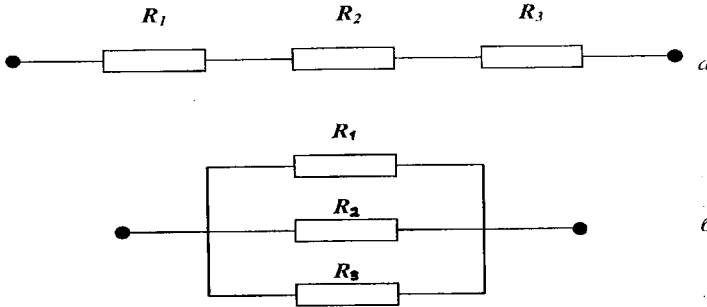


Рис. 9.11. Послідовне (а) та паралельне (б) з'єднання провідників

9.2.3. Аналоги опорів у рослинному організмі

Проходження водних чи газових потоків у рослинному організмі дуже зручно вивчати, використовуючи електричні аналогії. Розглянемо як приклад процес проходження водяної пари через поверхню листка. Вода може втрачатися через *продихи* або безпосередньо через воскоподібну поверхню – *кутикулу*. Продихи відкриваються або закриваються у відповідь на зовнішні чи внутрішні сигнали, регулюючи таким чином втрати водп листком. Кутнкула також зменшує втрати водп. Отже продихи та кутнкулу можна представити як два еквівалентних електричних провідника, з'єднаних паралельно (рис. 9.12). Загальний опір R такої системи провідників визначається так:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{пр}} + \frac{1}{R_{кут}}, \quad (9.46)$$

де $R_{пр}$ та $R_{кут}$ – опори продихів та кутикули відповідно.

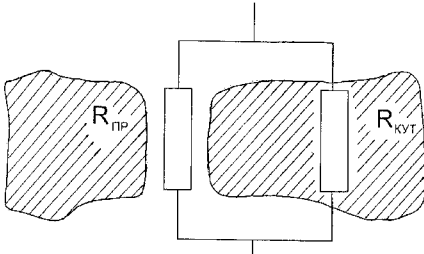


Рис. 9.12. Загальний опір системи опорів продихів та кутикули

У той же час, проходження водяної пари через продихи листка та граничний шар повітря можна представити як два послідовно з'єднаних провідника (рис. 9.13); загальний опір R такої системи провідників визначається так:

$$R = R_{пр} + R_{сп} \quad (9.47)$$

Проходження води по рослині можна описати послідовним з'єднанням трьох провідників (рис. 9.14), опори яких відповідають кореневій системі ($R_{кор}$), стебліні ($R_{ст}$) та листку (R_l):

$$R = R_{кор} + R_{ст} + R_l \quad (9.48)$$

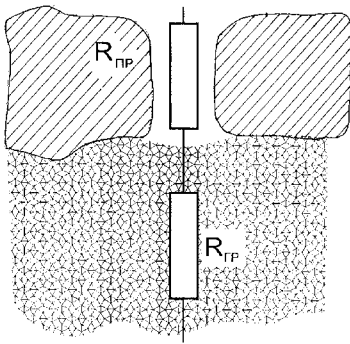


Рис. 9.13. Загальний опір системи опорів продихів та граничного шару повітря

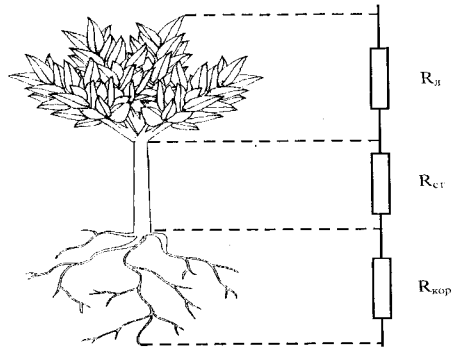


Рис. 9.14. Проходження води по рослині можна описати послідовним з'єднанням трьох провідників, опори яких відповідають кореневій системі ($R_{кор}$), стебліні ($R_{ст}$) та листку (R_l)

Функції електрорушійної сили можуть виконувати тиск водяної пари або концентрація газу, які забезпечують водні або газові потоки (електричний аналог – струм).

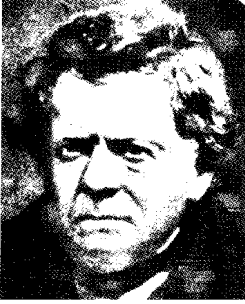
9.2.4. Закони постійного струму

Закон Ома для ділянки кола – сила струму I у провіднику прямо пропорційна напрузі U між двома фіксованими точками провідника та обернено пропорційна опору R провідника:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (9.49)$$

Закон Ома для повного кола – сила струму I у замкнутому колі прямо пропорційна електрорушійній силі джерела \mathcal{E} і обернено пропорційна сумі зовнішнього R та внутрішнього r опорів:

$$I = \mathcal{E}/(R + r). \quad (9.50)$$



Георг Ом (1787–1854)

Німецький фізик. Відкрив основний закон електричного кола (закон Ома). Мав роботи в галузі акустики, кристалооптики.

Контрольне завдання

Електричне коло характеризується електрорушійною силою джерела струму $\mathcal{E} = 12$ В, зовнішнім опором $R = 3$ Ом, внутрішнім опором $r = 0,05$ Ом. Визначити: а) силу струму; б) напругу; в) потужність, що розсіюється на зовнішньому опорі.

Відповіді: а) 3,93 А; б) 11,8 В; в) 46,3 Вт.

Закон Ома в диференціальній формі. Прикладом прямих процесів перенесення (див. розділ 8.4.2) є рух електричних зарядів, під час якого потік електричних зарядів викликається градієнтом потенціалу електричного поля. Розглянемо потік електронів у провіднику. Припустимо, що густина електронів і температура характеризуються однорідним розподілом. Густина струму як потік електронів у провіднику пропорційна напруженості електричного поля в даній точці, яка дорівнює градієнту потенціалу електричного поля. Це співвідношення можна представити як *закон Ома в узагальненій формі*:

$$J_e = L_e \cdot F_{qe}, \quad (9.51)$$

де J_e – потік електричних зарядів; L_e – феноменологічний коефіцієнт; F_{qe} – рушійна сила, що зумовлює перенесення електричних зарядів.

Закон Ома в диференціальній формі має вигляд:

$$j = \sigma E = \sigma \frac{d\varphi}{dx}. \quad (9.52)$$

У рівняннях (9.51) – (9.52) $J_e = j = \frac{I}{S}$ – густина струму; $L_e = \sigma = \frac{1}{\rho}$ –

питома електрична провідність; ρ – питомий електричний опір; $F_{qe} = E = \frac{d\phi}{dx}$ – напруженість електричного поля; $\frac{d\phi}{dx}$ – градієнт потенціалу.

Одиниці вимірювання густини струму – A/m^2 ; питомої електричної провідності – $c^3 \cdot A^2/m^3 \cdot кг$; напруженості електричного поля – $Дж/Кл \cdot м = м \cdot кг/А \cdot c^3$.

Закон Ома застосовується для простих кіл. У випадку складних кіл, які містять замкнуті контури та вузли розгалуження (рис. 9.15), використовують правила Кірхгофа.

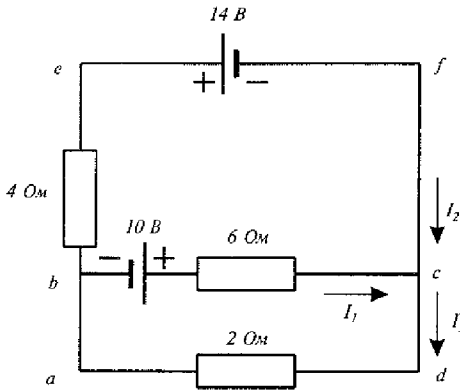


Рис. 9.15. Складне електричне коло

Перше правило Кірхгофа

– алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \tag{9.53}$$

Струми, що входять у вузол, умовно вважають додатними, а струми, що виходять з вузла – від’ємними.

Друге правило Кірхгофа – у будь-якому замкнутому контурі розгалуженого кола алгебраїчна сума добутків струмів на опори відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що є в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i. \tag{9.54}$$

Добуток IR називається *спадом напруги*.

Напрямок електричних струмів та електрорушійних сил вважаються додатними, якщо напрямок струму збігається з напрямком обходу контуру за годинниковою стрілкою, а е.р.с. збільшує потенціал у напрямку цього обходу.



Густав Роберт КІРХГОФ (1824–1887)

Німецький фізик, установив правила для складного електричного кола, названих його ім'ям.

Разом з Р.В. Вунзеном заклав основи спектрального аналізу (1859 р.), ввів поняття абсолютно чорного тіла та відкрив закон випромінювання.

Приклад

Використовуючи правила Кірхгофа, знайти сили струмів I_1 , I_2 та I_3 в електричному колі, що зображено на рис. 9.14.

Розв'язок

Згідно з першим правилом Кірхгофа маємо:

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

У даному колі є три контури: $abcd$, $befcb$ та $aefda$. Застосовуємо друге правило Кірхгофа до перших двох контурів $abcd$ і $befcb$:

$$abcd: \quad 10 \text{ В} - (6 \text{ Ом})I_1 - (2 \text{ Ом})I_3 = 0.$$

$$befcb: \quad -14 \text{ В} - 10 \text{ В} + (6 \text{ Ом})I_1 - (4 \text{ Ом})I_2 = 0.$$

Виключаємо I_3 з першого рівняння, використовуючи перше правило Кірхгофа:

$$10 \text{ В} - (6 \text{ Ом})I_1 - (2 \text{ Ом})(I_1 + I_2) = 0.$$

Звідки:

$$10 = 8 I_1 + 2I_2.$$

З другого рівняння одержуємо:

$$-12 = -3 I_1 + 2 I_2.$$

Розв'язок системи двох останніх рівнянь дає можливість визначити струми:

$$I_1 = 2 \text{ А}; I_2 = -3 \text{ А}.$$

З рівняння, що описує перше правило Кірхгофа, знаходимо: $I_3 = -1 \text{ А}$.

Контрольне завдання

Довести, що закон Ома є частинним випадком другого правила Кірхгофа.

Закон Джоуля–Ленца – кількість теплоти Q , яка виділяється в провіднику у процесі проходження ним електричного струму, прямо пропорційна квадрату сили струму I^2 , опору провідника R і часу t проходження струму:

$$Q = I^2 R t. \quad (9.55)$$

Тут $I^2 R = U^2 / R = P$ – потужність електричного струму.

9.2.5. Термоелектричні явища

Сукупність фізичних явищ, зумовлених взаємозв'язком між тепловими та електричними процесами, що відбуваються у твердих провідниках, називають *термоелектричними явищами*. Розглянемо ці явища.

Ефект Зеебека – виникнення термоелектрорушійної сили (термо-е.р.с.) в електричному колі, що складається з послідовно з'єднаних різнорідних провідників, контакти яких мають різну температуру (див. розділ 8.2). Якщо електричне коло складається з двох різних провідників, воно називається *термопарою* (рис. 9.16). Величина термо-е.р.с. залежить лише від температури гарячого T_1 та холодного T_2 контактів та матеріалу провідників. Для невеликого інтервалу температур від 0 до 100°C термо-е.р.с. визначається за виразом:

$$\mathcal{E}_z = \alpha(T_1 - T_2), \quad (9.56)$$

де α – коефіцієнт Зеебека.

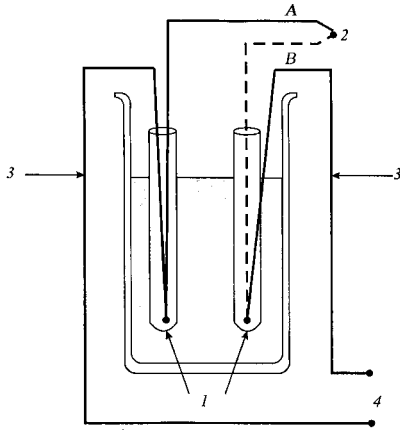


Рис. 9.16. Ефект Зеебека – виникнення термоелектрорушійної сили (термо-е.р.с.) в електричному колі, що складається із послідовно з'єднаних різнорідних провідників, контакти яких мають різну температуру: 1 – опорні спай; 2 – вимірювальний спай; 3 – мідний провідник; 4 – вихід до потенціометра

Недоліком термопар є невеликі значення електрорушійної сили, що виникає в електричному ланцюзі. Подолати цей недолік можна за рахунок послідовного з'єднання кількох термопар, які утворюють в цьому разі *термобатарею*.

У більш загальному випадку електрорушійна сила \mathcal{E}_z для однорідних провідників A і B , з яких складена термопара, визначається за виразом:

$$\mathcal{E}_z = \int_{t_1}^{t_2} \alpha_A dt + \int_{t_2}^{t_1} \alpha_B dt = \int_{t_1}^{t_2} (\alpha_A - \alpha_B) dt, \quad (9.57)$$

де α_A і α_B – коефіцієнти Зеебека для провідників A і B відповідно.

На практиці не використовують абсолютні значення коефіцієнтів Зеебека; замість цього визначають ці коефіцієнти щодо певного опорного матеріалу (наприклад, платини):

$$\alpha_{A,Pl} = \alpha_A - \alpha_{Pl} \quad (9.58)$$

та

$$\alpha_{Pt,B} = \alpha_{Pt} - \alpha_B. \quad (9.59)$$

Звідси:

$$\alpha_{A,B} = \alpha_{A,Pt} + \alpha_{Pt,B} = \alpha_A - \alpha_B, \quad (9.60)$$

де $\alpha_{A,B}$ – відносний коефіцієнт Зеебека термопар A,B .

Електрорушійна сила в цьому разі визначається так:

$$d\mathcal{E}_3 = \alpha_{A,B} dt. \quad (9.61)$$

Звідси:

$$\alpha_{A,B} = \frac{d\mathcal{E}_3}{dt}. \quad (9.62)$$

Залежність електрорушійної сили Зеебека від температури визначається за виразом:

$$\mathcal{E}_3 = \alpha t + \frac{1}{2} \beta t^2. \quad (9.63)$$

З рівнянь (9.62) та (9.63) можна одержати:

$$\alpha_{A,B} = \alpha + \beta t. \quad (9.64)$$

Значення коефіцієнтів α і β для типових металів знаходять з табл.9.3.

9.3 – Значення коефіцієнтів α і β для типових металів

Метал	$\alpha, \text{мкВ}/^\circ\text{C}$	$\beta, \text{мкВ}/^\circ\text{C}^2$
Залізо	+16,7	-0,0297
Мідь	+2,7	+0,0079
Константан	-34,6	-0,0558

На основі ефекту Зеебека побудовані термоелектричні термометри та їх послідовні з'єднання, які утворюють термобатарею.

Приклад

Визначити електрорушійну силу Зеебека для термопар “залізо–мідь”, користуючись табл. 9.3, якщо температура термопар 200°C , а опорна температура 0°C .

Розв'язок

Визначимо відносний коефіцієнт Зеебека за виразом:

$$\alpha_{Fe,Cu} = \alpha_{Fe} - \alpha_{Cu} = 16,7 - 2,7 = 14 \text{ мкВ}\cdot(^\circ\text{C})^{-1};$$

$$\beta_{Fe,Cu} = \beta_{Fe} - \beta_{Cu} = 0,0297 - 0,0079 = -0,0376 \text{ мкВ}\cdot(^\circ\text{C})^{-2}.$$

Підставимо числові дані у формулу (9.63):

$$\mathcal{E}_3 = \alpha t + \frac{1}{2} \beta t^2 = 14 \cdot 200 + (1/2)(0,0376)(200)^2 = 2048 \text{ мкВ}.$$

Контрольне завдання

Визначити електрорушійну силу Зеебека за умовами попереднього завдання для термопар “залізо–константан”.

Відповідь: 10782 мкВ.

Ефект Пельтьє пов'язаний з виділенням або поглинанням теплоти Q_{Π} під час пропускання електричного струму через контакт двох різних провідників. Виділення теплоти змінюється поглинанням, якщо змінити напрямок електричного струму в провіднику. Кількість теплоти Q_{Π} визначається за виразом:

$$Q_{\Pi} = \Pi It, \quad (9.65)$$

де $\Pi = T\Delta\alpha$ – коефіцієнт Пельтьє; T – абсолютна температура; $\Delta\alpha$ – різниця термоелектричних коефіцієнтів провідників; I – сила струму; t – час.

Використовують ефект Пельтьє для охолодження в холодильних установках.

Ефект Томсона пов'язаний з виділенням або поглинанням теплоти Q_T в провіднику, вздовж якого є градієнт температури. Кількість теплоти Q_T визначається за виразом:

$$Q_T = S(T_1 - T_2)It, \quad (9.66)$$

де S – характеристика провідника; $T_1 - T_2$ – перепад температур; I – сила струму; t – час.

Ефект Томсона знайшов своє застосування для вимірювання температури.

9.2.6. Електричні прилади

Амперметр – прилад для вимірювання сили електричного струму, який вмикається в електричне коло послідовно з джерелом струму (рис. 9.17). В ідеальному випадку амперметр повинен мати власний опір, що дорівнює нулю, щоб не спотворювати результати вимірювань. На практиці опір амперметра R_A підбирають значно меншим за опір електричного кола R .

Вольтметр – прилад для вимірювання напруги в електричних ланцюгах. Він вмикається паралельно тій ділянці кола, на якій вимірюється напруга (рис. 9.18). В ідеальному випадку вольтметр має нескінченно великий опір для зменшення впливу приладу на режим кола. В реальній ситуації опір вольтметра R_B підбирають значно більшим за опір ділянки кола R_2 .

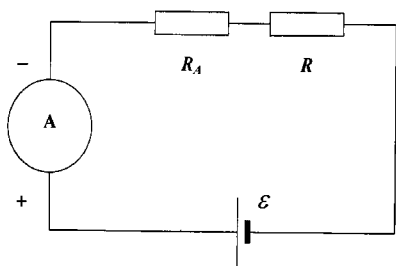


Рис. 9.17. Вимірювання сили електричного струму за допомогою амперметра, який вмикається в електричне коло послідовно з джерелом струму

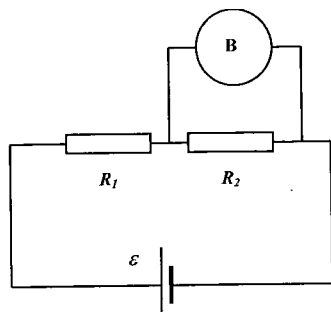


Рис. 9.18. Вимірювання напруги в електричних ланцюгах за допомогою вольтметра, який вмикається паралельно тій ділянці кола, на якій вимірюється напруга

Гальванометр – прилад високої чутливості, призначений для вимірювання малих струмів та напруг (рис. 9.19). Застосовується як нульовий індикатор для визначення відсутності електричного струму в електричному колі.

Вимірювальний міст (міст Уістона) – вимірювальне коло, що застосовується для вимірювання невідомого опору R_X . Це коло складається з трьох відомих опорів R_1 , R_2 та R_3 (де R_1 – калібрована змінний опір), гальванометра та джерела струму (рис. 9.20). Опори R_X , R_1 , R_2 та R_3 , що утворюють чотирикутник, називаються *плечима* моста. Регулюючи величину змінного опору R_1 , добиваються рівноваги моста, внаслідок якої струм у діагоналі з гальванометром дорівнює нулю. У цій ситуації виконується умова $R_1/R_3 = R_2/R_X$, звідки $R_X = R_2 R_3 / R_1$.

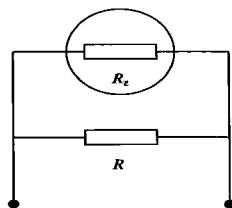


Рис. 9.19. Вимірювання малих струмів та напруг за допомогою гальванометра – приладу високої чутливості

Потенціометр – прилад для вимірювання електрорушійної сили \mathcal{E}_x шляхом порівняння її з відомою електрорушійною силою. На рис. 9.21 наведено основні компоненти потенціометра. Він складається з реохорда R (однорідного провідника, натягнутого на лінійку, вздовж якого переміщується рухомий контакт C), гальванометра G , джерела, електрорушійна сила \mathcal{E}_x якого вимірюється, нормального елемента з відомою електрорушійною силою \mathcal{E}_0 та джерела допоміжної електрорушійної сили \mathcal{E} .

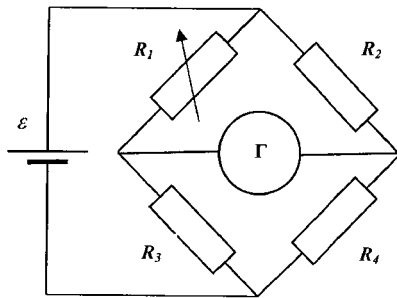


Рис. 9.20. Вимірювальний міст (міст Уїтстона) – вимірювальне коло, що складається з гальванометра, джерела струму, трьох відомих опорів R_1 , R_2 та R_3 (де R_1 – калібрований змінний опір), та застосовується для вимірювання невідомого опору R_x

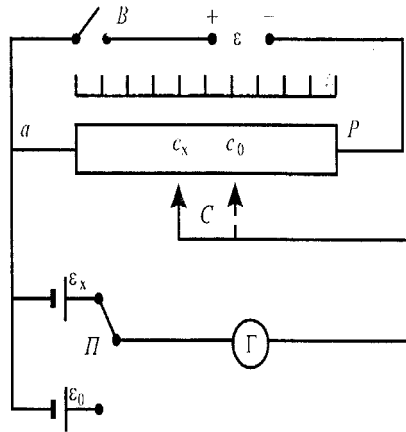


Рис. 9.21. Потенціометр – прилад для вимірювання електрорушійної сили \mathcal{E}_x шляхом порівняння її з відомою електрорушійною силою, який складається з реохорда R (однорідного провідника, натягнутого на лінійку, вздовж якого переміщується рухомий контакт C), гальванометра Γ , джерела, електрорушійна сила \mathcal{E}_x якого вимірюється, нормального елемента з відомою електрорушійною силою \mathcal{E}_0 та джерела допоміжної електрорушійної сили \mathcal{E}

Вимірювання невідомої електрорушійної сили \mathcal{E}_x полягає в переміщенні рухомого контакту C та знаходженні такого його положення, за якого струм через гальванометр дорівнює нулю. Умова компенсації визначається за виразом:

$$\mathcal{E}_x = Ir_x, \quad (9.67)$$

де Ir_x – спад напруги на ділянці ac .

Якщо за допомогою перемикача Π у ланцюг ввімкнути джерело еталонної електрорушійної сили \mathcal{E}_0 , то умова компенсації в цьому разі визначиться за виразом:

$$\mathcal{E}_0 = Ir_0, \quad (9.68)$$

З останніх двох рівнянь можна одержати таке співвідношення:

$$\mathcal{E}_x / \mathcal{E}_0 = r_x / r_0, \quad (9.69)$$

або з врахуванням того, що опори ділянок реохорда пропорційні їх довжинам:

$$\varepsilon_x / \varepsilon_0 = l_x / l_0, \quad (9.70)$$

звідки

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 \cdot (l_x / l_0). \quad (9.71)$$

Плавкий запобіжник – прилад для захисту електричного кола від великих струмів, які можуть викликати перегрів кола та пожежу. Для запобігання небезпечних ситуацій плавкий запобіжник вмикають послідовно з побутовими електричними приладами (рис. 9.22). Якщо загальний струм, що проходить по колу через всі прилади, перевищує норму, запобіжник плавиться та розриває коло.

Приклад

Побутові прилади, що застосовуються у квартирі, мають такі значення потужності: мікрохвильова піч – 800 Вт, холодильник – 1000 Вт, пральна машина – 1200 Вт. Чи підходить плавкий запобіжник, розрахований на 15 А, для такої квартири, якщо напруга в електричному колі 220 В?

Розв'язок

Підрахуємо струм, який проходить через кожний прилад, за виразом $I = P/U$ (де P – потужність приладу, U – напруга): мікрохвильова піч – $I_{мп} = 800 \text{ Вт}/220 \text{ В} = 3,6 \text{ А}$; холодильник – $I_x = 1000 \text{ Вт}/220 \text{ В} = 4,5 \text{ А}$; пральна машина – $I_{пм} = 1200 \text{ Вт}/220 \text{ В} = 5,45 \text{ А}$. Загальний струм в електричному колі становить $I = I_{мп} + I_x + I_{пм} = 3,6 \text{ А} + 4,5 \text{ А} + 5,45 \text{ А} = 13,55 \text{ А}$. Отже, плавкий запобіжник підходить до такого електричного кола.

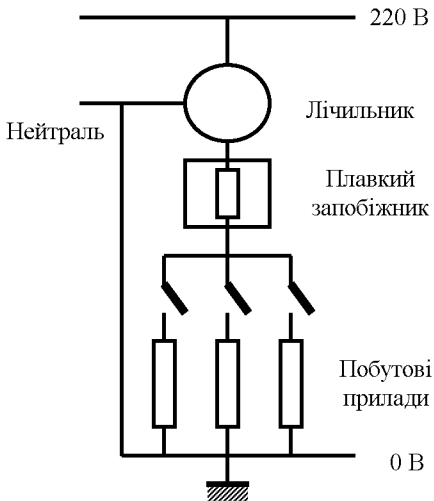


Рис. 9.22. Плавкий запобіжник – прилад для захисту електричного кола від великих струмів, які можуть зумовити перегрів кола та пожежу

10. ЕЛЕКТРИЧНІ ПОЛЯ ПРИРОДНОГО ПОХОДЖЕННЯ

10.1. ІОНОСФЕРА

У склад атмосфері входять іони кисню, азоту та інших газів, а також вільні електрони. В нижній тропосфері кількість іонів обох знаків невисока – близько $500\text{--}700$ пар/см³. Іони виникають в основному за рахунок радіоактивного випромінювання урану і радію, що знаходяться в земній корі. Але ці іони обліплені нейтральними молекулами води і рухливість їх мала. Вільні електрони існують недовго, бо приєднуються до інших частинок.

На великих висотах кількість іонів збільшується внаслідок впливу космічного випромінювання, ультрафіолетового та корпускулярного випромінювання Сонця. Так, на висоті 20–25 км (стратосфера) має місце перший максимум іонізації, а саме близько 10^4 пар/см³. Далі концентрація іонів зменшується, але на висоті 30 км (мезосфера) їх кількість становить теж 10^4 пар/см³. Причому кількість негативних іонів мала; в основному мають перевагу позитивні іони і електрони. Приблизно з цієї висоти починається *іоносфера* – природне утворення розрідженої слабо іонізованої плазми, яка знаходиться в магнітному полі Землі та підлягає впливу іонізуючого випромінювання Сонця. Іоносфера займає область висот 50–1500 км.

Іоносфера складається з кількох шарів, розташованих на різних висотах (рис. 10.1):

1. Шар *D* – область між 50 та 90 км; характеризується слабкою іонізацією. Відіграє суттєву роль у поглинанні радіохвиль (10 МГц).

2. Шар *E* – область між 90 та 120 км, де відбувається іонізація молекулярного кисню завдяки рентгенівській (1–10 нм) та ультрафіолетовій компонентам сонячного випромінювання. Цей шар відбиває радіохвилі з частотою менше ніж 10 МГц та поглинає з частотою більше ніж 10 МГц. Вночі цей шар зникає за браком джерел іонізації.

3. Шар *F* – область між 120 та 400 км, в якому має місце іонізація атомарного кисню *O* ультрафіолетовим (10–100 нм) сонячним випромінюванням. Цей шар відповідає головному максимуму іонізації; вночі він знаходиться на висоті 300–400 км, а удень роздвоюється на шари F_1 (160–200 км) і F_2 (220–320 км). Саме цей шар відповідає за поширення радіохвиль.

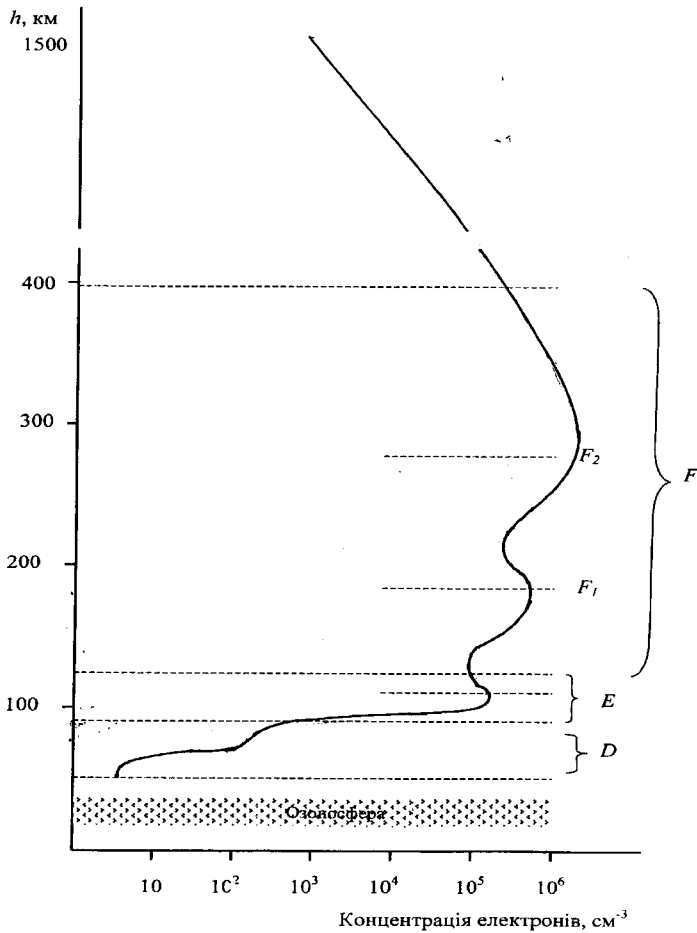


Рис. 10.1. Структура іоносфери (пояснення в тексті)

Іонний склад змінюється з висотою: $(\text{H}_2\text{O})_n\text{H}^+$, O_2^+ , NO_3^+ та HCO_3^+ – на висотах, менших ніж 70–80 км, NO^+ та O^+ (85–200 км), O^+ (> 200 км), H^+ (>600–1000 км).

За рахунок градієнта густини повітря рівень іонізації і відповідно питомої електропровідності повітря неоднорідний: біля поверхні Землі $\sigma = (2-3) \cdot 10^{-14}$ См/м і $30 \cdot 10^{-14}$ См/м на висоті 10 км, тобто повітря може бути розглянуто як ізолятор біля поверхні і провідник – в області мезосфери і вище.

Крім того, в тропосфері можуть відбуватися явища, що зумовлюють розділення електричних зарядів за рахунок змін метеорологіч-

них умов – хмар, опадів, туманів тощо. В атмосфері виникає позитивний об’ємний заряд, а на поверхні Землі – від’ємний заряд. Отже, електричне поле Землі направлено приблизно вертикально; напруженість його становить від 130 В/м біля поверхні до кількох вольт на метр на висоті 10 км.

10.2. ВЛИСКАВКИ

Наявність грозових хмар впливає на розподіл електричних зарядів. Згідно із сучасними уявленнями структура грозової хмари – тризарядна: в центрі хмари знаходиться основна зона негативного заряду, над нею – зона позитивного заряду, а під нею – друга, менша, але те ж позитивно заряджена зона (рис.10.2). Найбільш характерною особливістю зони негативного заряду хмари є те, що вона являє собою плоский (товщиною 1 км) шар на висоті 6 км, де температура повітря становить -15°C (так звана *температура реверсу*). На цій висоті вода існує в трьох фазах – у вигляді рідини, льоду і пари. Верхня позитивно заряджена зона може мати товщину декілька кілометрів і досягати тропопаузи (13 км). Нижня зона настільки мала, що її впливом на формування електричного поля між хмарою та поверхнею Землі можна знехтувати. В атмосфері за типових температурних режимів існують кристалики льоду та важкі частинки снігової крупи. Лабораторні дослідження показали, що за температур більших ніж температура реверсу (висота менше ніж 6 км) частинки крупи, що падають, взаємодіють з кристаликами льоду і набувають позитивного заряду, а за температур менших температури реверсу (висота більша ніж 6 км) вони заряджаються негативно (рис.10.3). Вважається, що саме частинки крупи беруть участь у формуванні нижньої зони в тризарядній хмарі. Перед грозою напруженість електричного поля може досягати 50000 В/м, а під час грози – 100000–300000 В/м.

Суттєву роль в електризації грозових хмар відіграє конвекція – рух кристаликів льоду і снігової крупи вгору; причому кристалики підіймаються швидше, що еквівалентно падінню крупи. Висхідний потік переносить переохолоджені краплини води вище граничної зони, забезпечуючи ріст крупи. Як тільки хмара накопить достатній електричний заряд, за якого електричне поле здатне подолати діелектричну “міцність” атмосфери, виникає *блискавка* – іскровий розряд, що виникає за відсутності електродів в масі заряджених та добре ізольованих одна від одної частинок. В основному, блискавки утворюються всередині основного негативного заряду. У випадку розряду

між хмарою і земною поверхнею блискавка складається з двох розрядів: один (*лідер*) прямує до земної поверхні, а другий (*стрімер*) пошпрується догори. Цікаво відмітити параметри блпскавки: середня тривалість блискавки становить 10^{-3} с, електричий струм – до 100000 ампер, температура в розряді 27600°C , довжина блпскавки – 3–16 км, діаметр – 1,3–2,5 см.

Висота, км

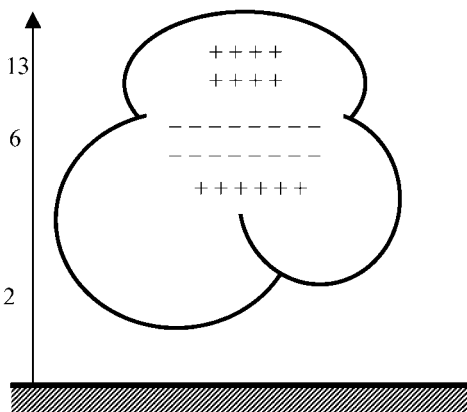


Рис. 10.2. Тризарядна структура грозової хмари

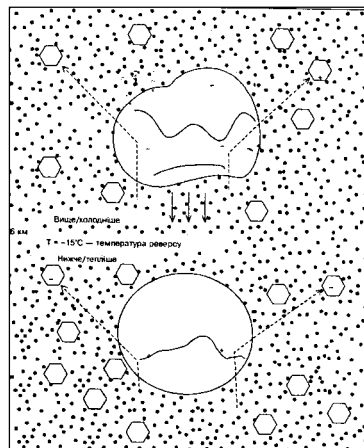


Рис. 10.3. Процеси перенесення заряду під час взаємодії частинок снігової крупи з кристаликами льоду

Позначимо електричне поле, що утворюється між іоносферою та земною поверхнею, як E , а поле між хмарою і поверхнею – як E_1 (рис.10.4). Відзначимо, що поле $E_1 > E$ (оскільки відстань між зарядами менша). Там, де є башти, вежі тощо виникає *коронний розряд* – самостійний високовольтний електричний розряд в газі у разі тиску не менше атмосферного,

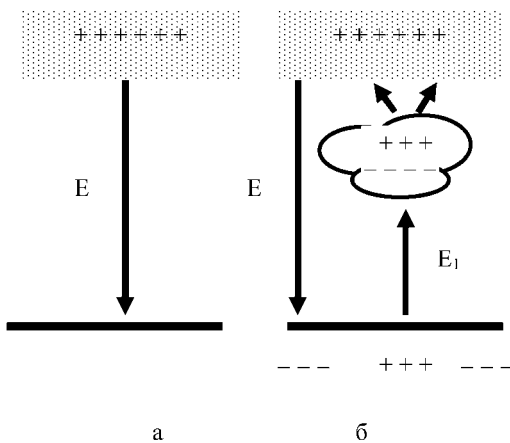


Рис. 10.4. Електричне поле, що утворюється між іоносферою та земною поверхнею: а – за відсутності грозової хмари; б – за наявності грозової хмари

якщо електричне поле між електродами неоднорідне.

10.3. ПОЛЯРИ СЯЙВА

У 1958 році команда дослідників під керівництвом Джеймса Ван Аллена, використовуючи дані, одержані за допомогою супутника “Експлорер I”, виявила наявність радіаційних поясів, що оточують



Рис. 10.5. Радіаційні пояси, що утворюються зарядженими частинками, захоплені неоднорідним магнітним полем Землі: 1 – внутрішній радіаційний пояс;

2 – зовнішній радіаційний пояс; 3 – вісь обертання; 4 – магнітна вісь; 5 – південно-атлантична аномалія

земну кулю (рпс. 10.5). Утворюються вони зарядженими частинками (електронами і протонами), захоплені неоднорідним магнітним полем Землі. Траєкторії руху частинок мають спіралеподібну форму. Всі заряджені частинки походять від Сонця або зірок; загальна назва їх – *космічні промені*. На полюсах ці частинки стикаються з іншими атомами, утворюючи випромінювання світла, яке називають *північним сяйвом (Aurora Borealis)* на північному полюсі та *південним сяйвом (Aurora Australis)* – на південному.

Спостереження свідчать, що близько 94 % полярних сяйв відбуваються на висотах 90–130 км, хоча максимальна висота появи сяйва становила 1130 км, а мінімальна – 60 км.

11. ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВІСТЬ ЖИВОГО ОРГАНІЗМУ

11.1. БІОЛОГІЧНІ ПОТЕНЦІАЛН

Розглянемо деяку ємність, розділену на два відсіки мембраною, яка проникна тільки для іонів калію. Якщо концентрація розчинів KCl в обох відсіках однакова, то кількість іонів K^+ , що переходять з відсіку I у відсік II і навпаки, буде однаковою. Через це різниця потенціалів, що встановлюється на мембрані, дорівнює нулю.

Якщо концентрація розчину KCl у відсіку I перевищує концентрацію у відсіку II , буде мати місце дифузія іонів, внаслідок якої кількість позитивних зарядів у відсіку II збільшиться. Таким чином, на мембрані встановиться різниця потенціалів.

Отже, різниця концентрацій іонів K^+ між відсіками являє собою *хімічний градієнт* (або хімічну різницю потенціалів), який призводить до дифузійного потоку іонів крізь мембрану з відсіку I у відсік II .

У той же час, накопичення позитивних електричних зарядів у відсіку II сприяє утворенню *електричного градієнта* (або електричної різниці потенціалів), який примушує іони K^+ рухатися в протилежному напрямку – з відсіку II у відсік I .

У цілому наявність концентраційного (хімічного) і електричного градієнтів зумовлює стан *електрохімічної рівноваги* іонів K^+ . Різниця потенціалів, що виникає на мембрані за такого стану, називається *електрохімічним (рівноважним) потенціалом*.

Внутрішнє і зовнішнє середовища клітини характеризуються нерівномірним розподілом певних іонів. Так, основним іоном у зовнішньому середовищі клітини є натрій – його концентрація в зовнішньому середовищі клітини в 5–15 разів перевищує концентрацію у внутрішньому середовищі. У середині клітини переважають іони калію, концентрація яких в 20–40 разів більша, ніж у зовнішньоклітинному середовищі. Крім того, клітинна мембрана характеризується селективною іонною проникністю, зумовленою наявністю іонних каналів. У стані спокою мембрана характеризується великою проникністю для іонів калію і незначною – для іонів натрію. Врешті-решт, на

клітній мембрані утворюється так званий *потенціал спокою*. Величина його коливається для різних клітин від -60 до -90 мВ. Про клітну у стані спокою кажуть, що вона *поляризована*.

Під час дії на мембрану зовнішнього стимулу (наприклад, механічної, хімічної або електричної природи) електричний баланс порушується, що супроводжується входом іонів натрію всередину клітини і виникненням швидкої зміни мембранного потенціалу. У той же час іони калію залишають клітну, хоча й не так швидко, як іони натрію. На мембрані встановлюється позитивний *потенціал дії* (близько $20-30$ мВ). Цей потенціал виникає не на всій мембрані, а лише в тій ділянці, до якої був прикладений зовнішній стимул. Процес збудження мембран, що супроводжується появою потенціалу дії, називається *деполяризацією*. Мембрана повертається до первинного стану рівноваги, який характеризується блокуванням проходу іонів натрію всередину клітини. Цей процес транспорту іонів натрію назовні, що викликає поляризацію клітини, називається *реполяризацією*.

Основними властивостями потенціалу дії є: 1) типова величина амплітуд становить близько 130 мВ і не залежить від амплітуди зовнішнього стимулу; потенціал дії триває декілька мілісекунд (рис.11.1); 2) полярність потенціалу дії протилежна полярності потенціалу спокою; 3) під час деполяризації і на початку фази реполяризації відповідна ділянка мембран тимчасово становиться незбуджуваною, несприйнятливою (*рефрактерною*); 4) потенціал дії поширюється по клітній мембрані від місця збудження начебто біжуча хвиля зі швидкістю $50-150$ м/с (для хребетних). У випадку нервової клітини потенціал дії, що поширюється вздовж аксона, являє собою *нервовий імпульс*.

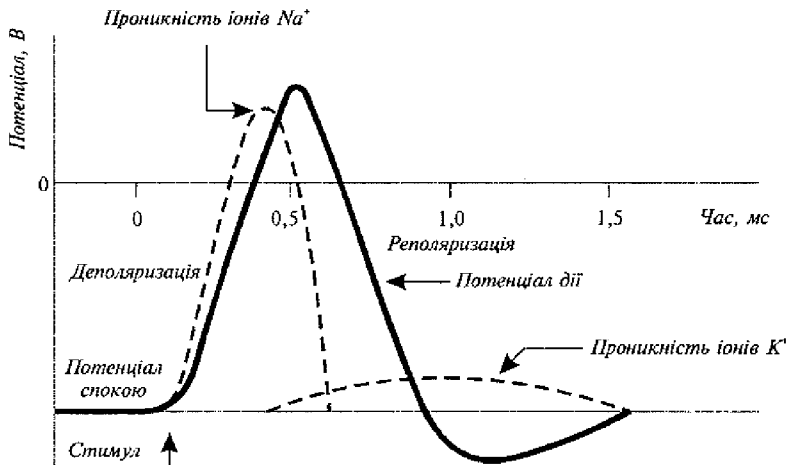


Рис. 11.1. Утворення потенціалу дії: після прикладання стимулу відбувається швидке зростання проникності мембрани для іонів натрію і повільне – для іонів калію, внаслідок чого іони натрію входять у клітину, а іони калію виходять з неї, утворюючи результуючий потенціал

Для клітинної мембрани, яка розділяє зовнішнє і внутрішнє середовища, процес появи потенціалу дії описується рівнянням Нернста:

$$\Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_i = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{C_i}{C_e}. \quad (11.1)$$

де $\Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_i$ – різниця потенціалів між зовнішнім та внутрішнім середовищами; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура; Z – валентність іонів; F – стала Фарадея; C_e – концентрація зовнішнього середовища; C_i – концентрація внутрішнього середовища.

Внутрішньо- та зовнішньоклітинні концентрації іонів для клітин деяких біологічних об'єктів наведено у табл. 11.1.

11.1 – Внутрішньо- та зовнішньоклітинні концентрації іонів

Концентрація (ммоль/л)	Гігантський аксон кальмара	Кравецький м'яз жаби
Внутрішньоклітинне середовище C_i		
Na^+	78	13
K^+	392	138
Ca^{2+}	0,4	30
Mg^{2+}	11	16
Cl^-	104	2
Зовнішньоклітинне середовище C_o		
Na^+	462	108
K^+	22	2,5
Ca^{2+}	11	2
Mg^{2+}	56	1
Cl^-	286	

Звичайно різниця потенціалів між внутрішнім середовищем рослинної клітини та зовнішнім розчином, що омиває клітину, знаходяться в межах від -50 до -250 мВ (наприклад, різниця потенціалів для клітин кореневої системи *Pea sativum* та *Avena sativa* дорівнює -110 мВ та -84 мВ відповідно).

Вальтер Герман НЕРНСТ (1864–1941)

Німецький хімік, який брав участь у становленні сучасної фізичної хімії. Сформулював теорему – так званий „третій закон термодинаміки” (1905 р.), відкрив одне з термомагнітних явищ, досліджував проблеми електроакустики та астрофізики. Одержав Нобелівську премію з хімії за дослідження в галузі термодинаміки (1920 р.).



Приклад

Використовуючи дані табл. 11.1, визначити рівноважний натрієвий потенціал, що виникає в гігантському аксоні кальмара.

Розв’язок

Рівноважний потенціал визначимо за допомогою рівняння Нернста (11.1). Підставляємо в це рівняння числові дані, враховуючи, що $RT/F = 25,3$ мВ (див. додаток):

$$\Delta\varphi = 23,3 \text{ мВ} \cdot \ln \frac{462}{78} = 45 \text{ мВ}.$$

Контрольне завдання

Визначити потенціал рівноваги, що встановився на мембрані клітини кравецького м’яза жаби для іонів калію. Використовувати дані табл.11.1.

Відповідь: $-101,48$ мВ.

11.2. ТЕХНІКА ВІМІРЮВАННЯ МЕМБРАННИХ СТРУМІВ

Іони, які пересуваються через мембрани, несуть електричний заряд, завдяки чому в мембрані утворюються електричні струми величиною близько 10^{-12} А. Вимірювати ці струми можна за допомогою мікроелектродів, виготовлених з витягнутих тонких скляних трубок. Один з перших підходів до реалізації таких вимірювань передбачав безпосереднє занурення мікроелектрода в клітину. Але така методика могла застосовуватися лише до великих клітин; крім того, мікроелектрод перетинав і плазматичну, і вакуолярну мембрани, що ускладнювало процес вимірювань внаслідок впливу струмів через обидві мембрани.

П.Г. КОСТЮК (народ. 1924 р.)

Український вчений, відомий своїми роботами з нейрофізіології, клітинної біофізики (структура та функція іонних каналів, мембранні рецептори). Вперше в Україні застосував мікроелектродну техніку для дослідження діяльності нервових клітин.



Проблеми були успішно розв'язані за допомогою *петч-клемп-методу*, який полягає в установленні тісного контакту відполірованого скляного мікроелектрода (мікропіпетки) діаметром 0,5–1 мкм з мембраною, що оточує ізольований протопласт (клітину, яка позбавлена клітинної оболонки). Такий тісний контакт досягався завдяки легкому всмоктуванню. Назва цієї техніки походить від англійських слів “patch” – латка, пластир (невелика ділянка у зоні контакту мікропіпетки з мембраною) та “clamp” – скріпляти. Вимірювання проводять або з прикріпленою цілою клітиною, або лише з тією її частиною, яка залишається в отворі мікропіпетки (рис. 11.2). В останньому випадку латка розміщується в фізіологічному розчині, який оточує її зовні та подається через піпетку. Малі діаметри мікропіпетки дозволяють вимірювати струми через окремі іонні канали. Оскільки протопласт має сферичну форму, можна виміряти його об'єм і оцінити потік зарядів через однією площі мембрани. Ще одна перевага методу полягає в можливості відрізнити електричні події, що відбуваються на плазматичній і вакуолярній мембранах, і контролювати склад зовнішнього і внутрішнього середовищ.

11.3. ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВІСТЬ СЕРЦЯ. ПРИНЦИПИ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАФІ

Електрична активність серця може бути розглянута на основі уявлень про серце як *електричний диполь*, що знаходиться у провідному середовищі. Диполь являє собою пару різноіменних електричних зарядів, розділених певною відстанню. Дипольний електричний момент одиниці об'єму є векторною величиною.

У 1908 р. Ейнтховен запропонував розглядати серце як вектор, розміщений в рівнобічному трикутнику (ця пропозиція одержала назву *гіпотези Ейнтховена*). Проекції цього вектора на сторони трикутника відповідають різницям потенціалів, що реєструються між кінцівками (кожна така різниця потенціалів називається *відведенням*). Амплітуди і полярності проєкцій цього вектора на сторони трикутника свідчать про стан роботи серця.

У нормі напрямок вектора коливається в секторі між $0 - +90^{\circ}$ (рис.11.3, *а*); відхилення вектора в секторі $0 - -90^{\circ}$ свідчить про зміщення анатомічної осі серця вліво (рис.11.3, *б*). Розташування вектора в секторі $+90-180^{\circ}$ відповідає можливим патологіям серця (рис.11.3, *в*). Процедура вивчення механізмів електричної активності серця, її характеристики в нормі і у разі патологічних процесів, а також техніка реєстрації електричної активності міокарда впродовж

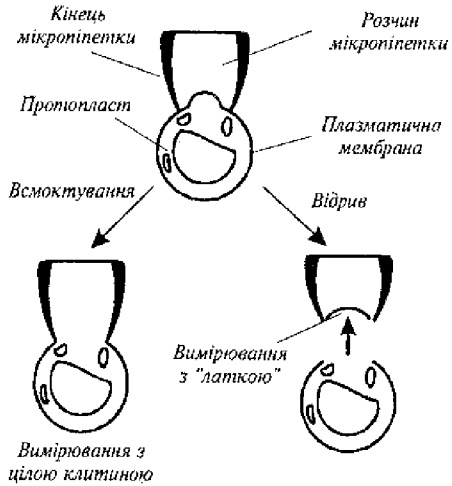


Рис. 11.2. Принцип петч-клемп-методу реєстрації мембранних струмів (пояснення в тексті)

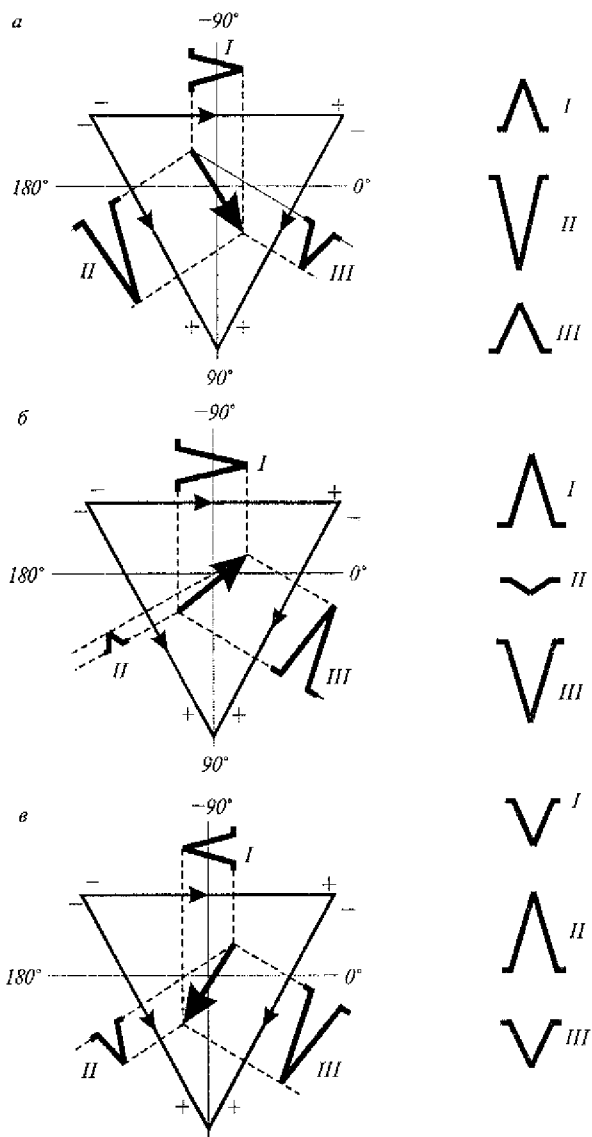


Рис. 11.3. Напрямок вектора, що відповідає електричній осі серця в нормі (*a*), зміщеній відносно анатомічної осі (*б*) і у разі патології (*в*)



Віллем ЕЙНТХОВЕН (1860–1927)

Голландський медик та фізіолог. Винахідник електрокардіографії (1903 р.), за що одержав Нобелівську премію 1924 року. Займався також проблемами акустики.

серцевого цнклу називається *електрокардіографією*. Залежність електричного потенціалу на поверхні тіла людини чи тварини від часу називається *електрокардіограмою (ЕКГ)*.

11.4. ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВІСТЬ МОЗКУ. ПРИНЦИПИ ЕЛЕКТРОЕЦЕФАЛОГРАФІЇ

Процедура вивчення біоелектричних процесів, пов'язаних з виникненням активності в структурах мозку, з переходом їх від відносного спокою до активного або загальмованого стану з метою дослідження функціонального стану головного мозку на основі реєстрації біопотенціалів, називається *електроенцефалографією*. Типова *електроенцефалограма (ЕЕГ)* являє собою комбінований ефект нейронних потенціалів, які фіксуються на значній ділянці кори головного мозку.

У процесі електроенцефалографії реєструють біоелектричні сигнали. Залежно від частоти f та амплітуди A цих сигналів розрізняють такі типи хвиль: α -хвиля, $f = 8\text{--}13$ Гц, $A = 100$ мкВ, синусоїдальна форма; β -хвиля, $f = 20\text{--}50$ Гц, менша амплітуда, нерегулярна форма; γ -хвиля, $f < 3,5$ Гц; θ -хвиля, $f = 3,5\text{--}8$ Гц. Рівень шумів, які реєструються, дорівнює близько 2 мкВ. Датчиками електричних полів мозку є диски $Ag\text{--}AgCl$, кількість яких досягає близько двох десятків.

11.5. УТВОРЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ РИБАМИ

Близько 300 видів риб здатні генерувати власні електричні поля – слабкі, напруженістю від кількох мілівольт до кількох вольт для електролокації і комунікації та сильні, напруженістю до кількох вольт, для відлякування хижаків або оглушення жертви. Сильноелектричні види риб мають спеціалізовані електричні органи, тоді як сла-

боелектричні види – лише морфологічно виражені тканини. Утворюються електричні поля за допомогою так званого *електричного органа*, який генерує електричні розряди. Складається електричний орган з клітин *електроцитів*, які з'єднані послідовно або паралельно. Форма, кількість та порядок розташування електроцитів залежить від виду. Так, електричний орган ската *Torpedo* містить 500–1000 з'єднаних паралельно стовпчиків електроцитів, по 1000 клітин в кожному стовпчику; діаметр клітин становить 5–7 мм, а товщина – 10–30 мкм; ще один представник скатів, *Narcine*, має близько 400 стовпчиків з 300–500 клітин діаметром 2 мм і товщиною 7 мкм. Кількість електроцитів у електричного вугра *Electrophorus* досягає 6000. Електричні розряди риб характеризуються такими параметрами, як інтенсивність (амплітуда), тривалість, хвильова форма, частота повторення. Величина цих параметрів залежить від виду та способу життя риби. Так, електричний вугор у стані пошуку генерує імпульси напруженою до 50 В, тривалість яких становить близько 2 мс, тоді як в момент виявлення здобичі він створює імпульси напруженою 300–600 В тривалістю 0,6–2 с.

12. ВПЛИВ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ НА ЖИВІ ОРГАНІЗМИ

12.1. ЕЛЕКТРОФОРЕЗ

Електрофорезом називається спрямоване переміщення електрично заряджених макромолекул, частинок дисперсної фази в дисперсному середовищі, або іонів в електропровідному розчині під впливом зовнішнього електричного поля.

Дисперсні системи – неоднорідні системи, що складаються з неперервного газоподібного, рідкого або твердого середовища, в якому розміщені частинки подрібненої речовини.

Розглянемо молекулу, що характеризується сумарним електричним зарядом q , яку помістили в електричне поле з напруженістю E . На цю молекулу з боку поля діє сила:

$$F_1 = qE. \quad (12.1)$$

Під дією такої сили молекула набуває прискореного руху. У рідкому середовищі в результаті такого руху виникає сила тертя F_2 , яка дорівнює і протилежна силі F_1 :

$$F_1 = F_2, \quad (12.2)$$

або

$$qE = \mu v, \quad (12.3)$$

де μ – коефіцієнт тертя, який залежить від розмірів і форми молекули, а також від в'язкості середовища; v – швидкість руху молекули.

Для сферичних молекул коефіцієнт тертя визначається *законом Стокса*:

$$\mu = 6\pi\eta r, \quad (12.4)$$

де r – радіус молекули; η – коефіцієнт в'язкості середовища.

Звідси можна визначити відношення швидкості руху v до напруженості електричного поля E як *електрофоретичну рухливість* U :

$$U = \frac{v}{E} = \frac{q}{6\pi\eta r} = \frac{ze}{6\pi\eta r}, \quad (12.5)$$

де z – кількість електронів; e – заряд електрона.

Електрофоретична рухливість вимірюється у $m^2/V \cdot c$.

На практиці техніка електрофорезу використовується для визначення молекулярної маси білків за наявності додецилсульфата натрію в поліакриламідному гелі – в цих умовах електрофоретична рухливість залежить від молекулярної маси, але не від загального заряду макромолекули.

Встановлено, що електрофоретична рухливість U білків лінійно залежить від логарифма молекулярної маси M :

$$U = b - a \lg M, \quad (12.6)$$

де a і b – сталі, які залежать від концентрації та властивостей поліакриламідного гелю.

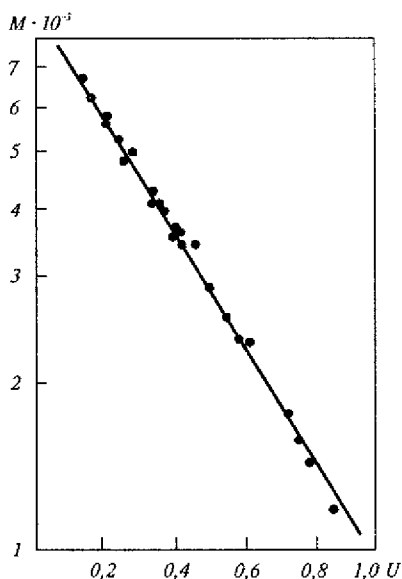


Рис. 12.1. Калібрувальна крива для визначення молекулярної маси білків

Калібрувальну криву для визначення молекулярної маси білків показано на рис. 12.1.

Приклад

Визначити молекулярну масу невідомого білка, якщо його електрофоретична рухливість дорівнює 0,7. Два інших білка мають молярні маси $M_A = 40000$ D і $M_B = 22000$ D та електрофоретичні рухливості $U_A = 0,4$ і $U_B = 0,6$ відповідно.

Розв'язок

Запишемо рівняння (12.6) для білків A і B :

$$0,4 = b - a \lg 40000;$$

$$0,6 = b - a \lg 22000.$$

Віднявши друге рівняння від першого, одержимо:

$$0,6 - 0,4 = -a \lg 22000 + a \lg 40000.$$

Звідси:

$$0,2 = a (\lg 40000 - \lg 22000) =$$

$$= a (4,6020 - 4,3424) = a 0,2596;$$

$$a = \frac{0,2}{0,2596} = 0,7704.$$

Визначимо сталу b :

$$b = U + a \lg M = 0,6 + 0,7704 \lg 22000 = 3,9454.$$

Визначивши сталі a і b , можна знайти молекулярну масу невідомого білка із рівняння:

$$U = b - a \lg M.$$

$$\lg M = \frac{b - U}{a} = \frac{3,9454 - 0,7}{0,7704} = 4,2125.$$

$$M = 16316 \text{ D.}$$

Контрольне завдання

Використовуючи величини сталих a і b із попередньої задачі, визначити рухливість білка, якщо його молекулярна маса дорівнює 50000 D. Порівняти одержаний результат з тим, який можна одержати із залежності $M = f(U)$, показаної на рис. 12.1.

Відповідь: 0,325.

12.2. ВПЛИВ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ АНТРОПОГЕННОГО ПОХОДЖЕННЯ НА ЖІВІ ОРГАНІЗМИ

Одними з основних антропогенних джерел електричних полів є лінії електропередачі надвисокої напруги. Сучасна енергетика базується на лініях електропередачі (ЛЕП) з напругою 220, 500, 750, і 1150 кВ. Підготовка трас для ЛЕП, вирубка просік, встановлення опор, монтаж проводів і подальша експлуатація ЛЕП зумовлюють відповідну реакцію з боку екосистем. Будівництво та експлуатація ЛЕП спричинює незворотні зміни у видовому складі, фітомасі, просторовій і часовій структурі рослинності на просіках, особливо в зонах тундри, лісотундри і північної тайги. Відновлення рослинного покриву відбувається вкрай повільно, що сприяє ерозійним процесам. Утворення просік супроводжується також значними змінами тваринного компонента екосистем: відзначається зникнення тварин, що мешкають у кронах дерев; змінюється видовий склад, чисельність і різноманіття птахів; збільшується концентрація гризунів.

Без сумніву, ЛЕП впливають й на людський організм. Розростання міст до рівнів мегаполісів викликає наближення ЛЕП до новобудов. Допустимі норми електричного поля вимагають віддалення опор ЛЕП на 30–40 метрів від жилих кварталів.

Крім того, джерелами електромагнітних полів є електротехнічне обладнання житлових приміщень, побутові електроприлади, теле- та радіостанції, системи супутникового та сотового радіотелефонного зв'язку, персональні комп'ютери, медичні прилади. Згідно з накопиченими даними, вплив електромагнітних полів на людину призводить до негативних змін стану здоров'я, викликаючи зсуви у функціонуванні серцево-судинної, ендокринної, гематологічної, імунної систем, а також збільшує ризик розвитку онкопатології.

Для риб характерні певні реакції на зовнішні електричні поля. Під час включення джерела поля риба демонструє рухливу реакцію: зі збільшенням напруженості поля вона спробує вийти із зони дії поля; за подальшого підвищення напруженості риба прямує до аноду (так званий *гальванотаксис*). Змінні електричні поля зумовлюють *осци-*

лотаксис – розміщення риби поперек силових ліній поля. Реакція риб на імпульсні електричні поля залежить від амплітуди, частоти і тривалості імпульсів.

Личинки американського вугра *Anguilla rostrata* мігрують з районів нересту в Саргасовому морі до північноамериканського узбережжя Атлантичного океану на відстань близько 1000 км. Цілком можливо, що при цьому вони використовують для навігації геоелектричні поля, які створюються в океані течіями (такими як Гольфстрім). Нагадаємо, що напруженість таких полів становить 0,5 мкВ/см, а чутливість вугра – 0,002 мкВ/см.

Планарії здатні визначати наявність і відрізнити географічний напрямок горизонтальних електростатичних градієнтів, які не перевищують 0,1 мкВ/см.

Бджоли проявляють здатність реагувати на зовнішні електричні поля. Максимум чутливості бджолої сім'ї, що складається з 10000 особин, на електричні поля становить 4–5 В/см. Під впливом електричних полів відбувається зміна параметрів мікроклімату всередині вулика.

13. ЕЛЕКТРОРЕЦЕПЦІЯ

Процес одержання живим організмом через чутливі органи біологічно значущої інформації про природні електричні поля або поля біологічного походження називається *електрорецепцією*.

Електрорецепція використовується тваринами (рибами, амфібіями та примітивними ссавцями) для пошуків здобичі, уникнення хижаків, внутрішньовидової комунікації, розмноження, просторової орієнтації і навігації, попередження про природні явища – землетруси, шторми, урагани тощо. Інтенсивність електричних полів, на які здатні реагувати тварини, становить від $5 \cdot 10^{-9}$ В/м до понад 10^{-4} В/м; частотний діапазон електричних полів змінюється від 0 до більше ніж 15 кГц для різних видів.

Серед 4,5 тисяч видів ссавців електрорецепція знайдена лише у одного тільки качкодзьоба *Ornithorhynchus anatinus*. Дзьоб у нього покритий шкірою; в протоці шкіряної слизової залози дзьоба знаходяться електрорецептори. Слиз захищає електрорецепторні клітини від висихання під час виходу тварини на сушу, а у воді завдяки низькому опору забезпечує підведення електричного струму до рецепторних клітин. Електрочутливість качкодзьоба становить 50–80 мкВ/см.

Риби живуть у водному середовищі, яке характеризується високою електропровідністю; саме риби здатні створювати електричні поля й розпізнавати об'єкти, що знаходяться у воді. Можна розділити риб на таких, які мають електрорецепторні системи і сприймають електричні поля, і таких, які їх не мають. Деякі види риб мають електрорецептори, розташовані поблизу бокових сенсорних органів; такі електрорецептори називають *ампулами Леренціні*.

Електрорецепторні системи виявлені у сомових риб, акул і скатів. Мембрана електрорецепторної клітини спрямована до зовнішнього середовища і має менший електричний опір, ніж мембрана на протилежному боці клітини. Струм, що входить у клітину ззовні, викликає деполяризацію мембрани, яка активізує кальцієві канали в цій частині клітини. Наслідком цього є збільшення частоти нервових імпульсів у сенсорному волокні, що зв'язане з рецептором. Чутливість риб, які мають електрорецептори, коливається від 0,01–0,02 мкВ/см у акул і скатів до 1–2 мкВ/см у гімнотидів та мормиридів.

14. ПРИКЛАДИ ЕЛЕКТРИКА

14.1. ЗАСТОСУВАННЯ ЕЛЕКТРОФІЗИЧНИХ МЕТОДІВ У ТВАРИНИЦТВІ

Аероіонізація. У повітряному просторі тваринницького приміщення під впливом електричних полів можуть утворюватися легкі і важкі іони. Згідно з висновками, отриманими видатним біофізиком О.Л.Чижевським, вплив аероіонів на організм відбувається через кров та нервову систему. В першому випадку іони впливають на еритроцити, які змінюють електричні властивості крові. У свою чергу, кров омиває тканини і органи, обмінюючись з ними електричними зарядами. У другому випадку іони впливають на периферійну та центральну нервові системи шляхом дії на нервові рецептори шкіри або за рахунок перенесення елементами крові електричних зарядів до інтерорецепторів кровоносних судин та до головного мозку. В цілому, процес аероіонізації повітря в тваринницьких приміщеннях сприяє збільшенню живої маси, поліпшенню гематологічних показників, зниженню рівня захворюваності тварин.

Озонування. Озон є одним із найважливіших природних окиснювачів. Застосування технології озонування повітря у птахівництві сприяє підвищенню виводимості курчат, викликає позитивні зрушення у показниках крові, зменшення рівня інфекційних захворювань, знищення шкідливої мікрофлори. Періодичне озонування приміщень запобігає пліснявинню та псуванню яєць. Крім того, озонування можна застосовувати для знезараження питної води, стічних вод, кормів тощо.

Електростимуляція. Дія серії електричних імпульсів на вим'я корів поліпшує молоковіддачу. Електростимуляція може бути використана для інтенсифікації жуйного процесу корів. Є дані про позитивний вплив змінних електричних полів на туші тварин після забою – м'ясо має яскравіше забарвлення, кращі показники також і якості.

Електрочутливість риб. Здатність риб реагувати на електричні поля знайшла застосування в промисловому риболовстві. Можна нагадати використання електротралів для вилову риб поблизу дна, електроневоди і бортові пастки, електрорибозагороджувачі, електропристрої для відлякування риб в зонах гідростанцій, електронасоси. З урахуванням того, що з 1 га поверхні океану можна брати вдвічі більше риби, ніж м'яса з 1 га пасовища, проблема пошуку, обліку і відлову риби за допомогою електричних методів є дійсно актуальною.

14.2. МЕТОДН ЕЛЕКТРОЛІКУВАННЯ

Електролікування – це сукупність методів лікування, що ґрунтуються на використанні дозованої дії на організм електричних струмів, а також електричних та електромагнітних полів. Розглянемо основні методи електролікування.

Гальванізація – передбачає використання постійних електричних полів шляхом прикладання електродів до тіла. В цьому разі напруга становить близько 80 В, а сила струму – до 50 мА. Механізми дії пов'язані з перетворенням електричної енергії у теплову за рахунок великого опору епідермісу; при цьому активізуються кровообіг і біохімічні процеси.

Лікарський електрофорез – метод електролікування, що полягає в комплексній дії на організм постійного струму і введених за його допомогою лікарських речовин. Лікарські речовини, які здатні дисоціювати в розчині на позитивні та негативні іони, спрямовано переміщуються в полі постійного електричного струму і спроможні надходити в іонізованому стані до організму через шкіру або слизову оболонку. Одночасний вплив на організм постійного електричного поля і лікарської речовини сприяє ефективнішому використанню ліків. Слід зауважити, що традиційні засоби введення ліків (ін'єкції, інгаляції) зумовлюють надходження до організму лише 2–5% лікарської речовини.

Дарсонвалізація – застосування змінних (або імпульсних) струмів (сила струму дорівнює 10–20 мА) та високих значень напруги (до

20 кВ) і частоти (100–1000 кГц). Використання цієї техніки призводить до активізації кровоносних судин.

Франклінізація – метод, в основі якого лежить використання постійного електричного поля, що виникає під впливом високої (30–50 кВ) напруги, внаслідок чого утворюється своєрідний “електростатичний душ” для тварини. Механізми дії слід пов’язати з виникненням мікрострумів, зміною співвідношення іонів, аероіонізацією повітря.

Діатермія – метод, який полягає в дії на тіло тварини змінного електричного струму (сила струму 1–3 А, густина струму 10 А/см^2) з високою (0,4–2,4 МГц, інколи 27 МГц) частотою. Тварину розміщують між електродами, розмір і форма яких відповідають ділянці тіла, що лікується. Основні механізми дії – теплові, причому тепло проникає крізь жирову, м’язову та кісткову тканини. Діатермія характеризується десенсибілізуючою, спазмолітичною та безпечною дією. Якщо застосувати голковий електрод, то між ним і тканиною виникає електрична дуга, що призводить до нагрівання до 1000°C . Така техніка, що називається *хірургічною діатермією*, дозволяє забезпечувати розрізування біологічних тканин та їх коагуляцію – укрупнення дрібних частинок, зокрема білків.

Кардіостимуляція – лікування порушень серцевого ритму шляхом впливу на міокард шлуночків електричних струмів невеликої сили і частоти. Відомо, що порогова чутливість живого організму до електричного струму становить близько 1 мА; збільшення сили струму на поверхні тіла до 70–100 мА може зумовити вентрикулярну фібриляцію – аритмію серця, яка характеризується хаотичним, розрізненим і різночасним скороченням окремих волокон шлуночків серця. Електричний струм силою в декілька ампер призводить до паралічу дихання і летального наслідку. Але короткочасне застосування інтенсивного електричного струму зупиняє фібрилярні скорочення серця або передсердь з метою відновлення синусового ритму скорочень серця та ефективної скорочувальної діяльності шлуночків. Ця техніка називається *дефібриляцією*.

Електромагнітна терапія. Ця техніка передбачає застосування електромагнітних полів метрового ($\lambda=10\text{--}1 \text{ м}$, $f=30\text{--}300 \text{ МГц}$), дециметрового ($\lambda=10\text{--}1 \text{ дм}$, $f=300\text{--}3000 \text{ МГц}$), сантиметрового ($\lambda=10\text{--}1 \text{ см}$, $f=3\text{--}30 \text{ ГГц}$) та міліметрового ($\lambda=10\text{--}1 \text{ мм}$, $f=30\text{--}300 \text{ ГГц}$) діапазонів. Механізми дії електромагнітних полів метрового і дециметрового діапазонів слід пов’язати з переміщенням іонів під впливом поля і виникненням внутрішньотканинного тепла. Високочасто-

тні коливання метрового діапазону характеризуються високою проникністю через кістковий мозок, суглоби, жирові прошарки; проникність коливань дециметрового діапазону становить 10–25 см. Механізми дії електромагнітних полів сантиметрового діапазону пояснюються поглинанням енергії тканинами, що містять воду, і перетворенням цієї енергії у тепло. Глибина проникнення становить 3–5 см. Механізми впливу електромагнітних хвиль міліметрового діапазону на живий організм ще не вивчені досконало. Є гіпотези щодо резонансних ефектів, які полягають в реакції на зовнішнє опромінювання міліметрового діапазону білкових молекул та нуклеїнових кислот, яким притаманні власні коливання саме у міліметровому діапазоні.

Електродерматометрія – вимірювання змін електричного опору шкіри у часі з метою дослідження функціонального стану вегетативної нервової системи (що регулює діяльність внутрішніх органів, залоз, судин та гладких м'язів) і емоційної сфери.

Електроплетизмографія – дослідження кровонаповнення органа або ділянки тіла на основі реєстрації їх електричного опору або діелектричних властивостей, які змінюються в процесі кровообігу.

Електропунктура – метод рефлексотерапії, що базується на дії електричних імпульсів за допомогою спеціального електрода на біологічно активні точки, розміщені на поверхні тіла.

Електроімпедансна томографія – техніка утворення зображень розподілу електричного імпедансу по тілу пацієнта. Імпеданс – це комплексний опір, який чинить жива тканина змінному струму. В найпростішому випадку до тіла прикладають чотири електроди: через першу пару пропускають електричний струм, за допомогою другої пари реєструють напругу; співвідношення між струмом і напругою дає можливість оцінити імпеданс тканини. В реальній ситуації на тіло накладають 16 або 32 електроди для одержання тривимірних зображень. Інформацію обробляють за допомогою Фур'є-аналізу. Слід зауважити, що ця техніка поки ще знаходиться в стадії експериментальних досліджень.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що вивчає електрика?
2. Що називають електромагнітним полем? електростатичним полем?
3. Що таке електричний заряд?
4. Сформулювати закон збереження зарядів.

5. Сформулювати закон Кулона.
6. Що таке напруженість електричного поля?
7. Що називають електричним диполем?
8. Пояснити принцип дії осцилографа.
9. Що таке потік вектора напруженості електричного поля?
10. Сформулювати теорему Остроградського–Гаусса.
11. Що таке циркуляція вектора напруженості електростатичного поля?
12. Пояснити принцип дії електростатичного уловлювача.
13. Пояснити принцип дії іонного мікроскопа.
14. Що таке явище електростатичної індукції?
15. Які речовини називають провідниками? діелектриками?
16. Що таке діелектрична сприйнятливість?
17. Які речовини називають сегнетоелектриками?
18. Дати визначення електричній ємності.
19. Що називають електричним струмом? силою струму? густиною струму?
20. З яких елементів складається електричне коло?
21. Як залежить опір провідника від температури?
22. Сформулювати закон постійного струму.
23. Назвати основні електричні прилади.
24. З чого складається іоносфера?
25. Пояснити механізми виникнення блискавки; полярного снігу.
26. Пояснити механізми виникнення різниці потенціалів на мембрані.
27. Записати рівняння Нерста.
28. Охарактеризувати потенціал спокою і потенціал дії.
29. Пояснити суть петч-клемп-методу та його переваги.
30. У чому полягає гіпотеза Ейнтховена?
31. Пояснити принципи вимірювання електрокардіограми; електроенцефалограми.
32. Що таке електрофорез?
33. Як впливають електричні поля на живі організми?
34. Пояснити механізми електрорецепції.
35. Назвати електрофізичні методи, що застосовують у тваринництві.
36. Пояснити принципи гальванізації. Які електричні режими використовуються під час гальванізації?

37. Що таке лікарський електрофорез? Чим він відрізняється від звичайного електрофорезу?
38. Пояснити принципи дарсонвалізації та франклінізації. Чим відрізняються ці методи лікування?
39. Що таке діатермія? хірургічна діатермія?
40. Пояснити принципи кардіостимуляції.
41. У чому полягають принципи електромагнітної терапії?

15. МАГНІТИЗМ

Магнетизм – це розділ фізики, який вивчає взаємодію між електричними струмами, струмами і магнітами (тілами з магнітним моментом) та між магнітами, а також властивості речовин, в яких проявляється ця взаємодія.

15.1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ. МАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

Магнітне поле – силове поле, яке діє на рухомі електричні заряди і намагнічені тіла. Магнітне поле характеризується вектором *магнітної індукції* \vec{B} . Магнітна індукція – це силова характеристика магнітного поля.

Одиниця вимірювання магнітної індукції – *тесла* [1Тл = 1 Н/А·м].

Для однорідного ізотропного середовища вектор магнітної індукції пов'язаний з вектором напруженості магнітного поля співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (15.1)$$

де \vec{H} – напруженість магнітного поля; μ_0 – магнітна стала ($\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$ Н·А⁻²); μ – магнітна проникність середовища.

Одиниця вимірювання напруженості магнітного поля – А/м.

15.2. СИЛА ЛОРЕНЦА

Сила \vec{F}_L , яка діє з боку магнітного поля на рухомі заряджені частинки, називається силою Лоренца. Вона підпорядковується таким закономірностям:

- 1) сила \vec{F}_L пропорційна заряду q і швидкості руху \vec{v} частинки;
- 2) величина і напрямок сили \vec{F}_L залежить від величини і напрямку швидкості руху частинки та вектора магнітної індукції;
- 3) коли заряджена частинка рухається вздовж магнітного поля, сила \vec{F}_L дорівнює нулю;
- 4) якщо вектор швидкості утворює кут θ з напрямком вектора магнітної індукції, сила \vec{F}_L діє у напрямку, перпендикулярному площині, що утворюється векторами \vec{v} і \vec{B} ;
- 5) напрямки сил \vec{F}_L з боку магнітного поля, що діють на позитивні і негативні заряди, протилежні;
- 6) якщо вектор швидкості утворює кут θ з напрямком вектора магнітної індукції, величина сили \vec{F}_L пропорційна $\sin\theta$.

У векторній формі сила Лоренца виражається такою формулою:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (15.2)$$

де $[\vec{v} \times \vec{B}]$ – векторний добуток векторів \vec{v} і \vec{B} .

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом лівої руки: якщо ліву руку розташувати так, щоб вектор магнітної індукції входив у долоню, а витягнуті чотири пальці збігалися з напрямком вектора швидкості, то відігнаний великий палець вкаже напрямок сили, що діє на позитивний заряд (рис. 15.1).

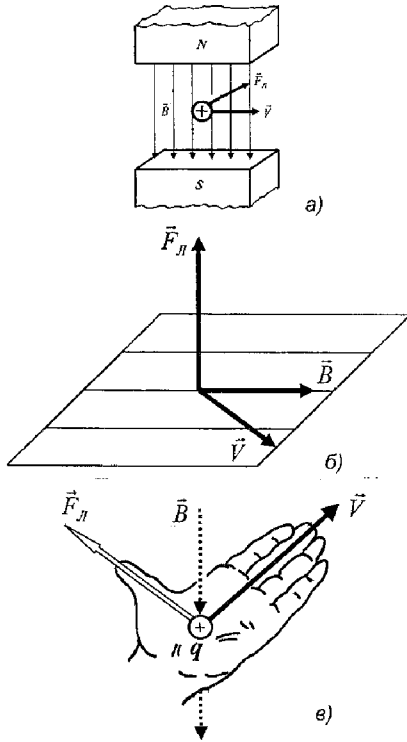
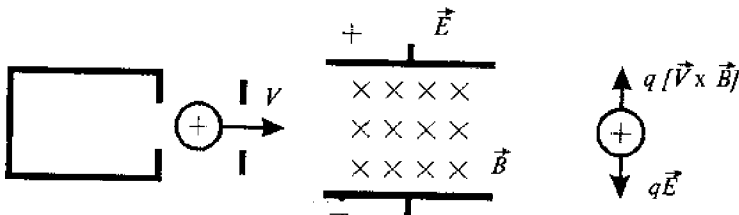


Рис. 15.1. Сила Лоренца

Якщо на рухомий електричний заряд, крім магнітного поля з індукцією \vec{B} , діє також електричне поле напруженістю \vec{E} , то результуюча сила \vec{F}_M , прикладена до заряду, дорівнюватиме векторній сумі сили, що діє з боку електричного поля, і сили Лоренца (рис. 15.2):

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (15.3)$$



Приклад

Протон рухається зі швидкістю $8 \cdot 10^6$ м/с вздовж осі X . Він потрапляє в магнітне поле, магнітна індукція якого 2,5 Тл. Поле направлено під кутом 60° до осі X і лежить у площині XV . Визначити силу Лоренца.

Розв'язок

Використовуємо табличні дані (див. додаток) і підставляємо числові значення у формулу (15.2):

$$\begin{aligned} F_L &= qvB\sin\alpha = \\ &= (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})(8 \cdot 10^6 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1})(2,5 \text{ Тл})(\sin 60^\circ) = \\ &= 2,77 \cdot 10^{-12} \text{ Н}. \end{aligned}$$

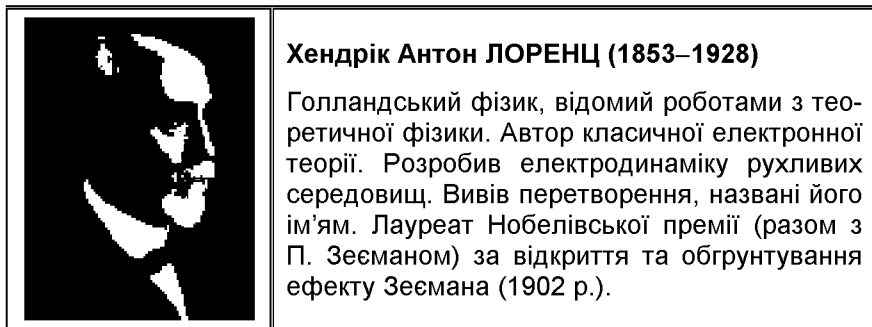
Контрольне завдання

Використовуючи дані попередньої задачі, визначити прискорення, з яким рухається протон у магнітному полі. Маса протона $1,67 \cdot 10^{-15}$ кг.

Відповідь: $1,66 \cdot 10^3$ м·с⁻².

Рис. 15.2. Дія електричного та магнітного полів на електричний заряд, що рухається

Саме рухом заряджених космічних частинок через магнітне поле Землі та їх зіткненням з атомами атмосфери можна пояснити виникнення північного сяйва.



15.3. ЗАКОН АМПЕРА

Дія магнітного поля на електричний струм визначається законом Ампера – сила, з якою магнітне поле діє на елемент провідника зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, прямо пропорційна силі струму у провіднику і векторному добутку елемента довжини провідника на магнітну індукцію:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]. \quad (15.4)$$

Тут $d\vec{F}$ – сила, з якою магнітне поле діє на елемент провідника; I – сила струму у провіднику; $d\vec{l}$ – вектор елемента провідника, проведений у напрямку електричного струму; \vec{B} – магнітна індукція.

Напрямок дії сили Ампера можна знайти за правилом лівої руки: якщо ліву руку розташувати так, щоб вектор магнітної індукції входив у долоню, а витягнуті чотири пальці збігалися з напрямком струму, то відігнутий великий палець вкаже напрямок сил, що діють на провідник з боку поля (рис. 15.3).

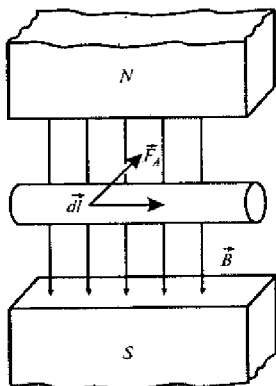


Рис. 15.3. Сила Ампера

Модуль сили Ампера визначається за формулою:

$$dF = IBdl\sin\alpha, \quad (15.5)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{B} .

Контрольне завдання

Визначити величину сили Ампера, якщо сила струму в провіднику довжиною 1 см дорівнює 2 А, а магнітна індукція – $3 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Відповідь: $6 \cdot 10^{-7}$ Н.



Андре Марі АМПЕР (1775–1836)

Французький фізик, математик, хімік. Один з основоположників електродинаміки. Автор першої теорії магнетизму. Запропонував правило для визначення напрямку дії магнітного поля на магнітну стрілку (правило Ампера). Відкрив закон Ампера (1820 р.).

15.4. ЗАКОН ПОВНОГО СТРУМУ ДЛЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ У ВАКУУМІ

За аналогією з поняттям циркуляції вектора напруженості електростатичного поля (див. розділ 9.1.9) введемо поняття циркуляції вектора магнітної індукції \vec{B} по заданому замкнутому колу:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl. \quad (15.6)$$

Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі – циркуляція вектора магнітної індукції \vec{B} по довільному замкнутому контуру дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, що охоплюються цим контуром:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (15.7)$$

Потік вектора магнітної індукції (магнітний потік) через поверхню площею dS – це скалярна фізична величина, що дорівнює:

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS, \quad (15.8)$$

де B_n – проекція вектора \vec{B} на напрямок нормалі до поверхні площею dS ; $d\vec{S}$ – вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з напрямком нормалі до поверхні площею dS .

Потік Φ_B вектора магнітної індукції через довільну поверхню S дорівнює:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS. \quad (15.9)$$

Для однорідного магнітного поля $\Phi_B = BS$.

Одиниця вимірювання магнітного потоку – *вебер* (Вб) ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл}\cdot\text{м}^2$).

Теорема Гаусса для магнітного поля у вакуумі – потік вектора магнітної індукції через довільну замкнуту поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (15.10)$$

Порівняння цього виразу з рівнянням (9.14) підкреслює відсутність магнітних зарядів, завдяки цьому магнітні сплові лінії є завжди замкнутими.

15.5. СТРУМ ЗМІЩЕННЯ

Розглянемо прямолінійний провідник зі струмом у магнітному полі. Закон повного струму (15.7) можна записати так:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (15.11)$$

де \oint_L – інтеграл по замкнутому шляху, по якому проходять струм.

Але цей закон справедливий для постійного струму.

Максвелл узагальнив закон повного струму, припустивши, що змінне електричне поле, так само як змінний електричний струм, є джерелом магнітного поля. Для кількісної оцінки змінного електричного струму, що утворює магнітне поле, Максвелл ввів поняття *струму зміщення* як величину, пропорційну швидкості змін електричного поля у часі; цей струм через замкнуту поверхню визначається за виразом:

$$I_{зм} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}, \quad (15.12)$$

де Φ_e – потік електричного поля ($\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$).

Якщо в електричне коло увімкнений конденсатор, то змінне електричне поле може бути джерелом струму зміщення між обкладками конденсатора. Тоді у виразі (15.11) з'явиться ще один член у правій частині:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \mu_0 (I + I_{зм}). \quad (15.13)$$

15.6. ЕФЕКТ ХОЛЛА

Ефект Холла полягає у виникненні різниці потенціалів $\Delta\varphi$, яка виникає у провіднику зі струмом, розміщеним у магнітному полі. Ця різниця потенціалів утворюється перпендикулярно до напрямків електричного струму і магнітного поля (рис. 15.4) та визначається за формулою:

$$\Delta\varphi = R_x \frac{I \cdot B}{d}, \quad (15.14)$$

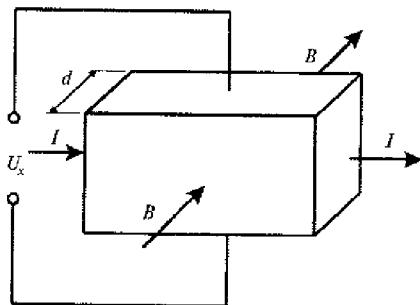


Рис. 15.4. Ефект Холла: I – електричний струм; B – магнітна індукція; U_x – різниця потенціалів; d – товщина кристалу

Контрольне завдання

Визначити різницю потенціалів, що виникає внаслідок ефекту Холла у мідному провіднику товщиною 0,1 см під час проходження струму 5 А, якщо стала Холла становить $7,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$, магнітна індукція дорівнює 1,2 Тл.

Відповідь: 0,444 мкВ.

15.7. ЗАКОН БІО-САВАРА-ЛАПЛАСА

Закон Біо-Савара-Лапласа визначає магнітну індукцію в будь-якій точці поля, що утворюється струмом, який проходить по провіднику довільної форми. Магнітна індукція поля постійного електричного струму I у вакуумі записується таким чином:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}], \quad (15.15)$$

де $d\vec{l}$ – вектор, що по модулю дорівнює довжині dl елемента провідника, проведений у напрямку електричного струму; \vec{r} – радіус-вектор, проведений з цього елемента провідника в точку C , де розглядається магнітне поле; μ_0 – магнітна стала; r – відстань від елемента провідника до точки C .

Модуль вектора $d\vec{B}$ визначається за виразом:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (15.16)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} .

Магнітна індукція нескінченно довгого прямолінійного провідника зі струмом визначається за виразом:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (15.17)$$

Магнітна індукція в центрі колового витка зі струмом описується виразом, який можна одержати після інтегрування попереднього рівняння:

$$B = \int_0^{2\pi r} \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2r}. \quad (15.18)$$

Приклад

Визначити магнітну індукцію довгого прямого провідника, по якому проходить струм величиною 5 А, на відстані 4 см від провідника.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у формулу (15.18):

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/А}^2 \cdot 5 \text{ А}}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

15.8. МАГІТНІ ВЛАСТИВОСТІ РЕЧОВИНИ

Під час руху електронів в атомі по орбіті утворюються замкнуті орбітальні струми, які викликають власні магнітні поля. Якщо зовнішнє магнітне поле відсутнє, ці власні магнітні поля орієнтовані хаотично і загальне внутрішнє магнітне поле речовини дорівнює нулю (рис. 15.5, а). Якщо прикласти до речовини зовнішнє магнітне поле, то в речовині створюється внутрішнє магнітне поле. Будь-яка речовина, яка здатна намагнічуватися під впливом магнітного поля, називається *магнетиком*. Речовини, які намагнічуються в зовнішньому магнітному полі у напрямку, протилежному напрямку вектора магнітної індукції поля, називають-

ся діамагнетиками (рис.15.5, б); речовини, які намагнічуються в зовнішньому магнітному полі у напрямку вектора магнітної індукції, називаються парамагнетиками (рис. 15.5, в). Вектор магнітної індукції результуючого магнітного поля \vec{B} у магнетнику дорівнює векторній сумі магнітних індукцій зовнішнього поля \vec{B}_0 та власного магнітного поля магнетника \vec{B}_Σ , яке утворюється мікрострумами:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_\Sigma. \quad (15.19)$$

Останній вираз можна представити так:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}, \quad (15.20)$$

де χ – магнітна сприйнятливість.

Для діамагнетиків $\chi < 0$, для парамагнетиків $\chi > 0$. Типові значення магнітної сприйнятливості для діамагнетиків та парамагнетиків наведено у табл. 15.1.

15.1 – Типові значення магнітної сприйнятливості χ для діамагнетиків, парамагнетиків за температури 300 К

Діамагнетики	Магнітна сприйнятливість χ	Парамагнетики	Магнітна сприйнятливість χ
Вісмут	$-1,66 \cdot 10^{-5}$	Алюміній	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Мідь	$-9,8 \cdot 10^{-6}$	Хром	$2,7 \cdot 10^{-4}$
Золото	$-3,6 \cdot 10^{-5}$	Магній	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Ртуть	$-2,9 \cdot 10^{-5}$	Платина	$2,9 \cdot 10^{-4}$
Срібло	$-2,6 \cdot 10^{-5}$	Вольфрам	$6,8 \cdot 10^{-5}$

Крім розглянутих двох класів речовин, є ще й феромагнетики – речовини, в яких магнітне поле за намагнічування в тисячі разів більше, ніж зовнішнє магнітне поле, яке його утворило. До цих речовин можна віднести залізо, кобальт, нікель, гадоліній, деякі сплави. Магнітна сприйнятливість феромагнетиків становить від кількох десятків до багатьох тисяч одиниць. Окрім того, намагніченість феромагнетиків зберігається і після зняття зовнішнього поля. Характерною властивістю феромагнетиків є наявність малих областей, яким притаманне однорідне спонтанне намагнічування – здатність намагнічуватися за відсутності зовнішнього магнітного поля. Ці області називаються доменами; розміри їх досягають 10^2 – 10^3 см (рис. 15.5, г). За відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні поля доменів орієнтовані хаотично, тоді як у зовнішньому магнітному полі доменні, що орієнтовані вздовж поля, починають збільшувати розміри за ра-

хунок тих доменів, чий напрямок не збігається з напрямком поля; це призводить до появи власного магнітного поля ферромагнетника, яке орієнтоване вздовж зовнішнього магнітного поля. Значення магнітної сприйнятливості для ферромагнетиків становлять від декількох десятків до багатьох тисяч одиниць.

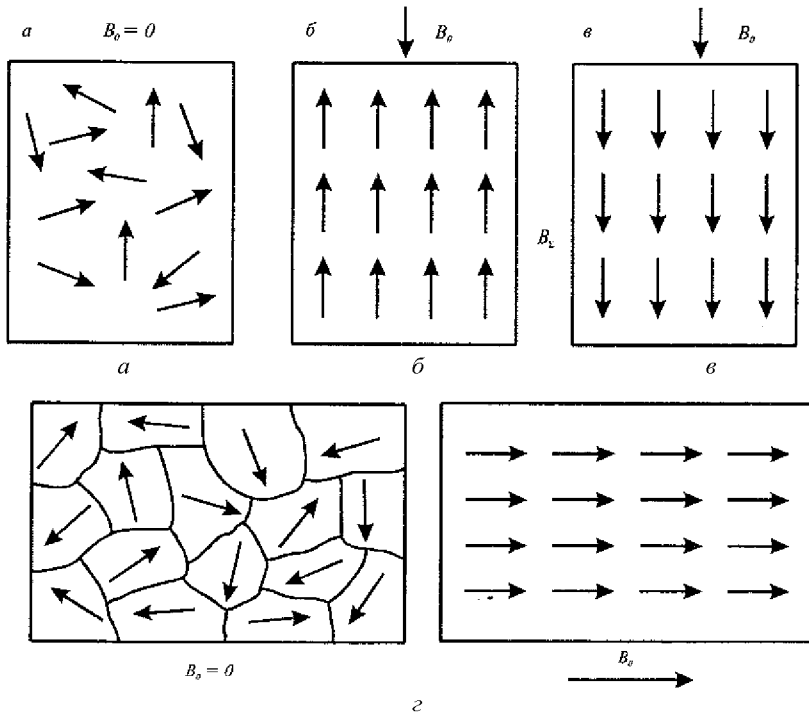


Рис. 15.5. **Магнітні властивості речовини:** *a* — хаотична орієнтація власних магнітних полів електронів речовини за відсутності зовнішнього магнітного поля; *б* — намагнічування речовини (діамагнетика) у напрямку, протилежному зовнішньому магнітному полю; *в* — намагнічування речовини (парамагнетика) у напрямку зовнішнього магнітного поля; *z* — наявність малих областей (доменів) у ферромагнетиків, яким притаманне однорідне

спонтанне намагнічування

15.9. МАГНІТНЕ ПОЛЕ ЗЕМЛІ

Природне силове поле, виникнення якого зумовлено джерелами, що знаходяться в Землі і навколоземному просторі, називається *магнітним полем Землі*. Магнітне поле діє на електричні заряди, що ру-

хаються, і тіла, які мають магнітний момент. Магнітне поле Землі має постійну ($\approx 99\%$) та змінну ($\approx 1\%$) складові. Це поле за формою нагадує поле диполя, центр якого зміщений відносно центра Землі, вісь нахилена до осі обертання Землі на $11,5^\circ$ (рис.15.6). Середня величина магнітної індукції поблизу земної поверхні становить $\approx 5 \cdot 10^{-5}$ Тл, а напруженість магнітного поля спадає від магнітних полюсів ($55,7$ А/м) до магнітного екватора ($33,4$ А/м).

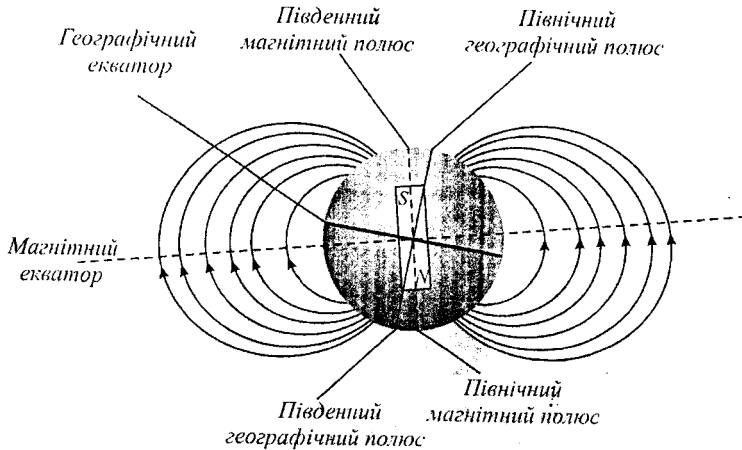


Рис. 15.6. Магнітне поле Землі за формою нагадує поле диполя, центр якого зміщений відносно центра Землі, а вісь нахилена до осі обертання Землі на $11,5^\circ$

Магнітне поле Землі утворює *магнітосферу* – область навколосемного простору, фізичні властивості, розміри і форма якої визначаються магнітним полем Землі та його взаємодією з потоками заряджених частинок від Сонця. Магнітосфера простягається на 70–80 тис. км ($10\text{--}12 R_E$) по напрямку до Сонця і на багато мільйонів кілометрів у протилежному напрямку (діаметр “хвоста” становить приблизно $20\text{--}25 R_E$).

Крім того, на структуру та поведінку магнітосфери впливає *сонячний вітер* – швидкий ($400\text{--}800$ км/с) потік гарячої плазми від сонячної поверхні, який утворюється внаслідок високої температури сонячної корони.

15.10. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

У 1831 р. М.Фарадей відкрив явище *електромагнітної індукції*, яке полягає в тому, що в замкнутому провідному контурі під час зміни потоку магнітної індукції, що охоплюється цим контуром, вини-

кає електричний струм, який одержав назву *індукційного* (рис. 15.7). Виникнення індукційного струму свідчить про наявність у колі *електрорушійної сили електромагнітної індукції*.

Магнітним потоком $d\Phi$ через елементарну поверхню dS називають скалярну величину, що дорівнює добутку проекції B_n вектора магнітної індукції на нормаль n до елемента поверхні на площу цього елемента:

$$d\Phi = B_n dS. \quad (15.21)$$

Повний магнітний потік через поверхню S знайдемо зі співвідношення:

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (15.22)$$

Для однорідного магнітного поля і плоскої поверхні S , перпендикулярної до \vec{B} , потік визначається так:

$$\Phi = BS. \quad (15.23)$$

Подальші дослідження призвели до формулювання *закону Фарадея – електрорушійна сила електромагнітної індукції в замкнутому провідному контурі чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром*:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (15.24)$$

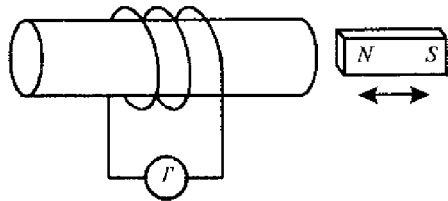


Рис. 15.7. Явище електромагнітної індукції полягає в тому, що в замкнутому провідному контурі під час зміни потоку магнітної індукції, який охоплюється цим контуром, виникає електричний струм, який отримав назву індукційного



Майкл ФАРАДЕЙ (1791–1867)

Англійський хімік та фізик, основоположник електророманетизму та вчення про магнітне поле. Відкрив хімічну дію електричного струму, взаємозв'язок між електрикою та магнетизмом, магнетизмом та світлом. Відкрив електромагнітну індукцію (1831 р.) та ефект Фарадея, установив закони електролізу (1833–1834).

Правило Ленца: напрямок індукційного струму завжди такий,

що його магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, який спричинює цей струм.

Таким чином, змінний магнітний потік індукує електрорушійну силу, а у замкнутому колі – електричний струм. Внаслідок змінного магнітного потоку навколо провідника утворюється електричне поле. Слід відзначити однак, що індуковане електричне поле відрізняється за своїми властивостями від електростатичного поля, що утворюється нерухомими електричними зарядами.

Розглянемо кільцевий провідник радіуса r , розміщений в однорідному магнітному полі, що направлено перпендикулярно площині

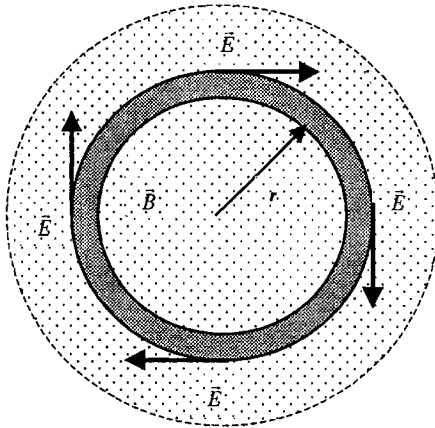


Рис. 15.8. Кільцевий провідник радіуса r , розміщений в однорідному магнітному полі, що направлено перпендикулярно площині провідника

провідника (рис. 15.8). Якщо магнітне поле змінюється з часом, у провіднику індукується згідно із законом Фарадея електрорушійна сила \mathcal{E} . Електричний струм, що проходить через провідник, утворює електричне поле, вектор \vec{E} якого направлений по дотичній до провідника в будь-якій точці поля. Робота з переміщення заряду, згідно з виразом (9.41), дорівнює $A = q\mathcal{E}$. Використовуючи вираз (9.3), можна знайти роботу щодо перенесення заряду вздовж кола як $A = qE2\pi r$. З виразів (9.3) та (9.41) можна одержати рівняння:

$$q\mathcal{E} = qE2\pi r, \quad (15.25)$$

звідкн

$$E = \mathcal{E}/2\pi r. \quad (15.26)$$

З урахуванням того, що $\Phi = BS = B\pi r^2$, запишемо рівняння (15.24) у вигляді:

$$E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}. \quad (15.27)$$

Оскільки електрорушійна сила в замкнутому контурі дорівнює:

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} d\vec{l}, \quad (15.28)$$

де $d\vec{l}$ – елемент довжини контуру, то комбiнуючи вирази (15.24) та (15.28), одержимо такнй вираз для закону Фарадея:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (15.29)$$

Тут iнтеграл $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$ називається *циркуляцією вектора напруженостi*.

Цей закон свiдчить, що лiнiйний iнтеграл по електричному полю навколо замкнутого провiдника дорiвнює швидкостi змiни магнiтного потоку через довiльну поверхню, яка оточує цей провiдник.

Таким чином, *iндуковане* електричне поле в провiднику, що розмiщеннй у змiнному магнiтному полі, є *неконсервативним* полем. У цьому полягає принципова вiдмiннiсть його вiд електростатичного поля.

Явище електромагнiтної iндукцiї лежить в основi роботи генераторiв електричного струму, трансформаторiв, вимiрювальних приладiв.

15.11. РIВНЯННЯ МАКСВЕЛЛА

Чотири рiвняння, якi було розглянуто в останнiх роздiлах – (9.14), (15.10), (15.13) та (15.29), що становлять основу вiсiх електричних та магнiтних явищ, називаються *рiвняннями Максвелла*. Зведемо цi рiвняння разом:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_E &= \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i; \\ \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= \oint_S B_n dS = 0; \\ \oint_L \vec{E} d\vec{s} &= - \frac{d\Phi}{dt}; \\ \oint_L \vec{B} d\vec{l} &= \mu_0 I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \mu_0 (I + I_{3M}). \end{aligned} \right\} \quad (15.30)$$

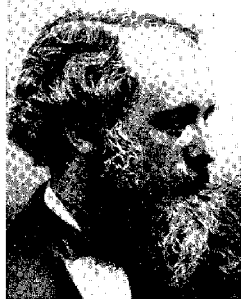
Перше рiвняння виражає теорему Гаусса для електростатичного поля у вакуумi: сумарний потiк вектора напруженостi електричного

поля через довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі електричних зарядів, оточених цією поверхнею, поділену на ϵ_0 .

Друге рівняння виражає теорему Гаусса для магнітного поля у вакуумі: потік вектора магнітної індукції через довільну замкнуту поверхню дорівнює нулю.

Третє рівняння є законом електромагнітної індукції Фарадея, який описує зв'язок електричного поля навколо будь-якого замкнутого шляху зі змінним магнітним потоком.

Четверте рівняння – це узагальнена форма закону повного струму; воно описує зв'язок магнітного, електричного полів та електричного струму.



Джеймс Кларк МАКСВЕЛЛ (1831–1879)

Англійський фізик, фундатор класичної електродинаміки, один із засновників статистичної фізики. Створив теорію електромагнітного поля (рівняння Максвелла); ввів поняття струму зміщення, передбачив існування електромагнітних хвиль, висунув ідею електромагнітної природи світла, установив статистичний розподіл, названий його ім'ям.

15.12. САМОІНДУКЦІЯ

Самоіндукція – це явище виникнення е.р.с. індукції у провідному контурі завдяки зміні в ньому сили струму. Розглянемо ізольоване електричне коло, що містить вмикач, опір та джерело е.р.с. (рис. 15.9). Якщо замкнути вмикач, електричний струм змінюється

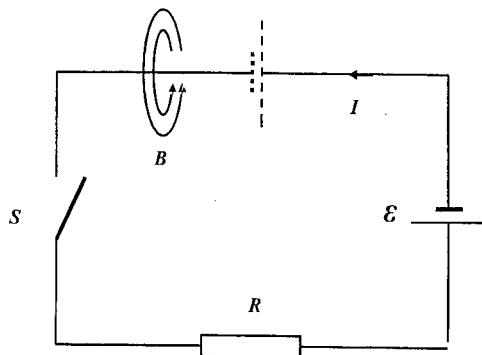


Рис. 15.9. Самоіндукція – виникнення е.р.с. індукції у провідному контурі завдяки зміні в ньому сили струму

від нуля до максимального значення не миттєво, а протягом скінченного проміжку часу. Внаслідок зростання сили струму виникає магнітний потік через поверхню, обмежену цим контуром, тому в ньому збуджується так звана е.р.с. самоіндукції. Напрямок е.р.с. самоіндукції визначається правилом Ленца – у разі

збільшення електричного струму в колі е.р.с. самоіндукції перешкоджає його зростанню, зменшення струму – його зменшенню. Величина е.р.с. самоіндукції пропорційна швидкості змін електричного струму:

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (15.31)$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який називається *індуктивністю*. Він залежить від геометричних властивостей кола – форми, розмірів та матеріалу, з якого виготовлений провідник. Індуктивність котушки (соленоїда) залежить від кількості витків.

Одиниця вимірювання індуктивності – *генрі* [$1 \text{ Гн} = 1 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{А}$].

Енергія магнітного поля, пов'язаного з контуром, дорівнює:

$$E = \frac{LI^2}{2}. \quad (15.32)$$

15.13. ВЗАЄМОІНДУКЦІЯ

Взаємоіндукція – це явище, в якому виявляється магнітний зв'язок двох або більше електричних кіл. Розглянемо два контури, розташовані поруч (рис. 15.10). Якщо електричний струм I_1 в першому контурі змінюється з часом, то в другому контурі індукується е.р.с.:

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (15.33)$$

Якщо ж електричний струм I_2 у другому контурі змінюється з часом, то в першому контурі індукується е.р.с.:

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (15.34)$$

Тут коефіцієнти пропорційності M_{21} та M_{12} називаються *коефіцієнтами взаємної індуктивності* контурів, причому $M_{21} = M_{12}$.

На явищі взаємоіндукції ґрунтується робота *трансформатора* приладу, призначе-

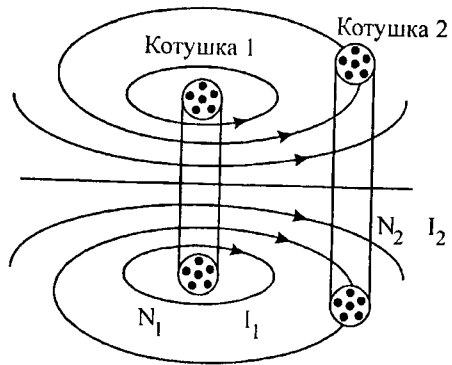


Рис. 15.10. Взаємоіндукція – явище, в якому виявляється магнітний зв'язок двох або більше електричних кіл

ного для змінн електричного струму та напруги. Під час передачі електричної енергії доцільно використовувати високі напруги та низькі електричні струми. Сучасна енергетика використовує лінії електропередачі (ЛЕП) з напругою 220, 500, 750 і 1150 кВ. Конструктивно трансформатор складається із замкнутого осердя, на якому розташовані дві котушки (рис. 15.11). Перша (первинна) котушка приєднана до джерела електричного струму і має N_1 витків. Друга (вторинна) котушка, яка з'єднана з опором R_L , має N_2 витків. Припустимо, що первинна котушка приєднана до джерела зовнішньої е.р.с. \mathcal{E}_1 . Зміна електричного струму в первинній котушці зумовлює відповідну зміну магнітного потоку, який спричиняє внаслідок явища взаємодукції появу е.р.с. \mathcal{E}_2 у вторинній котушці. Враховуючи, що

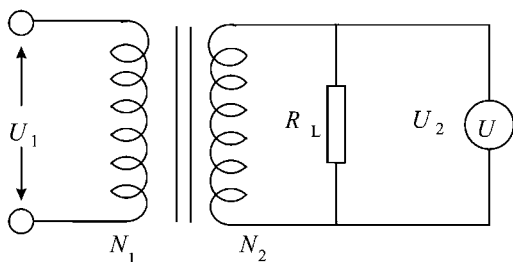


Рис. 15.11. Схема трансформатора, призначеного для зміни електричного струму та напруги

згідно із законом збереження енергії електричної потужності в обох котушках (обмотках) однакові ($\mathcal{E}_1 I_1 = \mathcal{E}_2 I_2$) та використовуючи співвідношення $\mathcal{E}_2 / \mathcal{E}_1 = k$, можна визначити величину \mathcal{E}_2 за формулою:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \frac{N_2}{N_1} = \mathcal{E}_1 k, \quad (15.35)$$

де k – коефіцієнт трансформації.

15.14. ЕЛЕКТРИЧНЕ КОЛО ЗМІННОГО СТРУМУ

Якщо обертати рамку, виготовлену з провідника, у магнітному полі з постійною кутовою частотою ω , то на кінцях провідника утворяться напруга синусоїдної форми:

$$U = U_m \sin \omega t, \quad (15.36)$$

де U_m – амплітудне значення напруги.

Колова частота ω пов'язана з частотою f та періодом T коливань співвідношенням:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}. \quad (15.37)$$

Промислова частота змінного струму дорівнює 50 Гц, отже кутова частота становить $\omega = 314$ рад/с.

Коло з опором. Розглянемо коло змінного електричного струму, яке складається з генератора змінного струму та опору R . Напруга на опорі визначається так:

$$U_R = IR = I_m R \sin \omega t, \quad (15.38)$$

де I_m – амплітудне значення струму.

Оскільки $I_R = I_m \sin \omega t$ та $U_R = U_m \sin \omega t$ змінюються за законом синуса, їхні амплітудні значення змінюються у фазі.

Для характеристики сили змінного струму за основу прийнято порівняння середньої теплової дії змінного струму з тепловою дією постійного струму відовідної сили. Одержане таким шляхом значення сили змінного струму називають *діючим (ефективним) значенням* струму I_o , яке пов'язане з амплітудним значенням I_m співвідношенням:

$$I_o = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (15.39)$$

Аналогічно можна одержати вираз для діючого (ефективного) значення напруги:

$$U_o = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m. \quad (15.40)$$

де U_m – амплітудне значення напруги.

Коло з індуктивністю. Розглянемо коло змінного електричного струму, яке складається з генератора змінного струму та індуктивності L . Використовуючи друге рівняння Кірхгофа ($\mathcal{E} + U_L = 0$, де $\mathcal{E} = U_m \sin \omega t$) та враховуючи, що $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$ та $R = 0$, одержимо вираз для напруги на індуктивності L :

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = U_m \sin \omega t. \quad (15.41)$$

Інтегруючи останній вираз, одержимо:

$$I_L = \frac{U_m}{L} \int \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t. \quad (15.42)$$

Використаємо тригонометричне перетворення $\cos \omega t = -\sin(\omega t - \pi/2)$:

$$I_L = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2). \quad (15.43)$$

Звідси очевидно, що струм у колі завжди відстає від напруги на індуктивності на 90° .

З останнього рівняння можна знайти амплітудне значення електричного струму:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{X_L}, \quad (15.44)$$

де $X_L = \omega L$ – індуктивний опір.

Коло з ємністю. Розглянемо коло змінного електричного струму, яке складається з генератора змінного струму та електричної ємності C . Використовуючи друге правило Кірхгофа та враховуючи, що $U - U_C = 0$, або $U = U_C = U_m \sin \omega t$, а також $U_C = q/C$, отримаємо вираз для електричного струму в колі:

$$I_C = \frac{dq}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t. \quad (15.45)$$

Використаємо тригонометричне перетворення $\cos \omega t = \sin(\omega t + \pi/2)$:

$$I_C = \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2). \quad (15.46)$$

Звідси очевидно, що струм у колі завжди випереджає напругу на електроємності на 90° .

З останнього рівняння можна знайти амплітудне значення електричного струму:

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{X_C}, \quad (15.47)$$

де $X_C = \frac{1}{\omega C}$ – ємнісний опір.

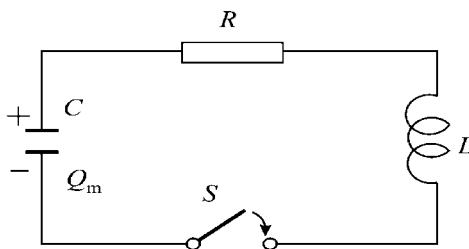


Рис. 15.12. Коло з опором, індуктивністю та ємністю

Коло з опором, індуктивністю та ємністю. Розглянемо електричне коло, яке складається з послідовно з'єднаних опору, індуктивності та електричної ємності (рис. 15.12).

Значення миттєвої напруги на трьох елементах кола визначається за такими виразами:

$$U_R = IR = I_m R \sin \omega t = U_R \sin \omega t; \quad (15.48)$$

$$U_L = I_m X_L \sin(\omega t + \pi/2) = U_L \cos \omega t; \quad (15.49)$$

$$U_C = I_m X_C \sin(\omega t - \pi/2) = -U_C \cos \omega t. \quad (15.50)$$

Співвідношення між амплітудними значеннями напруги та струму в такому електричному колі визначається за виразом:

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad (15.51)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{Z}. \quad (15.52)$$

Останній вираз є узагальненим законом Ома для змінного струму. Тут $X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X$ називається *реактивним опором*, а Z – *повним опором* кола.

15.15. РЕЗОНАНС НАПРУГ

Оскільки реактивний опір RLC -кола залежить від частоти, можна підібрати таку частоту ω_0 , за якої досягається рівність $X_L = X_C$. Оскільки опір такого кола стає мінімальним ($Z = R$), то сила струму досягає максимального значення $I_m = \frac{U_m}{R}$. Таке явище називається *резонансом напруг* (послідовним резонансом). Резонансна частота визначається з виразу:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (15.53)$$

звідки

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (15.54)$$

Приклад

Електричне коло містить опір $R = 200$ Ом, котушку, індуктивність якої $L = 15$ мГн та конденсатор. Визначити ємність конденсатора C , за якої струм у колі максимальний, якщо резонансна частота дорівнює $\omega_0 = 6000$ 1/с.

Розв'язок

Визначимо ємність з умови резонансу (15.52):

$$C = \frac{1}{(36 \cdot 10^6 / \text{с}^2)(15 \cdot 10^{-3} \text{ Гн})} = 1,85 \text{ мкФ}.$$

15.16. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

Взаємозв'язані коливання електричного та магнітного полів, які складають єдине електромагнітне поле, називаються *електромагніт-*

ними коливаннями. Поширюються ці коливання у вигляді електромагнітних хвиль.

Розглянемо електричне коло, що містить конденсатор та котушку індуктивності. Таке коло називають *коливальним контуром*. Якщо конденсатор зарядити, енергія контуру буде зосереджена в електричному полі конденсатора. У подальшому конденсатор почне розряджатися, що закінчиться зосередженням енергії контуру в магнітному полі котушки. Якщо опір контуру дорівнює нулю, цей процес періодичного взаємного перетворення енергій електричного поля конденсатора та магнітного поля котушки індуктивності буде повторюватися нескінченно довго.

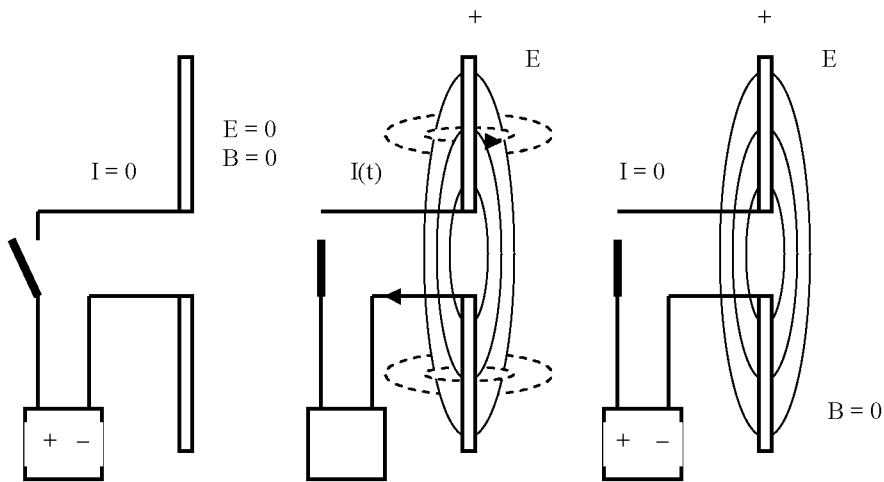
Частота електромагнітних коливань, що виникають у контурі, дорівнює резонансній частоті контуру:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (15.55)$$

а період коливань у контурі визначається за формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (15.56)$$

Розглянемо два металевих провідники, що утворюють *антену*, приєднані до джерела постійного струму (рис. 15.13, а). Якщо увімкнуте джерело, то верхній провідник заряджається позитивно, а нижній – негативно. Змінні заряди зумовлюють появу змінного електричного поля, силові лінії якого простягаються від позитивного до негативного зарядів (рис. 15.13, б). У свою чергу, змінне електричне поле індуктує появу змінного магнітного поля, силові лінії якого охоплюють провідники (рис. 15.13, в).



a

б

в

Рис. 15.13. Розглянемо два металевих провідники, що утворюють антену, приєднані до джерела постійного струму (*a*). Якщо увімкнути джерело, то верхній провідник заряджається позитивно, а нижній – негативно. Змінні заряди зумовлюють появу змінного електричного поля, силові лінії якого простягаються від позитивного до негативного зарядів (*б*), у свою чергу, змінне електричне поле індукує появу змінного магнітного поля, силові лінії якого охоплюють провідники (*в*)

По суті, така система провідників є *відкритим* коливальним контуром. Такі контури використовують для генерації та приймання електромагнітних коливань.

15.17. ТОКАМАК

ТОКАМАК (від скороченого “*Тороїдальна Камера з Магнітними Котушками*”) – замкнутий магнітний уловлювач, що має форму тора та призначений для створення і утримання високотемпературної плазми. Запропонований у 1950 р. І. Таммом та А. Сахаровим у зв’язку з проблемою керуваного термоядерного синтезу. Схематичне зображення токамака, яке пояснює принцип його дії, наведено на рис. 15.14. Магнітне поле токамака, яке утримує та стабілізує плазму, складається з інтенсивного тороїдального поля \vec{B}_t , що утворюється струмом в обмотці; слабкого поля \vec{B}_p , що утворюється тороїдальним струмом I_t ; сумарного поля \vec{B} , спіралеподібна форма якого дає можливість утримувати плазмовий шнур, не дозволяючи йому торкатися стінок камери.

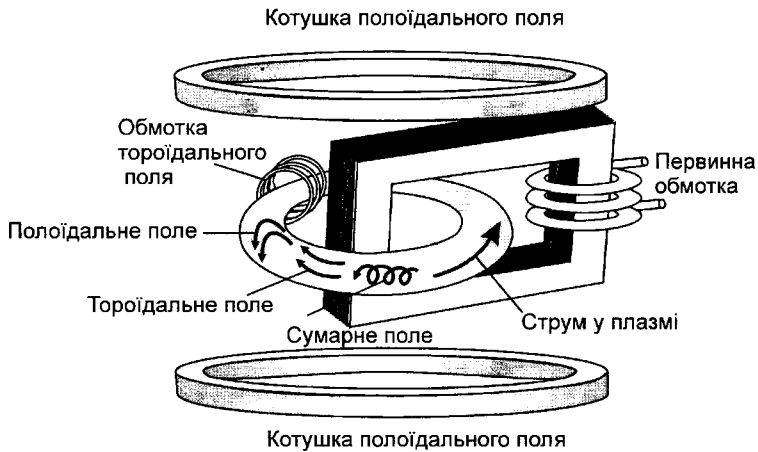


Рис. 15.14. Схема токамака: 1 – дейтерій; 2 – тритій;
3 – гелій; 4 – плазма; 5 – теплоносій; 6 – магніти

Плазма нагрівається струмом, що проходить через неї. Температура плазми на осі шнура становить близько $4 \cdot 10^8$ К. Зусилля вчених спрямовані на досягнення параметрів плазми, необхідних для забезпечення керованих термоядерних реакцій.

16. МАГНІТНА АКТИВНІСТЬ ОРГАНІЗМУ

16.1. ДЖЕРЕЛА МАГНІТНОГО ПОЛЯ В ЖИВМУ ОРГАНІЗМІ

У процесі життєдіяльності організму м'язові та нервові клітини виявляють електричну активність. Результатом такої активності є

виникнення біомагнітних полів, які породжуються електричними струмами. Наприклад, клітинна мембрана проявляє здатність пропускатися через себе іонні речовини. У разі неоднорідної поляризації мембрани по всій клітинній поверхні можуть виникати позаклітинні струми, які замкаються всередині клітини і є джерелами біомагнітних полів. Біомагнітні явища можуть виникати під час роботи або руху окремих органів (серця, очей тощо), а також проходження нервових імпульсів, у результаті взаємодії організму або його органів із зовнішнім середовищем. Крім того, джерелами магнітних полів можуть бути магнітні включення, що знаходяться у живому організмі.

16.2. ПРИНЦИПИ МАГНІТОГРАФІЇ

Змінні електрофізіологічних процесів, які мають місце у серцевому м'язі, зумовлюють відповідні зміни магнітних характеристик серця; аналіз їх є суттю *магнітокардіографії*. Слід відзначити, що при цьому вимірюються компоненти вектора магнітної індукції, перпендикулярні до поверхні грудної клітки. Кількість вимірювань варіюється від 30 до 50; зондовані ділянки розміщені на однакових інтервалах (близько 5 см) по вертikalі та горизонталі. Магнітну індукцію реєструють за допомогою приймальних котушок; криві змін у часі компоненти магнітної індукції називають *магнітокардіограмами*.

Електрична активність головного мозку призводить до появи магнітного поля, реєстрація якого лежить в основі *магнітоенцефалографії*.

Реєстрація власного магнітного поля скелетного м'яза становить суть *магнітоміографії*. Під дією імпульсу збудження, що проходить по аксону, у м'язовому волокні виникає електричний імпульс досить складної форми. Саме зміні електричного сигналу відповідає виникнення магнітного поля.

Магнітні поля можуть бути індуквані у процесі електричної активності сітчастої оболонки ока; реєстрація відповідних магнітних полів лежить в основі *магніторетинографії*. Під час дії зовнішніх подразників на зоровий аналізатор виникають магнітні поля на роговій оболонці ока, вимірювання яких називають *магнітоокулографією*.

17. ВПЛИВ МАГНІТНИХ ПОЛІВ НА ЖИВІ ОРГАНІЗМИ

Під впливом корпускулярних потоків сонячного випромінювання відбуваються короточасні зміни магнітного поля Землі – так звані *магнітні бурі*, які супроводжуються стиском магнітосфери, підсиленням у

ній електричних струмів і виникненням на поверхні Землі іррегулярних магнітних збурень. Протягом магнітних бур збільшується кількість серцево-судинних захворювань, погіршується стан хворих, які страждають на гіпертонію тощо. Крім того, магнітні бурі викликають полярні сяйва, іоносферні збурення, рентгенівське та низькочастотне випромінювання.

Лінії електропередачі є джерелами не тільки електричних, але й магнітних полів. У 90-х роках учені Швеції, Данії, США провели масштабні епідеміологічні дослідження, які довели, що вплив магнітних полів ЛЕП на здоров'я мешканців може проявитися в коридорах завширшки 400–800 м вздовж ліній електропередачі. В 1996 р. величина індукції магнітного поля в 0,2 мкТл була рекомендована як гранично допустимий рівень магнітного поля промислової частоти. Перевищення цієї норми призводить до раку крові і мозку.

Відомо, що морські істоти – акули, скат, вугри, черепахи, кити, дельфін – здатні використовувати магнітне поле Землі в пошуках кращих умов існування.

Птахи орієнтуються під час міграції не тільки по зірках, положенню Сонця, але й по магнітному полю Землі.

Печерна саламандра спроможна знаходити шлях у повній темряві, орієнтуючись по магнітному полю.

Експериментальні дослідження з равликами і планаріями показали, що тварини здатні реагувати на близькі за величиною до геомагнітного магнітні поля. Так, равлик *Nassarius* відрізняє полюси магніту. Планарія *Dugesia*, коли віддаляється від джерела світла, завжди відхиляється від прямолінійної траєкторії; величина і напрямок відхилення залежать від орієнтації і напруженості зовнішнього магнітного поля. Чутливість планарії до магнітного поля становить $4 \cdot 10^{-6}$ Тл.

Магнітне поле Землі використовують бджоли для орієнтації. Магнітна орієнтація проявляється у бджіл у процесі будівництва іових стільників. Можна стверджувати про амплітуди 1–10 нТл, які відповідають чутливості бджіл до магнітних полів.

18. МАГНІТОРЕЦЕПЦІЯ

Здатність живих організмів сприймати та використовувати зовнішні магнітні поля називається *магніторецепцією*. На сучасному рівні найвірогіднішою є гіпотеза магніторецепції, яка оснований на

концепції *магнетиту* – специфічної неорганічної сполуки заліза (оксиди, сульфати, сульфіді і фосфати заліза). У тварин основною сполукою заліза, яка відповідає за магніторецепцію, є феритгидрид $5Fe_2O_3 \cdot 9H_2O$; у бджіл – Fe_3O_4 . Магнетит знайдений у голубів, пелагічних китів, деяких молюсків та бактерій, що мешкають в мулі. Мінімальна структурна одиниця магнетиту з постійними магнітними властивостями називається *доменом*. Уміщений у магнітне поле, цей домен проявляє себе як стрілка компасу, орієнтуючись уздовж поля. Цілком можлива сумарна орієнтація всіх доменів у разі накладання зовнішнього магнітного поля (так званій *суперпарамагнетизм*).

19. ПРИКЛАДНИЙ МАГНІТИЗМ

19.1. МЕТОДИ МАГНІТОТЕРАПІЇ

Низькочастотна магнітотерапія. В основі цієї техніки лежить застосування змінних магнітних полів з частотою 50 Гц та індукцією до 35 мТл. Механізми дії пов'язані зі збудженням змінними магнітними полями вихрових струмів, які спричиняють теплові ефекти, що впливають на окиснювально-відновні та ферментативні процеси. Крім того, магнітні поля змінюють концентрації іонів на поверхні мембран і впливають на функціональний стан клітин.

Індуктотермія. Ця техніка ґрунтується на використанні змінних магнітних полів високої частоти. Кількість теплоти Q , що виділяється в одиниці об'єму тіла тварини, визначається за формулою:

$$Q \sim \frac{\omega^2 B_0^2}{\rho} \sim \sigma \omega^2 B_0^2, \quad (19.1)$$

де ω – частота змінного магнітного поля; ρ – питомий опір тканини; σ – питома елек-тропровідність тканини; B_0 – амплітуда напруженості магнітного поля.

Отже, підвищення частоти магнітного поля до десятків мегагерц сприяє нагріву тканини.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. Що вивчає магнетизм?
2. Що таке магнітне поле?
3. Що таке сила Лоренца? Які закономірності характерні для неї?
4. Записати закон Ампера.
5. Сформулювати правило лівої руки для визначення напрямку дії сили Лоренца і сили Ампера.
6. Сформулювати закон повного струму для магнітного поля у вакуумі.
7. Сформулювати теорему Гаусса для магнітного поля у вакуумі.
8. Що таке струм зміщення?
9. У чому полягає ефект Холла?
10. Записати закон Біо-Савара-Лапласа.
11. Які речовини називають діамагнетиками, парамагнетиками, феромагнетиками?
12. Дати визначення магнітної сприйнятливості.
13. У чому полягає явище електромагнітної індукції?
14. Сформулювати закон Фарадея.

15. Сформулювати правило Ленца.
16. Охарактеризувати магнітне поле Землі.
17. Пояснити рівняння Максвелла.
18. Що таке самоіндукція? взаємоіндукція?
19. Дати визначення діючим значенням струму та напруги.
20. Від чого залежить реактивний опір електричного кола?
21. Що таке резонанс напруг?
22. Яке коло називають коливальним контуром?
23. Пояснити формулу Томсона.
24. Пояснити принцип дії токамака.
25. Як впливають магнітні поля на живі організми?
26. Назвати джерела магнітних полів у живому організмі.
27. Пояснити принцип магнітографії.
28. Як відбувається магніторецепція у живих організмів?
29. Назвати методи магнітотерапії.

7. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА	145
7.1. Ідеальний газ	145
7.2. Молекулярно-кінетична теорія газів	147
7.3. Молекулярна інтерпретація температури	148
7.4. Ізопроееси.....	149
7.5. Розподіл молекул за швидкостямн.....	150
7.6. Середня довжина вільного пробігу молекул.....	151
7.7. Випаровування та конденсація.....	152
7.8. Реальний газ	153
7.9. Вологість повітря.....	155
7.9.1. Характеристики вологості повітря.....	155
7.9.2. Методи вимірювання вологості повітря.....	156
7.10. Осмос.....	161
7.11. Аромат продуктів	163
7.12. Нюх і смак.....	164
7.12.1. Нюх.....	164
7.12.2. Нюховий аналізатор.....	166
7.12.3. Механізм нюху.....	167
7.12.4. Методи аналізу запахів	168
7.12.5. Смак	169
7.12.6. Смаковий аналізатор.....	170
7.13. Принципи фіторемерації.....	170
8. ТЕРМОДИНАМІКА.....	174
8.1. Температура і теплове розширення тіл.....	174
8.1.1. Температура	174
8.1.2. Температурні шкали	174
8.1.3. Одиниці температури.....	176
8.1.4. Температура атмосфери.....	177
8.1.5. Теплове розширення тіл.....	180
8.2. Вимірювання температури.....	181
8.3. Термодинаміка рівноважних станів.....	187
8.3.1. Параметри термодинамічної системи.....	187
8.3.2. Внутрішня енергія системн.....	187
8.3.3. Теплоємність та питома теплоємність.....	187
8.3.4. Робота та енергія.....	188
8.3.5. Перший закон термодинаміки	190
8.3.6. Застосування першого закону термодинаміки до певних термодинамічних процесів	191
8.3.7. Ентальпія. Закон Гесса.....	193
8.3.8. Тепловий двигун	194
8.3.9. Цикл Карно	195
8.3.10. Другий закон термодинаміки.....	198

8.3.11. Ентропія та її властивості	200
8.3.12. Ентропія та неупорядкованість	203
8.4. Термодинаміка необоротних процесів	205
8.4.1. Стаціонарний стан	205
8.4.2. Зміна ентропії	206
8.4.3. Продукція ентропії	207
8.4.4. Локальна продукція ентропії	208
8.5. Нерівноважна термодинаміка	209
8.5.1. Дисипативна функція	209
8.5.2. Явища перенесення	209
8.5.3. Перенесення маси (дифузія)	212
8.5.4. Перенесення маси (об'ємний потік води)	213
8.5.5. Перенесення теплотн (теплопровідність)	214
8.5.6. Перенесення теплотн (конвекція)	216
8.5.7. Перенесення імпульсу (в'язкість)	218
8.5.8. Принцип симетрії феноменологічних коефіцієнтів	219
8.5.9. Теорема Пригожина	220
9. ЕЛЕКТРИКА	222
9.1. Електростатика	222
9.1.1. Електричний заряд. Властивості електричних зарядів	223
9.1.2. Законн електричного поля	223
9.1.3. Напруженість електричного поля	224
9.1.4. Електричний диполь	225
9.1.5. Рух зарядженої частинки в однорідному електричному полі	227
9.1.6. Осцилограф	227
9.1.7. Електричний потік	228
9.1.8. Теорема Остроградського–Гаусса	229
9.1.9. Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля	230
9.1.10. Потенціал електростатичного поля	231
9.1.11. Електростатичний уловлювач	233
9.1.12. Іонний мікроскоп	234
9.1.13. Провідники в електростатичному полі	235
9.1.14. Діелектрики в електростатичному полі	236
9.1.15. Електрична ємність	238
9.2. Постійний електричний струм	240
9.2.1. Електричний струм	240
9.2.2. Електричне коло	240
9.2.3. Аналоги опорів у рослинному організмі	243
9.2.4. Законн постійного струму	244
9.2.5. Термоелектричні явища	247
9.2.6. Електричні прилади	250
10. ЕЛЕКТРИЧНІ ПОЛЯ ПРИРОДНОГО ПОХОДЖЕННЯ	254

10.1. Іоносфера	254
10.2. Блискавки	256
10.3. Полярні сяйва	258
11. ЕЛЕКТРИЧНА АКТИВНІСТЬ ЖИВОГО ОРГАНІЗМУ	259
11.1. Біологічні потенціали	259
11.2. Техніка вимірювання мембранних струмів	262
11.3. Електрична активність серця. Принципи електрокардіографії	264
11.4. Електрична активність мозку. Принципи електроенцефалографії	266
11.5. Утворення електричних полів рибами	266
12. ВПЛИВ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ НА ЖИВІ ОРГАНІЗМИ	268
12.1. Електрофорез	268
12.2. Вплив електричних полів антропогенного походження на живі організми	270
13. ЕЛЕКТРОРЕЦЕПЦІЯ	272
14. ПРИКЛАДНА ЕЛЕКТРИКА	273
14.1. Застосування електрофізичних методів у тваринництві	273
14.2. Методи електролізу	274
15. МАГНЕТИЗМ	278
15.1. Магнітне поле. Магнітна індукція	278
15.2. Сила лоренца	279
15.3. Закон Ампера	281
15.4. Закон повного струму для магнітного поля у вакуумі	282
15.5. Струм зміщення	283
15.6. Ефект Холла	284
15.7. Закон Біо-Савара-Лапласа	284
15.8. Магнітні властивості речовини	285
15.9. Магнітне поле Землі	287
15.10. Електромагнітна індукція	288
15.11. Рівняння Максвелла	291
15.12. Самоіндукція	292
15.13. Взаємодія	293
15.14. Електричне коло змінного струму	294
15.15. Резонанс напруг	297
15.16. Електромагнітні коливання	297
15.17. Токамак	299
16. МАГНІТНА АКТИВНІСТЬ ОРГАНІЗМУ	300
16.1. Джерела магнітного поля в живому організмі	300
16.2. Принципи магнітографії	301
17. ВПЛИВ МАГНІТНИХ ПОЛІВ НА ЖИВІ ОРГАНІЗМИ	302
18. МАГНІТОРЕЦЕПЦІЯ	303
19. ПРИКЛАДНИЙ МАГНЕТИЗМ	305

19.1. Методи магнітотерапії.....	305
----------------------------------	-----

20. ОПТИКА

Оптика – розділ фізики, в якому вивчається оптичне випромінювання (світло), процеси його поширення та явища, що спостерігаються під час взаємодії світла і речовини.

20.1. ПРИРОДА СВІТЛА

Оптичним випромінюванням називаються електромагнітні хвилі, довжина λ яких у вакуумі лежить в діапазоні від 10 нм до 1 мм. Розрізняють ультрафіолетове ($\lambda < 400$ нм), видиме ($\lambda = 400\text{--}700$ нм) та інфрачервоне ($\lambda > 700$ нм) випромінювання (табл. 20.1).

20.1 – Діапазон спектра оптичного випромінювання

Діапазон довжин хвиль, нм	Спектральна область випромінювання
	Ультрафіолетова область
100–280	УФ-С
280–315	УФ-В
315–380	УФ-А
	Видима область
380–440	Фіолетове світло
440–495	Синє світло
495–580	Зелене світло
580–640	Жовте світло
640–760	Червоне світло
	Інфрачервона область
760–2500	Близька
2500–25000	Середня
25000–500000	Далека

20.2. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

Геометрична оптика – це розділ оптики, що використовує уявлення про прямолінійність поширення світлових променів незалежно один від одного, які заломлюються та відбиваються на межах середовищ з різними оптичними властивостями.

Розрахунки на основі геометричної оптики застосовують у процесі розробки та створенні оптичних приладів – лінз, призм, мікроскопів тощо.

20.2.1. Основні закони геометричної оптики

На межі поділу двох середовищ світло зазнає відбивання і заломлення (рис. 20.1). Висновки геометричної оптики ґрунтуються на основі кількох простих законів, встановлених дослідним шляхом.

1. Закон прямолінійного поширення світла: в однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно. Лінія, вздовж якої переноситься світлова енергія, називається променем. В однорідному середовищі промені світла є прямими лініями.

2. Закон незалежного поширення променів: окремі промені не впливають один на одного і поширюються незалежно.

3. Закони відбивання світла – падаючий промінь, відбитий промінь і перпендикуляр до межі поділу двох середовищ, проведений у точці падіння променя, лежать в одній площині; кут відбивання дорівнює куту падіння:

$$i = i'. \quad (20.1)$$

4. Закони заломлення світла – падаючий промінь, заломлений промінь і перпендикуляр до межі поділу середовищ, проведений у точці падіння променя, лежать в одній площині; співвідношення синусів кутів падіння і заломлення є сталим і дорівнює відношенню показника заломлення даних середовищ:

$$\sin i / \sin r = n_{21}. \quad (20.2)$$

Абсолютним показником заломлення середовища називається величина n , що дорівнює відношенню швидкості c поширення світла у вакуумі до швидкості v у даному середовищі:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (20.3)$$

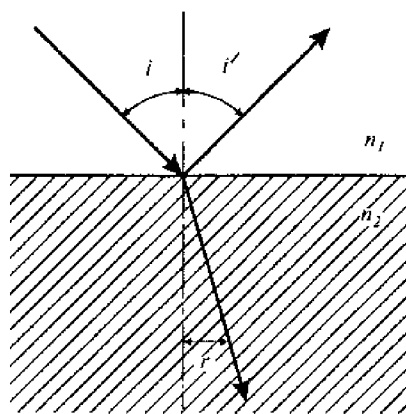


Рис. 20.1. Відбивання та заломлення світла на межі поділу двох середовищ

Відносним показником заломлення n_{21} першого середовища відносно другого називається співвідношення швидкостей світла в першому v_1 та другому v_2 середовищах:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (20.4)$$

На основі останніх двох рівнянь можна записати:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (20.5)$$

20.2.2. Повне внутрішнє відбивання

Внутрішнє відбивання має місце, коли світловий промінь з більш густого середовища падає на межу поділу з менш густим середовищем (рис. 20.2). Залежно від кута падіння може відбуватися або

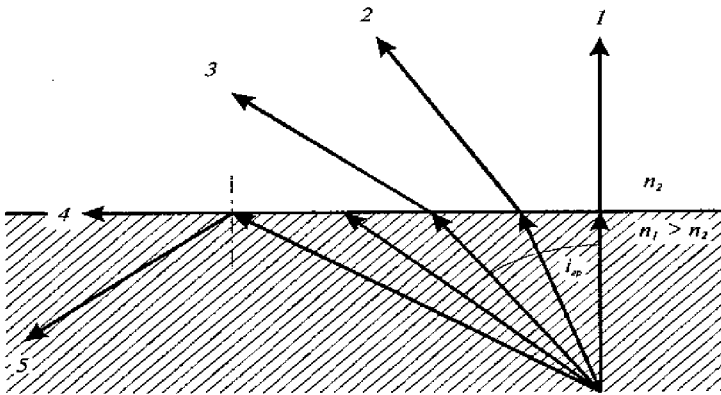


Рис. 20.2. Повне внутрішнє відбивання

відбивання та заломлення, або *повне відбивання*, коли все світло відбивається в те саме середовище, звідки воно поширювалось. Кут падіння $i_{кр}$, за якого відбувається повне відбивання, називається *граничним кутом* повного відбивання, який визначається зі співвідношення:

$$\sin i_{кр} = \frac{1}{n}, \quad (20.6)$$

де n – відносний показник заломлення першого середовища (оптично більш густого) відносно другого.

Приклад

Визначити граничний кут для променя, що проходить границю “вода–повітря”, якщо показник заломлення дорівнює 1,33.

Розв’язок

Використовуючи рівняння (20.6), знаходимо граничний кут:

$$\sin i_{\text{зр}} = \frac{1}{n} = 1 / 1,33 = 0,752.$$

Звідси

$$i_{\text{зр}} = 48,8^\circ.$$

Поле зору риби залежить від граничного кута. Так, під кутом $i < i_{\text{зр}}$ (наприклад 40°) вона бачить предмети, розташовані на березі водойми та на поверхні води, тоді як під кутом $i > i_{\text{зр}}$ (наприклад, 60°) вона здатна спостерігати дно водойми.

Розглянемо приклади практичного застосування повного відбивання.

Принципи дії світловоду. Тонкі прозорі нитки, виготовлені зі скла, кварцу або пластмаси, можуть бути використані для направленої передачі (каналізації) світла. Якщо сердцевина такої нитки має показник заломлення більший, ніж показник заломлення зовнішньої оболонки, відбувається повне відбивання променів, що поширюються під кутом, достатньо малим відносно осі нитки (рис. 20.3). Така нитка називається *світловодом*.

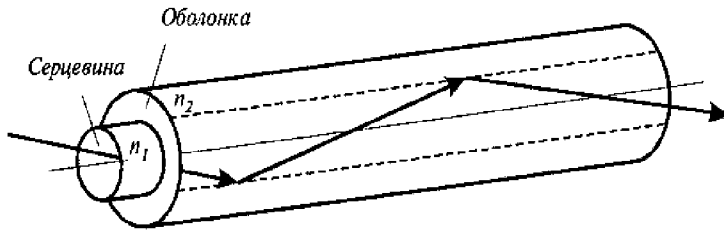


Рис. 20.3. Принцип дії світловода

Комбінація двох світловодів утворює *фіброскоп* – один світловід використовують для освітлення об'єкта, а інший для передачі зображення цього об'єкта (рис. 20.4).

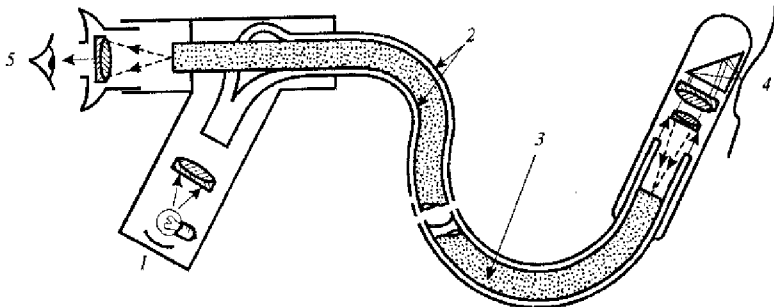


Рис. 20.4. **Фіброскоп:** 1 – джерело світла, 2 – зовнішній світловід, що забезпечує освітлення об'єкта, 3 – внутрішній світловід, призначений для передачі світлової інформації спостерігачу, 4 – об'єкт, 5 – око спостерігача

Збільшення числової апертури мікроскопа. Важливою характеристикою мікроскопа є його роздільна здатність. Найменша лінійна (або кутова) відстань між двома точками, за якої їх зображення зливаються, називається *лінійною* (або *кутовою*) *межею розділення*, яка обернено пропорційна апертурі мікроскопа.

Збільшити числову апертуру мікроскопа $A = n \sin \theta / 2$ можна за рахунок збільшення показника заломлення n середовища між об'єктом і об'єктивом, або апертурного кута θ (кута між крайніми променями конічного світлового пучка, що виходить із точки об'єкта і входить в об'єктив). Якщо апертурний кут дуже великий, крайні промені можуть не потрапити в об'єктив, що погіршує зображення об'єкта.

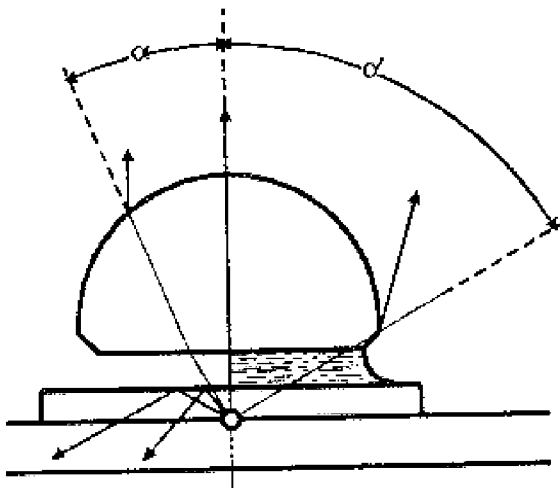


Рис. 20.5. Використання імерсійної рідини у мікроскопі

Для запобігання цьому треба використовувати *імерсійні рідини*, якими заповнюють проміжок простору між покривним склом і об'єктивом (рис. 20.5). Через те, що показник заломлення імерсійної рідини високий (наприклад, кедрова олія має $n=1,515$), апертура мікроскопа збільшується. Так, для звичайного “сухого” об'єкта

можуть не потрапити в об'єктив, що погіршує зображення об'єкта. Для запобігання цьому треба використовувати імерсійні рідини, якими заповнюють проміжок простору між покривним склом і об'єктивом (рис. 20.5). Через те, що показник заломлення імерсійної рідини високий (наприклад, кедрова олія має $n=1,515$), апертура мікроскопа збільшується. Так, для звичайного “сухого” об'єкта

20.2.3. Тонкі лінзи

Лінза – це прозоре тіло, обмежене двома сферичними поверхнями, що заломлюють світлові промені, яке здатне формувати оптичні зображення предметів.

Лінза називається *тонкою*, якщо її товщина (відстань між обмежуючими поверхнями) значно менша, ніж радіуси поверхонь, що обмежують лінзу.

Пряма, що проходить через центри кривизни лінзи, називається *головною оптичною віссю*.

Точка, що лежить на головній оптичній осі і через яку промені проходять без заломлення, називається *оптичним центром лінзи*.

Розглянемо лінзу, показник заломлення якої n , а радіуси кривизни – R_1 і R_2 . Предмет AB розташований від оптичного центра O на відстані s , а його зображення $A'B'$ – на відстані s' .

Формула тонкої лінзи має вигляд:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (20.7)$$

Якщо промені падають на лінзу паралельним пучком, рівняння (20.7) перетворюється так:

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (20.8)$$

де f – фокусна відстань лінзи. Точки F , що лежать по обидва боки лінзи на відстані, що дорівнює фокусній, називаються *фокусами лінзи*.

Формулу лінзи можна записати так:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}. \quad (20.9)$$

Величина, обернена фокусній відстані f , називається *оптичною силою Φ лінзи*:

$$\Phi = \frac{1}{f}. \quad (20.10)$$

Оптична сила характеризує заломлювальну дію лінзи; вимірюється Φ у *діоптріях* ($1 \text{ дтр} = 1 \text{ м}^{-1}$).

Якщо лінза збирає паралельні промені в одній точці, вона називається *збирною* (рис. 20.6, а); якщо паралельні промені, що пройшли через лінзу, розходяться, вона називається *розсіювальною* (рис. 20.6, б). Для розсіювальної лінзи відстані s і s' слід вважати від'ємними.

Співвідношення лінійних розмірів зображення y' і предмета y називається *лінійним збільшенням лінзи*:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}. \quad (20.11)$$

Для побудови зображень предметів у лінзі використовують такі промені:

1) промінь, який падає на лінзу паралельно головній оптичній осі і після заломлення проходить через фокус;

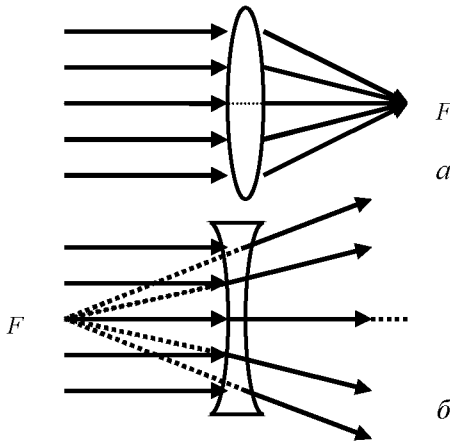


Рис. 20.6. Якщо лінза збирає паралельні промені в одній точці, вона називається збирною (а); якщо паралельні промені, що пройшли через лінзу, розходяться, вона називається розсіювальною (б)

2) промінь, який проходить через оптичний центр лінзи і не змінює свого напрямку після виходу з лінзи;

3) промінь, який проходить через фокус, а після заломлення й виходу з лінзи йде паралельно головній оптичній осі.

Причому для побудови зображення предмета в лінзі достатньо провести два з трьох вказаних променів. Побудову зображення за різних положень предмета відносно лінзи наведено на рис. 20.7.

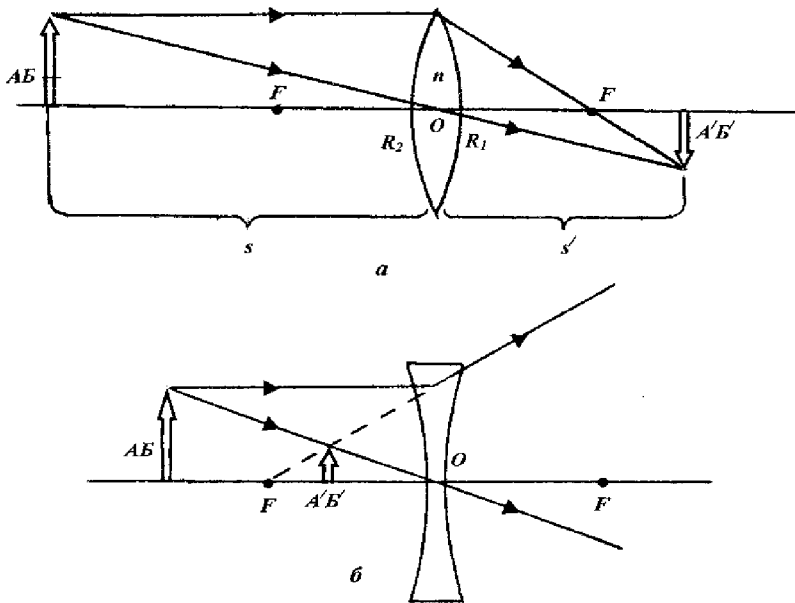


Рис. 20.7. Побудова зображення за різних положень предмета відносно лінзи

20.2.4. Оптичний мікроскоп

Мікроскоп – це оптична система, що складається в найпростішому випадку з короткофокусної (фокусна відстань $f_0 < 1$ см) збирної лінзи (об'єктива) і довгофокусної (фокусна відстань f_e – кілька сантиметрів) збирної лінзи (окуляра). Зовнішній вигляд сучасного мікроскопа наведено на рис. 20.8, а хід променів у мікроскопі – на рис. 20.9. Дві лінзи розміщені на відстані L одна від одної, причому $L > f_0, f_e$. Об'єкт O знаходиться за фокусом об'єктива на відстані s_1 від нього. Об'єктив створює реальне перевернуте зображення I_1 поблизу фокуса F_e окуляра. Окуляр, в свою чергу, створює уявне перевернуте зображення I_2 на відстані s'_1 від об'єктива.



Рис. 20.8. Зовнішній вигляд сучасного мікроскопа

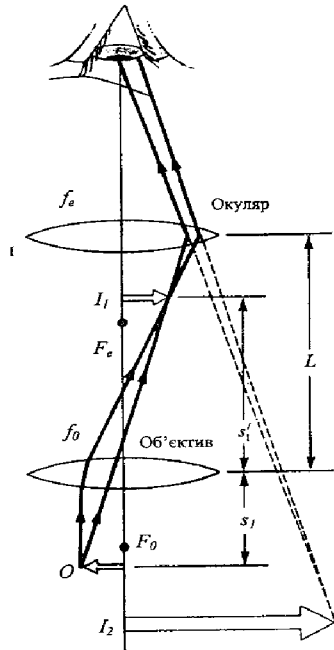


Рис. 20.9. Хід променів у мікроскопі

Збільшення M_1 реального зображення становить:

$$M_1 = -\frac{s'_1}{s_1}. \quad (20.12)$$

З врахуванням того, що $s_1 \approx f_0$, а $s'_1 \approx L$, можна одержати вираз для збільшення об'єктива:

$$M_1 = -\frac{L}{f_0}, \quad (20.13)$$

де L – оптична довжина тубуса мікроскопа (160 мм).

Кутове збільшення окуляром об'єкта, що знаходиться в фокусі об'єктиву, дорівнює:

$$m_{ок} = \frac{250\text{мм}}{f_e}, \quad (20.14)$$

де 250 мм – відстань найкращого зору.

Отже, загальне збільшення мікроскопа становить:

$$M = M_1 \cdot m_e = -\frac{L}{f_0} \left(\frac{250\text{мм}}{f_e} \right). \quad (20.15)$$

Знак „мінус” свідчить про те, що зображення – перевернуте.

Основні характеристики об'єктивів і окулярів мікроскопів наведено в табл. 20.2 та 20.3.

20.2 – Об'єктиви мікроскопів

Позначення	Збільшення	Числова апертура	Фокусна відстань, мм
3,5×0,10	3,5	0,10	29,92
8×0,20	8,0	0,20	18,20
10×0,30	10,0	0,30	16,10
20×0,40	20,0	0,40	8,40
40×0,65	40,0	0,65	4,25
40×0,70 ВІ	40,0	0,75	4,30
90×1,25 МІ	90,0	1,25	1,90

20.3 – Окулярі мікроскопів

Позначення	Збільшення	Фокусна відстань, мм
7×	7	18
10×	10	14
15×	15	8
К7×	7	18
К10×	10	13
К15×	15	11

20.2.5. Окуляр-мікрометр і об'єкт-мікрометр

Для визначення лінійних розмірів мікрооб'єктів використовують *окуляр-мікрометр* і *об'єкт-мікрометр*. Під час вимірювань замість препарату розміщують об'єкт-мікрометр і фокусують зображення його шкали, яка має довжину 1 мм і розділена на 100 поділок; одна

поділлка дорівнює 10 мкм. Далі встановлюють окуляр-мікрометр і визначають, скільки поділок об'єкт-мікрометра припадає на певну кількість поділок окуляр-мікрометра. Для випадку, що зображений на рис. 20.10, а, на 13 поділок ($n_2 = 13$) окуляр-мікрометра припадає 4 поділки ($n_1 = 4$) об'єкт-мікрометра. Знаходять, яку частку поділки об'єкт-мікрометра становить поділка окулярної лінійки, і множать одержане число на 10. Далі визначають ціну поділки шкали об'єкт-мікрометра за формулою:

$$\Delta_{ок} = \frac{n_1 \cdot 10 \text{ мкм}}{n_2} = \frac{4 \cdot 10 \text{ мкм}}{13} = 3,08 \text{ мкм}. \quad (20.16)$$

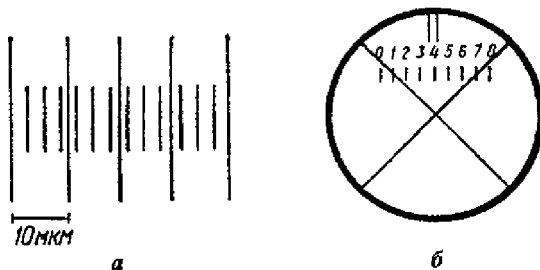


Рис. 20.10. **Визначення лінійних розмірів:** а – за допомогою окуляра мікрометра; б – за допомогою окулярного гвинтового мікрометра (пояснення в тексті)

Враховуючи ціну поділки об'єкт-мікрометра $\Delta_{ок}$, можна визначити лінійні розміри d мікрооб'єкта:

$$d = \Delta_{ок} \cdot N_x = \frac{n_1 \cdot 10 \text{ мкм}}{n_2} N_x. \quad (20.17)$$

20.2.6. Окулярний гвинтовий мікрометр

Для вимірювання розмірів мікрооб'єктів можна також застосовувати *окулярний гвинтовий мікрометр* (типу МОВ-1-15×), який складається з двох розміщених у фокальній площині пластин. На нерухомій пластині нанесена восьмиміліметрова шкала з ціною поділки 1 мм; на рухомій пластині є перехрестя та індекс у вигляді двох рисок (рис. 20.10, б). Обертаючи барабан, сполучають перехрестя з одним із кінців мікрооб'єкта, що вимірюється, і відмічають поділку на барабані. Далі, продовжуючи обертати барабан, сполучають перехрестя з другим кінцем мікрооб'єкта і відмічають відлік на барабані. Одержану різницю відліків множать на ціну поділки барабана за даного збільшення мікроскопа.

20.3. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

20.3.1. Світло як електромагнітна хвиля

Хвильова оптика вивчає сукупність явищ, у яких виявляється хвильова природа світла. Згідно з уявленнями хвильової оптики, які ґрунтуються на результатах великої кількості експериментальних досліджень інтерференції, дифракції, поляризації та дисперсії, світло являє собою електромагнітну хвилю. Така хвиля поширюється у просторі у вигляді взаємозв'язаних коливань електричних і магнітних полів, вектори напруженості яких \vec{E} і \vec{H} завжди перпендикулярні один до одного і до напрямку поширення хвилі (рис. 20.11),

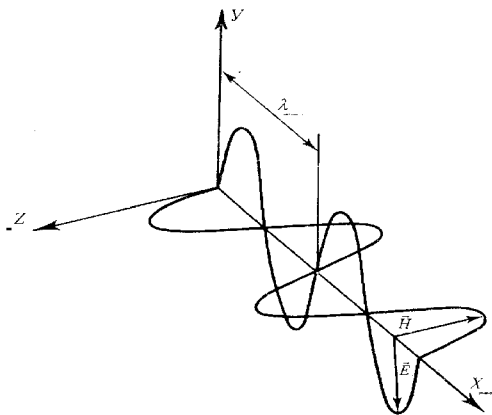


Рис. 20.11. Світло як поперечна електромагнітна хвиля, що поширюється у просторі у вигляді взаємозв'язаних коливань електричних і магнітних полів, векторів напруженості яких \vec{E} і \vec{H} завжди перпендикулярні один до одного і до напрямку поширення хвилі

тобто, світло – це *поперечна* електромагнітна хвиля. Швидкість поширення світла у вакуумі становить $c = 3 \cdot 10^8$ м/с (точне значення $c = 2,99792458 \cdot 10^8$ м/с).

20.3.2. Інтерференція світла

Інтерференція світла – це просторовий перерозподіл енергії світлового випромінювання у разі накладання двох або декількох світлових хвиль.

Необхідною умовою інтерференції світлових хвиль є їх *когерентність* – узгоджене протікання у часі і просторі кількох хвильових процесів. Коливання називають *когерентними*, якщо різниця їх фаз залишається постійною (або закономірно змінюється) у часі. Типову інтерференційну картину показано на рис. 20.12.

Дослід Юнга. У 1801 р. Томас Юнг уперше спостерігав явище інтерференції за допомогою такого досліду (рис. 20.13): джерелом світла є яскраво освітлена щілина S_0 , від якої світлова хвиля падає на

дві вузькі рівновіддалені щілини S_1 і S_2 , які відіграють роль джерел когерентних коливань. На екрані спостерігають інтерференційну картину. Видно, що промені проходять до певної точки на екрані неоднакові шляхи, різниця між якими дорівнює:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta, \quad (20.18)$$

де d – відстань між щілинами; θ – кут, під яким спостерігається інтерференція в точці P .

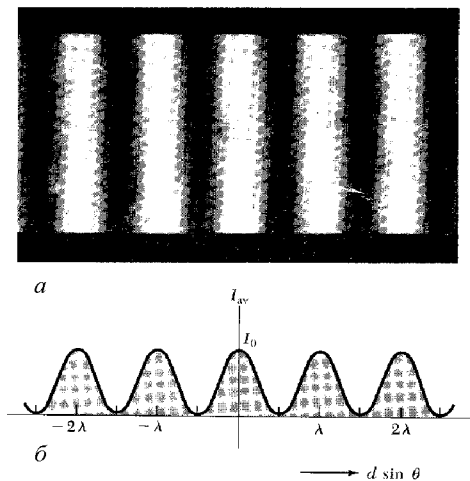


Рис. 20.12. **Інтерференція світла:** *a* – інтерференційна картина, *б* – розподіл інтенсивності світла під час інтерференції (пояснення в тексті)

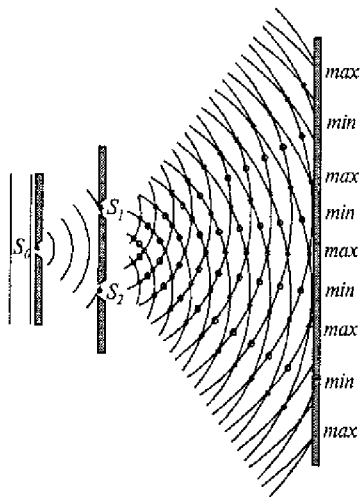


Рис. 20.13. **Дослід Юнга**

Умовою спостереження підсилення світла внаслідок інтерференції (максимуму інтерференції) є співвідношення:

$$\delta = d \sin \theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots), \quad (20.19)$$

де m – число (порядок інтерференційної смуги).

Умовою спостереження послаблення світла внаслідок інтерференції (мінімуму інтерференції) є співвідношення:

$$\delta = d \sin \theta = m \lambda, \quad (m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots). \quad (20.20)$$

Принцип Гюйгенса. Кожий елемент поверхні, якого досягла в даній момент хвиля, є центром вторинних елементарних хвиль, обвідна яких буде хвильовою поверхнею в наступний момент часу (рис. 20.14).

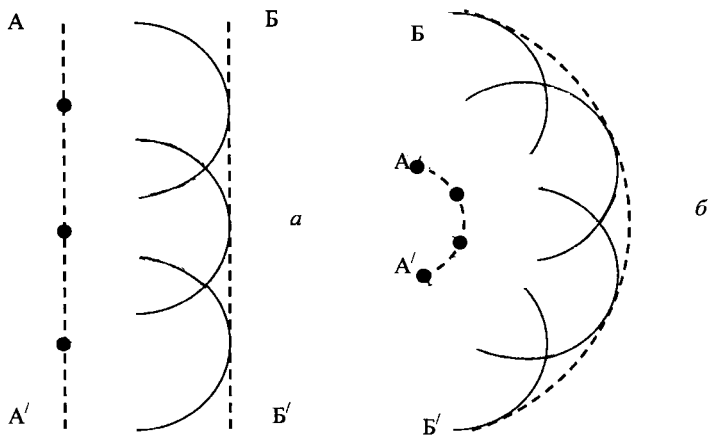


Рис. 20.14. Принцип Гюйгенса: *a* – плоска хвиля; *б* – сферична хвиля.
Тут: AA' – первинний фронт хвилі; BB' – вторинний фронт хвилі



Томас ЮНГ (1773–1829)

Англійський вчений, один із засновників хвильової теорії світла. Сформулював принцип інтерференції (1801 р.), висловив ідею щодо поперечності світлових хвиль (1817 р.). Ввів характеристику пружності (модуль Юнга).

Христіан ГЮЙГЕНС (1629–1695)

Голландський вчений. Установив закони коливань фізичного маятника, створив (1678 р.) хвильову теорію світла, пояснив подвійне променезаломлення. Вдосконалив телескоп, сконструював окуляр, названий його ім'ям.



20.3.3. Методи спостереження інтерференції світла

В основі всіх методів спостереження інтерференції світла лежать заходи, які дозволяють розділити первинний світловий промінь на

два вторинних з подальшим їх накладанням. Оскільки обидва вторинних промені походять від первинного, вони є когерентними й інтерферують під час накладання.

Дзеркала Френеля. Світло від точкового джерела S падає на систему двох дзеркал, кут між площинами яких малий (рис. 20.15). Після відбивання від дзеркал світло поширюється у вигляді двох променів, які можна вважати вихідними із двох уявних джерел S_1 і S_2 , що є зображеннями джерела S у дзеркалах. Ці промені когерентні; під час накладання вони дають на екрані інтерференційну картину.

Біпризма Френеля. Після заломлення світлового променя від джерела S в біпризмі (системі двох однакових призм, складених основами і виготовлених як одне ціле) утворюються світлові промені, які начебто виходять з уявних джерел S_1 і S_2 ; ці промені є когерентними й інтерферують під час накладання (рис. 20.16).

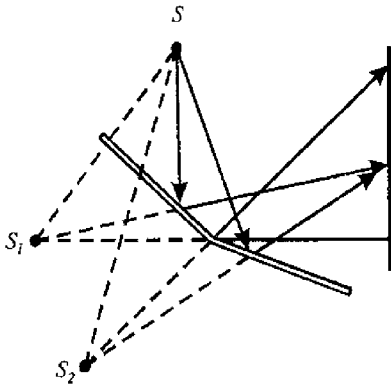


Рис. 20.15. Дзеркала Френеля

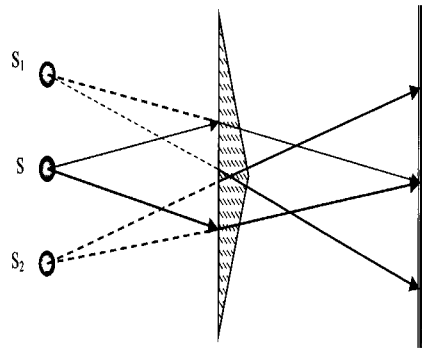


Рис. 20.16. Біпризма Френеля

Інтерференція світла в тонких плівках. Нехай на плоскопаралельну плівку товщиною d і з показником заломлення n падає під кутом i плоска монохроматична хвиля (рис. 20.17). Під час взаємодії світлового променя з плівкою відбувається відбивання світла від верхньої поверхні плівки (промінь 1), заломлення (промінь 2) та відбивання від нижньої поверхні плівки (промінь 3) з подальшим заломленням (промінь 4). Промені 1 і 4 є когерентними й інтерферують під час накладання.

Приклад

Визначити мінімальну товщину мильної плівки ($n = 1,33$), яка підсилює світло внаслідок інтерференції, якщо довжина світлової хвилі 600 нм.

Розв'язок

Мінімальна товщина плівки, за якої забезпечується підсилення світла, визначається з рівняння:

$$2d = (m + 1/2)\lambda_n, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

де $\lambda_n = \lambda/n$.

Звідси:

$$2dn = (m + 1/2)\lambda$$

Мінімальна товщина плівки відповідає $m=0$, звідки:

$$d = \lambda/4n = 600/(4 \cdot 1,33) = 113 \text{ нм.}$$

Інтерферометр Майкельсона. Цей прилад призначений для точного (порядка 10^{-7} м) вимірювання довжин хвиль. Монохроматичне світло від джерела S падає під кутом 45° на напівпрозору плоско паралельну пластину Π_1 , яка ділить світловий промінь на два (рис. 20.18). Один з них проходить через пластину, інший – відбивається.

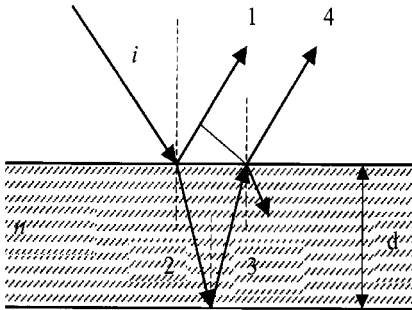


Рис. 20.17. Інтерференція світла в тонких плівках

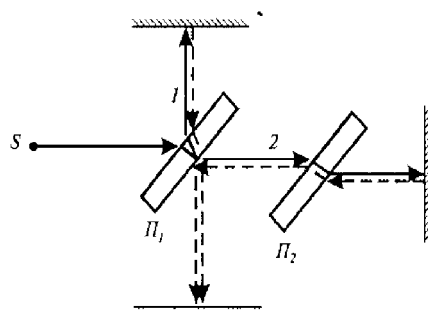


Рис. 20.18. Інтерферометр Майкельсона

Після відбивання обох променів від дзеркал вони повертаються і взаємодіють між собою як когерентні. Оскільки промінь 1 проходить через пластинку двічі, для компенсації різниці ходу на шляху другого променя 2 розташовують пластину Π_2 (яка виконує функції компенсатора).

20.3.4. Дифракція світла

Дифракція світла – явище огинання променями світла непрозорих тіл і проникнення світла в область геометричної тіні.

Дифракція відбувається, якщо світло проходить через маленькі отвори навколо невеличких перешкод або біля різких меж (рис. 20.19). Перша кількісна теорія дифракції світла була розвинена Френелем, який пояснив її як результат інтерференції вторинних хвиль (так званий *принцип Гюйгенса-Френеля*). Розрізняють *дифракцію Фраунгофера* в паралельних променях світла (рис. 20.20, а) та *дифракцію Френеля* в непаралельних променях (рис. 20.20, б). Обидва типи дифрак-

ції відрізняються характером *дифракційної картини* – розподілом світла, пов'язанним з чергуванням світлих і темних ділянок на екрані.

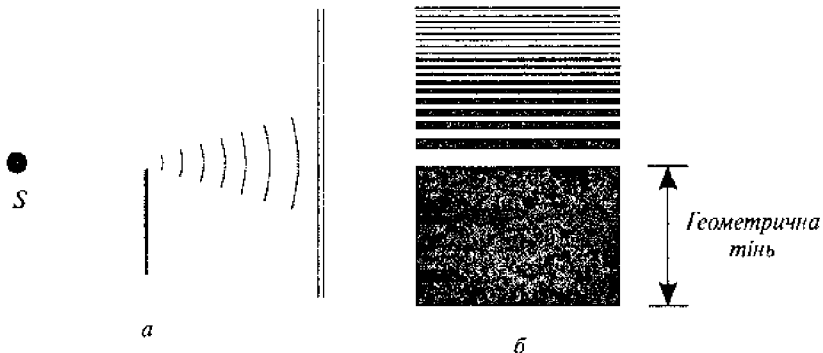


Рис. 20.19. Дифракція світла: *а* – проходження світла біля різких меж, що супроводжується дифракцією; *б* – дифракційна картина

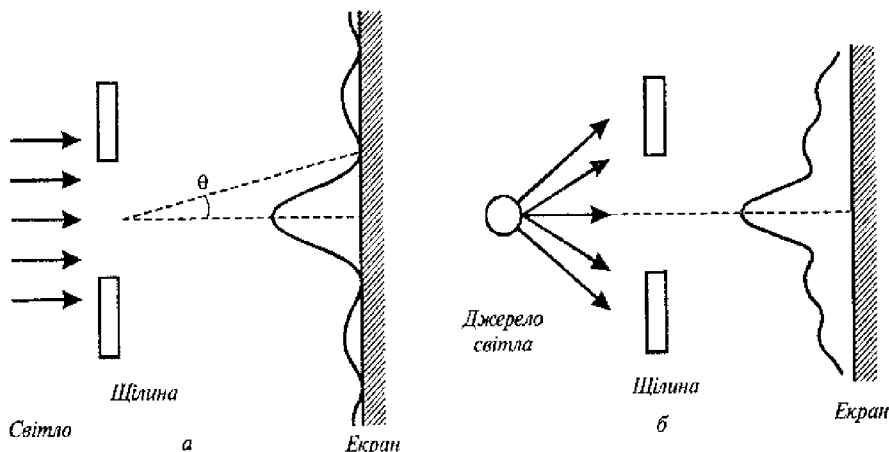


Рис. 20.20. Типи дифракції: *а* – дифракція Фраунгофера паралельного пучка світла на щілині; *б* – дифракція Френеля світлового пучка, що розходить на щілині

Огюстен Жан ФРЕНЕЛЬ (1788–1827)

Французький фізик, один із засновників хвильової оптики. Розробив теорію дифракції світла (1818 р.). Довів поперечність світлових хвиль, пояснив поляризацію світла, створив дзеркала та лінзи, названі його ім'ям.

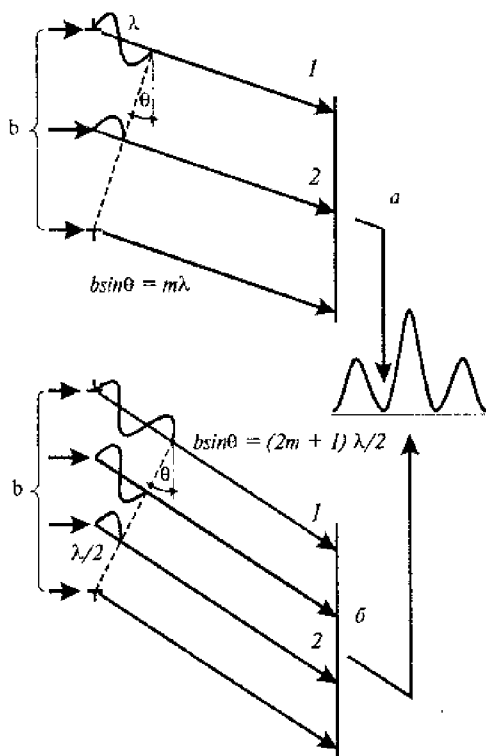




Йозеф ФРАУНГОФЕР (1787–1820)

Німецький фізик. Вдосконалив виготовлення лінз, дифракційних решіток. Детально описав лінії поглинання в спектрі Сонця (1814 р.), названих його ім'ям.

Розглянемо паралельний промінь, який падає нормально на щілину шириною b . Відповідно до принципу Гюйгенса, кожна точка



щільності є вторинним джерелом хвиль, які коливаються в одній фазі. Розглянемо хвилі 1 і 2 (рис. 20.21). Якщо вони знаходяться у протифазі, вони компенсують одна одну і на екрані спостерігається мінімум дифракції. Такі міркування можна застосувати до хвиль 1' і 2' та до всіх пар хвиль, фази яких протилежні. Умова дифракційного мінімуму матиме вигляд:

$$b \sin \theta = m \lambda;$$

$$m = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots, \quad (20.21)$$

де θ – кут спостереження дифракційного мінімуму m -го порядку.

Якщо хвилі 1 і 2 коливаються у фазі, на екрані спостерігається дифракційний максимум, умовою якого є:

$$b \sin \theta = (2m + 1) \lambda / 2; \quad m = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots \quad (20.22)$$

Рис. 20.21. Механізми дифракції: умови спостереження дифракційних мінімумів (а) та максимумів (б)

Вимірювання відстані між дифракційними мінімумами або максимумами дає можливість оцінити розмір тіл, на яких дифрагує світло.

20.3.5. Дифракційна решітка

Дифракційна решітка – це оптичний прилад, що являє собою періодичну структуру з великою кількістю регулярно розташованих елементів, на яких відбувається дифракція світла. Такими елементами можуть бути штрихи, що нанесені механічним, фотографічним або голографічним методами на плоску або вигнуту пластину. Кількість штрихів на міліметр коливається від 300 до 6000 для видимої та ультрафіолетової областей спектра.

Найпростіша дифракційна решітка являє собою систему з N однакових по ширині і паралельних одна одній щілин, що лежать в одній площині і розділені непрозорими проміжками, однаковими за розмірами (рис. 20.22). Якщо ширина щілини b , а розмір проміжку a , то величина $d = a + b$ називається *періодом* дифракційної решітки. Період d пов'язаний з кількістю N штрихів співвідношенням:

$$d = 1/N \quad (20.23)$$

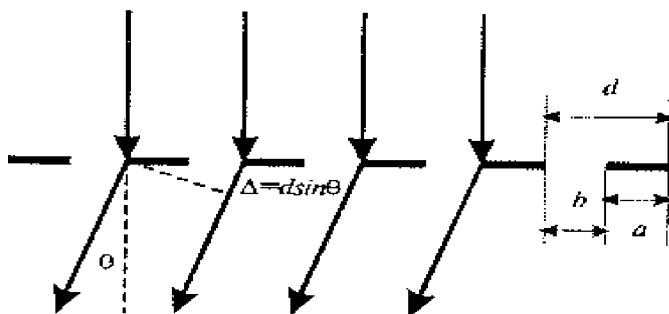


Рис. 20.22. Дифракційна решітка

Якщо світло падає нормально на поверхню дифракційної решітки, то положення дифракційних максимумів на екрані можна знайти за допомогою *рівняння дифракційної решітки*:

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad (20.24)$$

де θ – кут спостереження дифракційного максимуму m -го порядку.

Якщо світло падає під кутом θ_i до площини дифракційної решітки, рівняння має вигляд:

$$d(\sin \theta + \sin \theta_i) = m \lambda. \quad (20.25)$$

Характер дифракційної картини, одержаної за допомогою дифракційної решітки, показано на рис. 20.23.

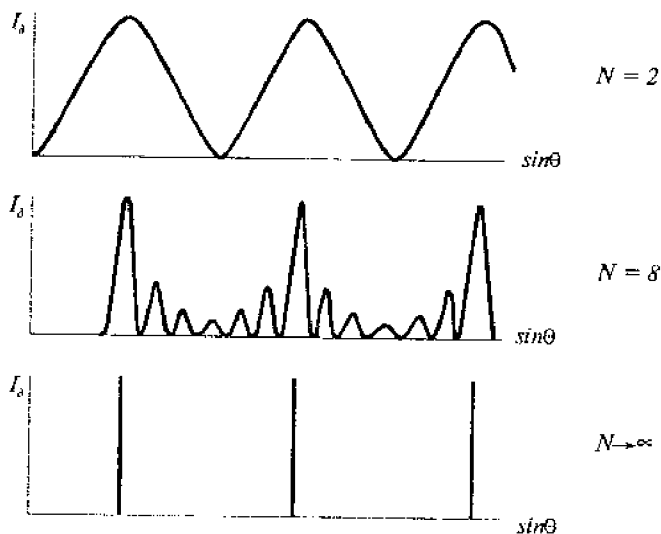


Рис. 20.23. Залежність характеру дифракційної картини від кількості штрихів N

Контрольне завдання

Випромінювання гелій-неонового лазера з довжиною хвилі 632,8 нм падає нормально на поверхню дифракційної решітки, кількість штрихів на поверхні якої становить 6000 см^{-1} . Знайти кут, під яким спостерігається дифракційний максимум першого порядку.

Відповідь: $22,31^\circ$.

20.3.6. Дисперсія світла

Дисперсія світла – це залежність показника заломлення n речовини від частоти ν (довжини хвилі λ) світла. На рис. 20.24 показано, як змінюється показник заломлення різних оптичних матеріалів зі зміною довжини хвилі. Якщо показник заломлення зменшується зі збільшенням довжини хвилі, такий характер залежності $n(\lambda)$ називається *нормальною дисперсією*; в протилежному випадку дисперсія називається *аномальною*.

Якщо пропустити біле світло через скляну призму, то внаслідок дисперсії відбувається розкладання світла в спектр (який називається *дисперсійним*), причому фіолетовий промінь заломлюється сильніше, ніж червоний (рис. 20.25). Величина, що показує як швидко змінюється показник заломлення з довжиною хвилі, називається *дисперсією речовини*:

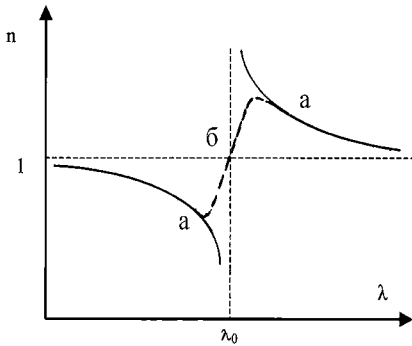


Рис. 20.24. Залежність показника заломлення від довжини світлової хвилі:
а – аномальна дисперсія;
б – нормальна дисперсія

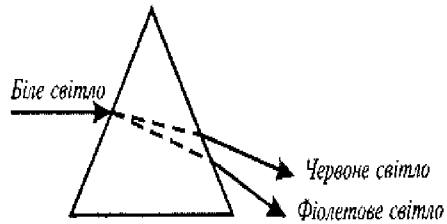


Рис. 20.25. Розкладання світла в спектр під час проходження через призму

$$D = dn/d\lambda. \quad (20.26)$$

На використання явища нормальної дисперсії основана дія призматичних спектральних приладів.

20.3.7. Принцип дії спектральних приладів

Класифікація спектральних приладів. Особливими компонентами спектрального приладу є: джерело оптичного випромінювання; кювета зі зразком, що досліджується; дисперсійний елемент (призма або дифракційна решітка); фотоприймач; система реєстрації.

Залежно від принципу роботи та свого призначення, спектральні прилади поділяють на такі типи:

1. *Спектрометр* – прилад для вимірювання спектра, тобто функції розподілу енергії світлових потоків за довжинами хвиль випромінювання. Прилади цього типу обладнані фотоелектричною реєстрацією спектра і застосовуються для проведення всіх можливих аналізів.

2. *Спектрофотометр* – прилад, де відбувається порівняння потоку випромінювання, що вимірюється, з еталонним для безперервного чи дискретного ряду довжин хвиль випромінювання. Ці прилади використовують також для визначення концентрації елементів і речовин у зразку шляхом порівняння інтенсивностей спектральних ліній або смуг поглинання чи випромінювання.

3. *Спектрограф* – прилад, в якому приймач реєструє випромінювання практично усього оптичного спектра, що розвернутий у фокальній площині оптичної системи. Для сприймання випромінювання використовують фотоматеріали, багатоелементні фотоприймачі, електронно-оптичні перетворювачі.

4. *Монохроматор* – прилад для виділення вузьких ділянок спектра оптичного випромінювання.

5. *Флуориметр* – прилад для вимірювання інтенсивності флуоресценції.

6. *Спектрофлуориметр* – прилад для вимірювання спектрів збудження та випромінювання флуоресценції речовини.

Принцип дії спектральних приладів. Залежно від дисперсійного елемента розрізняють спектральні прилади з призмою або дифракційною решіткою. Схему приладу першого типу зображено на рис. 20.26, а. Оптичне випромінювання джерела проходить через вхідну щілину приладу, де формується зображення джерела. Світло, яке виходить із щілини, проходить через колімуючу лінзу; заломлені призмою промені світла збираються лінзою на площині спостереження. У приладах другого типу як диспергуючий елемент застосовують дифракційну решітку. Схему приладу наведено на рис. 20.26, б. За аналогічних розмірів диспергуючого елемента спектральне розділення дифракційної решітки вище, ніж у призми.

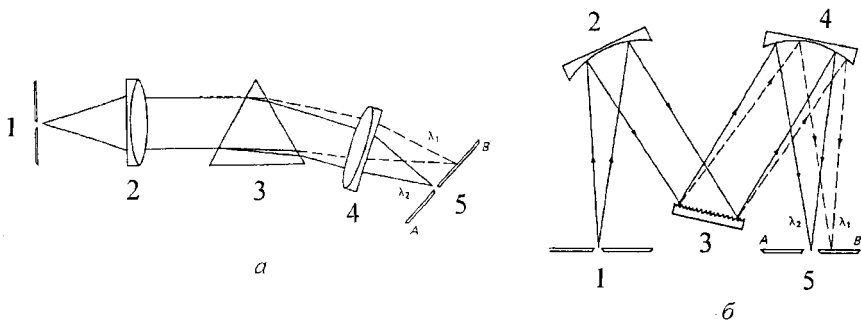


Рис. 20.26. **Типи спектральних приладів:** а – із призмою як диспергуючим елементом. Тут: 1 – вхідна щілина, 2, 4 – лінзи, 3 – призма; 5 – вихідна щілина; б – з дифракційною решіткою як диспергуючим елементом. Тут: 1 – вхідна щілина, 2, 4 – конфокальні дзеркала; 3 – дифракційна решітка; 5 – вихідна щілина

20.3.8. Поляризація світла

Поляризація світла – явище упорядкування напрямку коливання вектора \vec{E} напруженості електричного поля світлової хвилі. Таким чином, поляризація світла описує поперечну анізотропію світлових хвиль, тобто нееквівалентність різних напрямків у площині, перпендикулярній світловому променю.

Для опису явища поляризації світла, яке являє собою електромагнітну хвилю, достатньо аналізувати поведінку одного з векторів \vec{E} і \vec{H} – звичайно вибирають вектор \vec{E} .

Будь-яке джерело світла складається з великої кількості елементарних випромінювачів (атомів, молекул); просторова орієнтація векторів \vec{E} в кожний момент часу характеризуються хаотичним розподілом. Світло, яке випромінюється такими джерелами, називається *неполяризованим* (рис. 20.27, а).

Якщо вектор \vec{E} коливається в одній площині, світло називається *лінійно поляризованим* (рис. 20.27, б).

Якщо вектор \vec{E} коливається в одній площині так, що кінець вектора \vec{E} описує коло, таке світло називається *циркулярно поляризованим* (рис. 20.27, в).

Проміжний випадок (між лінійною та циркулярною поляризацією), коли кінець вектора \vec{E} описує еліпс, відповідає *еліптично поляризованому* світлу (рис. 20.27, г).

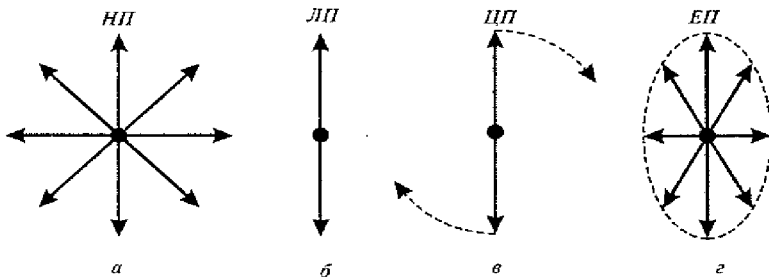


Рис. 20.27. Схематичне зображення поведінки вектора \vec{E} напруженості електричного поля світлової хвилі: а – неполяризоване світло (НП); б – лінійно поляризоване світло (ЛП); в – циркулярно поляризоване світло (ЦП); г – еліптично поляризоване світло (ЕП)

Умовно неполяризоване світло зображується як сукупність векторів \vec{E} , що коливаються в площині падіння світлового променя та перпендикулярно їй (рис. 20.28, а, б), а поляризоване світло – як сукупність векторів \vec{E} , що коливаються або в площині падіння, або перпендикулярно їй (рис. 20.28, в, г).

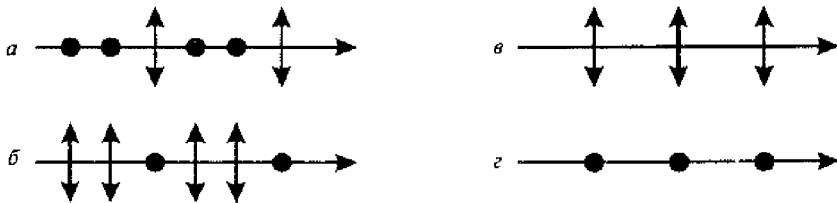


Рис. 20.28. Схематичне зображення типів поляризації: а, б – частково поляризоване світло; в, г – лінійно поляризоване світло

20.3.9. Методи одержання поляризованого світла

1. *Поляризація світла під час відбивання від межі поділу двох середовищ.* Якщо неполяризоване світло падає на межу поділу двох середовищ під кутом Брюстера (який визначається зі співвідношення $\operatorname{tg} i_{\text{Бр}} = n_{21}$, де n_{21} – показник заломлення другого середовища відносно першого), то відбитий промінь буде повністю поляризованим, а заломлений – частково поляризованим (рис. 20.29). Характерно, що в цій ситуації відбитий та заломлений промені взаємноперпендикулярні.

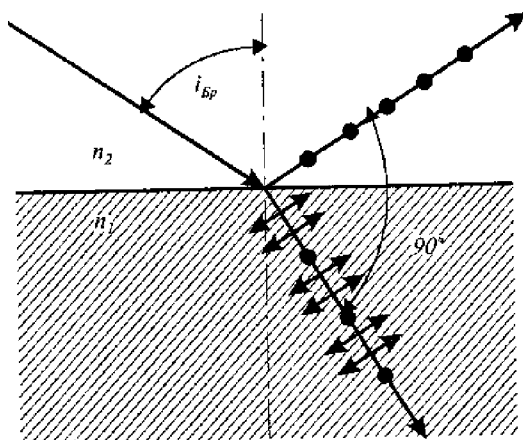


Рис. 20.29. Поляризація світла під час відбивання від межі поділу двох середовищ

Контрольне завдання
Кут падіння світлового променя на поверхню постійно змінюється. Відбитий промінь стає повністю поляризованим, якщо кут падіння дорівнює 48° . Визначити показник заломлення речовини, від поверхні якої відбивається промінь.

Контрольне завдання

Відповідь: 1,11.

2. *Анізотропія поглинання (оптичний дихроїзм).* Деякі кристали (турмалін, герпатит) характеризуються анізотропією поглинання – рівень поглинання залежить від орієнтації вектора \vec{E} світлової хвилі. Це явище називається *оптичним дихроїзмом*. Неполяризоване світло у процесі проходження через дихроїчний кристал виходить із кристалу лінійно поляризованим (рис. 20.30).

3. *Анізотропія заломлення (подвійне променезаломлення).* Якщо світло поширюється через скло, швидкість світла залишається однакою для всіх напрямків. У той же час, певні кристали (кальцит, кварц) характеризуються анізотропією заломлення – світлові промені, вектор \vec{E} яких коливається в різних площинах, заломлюються під різними кутами. Навіть якщо неполяризоване світло падає на такий кристал нормально, світловий промінь розділяється на два – один з них продовжує траєкторію падаючого променя (*звичайний промінь*), а інший відхиляється (*незвичайний промінь*). Обидва ці промені поляризовані в різних площинах.

Якщо побудувати з такого кристала (наприклад, з ісландського шпату – різновиду кальцита) систему з двох призм, розділених прошарком з канадського бальзаму (така система називається *призмою Ніколя*), то неполяризоване світло розділяється на звичайний ($n_s=1,658$) і незвичайний ($n=1,486$) промені (рис. 20.31). Неважко зрозуміти, що оскільки показник заломлення канадського бальзаму становить $n=1,55$,

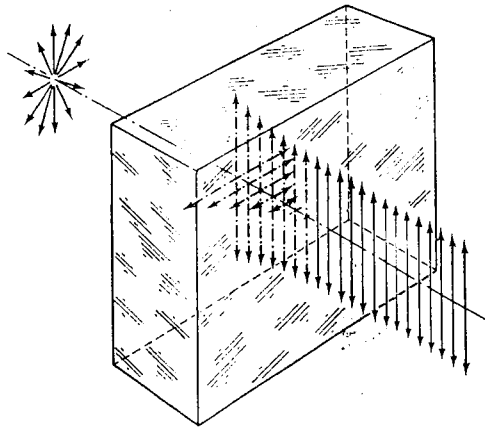


Рис. 20.30. Анізотропія поглинання (оптичний дихроїзм)

звичайний промінь зазнає повного внутрішнього відбивання ($n_s > n$) і поглинається зачорненою гранню призми. Таким чином, обидва промені, які характеризуються різною поляризацією, просторово розділяються. Явище роздвоювання світлового променя внаслідок анізотропії заломлення називається *подвійним променезаломленням*.

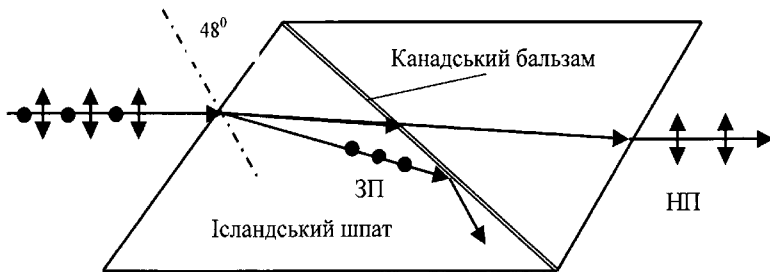


Рис. 20.31. Анізотропія заломлення (подвійне променезаломлення)

4. *Поляризація світла під час розсіювання.* Розсіювання світла пов'язане зі зміною будь-якої характеристики потоку оптичного випромінювання. Такими характеристиками можуть бути просторовий розподіл інтенсивності, частотний спектр, поляризація світла. У випадку розсіювання природного світла на малих частинках, розміри яких значно менші за довжину світлової хвилі, залежність інтенсивності I_θ розсіяного світла від кута розсіювання θ має вигляд:

$$I_\theta = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \theta), \quad (20.27)$$

де $I_{\pi/2}$ – інтенсивність світла, що спостерігається під кутом $\theta = \pi/2$.

Якщо молекули речовини, яка розсіює, електрично ізотропні (неполярні молекули), то світло, що розсіюється під кутом $\theta = \pi/2$, буде повністю поляризоване.

Сонячне випромінювання розсіюється на молекулах повітря в результаті флуктуації густини молекул середовища (зокрема, O_2 та N_2). Зауважимо, що коли розміри молекул d значно менші за довжину світлової хвилі λ , відносна інтенсивність розсіяного світла характеризується співвідношенням, що одержало назву *закону Релея*:

$$I \sim I / \lambda^4. \quad (20.28)$$

Оскільки розміри молекул кисню та азоту становлять близько 0,2 нм, то очевидно, що короткохвильове сонячне випромінювання, яке розсіюється на молекулах атмосферного повітря, матиме більшу інтенсивність. Саме цим пояснюється блакитний колір неба.

20.3.10. Оптична активність речовини

Оптична активність – це здатність речовини повертати площину поляризації поляризованого світла, яке проходить через речовину. Оптично активними є деякі кристали (кварц) та розчини деяких речовин (цукру, скипидару, білків, нуклеїнових кислот). Для оптично активних розчинів кут повертання φ площини поляризації залежить від концентрації C розчину та товщини l шару речовини, через який проходить світло:

$$\varphi = \alpha Cl, \quad (20.29)$$

де α – питома оптична активність, яка вимірюється в *град·м³/кг·м*.

Питома оптична активність залежить від природи речовини, температури і довжини світлової хвилі λ . Залежність α від λ називається *спектром дисперсії оптичного обертання*.

Залежно від знака α розрізняють *правообертальні* ($\alpha > 0$) та *лівообертальні* ($\alpha < 0$) оптично активні речовини. Право- і лівообертальні оптично активні речовини неоднаково поглинають оптичне випромінювання, внаслідок цього лінійно поляризоване світло перетворюється після проходження розчину в еліптично поляризоване. Це явище називається *круговим дихроїзмом*.

Явище оптичної активності лежить в основі приладу для точного вимірювання концентрацій розчинів – *поляриметра*. Він складається з джерела світла S , поляризатора, що має дві поляризаційні призми – P_1 і P_2 , кювети K з розчином, аналізатора A , системи CB відліку кута повертання та світлових фільтрів Φ (рис. 20.32,а). Конструкція приладу передбачає розділення світлового потоку на дві частини – одна

проходить через поляризаційну призму P_1 , а друга – через обидві призми P_1 і P_2 . Призма P_2 зумовлює додаткове повертання площини поляризації світла. Аналізатор A може бути настроєний на повне затемнення або першої, або другої половини світлового потоку. Тому в окулярі системи відліку можна побачити дві половини поля зору з різним рівнем освітленості (рис.20.32, б). Якщо аналізатор знаходиться у проміжному положенні і пропускає коливання, перпендикулярні бісектрисі кута, який зумовлений додатковим повертанням площини поляризації призмою P_2 , то обидві половини поля зору набувають однакової освітленості. Внаслідок розміщення кювети K з розчином, концентрацію якого визначають, умова однакової освітленості порушується; для її встановлення необхідно повернути аналізатор A на кут φ .

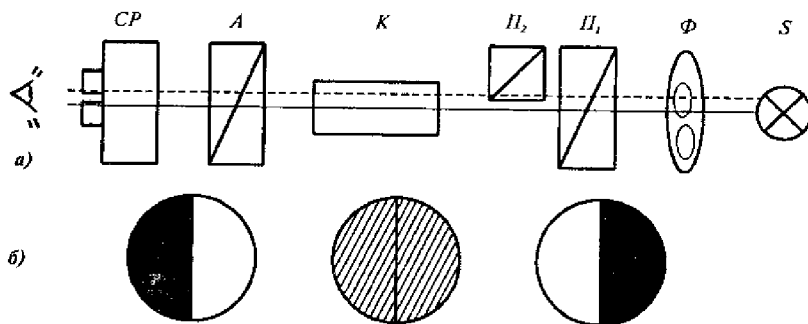


Рис. 20.32. Поляриметр: а – будова приладу; б – різні рівні освітленості двох половин зору поляриметра (пояснення в тексті)

Методика вимірювань передбачає визначення кута φ_0 повертання площини поляризації світла розчином з відомою концентрацією C , потім – кута φ_x повертання площини поляризації світла розчином з невідомою концентрацією C_x , звідки невідому концентрацію визначають за виразом:

$$C_x = C \frac{\varphi_x}{\varphi_0}. \quad (20.30)$$

Приклад

Визначити концентрацію цукру в розчині, якщо в трубці поляриметра довжиною 20 см кут обертання площини поляризації становить 40° . Питоме оптична активність цукру дорівнює $66,5 \text{ град} \cdot \text{см}^3/(\text{г} \cdot \text{дм})$.

Розв'язок

Визначаємо концентрацію цукру з рівняння (20.29): $C = \frac{\varphi}{\alpha l}$.

Підставляємо числові значення:

$$C = \frac{40 \text{град}}{66,5 \text{град} \cdot \text{см}^3 / (\text{г} \cdot \text{дм}) \cdot 2,0 \text{дм}} = 0,3 \text{ г} \cdot \text{см}^3.$$

20.4. КВАНТОВА ОПТИКА

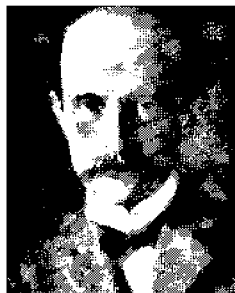
20.4.1. Квантова природа світла

Квантова оптика розглядає оптичні явища, в яких вивчається квантова природа світла. Основні ідеї квантової теорії були розроблені в період з 1900 до 1930 рр. Згідно з гіпотезою М. Планка, енергія випромінюється не безперервно, а дискретно, тобто певними порціями – *квантами*. Енергія кванта дорівнює:

$$E = h\nu, \quad (20.31)$$

де $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка; ν – частота випромінювання.

У 1905 р. А. Ейнштейн розробив квантову теорію фотоефекту, в якій він припустив, що світло не лише поглинається та випромінюється, а й поширюється квантами, тобто світло можна уявити як потік світлових квантів – *фотонів*. Варто відзначити, що в цій теорії зберігаються риси як хвильових, так і корпускулярних поглядів на природу світла.



Макс ПЛАНК (1858–1947)

Німецький фізик, один з основоположників квантової теорії. Ввів поняття кванта (1900 р.), автор закону випромінювання. Лауреат Нобе-лівської премії з фізики 1918 року.

20.4.2. Фотоелектричний ефект

Явище виривання електронів з речовини під впливом світла називається *фотоелектричним ефектом*.

Схему експериментального приладу, за допомогою якого спостерігають фотоелектричний ефект (фотоефект), зображено на рис. 20.33. Скляний або кварцевий балон містить два металевих електроди, один з яких (катод) з'єднаний з негативним полюсом джерела струму, а інший (анод) – з позитивним. Коли балон знаходиться у темряві, струм в електричному колі, який фіксується амперметром, дорівнює

нулю. Під час освітлення катода з нього вириваються електронні, які прямують до анода – в колі виникає електричний струм (*фотострум*).

Закон збереження енергії для процесу взаємодії фотона з електроном під час фотоэффекту (рис. 20.34) описується *рівнянням Ейнштейна*:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (20.32)$$

де A – робота виходу електрона з речовини; $\frac{mv^2}{2}$ – кінетична енергія електрона.

Робота виходу A залежить від природи речовини та стану її поверхні.

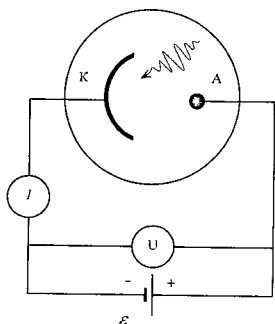


Рис. 20.33. Схема експериментального приладу, за допомогою якого спостерігають явище фотоэффекту: А – анод, К – катод

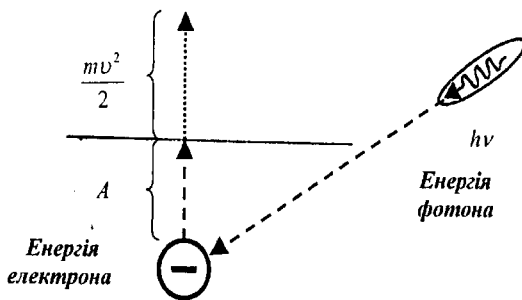


Рис. 20.34. Закон збереження енергії під час взаємодії фотона з електроном

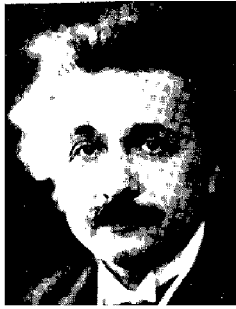
Мінімальна енергія фотона, яка достатня для одержання фотоэффекту, дорівнює:

$$h\nu_{min} = A. \quad (20.33)$$

З врахуванням того, що $\nu = \frac{c}{\lambda}$ (де c – швидкість світла; λ – довжина світлової хвилі), рівняння (20.33) можна переписати так:

$$h \frac{c}{\lambda_{max}} = A. \quad (20.34)$$

Оскільки у видимому діапазоні максимальній довжині хвилі відповідає червоний колір, довжина хвилі λ_{max} , що входить у рівняння (20.34), називається *червоною межею фотоэффекту*.



Альберт ЕЙНШТЕЙН (1879–1955)

Фізик-теоретик, один із засновників сучасної фізики. Створив частинну (1905 р.) та загальну (1907–1916 рр.) теорію відносності. Автор фундаментальних праць із квантової теорії світла: ввів поняття фотона (1905 р.), установив закони фотоефекту, основний закон фотохімії, передбачив стимульоване випромінювання (1917 р.). Лауреат Нобелівської премії з фізики 1921 року.

Приклад

Натрієва поверхня опромінюється світлом, довжина якого становить 300 нм. Визначити кінетичну енергію електрона, що вивирається з поверхні внаслідок фотоефекту, якщо робота виходу дорівнює 2,46 еВ.

Розв'язок

Енергія електрона визначається за допомогою рівняння (20.32) :

$$E = \frac{m\nu^2}{2} = h\nu - A = h \frac{c}{\lambda} - A = (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с})(3 \cdot 10^8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}) / (300 \cdot 10^{-9} \text{ м}) - 2,46 \text{ еВ} = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} / (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/еВ}) - 2,46 \text{ еВ} = 4,14 \text{ еВ} - 2,46 \text{ еВ} = 1,68 \text{ еВ}.$$

Контрольне завдання

Користуючись умовою попередньої задачі, визначити червону границю фотоефекту.

Відповідь: 505 нм.

20.4.3. Ефект Комптона

Ефект Комптона – це пружне розсіювання електромагнітного випромінювання на вільних електронах, яке супроводжується збільшенням довжини хвилі; спостерігається під час розсіювання випромінювання малих довжин хвиль – рентгенівського та γ -випромінювань. Згідно з класичною теорією довжина світлової хвилі під час розсіювання не повинна змінюватися. У 1923 р. А. Комптон досліджував залежність інтенсивності розсіяного рентгенівського випромінювання від довжини хвилі. Вузкий пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання падав на речовину з легкими атомами (парафін). Після розсіювання на кут θ випромінювання потрапляло на вхід рентгенівського спектрографа, де вимірювалася довжина хвилі випромінювання.

Під час своїх експериментів Комптон досліджував залежність інтенсивності рентгенівського випромінювання від довжини хвилі за різних (45° , 90° та 135°) кутів θ розсіювання (рис. 20.35). Графік цієї залежності демонстрували наявність двох максимумів – на довжинах хвиль λ_0 та λ' . Максимум за λ_0 виникав завдяки розсіюванню рентгенівського випро-

мінювання на електронах, тісно зв'язаних з атомами речовини (парафіну), тоді як максимум при λ' спричинювався розсіюванням рентгенівського випромінювання на вільних електронах речовини. Аналіз рівнянь, що виражають закон збереження енергії та імпульсу, дозволив Комптону одержати вираз для зсуву $\Delta\lambda$ довжини хвилі:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta), \quad (20.35)$$

де $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$ – комптонівська довжина хвилі електрона ($\lambda_c = 0,00243$ нм); m_0 – маса спокою електрона; h – стала Планка; c – швидкість світла.

Таким чином, довжина хвилі λ' розсіяного випромінювання перевищує довжину хвилі λ випромінювання, що падає на зразок. Різниця $\lambda' - \lambda$ залежить лише від кута розсіювання θ . Дослід Комптона довів правомірність квантової природи електромагнітних хвиль.

Артур Холлі КОМПТОН (1892–1962)

Американський фізик, який відкрив та пояснив (1922 р.) ефект пружного розсіювання електромагнітного випромінювання на вільних електронах (ефект Комптона). Виявив повне внутрішнє відбивання рентгенівських променів. Лауреат Нобелівської премії 1927 року.



Приклад

На речовину діє рентгенівське випромінювання довжиною хвилі 0,20 нм. Випромінювання, що розсіюється, спостерігають під кутом 45° до напрямку діючого випромінювання. Визначити довжину хвилі розсіяного випромінювання.

Розв'язок

Підставляємо числові дані у рівняння (20.35):

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}} (1 - \cos 45^\circ) = 7,1 \cdot 10^{-13} \text{ м} = 0,00071 \text{ нм}.$$

Звідки: $\lambda' = \Delta\lambda + \lambda_0 = 0,00071 + 0,20 = 0,20071$ нм.

Контрольне завдання

Визначити довжину хвилі рентгенівського випромінювання, що розсіюється під кутом 30° до напрямку падаючого випромінювання, якщо довжина хвилі останнього дорівнює 0,12 нм.

Відповідь: 0,1203 нм.

20.5. КВАНТОВІ ВЛАСТНВОСТІ ВНПРОМІНЮВАННЯ

Кожне тіло випромінює за будь-якої температури, крім абсолютного нуля, енергію у вигляді електромагнітних хвиль. Це електромагнітне випромінювання, що виникає за рахунок внутрішньої енергії тіла, називається *тепловим випромінюванням*. За низьких температур таке випромінювання знаходиться в інфрачервоному діапазоні, тобто воно невидиме для ока. З підвищенням температури тіло червоніє, а за достатньо високих температур набуває білого кольору. Аналіз теплового випромінювання свідчить, що воно складається з набору різних довжин хвиль інфрачервоного, видимого та ультрафіолетового діапазонів. Наприкінці XIX сторіччя стало очевидним, що класична теорія не здатна пояснити спектральний розподіл теплового випромінювання. Основні проблеми виникли у процесі розуміння спектрального розподілу випромінювання, що утворюється *абсолютно чорним тілом*, яке повністю поглинає весь потік випромінювання, що падає. Розглянемо коротко перебіг подій.

Експериментально одержаний спектральний розподіл енергії абсолютно чорного тіла за різних температур наведено на рис. 20.36, звідки видно, що повна енергія, яка випромінюється, представлена площею під кривою і швидко збільшується з підвищенням температури.

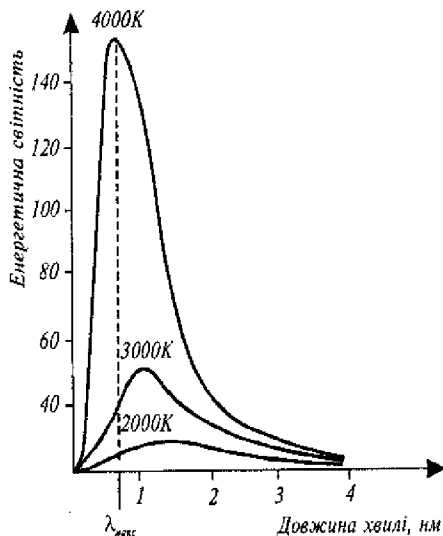


Рис. 20.36. Залежність енергетичної світності абсолютно чорного тіла від довжини хвилі

Частота ν_{max} , на якій знаходиться максимум випромінюваної здатності, також збільшується з підвищенням температури. Цей короткохвильовий зсув максимуму розподілу у разі збільшення температури сформулював як закон у 1893 р. В. Він.

Закон зміщення Віна – довжина хвилі λ_{max} , на яку припадає максимум енергії в спектрі рівноважного випромінювання, обернено пропорційна абсолютній температурі T тіла, що випромінює:

$$\lambda_{max} = b/T, \quad (20.36)$$

де $b = 2,897756 \cdot 10^{-3}$ м/К.

Приклад

Температура поверхні листка становить 280 К. На яку довжину хвилі припадає максимум випромінювання поверхні листка?

Розв'язок

Використовуючи закон Віна, одержуємо:

$$\lambda_{\max} = 2,8978 \cdot 10^{-3} / T = 2,8978 \cdot 10^{-3} / 280 = 10 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 10 \text{ мкм.}$$

Класична модель випромінювання абсолютно чорного тіла пропонує таку залежність інтенсивності випромінювання тіла від довжини хвилі та абсолютної температури, яка одержала назву закону Релея–Джинса:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}, \quad (20.37)$$

де k – стала Больцмана; c – швидкість світла; T – абсолютна температура.

Спектр випромінювання абсолютно чорного тіла, одержаний експериментально (рис. 20.37, а), не збігається з теоретичною кривою спектральної залежності випромінювання абсолютно чорного тіла, яка описується законом Релея–Джинса (рис. 20.37, б). Ці розбіжності є особливо істотними у короткохвильовій області спектра: із збільшенням λ до нуля функція $I(\lambda, T)$ нескінченно збільшується. Така суперечна ситуація одержала назву “ультрафіолетової катастрофи”. Отже, в рамках класичної фізики не можна було пояснити закони розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла.

Лише М. Планк у 1900 р. запропонував теоретичне обґрунтування спектральних закономірностей випромінювання абсолютно чорного тіла, яке було сформульоване як закон випромінювання Планка (формула Планка):

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}, \quad (20.38)$$

де h – стала Планка ($h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); λ – довжина хвилі; c – швидкість світла; T – абсолютна температура; k – стала Больцмана; e – основа натурального логарифма.

Як наслідок закону випромінювання Планка впливає закон випромінювання Стефана–Больцмана – повна випромінювальна здатність R абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню температури:

$$R = \sigma T^4, \quad (20.39)$$

де R вимірюється в $\text{Вт}/\text{м}^2$; σ – стала Стефана–Больцмана ($\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^4$).

Цей закон застосовується для оцінки випромінювання атмосфери, земної поверхні та випромінювального балансу рослинного листка.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. Що вивчає оптика?
2. Що називають оптичним випромінюванням?
3. Сформулювати закони геометричної оптики.
4. Що називають абсолютним показником заломлення? відносним показником заломлення?
5. Пояснити, що таке повне внутрішнє відбивання?
6. У чому полягає принцип дії світловоду? фіброскопу?
7. Що таке лінза?
8. Записати формулу тонкої лінзи.
9. Пояснити принцип дії мікроскопа.
10. Для чого використовують окуляр-мікромір та об'єктив-мікромір?
11. Що вивчає хвильова оптика?
12. Що таке інтерференція світла?
13. Пояснити дослід Юнга.
14. Сформулювати необхідну умову інтерференції світла.
15. Сформулювати принцип Гюйгенса.
16. Пояснити методи спостереження інтерференції світла.
17. Написати умови спостереження дифракційних мінімумів та максимумів.
18. Що таке дифракція світла?
19. Де застосовується дифракційна решітка?
20. Написати рівняння дифракційної решітки для випадку: коли світло падає нормально на поверхню решітки; коли світло падає під кутом θ_i до площини решітки.
21. Що таке дисперсія світла?
22. Пояснити принцип дії спектральних приладів.
23. Дати визначення поляризації світла та назвати основні типи поляризації світла.
24. Охарактеризувати методи одержання поляризації світла.
25. Що називають оптичною активністю речовини?
26. Пояснити принцип дії поляриметра.
27. Що вивчає квантова оптика?
28. Що таке фотоелектричний ефект? Написати закон збереження енергії під час фотоефекту (рівняння Ейнштейна).
29. Пояснити ефект Комптона.
30. Сформулювати закон зміщення Віна.
31. Сформулювати закон Релея–Джинса.
32. Пояснити суть “ультрафіолетової катастрофи”.
33. Сформулювати закон випромінювання Планка.
34. Сформулювати закон випромінювання Стефана–Больцмана.

21. ОСНОВИ ФОТОБІОЛОГІЇ

21.1. ПАРАМЕТРИ ОПТИЧНОГО ВІПРОМІНЮВАННЯ

Згідно з уявленням хвильової оптики, *оптичне випромінювання* (*світло* у широкому сенсі слова) являє собою електромагнітні хвилі, довжини яких містяться в діапазоні від кількох нанометрів до десятих часток міліметра. Ці хвилі поширюються у просторі у вигляді взаємозв'язаних коливань електричних і магнітних полів, вектори напруженості яких \vec{E} і \vec{H} завжди перпендикулярні один до одного і до напрямку поширення хвилі. Швидкість поширення світла у вакуумі становить $3 \cdot 10^8$ м/с. Відрізняють ультрафіолетове ($\lambda < 400$ нм), видиме ($\lambda = 400 - 700$ нм) та інфрачервоне ($\lambda > 700$ нм) випромінювання (див. табл. 20.1).

Сукупність електромагнітних хвиль з різними довжинами хвиль або частотами, що входять до складу сонячного випромінювання, становлять *спектр* сонячного випромінювання. У той же час, згідно з квантовою теорією, світло розглядається як потік елементарних світлових частинок – квантів електромагнітного випромінювання або фотонів. Кожний фотон має енергію $E = h\nu = hc/\lambda$, де ν – частота випромінювання; λ – довжина хвилі; h – стала Планка ($6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); c = швидкість світла ($3 \cdot 10^8$ м/с).

Величини, за допомогою яких оцінюють оптичне випромінювання, діляться на *енергетичні*, які характеризують випромінювання безвідносно до його дії на приймачі випромінювання, та *світлові*, які характеризують випромінювання відносно до умовного приймача – середнього людського ока (див. додаток).

21.2. СОНЯЧНЕ ВІПРОМІНЮВАННЯ

Сонце є основним зовнішнім джерелом світла та енергії для Землі та її атмосфери, завдяки якому існує життя на планеті. Сонце являє собою розжарену кулю радіусом $6,96 \cdot 10^8$ м, маса якої становить $1,991 \cdot 10^{30}$ кг. Відстань між Сонцем і Землею дорівнює $1,496 \cdot 10^{11}$ м. Склад сонячного середовища – водень (64%), гелій (32%) і суміш важких елементів (4%). Температура Сонця у центрі – $2 \cdot 10^7$ °С, на поверхні – 6000 °С. За такої високої температури відбуваються іонізація атомів сонячного середовища та ядерні реакції. Ці процеси су-

проводжуються виділенням великої кількості енергії. Щорічна енергія Сонця, що приймається Землею, становить $5,5 \cdot 10^{24}$ Дж; потужність – $1,5 \cdot 10^{18}$ кВт. Сонце можна порівняти з абсолютно чорним тілом, температура якого дорівнює 6000 К. Спектр сонячного випромінювання становить 200–5000 нм; максимум випромінювання припадає на 500 нм. Спектр сонячного випромінювання, який досягає земної поверхні, складається з ультрафіолетової (200–400 нм), видимої (400–700 нм) та інфрачервоної (більше 700 нм) частин. На ультрафіолетову частину спектра припадає 5%, на видиму 35 і на інфрачервону – 60% сонячного випромінювання. Спектр сонячного випромінювання поза атмосферою та на земній поверхні зображено на рис. 21.1. Видно, що спектр зовнішнього сонячного випромінювання

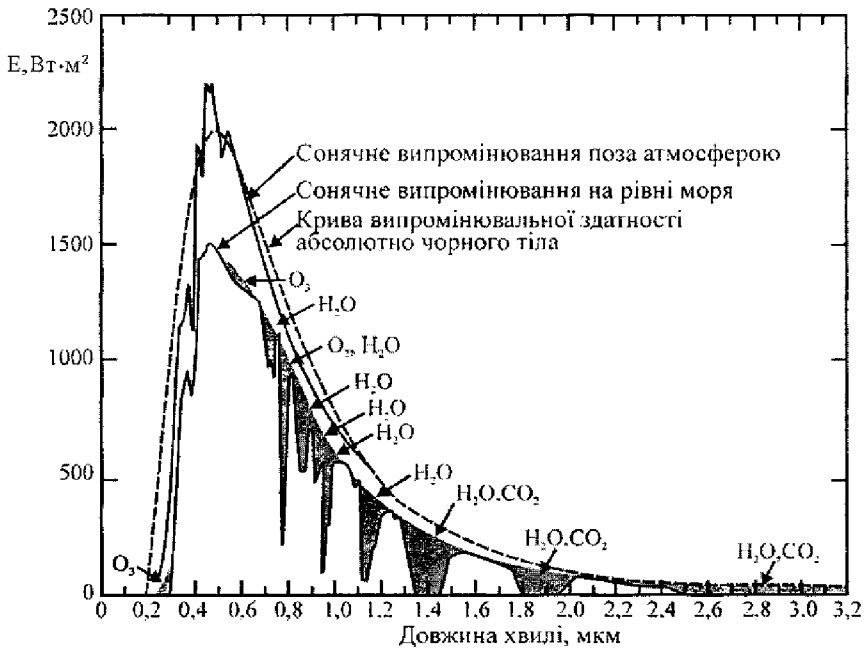


Рис. 21.1. Спектр сонячного випромінювання поза атмосферою та на земній поверхні

нагадує спектр випромінювання абсолютно чорного тіла за температури 6000 К з максимумом близько 0,5 $\mu\text{м}$; після проходження земної атмосфери сонячне випромінювання суттєво поглинається на певних довжинах хвиль (озоном в ультрафіолетовій області спектра, водяною парою та двоокисом вуглецю – в інфрачервоній). На зміну характеру сонячного спектра впливають також процеси розсіювання

світла малими за розмірами молекулами повітря (*розсіювання Релея*) та великими частинками пилу, диму та аерозолів (*розсіювання Мі*). Крім того, на характер спектра сонячного випромінювання впливають висота стояння Сонця, хмарність неба, склад атмосфери.

Сонце характеризується постійністю своїх випромінювальних властивостей. Отже, *сонячна стала* (1368 Вт/м^2) – інтенсивність сонячного випромінювання, яка вимірюється на рівні земної атмосфери. З врахуванням загальної площі земного диску, який спостерігається з боку Сонця, середня інтенсивність сонячного випромінювання, що досягає земної поверхні, становить 342 Вт/м^2 . В Україні інтенсивність сонячного випромінювання варіює від $115\text{--}145 \text{ Вт/м}^2$ на Поліссі до $185\text{--}215 \text{ Вт/м}^2$ у Криму.

О.Л. ЧИЖЕВСЬКИЙ (1897–1964)

Російський біофізик, засновник геліобіології. Установив залежність між циклами активності Сонця та багатьма явищами в біосфері. Автор праць з аероіонізації, дослідження просторової організації структурних елементів крові. У 1942–1958 рр. був репресований.



21.3. ВПЛИВ ОПТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ВІДНОМОГО ДІАПАЗОНУ НА ЖИВІ ОРГАНІЗМИ

Світло є одним з найважливіших зовнішніх факторів, які впливають на живий організм. Вплив світла пов'язаний з такими основними параметрами світла, як *інтенсивність світла (освітленість)*, *спектральний склад* та *тривалість освітлення (фотоперіод)*. Деякі птахи і комахи спроможні реагувати на *поляризацію* оптичного випромінювання.

Сприятливі з точки зору інтенсивності світла умови в тваринницьких приміщеннях впливають на обмін речовин у тварин та окиснювально-відновні процеси у тканинах, функції ендокринної системи, резистентність, відтворну здатність і продуктивність тварин. Водночас, забезпечення високого рівня освітленості приміщень потребує енергетичних витрат. Пошуки виходу з цього протиріччя призвели до розробки оптимальних норм освітленості тваринницьких приміщень, які знаходяться в межах близько $50\text{--}100$ лк.

Спектральний склад світла також впливає на тварину; залежно від довжини хвилі оптичного випромінювання можна досягти під-

вищення продуктивності та прискорення відтворних функцій тварин, збільшення вмісту гемоглобіну в крові. Відмічено вплив спектрального складу світла на розвиток ембріонів, поведінку птиці, збільшення маси, кількості запліднених яєць, підвищення несучості.

Тривалість освітлення враховується у птахівництві. Вибір певних режимів фотоперіоду дає можливість скоротити період линьки курей, підвищити несучість, активізувати рухову активність та інтенсивність поїдання корму курчатами.

Під впливом сонячного випромінювання відбуваються *фотобіологічні реакції* – фізичні або хімічні зміни в рослинних системах. Всі фотобіологічні реакції можна поділити на чотири основні групи:

1. *Енергетичні* – реакції, за яких світлова енергія внаслідок синтезу нових органічних молекул трансформується в хімічну. Прикладом таких реакцій може бути *фотосинтез* – процес перетворення зеленими рослинами та фотосинтезуючими мікроорганізмами енергії Сонця в енергію хімічних зв'язків органічних речовин. Щорічно внаслідок фотосинтезу на Землі утворюється близько 150 млрд т органічної речовини, засвоюється 300 млрд т двоокису вуглецю та виділяється близько 200 млрд т вільного кисню.

2. *Інформаційні* – реакції, за яких світло є керуючим сигналом, що викликає через спеціалізовані механізми утворення фотопродуктів та забезпечує інформацію щодо навколишнього середовища. До інформаційних можна віднести:

а) *фоторух* – рух або зміна руху організмів, що викликаються світлом. Світло – це важливий зовнішній фактор, який завдяки фоторуху використовується важливими організмами (в першу чергу – водоростями та найпростішими) для пошуків оптимальних умов існування;

б) *фотоморфогенез* – вся сукупність контрольованих світлом процесів, пов'язаних з розвитком та ростом рослини. Фотоморфогенетичними реакціями можна вважати проростання насіння, видовження стебла, формування листя, розвиток хлоропластів тощо;

в) *фототропізм* – індукований світлом рух частини (стеблини, кореня, листя) фіксованого рослинного організму, який являє собою реакцію рослини на градієнт світла. Розрізняють *позитивний* (рух до джерела світла) та *негативний* (від джерела) фототропізм.

г) *фотоперіодизм* – ритмічні зміни різноманітних морфологічних, біохімічних та фізіологічних властивостей і функцій організмів під впливом чергування та тривалості світлових та темнових інтервалів. Від фотоперіоду залежать такі процеси, як цвітіння, спокій бруньок, скидання листя, проростання насіння, формування цибулин та бульб тощо.

3. *Біосинтетичні* – реакції, за яких у складному ланцюзі послідовних етапів синтезу органічних молекул є окремі фотохімічні стадії, що протікають лише під впливом світла. До цих реакцій належать біосинтез хлорофілу, індукція синтезу пігментів та вітамінів.

4. *Деструктивно-модифікуючі* – реакції, пов'язані з пошкодженням світлом молекул біологічного субстрату, що призводить до летальних або мутаційних наслідків. До цього типу реакцій відносять *фотосенсибілізацію* – процес, за якого світлова енергія, поглинута молекулами, що мають хромофори (сенсибілізатори), передається іншим молекулам, не спроможним самостійно поглинати світло. Це явище поширене у природі: відомо, що деякі дикорослі рослини містять сильнодіючі хімічні сполуки; тварини, які поїдають ці рослини, стають чутливими до світла в непігментованих ділянках шкіри, особливо навколо очей, рота, вух та копит, де волосяний покрив рідкий. Основні симптоми – свербіж, виникнення пухирців розміром з горошину (які лопаються), кон'юнктивіт, стоматит, гарячковий стан, запальний процес (навіть у мозку), збудження або пригнічення. Тварина починає тертися, вносить інфекцію і може загинути через 8–10 год.

21.4. ВПЛИВ ОПТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ УЛЬТРАФІОЛЕТОВОГО ДІАПАЗОНУ НА ЖНВІ ОРГАНІЗМИ

Ультрафіолетовий діапазон ділиться на три основних ділянки: УФ-С (200–280 нм), УФ-В (280–320 нм) і УФ-А (320–400 нм). Вважається, що УФ-С-випромінювання є надзвичайно небезпечним для живих організмів; УФ-В-випромінювання може викликати специфічні, але не завжди руйнівні ефекти в живих організмах; УФ-А-випромінювання не являє собою небезпеки. Випромінювання сонячного ультрафіолетового випромінювання уражає нуклеїнові кислоти і білки, викликає еритему, канцерогенні ефекти, кон'юнктивіт, ослаблює фотосинтетичну активність рослинних організмів, інгібує рухомість і орієнтацію мікроорганізмів у просторі. Таким чином, живі організми вимушені розробляти власну стратегію щодо оптимізації їх стану та положення у навколишньому середовищі з точки зору забезпечення процесу життєдіяльності під впливом випромінювання видимого діапазону і в той же час запобігання руйнівній дії випромінювання ультрафіолетового діапазону.

Ультрафіолетове опромінювання тварин сприяє одержанню здорового потомства, запобігає захворюванню молодяку на рахіт, підвищує приріст живої маси, прискорює інтенсивність обмінних процесів, підвищує плодючість, зумовлює інтенсивний розвиток шкіри

ягнят. Використання ультрафіолетового випромінювання у птахівництві призводить до бактерицидних ефектів, сприяє кращому розвитку ембріонів, поліпшенню виводимості курчат, підвищенню обміну речовини, компенсуванню дефіциту вітаміну *D* в раціоні птиці та запобіганню захворюванням. Все це підвищує ґесучість птиці і збільшує прирости живої маси.



Сергій ЧАХОТІН (1883–1973)

Російський біофізик, який вперше застосував сфокусоване ультрафіолетове випромінювання для дії над клітинами та розробив серію унікальних методів і приладів для дослідження мікрооб'єктів.

22. ФІЗІОЛОГІЧНА ОПТИКА

22.1. ФОТОРЕЦЕПЦІЯ У ЖИВИХ ОРГАНІЗМІВ

Основне призначення фоторецепторної системи живих організмів – забезпечення інформацією про стан умов навколишнього середовища, зокрема, інтенсивності світлового стимулу, просторових і часових характеристик, за допомогою яких організм здатний орієнтуватися відносно одного з найважливіших зовнішніх факторів – світла. Просторові та часові зміни інтенсивності та напрямку світлового потоку можуть викликати відповідні зміни рухової та поведінкової активності цих організмів.

22.1.1. Фоторецепція у комах

Реакція на світло у комах здійснюється за допомогою двох складних очей і трьох простих (рис.22.1). Складається просте око з прозорої лінзи, шару зорових клітин (близько 800) і зорового нерва (рис.22.2). На сітківці простого ока не формується зорове зображення; в той же час, прості очі в змозі сприймати такі параметри оптичного випромінювання як інтенсивність, період і спектральний склад. Вважається, що прості очі здатні реагувати на сутінки або світанок, забезпечуючи орієнтацію комахи в умовах зниженої освітленості.

Складні очі мають фасеткову структуру, яка формує мозаїчну картину. Складається складне око з набору *оматидій*, кількість яких становить 25000 у жуків, 8000–10000 у бджіл, 4000 у мух, 100–1000 у мурашок. Основними елементами омаїдїї є кришталікова лінза (рогівка), кришталіковий конус, пігментні клітини, фоторецептор, рабдом (ретинальна клітина). Зовнішній вигляд складного ока показано на рис.22.3, *а*, а омаїдїя – на рис.22.3, *б*. У

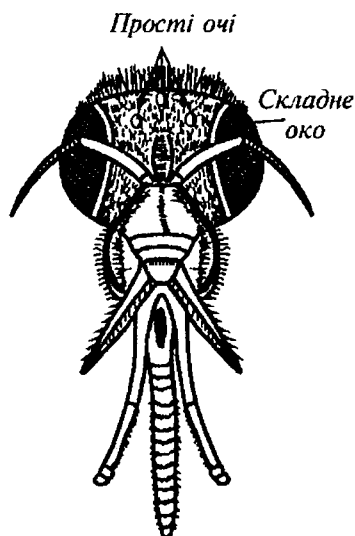


Рис. 22.1. Зоровий аналізатор комах (бджоли)

бджоли, наприклад, до внутрішнього кінця кришталикового конуса приєднано вісім радіально розташованих зорових клітин, завдяки яким комаха здатна сприймати поляризацію відбитого сонячного випромінювання і здійснювати орієнтацію у просторі.

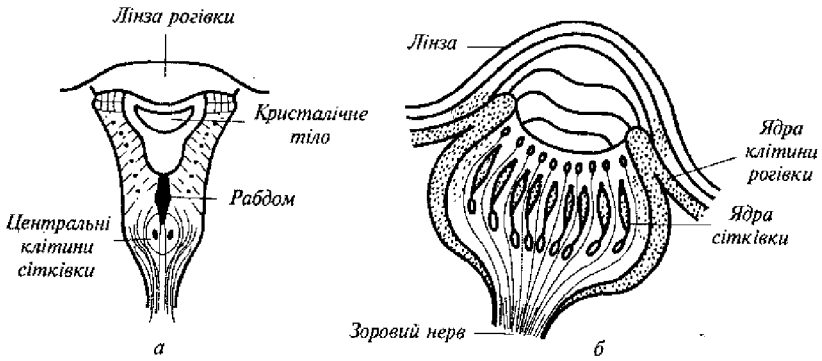


Рис. 22.2. Просте око комахи: а – латеральне; б – дорсальне

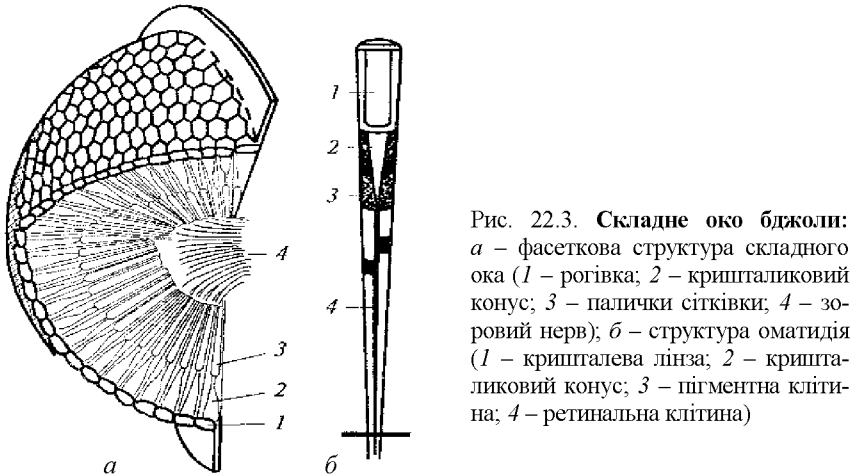


Рис. 22.3. Складне око бджоли: а – фасеткова структура складного ока (1 – роگیвка; 2 – кришталіковий конус; 3 – палички сітківки; 4 – зоровий нерв); б – структура омаїдїя (1 – кришталева лінза; 2 – кришталіковий конус; 3 – пігментна клітина; 4 – ретинальна клітина)

Щодо здатності комах сприймати колір, то слід відмітити, що взагалі стимулюючою дією характеризуються довжини хвиль в діапазоні 250–700 нм. Вважається, що метелики, мухи і деякі жуки реагують на синій колір; бджоли – на червоний, жовтий, зелений і синьо-зелений. Крім того, комахам притаманна чутливість до ультрафіолетового випромінювання. Але можливим поясненням відвідування комахами кольорових квітів є їх здатність розрізняти інтенсивність випромінювання, відбитого від різних частин квітки.

22.1.2. Зоровий аналізатор риби

Структуру ока риби наведено на рис.22.4. Для захисту рогівки від великих тисків і піску око обладнане оболонкою – твердим прозорим утворенням. Коefіцієнти заломлення оболонки, рогівки і води приблизно однакові. Фокусування ока на об'єкт здійснюється за допомогою *тягиувального м'яза*, який пересуває кришталік вздовж оптичної осі рогівки.

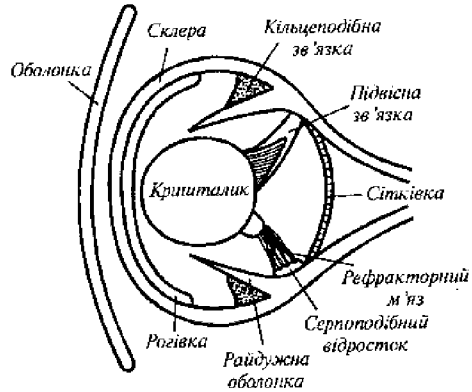


Рис. 22.4. Зоровий аналізатор риби

22.1.3. Зоровий аналізатор птахів

Зоровий аналізатор птахів призначений не лише для створення зорових зображень; функції його полягають також у формуванні кольорових образів, що важливо з точки зору розпізнавання статевих партнерів, суперників та ворогів. Більшість птахів проводить весь свій час у пошуках корму, але спосіб життя у них різний. Вони можуть вести денний або нічний спосіб життя; деякі з них літають високо над поверхнею землі. Все це накладає відбиток на будову і функції зорового аналізатора, що сформувався протягом еволюції. Можна розрізнити чотири основних типи будови ока у птахів (рис. 22.5): *рурчастий (циліндричний)* тип ока зустрічається у сов; *плоский* – прнтаманннй курам; *кулеподібний* – характерннй для птахів-хнжаків;

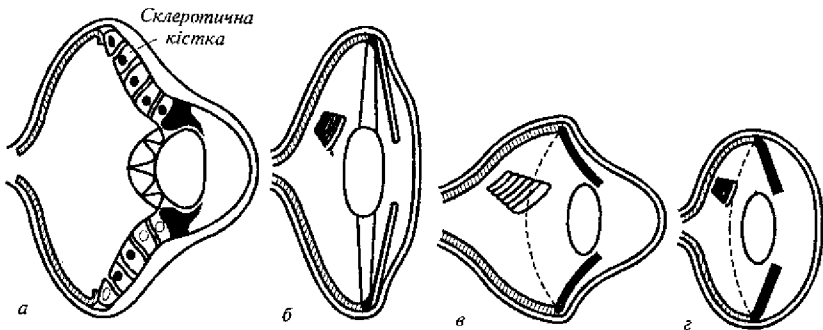


Рис. 22.5. Основні типи будови ока у птахів: *а* – рурчастий (циліндричний); *б* – плоский; *в* – кулеподібний; *г* – плоскосферичний

плоскосферичний можна знайти у снівочих птахів. Таким чином, птахи відрізняються не лише формою ока, а й його внутрішньою структурою. Очні яблука більшості птахів обладнані двома спеціальними пристроями для підвищення гостроти зору – центральною ямкою і гребінцем.

22.1.4. Зоровий аналізатор ссавців

Сенсорна інформація щодо навколишнього середовища сприймається людиною або твариною у вигляді змін таких параметрів як інтенсивність світла, довжина світлової хвилі, форма, розміри і положення об'єкта. Основним елементом *зорового аналізатора* (сенсорної системи, яка перетворює оптичні стимули в послідовність нервових імпульсів) є *око*; його призначення – фокусування зображення на сітківку, регуляція кількості світла, яке бере участь у формуванні зображення, перетворення зображення фоторецепторною системою ока і передача інформації в мозок.

Будову ока ссавців у горизонтальній площині наведено на рис. 22.6. Зовнішній захисний шар, що оточує очне яблуко, називається *склерою*. На передній частині ока склера переходить у прозору шарувату структуру, що зветься *рогівкою*. Задні дві третини ока

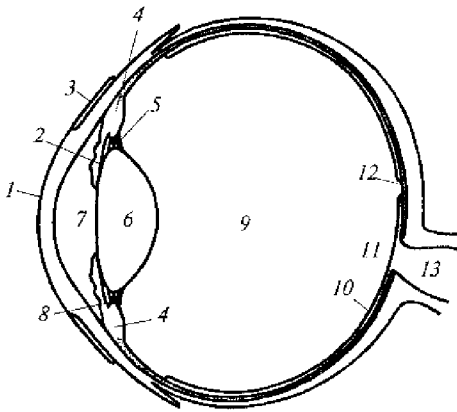


Рис. 22.6. **Будова ока ссавців:** 1 – рогівка; 2 – райдужна оболонка; 3 – кон'юнктива; 4 – війчастий м'яз; 5 – зв'язки; 6 – кришталик; 7 – передня камера; 8 – зв'язки; 9 – склоподібне тіло; 10 – сітківка; 11 – оптичний диск; 12 – центральна ямка; 13 – зоровий нерв

вкриває пігментований шар – *судинна оболонка*. Саме в цій оболонці знаходиться *сітківка*, яка містить фоторецептори. Світло потрапляє в око крізь рогівку в *передню камеру*; так само, як і *задня камера*, вона заповнена прозорою рідиною – *водянистою вологою*. Між передньою і задньою камерами розташована *райдужна оболонка*, яка виконує функції *діафрагми*. Завдяки скороченню або розслабленню м'язів змінюється величина діаметра *зіниці* – отвору, через який світло проходить у задню частину ока.

За райдужною оболонкою знаходиться *кришталик*, радіус кривизни якого може бути змінений за допомогою *війчастого тіла*. Простір між кришталиком та сітківкою

заповнений *склоподібним тілом* – желатиноподібною рідиною. На сітківці, якої вресітї–ресіт досягає світло, є *оптичний диск*, до якого сходяться нервові волокна. Там же розташована *центральна ямка*, яка є місцем найкращого зору.

Цікаво розглянути властивості зорового аналізатора деяких тварин, які в процесі еволюції набули специфічних рис. До них можна віднести коня. Очне яблуко коня асиметричне (рис. 22.7); рогівка розташована поблизу верхньої ділянки ока; сітківка

посунута відносно оптичної осі ока. Війчасті м'язи відіграють незначну роль у зміні радіуса кривизни кришталика. Здатність коня фокусувати зоровий аналізатор на об'єкти, що розташовані на різних відстанях, досягається простим нахилом голови. З кожною зміною положення голови коня змінюється фокусна відстань – від 40 до 45 мм. Ще однією особливістю зорового аналізатора коня є форма зіниці – у молодих коней вона кругла, після 5–6 років форма зіниці наближається до еліпсоїдальної.

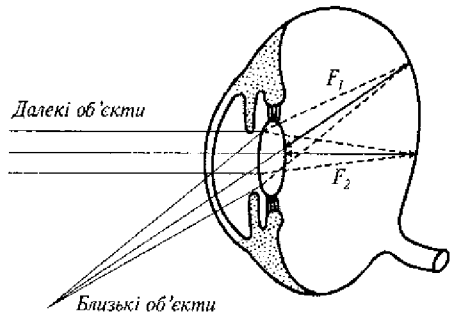


Рис. 22.7. Асиметрична форма очного яблука коня.

22.1.5. Механізми зору ссавців

Світловий потік, що потрапляє в око, зазнає заломлення на роговій оболонці ($n = 1,376$; $r = 7,8$ мм). Після цього має місце заломлення під час переходу з рогової оболонки в передню камеру ($n = 1,336$). Подальше заломлення відбувається в кришталику, показник заломлення якого поступово зростає від 1,386 до 1,406 в напрямку його ядра. За кришталиком прямує внутрішня камера ока ($n = 1,336$). Таким чином, структура ока включає чотири сферичних межі розподілу середовищ з різними показниками заломлення (рис. 22.8). Сітківка ссавців складається з п'яти типів клітин – фоторецепторних, біполярних, горизонтальних, амакринових і гангліозних (рис. 22.9). Фоторецепторні клітини (палички і колбочки) знаходяться в контактї з біполярними клітинами, які здійснюють зв'язок з гангліозними клітинами. Останні передають потенціал дії мозку. Горизонтальні клітини з'єднують по горизонталі фоторецепторні і гангліозні клітини; амакринові з'єднують по горизонталі біполярні і гангліозні клітини.

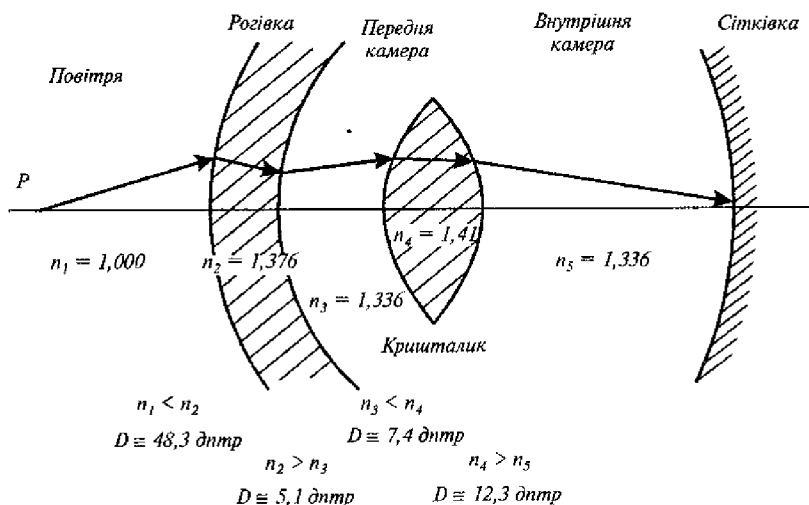


Рис. 22.8. Заломлювальна здатність ока

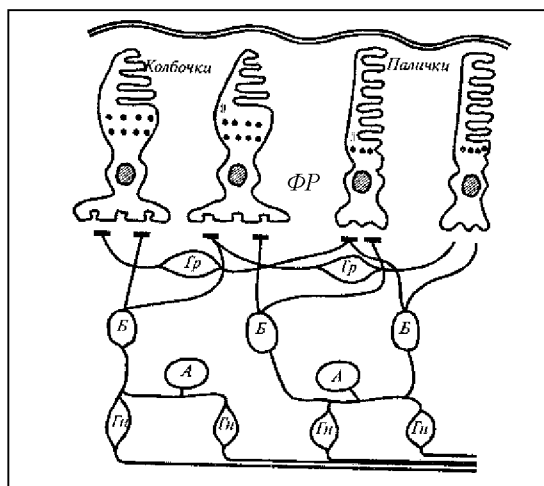


Рис. 22.9. Основні типи клітин сітківки: ФР – фоторецепторні; Б – біполярні; Гр – горизонтальні; А – амакринові; Гл – гангліозні

Фоторецепторні клітини містять зорові пігменти – *родопсин* в паличках і *йодопсин* в колбочках. Максимальна світлова чутливість родопсину припадає на 510 нм в блакитно-зеленій ділянці спектра. Внаслідок освітлення родопсин бере участь у послідовності хімічних реакцій, відомих як родопсиновий цнкл. Поглинання родопсином кванта світла призводить до його хімічного розкладу на більш прості компоненти; закінчується родопсиновий цнкл зворотною рекомбінацією простих компонентів у родопсин. Всі ці процеси супроводжу-

ються появою рецепторного потенціалу. Таким чином, зір являє собою складний ланцюг ініціації світлом фотохімічних реакцій в зорових пігментах, перетворень молекул фотонігментів, зміни проникності мембрани фоторецептора, утворення електричного потенціалу в фоторецепторній мембрані і передачі електричного імпульсу від зорового нерва мозку.

▼ Для допитливих

Птахи-хижаки, такі як орли, соколи, яструби мають зір у 8 разів гостріший ніж у людини. Беркут (*Aquila chrysaetos*) здатний побачити зайця на відстані 1,6 км.

П.П. ЛАЗАРЕВ (1878–1942)

Російський фізик, біофізик, геофізик.
Засновник та директор інституту фізики та біофізики Наркомздрава. Мав наукові праці в галузі фізіології, молекулярної фізики, фотохімії.

У 1931р. був репресований.



23. ПРИКЛАДИ А ОПТИКА

23.1. МЕТОДИ ВІМІРЮВАННЯ СОНЯЧНОГО ВІПРОМІНЮВАННЯ

Прилади, призначені для вимірювання природних випромінювань, називаються *радіометрами*. Сенсори радіометрів можуть бути поділені на два типи: теплові і квантові детектори.

23.1.1. Теплові детектори

В основі дії сенсорів цього типу лежить поглинання випромінювання та його перетворення в теплову енергію такої форми, яку можливо вимірювати. До основних типів теплових детекторів можна віднести *калориметри*, в яких реєструються зміни температури матеріалу детектора; *термопар* та *термобатареї*, в яких реєструється електрорушійна сила (напруга) в електричному колі, що складається з послідовно з'єднаних різнорідних провідників, контакти яких мають різну температуру; *болонметри*, принцип дії яких полягає в реєстрації залежності опору провідника, напівпровідника або надпровідника від температури; *піроелектричні детектори*, в основі яких лежить використання залежності поляризації піроактивного кристалу від зміни його температури під час опромінювання; струм, що проходить через кристал, реєструється.

Радіометри з тепловими детекторами класифікуються так:

- *піргеліометри* – прилади для вимірювання прямого сонячного випромінювання за умови нормального падіння;
- *піранометри* – прилади для вимірювання сонячного випромінювання, що надходить з цілої півсфери (кут зору 2π ср);
- *піргеометри* – прилади для вимірювання нисхідного (атмосферного) або висхідного (земної поверхні) довгохвильового випромінювання в межах цілої півсфери;
- *піррадіометри* – прилади для вимірювання сумарного випромінювання (коротко- та довгохвильового), що проходить крізь горизонтальну площину.

Розглянемо принцип дії піргеліометра. Прилад складається з металевого циліндра, на дні якого розташований детектор (калориметр), системи діафрагм для попадання на детектор лише прямого сонячного випромінювання та металевих заслінок. Калориметр обладнаний ванною, по якій циркулює рідина. Вимірювання темпера-

турп рідини на вході та виході ванни дозволяє оцінити швидкість теплового потоку і, таким чином, поглинуту сонячну енергію. Зовнішній вигляд піргеліометра наведено на рис. 23.1.

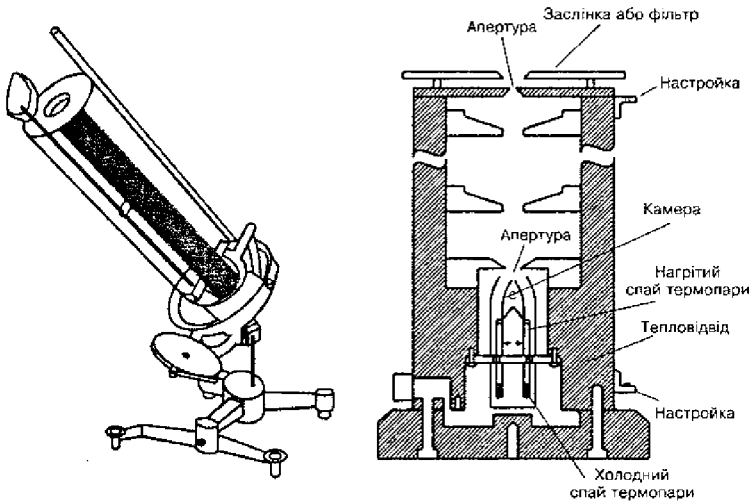


Рис. 23.1. Зовнішній вигляд піргеліометра

Для вимірювання сонячного випромінювання, що потрапляє на горизонтальну поверхню з цілої півсфери в межах кута 2π стерadian, використовують *піранометри*. Принцип дії піранометра пояснюється на рис. 23.2. Основним елементом приладу є зіркоподібний детектор, обладнаний чутливими елементами – зафарбованими в чорний та білий колір термопарами. Чорні поверхні поглинають сонячне випромінювання інтенсивніше, ніж білі. Контроль теплообміну між чорними та білими секторами детектора дає можливість оцінити сонячне випромінювання. Прилад обладнаний двома скляними або кварцовими півсферами для запобігання впливу конвекції (яка влітку може бути суттєвою), а також для фільтрації випромінювання.

Для вимірювання альbedo (частки сумарного випромінювання, що

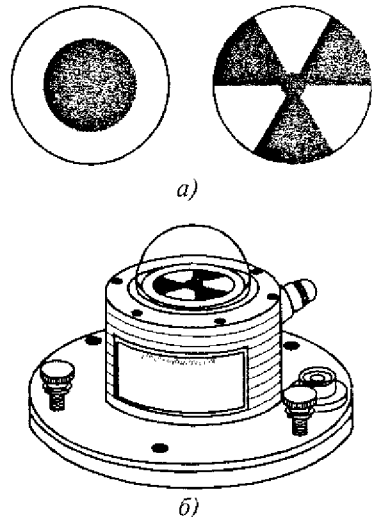


Рис. 23.2. Принцип дії піранометра

відбивається природною поверхнею) необхідно два піранометри – один направлений догори і вимірює сумарне випромінювання, тоді як інший направлений до земної поверхні для вимірювання відбитого випромінювання. Така система називається *альбедометром* (або *балансометром*). Детектор цього приладу містить термобатарею. Для запобігання впливу роси і вітру передбачено обдування детектора повітряним потоком за допомогою вентилятора. Звичайно альбедометри розміщують на висоті 1–2 м над земною поверхнею.

23.1.2. Квантові детектори

Дія сенсорів ґрунтується на поглинанні енергії фотона, звільненні електронів та утворенні електричного струму. Кінцевим параметром, що реєструється, може бути напруга, зміна швидкості висилання електронів або провідність сенсора. Залежно від цього радіометри з квантовими детекторами поділяються на *фотогальванічні детектори*, в яких реєструється напруга, що виникає на фотоелементі під впливом зовнішнього випромінювання; *фотовипромінювальні детектори*, принцип дії яких полягає в перетворенні енергії оптичного вимірювання в електричну внаслідок зовнішнього (*фотоелектронні помножувачі*) або внутрішнього (*фотодіоди*) фото ефекту; *фотопровідні детектори*, які використовують аналіз залежності електропровідності матеріалу детектора від потоку випромінювання, що потрапляє на цей матеріал.

23.2. ВНМІРЮВАННЯ КОЛЬОРУ ПРОДУКТІВ

23.2.1. Параметри кольору

Колір – це психофізична властивість світла, яка пов'язана із зоровим відчуттям. Колір залежить від оптичного випромінювання, що падає на продукт, та диференційованого відбивання цього випромінювання на певних довжинах хвиль. Для точної якісної характеристики кольору використовують три його суб'єктивних параметри: кольоровий тон, насиченість та яскравість (світність).

Кольоровий тон людина сприймає як відтінок кольору, який асоціюється із забарвленням об'єкта певним типом пігменту, фарби, барвника. Він залежить від домінуючої довжини хвилі оптичного випромінювання, яке відбивається від продукту. Як приклади можна навести червоний тон помідора або фіолетовий тон баклажана.

Насиченість характеризує “кольорову яскравість”, тобто ступінь, рівень або силу відбиття кольорового тону. Рожевий колір є однакового тону з червоним, але ці два кольори відрізняються рівнем насиченості.

Яскравість (світність) пов’язують з наявністю білого чи чорного пігменту або з освітленістю. Цей параметр визначається як відношення світлового потоку, що виходить з елемента поверхні, до площі цього елемента.

23.2.2. Колориметрія

Колір є важливим параметром якості продукту. Орієнтуючись на колір, покупець приймає рішення щодо свіжості та стиглості продукту, який він купує. Поява на хлібних продуктах зелено-блакитної плісняви, зміна кольору м’яса, фруктів та овочів є тривожними сигналами для споживача, які свідчать про бактеріальне забруднення продуктів. Щоб виключити суб’єктивні фактори під час оцінки кольору продуктів, доцільно використовувати інструментальні методи оцінки кольору. Методи вимірювання та кількісного виявлення кольору і кольорових відмін становлять суть *колориметрії*.

23.2.3. Спектрофотометр з $0^{\circ}/45^{\circ}$ геометрією

Прилад передбачає освітлення зразка випромінюванням, що падає нормально, під кутом 0° , на поверхню зразка, та реєстрацію відбитого від цієї поверхні випромінювання під кутом 45° (рис. 23.3). Така геометрія приладу дозволяє запобігти впливу дзеркально відбитого випромінювання, яке направлене протилежно випромінюванню, що падає на зразок. Так само і людина, яка оцінює колір продукту, обертає його з тим, щоб уникнути попадання дзеркально відбитого світла в очі.

23.2.4. Колориметр зі сферичною геометрією

Основна проблема, яка виникає під час вимірювання кольору продуктів, пов’язана з неоднорідністю їхньої поверхні. Щоб запобігти цьому, доцільно використовувати колориметри зі сферичною геометрією. Зразок розміщують усередині сфери, внутрішня поверхня якої покрита білою речовиною, що дифузно відбиває світло. Крім того, сфера обладнана заслінками, які запобігають потраплянню прямого випромінювання на зразок та детектор. Розміщення детектора під кутом близько 8° відносно вертикальної осі дозволяє уникнути впливу дзеркально відбитого випромінювання. Схему колориметра зі сферичною геометрією зображено на рис. 23.4.

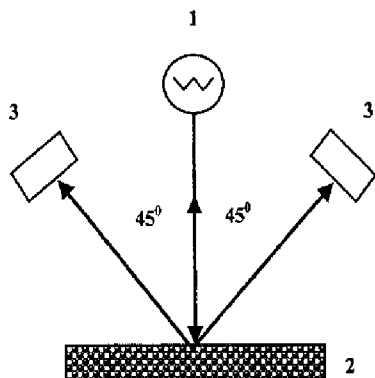


Рис. 23.3. Спектрофотометр з $0^\circ/45^\circ$ геометрією: 1 – джерело світла; 2 – зразок; 3 – детектори

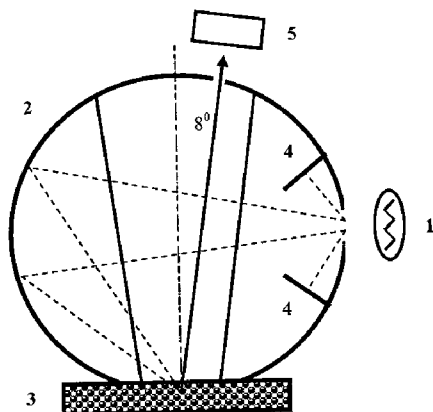


Рис. 23.4. Схема колориметра зі сферичною геометрією: 1 – джерело світла; 2 – сфера, внутрішня поверхня якої покрита білою речовиною; 3 – зразок; 4 – заслінки; 5 – детектор

23.2.5. Застосування колориметричних методів

Методи колориметрії дають можливість оцінити колір вареного м'яса лангустів, крабів, лосося та сирової м'якоти лосося, форелі, тунця. Відомо, що набування коричневого або чорного забарвлення сухими кальмарами є ознакою псування їхньої якості. Важливою ознакою є колір шкіри риби – представники тихоокеанського лосося істотно змінюють свій зовнішній колір протягом наближення до місця нересту. Використання джерел видимого випромінювання та фільтрів дозволяє здійснювати швидко та неруйнівне визначення наявності кров'яних плям і механічних пошкоджень на тілі свіжої та соленої риби на конвеєрі.

Червоний колір лосося в консервних банках є привабливою ознакою якості. Протягом багатьох років рибна індустрія стоїть перед проблемою необхідності відбракувати бліді за кольором зразки риби. Було доведено, що відбивальні властивості м'яса риби у видимій області спектра відрізняються для різних видів лососевих – нерки (*Oncorhynchus nerka*) та кіжуча (*Oncorhynchus kisutch*), причому спостерігається кореляція між кольорами сирого та обробленого для консервування м'яса риби. Як індекси забарвлення було обрано значення коефіцієнтів відбивання за 650 нм (червоний колір) та 510 нм (зелений колір), які оцінювали порівняно з відбиванням стандарту – пластини MgO.

Колориметр, призначений для напівавтоматизованого сортування риби (рис. 23.3), складається з джерела світла 1, світло з виходу якого потрапляє через інфрачервоний фільтр 2 та модулятор 3 в один з

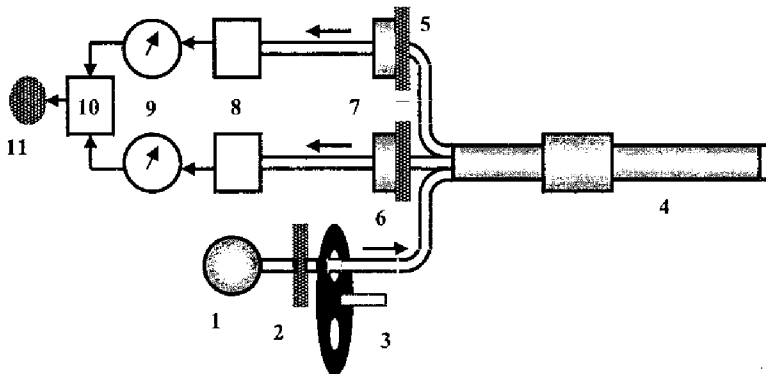


Рис. 23.3. Колориметр, призначений для напівавтоматизованого сортування риби (пояснення в тексті)

каналів триланкового фіброскопу 4 для освітлення зразка риби шляхом прямого контакту. Відбите випромінювання надходить на два інших канали через оптичні фільтри 5 (650 нм) та 6 (510 нм) на входи фотоприймачів 7, сигнали з виходів яких подавалися на підсилювачі 8, вимірювачі 9 та диференційний вимірювач 10, який оцінює співвідношення сигналів на двох довжинах хвиль. Залежно від величини цього співвідношення, яке залежить від того, блідий чи яскравий червоний колір має зразок, індикатор 11 дає світловий сигнал. Таку систему сортування обслуговують два оператори; швидкість сортування становить 60 риб за хвилину.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Назвати параметри оптичного випромінювання.
2. Що таке енергетичні та світлові величини?
3. Охарактеризувати сонячну сталу.
4. Які характеристики оптичного випромінювання впливають на тварину?
5. Назвати фотобіологічні реакції рослинних систем.
6. Як впливає ультрафіолетове випромінювання на живі організми?
7. Охарактеризувати особливості зорового аналізатора у комах.
8. Зобразити і назвати основні елементи зорового аналізатора ссавців.
9. Дати характеристику відмінних особливостей зорового аналізатора коня.

10. Дати характеристику відмінних особливостей зорового аналізатора риб.
11. Які функції гребінця в зоровому аналізаторі птахів?
12. Назвати основні фоторецепторні клітини та зорові пігменти.
13. Назвати основні прилади для вимірювання природних випромінювань.
14. Якими параметрами характеризується колір?
15. У чому полягає принцип колориметрії?

24. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

У розділі 20.4 було сформульовано основну концепцію квантової теорії. Даний розділ присвячений *квантовій механіці* – теорії, яка встановлює спосіб опису та закони руху мікрочастинок – атомів, молекул, атомних ядер тощо.

24.1. КОРПУСКУЛЯРНО-ХВИЛЬОВИЙ ДУАЛІЗМ

Експериментальними дослідженнями доведено, що в деяких явищах (інтерференція, дифракція, поляризація) світло поводить себе як електромагнітна хвиля, тоді як в інших (фотоефект, ефект Комптона) світло характеризується корпускулярними (від лат. *corpusculum* – частинка) властивостями. У цьому полягає суть *корпускулярно-хвильового дуалізму* (від лат. *dualis* – подвійний).

24.2. ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК

Нам важко зрозуміти, що мікрочастинки, що оточують нас, можуть бути розглянуті одночасно як частинки та хвилі. Втім, мікрочастинки здатні проявляти хвильові властивості. Перші кроки в розумінні корпускулярно-хвильового дуалізму мікрочастинок було зроблено Луї де Бройлем 1923 року. Крім того, він встановив, що через те, що фотони мають властивості і хвиль, і частинок, будь-які форми речовини також мають властивості і хвиль, і частинок. Розглянемо основні моменти теорії Л. де Бройля, за яку він одержав у 1929 р. Нобелівську премію.

Фотон характеризується енергією:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (24.1)$$

та імпульсом:

$$p = \frac{E}{c}. \quad (24.2)$$

Комбінуючи два останні вирази, можна визначити імпульс фотона:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda}, \quad (24.3)$$

звідки можна одержати вираз для довжини хвилі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}. \quad (24.4)$$

Слід зазначити, що довжина хвилі де Бройля обернено пропорційна масі частинки та її швидкості; для частинки масою 1 г, яка рухається зі швидкістю 1 м/с, довжина хвилі становить $6,62 \cdot 10^{-31}$ м, тобто лежить за межами спостережень. Втім, для таких частинок як фотони, електрони, протони, атоми тощо ця теорія припустима.

Концепцію хвилі де Бройля можна застосувати до електрона, що рухається по коловій орбіті навколо ядра. По довжині орбіти електрона вкладається ціле число хвиль (рис. 24.1):

$$n\lambda = 2\pi r, \quad (24.5)$$

де n – ціле число; r – радіус орбіти.

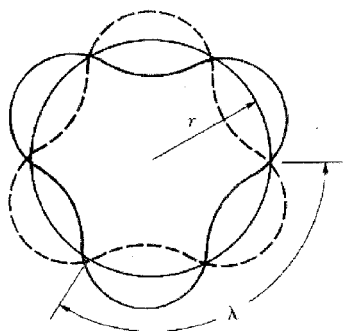


Рис. 24.1. Всі можливі стани електрона як сукупність стоячих хвиль, кожна з яких має свою довжину, швидкість та енергію

мером, які прискорили пучок електронів в електричному полі та направляли його на кристал нікелю. Енергія електронів становила

З урахуванням рівняння (24.4) останній вираз можна привести до вигляду:

$$m\nu r = nh/2\pi, \quad (24.6)$$

де $m\nu r$ – момент імпульсу електрона.

Таким чином, квантова механіка припускає, що момент імпульсу мікрочастинки квантований, тобто його величина може приймати лише певні дискретні значення, що відповідають $n = 1, 2, 3, \dots$.

Експериментальне підтвердження гіпотези де Бройля було одержано 1927 року Девіссоном та Джермером.



Луї де БРОЙЛЬ (1892–1987)

Французький фізик-теоретик, один із засновників квантової механіки. Висунув ідею щодо хвильових властивостей матерії (1924 р.). Лауреат Нобелівської премії з фізики 1929 року.

близько 54 еВ, що відповідало довжині хвилі близько 20 нм. Було доведено, що електрони дифрагують так, як дифрагували би хвилі, довжина яких визначається за формулою (24.4).

Приклад

Визначити довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю 10^7 м/с.

Розв'язок

Підставимо числові дані у рівняння (24.4):

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(10^7 \text{ м/с})} = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Контрольне завдання

Визначити довжину хвилі де Бройля для камінця масою 100 г, кинутого зі швидкістю 20 м/с.

Відповідь: $3,3 \cdot 10^{-34}$ м.

24.3. ЕЛЕКТРОНИЙ МІКРОСКОП

Електронний мікроскоп – це прилад, призначений для спостереження та фотографування багаторазово збільшеного зображення об'єктів, в якому замість світлових променів (як в оптичному мікроскопі) використовують пучки електронів, прискорених до великих енергій (30–100 кеВ) в умовах глибокого вакууму. Доцільність створення електронного мікроскопа стала очевидною після запропонування де Бройлем своєї гіпотези. Збільшення електронного мікроскопа досягає до 10^6 . Важливою властивістю приладу є висока роздільна здатність: завдяки високим значенням енергії довжина хвилі згідно з рівнянням (24.1) стає дуже малою – у 100 разів меншою, ніж довжини хвиль, що використовуються в оптичному мікроскопі. Отже, за допомогою електронного мікроскопа можна спостерігати деталі об'єктів у 100 разів менші. Зразок для електронної мікроскопії готують у вигляді тонкого шару товщиною кілька десятків нанометрів з тим, щоб запобігти впливу поглинання або розсіювання електронів. Електронний пучок фокусується завдяки магнітним лінзам – системам котушок з ізолюваного провідника, розміщених у металевих оболонках, які мають кільцеву щільність для підсилення та концентрації магнітного поля (рис. 24.2). Сукупність цих лінз дає змогу одержати зображення об'єкта на екрані з нанесенням флуоресцюючим покриттям.

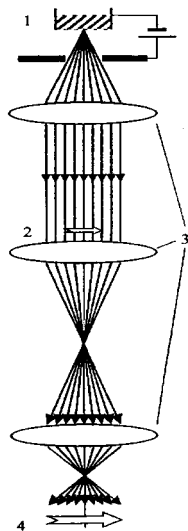


Рис. 24.2. Схема електронного мікроскопа: 1 – джерело електронів; 2 – об'єкт; 3 – магнітні лінзи; 4 – зображення

24.4. СПІВВІДНОШЕННЯ НЕВВЗНАЧЕНОСТЕЙ

Співвідношення невизначеностей – це фундаментальне положення квантової механіки, яке сформулював В. Гейзенберг у 1927 р., згідно з яким принципово неможливо одночасно виміряти положення частинки та її імпульс з нескінченною точністю. Інакше кажучи, якщо вимірювання положення частинки було здійснене з точністю Δx , а одночасне вимірювання імпульсу частинки – з точністю Δp , то добуток двох невизначеностей ніколи не може бути меншим за порядком величини сталої Планка \hbar :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar, \quad (24.7)$$

де $\hbar = h/2\pi$.

Тобто, якщо невизначеність Δx мала, невизначеність Δp велика і навпаки.

Співвідношення невизначеностей можна записати для енергії та часу:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (24.8)$$

де ΔE – невизначеність значення енергії системи; Δt – невизначеність часу (тривалість процесу вимірювань).

Розглянемо як приклад рух електронів через вузьку щілину. До проходження через щілину електрони рухаються паралельним потоком, який характеризується невизначеностями імпульсу $\Delta p = 0$ та координати $\Delta x \rightarrow \infty$. У момент проходження електронів через щілину невизначеність імпульсу збільшується через дифракцію електронів на щілині, тоді як невизначеність координати Δx обмежується шириною щілини.



Вернер ГЕЙЗЕНБЕРГ (1901–1976)

Німецький фізик-теоретик, один із засновників квантової механіки. Сформулював співвідношення невизначеностей (1927 р.). Лауреат Нобелівської премії з фізики 1932 року.

Приклад

Швидкість електрона, яка становить $5 \cdot 10^3$ м/с, виміряли з точністю 0,003 %. Знайти невизначеність положення цього електрона.

Розв'язок

Імпульс електрона дорівнює:

$$p = mv = (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(5 \cdot 10^3 \text{ м/с}) = 4,56 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Невизначеність імпульсу за умовою задачі становить:

$$\Delta p = 0,00003p = (0,00003)(4,56 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}) = 1,37 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Знаходимо невизначеність положення електрона:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi\Delta p} = (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}) / (2\pi \cdot 1,37 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \text{м/с}) = 0,77 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,77 \text{ мм}.$$

24.5. ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ

Луї де Бройль стверджував, що всі форми речовини характеризуються хвильовими властивостями. Таким чином, є певна схожість між поведінкою світла та речовини. Величина, що повністю описує стан мікрочастинки і взагалі будь-якої квантової системи, називається *хвильовою функцією*. Ця функція Ψ має імовірнісний характер: вона залежить від положення частинки, тобто від її координат x , y , z , та часу t і взагалі записується у вигляді $\Psi(x, y, z, t)$. Квадрат модуля хвильової функції $|\Psi(x, y, z, t)|^2$ визначає імовірність знаходження частинки в точці з координатами x , y , z в момент часу t .

24.6. СТАЦІОНАРНЕ РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА

Хвилі де Бройля описують поведінку частинки лише у випадку вільного руху. Для частинки, яка рухається зі швидкістю v під дією сили, що зумовлюється потенціалом U , хвильова функція визначається диференціальним рівнянням, яке одержало назву *стаціонарного рівняння Шредінгера*:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)]\psi. \quad (24.9)$$

Це рівняння є важливим співвідношенням квантової механіки. Функції ψ , що задовольняють рівнянню Шредінгера за заданого значення U , називаються *власними функціями*. Для квантових систем, рух яких відбувається в обмеженому просторі, рішення рівняння Шредінгера існують лише для певних дискретних значень енергії; кожному значенню енергії відповідає своя власна функція.

Ервін ШРЕДІНГЕР (1887–1961)

Австрійський фізик-теоретик, один з основоположників квантової механіки. Розробив хвильову механіку (1926 р.), сформулював її основне рівняння (рівняння Шредінгера). Лауреат Нобелівської премії (разом з П. Діраком) 1933 року.



24.7. ЛІНІЙНИЙ ГАРМОІЧНИЙ ОСЦИЛЯТОР

Розглянемо як приклад можливого застосування стаціонарного рівняння Шредінгера лінійний гармонічний осцилятор – систему, що здійснює одномірний рух під впливом пружної сили.

Нехай частинка масою m бере участь у коливаннях під впливом пружної сили $F = -kx$, де x – зміщення частинки від стану рівноваги. Потенціальну енергію такої системи можна визначити за допомогою виразу (5.12) так:

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}, \quad (24.10)$$

де $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – кутова частота коливань; k – жорсткість пружини.

Класична механіка визначає повну енергію такої системи (див. рівняння (5.13)), як $E = \frac{mA^2\omega^2}{2}$; амплітуда малих коливань класичного осцилятора визначається його повною енергією, яка в точках $\pm x_{max}$ дорівнює потенціальній енергії. Отже, за межі області $(-x_{max}, +x_{max})$ класичний осцилятор вийти не може.

Запишемо рівняння Шредінгера для такого осцилятора:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\left[\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right) - \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 x^2\right] \Psi. \quad (24.11)$$

Розв'язок цього рівняння слід шукати у вигляді:

$$\psi = B e^{-Cx^2}, \quad (24.12)$$

де $C = \frac{m\omega}{2\hbar}$ та $E = \frac{\hbar\omega}{2}$.

Хвильова функція для основного стану має вигляд:

$$\psi = B e^{-(m\omega/2\hbar)x^2}. \quad (24.13)$$

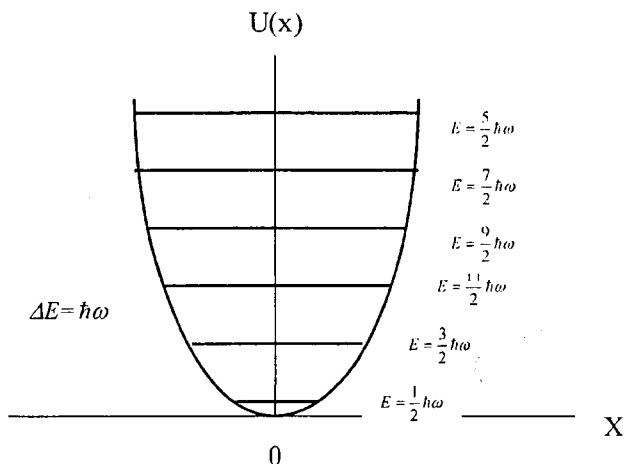
Енергія збуджених станів описується виразом:

$$E = (n + 1/2) \hbar\omega, \quad (24.14)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$

Таким чином, квантовомеханічний підхід до лінійного осцилятора доводить, що його енергія має дискретні рівні енергії. Енергія основного стану (так звана *енергія нульових коливань*) системи дорівнює $\frac{\hbar\omega}{2}$; різниця між рівнями становить $\Delta E = \hbar\omega$ (рис. 24.3).

Рис. 24.3. Дискретні рівні енергії лінійного осцилятора: енергія основного стану (так звана енергія нульових коливань) системи дорівнює $\frac{\hbar\omega}{2}$; різниця між рівнями становить: $\Delta E = \hbar\omega$



О.С. ДАВИДОВ (1912–1993)

Український фізик-теоретик. Розробив теорію неаксіальних ядер, модель колективних збуджень, теорію екситонів у молекулярних кристалах. Автор монографій "Квантова механіка" (1963), "Теорія молекулярних екситонів" (1968), "Біологія і квантова механіка" (1979), "Теорія твердого тіла" (1980), "Солітони у молекулярних системах" (1984), в яких повнота та високий рівень поєднуються з простотою викладання та доступністю.

24.8. СКАНУЮЧИЙ ТУНЕЛЬНИЙ МІКРОСКОП

Принцип дії скануючого тунельного мікроскопа наведено на рис. 24.4. Провідник, що має загострену форму, розташований поблизу поверхні, що аналізується. Завдяки тяжінню з боку позитивних іонів електрон на поверхні має меншу загальну енергію ніж електрон у вільному просторі між поверхнею та провідником. Те ж саме можна сказати щодо електрона на загостреному кінці провідника. Згідно із законами класичної механіки, електрони нездатні пересуватися між поверхнею та загостреним кінцем, оскільки їм бракує енергії, необхідної для виходу з матеріалу. Але квантова механіка призводить до принципово нового висновку щодо можливості проходження частинок через потенціальний бар'єр; це явище одержало назву "тунельного ефекту". Для того, щоб покинути поверхню, енергія електрона повинна дорівнювати $(U - E)$, де U – висота потенціального бар'єра,

що відповідає різниці потенціальних енергій, які мав електрон зовні та усередненні матеріалу поверхні; E – кінетична енергія електрона. Отже, робота виходу електрона дорівнює $(U - E)$. Вірогідність тунельного проходу частинки визначається коефіцієнтом пропускання T :

$$T \approx e^{-2KL}, \quad (24.15)$$

де коефіцієнт K визначається за виразом:

$$K = \frac{\sqrt{2m(U - E)}}{\hbar}, \quad (24.16)$$

де m – маса частинки; \hbar – стала Планка; L – ширина потенціального бар'єра.

Для типових значень $(U - E) = 4,0$ еВ довжина тунелювання $\delta = 1/T$ становить близько 10 нм (або 10^{-10} м).

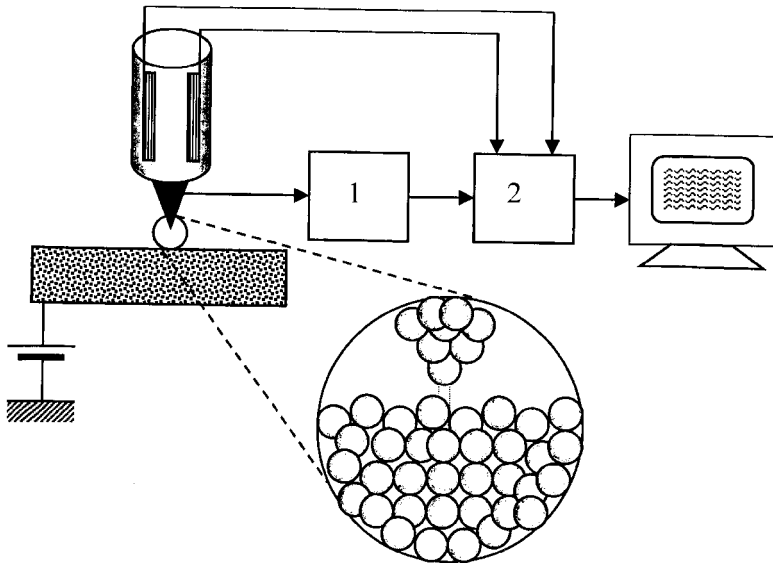


Рис. 24.4. Принцип дії скануючого тунельного мікроскопа: 1 – джерело струму; 2 – блок з'єднання п'єзоперетворювачів з дисплеєм.

Процес побудови мікроскопічних зображень відбувається у такий спосіб. Між поверхнею, що аналізується, та загостреним кінцем (зондом) пропускають електричний струм, який дуже чутливий щодо відстані L . Під час сканування зонду відносно рельєфу поверхні відбувається перетворення його механічного переміщення у електричний сигнал за допомогою п'єзоелектричних перетворювачів; така система дає можливість побудувати тривимірне зображення поверхні з високою роздільною здатністю (близько 0,2 нм).

Приклад

Електрон з кінетичною енергією 30 еВ проходить через потенціальний бар'єр висотою 40 еВ. Визначити вірогідність тунельного проходу електрона через бар'єр шириною 1 нм.

Розв'язок

Енергія електрона, необхідна для того, щоб покинути поверхню, дорівнює:
 $(U - E) = 40 \text{ еВ} - 30 \text{ еВ} = 10 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$.

Використовуючи рівняння (24.16), визначимо величину $2KL$:

$$2KL = \frac{\sqrt{2(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж})}}{1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} (1 \cdot 10^{-9} \text{ м}) = 32,4.$$

Отже, вірогідність тунельного проходу електрона через бар'єр становитиме:
 $T \approx e^{-2KL} = e^{-32,4} = 8,49 \cdot 10^{-15}$.

Контрольне завдання

Визначити вірогідність тунельного проходу електрона з кінетичною енергією 30 еВ, що проходить через потенціальний бар'єр висотою 40 еВ та шириною 0,1 нм.
Відповідь: 0,0392.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що вивчає квантова механіка?
2. У чому полягає суть корпускулярно-хвильового дуалізму?
3. Пояснити основні моменти теорії Луї де Бройля.
4. У чому полягає дослід Девіссона та Джермера?
5. Пояснити принцип дії електронного мікроскопа.
6. Сформулювати співвідношення невизначеностей Гейзенберга.
7. Що характеризує хвильова функція?
8. Записати стаціонарне рівняння Шредінгера.
9. Пояснити принцип дії скануючого тунельного мікроскопа. У чому полягають його переваги?

25. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ ФІЗИКИ

Розділ фізики, який вивчає будову і властивості атомів та елементарні процеси, що відбуваються на атомному рівні, називається *атомною фізикою*.

Атомна фізика застосовує основні положення квантової механіки до реального світу атомної структури, зокрема до атома як квантової системи, рівнів енергії атомів та можливих переходів між цими рівнями, збудження атомів та їх поведінку в зовнішніх полях.

25.1. МОДЕЛІ АТОМА

В історичному плані атом уявлявся неподільною частинкою речовини у поглядах стародавніх вчених (Левкіпп, Демокрит, Епікур). На початку XIX сторіччя атом розглядали як найдрібнішу частинку хімічного елемента. 1902 року Д. Томсон запропонував модель атома, яка одержала назву “пудінг зі слнвamn” – атом являє собою суцільну сферу, заряджену позитивно, яка містить усередині електронів (рис. 25.1). Заряд сфери дорівнює загальному заряду електронів.

Японський фізик-теоретик Хантаро Нагаока припустив у 1904 році, що структура атома складається з позитивно зарядженого ядра, навколо якого обертається кільце з електронів (рис. 25.2). Така модель нагадує планету Сатурн з концентричними кільцями навколо планети.

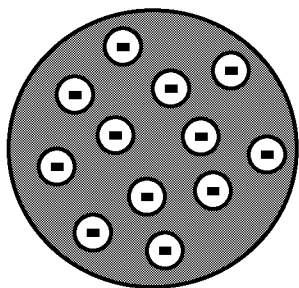


Рис. 25.1. Модель атома за Д. Томсоном

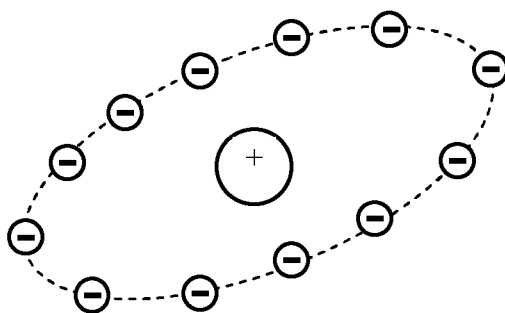


Рис. 25.2. Модель атома за Х. Нагакою

У 1911 р. Е. Резерфорд провів дослід, який довів некоректність моделі атома Томсона. Схему дослідження Резерфорда зображено на рис. 25.3.

Пучок позитивно заряджених α -частинок направляли на тонку металеву фольгу та аналізували характер розсіювання частинок. Висновки

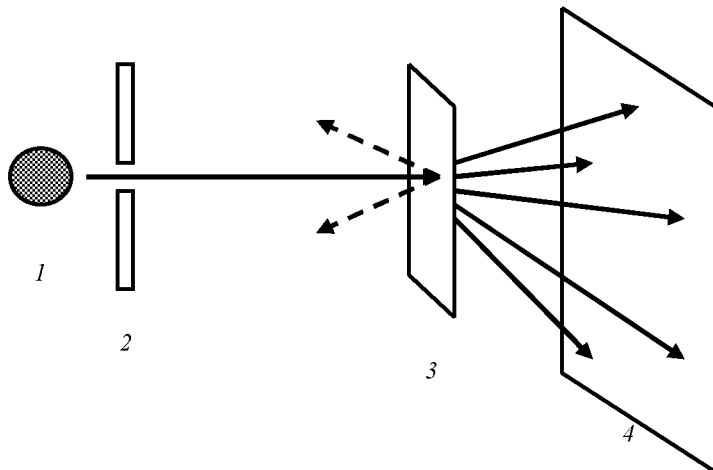


Рис. 25.3. Схема досліду Резерфорда: пучок позитивно заряджених α -частинок направляли на тонку металеву фольгу та аналізували характер розсіювання частинок: 1 – джерело частинок; 2 – діафрагма; 3 – фольга; 4 – екран.

були гідним подиву: більшість α -частинок проходили крізь фольгу як через пусте місце. Багато α -частинок відхилялися від початкової прямолінійної траєкторії та розсіювалися під великими кутами. Деякі частинки (приблизно одна з 20000 частинок) змінювали напрямок руху на протилежний. Резерфорд згадував: “Для мене це була найбільш неймовірна подія у моєму житті. Цю неймовірність можна було порівняти з кулею, яку ви вистрілили у папір, а вона повернулася та уразила вас”. Таку поведінку α -частинок не можна було пояснити моделлю Томсона, згідно з якою атом являв собою нейтральну сферу. Таку сферу α -частинки повинні були пробивати, оскільки вони рухалися з великою швидкістю. Резерфорд припустив, що позитивний заряд сконцентрований в області, достатньо малій порівняно з розмірами атома, причому в ній сконцентрована майже вся маса атома. Він назвав цю область *ядром* атома. Тобто модель атома Резерфорда нагадує сонячну планетарну систему (саме тому вона одержала назву *планетарної*) – вся маса атома сконцентрована в малому за розмірами позитивно зарядженому ядрі, а всі електрони, що належать атому, рухаються по орбітах навколо ядра. Число електронів в атомі дорівнює атомному номеру Z елемента, а заряд атома дорівнює Ze , де e – заряд електрона. Електрони зв’язані з ядром завдяки кулонівському тяжінню.



Ернст РЕЗЕРФОРД (1871–1937)

Англійський фізик, який сформулював планетарну модель будови атома (1911 р.). Відкрив альфа- та бета-промені та встановив їх природу. Один із засновників теорії радіоактивності. Лауреат Нобелівської премії 1908 року.

До недоліків моделі Резерфорда слід віднести те, що за законами класичної електродинаміки рух електрона як зарядженої частинки супроводжується електромагнітним випромінюванням та відповідними втратами енергії, через що врешті-решт електрон повинен впасти на ядро (рис. 25.4). Але це не підтверджувалося експериментально. Крім того, модель Резерфорда не здатна була пояснити, чому атом випромінює певні характерні частоти, а не інші. Дійсно, якщо атом випромінює світло, частота випромінювання фіксована і залежить від типу атома (рис. 25.5). Але завдяки зміні розмірів атома під час випромінювання частота випромінювання повинна поступово змінюватися так само, як і спектр випромінювання (рис. 25.6).

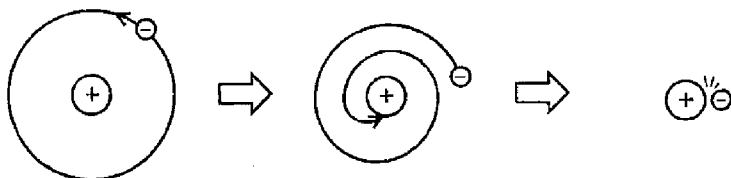


Рис. 25.4. Рух електрона як зарядженої частинки за законами класичної електродинаміки супроводжується електромагнітним випромінюванням та відповідними втратами енергії, через що врешті-решт електрон повинен впасти на ядро

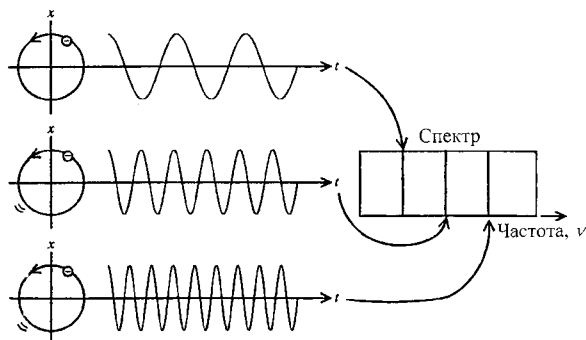


Рис. 25.5. Випромінювання атомом певних характерних частот залежно від типу атома

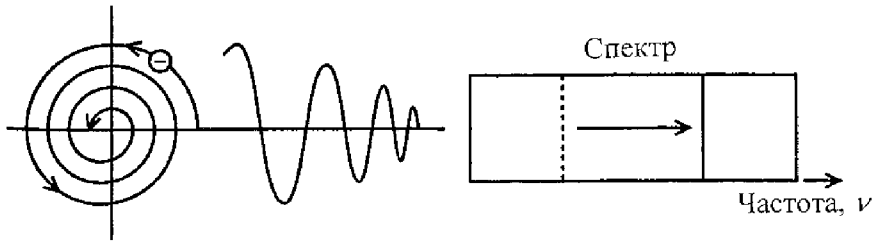


Рис. 25.6. Поступова зміна частоти випромінювання внаслідок зміни розмірів атома під час випромінювання згідно з класичною теорією

Подальший внесок у розвиток поглядів щодо будови атома вніс Н. Бор, який застосував ідею квантування енергії до теорії будови атома та запропонував модель атома водню.

25.2. АТОМ ВОДНЮ

Атом водню складається з одного електрона та одного протона. Кінетична енергія електрона в атомі водню дорівнює:

$$E_k = m v^2 / 2 = p^2 / 2m, \quad (25.1)$$

де m – маса електрона; v – швидкість його руху; p – імпульс електрона.

Потенціальна енергія атома водню визначається за формулою:

$$U(r) = -k \frac{e^2}{r}, \quad (25.2)$$

де $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ – кулонівська стала ($k = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$); r – відстань електрона від ядра.

Методи квантової механіки дозволяють одержати точну характеристику станів електрона в атомі водню. Згідно із законами квантової механіки енергії дозволених станів атома водню визначаються так:

$$E_n = - \left(\frac{ke^2}{2a_0} \right) \frac{1}{n^2} = - 13,6/n^2 \text{ еВ}, \quad (25.3)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число, що визначає можливі рівні енергії і називається *головним квантовим числом*; a_0 – радіус Бора ($a_0 = 0,0529 \text{ нм}$) – радіус найближчої до ядра орбіти електрона.

Розгляд атома водню у тривимірному просторі вклинає необхідність введення трьох квантових чисел для кожного стаціонарного стану, які б відповідали трьом ступеням вільності електрона. Розглянемо ці квантові числа.

Головне квантове число n визначає енергетичні рівні електрона в атомі і може приймати цілочислові значення $n = 1, 2, 3, \dots$.

Орбітальне квантове число l визначає момент імпульсу електрона в атомі і може приймати n дозволених значень від 0 до $n - 1$. Із розв'язань рівняння Шредінгера випливає, що орбітальний момент імпульсу електрона може приймати лише дискретні значення, що визначаються за формулою:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad (25.4)$$

де $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.

Орбітальне магнітне квантове число m_l визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрямок z і може приймати $2l+1$ дозволених значень. Квантова механіка пропонує дозволени значення проєкції моменту імпульсу за таким виразом:

$$L_z = m_l \hbar, \quad (25.5)$$

де $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.

Власний момент імпульсу електрона, що має квантову природу та не пов'язаний з рухом електрона як цілого, називається *спіном* (від англ. *spin* – обертатися). Спіну електрона відповідає власний *магнітний момент*. Отже, виникає необхідність у введенні четвертого квантового числа для кожного стану, яке називали *спіновим магнітним квантовим числом* m_s . Числове значення спіну електрона можна знайти за формулою:

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, \quad (25.6)$$

де s – *спінове квантове число*, величина якого дорівнює $\frac{1}{2}$.

Проекція S_z спінового моменту імпульсу на напрямок поля визначається так:

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar. \quad (25.7)$$

Спіновий магнітний момент електрона пов'язаний зі спіновим моментом імпульсу співвідношенням:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}. \quad (25.8)$$

Оскільки $S_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$, проекція спінового магнітного моменту на напрямок z може приймати значення:

$$\mu_{sz} = \pm \frac{e}{2m} \hbar. \quad (25.9)$$

Величина $\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar$ називається *магнетонам Бора* ($\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл).

Всі ці квантові числа для атома водню зведені у табл. 25.1.

25.1 – Квантові числа для атома водню

Квантове число	Назва	Дозволені значення	Число дозволених значень
N	Головне квантове число	1,2,3,...	Будь-яке число
L	Орбітальне квантове число	0,1,2,..., $n - 1$	N
m_l	Орбітальне магнітне квантове число	$-l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$	$2l + 1$
m_s	Спінове магнітне квантове число	$-1/2, +1/2$	2

Для позначення стайів $n=1,2,3,\dots$ використовують літери K, L, M, \dots , а стайів $l = 0,1,2,\dots, n - 1$ - літери s, p, d, f, g, h, \dots . Наприклад, стай $2s$ характеризується квантовими числами $n = 2$ та $l = 0$, а стай $3p$ - квантовими числами $n = 3$ та $l = 1$.



Нільс БОР (1885–1962)

Датський фізик, один із засновників сучасної фізики. Розробив теорію атома, запропонував постулати Бора.

Лауреат Нобелівської премії з фізики 1922 року.

Приклад

Визначити квантові числа, що характеризують можливі стани атома водню з головним квантовим числом $n = 2$.

Розв'язок

Основні квантові числа атома водню для $n = 2$ такі:

n	l	m_l	m_s	Підоболонка	Оболонка	Кількість електронів у підоболонці
2	0	0	$\frac{1}{2}$	2s	L	2
2	0	0	$-\frac{1}{2}$			
2	1	1	$\frac{1}{2}$	2p	L	6
2	1	1	$-\frac{1}{2}$			
2	1	0	$\frac{1}{2}$			
2	1	0	$-\frac{1}{2}$			
2	1	-1	$\frac{1}{2}$			
2	1	-1	$-\frac{1}{2}$			

25.3. ПРИНЦИП ПАУЛІ

З попереднього розділу стало відомо, що стан атома водню характеризується чотирма квантовими числами. Ці чотири числа можна використати для опису всіх електронних станів незалежно від числа електронів в атомній структурі. Виникає питання – скільки електронів може мати той же самий набір квантових чисел? Відповідь на це питання було запропоновано В. Паулі 1925 року у вигляді квантово-механічного закону, який одержав назву принцип Паулі (принцип виключення): *в будь-якому атомі не може бути двох електронів, що знаходяться в двох однакових стаціонарних станах, визначених набором чотирьох однакових квантових чисел – головного n , орбітального l , орбітального магнітного m_l та спінового магнітного m_s .*

У табл. 25.2 наведено дозволені квантові стани для атома до $n = 3$.

Напрямок стрілок відповідає: $\uparrow - m_s \hbar = \frac{1}{2}$, а $\downarrow - m_s \hbar = -\frac{1}{2}$.

25.2 – Дозволені квантові стани для атома до $n = 3$

n	1	2			3									
l	0	0	1		0	1			2					
m_l	0	0	1	0	-1	0	1	0	-1	2	1	0	-1	-2
m_s	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$

Так, атом водню має один електрон, який в основному стані описується такими квантовими числами: $1,0,0,1/2$ або $1,0,0,-1/2$. Електронна конфігурація атома позначається як $1s^1$. Символ $1s$ відповідає стану, для якого $n = 1$ та $l = 0$; індекс зверху свідчить, що лише один електрон знаходиться на цьому рівні.



Вольфганг ПАУЛІ (1900–1958)

Швейцарський фізик-теоретик, один із засновників квантової механіки та релятивістської квантової теорії поля. Сформулював принцип, названий його ім'ям (1925 р.). Лауреат Нобелівської премії з фізики 1945 року

25.4. НАНОТЕХНОЛОГІЯ ТА НАНОМЕДИЦИНА

Протягом останніх років у науковій та популярній літературі, а також в Інтернеті можна знайти відомості щодо *нанотехнології* –

технології об'єктів, розмір яких знаходяться в нанометричній шкалі (0,1–100 нм), тобто в межах розмірів кількох атомів або дрібних молекул. Підрозділом цього напрямку є *наномедицина*, яка вивчає медичні застосування нанотехнології. Префікс “нано” походить від грецького слова *нанос* (карлик), що означає 10^{-9} чого-небудь. Залишаючи за читачем право оцінювати правдоподібність висунутих апологетами наномедицини ідей, наведемо їх основну суть.



Річард Філіпс ФЕЙНМАН (1918–1988)

Американський фізик-теоретик, один із засновників квантової електродинаміки. Йому належить перше згадування щодо методів, які пізніше назвуть нанотехнологією (1959). Він припустив, що можливо окремо, механічно переміщувати атоми за допомогою маніпулятора відповідних розмірів. Лауреат Нобелівської премії з фізики 1965 року.

Норіо ТАНІГУТІ (1912–1999)

Японський вчений. Вперше використав у 1974 році термін “нанотехнологія”, яким назвав виробництво виробів розмірами порядку нанометрів. Був піонером застосування високоенергетичних променів (електронних, іонних, лазерних) для обробки матеріалів з надвисокою точністю.



Засобами наномедицини можуть бути нанороботи, мініатюрні двигуни, маніпулятори, сенсоры, мікрокомп'ютери, які впроваджуються у людський організм, переносять молекули важливих речовин у клітини та з клітин, маніпулюють мікроскопічними об'єктами та виконують команди лікаря.

Класичним гіпотетичним нанороботом є *респіроцит* [Robert A. Freitas, “Nanomedicine” V.1, 1999; V.2, 2003; <http://www.nanomedicine.com>] – штучна червона кров'яна клітина. Виконаний цей наноробот з 18 мільярдів атомів вуглецю, який має кристалічну решітку алмазу, що утворюють сферичну оболонку робота діаметром близько 1 мкм. Такий матеріал забезпечує високу міцність та хімічну інертність наноробота.

Респіроцит здатний нагнітати усередину 9 мільярдів молекул кисню та двооксиду вуглецю. Ці газу утворюють внутрішній тиск близько

ко 1000 атмосфер. Поверхня респіроцнта покрита 29160 молекулярними помпамн, які можуть накачувати та випускати газн. Крім того, респіроцнт обладнаний мікросенсорамн, призначеними для визначення концентрації кисню O_2 та двооксиду вуглецю CO_2 , а також для подачі сигналів, що керують через мікрокомп'ютер діяльністю помп. Якщо респіроцнт з потоком крові переноситься у капіляри легень, де тиск O_2 перевищує тиск CO_2 , комп'ютер дає команду помпам накачувати у резервуар O_2 та випускати CO_2 . Якщо наноробот опиняється в тканинах, де кисню замало, керуюча система виконує протилежну процедуру. Треба відмітити, що ефективність респіроцнтів щодо накопичування та транспортування газів у 200 разів вища порівняно з їх природними аналогами – червоними кров'яними клітинами. Зв'язок респіроцнта з лікарем здійснюється за допомогою мікросенсорів, що реагують на акустичні сигнали, які може подавати лікар за допомогою ультразвукового пристрою з метою змін поведінки респіроцнтів.

Нанороботи можуть застосовуватися для боротьби з вірусними, онкологічними та судинними захворюваннями; транспортування ліків у потрібне місце організму (наприклад, інсуліну при діабеті); одержання інформації щодо структури молекули ДНК; відновлення пошкоджених тканин; розблокування артерій, закупорених бляшками; виявлення, ідентифікації та знищення патогенних та токсичних речовин.

26. ОСНОВИ ФІЗИКИ ЛАЗЕРІВ

26.1. ЛАЗЕР ТА ПРИПЦИП ЙОГО ДІЇ

Принцип дії лазера. Пристрій, який генерує когерентні електромагнітні хвилі за рахунок стимульованого випромінювання світла активним середовищем, що міститься в оптичному резонаторі, називається *лазером*. Принцип дії лазера пояснюється англійською фразою «*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*»; *LASER*, таким чином, є аббревіатурою словосполучення англійською мовою, яке означає «*посилення світла через стимульоване випромінювання*».

У 1913 р. датський фізик Н. Бор ввів два припущення для пояснення стійкості атома та спектральних закономірностей, які одержали назву *постулатів Бора*. Згідно з ними існують стаціонарні стани атома, які відповідають дискретному ряду дозволених значень E_i ($i=1,2,3,\dots$) його енергій. Зміна цієї енергії пов'язана з квантовим (стрибокподібним) переходом з одного стаціонарного стану в інший; умова частот електромагнітного випромінювання під час квантового переходу атома зі стану з енергією E_i у стан з енергією E_j має вигляд:

$$E_i - E_j = h\nu. \quad (26.1)$$

Розглянемо дворівневу енергетичну структуру атома. Рівень E_0 називається *основним*, тоді як рівень E_1 – *збудженим*. Атоми знаходяться у збудженому стані близько 10^{-8} с, після чого залишають рівень E_1 . Система збуджених атомів також буде переходити на основний рівень з випромінюванням фотонів; але процес цей є хаотичний і всі фотони, що випромінюються, відрізняються своїми напрямками і фазами (рис. 26.1). Таке випромінювання неупорядкованих (некогерентних) фотонів називається *спонтанним*.

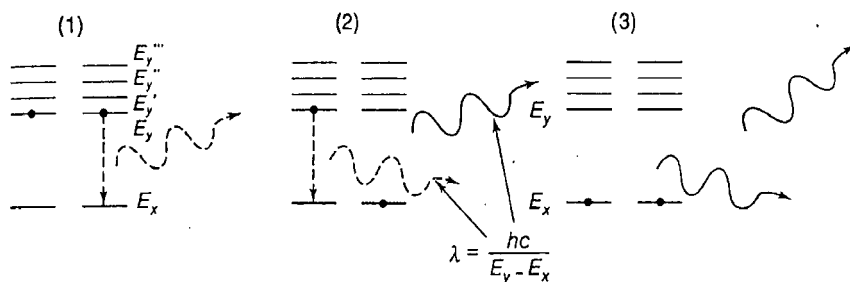


Рис. 26.1. Спонтанне випромінювання фотонів атомами, які знаходяться у збудженому стані (пояснення в тексті)

Якщо атом перебуває в збудженому стані E_1 і на нього діє зовнішній фотон з енергією $h\nu = E_1 - E_0$, то фотон стимулюватиме перехід атома з рівня E_1 на рівень E_0 із випромінюванням нового фотона з такою ж енергією $h\nu$. Причому, напрямки поширення і фази обох фотонів однакові, тобто вони є когерентними (рис. 26.2). Таке випромінювання називається *стимульованим*. Результатом стимульованого випромінювання є збільшення кількості фотонів, тобто посилення світла.

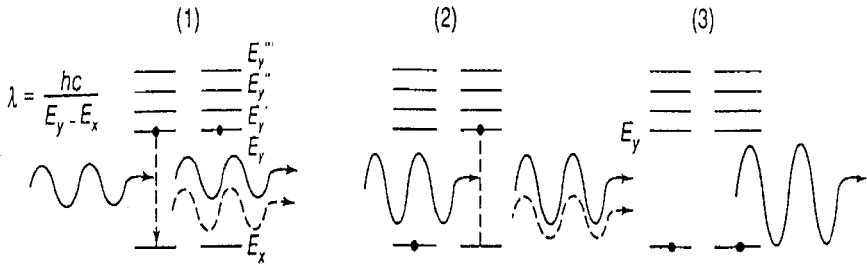


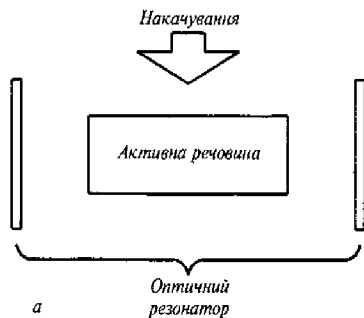
Рис. 26.2. Стимульоване випромінювання фотонів атомами, які знаходяться у збудженому стані (пояснення в тексті)

Будова лазера. Лазер складається з трьох основних компонентів – активного середовища, джерела накачування та оптичного резонатора (рис. 26.3). *Активним середовищем* можуть бути кристалічні або склоподібні матеріали, рідинні середовища, гази чи суміші газів, напівпровідників. *Джерелом оптичного накачування* можуть бути потоки сфокусованого світла, електричні розряди, пучки електронів тощо. *Оптичний резонатор* – це пристрій, в якому можуть збуджуватися стоячі або біжучі електромагнітні хвилі оптичного діапазону. Складається оптичний резонатор, як правило, з двох дзеркал.

Інверсія заселеності. Для того, щоб випромінювання мало перевагу над поглинанням, слід забезпечити так звану *інверсію заселеності* – збільшення кількості збуджених атомів порівняно з тими, що знаходяться в основному стані. Для реалізації інверсії заселеності здійснюють *оптичне накачування*. Якщо звичайно кількість атомів в основному стані перевищує кількість збуджених атомів (рис. 26.4,а), то під впливом накачування ситуація змінюється (рис. 26.4,б).

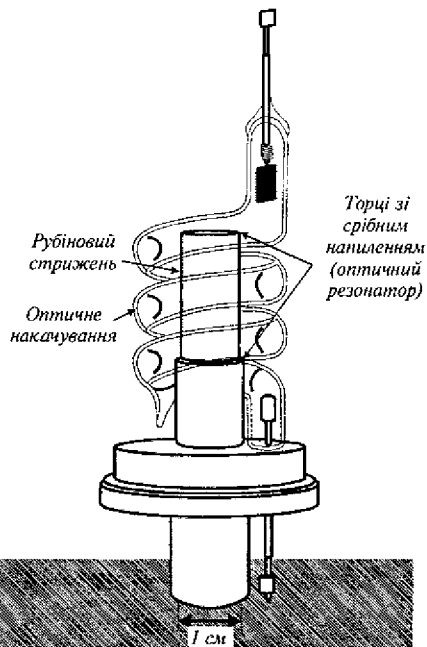
Формування лазерного променя. Після того, як у результаті накачування в активному середовищі реалізується інверсія заселеності, збуджені атоми переходять в основний стан, що супроводжується випромінюванням фотонів. Фотони, які поширюються паралельно поздовжній осі оптичного резонатора, зазнають багаторазового відбивання від дзеркал; під час проходження через активне середовище вони стають дже-

релом стнмьюльованого випромінювання. Фотони, які поширюються під кутом до осі оптичного резонатора, залишають його. Багаторазові акти стнмьюльованого випромінювання сприяють генерації оптичного випромінювання. Довжина хвилі лазерного випромінювання визначається структурою енергетичних рівнів активного середовища лазера та наявністю серед них довгоіснуючих рівнів.



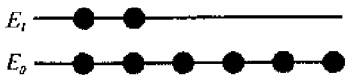
a

Оптичний резонатор

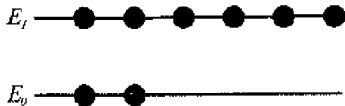


b

Рис. 26.3. Лазер:
a – будова лазера
b – зовнішній вигляд першого лазера на рубіні



a



b

Накачування

Рис. 26.4. Інверсія заселеності: *a* – заселеність рівнів у звичайному стані, *b* – нерівноважний стан речовини під впливом накачування

Розглянемо рух трьох фотонів, що утворилися за рахунок спонтанних процесів (рис. 26.5). Фотон 1 покидає оптичний резонатор; фотон 2 відбивається від дзеркала D_2 і теж зникає. Фотон 3, який поширюється паралельно поздовжній осі лазера, відбивається від дзер-

кала D_2 , рухається у протилежному напрямку і взаємодіє з частинкою A , що знаходиться у збудженому стані під впливом накачування. Ця частинка бере участь у стимульованому випромінюванні. Таким чином, наслідком взаємодії фотона 3 з частинкою A буде поява двох когерентних фотонів 4 і 5, які після відбивання від дзеркала D_1 взаємодіють зі збудженими частинками B і C , внаслідок чого надалі поширюються чотири когерентних фотони: 6, 7, 8 і 9.

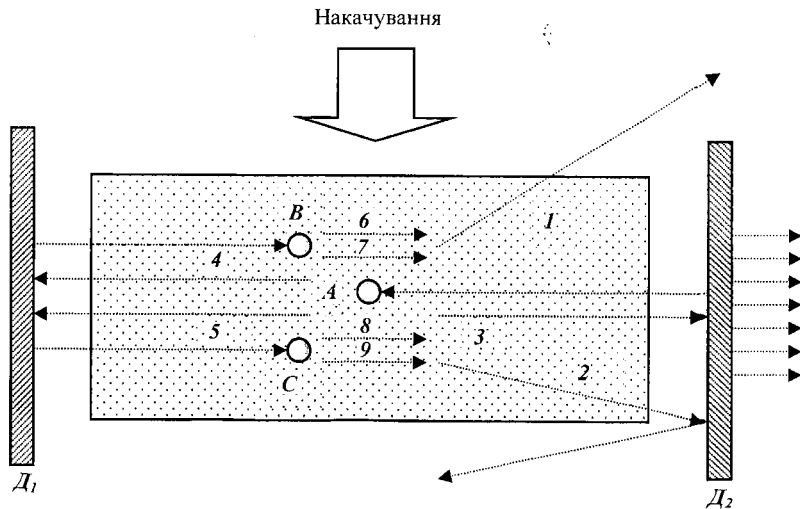


Рис. 26.5. Процеси, що відбуваються в активному середовищі лазера під впливом накачування (пояснення в тексті)



Чарлз Хард ТАУНС (народ. 1915 р.)

Американський фізик, один із засновників квантової електроніки. Створив перший квантовий генератор – мазер (1954 р.). Обгрунтував разом з А.Л. Шавловим можливість створення лазера. Лауреат Нобелівської премії із фізики 1964 року.

Отже, врешті-решт, після багаторазових взаємодій фотонів, що рухаються вздовж активної речовини зі збудженнями за рахунок накачування частинками виникає потік когерентних фотонів, які проникають через частково прозоре дзеркало D_2 і формують лазерний промінь.

М.Г. ВАСОВ (1922–2001)

Російський фізик, один із основоположників квантової електроніки. Відкрив принцип генерації та підсилення випромінювання квантовими генераторами. Лауреат Нобелівської премії з фізики 1964 року.



О.М. ПРОХОРОВ (1916–2002)

Російський фізик, один із засновників квантової електроніки. Відкрив принцип генерації та підсилення випромінювання квантовими генераторами. Лауреат Нобелівської премії з фізики 1964 року.

Таким чином, для реалізації дії лазера слід виконати такі умови: 1 – забезпечити інверсію заселеності; 2 – збуджений стан системи має бути *метастабільним*, час життя якого значно більший порівняно зі звичайними короткочасними збудженими станами; саме через це стимульоване випромінювання переважатиме спонтанне випромінювання; 3 – фотони, що випромінюються, повинні бути обмеженими достатньо довгою системою двох дзеркал (оптичним резонатором) для реалізації процесу стимулювання цими фотонами інших збуджених атомів.

26.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Лазерному випромінюванню притаманні такі характеристики:

- *Інтенсивність випромінювання* – повний потік енергії випромінювання, який проходить за одиницю часу через одиничну площу у напрямку нормалі до неї і розрахований на одиницю тілесного кута. Висока інтенсивність лазерного випромінювання пов'язана зі здатністю лазера концентрувати світлову енергію у просторі. Так, інтервал інтенсивності сучасних потужних лазерів становить 10^6 – 10^{10} Вт/см².

- *Монохроматичність* – здатність лазера випромінювати на одній певній і постійній частоті. Ширина лазерної лінії може становити 0,1–1 нм; отже монохроматичність становитиме $\Delta\nu/\nu = 10^{-12}$ – 10^{-13} .

• *Когерентність* – узгоджене протікання у часі та просторі декількох коливальних або хвильових процесів, яке проявляється у процесі накладання. З когерентністю пов'язана висока направленість лазерного випромінювання. Ця властивість лазерного випромінювання пояснюється тим, що у формуванні променя беруть участь лише ті фотони, які рухаються вздовж осі лазера. Спрямованість лазерного випромінювання характеризується поширенням його у межах тісного кута – кута розбіжності.

• *Розбіжність лазерного випромінювання.* Лазерний промінь характеризується гаусовим розподілом профілю інтенсивності у поперечному перерізі. Радіус променя ω визначається як відстань у поперечному напрямку від осі променя до точки, в якій інтенсивність зменшується в $1/e^2$ величин, яку вона має на осі (рис. 26.6). Розмір поперечника променя $\omega(z)$ на відстані z від найбільш вузького поперечника променя визначається за виразом:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (\lambda z / \pi \omega_0^2)^2}, \quad (26.2)$$

де ω_0 – радіус найвузьчої частини променя; λ – довжина хвилі.

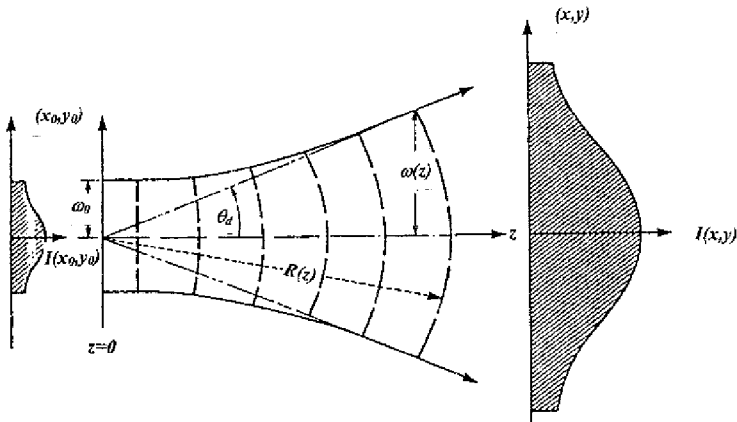


Рис. 26.6. Гаусовий розподіл профілю інтенсивності в поперечному перерізі лазерного променя: радіус променя ω визначається як відстань у поперечному напрямку від осі променя до точки, в якій інтенсивність зменшується в $1/e^2$ величин, яку вона мала на осі

Промінь розходить з відстанню; кут θ розбіжності променя визначається за виразом:

$$\theta = \omega(z)/z = \lambda / \pi \omega_0. \quad (26.3)$$

Для газових лазерів $\theta \approx 10'$; для твердотільних – $\theta \approx 10' - 40'$; для напівпровідникових – $\theta \approx 30''$.

Приклад

Розрахувати діаметр неколімованого лазерного променя діаметром 1 мм на поверхні перистих хмар, висота яких становить 10 км, якщо розбіжність лазерного променя дорівнює 10^{-3} радіан.

Розв'язок

Підставляємо у рівняння (26.2) числові дані:

$$\begin{aligned}\omega(z) &= \omega_0 \sqrt{1 + (\lambda z / \pi \omega_0^2)^2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} [(1 + (633 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 10^4 \text{ м}) / (3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2))]^{1/2} = \\ &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} [1 + 6,33 \cdot 10^{-3} / 78,5 \cdot 10^{-8}]^{1/2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 90 = 450 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,45 \text{ м}.\end{aligned}$$

Контрольне завдання

Розбіжність лазерного випромінювання може бути значно зменшена за допомогою *коліматора*, який являє собою дві послідовно розміщені лінзи з фокусними відстанями f_1 і f_2 , причому фокуси обох лінз знаходяться в одній точці. Діаметр колімованого променя визначається за виразом: $D_q = (f_2 / f_1) D_i$, де D_0 – діаметр неколімованого променя. Основним наслідком колімування лазерного променя є зменшення розбіжності до рівня $\theta_0 = (f_1 / f_2) \theta_i = (D_1 / D_2) \theta_i$.

Розрахувати діаметр неколімованого лазерного променя діаметром 1 мм на поверхні Місяця (відстань до якого від Землі становить $L = 384400$ км). Розбіжність лазерного променя дорівнює 10^{-3} радіан.

Імпульсний режим роботи. Лазери останніх поколінь здатні генерувати ультракороткі імпульси, тривалість яких досягає сотень фемтосекунд (1 фемтосекунда дорівнює 10^{-15} с). За допомогою таких приладів можна досліджувати короткотривалі процеси.

Плавне перестроювання частоти. Деякі типи лазерів мають можливість плавно перестроювати частоту в широкому спектральному діапазоні. Серед лазерів, частота яких плавно перестроюється, слід відзначити лазери із перевертанням спіну, параметричний генератор світла, хвильоводний лазер високого тиску, лазери на барвниках, напівпровідникові лазери, ексимерні лазери. Розробка лазерів з частотою, яка перестроюється, та розширення діапазону частот, який перекривається лазерами, є одним з найважливіших завдань сучасної спектроскопії.

Характеристики основних типів лазерів наведено у табл. 26.1.

26.1 – Основні типи лазерів

Тип лазера	Довжина хвилі	Активне середовище	Потужність
He:Cd	325,0 нм; 442,0 нм	Газовий	50–150 мВт
Ar	488,0 нм; 514,5 нм	Газовий	20 Вт
Kr	413,1 нм; 530,9 нм; 647,1 нм	Газовий	5 Вт
Лазери на барвниках	400–1000 нм	Рідкі барвники	2 Вт
He:Ne	632,8 нм	Газовий	50 мВт
GaAlAs	750–900 нм	Напівпровідниковий	100 мВт
Nd:YAG	1,06 мкм	Твердотільний	600 Вт
HF	2,6–3,0 мкм	Хімічний	150 Вт
CO ₂	10,6 мкм	Газовий	100 Вт

26.3. ФОКУСУВАННЯ ЛАЗЕРНОГО ВІПРОМІНЮВАННЯ

Процедура фокусування лазерного випромінювання застосовується під час мікрооперацій на клітинному рівні. Якщо пропустити лазерний промінь через лінзу діаметром D і з фокусною відстанню f , то діаметр сфокусованого променя буде дорівнювати $2\omega_0$. Співвідношення між діаметром 2ω несфокусованого та діаметром $2\omega_0$ сфокусованого лазерних променів має вигляд:

$$2\omega = D = (2/\pi)(\lambda f / \omega_0). \quad (26.4)$$

Звідси

$$\omega_0 = \lambda f / (\pi \omega) = (2/\pi)(\lambda f / D). \quad (26.5)$$

З теорії дифракції відомо, що інтенсивність у центрі фокальної плями дорівнює:

$$I_0 = P \left(\frac{\pi D^2}{4 \lambda^2 f^2} \right) \sim \left(\frac{D}{\lambda f} \right)^2 P, \quad (26.6)$$

де P – потужність лазерного випромінювання.

Сфокусоване лазерне випромінювання може використовуватися для селективної дії на окремі органи рослини клітини, розміри яких одного порядку з довжиною світлової хвилі.

Приклад

Оцінити інтенсивність випромінювання гелій-неонового лазера ($\lambda = 632,8$ нм; $P = 1$ мВт), яка утворюється на сітківці (фокусна відстань $f = 22,4$ мм) під час фокусування цього випромінювання кристаликом ока. Порівняти одержану інтенсивність з інтенсивністю сонячного випромінювання, яка дорівнює $7 \cdot 10^3$ Вт·м⁻².

Розв'язок

Якщо допустити для ока типові значення $D = 1$ мм, $f = 1,5$ см, то на основі виразу (26.5) можна отримати:

$$I = \left(\frac{10^{-3} \text{ м}}{632,8 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} \right)^2 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} = 10^7 \text{ Вт/м}^2.$$

26.4. ЗАСТОСУВАННЯ ЛАЗЕРІВ

26.4.1. Застосування лазерів у медцині

Звичайне оптичне випромінювання (Сонця або лампи) складається з багатьох світлових хвиль, що поширюються у різних напрямках без будь-яких фазових співвідношень між окремими хвилями. Лазерне випромінювання характеризується такими властивостями як висока інтенсивність, монохроматичність і когерентність, які обумовлюють високу просторову направленість лазерного випромінювання.

нювання. Саме через це лазерний промінь має значно більшу густину фотонів, ніж монохроматичний та сколімований промінь звичайної лампи.

Залежно від характеристик кожний лазер знаходить застосування в тій чи іншій галузі медицини. Так, Nd:YAG-лазер відзначається глибоким проникненням випромінювання в тканину і застосовується для нагрівання, коагуляції тканини, руйнівної дії на злоякісні пухлини. Аргонний лазер знайшов своє застосування в офтальмології, оскільки довжина хвилі його випромінювання знаходиться в синьо-зеленій області спектра, добре пропускається і фокусується оком і використовується для дії на сітківку. Довжина хвилі випромінювання напівпровідникового AlGaAs-лазера знаходиться в області “терапевтичного вікна” і саме через це цей лазер використовують для неінвазивного моніторингу глюкози в крові у хворих на діабет. Висока потужність та здатність генерувати інфрачервоне випромінювання обумовило широке застосування CO₂-лазера в хірургії. Лазери на барвниках та вільних електронах здатні плавно перестроювати частоту генерації в широких межах, що суттєво з точки зору спектроскопічних досліджень. Ультрафіолетове випромінювання ексимерних лазерів здатне руйнувати молекулярні зв'язки і саме через це знайшло своє застосування в офтальмологічних операціях.

26.4.2. Лазерна діагностика

Лазерна флуоресцентна спектроскопія ґрунтується на опроміненні речовини, що досліджують, збудженні молекули цієї речовини та перевипромінюванні світла у вигляді флуоресценції – оптичного випромінювання з більшою довжиною хвилі. Аналіз характеру спектрів флуоресценції та часової поведінки випромінювання флуоресценції надає корисну інформацію щодо стану біомедичних об'єктів. Прикладами застосування лазерних флуоресцентних методів у медицині є діагностика злоякісних пухлин на ранніх стадіях, виявлення кров'яних бляшок, визначення концентрації глюкози в крові у хворих на діабет.

Оптико-акустична спектроскопія біомедичних об'єктів ґрунтується на опроміненні об'єкта амплітудно-модульованим світлом, внаслідок чого відбуваються періодичні зміни тиску навколишнього повітря. Ці зміни тиску як акустичні сигнали реєструються чутливим мікрофоном. Перевагою методу є можливість аналізувати непрозорі та дисперсні середовища.

Комбінаційна спектроскопія біомедичних об'єктів передбачає непружне розсіювання світла, за рахунок якого відбувається зміна

напрямку і частоти випромінювання. Комбінаційне розсіювання надає інформацію щодо структури і конформаційних змін біомолекул, стосунків цих молекул з навколишнім середовищем, кінетичні різноманітні процесів. У медичній метод лазерної комбінаційної спектроскопії застосовується в офтальмології з метою ранньої діагностики катаракти кролів, аналізу *in vivo* процесу розвитку захворювання та вивчення впливу різних медпрепаратів. Техніка комбінаційної спектроскопії може бути застосована для визначення атеросклеротичних бляшок.

Лазерна спектроскопія квазіпружного розсіювання використовує реєстрацію часових змін (динаміки) амплітуди і фази (частоти) розсіяного випромінювання. Цей метод дає можливість оцінювати динамічні характеристики біологічних мікрооб'єктів, а саме: коефіцієнти дифузії, швидкості руху, параметри внутрішньоклітинної рухомості. В біологічних дослідженнях спектроскопія квазіпружного дослідження використовується для електрофоретичного світлорозсіювання, вимірювань швидкісних характеристик потоків крові (лазерної доплерівської анемометрії) навіть у судинах сітківки, для вимірювання рухливості спермій самців з метою оцінки їх якості.

Лазерна інтерферометрія дає можливість направляти в око два лазерних когерентних пучків так, щоб вони перекривалися на сітківці, внаслідок чого на ній утворюється інтерференційна картина у вигляді світлових смуг. Аналіз цієї картини дозволяє визначити ретинальну гостроту зору навіть за наявності катаракти, вимірювати товщину рогової оболонки під час операції кератомії.

Оптична когерентна томографія ґрунтується на побудові зображень поперечних перерізів внутрішньоочних структур. Метод характеризується високою роздільною здатністю і неруйнівною дією.

Голографічні методи діагностики широко застосовуються в офтальмології для отримання тривимірних зображень ока в цілому і окремих його частин, а також для дослідження внутрішніх структур ока з високим ступенем розділення. Високі можливості голографічних методів підтвержені також в ортопедії, радіології, урології.

Лазерний мікроаналіз відбувається під час взаємодії потужного лазерного випромінювання з біомедичними об'єктами, що супроводжується випаровуванням малих кількостей матеріалу, які аналізуються спектроскопічно. Метод перспективний для кількісного визначення хімічних елементів, металів, токсикантів і забруднювачів, для порівняльного дослідження нормальних і ракових клітин, для вивчення процесів дифузії арматурних металів у кістках.

26.4.3. Лазерна терапія

Лазерна фототерапія. Для лікування патологічних станів і стимуляції життєвих процесів в медицині і ветеринарній практиці застосовуються низькоенергетичні (гелій-неонові) лазери, які випромінюють монохроматичне когерентне поляризоване світло з довжиною хвилі 632,8 нм за інтенсивності від 2-х до 25 мВт/см². Вважається доведеним, що червоне лазерне світло невеликої потужності діє на організм в цілому і окремі органи і системи стимулює, оскільки їх частоти дуже близькі до частот тих життєвих процесів, які перебігають у тканинах організму, особливо в нервовій системі: під дією лазерного світла посилюється енергетичний потенціал, метаболізм у тканинах, змінюється тонус судин, оптимізується клітинний поділ і диференціювання клітин, активізуються захисні механізми, регенеративно-відновлювальні процеси, ферментативні та імунологічні системи, різко підвищується резистентність організму захворюванням.

Автори цих досліджень часто посилаються на особливу роль когерентності лазерного випромінювання, хоча цей аргумент не є переконливим, оскільки швидкість збудження молекул низькоінтенсивним світлом на декілька порядків (у 10^{10} – 10^{14} разів) менша швидкості втрати когерентності збудження молекулами у конденсованій фазі за нормальної температури. Можливості застосування низькоенергетичного лазерного випромінювання у ветеринарній практиці треба обов'язково розглядати з точки зору когерентної взаємодії лазерного випромінювання з біологічним об'єктом; така когерентна взаємодія відбувається тільки за високих (близько $2 \cdot 10^{11}$ Вт/см²) інтенсивностей лазерного випромінювання.

Лазерна фотохемотерапія. В основі цієї медичної технології лежить взаємодія лазерного випромінювання з хімічними сполуками – *фотосенсибілізаторами*, які селективно поглинаються злоякісними пухлинами. Внаслідок цієї взаємодії пухлина спроможна флуоресціювати (що використовується для діагностики пухлин на ранніх стадіях) або руйнуватися (в чому полягає суть лазерної фотохемотерапії). За 48–72 години в організм вводять шляхом ін'єкції фотосенсибілізатор (наприклад, гематопорфіринові похідні), який вибірково концентрується в злоякісній пухлині. Далі через світловід освітлюють пухлину; активованій лазерним випромінюванням сенсибілізатор флуоресціює. Випромінювання флуоресценції надходить крізь другий світловід на оптичну систему, що складається з лінз, фільтра та інтенсифікатора зображення, яке аналізується або візуально, або за допомогою фотоприймача і системи реєстрації.

Лазерна акупунктура пов'язана зі здатністю лазерного випромінювання проникати крізь тканину, що використовується для індикації біологічно активних точок на поверхні тіла тварини (рис. 26.7). Перевагою лазерної акупунктури є нерушність, асептичність, безболісність, швидкодія.

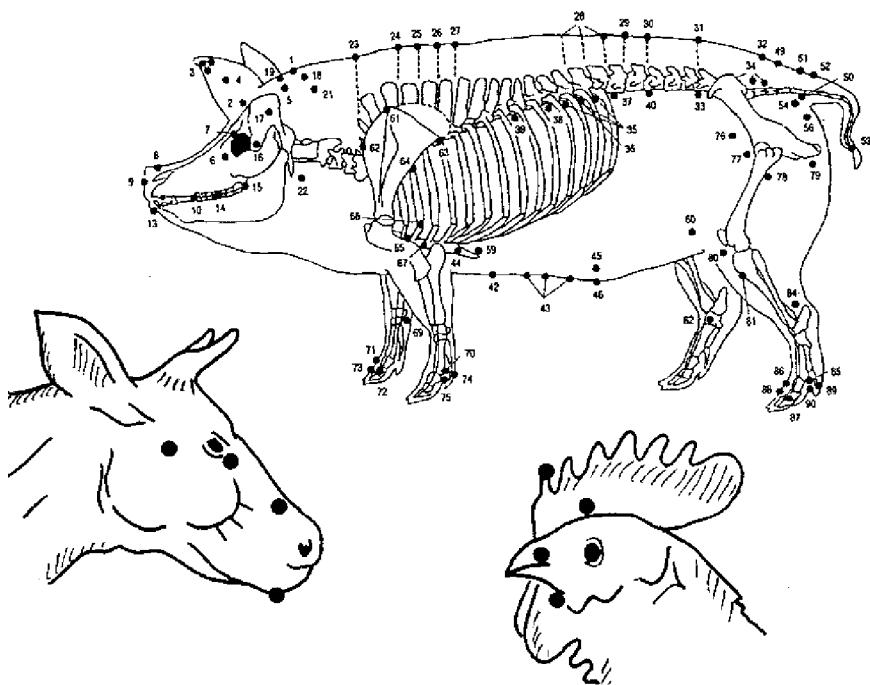


Рис. 26.7. Типові картинні застосування лазерної акупунктури тварин

26.4.4. Лазерна хірургія

Лазерна хірургія ґрунтується на поглиннанні лазерного випромінювання тканиною, її нагріванні та руйнуванні за рахунок фотохімічних, теплових або гідродинамічних процесів. Залежно від інтенсивності лазерного випромінювання та тривалості опромінювання можна досягнути різноманітних ефектів – денатурації або інактивзації білків та ферментів через конвекцію теплоты і теплопровідність тканини, гіпертермії, коагуляції, зварювання, вилучення або руйнування тканин. У ветеринарній хірургії використовують CO₂-лазери, Nd-YAG-лазери, рубінові й аргонові лазери. Схему можливого лазерного скальпеля зображено на рис. 26.8. Такі лазерні інструменти використовують під час лазерної кератотомії – хірургічних надрізів та розтнів рогової оболонки, лікування глаукоми – захворювання

очей, пов'язане з підвищенням внутрішньоочного тиску, та катаракти – помутніння кришталика. Перевагою лазерної хірургії є зменшення тривалості операції, стерильність лазерного променя, менша кількість некротичних перетворень тканин і гематом. Яскравим прикладом можливого застосування лазера в зооінженерній практиці є кастрація самців сільськогосподарських тварин та ампутація крил у домашньої птиці з метою підвищення продуктивності та несучості.

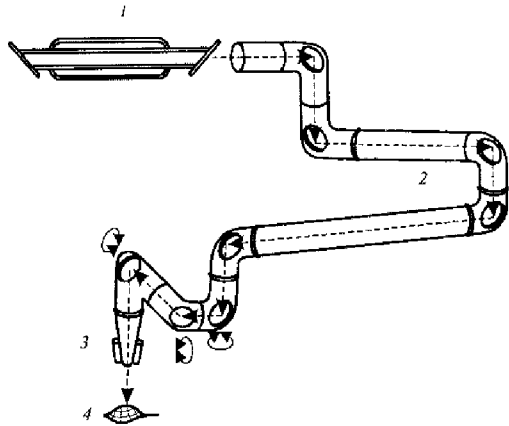


Рис. 26.8. Хірургічна система на основі CO_2 -лазера: 1 – лазер; 2 – маніпулятор променя; 3 – система освітлення; 4 – об'єкт

26.4.5. Лазерні системи у дистанційному зондуванні навколишнього середовища

Дистанційне зондування на основі лазерів полягає в опроміюванні об'єктів навколишнього середовища та реєстрації відбитого від об'єкта або розсіяного від нього лазерного випромінювання. Прилад для дистанційного зондування компонентів біосфери називається ЛІДАРом (від англійської фрази **L**ight **D**etection **A**nd **R**anging).

Лазерні системи використовуються для дистанційного зондування атмосфери, зокрема визначення висоти хмар, дослідження структури і властивостей хмар, вимірювання параметрів вітру, вимірювання вологості і температури повітря, оцінки опадів.

Лазерні системи, що встановлені на борту авіаносія чи супутника, спроможні проводити топографічні вимірювання на земній поверхні, оцінювати рослинні покриви, водяні потоки, ерозійні процеси.

Лідари застосовують для оцінки в атмосфері частинок попелу з підприємств, які використовують вугілля; сполук кальцію і ртуті з плавильних та металургійних заводів, флуоридів, які супроводжують виробництво алюмінію або фосфору; частинок сульфатів, хлоридів, ванадію, миш'яку, оксидів і сульфідів різноманітних елементів; наявності та кількісної оцінки атмосферних аерозолів та молекул; вимірювання температури поверхні водойм.

26.4.6. Лазери у керованому термоядерному синтезі

Для здійснення реакцій керованого термоядерного синтезу необхідно наблизити ядра, що реагують, на дуже малі відстані. Щоб подолати електростатичний бар'єр, зумовлений взаємним відштовхуванням ядер як однаково заряджених частинок, необхідно забезпечити достатньо високу (близько 10 кеВ) енергію, що відповідає температурі близько 10^6 К.

Така ситуація реалізується за допомогою фокусування променів значної (близько 190) кількості лазерів на сферичну капсулу діаметром кілька міліметрів, заповнену паливом – дейтерієм та тритієм (рис. 26.9). Цей процес супроводжується випаровуванням та іонізацією

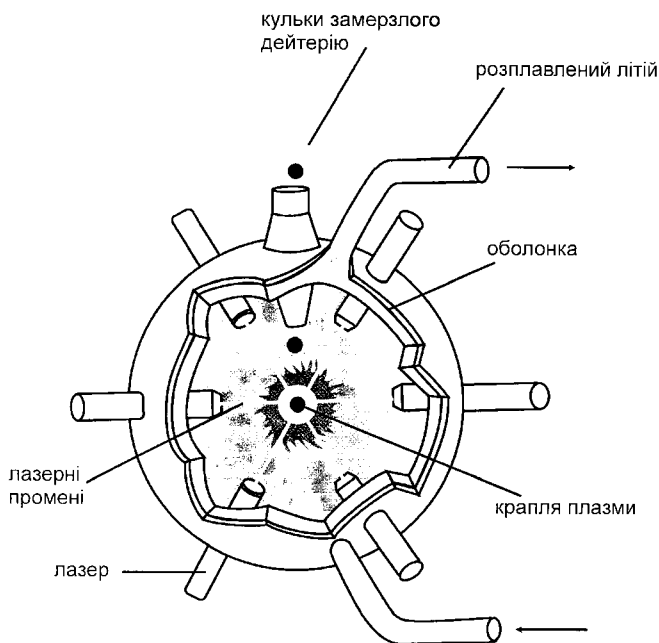


Рис. 26.9. Схема застосування лазерів у керованому термоядерному синтезі

зовнішнього шару палива та виникненням плазми. Внаслідок розширення плазми паливо стискується, що викликає нагрівання його внутрішніх шарів.

27. ОСНОВИ СПЕКТРОСКОПІЇ

27.1. СПЕКТРИ АТОМІВ І МОЛЕКУЛ

27.1.1. Спектри атомів

Звичайно атоми проявляють тенденцію залишатися в основному стані E_0 з мінімальною енергією. Перехід з основного рівня E_0 на збуджений рівень E_1 відповідає поглинанню кванта світла $h\nu$ (рис. 27.1, *a*); при переході з рівня E_1 на рівень E_0 має місце випромінювання кванта світла $h\nu$ (рис. 27.1, *б*). Переходи супроводжуються різкою зміною поглинання (або випромінювання) під час змін частоти оптичного випромінювання (рис. 27.1, *в*) або довжини хвилі (рис. 27.1, *г*), тобто характеризуються появою вузьких спектральних ліній поглинання (або випромінювання).

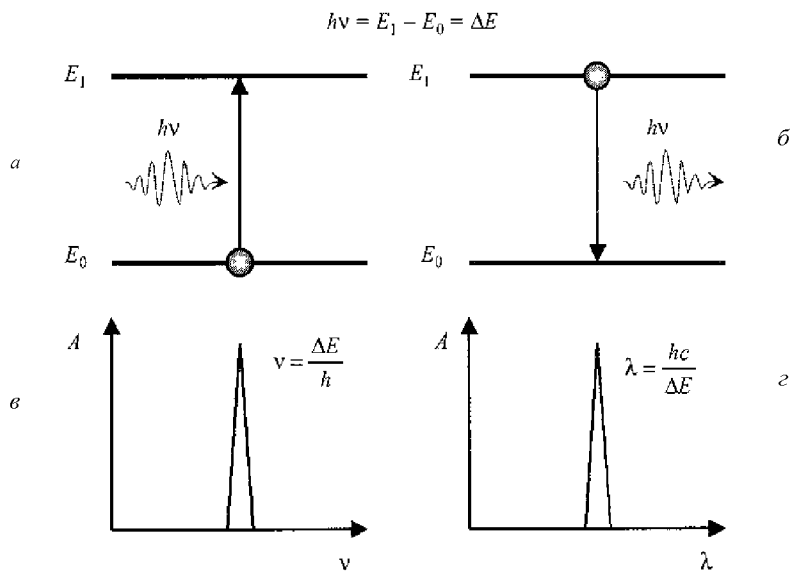


Рис. 27. 1. Спектральні властивості атома: *a* – поглинання атомом кванта світла; *б* – випромінювання атомом кванта світла; *в* – спектральна лінія поглинання (або випромінювання); *г* – те саме, в масштабі довжин хвиль

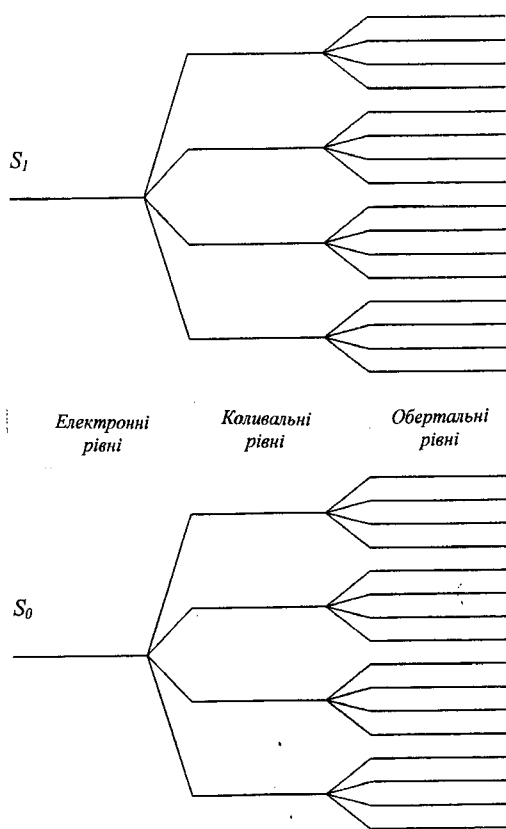
27.1.2. Спектри молекул

Спектри молекул характеризуються дещо складнішою структурою, ніж спектри атомів. Це пов'язано, насамперед, з участю моле-

кули як динамічної системи (що складається з атомів), у трьох видах рухів: *електронному* (рух електронів навколо ядер), *коливальному* (коливання ядер навколо положень рівноваги) та *обертальному* (обертання молекул як цілого у просторі). Таким чином, енергія молекули може бути представлена як:

$$E = E_{ел} + E_{кол} + E_{об}. \quad (27.1)$$

Відповідно до постулатів Бора, молекула може знаходитися в певних енергетичних станах. Повна енергія E молекули має дискретні значення, які характеризуються набором електронних, коливальних та обертальних рівнів. Переходи із цих рівнів супроводжуються утворенням електронно-коливально-обертальних спектрів. Причому



суто електронні спектри розміщені в ультрафіолетовій та видимій ділянках спектра, коливальні – в інфрачервоній, обертальні – в далекій інфрачервоній та надвисокочастотній ділянках спектра. Енергетична діаграма молекули показана на рис. 27.2. Природно, що її спектр молекул мають складніший характер, що пов'язаний з набором окремих спектральних ліній, які перекриваються. Саме тому спектр поглинання молекул характеризуються широкими смугами (рис. 27.3). Щодо процесів випромінювання, слід зазначити, що після поглинання кванта світла та переходу молекули у збуджений стан вона бере участь у переходах між підрівнями (рис. 27.4). Через це пік поглинання завжди розміщений у ділянці більш високих частот (або коротких довжин хвиль), ніж пік випромінювання (рис. 27.5).

Рис. 27.2. Енергетична діаграма молекули

нання завжди розміщений у ділянці більш високих частот (або коротких довжин хвиль), ніж пік випромінювання (рис. 27.5).

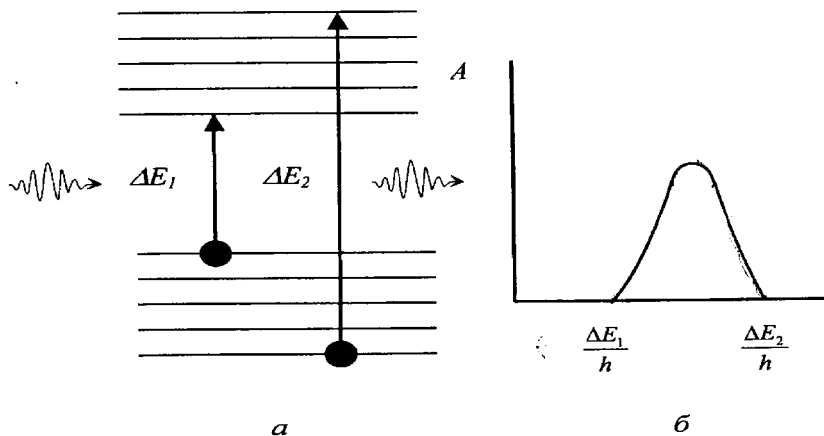


Рис. 27.3. Енергетичні рівні молекули (а) та смуга поглинання (б)

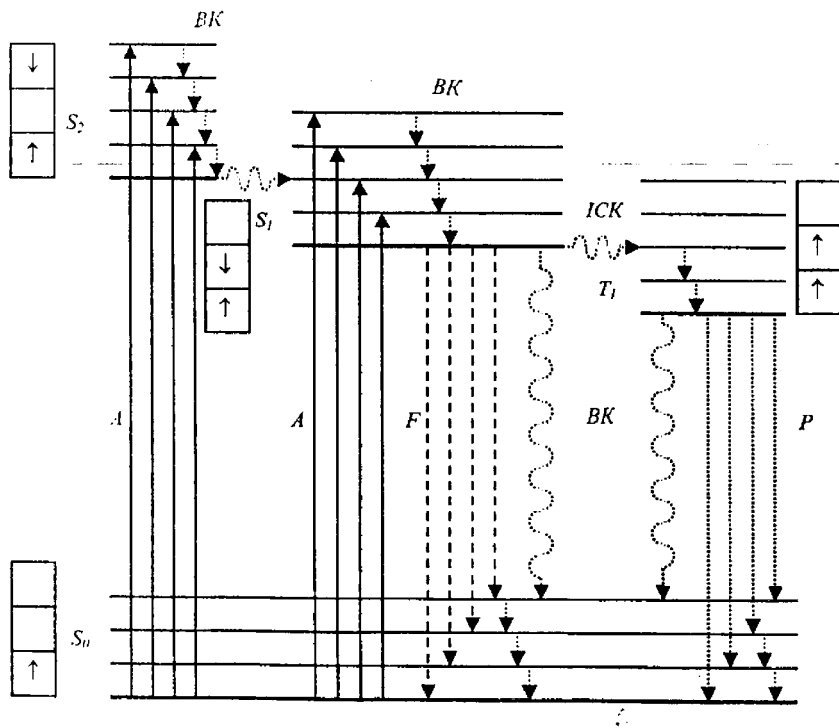


Рис. 27.4. Схема енергетичних рівнів та можливих переходів між ними. S_0 – основний рівень; S_1 , S_2 – синглетні рівні; T_1 – триплетні рівні; KP – кативальна релаксація; ICK – інтерсистемна релаксація; BK – внутрішня конверсія; A – поглинання; F – флуоресценція; P – фосфоресценція

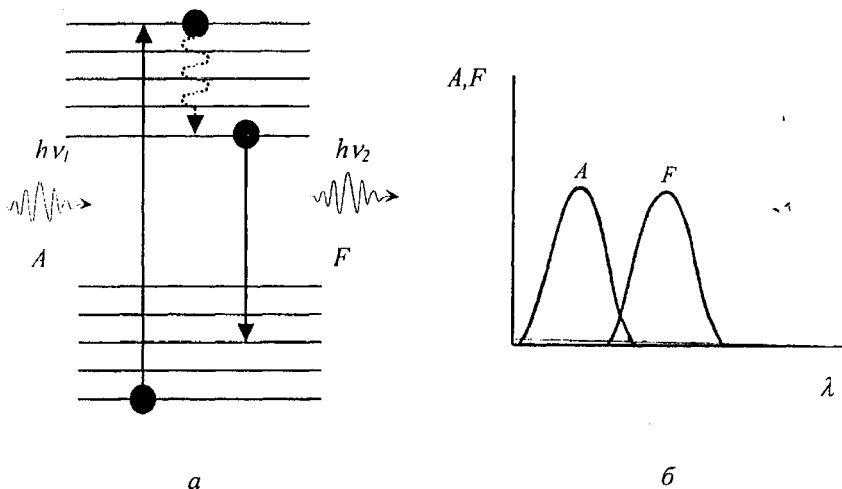


Рис. 27.5. Спектральні властивості молекул: *a* – іоглинання і випромінювання кванта світла молекулою; *б* – смуги поглинання (*A*) та випромінювання (*F*) молекули

27.1.3. Електронні рівні енергії

Кожному електронному стаіу відіовідає певна рівноважна коіфігурація та певні значення енергії E_{el} . Набір електронних рівнів молекули визначається властивостями її електронної оболонки. Слід зауважити, що кожний електрон у молекулі бере участь в орбітальному русі, приймаючи дискретні значення енергії. Важливою характеристикою електрона є *спін* – власний момент кількості руху електрона, який може сумуватися з орбітальним моментом кількості руху або відніматися від нього. Абсолютна величина повного спінового моменту всіх електронів визначається *квантовим числом S*. Хімічно стійкі молекули мають парне число електронів, для яких $S = 0, 1, 2, \dots$. Згідно з *принципом Паулі*, в одному енергетичному стані не може бути більше двох електронів, причому один з них має позитивний, а другий – негативний спін.

Якщо під час збудження електрона його спін не змінюється, такі енергетичні рівні називають *синглетними* (S_1, S_2 тощо). Якщо спін змінюється, рівні називають *триплетними* (T_1, T_2 і т.д.). Таким чином, з урахуванням сумарного спіну збуджених електронів енергетична діаграма буде характеризуватися набором синглетних і триплетних рівнів. Типову енергетичну діаграму хлорофілу наведено на рис. 27.6.

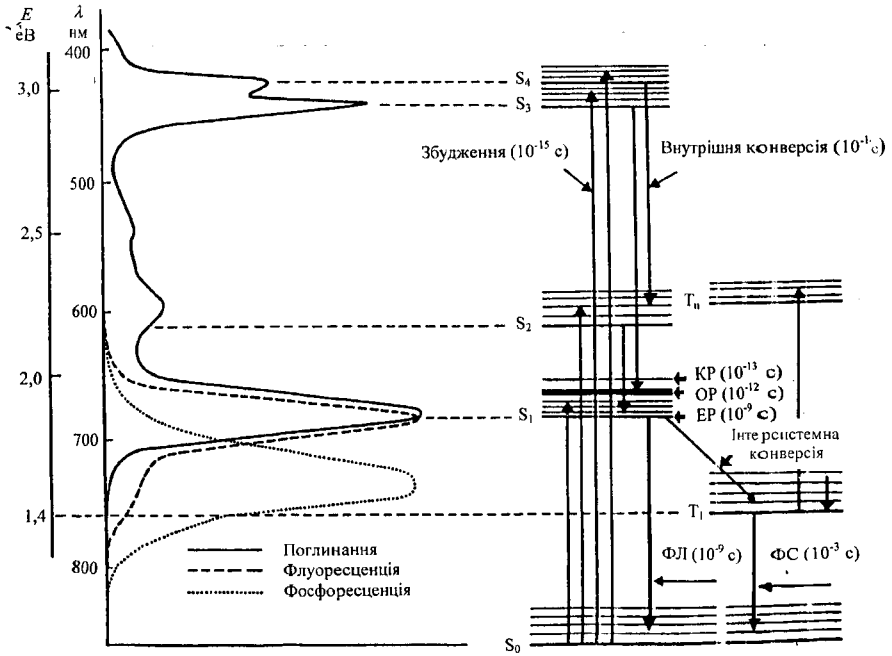


Рис. 27.6. Типова енергетична діаграма хлорофілу

27.1.4. Колівальні рівні енергії

Молекула – це гнучка структура, в якій атоми, що зв’язані між собою, беруть участь у коливаннях відносно положення рівноваги. Розглянемо найпростішу молекулу, що складається з двох атомів, зв’язаних між собою. Таку молекулу можна моделювати двома тілами масами m_1 та m_2 , зв’язаних пружиною, жорсткість якої k . Згідно з класичною механікою частота коливань такої системи визначається за формулою:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \quad (27.2)$$

де μ – приведена маса ($\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$).

Відповідно до квантовомеханічної теорії коливальна енергія молекули квантується. Дозволені коливальні енергії для кожної певної системи можуть бути знайдені розв’язуванням деяких диференціальних рівнянь. Розв’язок цих рівнянь у наближенні лінійного осцилятора має вигляд:

$$E_{\text{кол}} = (V + 1/2)h\nu, \quad (27.3)$$

де $V = 0, 1, 2, \dots$ – коливальне квантове число.

Комбінуючи вирази (27.2) та (27.3), можна одержати:

$$E_{\text{кол}} = (V + 1/2) \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}. \quad (27.4)$$

Квантова теорія визначає правила відбору, згідно з якими дозволені лише такі коливальні переходи, для яких виконується умова $\Delta V = \pm 1$.

З останнього рівняння видно, що різниця між коливальними рівняннями дорівнює:

$$\Delta E_{\text{кол}} = \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} = h\nu. \quad (27.5)$$

Переходи між коливальними рівняннями знаходяться в інфрачервоній області спектра. Саме через поглинання теплового довгохвильового випромінювання Землі, що відбувається між коливальними рівняннями атмосферних газів (CO_2 , H_2O , CH_4), виникає парниковий ефект.

27.1.5. Обертальний рух молекул

Продовжимо обговорення двоатомної молекули (хоча всі наведені міркування можна застосувати для будь-якої багатоатомної молекули). Кінетична енергія обертання (див. розділ 2.9.2) визначається за виразом:

$$E_{\text{об}} = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (27.6)$$

де I – момент інерції молекули; ω – кутова частота.

Момент інерції двоатомної молекули дорівнює:

$$I = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) r^2 = \mu r^2. \quad (27.7)$$

Момент імпульсу $I\omega$ у класичній механіці може приймати будь-які значення, тоді як квантова теорія передбачає квантовані значення, які відповідають рівнянню:

$$I\omega = \sqrt{J(J+1)} \hbar, \quad (27.8)$$

де $J = 0, 1, 2, \dots$ – обертальне квантове число.

Комбінуючи вирази (27.6) та (27.8), можна одержати:

$$E_{\text{об}} = \frac{(\sqrt{J(J+1)}\hbar)^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1). \quad (27.9)$$

Квантова теорія визначає правила відбору, згідно з якими дозволені лише такі обертальні переходи, для яких виконується умова $\Delta J = \pm 1$.

З останнього рівняння видно, що різниця між коливальними рівнями дорівнює:

$$\Delta E_{об} = \frac{\hbar^2 J}{I}. \quad (27.10)$$

Переходи між обертальними рівнями знаходяться в мікрохвильовій області спектра.

27.1.6. Процеси дезактивації

Після збудження молекули через поглинання кванта світла вона бере участь у переході до основного стану внаслідок безвипромінювальних та випромінювальних процесів. До основних безвипромінювальних процесів можна віднести:

1. *Коливальну релаксацію (КР)*, яка триває 10^{-14} – 10^{-12} с і супроводжує перехід молекули в основний коливальний стан електронного збудженого стану з випромінюванням інфрачервоного кванта світла або із перенесенням енергії через зіткнення.

2. *Внутрішню конверсію (ВК)*, яка триває 10^{-12} с та відбувається між електронними станами внаслідок перекривання нижніх коливальних рівнів вищого електронного стану з вищими коливальними рівнями нижнього електронного стану.

3. *Інтерсистемну конверсію (ІСК)*, що має місце, наприклад, між синглетними і триплетними рівнями.

До випромінювальних процесів слід віднести *флуоресценцію F*, яка супроводжує перехід зі збудженого синглетного стану в основний (наприклад, $S_1 \rightarrow S_0$), та *фосфоресценцію P*, якщо існує перехід зі збудженого триплетного стану в основний (наприклад, $T_1 \rightarrow S_0$). Спектри електромагнітного випромінювання в ультрафіолетовій, видимій та інфрачервоній ділянках називають *оптичними*. Оптичний діапазон займає лише частину шкали електромагнітних хвиль. Проте ефекти, які утворюються оптичним випромінюванням на біологічні об'єкти, досить значні. Це можна пояснити наявністю смуг поглинання важливих біологічних молекул – ДНК, білків в ультрафіолетовій ділянці; хлорофілу, каротинів, гемоглобіну, меланінів, родопсину тощо у видимій ділянці спектра.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. У чому полягає дослід Резерфорда?
2. Назвати основні квантові числа, що характеризують енергії дозволених станів атома водню.

3. У чому полягає принцип Паулі?
4. Сформулювати постулати Бора.
5. Пояснити принцип дії лазера.
6. Яке випромінювання називають спонтанним? стимульованим?
7. Що таке інверсія населеності?
8. Як відбувається підсилення світла в активному середовищі лазера?
9. З яких компонентів складається лазер?
10. Назвати основні характеристики лазерного випромінювання.
11. Де застосовуються лазери?
12. З чого складаються спектри молекул?
13. Пояснити енергетичну діаграму молекули.
14. Назвати основні процеси дезактивації збудженої молекули.

28. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

Фізика твердого тіла вивчає фізичні властивості і структуру твердих тіл та розробляє теоретичні уявлення, що пояснюють ці властивості.

Тверде тіло – це агрегатний стан речовини, що відзначається стабільністю форм та характером теплового руху атомів, які здійснюють малі коливання навколо положення рівноваги. Розрізняють кристалічні та аморфні тверді тіла. Кристали характеризуються просторовою періодичністю у розташуванні рівноважних положень атомів, тоді як в аморфних твердих тілах атоми коливаються навколо хаотично розташованих точок.

28.1. ТИПИ ЗВ'ЯЗКІВ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ

Розрізняють тверді тіла з іонним, ковалентним, металевим та іншими типами зв'язку.

28.1.1. Іонні кристали

Багато кристалів (наприклад, $NaCl$, KCl) формують іонні зв'язки, де домінуючою є кулонівська взаємодія між іонами. Наприклад, у кристалі $NaCl$ кожний іон Na^+ має шість сусідніх іонів хлору Cl^- , тоді як кожний іон хлору оточений шістьма іонами натрію. Потенціальна енергія притягання кожного іона натрію шістьма іонами хлору ви-

значається як $-6 \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$, де r – відстань між іонами натрію та хлору.

Крім того, кожний іон натрію оточений дванадцятьма іншими іонами натрію на відстані $\sqrt{2} r$, які характеризуються слабкою відштовхувальною дією на цей іон натрію. Сумарний ефект усіх цих взаємодій описується результируючою потенціальною енергією:

$$U = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (28.1)$$

де α – стала Маделунга ($\alpha = 1,7476$ для $NaCl$).

Якщо атоми тісно згруповані, потенціальна енергія такої системи визначається за формулою:

$$U = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^m}, \quad (28.2)$$

де r – відстань між ядрами; B – стала, m – число.

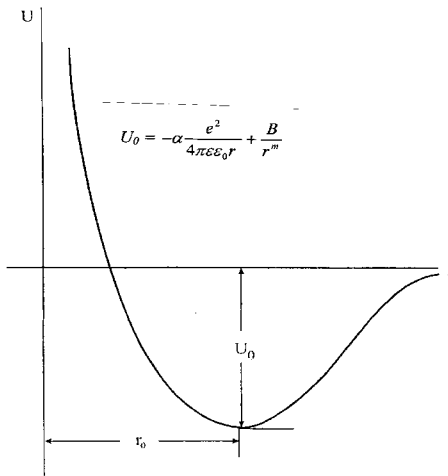


Рис. 28.1. Графік залежності сумарної потенціальної енергії від відстані між іонами (пояснення в тексті)

Залежність сумарної потенціальної енергії від відстані між іонами показано на рис. 28.1. Видно, що сили притягання зрівноважуються силами відштовхування; сумарна потенціальна енергія має мінімальне значення на відстанях r_0 (близько 10^{-8} см).

Іонні кристали стабільні, мають слабку електропровідність, високу температуру випаровування, прозорі у видимій області спектра та поглинають інфрачервоне випромінювання, розчиняються у воді.

28.1.2. Ковалентні кристали

У ковалентних кристалах хімічний зв'язок здійснюється парами електронів, які локалізовані між близько розташованими атомами. Прикладами таких ковалентних кристалів можуть бути кристали алмазу, кремнію, германію тощо. Так, у кристалі алмазу кожний атом ковалентно зв'язаний з чотирма іншими атомами вуглецю. Ковалентні кристали характеризуються високими значеннями енергії зв'язку, твердістю, прозорістю у видимій області спектра, ізолюючими властивостями.

28.1.3. Металеві кристали

У більшості металів енергія зв'язку зумовлюється взаємодією рухливих електронів з іонними ґратками, між якими існують сили притягання. Енергія металевих зв'язків менша енергії іонного та ковалентного зв'язків.

28.2. ЗОННА ТЕОРІЯ

Зонна теорія твердих тіл – це квантова теорія енергетичного спектра електронів у кристалі, згідно з якою дозволені значення енер-

гії електронів у твердому тілі утворюють певні інтервали – так звані *дозволені зони*, які відділяються *забороненими зонами*.

Якщо два будь-яких атоми розташовані достатньо далеко один від одного, вони не взаємодіють. Внаслідок наближення атомів (як це відбувається у кристалі) їхні хвильові функції перекриваються; за достатньо сильної взаємодії електрони всіх атомів стають спільними. У кристалі кожний з атомних рівнів перетворюється у смугу, якщо кількість атомів велика. Якщо тверде тіло містить N атомів, то кожна енергетична смуга складається з N рівнів, або з урахуванням спіну – з $2N$ рівнів.

Можна говорити про *валентну зону*, яка повністю заповнена електронами (за температури $T = 0$ К), та про *зону провідності*, яка або частково заповнена електронами, або вільна від електронів (за температури $T = 0$ К). Область енергій між верхнім рівнем валентної зони та нижнім рівнем зони провідності називається *забороненою зоною*.

Імовірність знайти електрон на певному енергетичному рівні визначається *функцією розподілу Фермі–Дірака*:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}, \quad (28.3)$$

де E_F – енергія Фермі – значення енергії, нижче якої всі стани системи частинок, що підлягають статистиці Фермі–Дірака (так званих *ферміонів*), зайняті за температури $T = 0$ К.

Графік залежності функції $f(E)$ від енергії E наведено на рис. 28.2, *а* для $T = 0$ К та на рис. 28.2, *б* для $T > 0$ К. Видно, що $f(E) = 1$ для $E < E_F$ та $f(E) = 0$ для $E > E_F$, тобто за температури $T = 0$ К всі рівні енергії, що лежать нижче енергії Фермі, зайняті, а ті, що перевищують енергію Фермі, є вакантними. За температури $T > 0$ К та $E = E_F$ функція $f(E) = 1/2$; лише незначна частка рівнів з енергією, що перевищує енергію Фермі, зайнята електронами. Більше того, незначна частка рівнів, енергія яких менша за енергію Фермі, вільна від електронів.

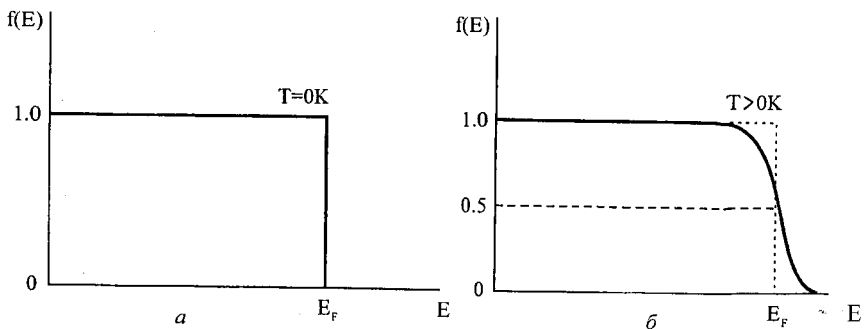


Рис. 28.2. Графік залежності функції розподілу Фермі–Дірака $f(E)$ від енергії E : *а* – для $T = 0$ К; *б* – для $T > 0$ К

Властивості твердих тіл залежать від характеру розташування дозволених та заборонених зон та рівнем заповнення зон електронами (рис. 28.3). Якщо ширина забороненої зони становить $\Delta E = 5-10$ еВ, то таке тверде тіло є *діелектриком*; ширина забороненої зони $\Delta E = 1-2$ еВ притаманна *напівпровідникам*; тверді тіла, в яких валентна зона частково заповнена або валентна зона та зона провідності перекриваються, є *металами*.

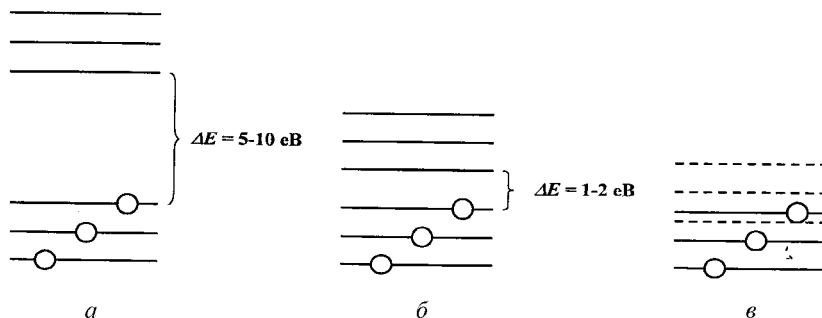


Рис. 28.3. Якщо ширина забороненої зони становить $\Delta E = 5-10$ еВ, то таке тверде тіло є діелектриком (а); ширина забороненої зони $\Delta E = 1-2$ еВ притаманна напівпровідникам (б); тверді тіла, у яких валентна зона частково заповнена або валентна зона та зона провідності перекриваються, є металами (в)



Поль ДІРАК (1902–1984)

Англійський фізик, один із засновників квантової механіки. Розробив квантову статистику Фермі-Дірака, релятивістську теорію руху електрона (рівняння Дірака). Лауреат Нобелівської премії з фізики 1933 року

Енріко ФЕРМІ (1901–1954)

італійський фізик, один із фундаторів ядерної та нейтронної фізики. Розробив квантову статистику Фермі-Дірака. Побудував перший ядерний реактор. Лауреат Нобелівської премії з фізики 1938 року.



28.3. НАПІВПРОВІДНИКИ

Широкий клас речовин, що характеризуються питомим опором у межах 10^{-6} – 10^9 Ом·м, зростанням електропровідності з температурою та шириною забороненої зони 1–2 еВ, називається *напівпровідниками*. Розрізняють елементарні напівпровідники (*Si, Ge, Te, Se*), сполуки типу $A^{III}B^V$, де A^{III} – елемент III групи, B^V – елемент V групи (*GaAs, InSb, InAs, InP*), сполуки типу $A^{II}B^{VI}$ (*CdS, CdTe, ZnTe, ZnSe, ZnOб, HgTe*), а також сполуки елементів VI групи з перехідними металами та рідкоземельними елементами, в яких внутрішня оболонка атомів заповнена частково (*NiS, Fe₃O₄* та ін.).

За низьких температур напівпровідники зовсім не мають електропровідності та не відрізняються від діелектриків. З підвищенням температури збільшується тепловий рух атомів, які здатні передати енергію електрону, внаслідок чого він може перейти з валентної зони до зони провідності. Але на місці електрона залишається *дірка* – вільний носій позитивного заряду. За рахунок електричних полів можливі переходи електронів на інші рівні (*електронна провідність*), або на місце дірки (*діркова провідність*). У цілому, провідність хімічно чистого напівпровідника, що зумовлена власними електронами атомів даної речовини, називається *власною*.

Крім того, є клас напівпровідників, в яких електропровідність зумовлена електронами домішкових атомів (*домішкова провідність*).

Додавання домішок до напівпровідника істотно змінює зонну структуру та електропровідність. Наприклад, якщо додати до напівпровідника з чотиривалентного кремнію домішку – п'ятивалентний атом фосфору, то чотирі електрони беруть участь у ковалентних зв'язках, тоді як п'ятий є вільним (рис. 28.4,*а*). Це призводить до появи в зонній структурі кремнію нового рівня, розташованого поруч ($\Delta E_0 = 0,05$ еВ) із зоною провідності (рис. 28.4, *б*). Така домішка називається *донором*, а провідність належить до *n*-типу.

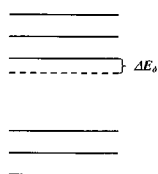
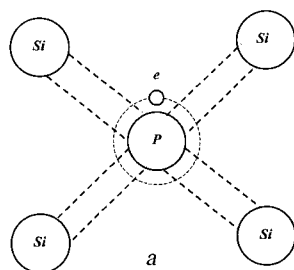
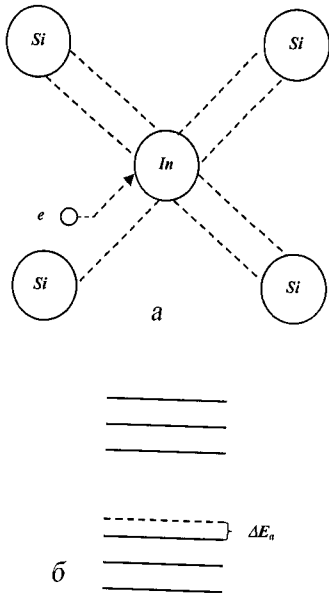


Рис. 28.4. Якщо додати у напівпровідник із чотиривалентного кремнію домішку – п'ятивалентний атом фосфору, то чотири електрони беруть участь у ковалентних зв'язках, тоді як п'ятий є вільним (*а*); це призводить до появи в зонній структурі кремнію нового рівня, розташованого поруч ($\Delta E = 0,05$ еВ) із зоною провідності (*б*). Така домішка називається *донором*, а провідність належить до *n*-типу.



Якщо додати до напівпровідника з чотиривалентного кремнію домішку – тривалентний атом германію, то три електрони індію ковалентно зв'язуються з сусідніми атомами, залишаючи вільне місце для ще одного електрона (рис. 28.5,а). Така ситуація супроводжується появою в зонній структурі кремнію нового рівня (рис. 28.5,б) поблизу валентної зони ($\Delta E_a = 0,05$ eВ). Така домішка називається *акцептором*, а провідність належить до *p*-типу.

Рис. 28.5. Провідність *p*-типу напівпровідника: а – додавання до напівпровідника з чотиривалентного кремнію домішки – тривалентного атома індію; б – поява в зонній структурі кремнію нового рівня, розташованого поруч ($\Delta E_a = 0,05$ eВ) з валентною зоною.

28.4. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ПРИЛАДИ

28.4.1. Терморезистор

Терморезистор (термістор) – напівпровідниковий термометр, принцип дії якого полягає у використанні залежності опору напівпровідника від температури в широких межах:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (28.4)$$

де ΔE – ширина забороненої зони; R_0 – стала, характерна для даного напівпровідника.

28.4.2. Напівпровідниковий діод

Розглянемо контакт двох напівпровідників: *p*-типу та *n*-типу. В *n*-області є висока концентрація електронів, тоді як в *p*-області – висока концентрація дірок. Завдяки дифузії дірки переходять в *n*-область, а електрони – в *p*-область. Завдяки цьому в області контакту утворюється так званий *p-n-перехід*. Якщо прикласти до такого з'єднання зовнішнє електричне поле, то ширина і опір *p-n-переходу* будуть істотно залежати від напрямку поля (рис. 28.6). Тобто такий *p-n-перехід* виконуватиме функції діода – приладу, що характеризується властивістю уніполярності (односпрямованості) електропровідності.

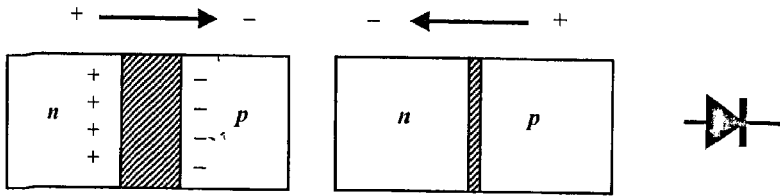


Рис. 28.6. Напівпровідниковий діод – прилад, що характеризується властивістю уніполярності (однострамованості) електропровідності

28.4.3. Напівпровідниковий тріод

Напівпровідниковий тріод (транзистор) складається з вузької n -області, розміщеної між двома p -областями (рис. 28.7). Зовнішні області такого p - n - p -транзистора називаються *емітером* та *колектором*, а середня область – *базою*. Таким чином, у такому з'єднанні є два переходи. За такої схеми лівий p - n -перехід працює у прохідному режимі (ширина переходу та його опір малі), а правий n - p -перехід – у запереному режимі (ширина переходу та його опір великі). За однакових змін струму, що визначається рухливістю носіїв, зміна напруги у колі колектора буде значно більшою зміни напруги у колі емітера, тобто:

$$I_{em}R_{em} \ll I_{kol}R_{kol}, \quad (28.5)$$

або

$$U_{bx} \ll U_{vix}. \quad (28.6)$$

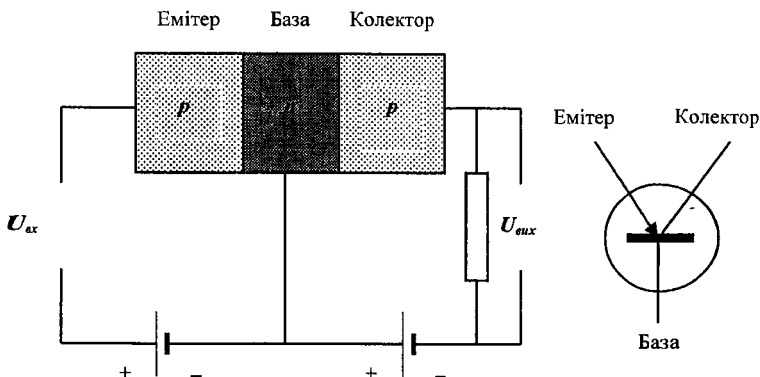


Рис. 28.7. Напівпровідниковий тріод – прилад, що використовується як підсилювач слабких, змінних у часі сигналів

Таким чином, напівпровідниковий тріод може використовуватися як підсилювач слабких, змінних у часі сигналів. Коефіцієнт підсилення $k = U_{vix}/U_{bx}$ може досягати 10^4 .

28.4.4. Напівпровідниковий фотоприймач

Напівпровідниковий прилад, зміна стану якого під впливом потоку оптичного випромінювання використовується для оцінки цього випромінювання, називається *напівпровідниковим фотоприймачем*. В основі приладу лежить реєстрація збільшення електропровідності напівпровідника під дією електромагнітного випромінювання. Фотони світла “виривають” електрони з валентної зони та переносять їх у зону провідності (рис. 28.8). Внаслідок цього збільшується кількість електронів провідності та дірок.

28.4.5. Напівпровідниковий лазер

У напівпровідниковому лазері використовуються випромінювальні переходи між дозволеними енергетичними зонами, а не дискретними рівнями енергії. Завдяки накачуванню відбувається перехід електронів з валентної зони в зону провідності, причому кількість електронів на верхніх рівнях зони провідності більша, ніж на нижніх рівнях валентної зони, тобто здійснюються умови для інверсії заселеності. Генерація когерентного оптичного випромінювання відбувається за рахунок переходу з нижнього рівня зони провідності на верхній рівень валентної зони (рис. 28.9). Перевагами напівпровідникового лазера є його малі розміри, можливість плавного перестроювання частоти генерації, висока інтенсивність випромінювання.

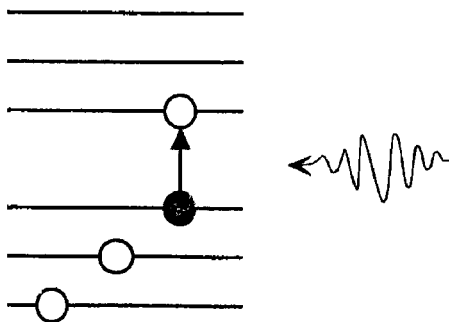


Рис. 28.8. Напівпровідниковий фотоприймач (пояснення в тексті)

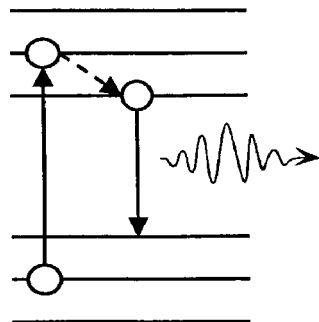


Рис. 28.9. Напівпровідниковий лазер, в якому реалізуються випромінювальні переходи між дозволеними енергетичними зонами, а не дискретними рівнями енергії (пояснення в тексті)

28.4.6. Моделювання фотосинтезу

Зелені листки рослин являють собою природні пристрої, в яких сонячне світло перетворює вуглекислий газ та воду у вуглеводи та

кисень. Завдяки фотосинтетичній активності листя, таким чином, є первинними джерелами енергії на землі.

Прямим є спроба дослідників розробити штучні фотосинтетичні системи (барвникові сонячні комірки) на основі напівпровідників та барвників, що є аналогами хлорофілу. Така комірка, схему якої наведено на рис. 28.10, має сендвічоподібну конструкцію, що складається з напівпровідникового кристалу TiO_2 , моношару барвника, електроліту (гелеподібної речовини, в якій наявні у помітній концентрації іони, здатні переміщуватися та проводити електричний струм) та каталізатора (речовини, яка прискорює реакцію, але не зазнає при цьому істотних змін), розміщених між двома електродами та скляними пластинками. Внаслідок освітлення молекула барвника збуджується і переводить електрон у зону провідності напівпровідника. Барвник відновлюється завдяки електрону, що переноситься за рахунок окиснювально-відновного процесу. Так відбувається високоєфективне перетворення сонячного випромінювання в електричний струм.

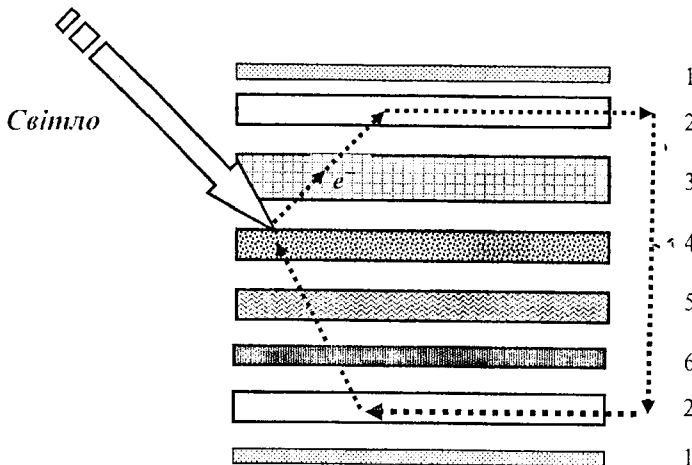


Рис. 28.10. Моделювання фотосинтезу: штучна фотосинтетична система (барвникова сонячна комірка) на основі напівпровідників та барвників, що є аналогами хлорофілу: 1 – скляна пластинка; 2 – провідний прозорий шар; 3 – напівпровідниковий кристал TiO_2 ; 4 – барвник; 5 – електроліт; 6 – каталізатор

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Що вивчає фізика твердого тіла?
2. Що називають твердим тілом?
3. Назвати основні типи зв'язків у твердих тілах.
4. Пояснити суть зонної теорії твердих тіл.

5. Яку зону називають валентною? провідності? забороненою?
6. Пояснити механізми електронної та діркової провідності.
7. Які домішки називають донорами, а які – акцепторами?
8. Назвати основні напівпровідникові прилади.
9. Пояснити принцип дії штучної фотосинтетичної системи.

29. ЯДЕРНА ФІЗИКА

Ядерна фізика – розділ фізики, що вивчає структуру і властивості атомних ядер та їх перетворювання – процеси радіоактивного розпаду та ядерні реакції.

У 1913 р. Е. Резерфорд провів серію дослідів з розсіяння α -частинок, які дали можливість установити, що ядро атома необхідно розглядати як точкову масу та точковий заряд, причому більшість маси атома сконцентрована в ядрі. Крім того, ці досліді продемонстрували наявність нового типу сил – ядерних сил, які діють на відстані близько 10^{-14} м та зникають за більших відстаней.

29.1. ВЛАСТИВОСТІ АТОМНОГО ЯДРА

Всі ядра складаються з двох типів частинки – протонів та нейтронів (за винятком ядра атома водню, яке містить лише один протон). Загальна назва протона та нейтрона – *нуклон*. Маса атомного ядра приблизно в $4 \cdot 10^3$ разів більша маси всіх електронів атома. Розміри ядра дорівнюють 10^{-14} – 10^{-15} м.

Ядро характеризується *масовим числом* A (загальним числом нуклонів), *атомним номером* Z (що дорівнює числу протонів та порядку номеру хімічного елемента в періодичній системі) та *числом нейтронів* $N = A - Z$.

Ядро позначається символом ${}^A_Z X$, де X – символ хімічного елемента. Наприклад, ${}^{56}_{26}Fe$ означає, що масове число заліза дорівнює 56, а атомний номер – 26.

Ядра з однаковими атомними номерами Z , але з різними масовими числами A та числами нейтронів N називаються *ізотопами*. Наприклад, йод ${}^{127}I$ має масове число $A=127$, число протонів $Z=53$ і число нейтронів $N=74$; водночас у природі існують ізотопи йоду ${}^{123}I$, ${}^{125}I$ та ${}^{131}I$, в яких число нейтронів N становить 70, 72 та 78 відповідно. Як приклад наведемо ізотопи вуглецю ${}^{11}_6C$, ${}^{12}_6C$, ${}^{13}_6C$, ${}^{14}_6C$.

Заряд протона дорівнює $e = +1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Нейтрон електрично нейтральний.

Для оцінки маси в ядерній фізиці використовують термін *атомна одиниця маси* (а.о.м.). Одна а.о.м. дорівнює 1/12 маси ізотопу ${}^{12}_6C$, або $1,660559 \cdot 10^{-27}$ кг. Отже, маси протона, нейтрона та електрона дорівнюють:

$$m_n = 1,66726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,007276 \text{ а.о.м.};$$

$$m_p = 1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,008665 \text{ а.о.м.};$$

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 0,0005486 \text{ а.о.м.}$$

Радіус ядра у припущенні його сферичної форми визначається за формулою:

$$r = r_0 A^{1/3}, \quad (29.1)$$

де r_0 – стала, що близька до радіуса дії ядерних сил ($r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ м), A – масове число.

Приклад

Визначити густину атомного ядра.

Розв'язок

Густину ядра (припустимо, що воно має сферичну форму) визначимо як відношення його маси до об'єму: $\rho = Am/V = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3}$.

Використовуючи формулу (29.1), отримуємо:

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = 3(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг})/4\pi(1,2 \cdot 10^{-15} \text{ м})^3 = 2,3 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3.$$

29.2. ЯДЕРНИЙ СПІН ТА МАГНІТНИЙ МОМЕНТ

Ядро, як і електрон, має власний момент імпульсу (ядерний спін) та зв'язаний з ним ядерний магнітний момент. Величина цього моменту визначається за виразом:

$$J = \sqrt{I(I+1)}\hbar, \quad (29.2)$$

де I – спінове квантове число.

Ядерний спін обумовлює дипольний магнітний момент ядра (ядерний магнетон):

$$\mu_{яд} = \frac{e\hbar}{2m_n} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}. \quad (29.3)$$

29.3. ЯДЕРНИЙ МАГНІТНИЙ РЕЗОНАНС

В основі техніки ядерного магнітного резонансу (ЯМР) лежить селективне поглинання електромагнітної енергії речовиною, обумовлене квантовими переходами атомних ядер між енергетичними станами з різними орієнтаціями спіну I (власного моменту імпульсу) атомного ядра. Спостерігається ЯМР, коли на зразок діють взаємно перпендикулярні магнітні поля: інтенсивне B_0 та слабке радіочастотне B_1 (10^6 – 10^7 Гц). Відомо, що ядра всіх елементів мають електричний заряд, який додатний і дорівнює за абсолютною величиною сумі зарядів атомних електронів. Завдяки спіну ядро під час обертання діє як елементарний магніт

(рис. 29.1). Отже, ядро характеризується магнітним моментом, величина якого залежить від природи ядра. Ядра з парним числом протонів і парним числом нейтронів не мають спіну і магнітного моменту; тоді як ядра з парним числом протонів і непарним числом нейтронів мають спін і дипольний магнітний момент μ . Якщо зразок розмістити в інтенсивному однорідному магнітному полі B_0 , всі диполі починають прецесувати навколо напрямку магнітного поля з ларморівською частотою, яка визначається так:

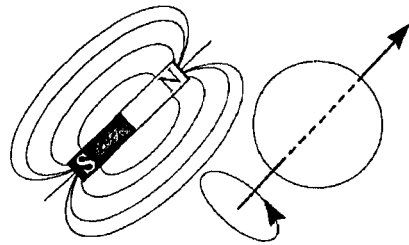


Рис. 29.1. Ядро під час обертання як елементарний магніт

$$\omega_0 = -\gamma_{np} B_0. \quad (29.4)$$

де γ_{np} – гіромагнітне відношення або відношення магнітного моменту ядра до його моменту імпульсу

Визначається гіромагнітне відношення за виразом:

$$\gamma_{np} = \frac{g\mu_B}{\hbar}, \quad (29.5)$$

де g – множник Ланде; $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл – магнетон Бора; \hbar – стала Планка.

Магнітні параметри елементарних частинок наведено у табл. 29.1.

29.1 – Магнітні параметри елементарних частинок

Елементарна частинка	Множник Ланде g	Магнітний момент	Гіромагнітне відношення γ
Електрон	-2,002	$\mu_e = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл	$1,761 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1} \text{ Тл}^{-1} = 28024 \text{ МГц/Тл}$
Протон	5,586	$\mu_{np} = 1,41 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл	$2,675 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \text{ Тл}^{-1} = 42,577 \text{ МГц/Тл}$
Нейтрон	-3,826	$\mu_n = -0,966 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл	$1,832 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \text{ Тл}^{-1} = 29,165 \text{ МГц/Тл}$

Примітка: Той несподіваний факт, що нейтрон, у якого відсутній заряд, має магнітний момент, свідчить про наявність у нейтрона складної внутрішньої структури та існування внутрішніх електричних струмів, що утворюють магнітний момент

Приклад

Визначити ларморівську частоту протона, що знаходиться у магнітному полі 1 Тл.

Розв'язок

Використовуючи формулу (29.4) та дані таблиці 29.1, одержимо:

$$\omega_0 = -\gamma B_0 = 2,675 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \text{ Тл}^{-1} \cdot 1 \text{ Тл} = 42,577 \text{ МГц.}$$

Контрольне завдання

Визначити ларморівську частоту протона, що знаходиться у магнітному полі Землі (50 мкТл).

Відповідь: 2 кГц.

Причому, одна група диполів проявляє сумарну орієнтацію вздовж магнітного поля, тоді як друга – проти поля (рис. 29.2). Слід відзначити, що у стані рівноваги кількість диполів, що орієнтуються вздовж поля, перевищує кількість протилежно орієнтованих диполів. Це можна пояснити тим, що в основному енергетичному стані, коли магнітні диполі орієнтуються вздовж магнітного поля, енергія ядра менша, ніж у збудженому, для якого прнтаманна орієнтація, протилежна магнітному полю.

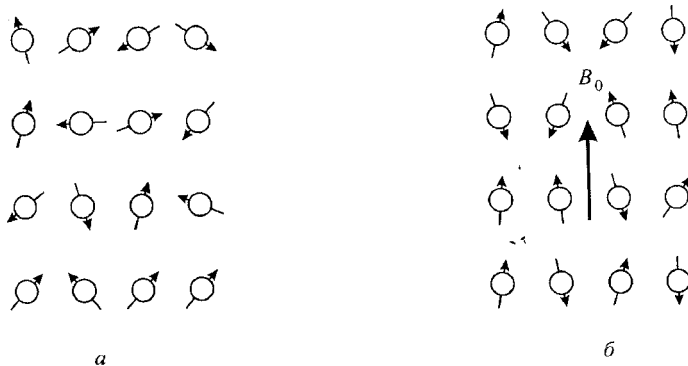


Рис. 29.2. Поведінка магнітних моментів ядер: *а* – акт відсутності зовнішнього магнітного поля; *б* – акт наявності зовнішнього магнітного поля B_0

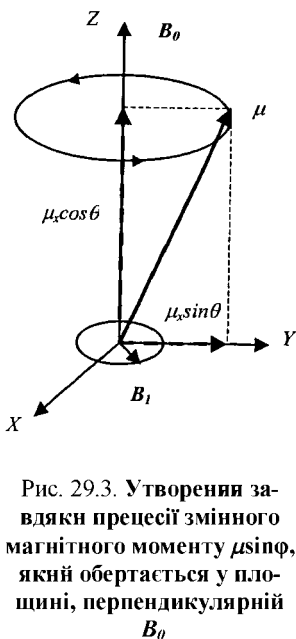


Рис. 29.3. Утворення завдяки прецесії змінного магнітного моменту $\mu \sin \theta$, який обертається у площині, перпендикулярній B_0

Завдяки прецесії утворюється змінний магнітний момент $\mu \sin \theta$ (рис. 29.3), який обертається у площині, перпендикулярній B_0 . Поле B_1 , що обертається у тій же площині з частотою ω , взаємодіє з моментом μ ; ця взаємодія стає помітною, якщо $\omega \sim \omega_0$, а напрямки обертання μ та B_1 однакові. Правила добору визначають лише певну орієнтацію магнітного моменту відносно напрямку магнітного поля B_0 : для спіну I можливі $2I + 1$ дозволених орієнтацій, а саме $I, (I - 1), \dots, -(I - 1), -I$. Так, для ізотопів ^1H та ^{13}C , спін яких $I = 1/2$, дозвалені орієнтації, що відповідають значенням $+1/2$ та $-1/2$. Для ізотопів, спін яких $I = 2$, кількість дозволених енергетичних рівнів становить $2I + 1 = 5$. Різниця енергій ΔE між відповідними рівнями пропорційна магнітній індукції (рис. 29.4):

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0. \quad (29.6)$$

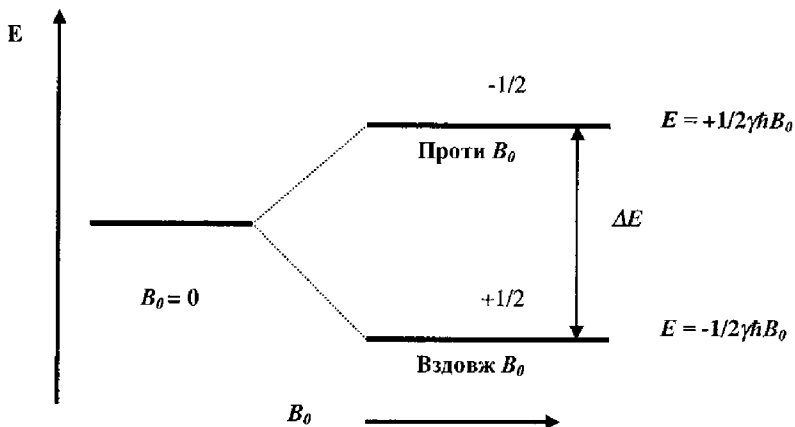


Рис. 29.4. Енергетична діаграма ядерного спіну: різниця енергій ΔE між рівнями пропорційна магнітній індукції

Різниця заселеностей основного та збудженого рівнів визначається за формулою:

$$\frac{N_{зб}}{N_0} = e^{-\Delta E / kT}, \quad (29.7)$$

де $N_{зб}$ та N_0 – заселеності збудженого та основного рівнів відповідно; T – температура.

Схему ЯМР-спектрометра наведено на рис. 29.5. Чутливість, з якою сприймається ЯМР-сигнал, залежить від природи ізоотопу та різниці заселеностей основного та збудженого рівнів. Техніка ЯМР використовується для оцінювання якості сільськогосподарських та харчових продуктів, дослідження розподілу води у ґрунті, рухомості води в рослині та взаємодії клітинної води з мембранами або макромолекулами.

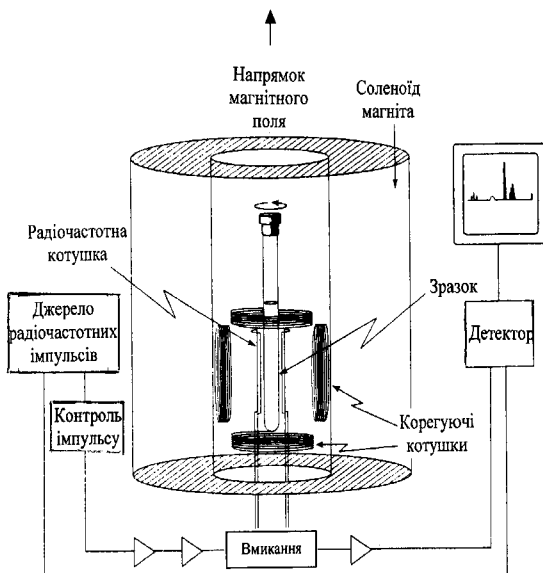


Рис. 29.5. Схеми ЯМР-спектрометра

29.4. ЕНЕРГІЯ ЗВ'ЯЗКУ

Енергія зв'язку дорівнює роботі, яку треба виконати, щоб розділити цю систему на окремі частинки, з яких вона складається, та віддалити їх на таку відстань, де можна знехтувати взаємодією частинок. Для стійких систем енергія зв'язку від'ємна, оскільки утворення зв'язаної системи супроводжується виділенням енергії. Енергія зв'язку тим більша, чим стійкіша система. Для атомного ядра енергія зв'язку визначається сильною взаємодією і, згідно з Ейнштейном, пропорційна дефекту мас Δm :

$$\Delta E = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}], \quad (29.7)$$

де $M_{\text{я}}$ – маса ядра.

Приклад

Визначити енергію зв'язку атома гелію, маса ядра якого дорівнює $M_{\text{я}} = 4,00260$ а.о.м.

Розв'язок

Ядро атома гелію містить два протони масою $m_p = 1,007276$ а.о.м. та два нейтрони масою $m_n = 1,008665$ а.о.м. Отже, маса нуклонів, що утворюють ядро, дорівнює:

$$2m_p + 2m_n = 2(1,007276 \text{ а.о.м.} + 1,008665 \text{ а.о.м.}) = 4,031882 \text{ а.о.м.}$$

Дефект маси атомного ядра дорівнює:

$$\begin{aligned} \Delta m &= (2m_p + 2m_n) - M_{\text{я}} = 4,031882 \text{ а.о.м.} - 4,00260 \text{ а.о.м.} = 0,029282 \text{ а.о.м.} = \\ &= 0,029282 \text{ а.о.м.} \cdot 1,660559 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 4,86 \cdot 10^{-29} \text{ кг.} \end{aligned}$$

Енергія зв'язку ядра гелію дорівнює:

$$\begin{aligned} \Delta E = \Delta mc^2 &= 4,86 \cdot 10^{-29} \text{ кг} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = 43,74 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = \\ &= 43,74 \cdot 10^{-13} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 27,34 \text{ MeV.} \end{aligned}$$

30. ІОНІЗУЮЧЕ ВІПРОМІНЮВАННЯ

30.1. КЛАСИФІКАЦІЯ ІОНІЗУЮЧОГО ВІПРОМІНЮВАННЯ

Іонізуюче випромінювання – це потоки частинок або електромагнітних квантів, взаємодія яких із середовищем зумовлює іонізацію – утворення іонів та вільних електронів з електрично нейтральних атомів і молекул.

Іонізуюче випромінювання має достатньо енергії для вибивання електронів з орбіт, внаслідок чого атом набуває заряд і стає іонізованим. До іонізуючого випромінювання належать: *α-частинки* – ядра гелію ${}^4\text{He}$, що містять 2 протони і 2 нейтрони; *β-частинки* – електрони і позитрони, що викидаються атомними ядрами під час бета-розпаду; *рентгєнівське випромінювання* – електромагнітне випромінювання, що займає спектральну область між γ - та ультрафіолетовим випромінюванням в межах довжин хвиль 10^{-8} – 10^{-10} м; *γ-випромінювання* – короткохвильове електромагнітне випромінювання з довжинами хвиль від 10^{-11} м до 10^{-12} м; *космічні промені* – потік елементарних частинок високої енергії, переважно протонів, що приходять на Землю ізотропно з усіх напрямків космічного простору, а також вторинне випромінювання, яке утворюється внаслідок взаємодії протонів з атомними ядрами повітря.

Значення енергії іонізуючого випромінювання наведено в табл. 30.1.

30.1 – Енергія іонізуючого випромінювання

Тип випромінювання	Частота, Гц	Енергія, кДж·мль ⁻¹
<i>Частинки</i>		
α-частинки		$4,1 \cdot 10^8$
β-частинки		$1,5 \cdot 10^7$
<i>Електромагнітне випромінювання</i>		
Рентгєнівське випромінювання	$3 \cdot 10^{15}$	$1,2 \cdot 10^5$
γ-випромінювання	$3 \cdot 10^{20}$	$1,2 \cdot 10^8$
Космічні промені	$6 \cdot 10^{21}$	$2,4 \cdot 10^9$

30.2. РАДІОАКТИВНІСТЬ

30.2.1. Радіоактивний розпад

1896 р. французький фізик А. Беккерель відкрив явище *радіоактивності* – здатності деяких атомних ядер самовільно (спонтанно) перетворюватися в інші ядра з випромінюванням частинок. До радіоактивного перетворювання належать *α-розпад* (розпад атомних ядер,

що супроводжується випромінюванням α -частинок), всі види β -розпаду (самовільних перетворювань нейтрона в протон і протона в нейтрон усередині атомного ядра) і *спонтанний поділ ядер* (самовільний поділ важких ядер). Радіоактивний розпад часто супроводжується γ -випромінюванням. Розрізняють природну та штучну радіоактивність, між якими нема принципової різниці. Природна радіоактивність відбувається внаслідок бомбардування молекул газу у верхніх шарах атмосфери іонізуючим космічним випромінюванням Сонця та за рахунок присутніх у земній корі радіоактивних елементів (уран, актиній, торій, нептуній). Радіоактивні матеріали, що мають шкідливий характер і розподіляються у навколишньому середовищі, називаються *радіоактивним забрудненням*.

Основними джерелами іонізуючого випромінювання і радіоактивного забруднення біосфери є природна радіоактивність, розробка, добування і збагачування копалин, використання радіоактивної сировини в реакторах, переробка ядерного палива в установках, випробування та експлуатація ядерної зброї, схоронення відпрацьованого палива і радіоактивних відходів.



Антуан Анрі БЕККЕРЕЛЬ (1852–1908)

Французький фізик, який відкрив природну радіоактивність солей урану (1896 р.). Лауреат Нобелівської премії з фізики 1903 року.

30.2.2. Закон радіоактивного розпаду

Самовільний розпад атомних ядер підпорядковується *закону радіоактивного розпаду*: для великої кількості ядер число актів розпаду в одиницю часу (швидкість розпаду пропорційна вихідній кількості ядер N_0):

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (30.1)$$

Це рівняння являє собою диференціальну форму закону радіоактивного розпаду; інтегральна форма цього закону має вигляд:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (30.2)$$

де N_0 – кількість радіоактивних ядер у момент часу $t = 0$; N – кількість ядер в момент часу t ; λ – стала розпаду (с^{-1}).

Швидкість радіоактивного розпаду називають *абсолютною активністю* a :

$$a = -\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (30.3)$$

Одиницею радіоактивності є *беккерель* (*Бк*), який відповідає одному розпаду в секунду ($1\text{Бк} = \text{с}^{-1}$); на практиці використовують *кюри* (*Ki*). 1Ki – це абсолютна активність такого препарату, в якому відбувається $3,7 \cdot 10^{10}$ розпадів у секунду ($1\text{Ki} = 3,7 \cdot 10^{10}\text{Бк}$).

Проміжок часу, за який відбувається розпад половини радіоактивних ядер елемента, називається *періодом піврозпаду* $T_{1/2}$:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda}, \quad (30.4)$$

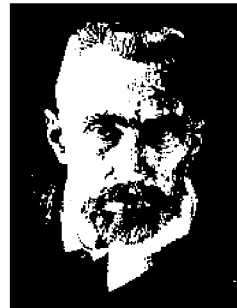
звідки

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (30.5)$$

Наприклад, період піврозпаду $T_{1/2}$ становить для: радіоактивного ізотопу вуглецю ${}^{14}_6\text{C}$ – 5730 років; радію ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ – $1,6 \cdot 10^3$ років; йоду ${}^{131}\text{I}$ – 8,04 днів.

П'єр КЮРІ (1859–1906)

Французький фізик, один із засновників теорії радіоактивності. Відкрив та дослідив п'єзоелектричний ефект (1880 р.). Досліджував радіоактивне випромінювання, ввів термін “радіоактивність”. Лауреат Нобелівської премії 1903 року.



Марія СКЛОДОВСЬКА-КЮРІ (1867–1934)

Французький фізик та хімік, одна зі створювачів теорії радіоактивності. Вперше запропонувала застосування радіоактивного випромінювання у медичних цілях. Лауреат Нобелівської премії з фізики 1903 року та Нобелівської премії з хімії 1911 року.

Приклад

Період піврозпаду ізоотопу ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ становить $1,6 \cdot 10^3$ років. Визначити активність зразка, який містить $3 \cdot 10^{16}$ ядер радію, в даний момент часу.

Розв'язок

Використовуючи рівняння (30.5), знайдемо величину періоду піврозпаду:

$$T_{1/2} = 1,6 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{16} \text{ с} = 5,0 \cdot 10^{10} \text{ с.}$$

Звідси:

$$\lambda = 0,693 / T_{1/2} = 0,693 / 5,0 \cdot 10^{10} \text{ с} = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ с.}$$

Активність зразка в даний момент часу ($t = 0$) обчислимо за виразом:

$$\begin{aligned} a &= \lambda N_0 = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ с} \cdot 3 \cdot 10^{16} = 4,1 \cdot 10^5 \text{ Бк} = 4,1 \cdot 10^5 / 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Кі} = \\ &= 11,1 \cdot 10^{-6} \text{ Кі} = 11,1 \text{ мКі}. \end{aligned}$$

Контрольне завдання

Чому дорівнює активність 1 кг ізоотопу ${}^{226}\text{Ra}$, якщо період піврозпаду дорівнює 1600 років?

Відповідь: $3,62 \cdot 10^{13}$ Бк.

30.3. РЕНТГЕНІВСЬКЕ ВІПРОМІНЮВАННЯ

Рентгенівське випромінювання – це електромагнітне іонізуюче випромінювання, що займає спектральну область в межах від 10^{-10} м до 10^{-8} м. Відкрите у 1895 р. В. Рентгеном.

Рентгенівське випромінювання утворюється внаслідок бомбардування металевої мішені високоенергетичними електронами. Джерелами рентгенівського випромінювання можуть бути також деякі радіоактивні ізоотопи.

Спектр рентгенівського випромінювання складається з широкої смуги, на тлі якої можна відрізнити серію різких максимумів (рис. 30.1). Під час взаємодії рентгенівського випромінювання з речовиною під впливом зовнішнього електрона або високоенергетичного фотона виривається один з двох електронів внутрішньої оболонки атома мішені, який залишає атом. На вакантне місце може перейти електрон з більш віддалених від ядра оболонок. Цей перехід, що триває 10^{-9} с, супроводжується випромінюванням рентгенівсько-

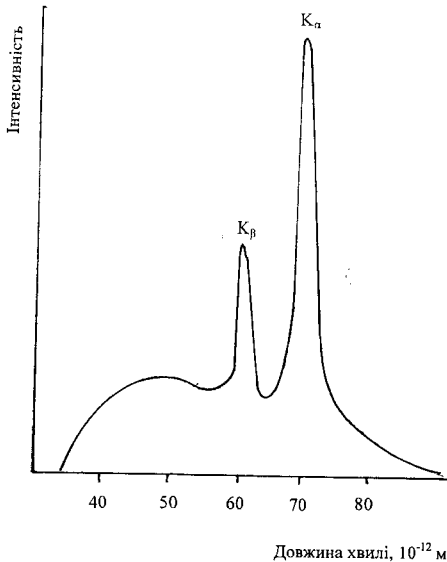


Рис. 30.1. Спектр рентгенівського випромінювання складається з широкої смуги, на тлі якої можна відрізнити серію різких максимумів

го кванта. Енергія такого переходу становить понад 1000 еВ. Висока енергія рентгенівського випромінювання обумовлює його поширене практичне застосування в рентгенівському аналізі, мікроскопії та спектроскопії.

Вільгельм Конрад РЕНТГЕН (1845–1923)

Німецький фізик, який відкрив та досліджував рентгенівські промені (1895 р.). Лауреат Нобелівської премії 1901 року.



30.4. ДОЗНМЕТРІЯ ІОНІЗУЮЧОГО ВНПРОМІНЮВАННЯ

30.4.1. Дозн іонізуючого випромінювання

Вимірювання характеристик іонізуючого випромінювання під час його взаємодії з середовищем, від яких залежать радіаційні ефекти в об'єктах неживої та живої природи, що опромінюються, становить суть *дозиметрії*.

Доза – це енергія іонізуючого випромінювання, яка поглинається речовиною, що опромінюється. Доза залежить від типу випромінювання, його інтенсивності, тривалості опромінювання та складу речовини, що опромінюється. Розрізняють такі дози:

• *Поглинута доза* – це розрахована на одиницю маси речовини, що опромінюється, поглинута енергія випромінювання:

$$D_n = \frac{dE}{dm}, \quad (30.6)$$

де dE – середня поглинута енергія; dm – маса речовини.

Одиниці поглинутої дози: $1\text{Гр} = 1\text{Дж/кг}$; $1\text{рад} = 10^{-2}\text{Гр}$ (термін «рад» походить від англійської фрази “Radiation Absorbed Dose”).

Приріст поглинутої дози за одиницю часу називається *потужністю поглинутої дози*:

$$P_n = \frac{dD_n}{dt}. \quad (30.7)$$

Одиниця потужності поглинутої дози – Гр/с , рад/с .

• *Експозиційна доза* визначається як відношення сумарного заряду всіх іонів одного знака, створених у повітрі вторинними частинками

(електронами і позитронами, що утворюються в елементарному об'ємі під час їх повного гальмування) до маси повітря в цьому об'ємі:

$$X = \frac{dQ}{dm}, \quad (30.8)$$

де dQ – сумарний заряд всіх іонів одного знака, dm – маса повітря.

Одиниці експозиційної дози: 1 Кл/кг ; позасистемна одиниця – *рентген*: $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ або $1 \text{ Кл/кг} = 3,88 \cdot 10^{-3} \text{ Р}$. Доза в 1 Р відповідає утворенню $2,08 \cdot 10^{-4}$ пар іонів в 1 см^3 повітря при 0°C та 760 мм рт. ст.

Приріст експозиційної дози за одиницю часу називається *потужністю експозиційної дози*:

$$P_e = \frac{dD_e}{dt}. \quad (30.9)$$

Одиниця випромінювання потужності експозиційної дози – $\text{Кл/кг}\cdot\text{с}$.

• *Еквівалентна доза* – це поглинута енергія випромінювання, біологічно еквівалентна одному рентгену. Під час опромінювання живих організмів, зокрема людини, можуть виникати шкідливі наслідки, які визначають рівень радіаційної безпеки. Справа в тому, що біологічні ефекти залежать не тільки від дози, але й від типу іонізуючого випромінювання. Наприклад, за однакової дози α -частинки призводять до біологічних руйнувань у десятки разів більших, ніж під час дії рентгенівського випромінювання. Таким чином, знання поглинутої дози недостатньо для оцінки радіаційно-індукованого ефекту. Біологічні ефекти, які викликаються будь-яким іонізаційним випромінюванням, прийнято порівнювати з біологічними ефектами, які виникають під впливом рентгенівського випромінювання з граничною енергією 250 кеВ . Це порівняння здійснюється за допомогою *коефіцієнта якості випромінювання* K , що визначається як кількість рад рентгенівського або γ -випромінювання і викликає такі ж самі біологічні пошкодження, як і 1 рад даного іонізуючого випромінювання. Для рентгенівського і γ -випромінювання $K = 1,0$; α -частинок – 20 ; β -частинок і електронів – $1,0$; нейтронів – $5\text{--}20$; протонів – 5 ; важких іонів – 20 . Вплив інших факторів (ділянка тіла або об'єм, що опромінюються, тривалість опромінювання, вид живого організму) враховується безрозмірним фактором N . Так, для кісток, кишок, легень, шлунка фактор $N = 0,12$; мозку, нирок, печінки, м'язів, підшлункової залози, селезінки, щитоподібної залози – $0,05$; шкіри – $0,01$.

Таким чином, еквівалентна доза визначається за виразом:

$$H = D_n K N, \quad (30.10)$$

де D_n – поглинута доза.

Одиниці еквівалентної дози – зіверт: $1\text{Зв} = 1\text{Дж/кг}$; $1\text{Зв} = 100\text{ рем}$ (одинця *рем* походить від англійської фрази “*Radiation Equivalent in Man*”).

Типові еквівалентні дози, що зустрічаються у нашому повсякденному житті, наведено у табл. 30.2.

30.2 – Типові еквівалентні дози

Тип випромінювання	Доза
Космічне випромінювання	200 мкЗв (20 мрем) протягом 1 року
Природне іонізуюче випромінювання	300 мкЗв (30 мрем) протягом 1 року
Природно існуючі радіоактивні матеріали в організмі людини	300 мкЗв (30 мрем) протягом 1 року
Флуорографія легень	500 мкЗв (50 мрем) під час однієї рентгенівської процедури
Рентгенологічне дослідження артерій і вен	20 мкЗв (2 мрем) під час однієї рентгенівської процедури
Ядерна електростанція	< 1 мЗв (100 мрем) протягом 1 року на відстані 1 км від станції

Іван ПУЛЮЙ (1845–1918)

Український фізик, винахідник трубки (лампи Пулюя), яка генерувала “холодне світло” (як його назвав винахідник), або рентгенівське випромінювання за сучасною термінологією. Пулюй першим застосував прилад для одержання рентгенівського зображення зламаної руки своєї доньки.



30.4.2. Поглинання іонізуючого випромінювання

Поглинання іонізуючого випромінювання зразком товщиною x визначається за формулою:

$$I = I_0 \exp(-\mu x), \quad (30.11)$$

де I – інтенсивність випромінювання, що пройшло зразок; I_0 – інтенсивність випромінювання, що падає на зразок; μ – коефіцієнт поглинання.

Слід відзначити, що коефіцієнт поглинання $\mu = 1/\delta$, де δ – глибина проникання, тобто така товщина, яка зменшує інтенсивність випромінювання, що падає на зразок, в e разів (тобто на 37 %).

Зменшення інтенсивності часто характеризується шаром половинного поглинання $D_{1/2}$, яка зменшує інтенсивність випромінювання вдвічі:

$$D_{1/2} = \ln 2 / \mu. \quad (30.12)$$

Тоді закон поглинання іонізуючого випромінювання запишеться так:

$$I = I_0 \exp[-(\ln 2/D_{1/2})x] \quad (30.13)$$

або

$$I = I_0 2^{-x/D_{1/2}} \quad (30.14)$$

Приклад

Свинцева пластина товщиною 0,9 см зменшує інтенсивність γ -випромінювання ізотопу ^{137}Cs на 65 %. Густина свинцю дорівнює $11,3 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$. Визначити шар половинного поглинання $D_{1/2}$ поглинача, коефіцієнт поглинання та глибину проникання випромінювання.

Розв'язок

Використовуємо рівняння (30.10) з врахуванням умови завдання:

$$I/I_0 = \exp(-\mu x) = 0,35.$$

Звідси

$$\ln 0,35 = -\mu x = -\mu \cdot 0,9 \text{ см.}$$

Обчислюємо коефіцієнт поглинання:

$$\mu = -\ln 0,35 / 0,9 \text{ см} = 1,0498 / 0,9 = 1,166 \text{ см}^{-1}.$$

Шар половинного поглинання знайдемо за допомогою виразу (30.11):

$$D_{1/2} = \ln 2 / \mu = 0,693 / 1,166 \text{ см}^{-1} = 0,594 \text{ см.}$$

Знаходимо глибину проникання:

$$\delta = 1 / \mu = 1 / 1,166 \text{ см}^{-1} = 0,858 \text{ см.}$$

Контрольне завдання

Шар половинного поглинання свинцевого поглинача дорівнює 6 мм. Яку товщину треба надати поглиначу, щоб зменшити інтенсивність γ -випромінювання ізотопу ^{137}Cs у десять разів?

Відповідь: 20 мм.

30.5. ВНМІРЮВАННЯ ІОНІЗУЮЧОГО ВІПРОМІНЮВАННЯ

30.5.1. Основні методи вимірювання іонізуючого випромінювання

Основні методи вимірювання іонізуючого випромінювання базуються на: збиранні і реєстрації електронів та іонів, що звільнюються в процесі іонізації; спостереженні флуоресценції речовини, яка поглинає іонізуюче випромінювання; використанні та аналізі хімічних реакцій, що викликаються іонізуючим випромінюванням; вимірюванні тепла, яке утворюється за рахунок поглинання іонізуючого випромінювання. Серед параметрів іонізуючого випромінювання, що реєструються, треба відзначити тип випромінювання, енергію квантів або частинок, величину потоку або швидкості зміни потоку квантів або частинок, часовий або просторовий розподіл іонізуючого випромінювання. Розглянемо основні методи вимірювання іонізуючих випромінювань.

Заповнені газом детектори. В основі роботи детекторів цього типу є прикладання напруги до просторово розділених електродів, розташованих у камері, заповненій іонізованим газом. Позитивні іони та електрони, що утворюються в камері, збираються на електродах і спричиняють появу електричного струму або імпульсів. Кількість пар “іон-електрон” прямо пропорційна енергії випромінювання. Серед основних типів заповнених газом детекторів можна виділити іонізаційну камеру, пропорційні лічильники та лічильник Гейгера-Мюллера. Різниця між цими детекторами пояснюється на рис. 30.2, на якому наведено залежність іонів, що збираються на електродах,

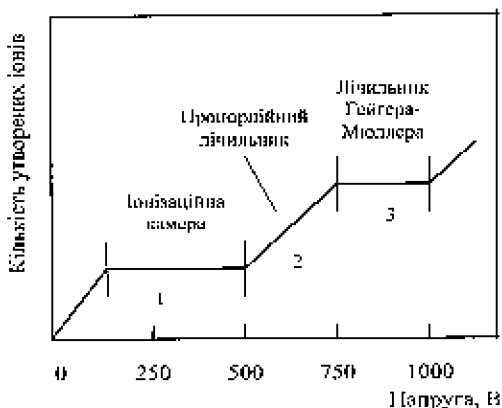


Рис. 30.2. **Області дії заповнених газом детекторів:**
 1 – іонізаційна камера; 2 – пропорційний лічильник;
 3 – лічильник Гейгера-Мюллера

від прикладеної напруги. Ця напруга викликає конкуренцію між втратою іонних пар за рахунок рекомбінації та їх збиранням на електродах. Збільшення напруги (область 1) призводить до збільшення швидкості руху іонів, зменшення часу, потрібного на рекомбінацію, через що заряд на електродах стає пропорційним кількості іонних пар, що утворюються в міжелектродному просторі. На цьому принципі працює іонізаційна камера. Подальше збільшення напруги супроводжується тим, що електрони, які утворюються за рахунок первинних іонізаційних процесів, беруть участь у додатковій іонізації. Заряд на електродах в даній ситуації прямо пропорційний прикладеній напрузі (область 2). Використання цієї залежності становить принцип дії пропорційного лічильника. Продовження збільшення напруги дає можливість отримати ситуацію, коли заряд на електродах не залежить від прикладеної до них напруги (область 3). Ця ситуація реалізується в лічильниках Гейгера-Мюллера.

Іонізаційна камера – детектор, дія якого базується на здатності заряджених частинок викликати іонізацію газу. Принциповою перевагою детектора цього типу є можливість одержання безпосередньої інформації щодо експозиційної або поглинутої дози. Дійсно, оскільки рентген є одиницею експозиційної дози і відповідає кількості зарядів, яка утворюється іонізуючим випромінюванням в 1 см^3 повітря за нормальних умов, саме іонізаційна камера надає можливість оцінювати іонізуюче випромінювання в цих одиницях.

Зовнішній вигляд камери наведено на рис. 30.3. Утворення кожної іонної пари супроводжується втратою енергії близько 34 еВ ($1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$). Якщо припустити, що іонізуючі частинки проходять через камеру зі швидкістю $N(\text{с}^{-1})$ і кожна з них втрачає енергію $E(\text{МеВ})$, то величина заряду, що збирається на електродах за одиницю часу, визначиться за формулою:

$$Q(\text{Кл}\cdot\text{с}^{-1}) = NEe \cdot 10^6 / 34. \quad (30.15)$$

Прикладання напруги величиною декілька сот вольт дає можливість збирати на електродах всі електрони і позитивні іони.

Пропорційний лічильник утворює сигнал, амплітуда якого пропорційна енергії, яка виділяється в його об'ємі частинкою, що реєструється. Конструкція детектора (рис. 30.4) передбачає наявність центрального електрода, до якого прямують електрони, що звільнюються завдяки іонізації. Напруженість поля E , що утворюється на відстані r від електрода, дорівнює:

$$E = U / [r \ln(d_1/d_2)], \quad (30.16)$$

де U – прикладена напруга (В); d_1 – діаметр лічильника; d_2 – діаметр центрального електрода.

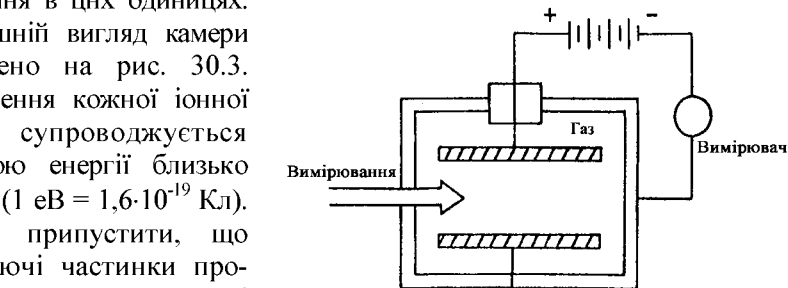


Рис. 30.3. Іонізаційна камера

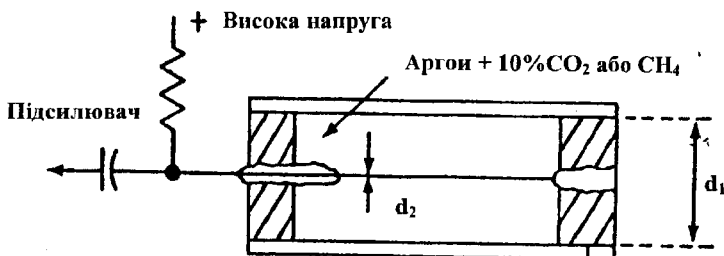


Рис. 30.4. Пропорційний лічильник

Поблизу електрода напруженість електричного поля настільки велика, що первинні електрони набувають енергії, достатньої для вторинної іонізації. Внаслідок цього на центральний електрод надходить лавина електронів. Відношення повної кількості зібраних на електроді електронів до їх первинної кількості називається *коефіцієнтом газового підсилення*; величина його може досягати 10^2-10^4 .

Лічильник Гейгера-Мюллера являє собою газорозрядний детектор, який працює у процесі проходження через його об'єм заряджених частинок. Робочий об'єм лічильника наведено на рис. 30.5. До електродів прикладають напругу величиною декілька сот вольт. Внаслідок проходження іонізуючої частинки в газі утворюються вільні електрони, які рухаються до центрального електрода. Поблизу електрода напруженість електричного поля збільшується, електрони прискорюються настільки, що починають у свою чергу іонізувати газ. Виникає коронний розряд, який поширюється вздовж електрода. В зовнішньому електричному колі утворюються електричні імпульси, які відповідають спалахам розряду. Кількість цих імпульсів за одиницю часу дорівнює кількості іонізуючих частинок.

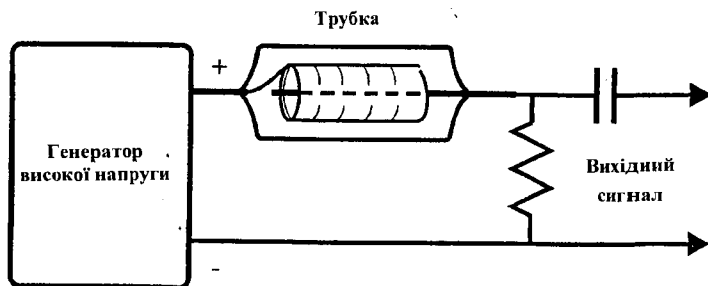


Рис. 30.5. Лічильник Гейгера-Мюллера

Сцинтиляційний лічильник – детектор, основними елементами якого є речовина, що люмінесцює під впливом швидких частинок, та фотоелектронний помножувач. Заряджена частинка проходить через речовину, викликаючи не лише іонізацію атомів і молекул, а й їх збудження. Перехід атомів і молекул зі збудженого стану в основи супроводжується випромінюванням кванта видимого або ультрафіолетового діапазону. Кожний такий світловий спалах, що називається *сцинтиляцією*, реєструється фотоелектронним помножувачем, електричні імпульси з виходу якого подаються на систему реєстрації. Типовими матеріалами для сцинтиляційних лічильників є кристали $ZnS(Ag)$, $NaI(Tl)$, $CsI(Tl)$ (в дужках указаний активатор, що спричинює сцинтиляції в кристалі), кадмієві та кальцієві солі вольфрамової

кислоти, галіди літію, а також органічні сцинтилятори – аптрацен $C_{14}H_{10}$, стильбен $C_{14}H_{12}$, розчинні толуена, ксилолу, фенілциклогексану. Зовнішній вигляд сцинтиляційного лічильника наведений на рис. 30.6. Перевагою такого лічильника є висока чутливість (через високу густину робочої речовини), особливо до γ -випромінювання, швидкодія та здатність визначати енергію частинки або кванта випромінювання.

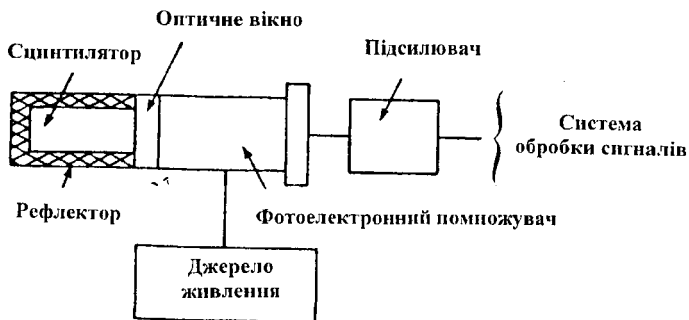


Рис. 30.6. Сцинтиляційний лічильник

Напівпровідниковий лічильник – в основі лежить іонізація атомів твердого тіла, внаслідок якої утворюються вільні електрони в зоні провідності і дірки у валентній зоні. Частинка, що проникає в кристал, генерує в ньому додаткові електронно-діркові пари. Носії заряду (електрони і дірки) під впливом прикладеного електричного поля переміщуються до електродів, внаслідок чого в електричному колі утворюється електричний імпульс, який підсилюється і реєструється. Ширина забороненої зони становить 2–3 еВ; отже енергія, необхідна для утворення пари електрон-дірка, є величиною такого ж порядку (нагадаємо, що в газових іонізаційних камерах для утворення пари іонів потрібна енергія 34 еВ (для повітря)). Таким чином, напівпровідникові лічильники мають на порядок більшу чутливість, ніж газові. Типовими матеріалами напівпровідникових лічильників є германій, кремній, $CdTe$, HgI .

Термолюмінесцентні детектори використовують процес люмінесценції під час нагрівання речовини, яка попередньо збуджується випромінюванням. Під час нагрівання речовини електрони, що захоплюються уловлювачами, звільнюються і переходять на рівні з меншою енергією, випромінюючи квант світла. Термолюмінесцентні детектори складаються з камери, що пов'язана із системою нагрівання, фотоелектронним помножувачем, підсилювачем та термопарою для вимірювання температури.

Трекові детектори – в основі їх роботи лежить іонізація атомів або молекул речовини; іони, що утворюються, реєструють завдяки конденсації пересиченої пари (камера Вільсона), пароутворенню перегрітої ріднини (бульбашкова камера), утворенню розрядів у газах (іскрова камера).

Фотографічне детектування базується на використанні плівок, в яких шар емульсії (бромисте срібло на желатиновій основі) має в десяткн разів більшу товщину, ніж у звичайних фотоплівках, що підвищує ефективність взаємодії іонізуючого випромінювання з речовиною. Механізм цієї взаємодії полягає в поглинанні іонізуючого випромінювання речовиною внаслідок фотоелектричного процесу, в силу якого енергія випромінювання передається електрону. Цей електрон завдяки іонізації утворює інші вільні електрони, які взаємодіють з позитивними іонами срібла і змінюють їх розподіл на півці. Рівень почорніння плівки оцінюється за допомогою денситометра (рис.30.7) за формулою:

$$D = \lg(I_0 / I), \quad (30.17)$$

де D – густина срібла на півці; I_0 – інтенсивність випромінювання, що падає на плівку; I – інтенсивність випромінювання, що пройшло через плівку.

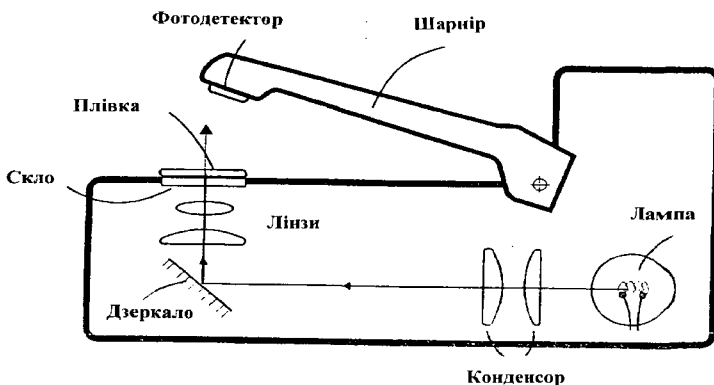


Рис. 30.7. Оцінка почорніння плівки за допомогою денситометра

Величина $D = 2$ відповідає зачорненій плівці, через плівку з $D = 1$ можна читати текст.

30.5.2. Принципи γ -спектроскопії

Оскільки γ -випромінювання являє собою електромагнітне випромінювання з дуже короткими ($< 2 \cdot 10^{-10}$ м) хвилями, на перший план виступають корпускулярні властивості. Розглянемо основні процеси, що відбуваються під час взаємодії γ -випромінювання з речовиною.

Фотоелектричне поглинання супроводжується перенесенням всієї енергії γ -випромінювання на внутрішні електронні орбіти атома, внаслідок чого електрон залишає атом, а γ -випромінювання зникає (рис. 30.8). Але вакантне місце на внутрішній орбіті займає електрон із зовнішньої орбіти; цьому переходу відповідає вивільнення певної енергії у вигляді кванта рентгенівського випромінювання. Цей квант називається *характеристичним*, оскільки він характеризує речовину, що поглинає γ -випромінювання. Фотоелектричний ефект відбувається за дії зовсім малих (десятки кеВ) енергій.

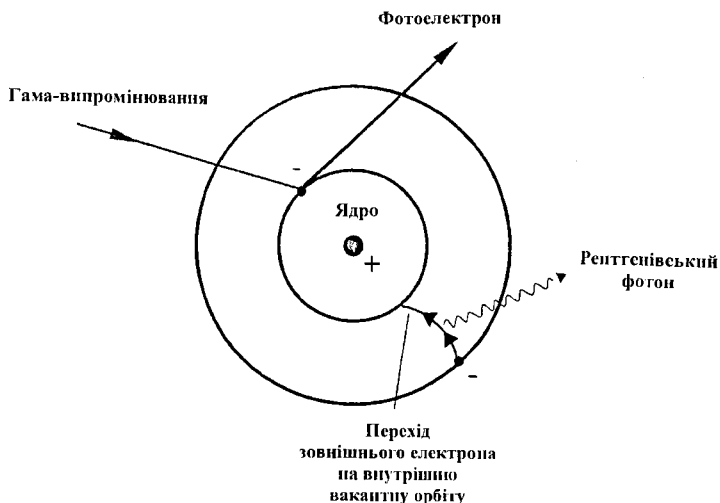


Рис. 30.8. Фотоелектричне поглинання

Комптонівський ефект полягає в пружному розсіюванні квантів рентгенівського або γ -випромінювання на вільних або зовнішніх, слабо пов'язаних з атомом електронах. У цьому разі квант передає частину своєї енергії електрону і змінює напрямок руху, тобто розсіюється; зменшення енергії означає збільшення довжини хвилі розсіяного випромінювання (рис. 30.9).

Утворення пар – процес, що відбувається за достатньо високих рівнів енергії, за яких γ -квант поглинається атомним ядром речовини. Внаслідок цього поглинання утворюється пара “електрон-позитрон” (рис. 30.10). Це саме цей випадок, коли енергія перетворюється в масу. Для утворення пари (згідно зі співвідношенням $E = mc^2$) необхідна енергія 1,022 МеВ. Позитрон живе недовго, оскільки при зустрічі з електроном він з'єднується з останнім, випромінюючи два кванти з енергією 0,51 МеВ.

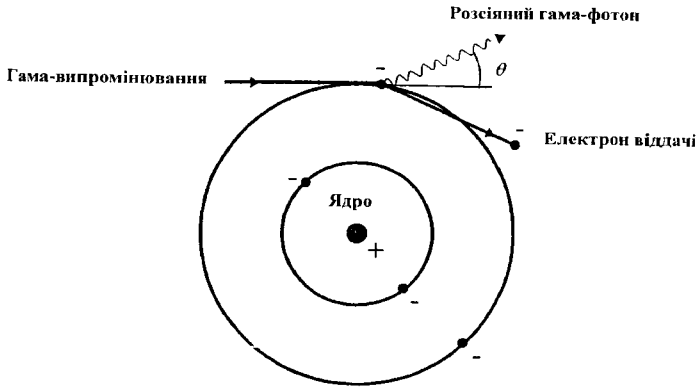


Рис. 30.9. Комптонівський ефект

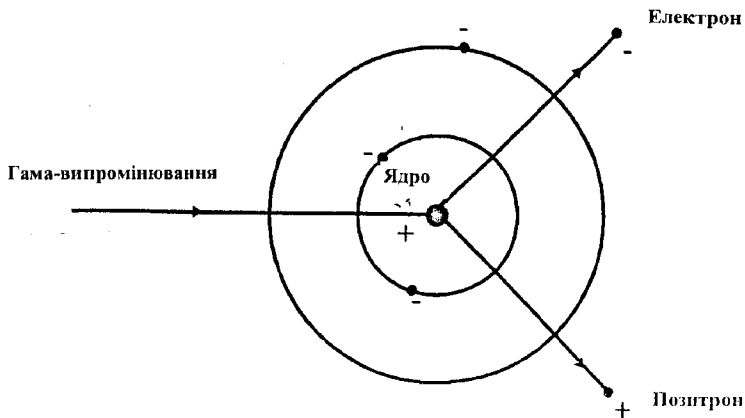


Рис. 30.10. Утворення пар

Всі розглянуті вище процеси проілюстровані на рис. 30.11, а, який являє собою приклад енергетичного спектра електронів, що утворюється в кристалі *NaI* під впливом γ -випромінювання джерела ^{60}Co . За присутність максимумів при 1,15 та 1,33 MeV відповідає процес фотоелектричного поглинання; невеликий максимум при 0,51 MeV пов'язаний з анігіляцією випромінювання внаслідок утворення пар; нарешті, широкий максимум при 0,2 MeV викликається комптонівським розсіюванням. Дуже вузький максимум при 0,88 MeV виникає за рахунок свинцю, в якому розмішений кобальт. Свинець поглинає γ -випромінювання і випромінює кванти рентгенівського випромінювання. Ці кванти проходять через кристал *NaI*, де поглинаються завдяки фотоелектричним процесам. Відносну вірогідність розглянутих процесів поглинання γ -випромінювання залежно від енергії наведено на рис. 30.11, б.

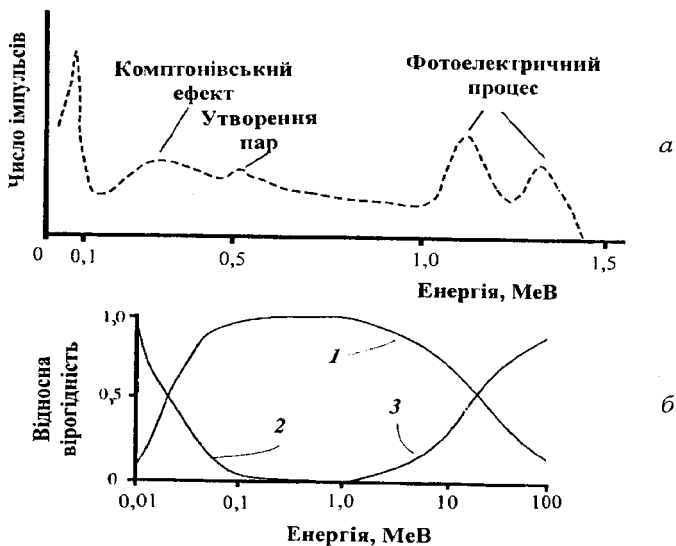


Рис. 30.11. Енергетичний спектр електронів, що утворюється в кристалі NaCl під впливом γ -випромінювання (а) та відносна вірогідність процесів поглинання γ -випромінювання (б): 1 – комптонівський ефект, 2 – фотоелектричний процес, 3 – утворення пар

Таким чином, вимірювання інтенсивності γ -випромінювання залежно від довжини хвилі або енергії квантів становить суть рентгеновської та γ -спектрометрії. Основною метою спектрометрії іонізуючого випромінювання є ідентифікація радіонуклідів. Як приклад можна навести спектр радіонуклідів, зібраних у м'язовій тканині тунця, якого виловили в районі атола Бікіні, де проводили випробування ядерної зброї (рис. 30.12).

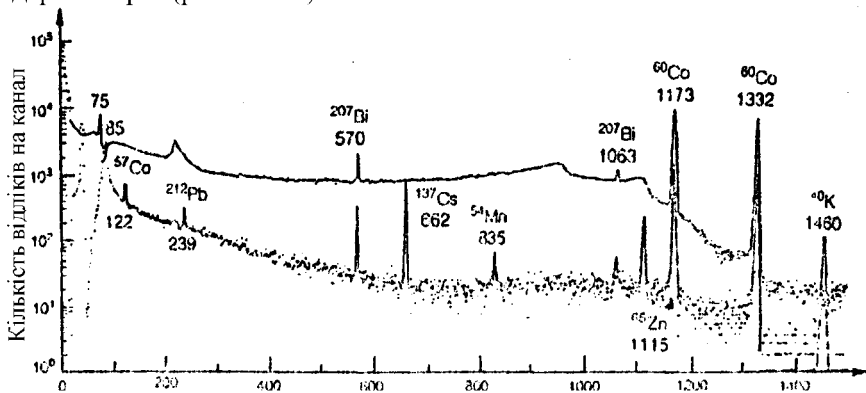


Рис 30.12. Гама-спектр радіонуклідів у м'язовій тканині тунця, якого виловили в районі атола Бікіні, де проводили випробування ядерної зброї

30.6. ВПЛІВ ІОНІЗУЮЧИХ ВІПРОМІНЮВАНЬ НА ЖІВІ ОРГАНІЗМИ

30.6.1. Механізми впливу іонізуючих випромінювань

Внаслідок того, що енергія квантів іонізуючих випромінювань значно перевищує енергію будь-яких хімічних зв'язків, відбувається руйнування молекул живої тканини, що призводить до загибелі клітин і порушення систем життєдіяльності організму. Процес іонізації атомів і молекул пов'язаний з їх збудженням, через що вони набувають підвищеної реакційної здатності завдяки з'явленню неспарених електронів. Все це може сприяти утворенню нових хімічних сполук або зміні окремих ділянок молекул.

Вплив іонізуючого випромінювання на воду, що міститься в біологічних клітинах, пов'язаний з утворенням вільних радикалів, які здатні нанести серйозну шкоду біологічно важливим молекулам. Крім того, іонізуюче випромінювання діє на молекули ДНК (руйнування нуклеотидів, розриви полінуклеотидних ланцюгів), білків (зміни амінокислотних залишків, порушення систем водневих зв'язків, втрата конформаційних станів), ліпідів (процеси радіолізу). Всі ці руйнування біологічно важливих молекул і клітинних структур призводять до розвитку *променевого ураження* – патологічних змін в організмі, органах і тканинах. Крім різноманітних безпосередніх порушень процесів життєдіяльності, можливі віддалені ефекти опромінення, які проявляються в формі виникнення злоякісних пухлин, скороченні тривалості життя, послабленні імунітету, мутагенних наслідків.

30.6.2. РАДІОАКТИВНІ ЗАБРУДНЕННЯ

З точки зору здоров'я людини, найбільш небезпечними є радіоактивні елементи з періодом піврозпаду від декількох тижнів до декількох років. Наприклад, стронцій ^{90}Sr , що накопичується в кісткових тканинах (28 років) і цезій ^{137}Cs (32 роки). Крім того, небезпечними є ізотопи простих елементів, що входять у склад живої речовини – ^{14}C , ^{32}P , ^{45}Ca , ^{35}S . Небезпечними є радіоактивні опади, що виникають внаслідок випробування ядерної зброї. Радіоактивні домішки розсіюються в атмосфері, а потім через ґрунт і воду попадають в біомасу. Джерелом радіоактивного забруднення може бути атомна промисловість. Забруднення може відбуватися під час видобування і збагачення копалин, використання сировини в реакторах, обробки ядерного палива в установках. Вкрай гострою для навколишнього середовища

є проблема утилізації радіоактивних відходів. Процеси обробки та експлуатації ядерного палива можна поділити з точки зору можливих впливів на здоров'я людини на дві категорії. До першої слід віднести технологічні операції, які супроводжуються утворенням невисокого рівня відходів – це добування уранових копалин та їх очистка. Ці операції можуть нанести шкоду людському організму лише протягом тривалого часу. Відходи високого рівня мають місце під час роботи з урановими стержнями, коли за короткий час можна отримати високі рівні радіоактивності.



Д.М. ГРОДЗИНСЬКИЙ (народ. у 1929 р.)

Провідний український радіобіолог. Основне коло наукових інтересів – радіобіологія та радіоекологія, репараційні та іонні процеси в клітині після опромінювання, механізми проти-променевого захисту, механізми дії малих доз іонізуючого випромінювання, віддалені ефекти опромінювання. Розробив теорію надійності біологічних систем.

Води океану можуть бути сильно радіоактивними внаслідок випробувань ядерної зброї. Активно піддається радіоактивному забрудненню планктон й водорості, з яких починаються харчові ланцюги, що призводить до потрапляння радіоактивних речовин у водні організми. Такі швидкохідні риби, як меч-риба, і зокрема тунець, можуть випереджати на декілька місяців швидкість північної екваторіальної течії, несучи радіоактивно заражені внаслідок ядерних вибухів води, і можуть у цілком чистих водах ставати джерелом радіоактивності для своїх ворогів, а надходячи на ринок, і для людини. Є відомості про те, що окрилені комахи, личинки яких жили і харчувались в радіоактивно заражених середовищах, мають в своєму тілі велику кількість радіоактивних ізотопів і здатні перенести їх в польоті на великі відстані від місця випуску комах у природу. Перелітні птахи здатні також переносити частки радіоактивності водосховища, що забруднювалося, в інші країни, на інші материки, особливо ж – водоплавні, що мають у своєму живленні безпосередній контакт з мулом і донними організмами.

Заражені ділянки ґрунту поступово будуть звільнятися від забруднення завдяки участі бактерій і рослин, які концентрують ізотопи і передають їх іншим тваринам, а також за рахунок міграції та переміщення радіоактивно заражених організмів, насіння та частинок

грунту у просторі. Чистоерозійні процеси також зроблять свою справу. Крім того, діяльність і доля рухомих ґрунтових тварин – черв'яків, личинок комах, що народять, кротів, ховрахів, мишоподібних гризунів, які так чи інакше сприймають радіоактивні забруднення, неминуче надаватимуть прискорення процесу розсіювання забруднень.

31. РАДІОІЗОТОПИ

31.1. АТОМНЕ ЯДРО ТА ІЗОТОПИ

Ядерна медицина охоплює комплекс діагностичних та терапевтичних процедур, які передбачають застосування *радіоізоотопів* – ізоотопів, що належать радіоактивним елементам. Для потреб діагностики доцільно використовувати радіоізотопи, здатні утворювати γ -випромінювання, яке здатне проникати через біологічну тканину і бути зареєстрованим зовні тіла пацієнта з подальшим визначенням розподілу цього випромінювання всередині тіла. Для терапії варто вживати ізоотопи, що висилають β -частинки, невелика проникність яких у тканину обумовлює забезпечення високих доз випромінювання в ділянці локалізації ізоотопу.

31.2. РАДІОІЗОТОПИ У МЕДИЦИНІ

Застосування радіоізоотопів дає можливість вивчати фізіологічні процеси, що відбувається в живому організмі, особливо за рахунок заміни тих елементів, з яких складається організм, і які беруть участь у обміні речовин. Радіоізотопи утворюють сполуки з іншими атомами, що призводить до формування так званих “мічених” молекул, що поведуть себе так само, як і звичайні молекули, але які легко можна відрізнити. В цілому, радіоізотопи дозволяють отримати відомості щодо динаміки процесів в організмі; методи застосування радіоізоотопів характеризуються високою чутливістю – для кількісного вимірювання достатньо 10^5 - 10^6 атомів (тоді як для традиційних аналітичних методів необхідно 10^{12} - 10^{14} атомів); невеликі кількості радіоізоотопів не впливають на стан і процеси життєдіяльності організму.

Радіоізотопи широко застосовують у дослідженнях живих організмів. Так, ізоотоп ^{132}I використовують для лікування щитоподібної залози. Ця залоза в звичайних умовах видобуває йод з крові для утворення щитоподібних гормонів. Радіоактивний йод хімічно ідентичний нормальному йодові; після введення в організм він з'являється в щитоподібній залозі через певний проміжок часу. Залози, функції яких порушені, поглинають більшу кількість радіоактивного йоду порівняно з нормальними залозами, що реєструється детектором.

Дуже зручним для візуалізації біомедичних об'єктів є радіоізоотоп технецію ^{99m}Tc , який має дуже малий (6 годин) період піврозпаду, через що він зникає з організму після дослідження.

У медпціні радіоізотопи знайшли своє застосування для діагностики щитоподібної залози (^{99m}Tc , ^{123}I , ^{131}I), серцево-судинної системи (^{201}Tl , ^{99m}Tc), центральної нервової системи (^{99m}Tc), шлунково-кишкового тракту (^{99m}Tc , ^{111}In , ^{113m}In), показників крові (^{51}Cr , ^{59}Fe), запалювальних та інфекційних процесів (^{99m}Tc , ^{111}In , цитрат ^{67}Ga), легень (^{99m}Tc), дихальної системи (^{81m}Kr , ^{133}Xe , ^{127}Xe), кісток (^{99m}Tc), злоякісних пухлин (^{123}I , ^{131}I , ^{111}In , ^{99m}Tc).

31.3. РАДІОІЗОТОПИ ТА РОСЛИНИ

Ізотоп ^{14}C використовують для вивчення процесів транспорту вуглеводів *in vivo* у рослинах завдяки тому, що випромінювання цього ізотопу можна реєструвати лічильником Гейгера. Мічений ізотопом ^{14}C двоокис вуглецю широко застосовується для вивчення вуглецевого метаболізму рослин та вимірювання швидкості асиміляції CO_2 . У процесі вимірювань листок зазнає впливу $^{14}\text{CO}_2$ протягом певного проміжку часу (менше ніж 60 с). Після видалення рослинної тканини визначають кількість ^{14}C , яка пропорційна швидкості асиміляції CO_2 . Швидкість асиміляції CO_2 листком залежить від площі листка, проміжку часу і пропорційна кількості відліків, які фіксуються іонізаційним лічильником. Стабільні ізотопи ^{12}C та ^{13}C не випромінюють; ідентифікацію стабільних ізотопів можна реалізувати за допомогою мас-спектрометрії або техніки ядерного магнітного резонансу. Перевагою приладів, що базуються на використанні радіоізотопів, є компактність, низька собівартість порівняно з інфрачервоними газоаналізаторами. Якщо обробити зразок рідким азотом, можна розділити листок на фрагменти та оцінити розподіл швидкості асиміляції CO_2 по всій площі листка. Недоліком є руйнівна дія та можлива неточність вимірювань завдяки природно присутнім ізотопам у листках.

31.4. УТВОРЕННЯ ЗОВРАЖЕНЬ

Основна ідея утворення зображень за допомогою радіонуклідів полягає в реєстрації просторового розподілу радіоізотопів у людському організмі шляхом переміщення або сканування детектора іонізуючого випромінювання; інколи детектор нерухомий, але застосовують кристал детектора великого розміру. Така система (гама-камера або скінтіограф) спроможна реєструвати активність, що накопичується окремими частинами тіла. Будову гама-камери наведено на рис. 31.1. Основними елементами приладу є коліматор, що складається з 50-міліметрового шару свпнцю, в якому є отвори, та сис-

темн локалізації фотонів. Гама-випромінювання з тіла пацієнта проходить через отвір коліматора тільки за умови, якщо воно поширюється паралельно осі отвору. На виході кожного отвору знаходиться сцинтплацийний детектор, який реєструє активність певної ділянки тіла пацієнта. Вся система детекторів дає можливість утворити повну карту людського тіла.

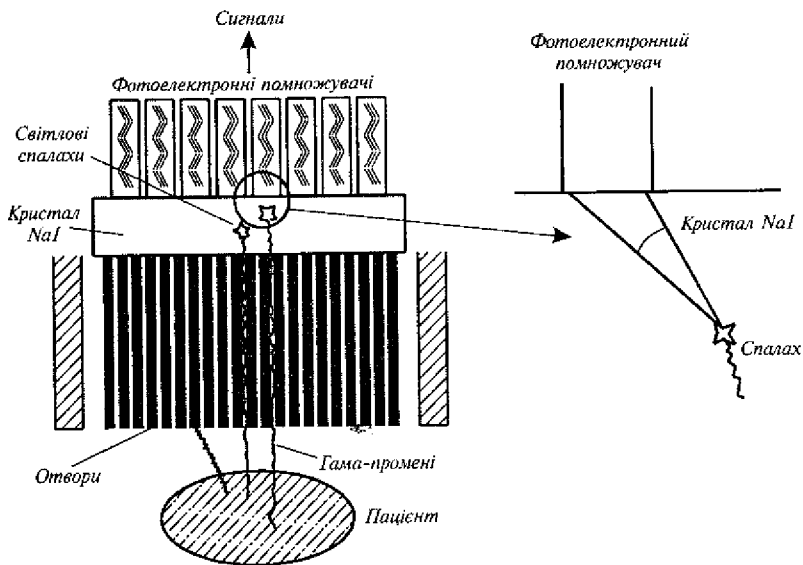
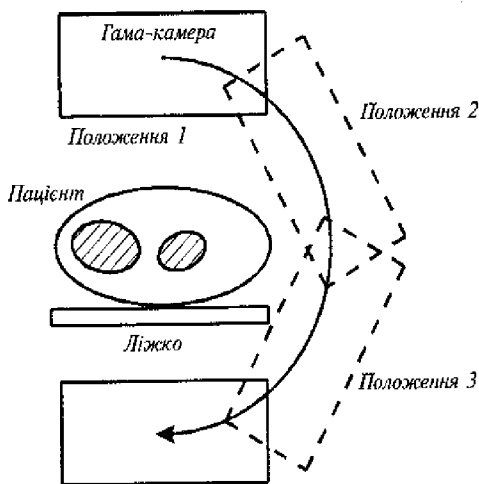


Рис. 31.1. Будова гама-камери



Система для утворення тривимірних зображень пацієнта (рис. 31.2) передбачає переміщення гама-камери навкруг пацієнта. В кожному положенні гама-камери фіксується певний зріз тіла; за допомогою комп'ютерної системи можна побудувати об'ємне зображення.

Рис. 31.2. Система для утворення тривимірних зображень пацієнта за допомогою гама-камери

31.5. ІЗОТОПНА ХРОНОЛОГІЯ

Ізотопна хронологія визначає абсолютний вік гірських порід, мінералів, слідів старовинних людських культур за накопиченням в них продуктів розпаду радіонуклідів. Розпад кожного радіонукліда відбувається з постійною швидкістю і призводить до накопичення кінцевих стабільних нуклідів, вміст яких D пов'язаний з віком об'єкта, що досліджується, співвідношенням:

$$D = N(e^{\lambda t} - 1), \quad (31.1)$$

де N – кількість атомів радіонукліда; λ – стала розпаду; t – вік об'єкта.

Звідси вік об'єкта дорівнює:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln(1 + D/N). \quad (31.2)$$

Яскравим прикладом радіонуклідів, що використовують під час ізотопної хронології, є вуглець. Космічні промені потрапляють у верхні шари атмосфери, де відбуваються ядерні реакції з утворенням ізотопу ^{14}C . Внаслідок цього навколишнє середовище та живі організми містять радіонуклід ^{14}C з періодом розпаду 5700 років. Коли живий організм гине, поглинання радіонукліда з атмосфери припиняється і вміст ^{14}C в організмі поступово зменшується. Вимірювання концентрації ^{14}C дає можливість визначити вік (до 25000 років) органічних залишків – деревини, деревного вугілля, кісток тощо.

Приклад

Активність ізотопу ^{14}C у зразку деревного вугілля масою 25 г, який знайшли під час археологічного розкопування, становила 250 розпадів за хвилину. Чому дорівнює вік дерева, з якого було отримано зразок?

Розв'язок

Визначимо сталу розпаду зразка вугілля:

$$\lambda = \frac{0,693}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{(5730\text{p})(3,16 \cdot 10^7 \text{c/p})} = 3,83 \cdot 10^{-12} \text{c}^{-1}.$$

Кількість ядер ^{12}C у 25 г вуглецю дорівнює:

$$N(^{12}\text{C}) = [(6,02 \cdot 10^{23} \text{ядер/моль}) / (12 \text{г/моль})] (25 \text{г}) = 1,25 \cdot 10^{24} \text{ядер}.$$

Припускаючи, що відношення радіоізопопа до стабільного ізотопу становить $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 1,3 \cdot 10^{-12}$, визначимо, що кількість ядер ^{14}C у 25 г зразка перед розпадом становить:

$$N_0(^{14}\text{C}) = (1,3 \cdot 10^{-12}) (1,25 \cdot 10^{24} \text{ядер}) = 1,63 \cdot 10^{12} \text{ядер}.$$

Початкова активність зразка дорівнює:

$$a_0 = \lambda N_0 = (3,83 \cdot 10^{-12} \text{c}^{-1}) (1,63 \cdot 10^{12} \text{ядер}) = 6,25 \text{розпадів/с} = 375 \text{розпадів/хв}.$$

Активність зразка в будь-який момент часу t пов'язана з початковою активністю так:

$$a = a_0 e^{-\lambda t},$$

звідки:

$$-\lambda t = \ln(a/a_0) = \ln(250/375) = -0,405.$$

Отже, вік зразка дорівнює:

$$t = 0,405 / 3,83 \cdot 10^{-12} \text{c}^{-1} = 1,06 \cdot 10^{11} \text{c} = 3350 \text{років}.$$

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ

1. Назвати основні характерні риси атомного ядра.
2. Що називають ізотопом? радіоізотопом?
3. Як оцінюють радіус атомного ядра?
4. Пояснити принцип техніки ядерного магнітного резонансу.
5. Що таке енергія зв'язку?
6. Яке випромінювання називають іонізуючим?
7. Назвати основні типи іонізуючого випромінювання.
8. У чому полягає явище радіоактивного розпаду?
9. Сформулювати закон радіоактивного розпаду.
10. Що таке абсолютна активність?
11. Назвати основні дози та одиниці доз.
12. За яким законом здійснюється поглинання іонізуючого випромінювання речовиною?
13. Назвати та пояснити основні методи вимірювань іонізуючого випромінювання.
14. У чому полягають принципи γ -спектроскопії?
15. Які процеси лежать в основі взаємодії γ -випромінювання з речовиною?
16. У чому полягає суть використання радіоізотопів як індикаторів?
17. Пояснити принцип утворення зображень на основі використання γ -випромінювання.
18. Назвати механізми впливу іонізуючих випромінювань на живі організми.
19. Які забруднення називаються радіоактивними?
20. Як застосовуються радіоізотопи у медицині?
21. Пояснити використання радіоізотопів для вивчення процесів транспорту вуглеводів у рослинах.
22. Як утворюються зображення людського організму за допомогою радіонуклідів?
23. Пояснити принципи ізотопної хронології.

20. ОПТИКА	296
20.1. Природа світла.....	296
20.2. Геометрична оптика	296
20.2.1. Основні закони геометричної оптики	297
20.2.2. Повне внутрішнє відбивання	298
20.2.3. Тонкі лінзи.....	300
20.2.4. Оптичний мікроскоп	303
20.2.5. Окуляр-мікрометр і об'єкт-мікрометр	304
20.2.6. Окулярний гвінтовий мікрометр.....	305
20.3. Хвильова оптика.....	306
20.3.1. Світло як електромагнітна хвиля.....	306
20.3.2. Інтерференція світла.....	306
20.3.3. Методи спостереження інтерференції світла	308
20.3.4. Дифракція світла	310
20.3.5. Дифракційна решітка	313
20.3.6. Дисперсія світла	314
20.3.7. Принцип дії спектральних приладів	315
20.3.8. Поляризація світла	316
20.3.9. Методи одержання поляризованого світла.....	318
20.3.10. Оптична активність речовини	320
20.4. Квантова оптика	322
20.4.1. Квантова природа світла	322
20.4.2. Фотоелектричний ефект	322
20.4.3. Ефект Комптона	324
20.5. Квантові властивості випромінювання	326
21. ОСНОВИ ФОТОБІОЛОГІЇ	329
21.1. Параметри оптичного випромінювання.....	329
21.2. Сонячне випромінювання.....	329
21.3. Вплив оптичного випромінювання видимого діапазону на живі організми.....	331
21.4. Вплив оптичного випромінювання ультрафіолетового діапазону на живі організми	333
22. ФІЗІОЛОГІЧНА ОПТИКА.....	335
22.1. Фоторецепція у живих організмів.....	335
22.1.1. Фоторецепція у комах	335
22.1.2. Зоровий аналізатор риб	337
22.1.3. Зоровий аналізатор птахів.....	337
22.1.4. Зоровий аналізатор ссавців	338
22.1.5. Механізм зору ссавців.....	339
23. ПРИКЛАДНА ОПТИКА.....	342
23.1. Методи вимірювання сонячного випромінювання	342

23.1.1. Теислові детектори	342
23.1.2. Квантові детектори	344
23.2. Вимірювання кольору продуктів	344
23.2.1. Параметри кольору	344
23.2.2. Колориметрія	345
23.2.3. Сиектрофотометр з $0^{\circ}/45^{\circ}$ геометрією	345
23.2.4. Колориметр зі сферичною геометрією	345
23.2.5. Застосування колориметричних методів	346
24. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ	349
24.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм	349
24.2. Хвильові властивості частинок	349
24.3. Електронний мікроскоп	351
24.4. Співвідношення невизначеностей	352
24.5. Хвильова функція	353
24.6. Стаціонарне рівняння Шредингера	353
24.7. Лінійний гармонічний осцилятор	354
24.8. Скануючий тунельний мікроскоп	355
25. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ ФІЗИКИ	358
25.1. Моделі атома	358
25.2. Атом водню	361
25.3. Принцип Паулі	364
25.4. Нанотехнологія та наномедицина	364
26. ОСНОВИ ФІЗИКИ ЛАЗЕРІВ	367
26.1. Лазер та принцип його дії	367
26.2. Характеристики лазерного випромінювання	371
26.3. Фокусування лазерного випромінювання	374
26.4. Застосування лазерів	374
26.4.1. Застосування лазерів у медицині	374
26.4.2. Лазерна діагностика	375
26.4.3. Лазерна терапія	377
26.4.4. Лазерна хірургія	378
26.4.5. Лазерні системи у дистанційному зондуванні навколишнього середовища	379
26.4.6. Лазери у керованому термоядерному синтезі	380
27. ОСНОВИ СПЕКТРОСКОПІЇ	381
27.1. Сиектри атомів і молекул	381
27.1.1. Сиектри атомів	381
27.1.2. Сиектри молекул	381
27.1.3. Електронні рівні енергії	384
27.1.4. Коливальні рівні енергії	385

27.1.5. Обертальний рух молекул.....	386
27.1.6. Процеси дезактивації.....	387
28. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА.....	389
28.1. Типи зв'язків у твердих тілах.....	389
28.1.1. Іонні кристали.....	389
28.1.2. Ковалентні кристали.....	390
28.1.3. Металеві кристали.....	390
28.2. Зонна теорія.....	390
28.3. Напівпровідники.....	393
28.4. Напівпровідникові прилади.....	394
28.4.1. Терморезистор.....	394
28.4.2. Напівпровідниковий діод.....	394
28.4.3. Напівпровідниковий тріод.....	395
28.4.4. Напівпровідниковий фотоприймач.....	396
28.4.5. Напівпровідниковий лазер.....	396
28.4.6. Модулювання фотосинтезу.....	396
29. ЯДЕРНА ФІЗИКА.....	399
29.1. Властивості атомного ядра.....	399
29.2. Ядерний спіні та магнітний момент.....	400
29.3. Ядерний магнітний резонанс.....	400
29.4. Енергія зв'язку.....	404
30. ІОНІЗУЮЧЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ.....	405
30.1. Класифікація іонізуючого випромінювання.....	405
30.2. Радіоактивність.....	405
30.2.1. Радіоактивний розпад.....	405
30.2.2. Закон радіоактивного розпаду.....	406
30.3. Рентгенівське випромінювання.....	408
30.4. Дозиметрія іонізуючого випромінювання.....	409
30.4.1. Дози іонізуючого випромінювання.....	409
30.4.2. Поглинання іонізуючого випромінювання.....	411
30.5. Вимірювання іонізуючого випромінювання.....	412
30.5.1. Основні методи вимірювання іонізуючого випромінювання.....	412
30.5.2. Принципи γ -спектроскопії.....	417
30.6. Вплив іонізуючих випромінювань на живі організми.....	421
30.6.1. Механізми впливу іонізуючих випромінювань.....	421
30.6.2. Радіоактивні забруднення.....	421
31. РАДІОІЗОТОПИ.....	424
31.1. Атомне ядро та ізотопи.....	424
31.2. Радіоізотопи у медицині.....	424
31.3. Радіоізотопи та рослини.....	425

31.4. Утворення зображень	425
31.5. Ізотопна хронологія.....	427
ДОДАТКИ	429
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	436
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК.....	440
ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК.....	453

Підручник

Посудін Юрій Іванович

Ф І З И К А

Редактор О.М. Трегубова
Комп'ютерна верстка: С.І. Сидоренко

Здано до складання 11.11.2007. Підписано до друку 03.07.2008.
Формат 60х90 ¹/₁₆. Папір офсетний № 1. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 29,0. Тираж – 500. Зам.

09117, Біла Церква, Соборна площа, 8/1.
Білоцерківський національний аграрний університет.

Сектор оперативної поліграфії РВІКВ БНАУ.
09117, Біла Церква, Соборна площа, 8/1, тел. 3-11-01

Відтиражовано