

УДК 519.852.35

**ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙКОРОТШИХ МАРШРУТІВ
НА ТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖАХ**

Прокудін Георгій Семенович, д.т.н., професор,

e-mail: p_g_s@ukr.net

Приймак Ілля Сергійович, студент

e-mail: ya.prijmak@gmail.com

Національний транспортний університет

При рішенні багатьох практичних задач виникає необхідність представлення відносин між будь-якими об'єктами. Орієнтовані і неорієнтовані графи є природною моделлю для реалізації таких відносин.

Орієнтований граф називають мережею (network), де визначається:

- вузол-джерело, що має тільки вихідні дуги (позначається буквою *s*, від *source* – джерело);
- вузол-стік, що має тільки вхідні дуги (позначається буквою *t*, від *terminal* – кінцевий пункт);
- всі інші вузли – проміжні (транзитні), з'єднані між собою дугами, серед яких є і вхідні, і вихідні дуги.

Дуга зі стрілкою і певним значенням відповідного параметру визначає універсальне поняття – потік (*flow*), що рухається з початкового вузла дуги в кінцевий. Об'єктами потоків у практичних задачах виступають вантажі, газ,

пасажирів, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо [1].

Більшість оптимізаційних задач на транспортних мережах (ТМ) – це задачі про потоки у мережах (*network flow problems*). Для мережевих задач оптимізації фундаментальним є принцип збереження потоку в будь-якому вузлу, а саме – сума потоків $F_{вих}(x)$ на виході вузла дорівнює сумі потоків на його вході $F_{вх}(x)$ + потенціал $p(x)$ вузла (+ пропозиція/ - попит), наприклад:

- вузол-джерело s : $F_{вих}(s) = 0 + p(s) = P$, де: P – величина загального потоку по ТМ; потенціал $p(s) = +P$ (рис. 1 а);
- вузол-стік t : $F_{вих}(t) = P + p(t) = 0$, тому що потенціал $p(t) = -P$ (рис. 1 б);
- проміжний вузол x : $F_{вих}(x) = F_{вх}(x) \pm p(x)$ (рис. 1 в).

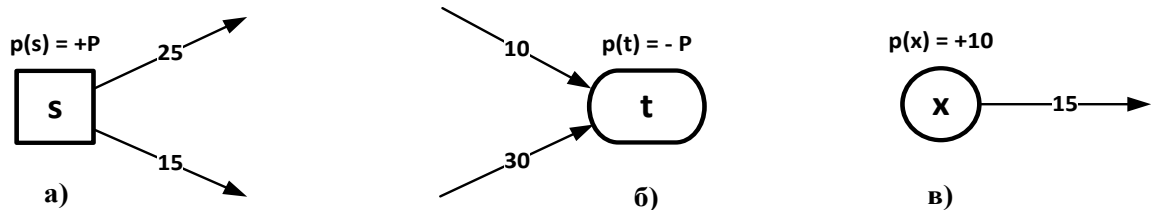


Рис. 1 – Схематичне зображення принципу збереження потоку в будь-якому вузлу мережі

Розглянемо практичний приклад застосування принципу збереження потоку в будь-якому вузлу мережі при знаходженні найкоротшого маршруту на ТМ за маршрутом *Київ – Жешув*, який взятий з електронної карти (за допомогою www.google.com/maps). ТМ задана у вигляді змішаного зваженого графа з 10 вузлами і 18 дугами, початкові дані мають наступний вигляд у Excel-таблиці (рис. 2). Треба визначити найкоротший шлях від вузла-джерела міста *Києва* до вузла-стоку міста *Жешува* у наступній математичній постановці [2, 3]:

– знайти вектор дуг $X = (x_1, x_2, \dots, x_{18})$, де елемент $x_i = 1$, якщо відповідна дуга належить найкоротшому шляху, і 0 у протилежному випадку; i – порядковий номер дуги ($i = 1, 2, \dots, 18$);

– щоб загальна довжина шляху $D = \sum_{i=1}^{18} d_i x_i \rightarrow \min$, де d_i – довжина i -ої дуги;

– за умови збереження балансу потоків для кожного i -го вузла ($i = 2, \dots, 9$): $F_{вих}(x_i) - F_{вх}(x_i) = 0$, для вузла-джерела $F_{вих}(x_1) - F_{вх}(x_1) = 1$; для вузла-стоку $F_{вих}(x_{10}) - F_{вх}(x_{10}) = -1$;

– при всіх $x_i \geq 0$.

Для цього в Excel-таблиці (далі просто таблиці) для всіх дуг визначити діапазон для невідомих X (дуга) і обчислити значення цільової функції за формулою – СУММПРОИЗВ(дуга; довжина), а для всіх вузлів обчислити суми вхідних (Вхід) і вихідних (Вихід) потоків, їх різницю (Вихід-Вхід), задати колонку правих частин обмежень (Обмеження).

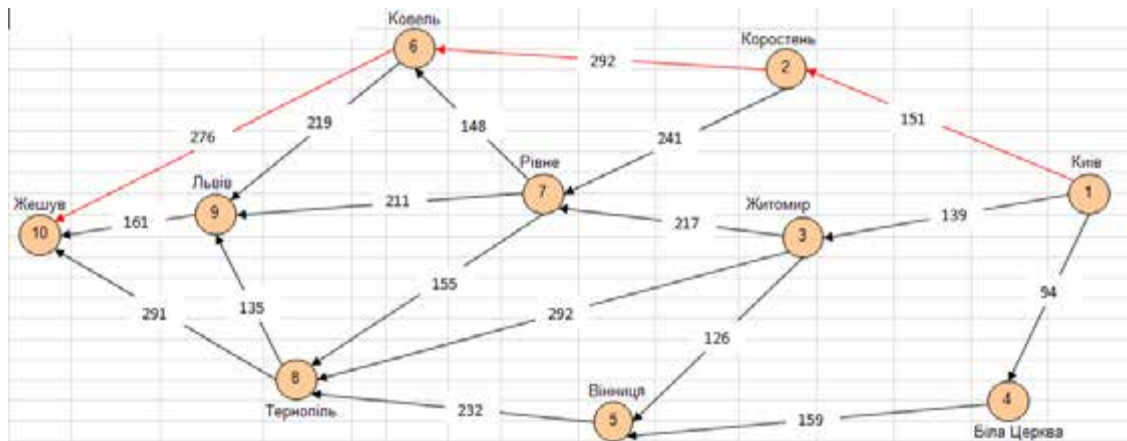


Рис. 4 – Графічне зображення розв'язання задачі про найкоротший шлях на мережі

На рисунку 4 показано графічне зображення отриманого результату, а саме – найкоротший маршрут, який зображений на ТМ у вигляді стрілок.

Література

1. Prokudin G., Chupaylenko O., Dudnik O., Dudnik A., Omarov D. Improvement of the Methods for Determining Optimal Characteristics of Transportation Networks. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016, N. 6/3 (84), P. 54-61 (ISSN 1729-3774, DOI:10.15587/1729-4061.2016.85211).

2. Кузьмичов А.І., Прокудін Г.С. Електронно-таблицне математичне моделювання задач оптимального розвитку комунікаційних мереж. Автошляховик України. Окремий випуск вісника Центрального наукового центру ТАУ. 2008, № 11, С. 48–52.

3. Прокудін Г.С., Дмитрієв М.М. Програма пошуку найкоротших відстаней на транспортній мережі за допомогою методу графів. Свід-во про внесення суб'єкта підприємн. діяльн. до Реєстру виробн. та розповсюдж. прогр. забезп. Серія ВР, № 00935, Україна, МОН, 2008, 13 с.

Міністерство
освіти і науки
України



Міністерство освіти і науки України

Національний університет біоресурсів і
природокористування України

Механіко-технологічний факультет

Кафедра транспортних технологій та засобів у АПК

Академія прикладних наук Університету
управління та адміністрування в Ополі

Академія інженерних наук України

Українська асоціація аграрних інженерів



**ЗБІРНИК ТЕЗ
доповідей
VI Міжнародної
науково-практичної конференції
«Автомобільний транспорт та інфраструктура»**



AutoTransport and Infrastructure

19-21 квітня 2023 року
м. Київ

ББК 40.7
УДК 631.17+62-52-631.3

Рекомендовано до друку рішенням наукової ради механіко-технологічного факультету Національного університету біоресурсів і природокористування України від 18 квітня 2023 р., протокол № 8 .

Збірник тез доповідей VI Міжнародної науково-практичної конференції «Автомобільний транспорт та інфраструктура» (19–21 квітня 2023 року). Національний університет біоресурсів і природокористування України. Київ. 2023. 250 с.

ISBN 978-617-8102-96-8

В збірнику представлені тези доповідей науково-педагогічних працівників, наукових співробітників, аспірантів і докторантів, студентів, фахівців транспортної галузі, учасників VI Міжнародної науково-практичної конференції «Автомобільний транспорт та інфраструктура», в яких розглядаються нинішній стан та шляхи розвитку автотранспортної галузі.

ISBN 978-617-8102-96-8

© НУБіП України, 2023.

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ:

Отченашко В. В., начальник науково-дослідної частини – голова організаційного комітету;

Братішко В. В., декан механіко-технологічного факультету – заступник голови організаційного комітету;

Тадеуш Покуса, проректор Академії прикладних наук Університету управління та адміністрування в Ополь, Польща – заступник голови організаційного комітету;

Киричок П.О., президент Академії інженерних наук України – заступник голови організаційного комітету;

Загурський О.М., професор кафедри транспортних технологій та засобів у АПК – секретар організаційного комітету.

Войтюк В. Д., професор кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту імені М. П. Момотенка;

Дьомін О.А., доцент кафедри транспортних технологій та засобів у АПК;

Калінін Є. І., завідувач кафедри тракторів, автомобілів та біоенергоресурсів;

Новицький А. В., завідувач кафедри надійності техніки;

Мацюк В. І., заступник декана з наукової роботи механіко-технологічного факультету, професор кафедри транспортних технологій та засобів у АПК;

Михайлович Я. М., професор кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту імені М. П. Момотенка;

Роговський І. Л., завідувач кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту імені М. П. Момотенка.

Савченко Л.А., завідувачка кафедри транспортних технологій та засобів у АПК.