

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ  
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

Факультет (ННІ) КОНСТРУЮВАННЯ ТА ДИЗАЙНУ

ДОПУСКАЄТЬСЯ ДО ЗАХИСТУ

Завідувач кафедри

Конструювання машин і обладнання  
(назва кафедри)

Вячеслав ЛОВЕЙКІН  
(підпис) (ПБ)

“ ” – 2024

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

на тему: **Оптимізація режиму руху робота з однією поступальною і двома  
обертальними ланками**

Спеціальність (напрямок підготовки) 133 – «Галузеве машинобудування»  
(код і назва)

Освітня програма - Робототехнічні системи і комплекси сільськогосподарського виробництва

Магістерська програма \_\_\_\_\_

Орієнтація освітньої програми \_\_\_\_\_ освітньо-професійна

Гарант освітньої програми

Д.т.н., професор

**Юрій РОМАСЕВИЧ**

**Керівники магістерської роботи**

Д.т.н., професор \_\_\_\_\_ Вячеслав ЛОВЕЙКІН  
(науковий ступінь та вчене звання) (підпис) (ПБ)

К.т.н., ст.викладач \_\_\_\_\_ **Віктор КРУШЕЛЬНИЦЬКИЙ**

**Виконав**

Андрій Анатолійови ЛУК'ЯНЕНКО  
(підпис) (ПБ студента)

КИЇВ – 2024



# ЗМІСТ

<b>ЗМІСТ</b> .....	<b>3</b>
<b>ВСТУП</b> .....	<b>4</b>
<b>РОЗДІЛ 1</b> .....	<b>5</b>
<b>АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРИ</b> .....	<b>5</b>
<b>1.1. Класифікація роботів маніпуляторів</b> .....	<b>5</b>
<b>1.3. Аналіз публікацій.</b> .....	<b>23</b>
<b>РОЗДІЛ 2</b> .....	<b>26</b>
<b>ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ РУХУ РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА В ПЛОЩИНІ ЗМІНИ ВИЛЬОТУ</b> .....	<b>26</b>
<b>2.1</b> Визначення траєкторії руху захвату робота-маніпулятора з двома обертальними і однією поступальними ланками в площині зміни вильоту захвату .....	<b>26</b>
<b>2.2</b> Визначення оптимального енергетичного режиму руху захвату .....	<b>28</b>
<b>2.3.</b> Визначення оптимального ривкового режиму руху .....	<b>34</b>
захватного пристрою .....	<b>34</b>
<b>2.4.</b> Визначення комплексного оптимального режиму руху захватного пристрою .....	<b>44</b>
<b>РОЗДІЛ 3</b> .....	<b>55</b>
<b>СИНТЕЗ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ РОБОТА_МАНІПУЛЯТОРА</b> .....	<b>55</b>
<b>3.1.</b> Оптимізація режиму пуску ланки робота-маніпулятора .....	<b>55</b>
<b>3.2.</b> Структурна схема системи керування швидкістю руху ланки робота-маніпулятора ...	<b>62</b>
<b>3.3</b> Дослідження системи керування ланки робота .....	<b>69</b>
<b>3.4</b> Синтез системи керування з PID регулятором.....	<b>81</b>
<b>Висновки</b> .....	<b>94</b>
<b>РОЗДІЛ 4. ОХОРОНА ПРАЦІ</b> .....	<b>87</b>
<b>4.1.</b> Загальні вимоги безпеки .....	<b>87</b>
<b>РОЗДІЛ 5. ОБҐРУНТУВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ</b> .....	<b>90</b>
<b>5.1</b> Зменшення зносу і витрат на обслуговування.....	<b>90</b>
<b>5.2</b> Зменшення часу простою.....	<b>92</b>
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	.....Ошибка! Закладка не определена.
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛЕТИРАТУРИ</b> .....	<b>95</b>

## ВСТУП

Ринок промислових роботів демонструє стрімке зростання, що підтверджується активністю таких гігантів індустрії, як Fanuc, KUKA, ABB, Kawasaki Robotics і Yaskawa. Ці компанії пропонують широкий спектр роботів, що задовольняють потреби різних виробництв. Паралельно з розширенням застосування роботів, актуальним завданням є оптимізація їх руху, особливо для складних систем з кількома ступенями свободи, таких як роботи з однією поступальною і двома обертальними ланками.

Переваги використання роботів очевидні: висока продуктивність, безпека, автоматизація рутинних задач та економічна ефективність. Однак, для досягнення максимальної ефективності роботи необхідно ретельно налаштувати їхні рухи. Оптимізація траєкторій, швидкостей та прискорень дозволяє не лише підвищити продуктивність, але й зменшити знос механізмів та енергоспоживання.

Актуальним напрямком досліджень є розробка алгоритмів планування руху роботів, які враховують різноманітні обмеження, такі як кінематичні обмеження, уникнення зіткнень та оптимізація за певним критерієм (наприклад, час виконання завдання, енергоспоживання).

# РОЗДІЛ 1

## АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРИ

### 1.1. Класифікація роботів маніпуляторів

Згідно новому звіту World Robotics за 2024 рік зафіксовано 4 281 585 одиниць роботів, що працюють на заводах по всьому світу, що на 10% більше ніж було зафіксовано в попередньому році. Щорічні установки перевищили півмільйона одиниць третій рік поспіль. За регіонами, 70% всіх нових роботів 2023 року були встановлені в Азії, 17% - в Європі і 10% - в Америці (рис 1.1).

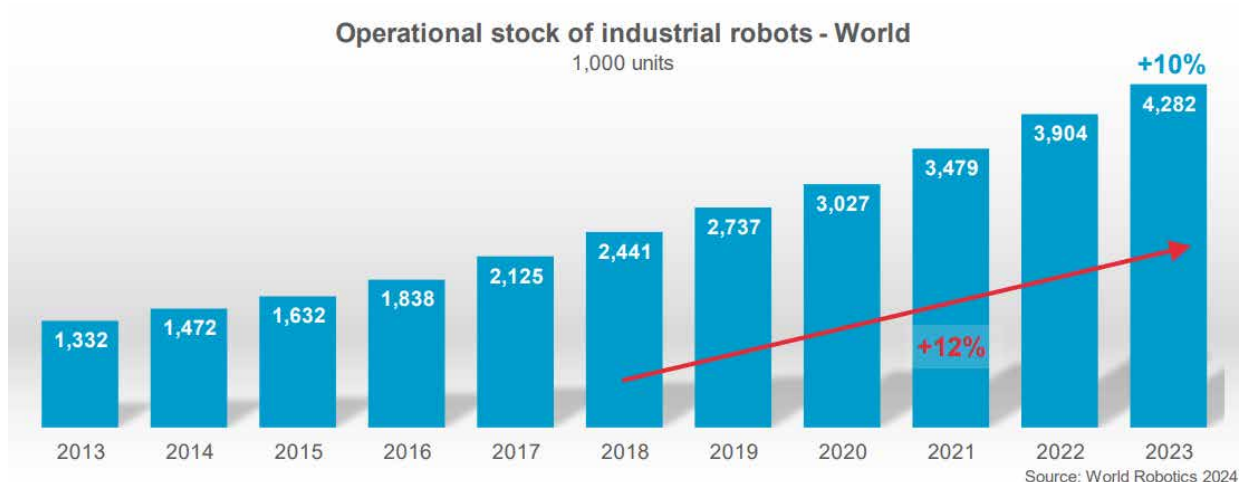


Рис. 1.1. Графік щорічного встановлення роботів станом на 2024 рік[1].

Нові статистичні дані World Robotics свідчать про рекордно високу кількість промислових роботів, що автоматизують виробництво в усьому світі. Річний показник встановлення 541 302 одиниць у 2023 році є другим найвищим в історії. Він лише на 2% нижчий за рекордний показник у 552 946 одиниць, встановлених у 2022 році[1].

Такий значний розвиток робототехніки призвів до необхідності систематизації цих складних машин. Однією з найпоширеніших систем класифікації є поділ на три покоління. Цю типологію можна знайти в наукових журналах, підручниках, а також у спеціалізованих виданнях, присвячених робототехніці (рис. 1).



Рис. 1.1 Різновиди класів промислових роботів[2]

Перше покоління роботів. Роботи першого покоління - це, по суті, промислові автомати, спроектовані для виконання рутинних операцій. Їхні рухи жорстко запрограмовані, і вони відрізняються високою точністю та швидкістю виконання завдань. Такі роботи, як правило, не мають датчиків, що дозволяють їм адаптуватися до змін у навколишньому середовищі. Їхнє застосування обмежується стабільними умовами виробництва. Типовими сферами використання є виробничі лінії, склади та аптеки[3].

Друге покоління роботів. Роботи другого покоління представляють собою значний крок вперед у розвитку робототехніки. Вони оснащені алгоритмами машинного навчання, що дозволяє їм адаптуватися до нових умов і виконувати більш складні завдання. Завдяки своїй гнучкості, такі роботи знайшли широке застосування в логістиці, медицині, наукових дослідженнях та інших галузях. Їхнє програмування передбачає не тільки основну послідовність дій, але й набір підпрограм, які запускаються в залежності від ситуації.

Третє покоління роботів. Роботи третього покоління - це вершина сучасних розробок у галузі робототехніки. Вони володіють штучним інтелектом, що дозволяє їм самостійно навчатися, аналізувати дані та приймати рішення. Їх конструкція значно відрізняється від попередніх поколінь: вони мають більш складні системи руху, потужні обчислювальні ресурси і здатні працювати в динамічному середовищі. Типовими сферами застосування є автоматизований транспорт, медицина та інші високотехнологічні галузі. Розробка таких роботів вимагає складних математичних моделей, що пояснює їхню високу вартість[6].

Загалом існує безліч характеристик за якими можна роботи маніпулятори розділити на групи (рис. 1.2).

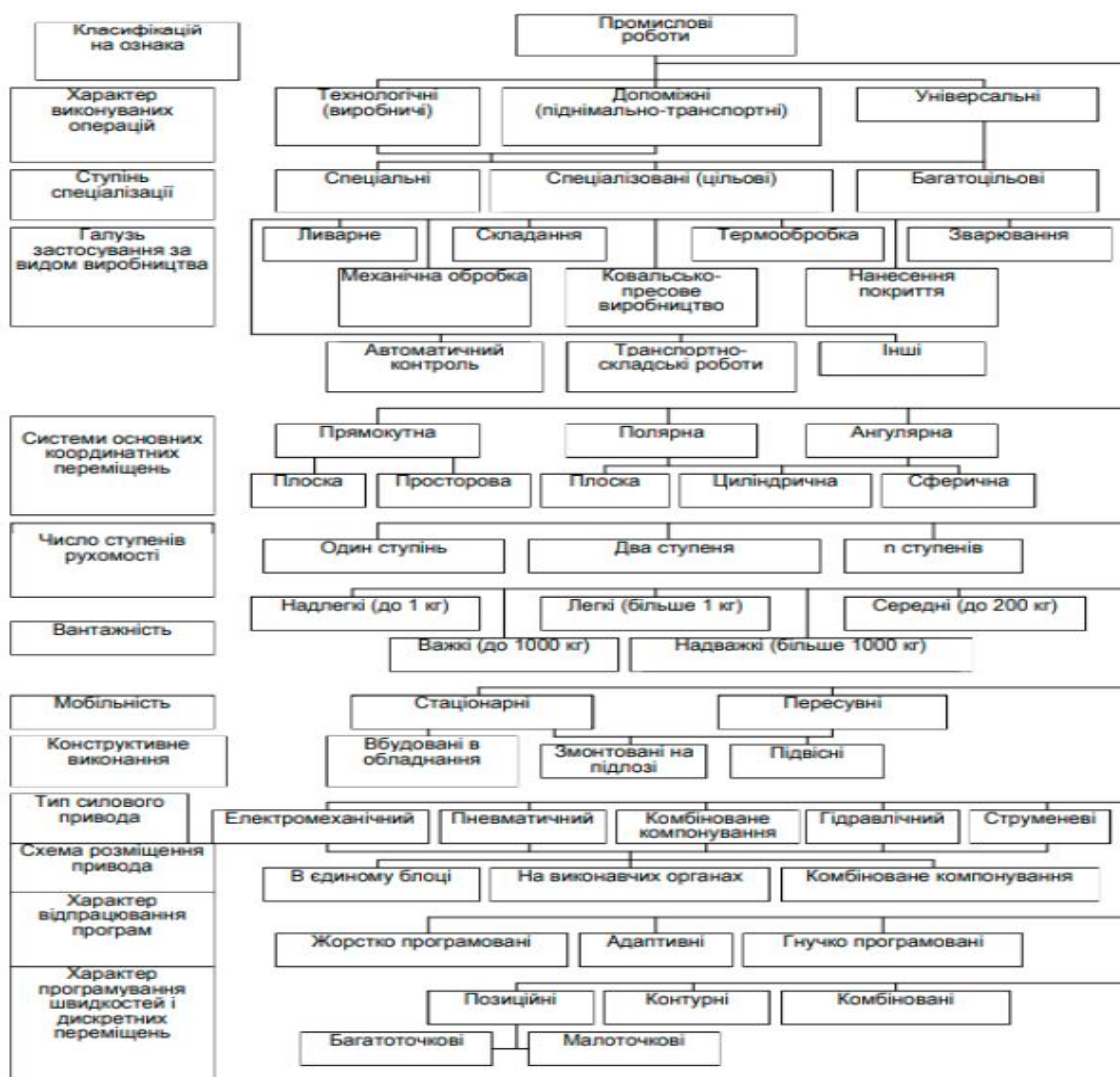


Рис.1.1.2 Класифікація промислових роботів [5]

База для класифікації промислових роботів чудово наведена в ГОСТ 25685-85 [4].

За функціональним призначенням роботи можна поділити на спеціальні, спеціалізовані та універсальні:

- Спеціалізовані маніпулятори – це пристрої, створені для виконання чітко визначених операцій. Їхні можливості обмежені конкретним завданням, і вони не призначені для універсального використання. Такі маніпулятори часто застосовуються на виробництвах, де потрібна висока точність і повторюваність рухів.
- Спеціалізовані маніпулятори - це універсальні інструменти в межах своєї сфери застосування. Наприклад, зварювальний робот, здатний виконувати різноманітні зварювальні шви, але його функціонал обмежений зварювальними роботами.
- Універсальні маніпулятори – це багатофункціональні пристрої, здатні виконувати широкий спектр завдань у різних галузях. Вони характеризуються гнучкістю та здатністю адаптуватися до нових умов роботи. Яскравим прикладом таких маніпуляторів є модульні робототехнічні системи, які складаються з кількох модулів, кожен з яких виконує свою функцію. Залежно від завдання, модулі можуть бути комбіновані різними способами, що робить такі системи дуже гнучкими і адаптивними до різних завдань.

Залежно від максимального навантаження, яке може підняти промисловий робот, їх поділяють на такі категорії:

- *Мініатюрні роботи*: здатні піднімати вантажі до 10 Н (ньютонів). Це найменші та найлегші роботи, які використовуються для виконання точних маніпуляцій з дрібними деталями.
- *Легкі роботи*: призначені для роботи з вантажами від 10 до 100 Н. Їх широко застосовують у електроніці, фармацевтиці та інших

галузях, де потрібна висока точність та швидкість виконання операцій.

- *Середньовантажопідйомні роботи*: можуть піднімати вантажі від 100 до 2000 Н. Цей тип робіт використовується в широкому спектрі застосувань, від зварювання до пакування.
- *Важкі роботи*: здатні працювати з вантажами від 2000 до 10000 Н. Їх використовують для виконання важких фізичних робіт, таких як завантаження та розвантаження великогабаритних деталей.
- *Надвважкі роботи*: призначені для роботи з надзвичайно великими вантажами, понад 10000 Н. Їх застосовують у важкій промисловості, наприклад, для переміщення великих металевих конструкцій.

Роботи, залежно від їхніх можливостей рухатися, поділяються на *нерухомі (стаціонарні) та мобільні*. Останні, в свою чергу, класифікуються за типом рушія (пристрою для пересування).

Мобільні роботи можуть бути:

- *Колісними*: рухаються за допомогою коліс, як звичайні автомобілі.
- *Гусеничними*: обладнані гусеницями, що забезпечує високу прохідність по пересіченій місцевості.
- *Крокуючими*: пересуваються за допомогою ніг, що дозволяє їм долати складні перешкоди.
- *З повітряною подушкою*: рухаються по поверхні на повітряній подушці, що створюється за рахунок стисненого повітря.
- *З магнітною подушкою*: левітують над поверхнею завдяки магнітним силам.

За способом розміщення на виробництві роботи поділяються на: *автономні (самостійні), підвісні та вбудовані в інші машини*.

Залежно від способу визначення положення робочого органу в просторі, роботи поділяються на кілька типів:

- *Картезіанські роботи* (прямокутні): рухаються вздовж трьох взаємно перпендикулярних осей (X, Y, Z), утворюючи прямокутну систему координат. Вони можуть бути плоскими (рухаються в одній площині) або просторовими (рухаються в тривимірному просторі).
- *Полярні роботи*: використовують полярну систему координат, де положення точки визначається відстанню до початку координат і кутом. Вони можуть бути плоскими (рухаються в одній площині), циліндричними (рухаються вздовж циліндричної поверхні) або сферичними (рухаються в сферичному просторі).
- *Антропоморфні роботи*: імітують будову людської руки, використовуючи суглоби для виконання рухів. Вони також можуть працювати в плоскому, циліндричному або сферичному просторі.

Залежно від джерела енергії, що приводить в рух роботів, їх поділяють на: гідравлічні, пневматичні, електромеханічні та комбіновані.

Залежно від способу управління рухами, роботи поділяються на: роботи з запрограмованими діями (циклічними, точковими та контурними) та роботи, що здатні адаптуватися до змін у навколишньому середовищі (з точковим та контурним управлінням).

За способом програмування роботи поділяються на:

- Роботи з фіксованою програмою: їхній алгоритм дій не може бути швидко змінений і вимагає ручного втручання для внесення змін.
- Роботи з гнучкою програмою: вони обладнані системами, що дозволяють легко змінювати програму без зупинки виробництва.

- Адаптивні роботи: здатні змінювати свою поведінку залежно від умов навколишнього середовища, використовуючи отриману інформацію.
- Інтелектуальні роботи: мають здатність самостійно приймати рішення та планувати свої дії, враховуючи різноманітні фактори[2].

За сферою застосування роботи маніпулятори розділяють на велику кількість типів, серед них найпоширенішими є зварювальні, палетувальні, фарбувальні, а також маніпулятори для складання та обробки матеріалів.

*Зварювальні маніпулятори* – застосовуються для автоматизованого зварювання металевих деталей, особливо в автомобільній та важкій промисловості (рис 1.3).. Для ручного зварювання потрібні досвідчені фахівці, оскільки навіть незначні дефекти у зварювальному шві можуть призвести до браку. Крім того, зварювальники часто стикаються з небезпечними умовами праці, такими як вплив токсичних газів, незручні робочі пози, висока температура, шум і так далі. Через це застосування маніпуляторів стало економічно вигідним у процесах GMAW (Gas Metal Arc Welding - дугове зварювання в середовищі захисних газів), навіть при невеликих партіях продукції.

Як правило, автоматизоване зварювання здійснюється з використанням дротового електрода і захисного газу, який подається через зварювальний пістолет. Сучасні зварювальні маніпулятори мають ряд переваг, зокрема[7]:

- управління за допомогою комп'ютера дає змогу ефективно програмувати послідовність рухів робота, зовнішніх виконавчих механізмів і датчиків, а також встановлювати зв'язок із зовнішніми пристроями, наприклад, з джерелами зварювання;

- можливість гнучкого налаштування позицій і орієнтації робота, систем координат і траєкторій руху;
- високу повторюваність і точність позиціонування траєкторій.



Рис. 1.3 Зварювальний маніпулятор виконує процес зварювання[8]

Для ручного *палетування* потрібні кваліфіковані оператори, оскільки навіть незначні помилки при розміщенні вантажів можуть призвести до нестабільності палет і можливих аварій. Крім того, працівники палетувальних ліній часто зазнають фізичних навантажень та працюють у середовищі з підвищеним рівнем шуму, що може вплинути на їхню безпеку і здоров'я. Саме тому використання маніпуляторів для палетування (рис. 1.4) стало ефективним рішенням у багатьох галузях, навіть при обробці невеликих обсягів продукції[9].

Зазвичай автоматичне палетування відбувається шляхом захоплення та укладання вантажів за певним шаблоном. Сучасні палетувальні маніпулятори мають низку переваг, серед яких:

- комп'ютерне керування, що дозволяє точно програмувати послідовність рухів робота, налаштовувати виконавчі механізми та датчики, а також інтегрувати їх із зовнішніми системами, такими як транспортні конвеєри;
- гнучке налаштування позицій, орієнтації та шаблонів укладання вантажів відповідно до вимог логістики;
- висока повторюваність і точність позиціонування, що забезпечує стабільність палет і зменшує ризик пошкодження продукції.



Рис. 1.4 Маніпулятор для палетування АВВ[9]

*Фарбувальні маніпулятори* стали незамінним інструментом для автоматизації процесів, забезпечуючи стабільну якість покриття і безпеку виробництва. Важливим аспектом завдань з розпилення є те, що матеріал повинен наноситися так, як того вимагає завдання. Наприклад, для фарбування кузова автомобіля необхідно рівномірне розпилення, тоді як для настінного розпису воно може бути нерівномірним [10].

При виконанні такого завдання вручну можуть виникнути різні проблеми: оператори ризикують допустити нерівномірне покриття або інші

дефекти, які знижують якість продукції. Окрім того, працівники фарбувальних ліній часто зазнають впливу шкідливих випарів і працюють у незручних позах, що може негативно вплинути на їхнє здоров'я. Тому використання фарбувальних маніпуляторів стало оптимальним рішенням для багатьох виробничих процесів, навіть при обробці невеликих партій.

Зазвичай автоматичне фарбування (рис. 1.5) здійснюється за допомогою фарбувальних розпилювачів, які забезпечують рівномірний розподіл фарби на поверхні. Більша частина програм, що використовуються для керування роботами-фарбувальниками, створюється заздалегідь, поза режимом реального часу. Сучасні фарбувальні маніпулятори мають численні переваги, зокрема:

- комп'ютерне управління, яке дає можливість точно програмувати траєкторію рухів робота, керувати розпилювачами і датчиками, а також взаємодіяти із зовнішніми системами, такими як системи подачі фарби;
- можливість точного налаштування позицій, кутів розпилення і рівнів інтенсивності покриття для забезпечення високої якості фарбування;
- висока повторюваність і точність нанесення фарби, що гарантує рівномірність покриття і мінімізацію відходів.

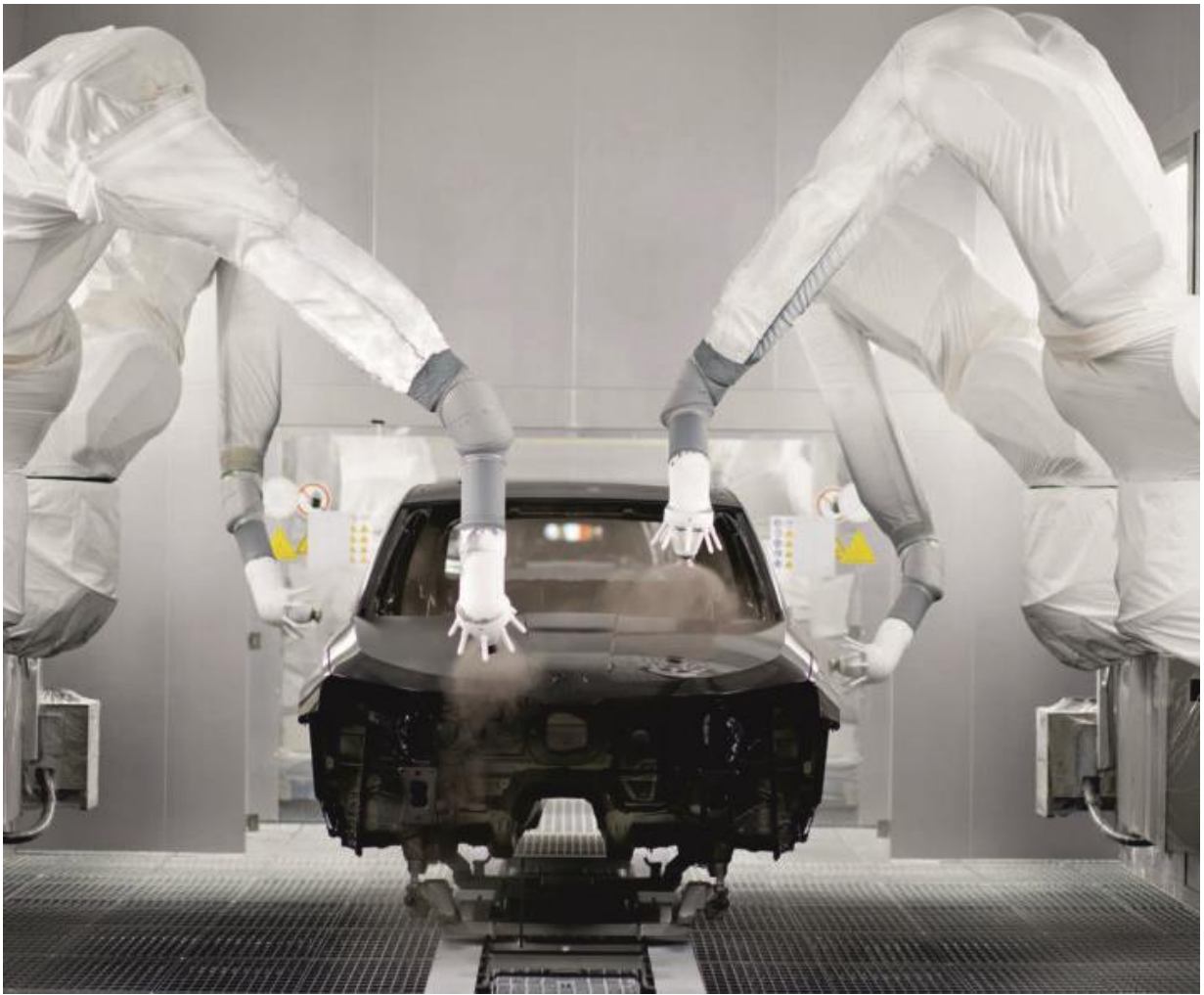


Рис. 1.5. Виконання паралельного фарбування кузова автомобіля кількома роботами [11]

*Процеси складання* у виробництві поділяються на чотири основні групи: з'єднання (рис. 1.6), переміщення, управління та допоміжні процеси (такі як очищення, налаштування, маркування тощо). Вміст цих чотирьох груп може варіюватися залежно від обсягу партії, типу продукту і необхідної продуктивності, від складальних робочих станцій до високопродуктивних складальних ліній. Складальні процеси можуть становити до 80% собівартості продукту, що створює значний потенціал для конкурентної переваги. Розвиток технологій автоматизації управління дозволяє роботам виконувати складні складальні операції, які раніше вважалися недоступними для автоматизації[12].



Рис. 1.6. Виконання паралельного фарбування кузова автомобіля кількома роботами [14]

Складальні роботи дозволяють досягти значного підвищення ефективності виробництва завдяки[13]:

- Збільшенню швидкості виробництва: Висока швидкість роботи роботів дозволяє скоротити час виробничого циклу і збільшити обсяги випуску продукції.
- Підвищенню точності: Завдяки програмуванню роботів досягається висока точність виконання операцій, що мінімізує відсоток браку.
- Поліпшенню якості продукції: Контроль якості на всіх етапах виробництва забезпечує стабільність характеристик готових виробів.

Маніпулятори для обробки матеріалів, такі як шліфувальні та фрезерні роботи, все частіше замінюють ручну працю ( рис 1.7 ). Їхня універсальність дозволяє виконувати широкий спектр операцій, від шліфування до свердління, з високою точністю та повторюваністю. Завдяки використанню спеціальних інструментів та систем управління, роботи здатні обробляти деталі з різними геометричними характеристиками, компенсуючи можливі відхилення.

Точність позиціонування робота значною мірою залежить від того, наскільки точно його математична модель відповідає реальній конструкції. Відхилення між теоретичними параметрами (параметрами Denavit-Hartenberg) та реальними розмірами та характеристиками робота, а також такі фактори, як гнучкість механізмів та люфти в передачах, можуть призводити до похибок у рухах. Для зменшення впливу цих факторів на точність позиціонування часто використовується кроковий підхід. Цей метод

полягає в розбитті траєкторії руху робота на дрібні сегменти, що дозволяє більш точно контролювати його положення на кожному етапі руху[15].

Сучасні роботи все більше нагадують високотехнологічні верстати з ЧПУ однак не є такими. Це стало можливим завдяки інтеграції в контролери роботів ядер ЧПК. Такі ядра забезпечують не лише керування рухами робота, але й виконують інші важливі функції, такі як інтерфейс користувача, розрахунок траєкторій руху та забезпечення безпеки роботи.

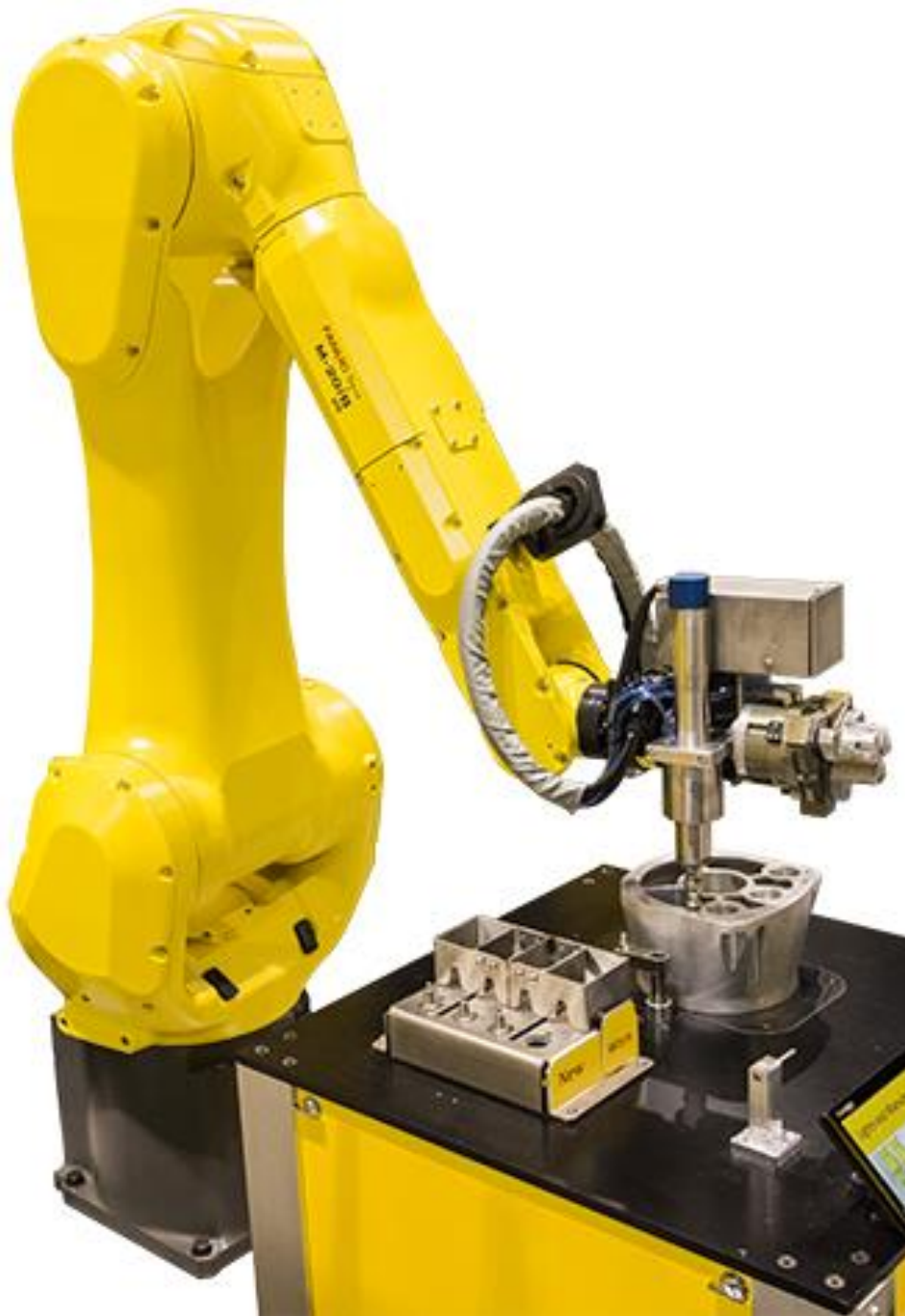


Рис. 1.7. Робот для обробки матеріалів та фінішної обробки[16]

## 1.2. Принцип дії роботів-маніпуляторів

Будова промислових роботів включає три основні компоненти: механічну, інформаційну та систему управління(рис. 1.3).

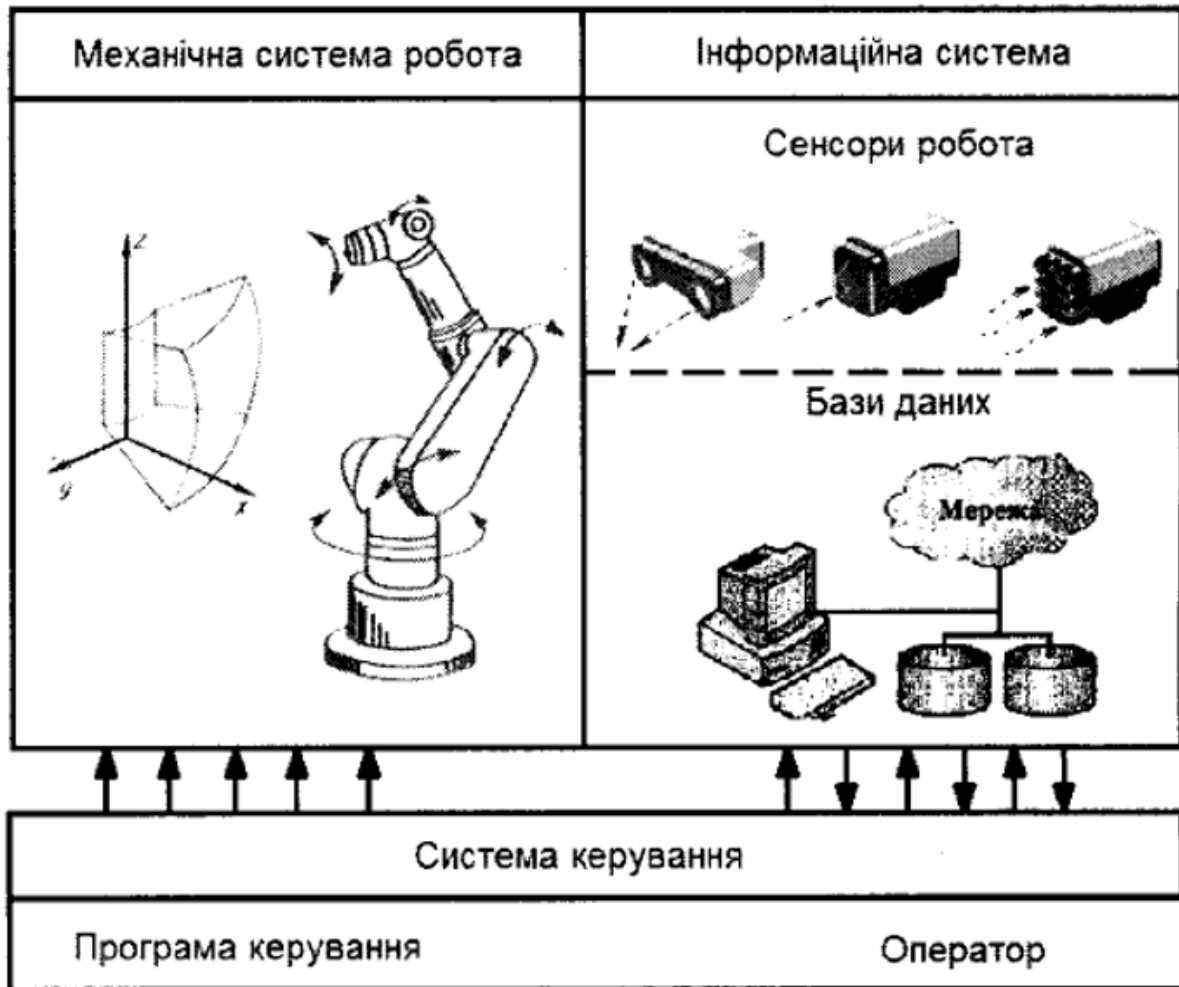


Рис. 1.3 Схематичне зображення будови робота маніпулятора[1]

Рухова (механічна) система робота безпосередньо втілює в життя команди системи управління, забезпечуючи точне виконання всіх запланованих дій. Вона складається з виконавчого модуля та приводів.

Степені свободи механічної системи робота можна розділити на три групи: орієнтаційні (локальні), що відповідають за зміну орієнтації, транспортні (ретональні), що забезпечують переміщення в просторі, та координаційні (глобальні), що визначають загальне положення робота.

Система управління (керування) робота виконує ключові завдання, забезпечуючи його безперебійну роботу. Вона відповідає за введення та збереження програм, а також за передачу команд виконавчим механізмам.

Система управління включає в себе різноманітні пристрої для введення даних, такі як носій з програмним забезпеченням та зчитувальний пристрій. Також присутні перетворювачі сигналів, які здійснюють аналого-цифрове перетворення. Обчислення виконує процесор з пам'яттю, який дозволяє коригувати та зберігати дані. Для контролю рухів використовується блок відстеження з візуальним відображенням.

Система зворотного зв'язку (інформаційна) робота містить у собі різноманітні сенсори, пристрої порівняння та базу даних, які забезпечують постійний контроль над його роботою [1].

Інформаційну систему робота можна розділити на три основні підсистеми: систему сприйняття навколишнього середовища, систему моніторингу внутрішнього стану та систему безпеки.

### 1.3. Аналіз публікацій.

Постійний розвиток технологій дозволяє роботам-маніпуляторам виконувати все більш складні завдання. Однак, щоб досягти максимальної ефективності, необхідно постійно вдосконалювати алгоритми керування рухами роботів. Оптимізація рухів є ключовим фактором у цьому процесі[17].

Оптимізація режимів руху роботів-маніпуляторів має не тільки технічний, але й економічний аспект. Вона дозволяє підвищити продуктивність виробництва, знизити витрати на енергію та зменшити ризик поломки обладнання. Таким чином, оптимізація є інвестицією в майбутнє виробництва.

У статті Dechao Chen та ін. (2020) [18] описаний один зі способів оптимізації руху робота, який полягає в стабілізації точок захоплення маніпулятора під час виконання програмованих дій. Для досягнення стабільного положення маніпулятора запропоновано метод налаштування пропорційної та диференційної складових багатовимірного ПД-регулятора, заснований на оригінальному підході з невизначеними коефіцієнтами. Для усунення статичної похибки була застосована методика Девісона для налаштування інтегральної складової ПД-регулятора. Теоретичні дослідження показали, що цей підхід дозволяє точно та швидко стабілізувати положення захоплення маніпулятора в точках програмованого руху. Метод є універсальним і може використовуватися для стабілізації роботи інших технічних систем і технологічних процесів.

У статті Varessi Šegota S. та ін. (2020) [19] розглянуто оптимізацію руху шестиосового робота-маніпулятора з метою зниження навантаження на суглоби, що сприяє зменшенню енергоспоживання і зносу робота. У роботі аналізуються два сценарії: перший передбачає переміщення вантажу одним роботом-маніпулятором за траєкторією "точка-точка", а другий – спільну роботу двох роботів, які одночасно транспортують той самий вантаж за

розрахованою траєкторією "точка-точка". Для оптимізації траєкторії використано еволюційні обчислювальні алгоритми, зокрема генетичний алгоритм (GA), імітований відпал (SA) та диференційну еволюцію (DE). Дослідження показали, що генетичний алгоритм (GA) продемонстрував найкращі результати у мінімізації навантаження на суглоби, особливо при випадковому схрещуванні для одного робота і середньому схрещуванні для двох роботів. Диференційна еволюція (DE) також показала хороші результати, тоді як імітований відпал (SA) виявився менш ефективним у зниженні навантажень, проте забезпечив більш плавну криву навантаження.

Ще один підхід до оптимізації описаний у статті Al-Dujaili A. Q. та ін. (2022) [20]. Тут для налаштування оптимальних параметрів алгоритму STSMC (оптимальне керування методом суперковзання) для робота-маніпулятора замість методу проб і помилок застосовуються сучасні оптимізаційні техніки, зокрема алгоритм рою часток (PSO) і гармонійний пошук (SSO). У ході роботи було проведено порівняльне дослідження між алгоритмами PSO та SSO. Результати комп'ютерного моделювання та лабораторних експериментів показали, що PSO забезпечує кращу динамічну продуктивність і стійкість до зовнішніх збурень порівняно з SSO.

У статті Huang Y. і Fei M. (2018) [21] розглядається оптимізація руху маніпулятора за кількома критеріями одночасно, такими як швидкість виконання завдання, загальна довжина траєкторії та плавність руху. Для реалізації цієї багатоцільової оптимізації планування траєкторії застосовується вдосконалений алгоритм NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II), який дозволяє отримати набір Парето-оптимальних рішень, оптимальних для всіх цілей одночасно. У статті також запропоновано покращений механізм обчислення crowding distance (відстані заповнення) для підвищення якості розподілу Парето-оптимальних рішень у рамках алгоритму NSGA-II. Перевірка методу на імітаційних моделях показала, що

оптимальне співвідношення між витраченим часом і ривками в суглобах є пріоритетним вибором для практичних інженерних задач.

## РОЗДІЛ 2.

### ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ РУХУ РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА В ПЛОЩИНІ ЗМІНИ ВИЛЬОТУ

#### 2.1 Визначення траєкторії руху захвату робота-маніпулятора з двома обертальними і однією поступальними ланками в площині зміни вильоту захвату

Розглянемо робот-маніпулятор з трьома рухомими ланками (рис.2.1). Тут ланка -1 здійснює обертальний рух в площині повороту. До цієї ланки шарнірно прикріплено напрямну – 2, яка здійснює обертальний рух в площині зміни вильоту. Рука – 3 робота-маніпулятора разом з захватним пристроєм і вантажем здійснює складний рух: поступальний рух відносно напрямної – 2 та обертальні рухи в площині повороту та площині зміни вильоту.

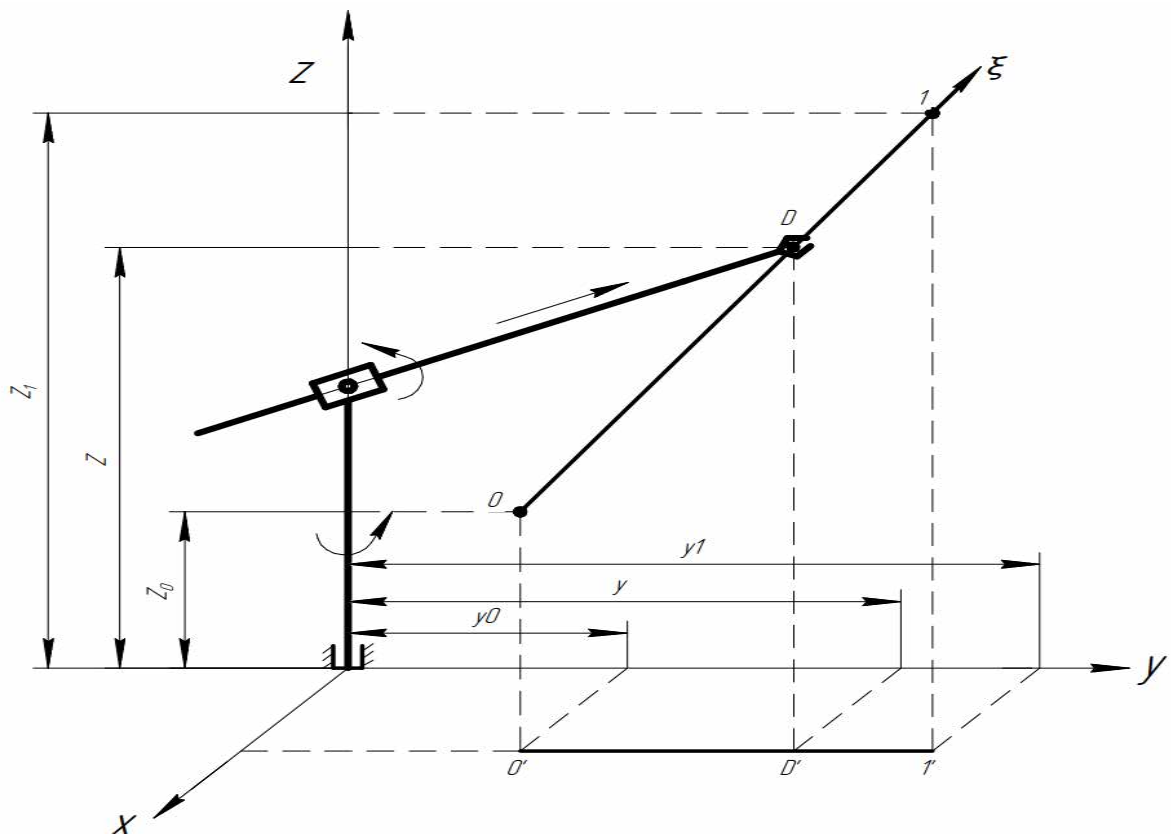


Рис.2.1. Схема маніпулятора з однією поступальною і двома обертальними ланками

Будемо досліджувати режим руху робота-маніпулятора з однією поступальною та двома обертальними ланками в площині зміни вильоту. Для цього покажемо схему руху робота-маніпулятора в площині зміни вильоту (рис.2.2).

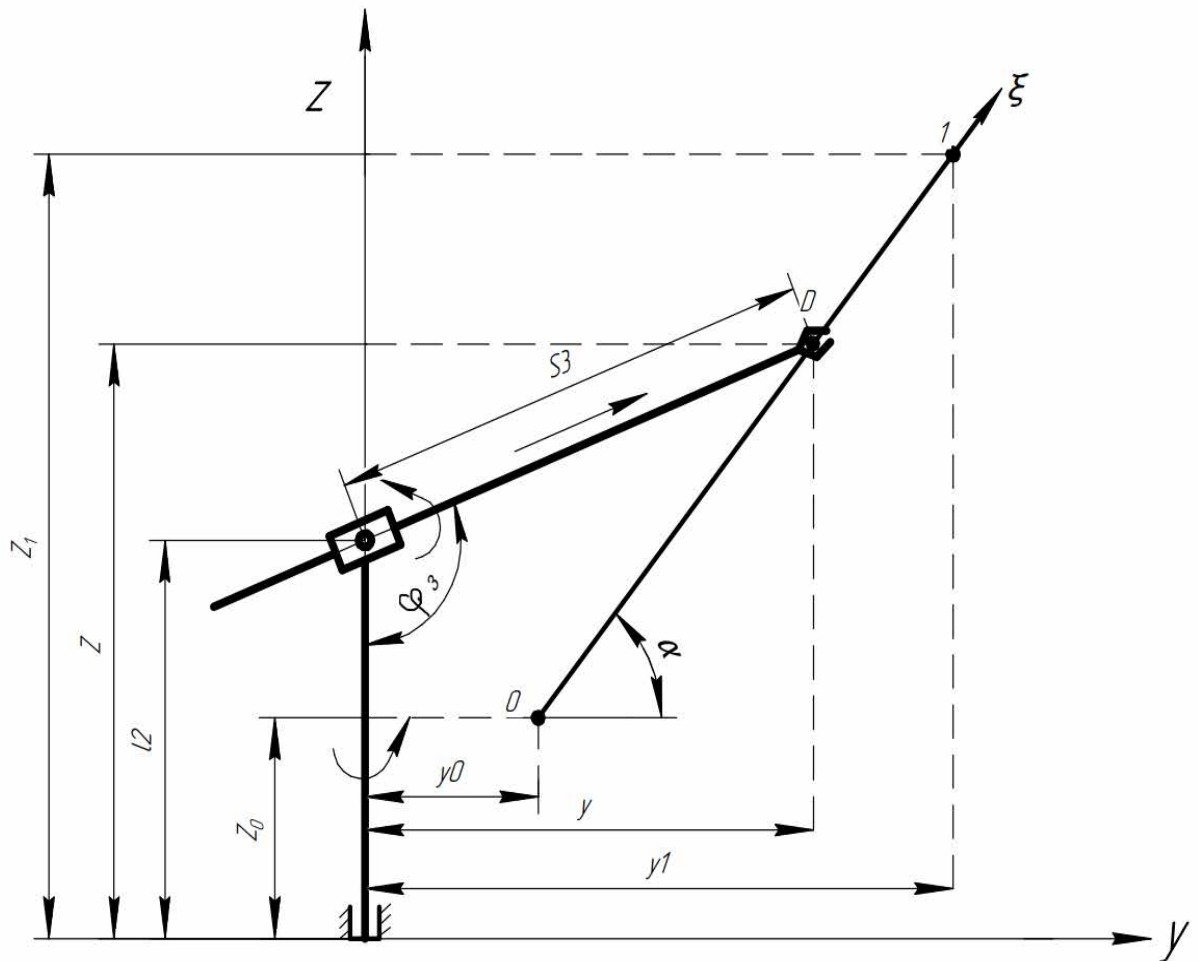


Рис.2.2. Схема руху робота- маніпулятора в площині зміни вильоту

Поставлена задача визначити траєкторію руху захватного пристрою робота-маніпулятора при переміщенні з положення 0, що характеризується координатами  $(y_0; z_0)$  в положення 1 з координатами  $(y_1; z_1)$ . Оскільки при переміщенні захватного пристрою з точки 0 в точку 1 без перешкод найкоротшою відстанню буде відстань по прямій лінії, тому за траєкторією руху захватного пристрою в площині зміни вильоту використаємо прямо

лінію вздовж осі  $\xi$ . Будемо вважати, що в точці 0 переміщення вздовж осі  $\xi$  дорівнює нулю, тобто  $\xi = 0$ . Переміщення точки D захватного пристрою відносно точки 0 вздовж осі  $\xi$  визначається наступною залежністю:

$$\xi = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad . \quad (2.1)$$

В точці 0 переміщення  $\xi = \sqrt{(x_0 - x_0)^2 + (y_0 - y_0)^2} = 0$ , а в точці 1 це переміщення  $\xi = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} = \xi_1$ .

## 2.2 Визначення оптимального енергетичного режиму руху захвату

Визначимо оптимальний енергетичний режим руху захвату вздовж прямої  $\xi$  на ділянці руху між точками 0 і 1. За критерій оптимізації використаємо середнє значення кінематичної енергії захватного пристрою з вантажем на ділянці руху  $0 \leq \xi \leq \xi_1$ , за час  $t_1$ , яке визначається наступною залежністю

$$T = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} T dt \rightarrow \min, \quad (2.2)$$

де  $t$  - час,  $t_1$  - тривалість руху захватного пристрою з вантажем;  $T$  - кінематична енергія захватного пристрою з вантажем, яка виражається за такою формулою

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2, \quad (2.3)$$

де  $m$  - маса захватного пристрою з вантажем.

Умовою мінімуму інтегрального функціоналу (2.2) є рівняння Ейлера, яке має наступний вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = 0. \quad (2.4)$$

В результаті підстановки виразу (2.3) в рівняння (2.4) отримаємо:

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = m\dot{\xi}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = m\ddot{\xi};$$

$$m\ddot{\xi} = 0. \quad (2.5)$$

Рівняння (5) виконується тоді, коли

$$\ddot{\xi} = 0. \quad (2.6)$$

Після подвійного інтегрування рівняння (2.6), будемо мати:

$$\dot{\xi} = C_1; \quad \xi = C_1 t + C_2, \quad (2.7)$$

де  $C_1$  і  $C_2$  - постійні інтегрування, які визначаються з наступних крайових умов руху:

$$t = 0: \xi = 0; \quad t = t_1: \xi = \xi_1. \quad (2.8)$$

Після підстановки умов(2.8) в залежності (2.7) будемо мати:

$$C_2 = 0; \quad \xi_1 = C_1 t_1; \quad C_1 = \frac{\xi_1}{t_1}. \quad (2.9)$$

Тоді, після підстановки виразів (2.9) в рівняння (2.7), отримаємо

$$\xi = \frac{\xi_1 t}{t_1}; \quad \dot{\xi} = \frac{\xi_1}{t_1} = const. \quad (2.10)$$

Для забезпечення оптимального енергетичного режиму руху захватний пристрій з вантажем повинен рухатись на всій ділянці вздовж осі  $\xi$  з положення 0 в положення 1 з постійною швидкістю (рис.2.3).

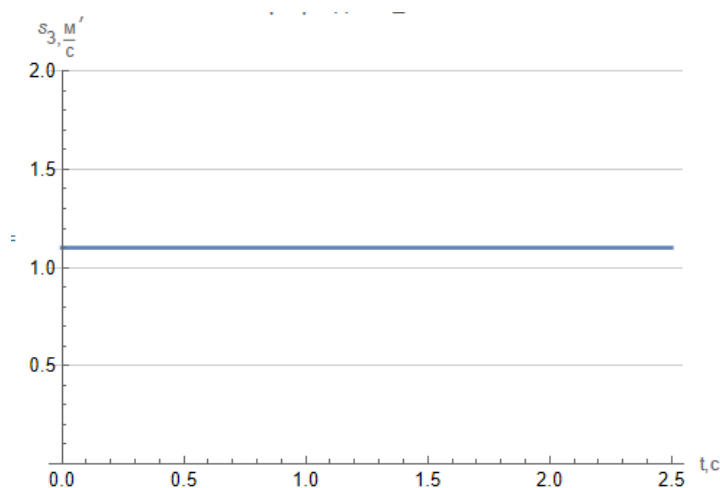


Рис.2.3. Оптимальний енергетичний режим руху захватного пристрою

Знайдемо для отриманого оптимального енергетичного режиму руху захватного пристрою з вантажем кінематичні характеристики узагальнених координат  $\varphi_1, \varphi_2$  та  $S_3$  виражених через координату захватного пристрою з вантажем  $\xi$

$$S_3 = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$y - y_0 = \xi \sin \alpha; \quad x - x_0 = \xi \cos \alpha.$$

Тоді

$$y = y_0 + \frac{\xi_1 t}{t_1} \sin \alpha; \quad x = x_0 + \frac{\xi_1 t}{t_1} \cos \alpha, \quad (2.11)$$

де

$$\sin \alpha = \frac{y_1 - y_0}{\xi_1}; \quad \cos \alpha = \frac{x_1 - x_0}{\xi_1}. \quad (2.12)$$

Після підстановки виразів (2.12) в (2.11) будемо мати

$$x = x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t}{t_1}; \quad (2.13)$$

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t}{t_1}. \quad (2.14)$$

Візьмемо похідні за часом від виразів (2.13) і (2.14) в результаті чого будемо мати:

$$\dot{x} = \frac{x_1 - x_0}{t_1}; \quad \dot{y} = \frac{y_1 - y_0}{t_1}; \quad \ddot{x} = 0; \quad \ddot{y} = 0. \quad (2.15)$$

Побудуємо графічні залежності переміщень та швидкості оптимального енергетичного режиму руху захвату робота-маніпулятора в декартовій системі координат за формулами (2.13 – 2.15), які наведені на рис. 2.4.

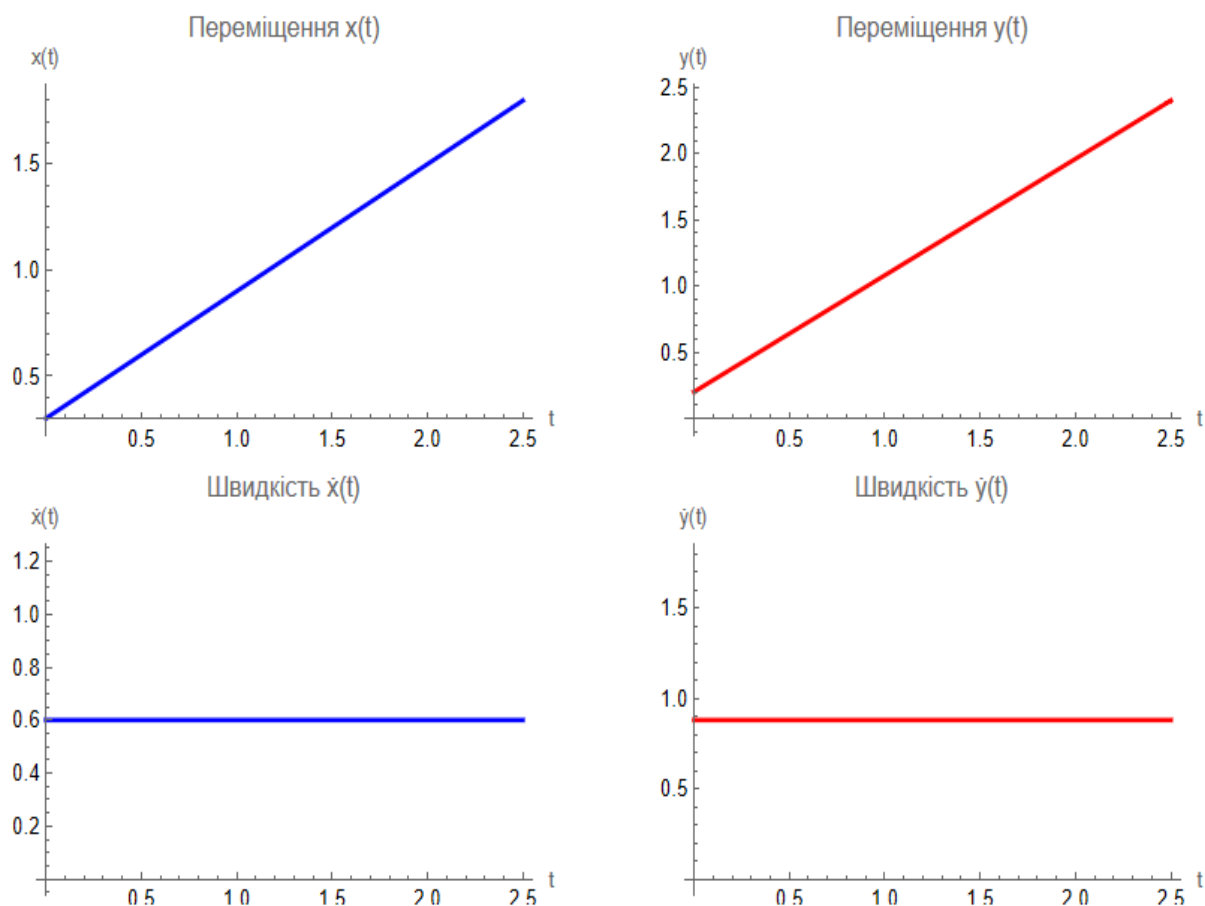


Рис. 2.4. Графічні залежності переміщень та швидкості оптимального енергетичного режиму руху захвату робота-маніпулятора

Узагальнена координата  $S_3$  визначається наступною залежністю

$$S_3 = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left[x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t}{t_1}\right]^2 + \left[y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t}{t_1}\right]^2}. \quad (2.16)$$

Візьмемо похідну за часом від виразу (2.16), в результаті чого визначимо швидкість висування руки робота- маніпулятора за такою залежністю

$$\dot{S}_3 = \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\left[x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t}{t_1}\right] \cdot \frac{x_1 - x_0}{t_1} + \left[y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t}{t_1}\right] \cdot \frac{y_1 - y_0}{t_1}}{\sqrt{\left[x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t}{t_1}\right]^2 + \left[y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t}{t_1}\right]^2}}. \quad (2.17)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.17), знайдемо лінійне пришвидшення висування руки робота-маніпулятора

$$\ddot{s}_3 = \frac{[(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)(x^2 + y^2) - (x\dot{x} + y\dot{y})^2]}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.18)$$

Побудуємо графіки переміщення, швидкості та пришвидшення висування руки захвату, які визначаються за формулами (2.16 – 2.18) і представлені на рис.2.5.

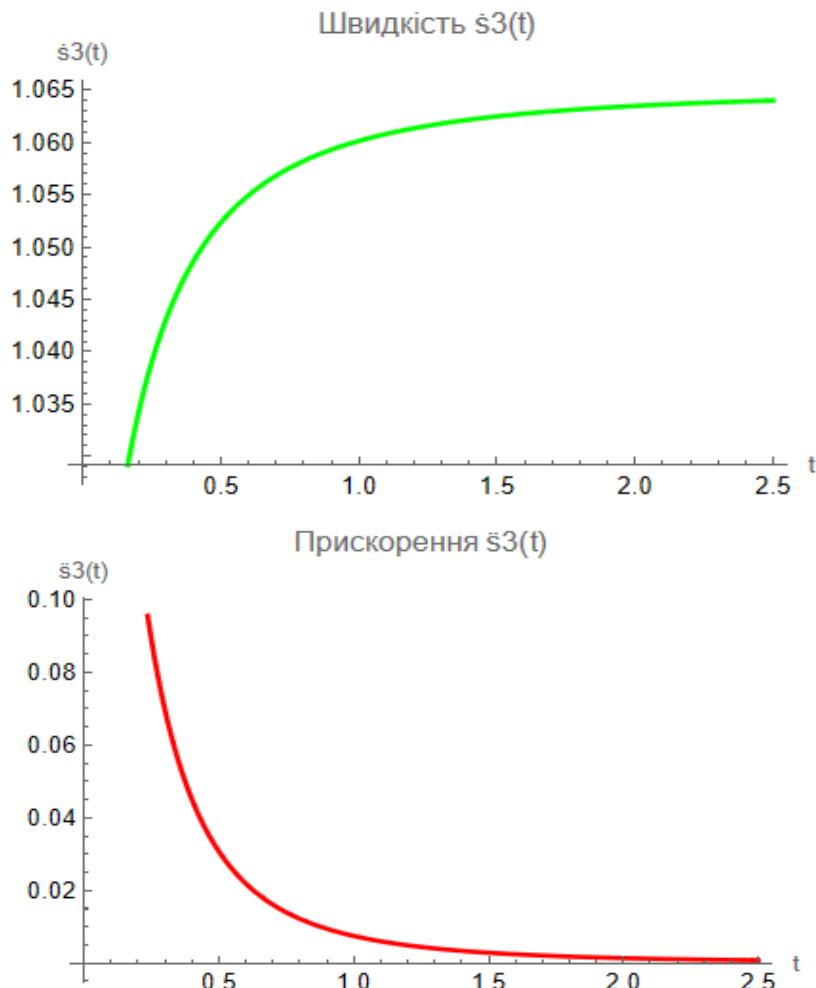


Рис. 2.5. Графіки переміщення, швидкості та пришвидшення висування руки захвату

Кутова координата повороту руки робота- маніпулятора визначається залежністю

$$\tan\varphi_2 = \frac{y}{x}; \quad \varphi_2 = \arctan \frac{y}{x} = \arctan \frac{y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t}{t_1}}{x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t}{t_1}}. \quad (2.19)$$

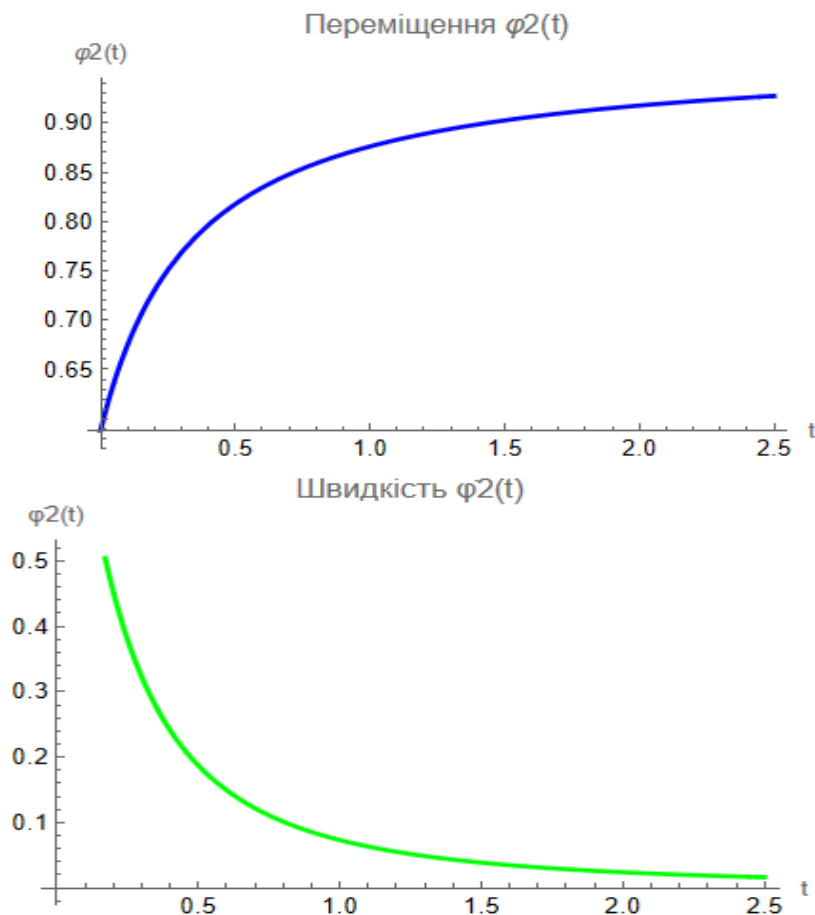
Взявши похідну за часом від виразу (2.19), отримаємо кутову швидкість повороту руки робота-маніпулятора

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x^2 + y^2} = \frac{(y_1 - y_0)\left[x_0 + (x_1 - x_0)\frac{t}{t_1}\right] - (x_1 - x_0)\left[y_0 + (y_1 - y_0)\frac{t}{t_1}\right]}{\left\{\left[x_0 + (x_1 - x_0)\frac{t}{t_1}\right]^2 + \left[y_0 + (y_1 - y_0)\frac{t}{t_1}\right]^2\right\}t_1}. \quad (2.20)$$

Взявши похідну від виразу (2.20), знайдемо кутове пришвидження руки робота-маніпулятора

$$\ddot{\varphi}_2 = -\frac{2(x\dot{x} + y\dot{y})(\dot{y}x - \dot{x}y)}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (2.21)$$

Побудуємо графіки переміщення, швидкості та пришвидження повороту руки робота-маніпулятора, які визначаються за формулами (2.19 – 2.21) і показані на рис.2.6.



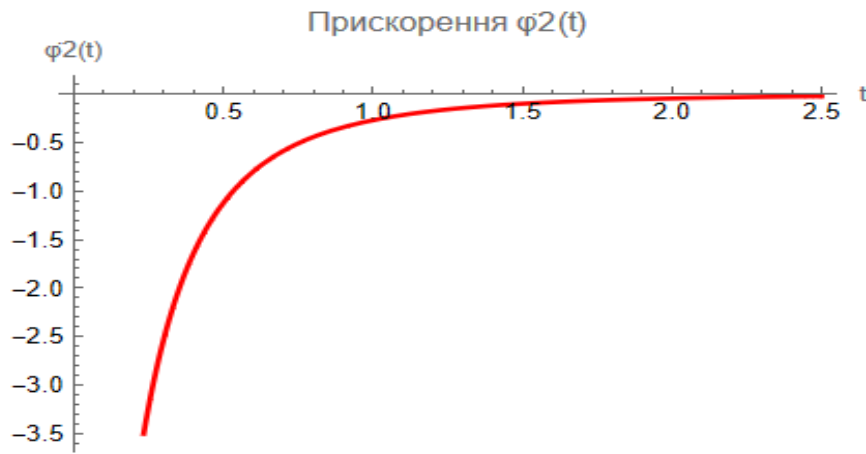


Рис.2.6. Графіки переміщення, швидкості та пришвидшення повороту руки робота-маніпулятора

Якщо швидкість руху захвату вздовж осі  $\xi$  є постійною величиною, то швидкість висування захвату та повороту рукояті при оптимальному енергетичному режимі руху захватного пристрою є змінними величинами. Більше того, якщо пришвидшення захватного органу при оптимальному енергетичному режимі дорівнює нулю, то пришвидшення узагальнених координат є змінними величинами. Крім того, оптимальний енергетичний режим руху захватного пристрою не вдається реалізувати на практиці, бо в ньому відсутні ділянки пуску та гальмування. Тому виникає потреба в інших оптимальних режимах руху захватного пристрою, які можна реально здійснити.

### 2.3. Визначення оптимального ривкового режиму руху захватного пристрою

Визначимо оптимальний режим руху захватного пристрою, який забезпечує плавність руху захватного пристрою наобраній прямолінійній траєкторії з положення 0 в положення 1. В цьому випадку за критерій оптимізації режиму руху захватного пристрою оберемо режим руху, який мінімізує середнє значення енергії ривків захватного пристрою робота-маніпулятора

$$W_{cp} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} W dt \rightarrow \min, \quad (2.22)$$

де  $W$  - енергія ривків, яка для захвату робота-маніпулятора визначається за такою формулою

$$W = \frac{1}{2} m \ddot{\xi}^2. \quad (2.23)$$

Тут  $m$  - маса вантажу з захватом.

Умовою мінімуму критерію (2.22) є рівняння Ейлера-Пуассона, які мають такий вигляд

$$\frac{\partial W}{\partial \xi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{\xi}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial W}{\partial \ddot{\xi}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial W}{\partial \ddot{\xi}} = 0. \quad (2.24)$$

Визначимо складові елементи диференціального рівняння (2.24)

$$\frac{\partial W}{\partial \xi} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \dot{\xi}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \ddot{\xi}} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \ddot{\xi}} = m \ddot{\xi}; \quad \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial W}{\partial \ddot{\xi}} = m \ddot{\xi}^{\ddot{\cdot}}. \quad (2.25)$$

Підставимо вирази (2.25) в рівняння (2.24), в результаті чого будемо мати наступне рівняння

$$m \ddot{\xi}^{\ddot{\cdot}} = 0.$$

Отримане рівняння справедливе тоді, коли один із його співмножників дорівнює нулю. Оскільки маса захвату з вантажем не може дорівнювати нулю, тому справедливе наступне рівняння

$$\ddot{\xi}^{\ddot{\cdot}} = 0. \quad (2.26)$$

Візьмемо по чергово інтеграліза часом від лівої та правої частин рівняння (2.26), в результаті чого, будемо мати:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} &= D_1; \\ \dot{\xi} &= D_1 t + D_2; \\ \xi &= \frac{1}{2} D_1 t^2 + D_2 t + D_3; \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\xi} &= \frac{1}{6}D_1t^3 + \frac{1}{2}D_2t^2 + D_3t + D_4 \\ \dot{\xi} &= \frac{1}{24}D_1t^4 + \frac{1}{6}D_2t^3 + \frac{1}{2}D_3t^2 + D_4t + D_5; \\ \xi &= \frac{1}{120}D_1t^5 + \frac{1}{24}D_2t^4 + \frac{1}{6}D_3t^3 + \frac{1}{2}D_4t^2 + D_5t + D_6,\end{aligned}$$

де  $D_1, D_2, \dots, D_6$  – постійні інтегрування, які визначаються з наступних крайових умов руху:

$$t = 0: \xi = 0, \dot{\xi} = 0, \ddot{\xi} = 0; \quad t = t_1: \xi = \xi_1, \dot{\xi} = 0, \ddot{\xi} = 0. \quad (2.28)$$

В результаті підстановки крайових умов (2.28) в залежності (2.27) будемо мати:

$$D_6 = 0; \quad D_5 = 0; \quad D_4 = 0 \quad (2.29)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{120}D_1t_1^5 + \frac{1}{24}D_2t_1^4 + \frac{1}{6}D_3t_1^3 = 0 \\ \frac{1}{24}D_1t_1^4 + \frac{1}{6}D_2t_1^3 + \frac{1}{6}D_3t_1^2 = 0 \\ \frac{1}{6}D_1t_1^3 + \frac{1}{2}D_2t_1^2 + D_3t_1 = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

З останнього рівняння системи (4.30) знайдемо  $D_3$ , яке має вигляд

$$D_3 = -\frac{1}{6}D_1t_1^2 - \frac{1}{2}D_2t_1. \quad (2.31)$$

Підставимо вираз (2.31) в перше та друге рівняння системи (2.30), в результаті чого отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{1}{120}D_1t_1^5 + \frac{1}{24}D_2t_1^4 - \frac{1}{36}D_1t_1^5 - \frac{1}{12}D_3t_1^4 = \xi_1; \\ \frac{1}{24}D_1t_1^4 + \frac{1}{6}D_2t_1^3 - \frac{1}{12}D_3t_1^4 - \frac{1}{4}D_2t_1^3 = 0. \end{cases}$$

Зведемо подібні члени в отриманій системі рівнянь, після чого будемо мати:

$$\begin{cases} -\frac{7}{360}D_1t_1^5 - \frac{1}{24}D_2t_1^4 = \xi_1; \\ -\frac{1}{24}D_1t_1^4 - \frac{1}{12}D_2t_1^3 = 0. \end{cases}$$

Представимо останню систему рівняння в наступному виді:

$$\begin{cases} \frac{7}{15}D_1t_1 + D_2 = -24\frac{\xi_1}{t_1^4}; \\ \frac{1}{2}D_1t_1 + D_2 = 0. \end{cases} \quad (2.32)$$

З останнього рівняння системи (2.32) знайдемо  $D_2$  і використаємо його в першому рівнянні цієї ж системи, тоді будемо мати:

$$D_2 = -\frac{1}{2}D_1t_1; \quad (2.33)$$

$$\frac{7}{15}D_1t_1 - \frac{1}{2}D_1t_1 = -24\frac{\xi_1}{t_1^4}. \quad (2.34)$$

З рівняння (2.34) знайдемо

$$D_1 = 720\frac{\xi_1}{t_1^5} \quad (2.35)$$

Підставивши вираз (2.35) в залежність (2.33), знайдемо

$$D_2 = -360\frac{\xi_1}{t_1^4}. \quad (2.36)$$

В результаті підстановки виразів (2.35) і (2.36) в залежності (2.31) отримаємо вираз

$$D_3 = -120\frac{\xi_1}{t_1^3} + 180\frac{\xi_1}{t_1^3} = 60\frac{\xi_1}{t_1^3}. \quad (2.37)$$

Підставивши постійні інтегрування (2.29), (2.35) і (2.36) в залежності (2.27) будемо мати закон переміщення захватного пристрою з вантажем, який відповідає оптимальному ривковому режиму руху:

$$\xi = 6\xi_1\frac{t^5}{t_1^5} - 15\xi_1\frac{t^4}{t_1^4} + 10\xi_1\frac{t^3}{t_1^3}.$$

Представимо останню залежність в іншому виді

$$\xi = \xi_1 \frac{t^3}{t_1^3} \left( 6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10 \right). \quad (2.38)$$

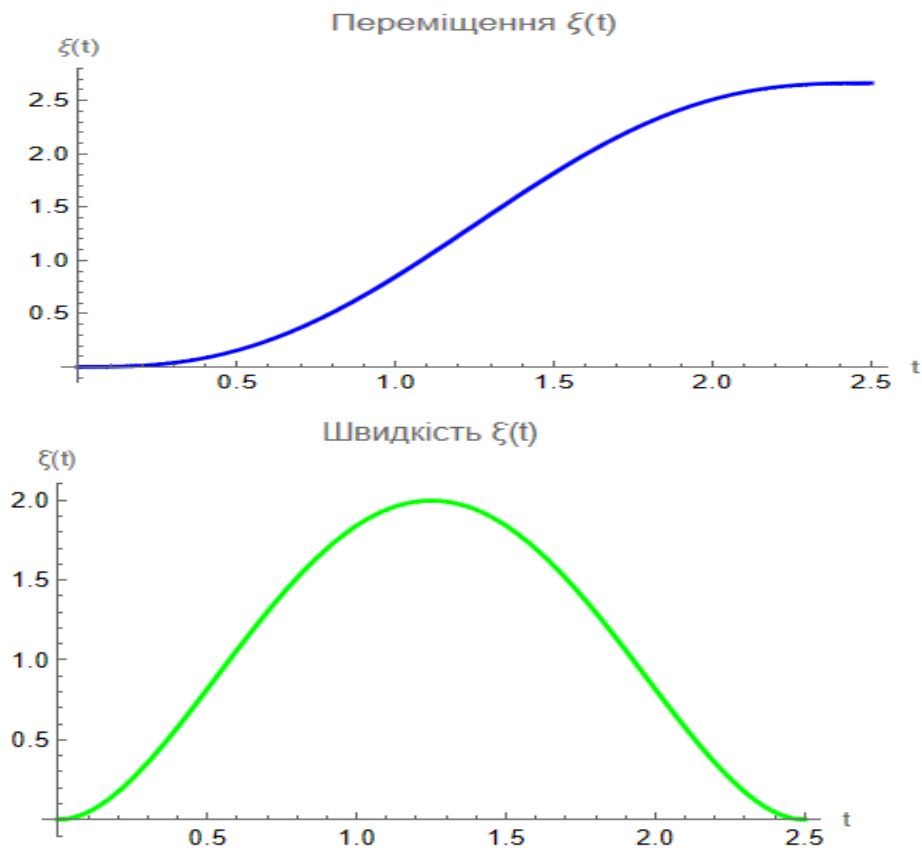
Візьмемо двічі похідні за часом від виразу (36)

$$\dot{\xi} = 30 \xi_1 \frac{t^2}{t_1^3} \left( \frac{t^2}{t_1^2} - 2 \frac{t}{t_1} + 1 \right); \quad (2.39)$$

$$\ddot{\xi} = 60 \xi_1 \frac{t}{t_1^3} \left( 2 \frac{t^2}{t_1^2} - 3 \frac{t}{t_1} + 1 \right). \quad (2.40)$$

Для реалізації оптимального режиму руху хватного пристрою з вантажем, що мінімізує середнє значення енергії ривків, необхідно, щоб пришвидшення захвату змінювалось за кривою третього порядку, а ривок – за параболічним законом другого порядку.

Побудуємо графічні залежності переміщення, швидкості та пришвидшення хватного пристрою робота-маніпулятора вздовж обраної траєкторії руху, які визначаються залежностями (2.38 – 2.40) і представлені на рис. 2.7.



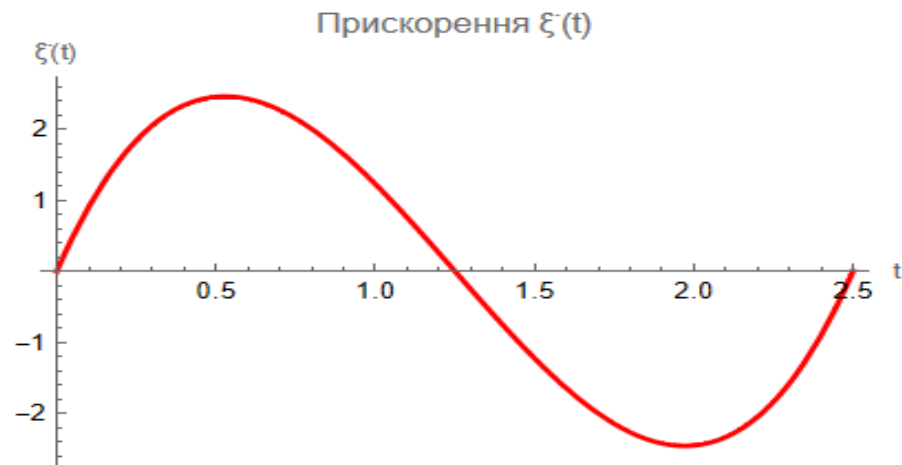


Рис.2.7. Графічні залежності переміщення, швидкості та пришвидшення захватного ристрою

Знайдемо для отриманого режиму руху захвату кінематичні характеристики декартових координат, виражених через координату  $\xi$  оптимального ривкового режиму руху захвату:

$$x = x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t^3}{t_1^3} \left( 6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10 \right) ; \quad (2.41)$$

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t^3}{t_1^3} \left( 6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10 \right) . \quad (2.42)$$

Взявши похідні за часом від виразів (4.41) і (4.42), отримаємо проекції швидкостей на координатні осі:

$$\dot{x} = 30(x_1 - x_0) \frac{t^2}{t_1^3} \left( \frac{t^2}{t_1^2} - 2 \frac{t}{t_1} + 1 \right) ; \quad (2.43)$$

$$\dot{y} = 30(y_1 - y_0) \frac{t^2}{t_1^3} \left( \frac{t^2}{t_1^2} - 2 \frac{t}{t_1} + 1 \right) . \quad (2.44)$$

Взявши похідні за часом від виразів (4.42) і (4.43), знайдемо проекції пришвидшень захватуз вантажем на координатні осі:

$$\ddot{x} = 60(x_1 - x_0) \frac{t}{t_1^3} \left( 2 \frac{t^2}{t_1^2} - 3 \frac{t}{t_1} + 1 \right) ; \quad (2.45)$$

$$\ddot{y} = 60(y_1 - y_0) \frac{t}{t_1^3} \left( 2 \frac{t^2}{t_1^2} - 3 \frac{t}{t_1} + 1 \right). \quad (2.46)$$

Побудуємо графічні залежності переміщення, швидкості та пришвидшення захвату робота-маніпулятора в декартових координатах, які визначаються за формулами (2.41 – 2.46) і представлені на рис.2.8.

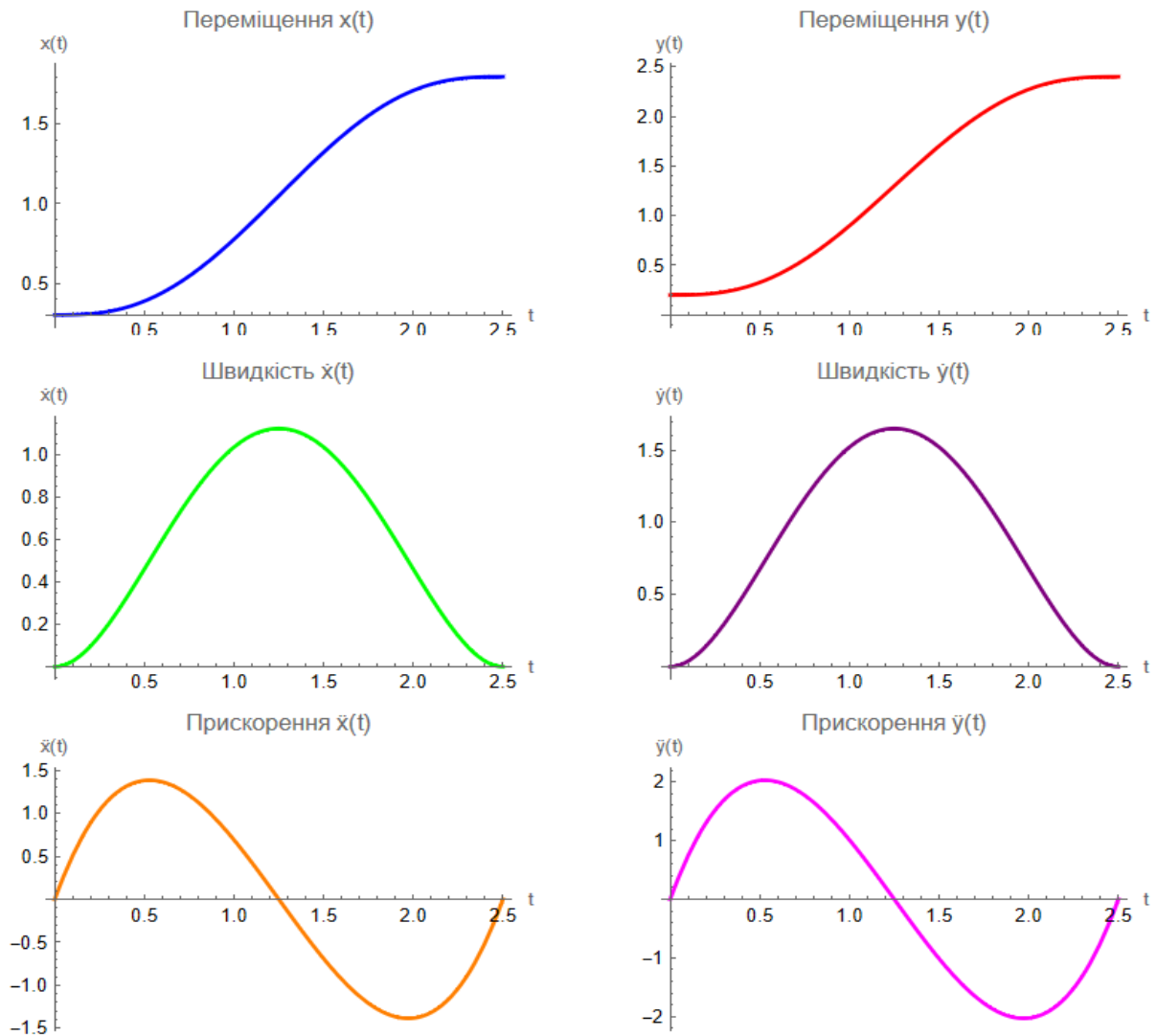


Рис.2.8. Графічні залежності переміщення, швидкості та пришвидшення захвату робота-маніпулятора

Узагальнена координата висування руки захвату  $S_3$  визначається наступним виразом

$$s_3 = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left[x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t^3}{t_1^3} \left(6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10\right)\right]^2 + \left[y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t^3}{t_1^3} \left(6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10\right)\right]^2}. \quad (2.47)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.47), отримаємо лінійну швидкість висування руки захвату робота-маніпулятора

$$\dot{s}_3 = \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{30t^2}{s_3 t_1} \left(\frac{t^2}{t_1^2} - 2 \frac{t}{t_1} + 1\right) \left\{ \frac{x_0(x_1 - x_0) + y_0(y_1 - y_0) + \left[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2\right] \frac{t^3}{t_1^3} \left(6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10\right)}{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right\}. \quad (2.48)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.46), отримаємо лінійне пришвидшення висування руки захвату

$$\ddot{s}_3 = \frac{(\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y})(x^2 + y^2) - (x\dot{x} + y\dot{y})^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.49)$$

Побудуємо графічні залежності оптимального рівневого режиму переміщення, швидкості та пришвидшення висування руки робота-маніпулятора, які визначаються залежностями (2.47 – 2.49) і представлені на рис.2.9.

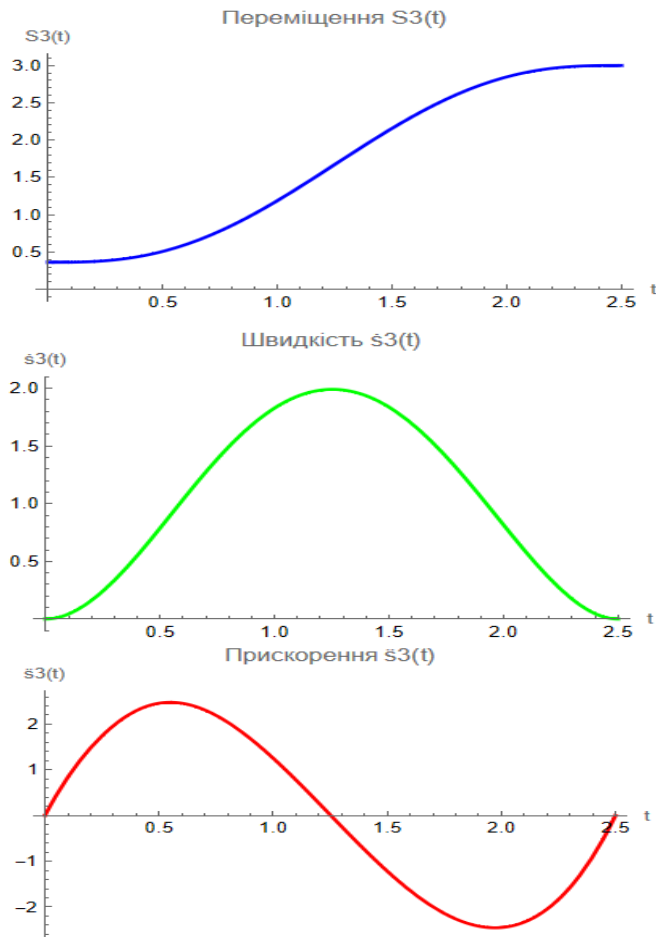


Рис.2.9. Графічні залежності оптимального ривкового режиму переміщення, швидкості та пришвидження висування руки робота-маніпулятора

Кутова координата повороту рукояті

$$\varphi_1 = \arctan \frac{y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t^3}{t_1^3} \left( 6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10 \right)}{x_0 + (x_1 - x_0) \frac{t^3}{t_1^3} \left( 6 \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \frac{t}{t_1} + 10 \right)}; \quad (2.50)$$

Взявши похідні за часом від виразу (2.50), отримаємо кутову швидкість повороту руки захвату

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{30t^2}{s_3^2 t_1^3} \left( \frac{t^2}{t_1^2} - 2 \frac{t}{t_1} + 1 \right) [x_0(y_1 - y_0) - y_0(x_1 - x_0)]; \quad (2.51)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.51), отримаємо кутове пришвидження повороту руки захвату

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{(y''x - \dot{x}y)(x^2 + y^2) - 2(x\dot{x} + y\dot{y})(\dot{y}x - \dot{x}y)}{(x^2 - y^2)^2}. \quad (2.52)$$

Побудуємо графічні залежності кутового переміщення, швидкості та пришвидження повороту руки робота маніпулятора (рис. 2.10).

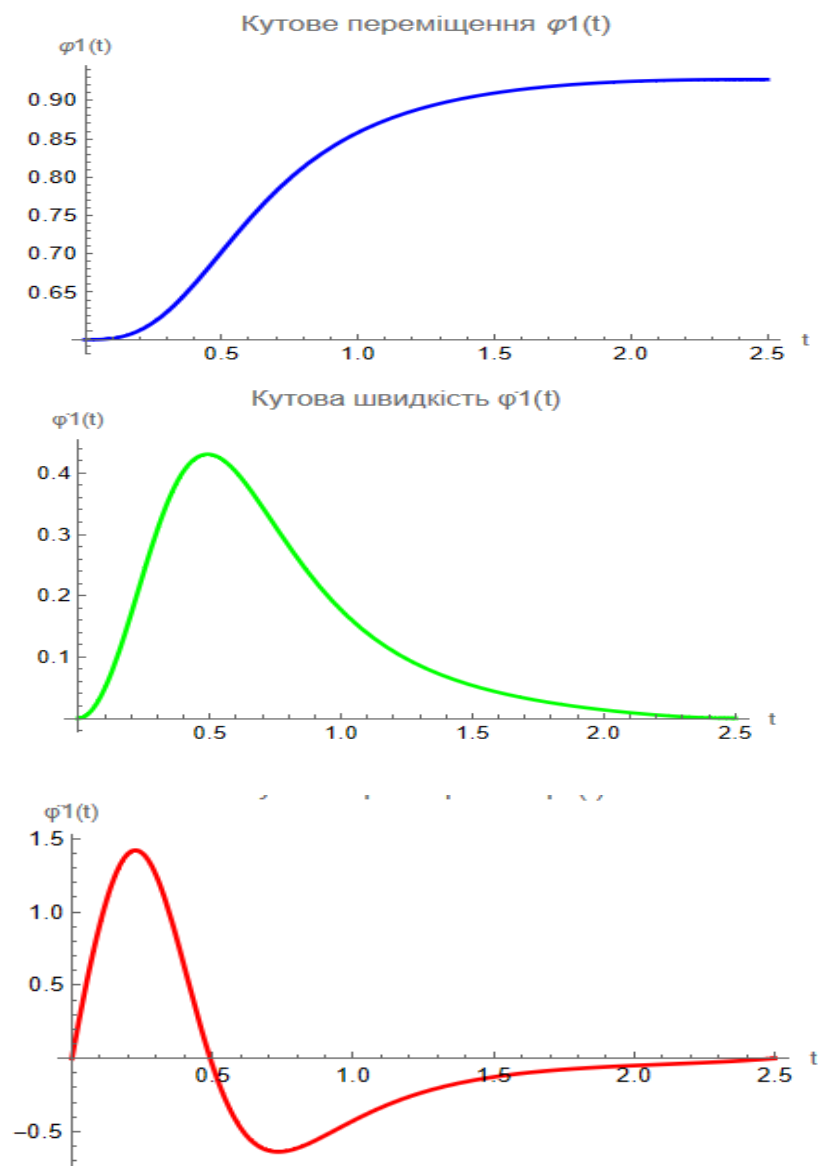


Рис.2.11. Графічні залежності кутового переміщення, швидкості та пришвидження повороту руки робота

Отриманий оптимальний ривковий режим руху захватного пристрою робота-маніпулятора і відповідні кінематичні характеристики його узагальнених координат використовуються при переміщенні захвату на невеликі відстані, коли відсутня ділянка усталеного руху і захват рухається тільки на ділянках пуску та гальмування.

## 2.4. Визначення комплексного оптимального режиму руху захватного пристрою

Запропоновано оптимальний режим руху захватного пристрою, що складається з ділянок пуску, усталеного руху та гальмування. При усталеному русі використаємо оптимальний енергетичний режим руху, залежності якого отримані в розділі 2.2. На ділянках пуску та гальмування використаємо оптимальний ривковий режим руху, який мінімізує середнє значення енергії ривків.

Для визначення оптимального ривкового режиму пуску захватного пристрою використаємо залежності (2.27), в яких постійні інтегрування визначаються з наступних крайових умов руху:

$$t = 0: \xi = 0, \dot{\xi} = 0, \ddot{\xi} = 0; \quad t = t_p: \xi = v, \dot{\xi} = 0, \ddot{\xi} = 0. \quad (2.53)$$

В результаті підстановки крайових умов (2.53) в залежності (2.27) будемо мати:

$$D_6 = 0; \quad D_5 = 0; \quad D_4 = 0. \quad (2.54)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{24}D_1t_p^4 + \frac{1}{6}D_2t_p^3 + \frac{1}{2}D_3t_p^2 = v \\ \frac{1}{6}D_1t_p^3 + \frac{1}{2}D_2t_p^2 + D_3t_p = 0 \\ \frac{1}{2}D_1t_p^3 + D_2t_p + D_3 \end{cases} \quad (2.55)$$

де  $t_p$  - тривалість розгону захватного пристрою;  $v$  - швидкість усталеного руху захватного пристрою, яка при оптимальному режимі руху становить

$$v = \frac{\xi_1}{t_1 - (t_p + t_g)/2}. \quad (2.56)$$

З останнього рівняння системи (4.55) отримуємо

$$D_3 = -\frac{1}{2}D_1 t_p^2 - D_2 t_p \quad . \quad (2.57)$$

Два перших рівняння системи (2.55) запишемо наступним чином

$$\begin{cases} \frac{1}{12}D_1 t_p^2 + \frac{1}{3}D_2 t_p + D_3 = 2\frac{v}{t_p^2}; \\ \frac{1}{6}D_1 t_p^2 + \frac{1}{2}D_2 t_p + D_3 = 0. \end{cases} \quad (2.58)$$

Після підстановки виразу (2.57) в систему (2.58) будемо мати:

$$\begin{cases} \frac{1}{12}D_1 t_p^2 + \frac{1}{3}D_2 t_p - \frac{1}{2}D_1 t_p^2 - D_2 t_p = 2\frac{v}{t_p^2}; \\ \frac{1}{6}D_1 t_p^2 + \frac{1}{2}D_2 t_p - \frac{1}{2}D_1 t_p^2 - D_2 t_p = 0. \end{cases}$$

Отриману систему рівнянь представимо в такому вигляді:

$$\begin{cases} \left( \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{2} \right) D_1 t_p^2 + \left( \frac{1}{3} - 1 \right) D_2 t_p = 2\frac{v}{t_p^2}; \right. \\ \left. \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) D_1 t_p^2 + \left( \frac{1}{2} - 1 \right) D_2 t_p = 0. \right. \\ \\ \begin{cases} -\frac{5}{4}D_1 t_p - 2D_2 = 6\frac{v}{t_p^3}; \\ -\frac{1}{3}D_1 t_p + \frac{1}{2}D_2 = 0. \end{cases} \end{cases} \quad (2.59)$$

З останнього рівняння системи (2.59) знайдемо  $D_2$

$$D_2 = -\frac{2}{3}D_1 t_p. \quad (2.60)$$

В результаті підстановки виразу (2.60) в перше рівняння системи (2.59) отримаємо

$$\begin{aligned} -\frac{5}{4}D_1 t_p + \frac{4}{3}D_1 t_p &= 6\frac{v}{t_p^3}; \\ \frac{1}{12}D_1 &= 6\frac{v}{t_p^4}. \end{aligned}$$

З останнього виразу визначемо постійну інтегрування  $D_1$

$$D_1 = 72 \frac{v}{t_p^4}. \quad (2.61)$$

Підставивши вираз (2.61) в залежність (2.60), будемо мати

$$D_2 = -48 \frac{v}{t_p^3}. \quad (2.62)$$

Після підстановки виразів (2.61) та (2.62) в залежність (2.57) отримаємо

$$D_3 = 12 \frac{v}{t_p^2}. \quad (2.63)$$

Підставимо вирази (2.54, 2.61, ..., 2.63) в залежність (2.27), після чого отримаємо:

$$\begin{cases} \xi = v \left( \frac{3}{5} \frac{t^5}{t_p^4} - 2 \frac{t^4}{t_p^3} + \frac{t^3}{t_p^2} \right); \\ \dot{\xi} = \frac{vt^2}{t_p^2} \left( 3 \frac{t^2}{t_p^2} - 8 \frac{t}{t_p} + 6 \right); \\ \ddot{\xi} = 12 \frac{vt}{t_p^2} \left( \frac{t^2}{t_p^2} - 2 \frac{t}{t_p} + 1 \right). \end{cases} \quad (2.64)$$

За залежностями (2.64) побудуємо графіки переміщення, швидкості та пришвидшення захватного пристрою на ділянці пуску, які представлені на рис. 2.12.

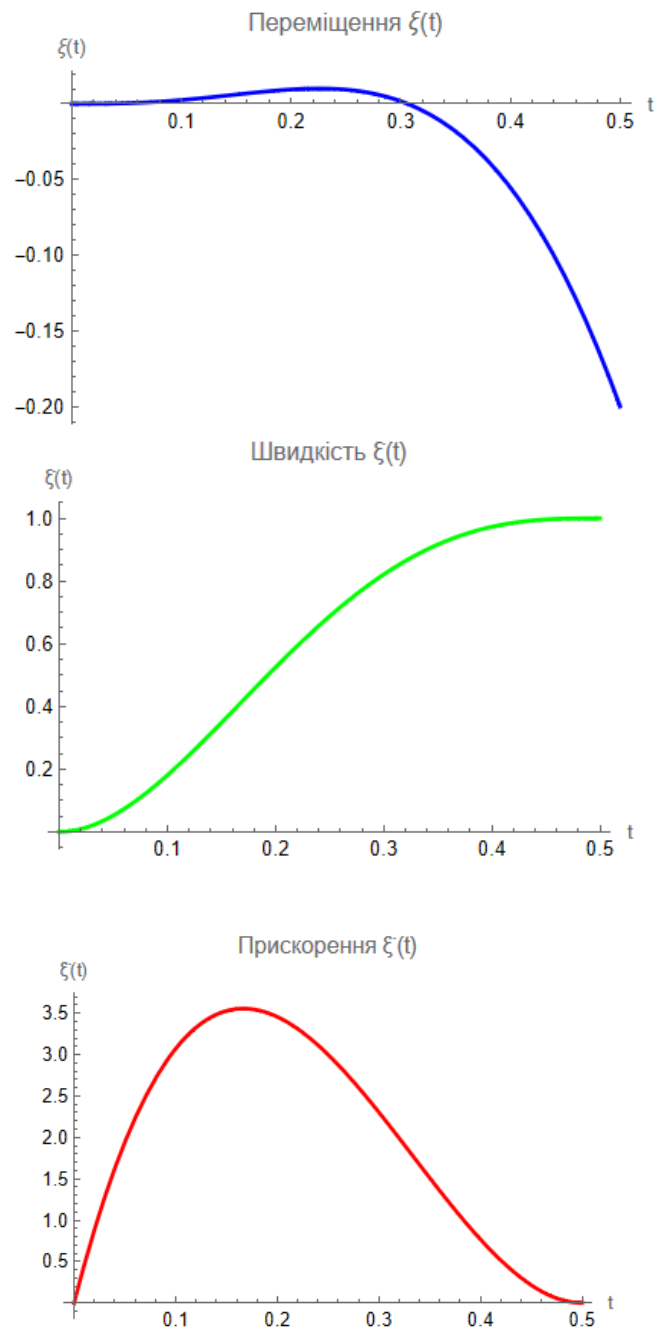


Рис.2.12. Графіки переміщення, швидкості та пришвидження захватного пристрою на ділянці пуску

За переміщенням захватного пристрою робота-маніпулятора взовж обраної траєкторії руху визначимо переміщення захватного пристрою в декартових осях координат:

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{x_1-x_0}{t_1 t_p^2} t^3 \left( \frac{3}{5} \frac{t^2}{t_p^2} - 2 \frac{t}{t_p} + 2 \right); \\ y = y_0 + \frac{y_1-y_0}{t_1 t_p^2} t^3 \left( \frac{3}{5} \frac{t^2}{t_p^2} - 2 \frac{t}{t_p} + 2 \right). \end{cases} \quad (2.65)$$

Взявши похідні за часом від виразу (2.65), знайдемо проекції швидкості захватного органу робота-маніпулятора на декартові осі координат:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x_1-x_0}{t_1 t_p^2} t^2 \left( 3 \frac{t^2}{t_p^2} - 8 \frac{t}{t_p} + 6 \right); \\ \dot{y} = \frac{y_1-y_0}{t_1 t_p^2} t^2 \left( 3 \frac{t^2}{t_p^2} - 8 \frac{t}{t_p} + 6 \right). \end{cases} \quad (2.66)$$

Взявши похідні за часом від виразу (2.66), знайдемо проекції пришвидшення захватного органу робота-маніпулятора на декартові осі координат:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 12 \frac{x_1-x_0}{t_1 t_p^2} t \left( \frac{t^2}{t_p^2} - 2 \frac{t}{t_p} + 1 \right); \\ \ddot{y} = 12 \frac{y_1-y_0}{t_1 t_p^2} t \left( \frac{t^2}{t_p^2} - 2 \frac{t}{t_p} + 1 \right). \end{cases} \quad (2.67)$$

За залежностями (2.65) – (2.67) побудуємо графіки проекцій переміщень, швидкосей та пришвидшень на декартові осі координат (рис.2.13)

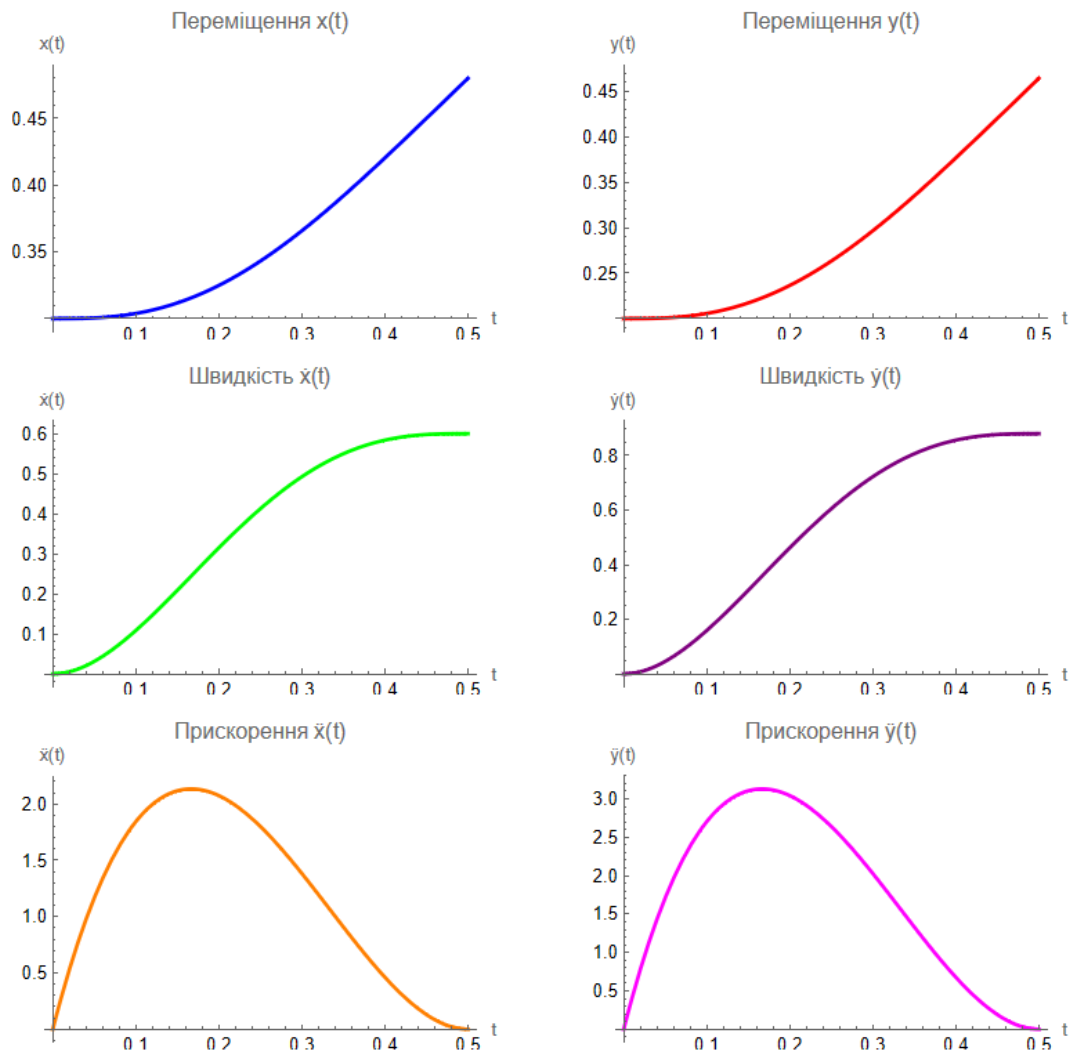


Рис. 2.13. Графіки проєкцій переміщень, швидкостей та прискорень

За проєкціями переміщень на координатні осі знайдемо залежність зміни довжини руки робота-маніпулятора в процесі пуску захватного пристрою, яка

визначається координатою висування руки

$$S_3 = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (2.68)$$

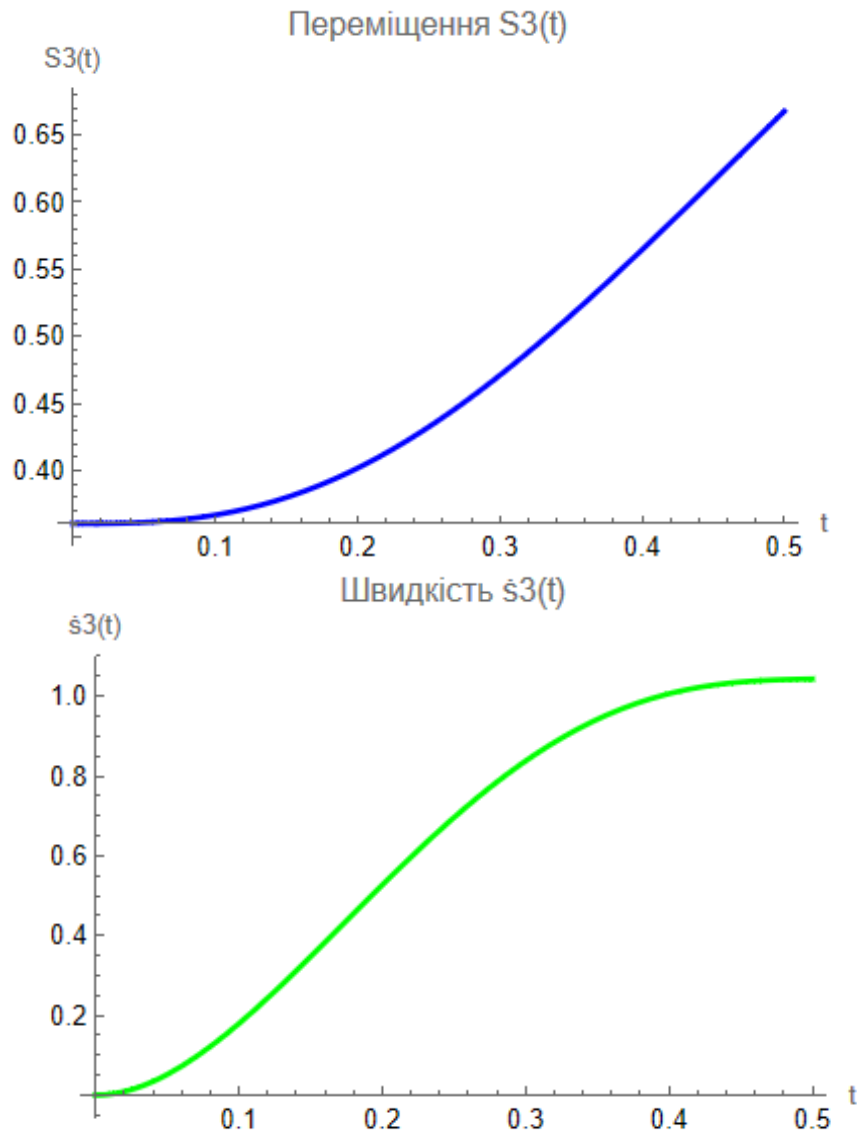
Взявши похідну за часом від виразу (4.68), знайдемо лінійну швидкість висування руки захвату

$$\dot{s}_3 = \frac{x\dot{x}+y\dot{y}}{\sqrt{x^2+y^2}}; \quad (2.69)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.69), знайдемо лінійне пришвидження висування руки захвату

$$\ddot{s}_3 = \frac{(x^2+x\ddot{x}+y^2+y\ddot{y})(x^2+y^2)-(x\dot{x}+y\dot{y})^2}{x^2+y^2}. \quad (2.70)$$

За залежностями (2.68) – (2.70) побудуємо графіки переміщення, швидкості та пришвидження при висуванні руки захватного пристрою (рис. 2. 14 )



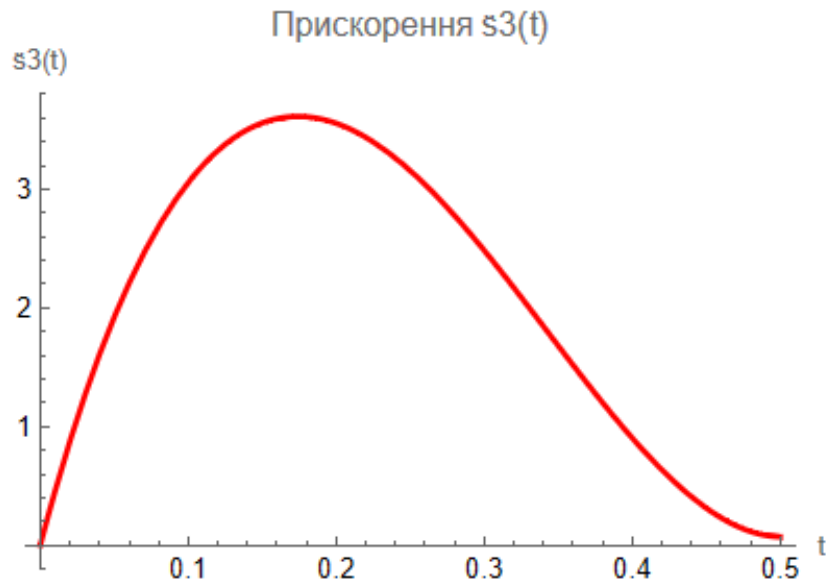


Рис. 2.14. Графіки переміщення, швидкості та пришвидження при висуванні руки захватного пристрою

Кутова координата повороту руки робота- маніпулятора в процесі пуску захватного пристрою виражається наступною залежністю

$$\varphi_1 = \arctan \frac{y}{x}; \quad (2.71)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.71), знайдемо кутову швидкість повороту руки робота-маніпулятора в процесі пуску захватного пристрою

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{\dot{y}x + \dot{x}y}{x^2 + y^2}; \quad (2.72)$$

Взявши похідну за часом від виразу (2.72), знайдемо кутове пришвидження повороту руки робота-маніпулятора в процесі пуску захватного пристрою

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{(\dot{y}x - \dot{x}y)(x^2 + y^2) - 2(x\dot{x} + y\dot{y})(\dot{y}x - \dot{x}y)}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (2.73)$$

За формулами (2.71) – (2.73) побудуємо графічні залежності кутової координати, швидкості та пришвидження руки робота-маніпулятора в процесі пуску захватного пристрою (рис.2.15).

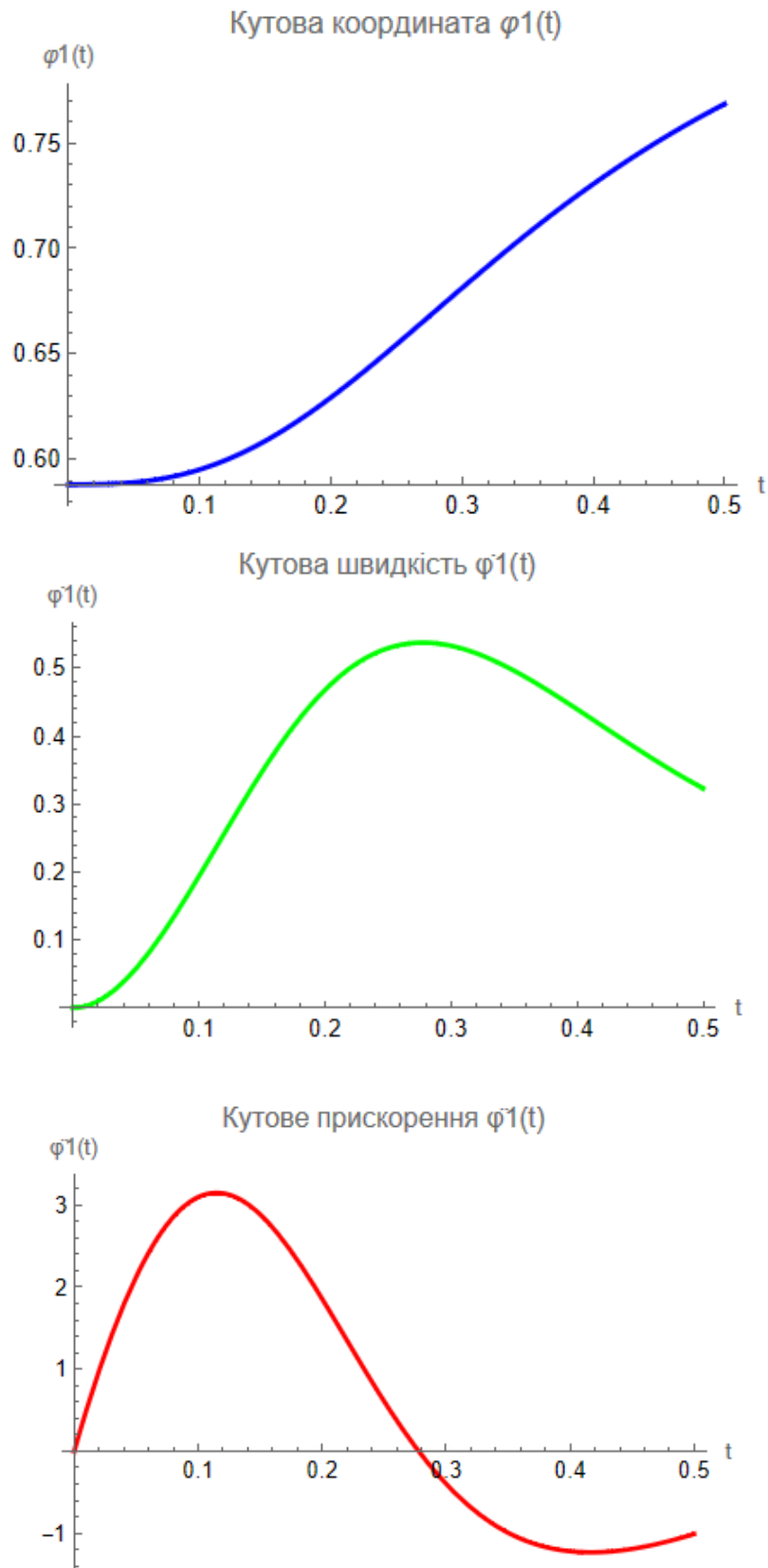


Рис. 2.15. Графічні залежності кутової координати, швидкості та прискорення руки робота-маніпулятора в процесі пуску захватного пристрою

Для знаходження оптимального ривкового режиму гальмування захватного пристрою з вантажем робота-маніпулятора використаємо залежності (2.27), в яких постійні інтегрування визначаються з таких крайових умов руху:

$$t = t_1 - \tan: \dot{\xi} = v, \ddot{\xi} = 0, \dddot{\xi} = 0; \quad t = t_1: \xi = \xi_1, \dot{\xi} = 0, \ddot{\xi} = 0. \quad (2.74)$$

Підставимо умови (2.74) в залежності (2.27), в результаті чого отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{24} D_1 (t_1 - \tan)^4 + \frac{1}{6} D_2 (t_1 - \tan)^3 + \frac{1}{2} D_3 (t_1 - \tan)^2 + D_4 (t_1 - \tan) + D_4 = v; \\ \frac{1}{6} D_1 (t_1 - \tan)^3 + \frac{1}{2} D_2 (t_1 - \tan)^2 + D_3 (t_1 - \tan) + D_4 = 0; \\ \frac{1}{2} D_1 (t_1 - \tan)^2 + D_2 (t_1 - \tan) + D_3 = 0; \\ \frac{1}{120} D_1 t_1^5 + \frac{1}{24} D_2 t_1^4 + \frac{1}{6} D_3 t_1^3 + \frac{1}{2} D_4 t_1 + D_5 t_1 + D_6 = \xi_1; \\ \frac{1}{24} D_1 t_1^4 + \frac{1}{6} D_2 t_1^3 + \frac{1}{2} D_3 t_1^2 + D_4 t_1 + D_5 = 0; \\ \frac{1}{6} D_1 t_1^3 + \frac{1}{2} D_2 t_1^2 + D_3 t_1 + D_4 = 0. \end{array} \right. \quad (2.75)$$

В результаті розв'язування системи рівнянь (2.75), знайдемо постійні інтегрування  $D_1, D_2, \dots, D_6$ . Підставивши ці постійні інтегрування в залежності (2.27), отримаємо оптимальний ривковий режим гальмування захватного пристрою робота-маніпулятора. Отриманий режим гальмування захватного пристрою являє собою дзеркальне відображення оптимального ривкового режиму пуску захватного пристрою при русі вздовж вибраної траєкторії руху в площині зміни вильоту робота-маніпулятора.

Побудуємо графічні залежності переміщення, швидкості та пришвидшення оптимального ривкового режиму гальмування захватного пристрою вздовж обраної траєкторії руху захватного пристрою робота-маніпулятора (рис 2.16).

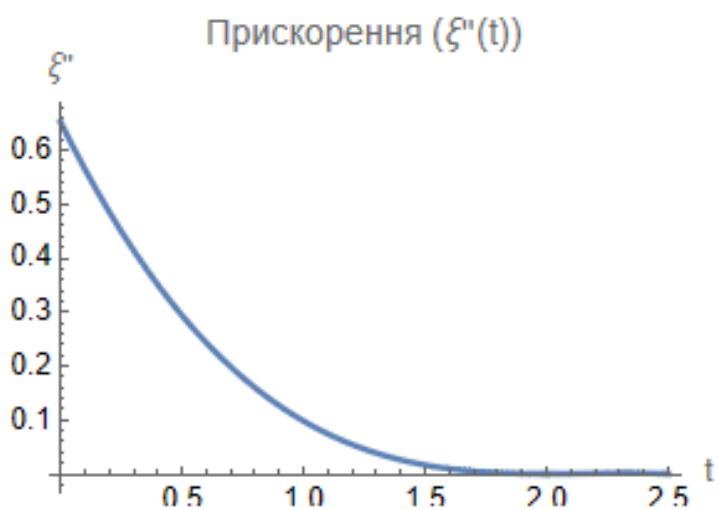
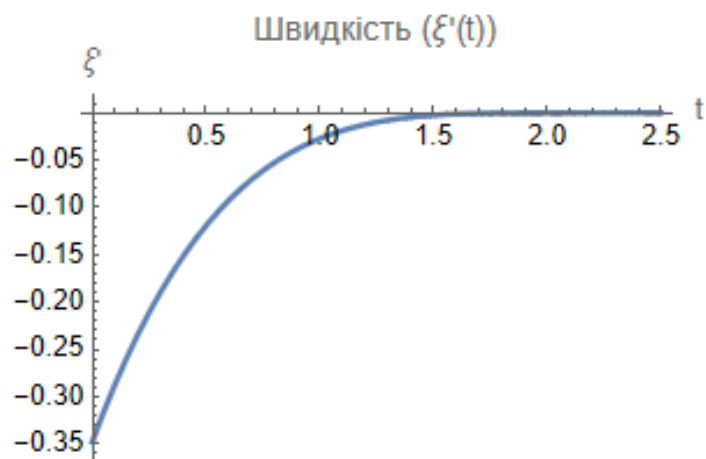
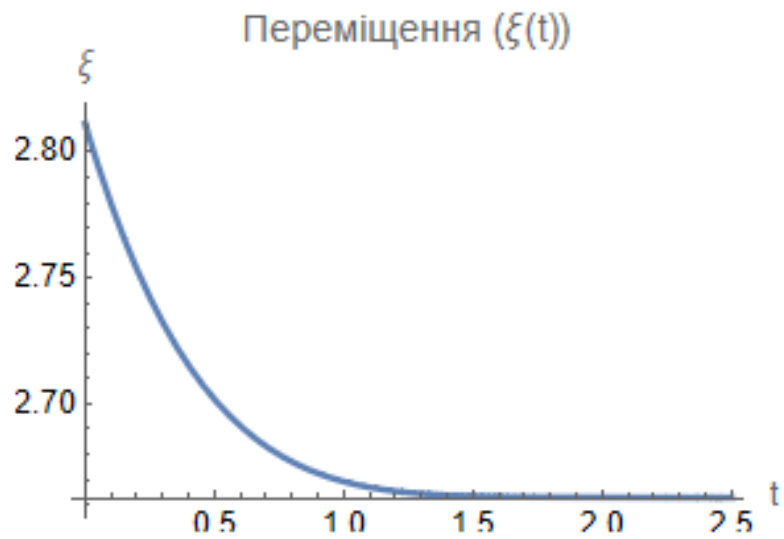


Рис.2.16. Графічні залежності переміщення, швидкості та пришвидження оптимального ривкового режиму гальмування захватного пристрою

## РОЗДІЛ 3.

### СИНТЕЗ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ РОБОТА\_МАНІПУЛЯТОРА

#### 3.1. Оптимізація режиму пуску ланки робота-маніпулятора

На рисунках 1 та 2 представлено схему робота маніпулятора та ланку, для якої буде розроблятися система керування.

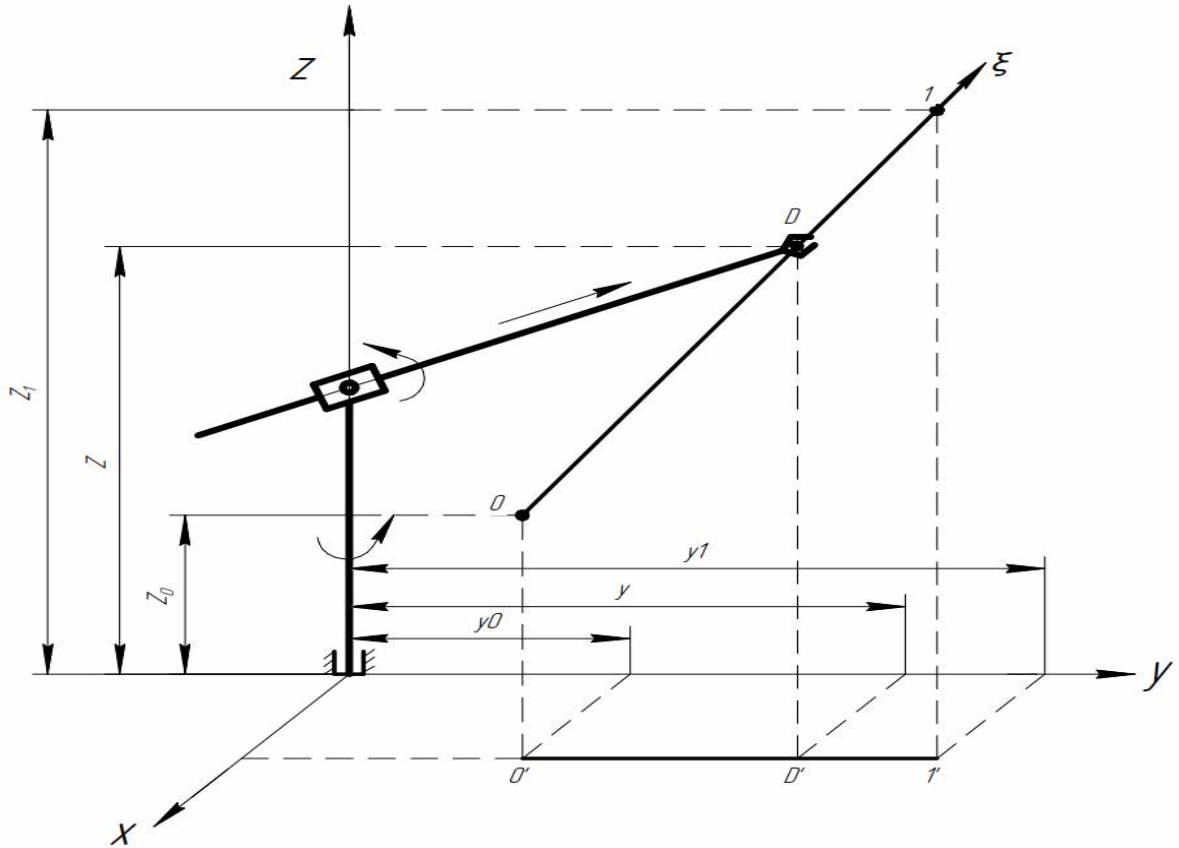


Рис. 3.1 Схема робота з двома обертальними і однією поступальною ланками

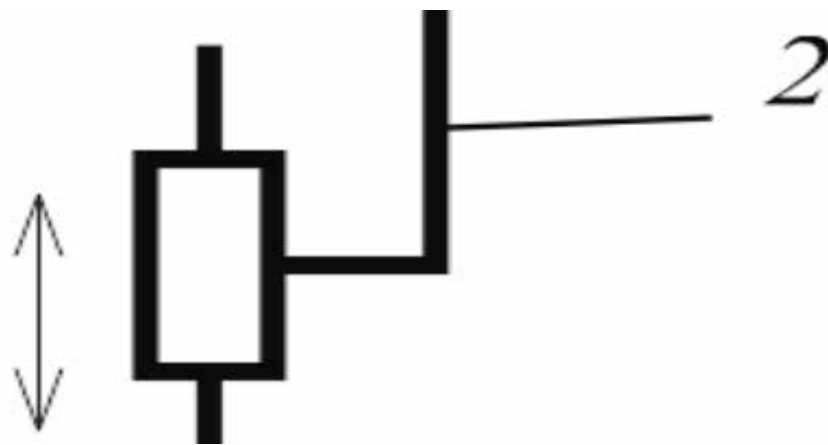


Рис.3.2 Ланка, для якої буде розроблена система керування

За критерій оптимізації візьмемо середньоквадратичне значення рушійної сили приводу ланки робота-маніпулятора. При цьому вважаємо, що поступальний рух ланки робота-маніпулятора описується наступним рівнянням

$$m\ddot{s} + n_2\dot{s} = F. \quad (3.1)$$

Тоді критерій оптимізації матиме такий вигляд:

$$F_{ck} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} F^2 \right]^{1/2} \rightarrow \min - \quad (3.2)$$

$$f = F^2 = (m\ddot{s} + n_2\dot{s})^2 - \quad (3.3)$$

Де:  $t$  – час,  $t_1$  – тривалість руху ланки,  $m$  – маса ланки,  $n$  – коефіцієнти опору руху при поступальному руху ланки.

Умова мінімуму критерію є рівняння Ейлера-Пуассона. Для поступального руху ланки це рівняння має такий вигляд:

$$\frac{\partial f}{\partial s} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{s}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{s}} = 0. \quad (3.4)$$

Згідно з рівнянням (3.4) від функції (3.3) візьмемо необхідні похідні

$$\frac{\partial f}{\partial s} = 0; \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{s}} = 2n(m_p\ddot{s} + n\dot{s}); \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{s}} = 2m_p(m_p\ddot{s} + n\dot{s}); \quad (3.7)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{s}} = 2n(m_p\ddot{s} + n\dot{s}); \quad (3.8)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{s}} = 2m_p(m_p s^{IV} + n\ddot{s}). \quad (3.9)$$

Після підстановки отриманих виразів в рівняння (3.4) будемо мати

$$2m_p(m_p s^{IV} + n\ddot{s}) - 2n(m_p\ddot{s} + n\dot{s}) = 0; \quad (3.10)$$

$$m_p^2 s^{IV} + m_p n \ddot{s} - m_p n \ddot{s} - n^2 \dot{s} = 0; \quad (3.11)$$

$$m_p^2 s^{IV} - n^2 \dot{s} = 0; \quad (3.12)$$

Розділивши рівняння (3.12) на  $m_p^2$ , в результаті чого отримаємо умови мінімуму критерію

$$s^{IV} - k^2 \ddot{s} = 0, \text{ де } k = n/m. \quad (3.13)$$

Для розв'язування рівняння (3.13) складемо характеристичне рівняння:

$$r^4 - k^2 r^2 = 0; \quad r^2(r^2 - k^2) = 0; \quad (3.14)$$

$$r_1 = r_2 = 0; \quad r_3 = k; \quad r_4 = -k.$$

У відповідності з отриманими коренями характеристичного рівняння (3.14) розв'язок диференціального рівняння (3.13) має вигляд :

$$s = D_1 + D_2 t + D_3 e^{kt} + D_4 e^{-kt}; \quad (3.15)$$

$$\dot{s} = D_2 + kD_3 e^{kt} - kD_4 e^{-kt}; \quad (3.16)$$

$$\ddot{s} = k^2(D_3 e^{kt} + D_4 e^{-kt}). \quad (3.17)$$

Тут  $D_1 - D_4$  - постійні інтегрування, які визначаються з крайових умов руху.

Для пуску механізму підйому маніпулятора крайові умови мають такий вигляд:

$$t = 0, s = 0, \dot{s} = 0; \quad t = t_1, \dot{s} = v, \ddot{s} = 0.$$

В результаті підстановки отриманих крайових умов руху в залежності (3.15) – (3.17) будемо мати:

$$0 = D_1 + D_3 + D_4; \quad (3.18)$$

$$0 = D_2 + kD_3 - kD_4; \quad (3.19)$$

$$v = D_2 + kD_3 e^{kt_1} - kD_4 e^{-kt_1}; \quad (3.20)$$

$$0 = k^2 D_3 e^{kt_1} + k^2 D_4 e^{-kt_1}; \quad (3.21)$$

Розв'язуємо отриману систему рівнянь, знаходимо постійні інтегрування :

$$D_2 = kD_4 - kD_3 = k(D_4 - D_3); \quad (3.22)$$

$$k^2 D_3 e^{kt_1} = -k^2 D_4 e^{-kt_1}; \quad (3.23)$$

$$D_3 e^{kt_1} = -D_4 e^{-kt_1}; \quad (3.24)$$

$$D_4 = -D_3 e^{2kt_1}; \quad (3.25)$$

$$v = k(-D_3 - D_3 e^{2kt_1}) + kD_3 e^{2kt_1} e^{-kt_1} + kD_3 e^{kt_1}; \quad (3.26)$$

$$v = kD_3(-1 - e^{2kt_1} + 2e^{kt_1}); \quad (3.27)$$

Розв'язавши систему рівнянь, будемо мати:

$$D_3 = \frac{v}{k(2e^{kt_1} - e^{2kt_1} - 1)}; \quad (3.28)$$

$$D_4 = -\frac{v}{k(2e^{kt_1} - e^{2kt_1 - 1})} e^{2kt_1}; \quad (3.29)$$

$$D_2 = -\frac{v}{2e^{kt_1} - e^{2kt_1 - 1}} (e^{2kt_1} + 1); \quad (3.30)$$

$$D_1 = -D_3 - D_4 = -\frac{v}{k(2e^{kt_1} - e^{2kt_1 - 1})} (e^{2kt_1} - 1); \quad (3.31)$$

Оскільки в роботі розглядається керування швидкістю руху маніпулятора, тому вихідним буде закон зміни швидкості, тобто  $\dot{s}(t)$ . Знайдемо його:

$$\dot{s} = D_2 + kD_3 e^{kt} - kD_4 e^{-kt}; \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} z(t) = \dot{s} &= \frac{v}{2e^{kt_1} - e^{2kt_1 - 1}} (-(e^{2kt_1} + 1) + e^{kt} - e^{2kt_1} e^{-kt}) = \\ &= \frac{v}{2e^{kt_1} - e^{2kt_1 - 1}} (e^{2kt_1} (e^{-kt} - 1) + e^{kt} - 1). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Побудуємо графіки оптимального руху ланки маніпулятора, які треба реалізувати системою керування за отриманими рівняннями

Відповідно для поступального руху ланки при розгоні маємо такі вихідні дані:

$$v = 0.8 \text{ м/с}$$

$$t_1 = 2.2 \text{ с}$$

Відповідно до цих даних та отриманими законами руху побудуємо графіки переміщення, швидкості, прискорення, рушійного моменту та потужності ланки

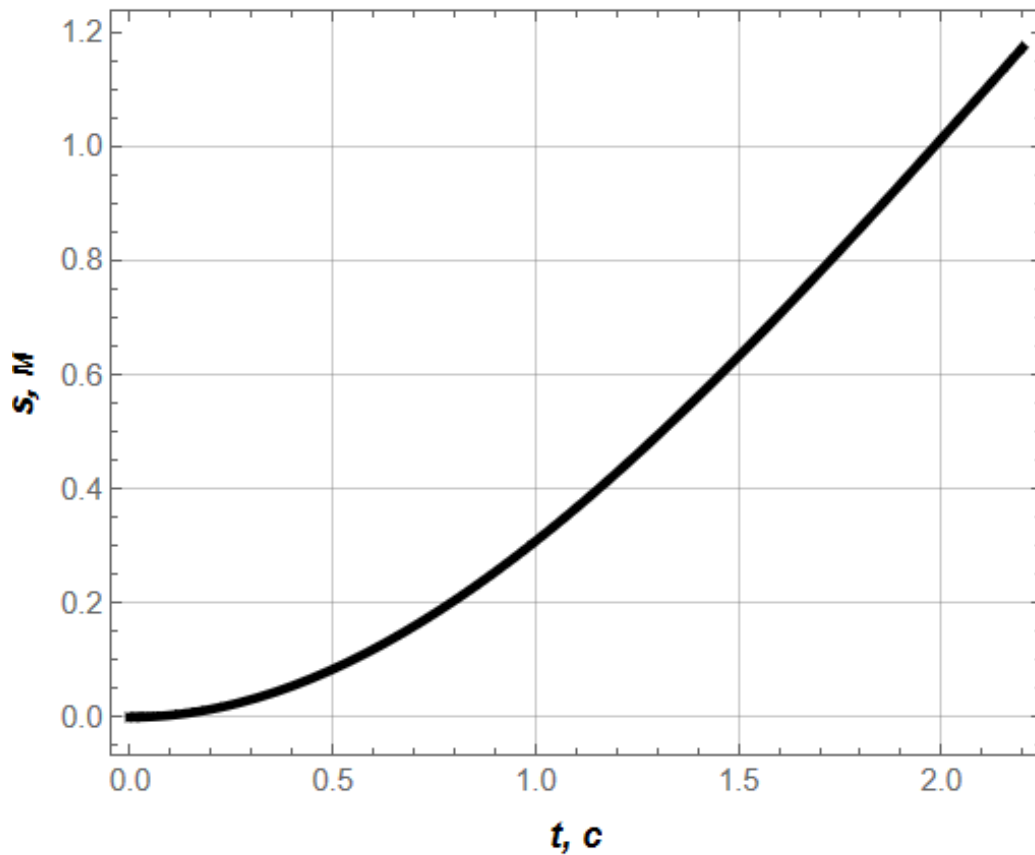


Рис.3. 3. Графік переміщення поступальної ланки маніпулятора

З цього графіку видно, що за 2.2сек при виході на швидкість 0.8 м/с ланка змінить своє положення (підніметься) на 1.17 метра.

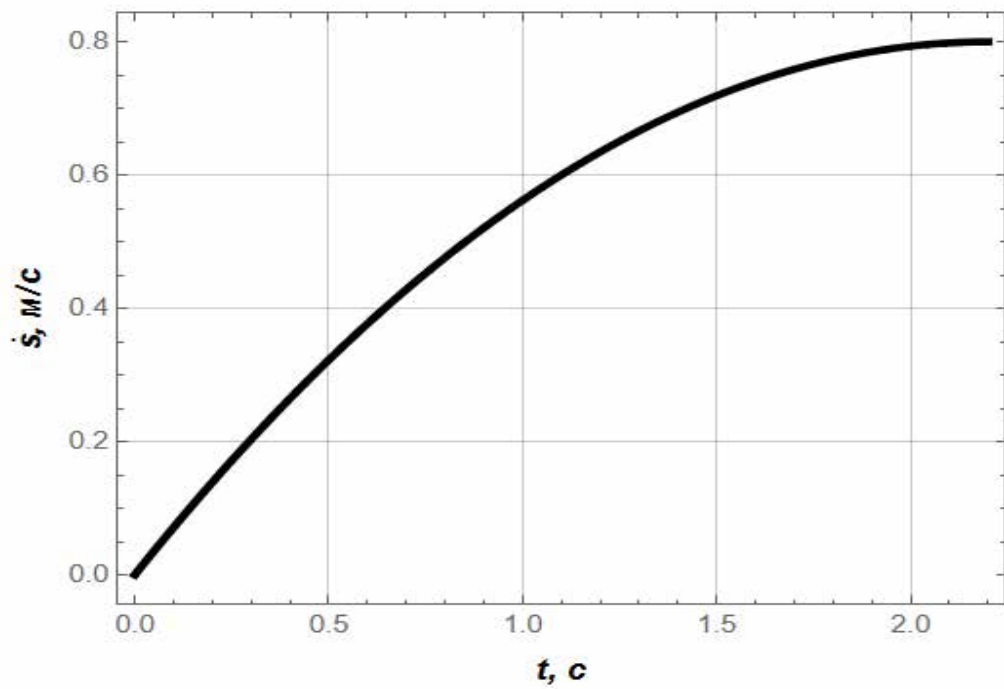


Рис.3. 4. Графік швидкості поступальної ланки маніпулятора

На графіку видно плавну зміну швидкості протягом часу 0 – 2.2 сек і вихід на задану швидкість 0.8 м/с в кінцевій точці.

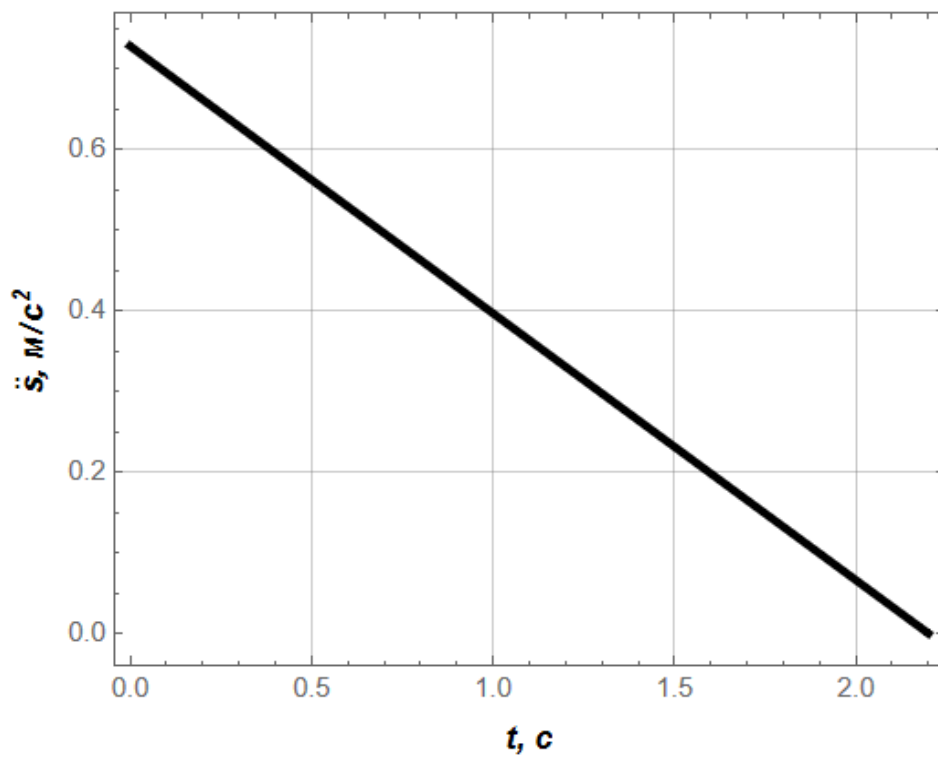


Рис. 3.5. Графік пришвидшення поступальної ланки маніпулятора

З цього графіку можна побачити, що спочатку пришвидшення приймає значення  $0.73 \text{ м/с}^2$  та лінійно спадає до нуля у кінцевий час пуску.

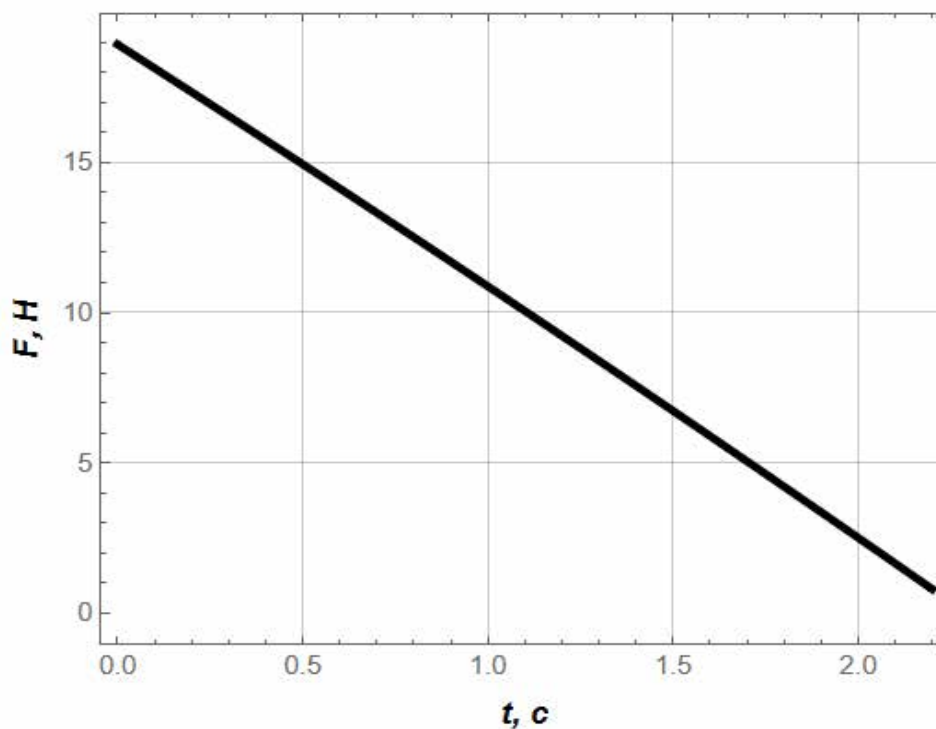


Рис.3. 6. Графік рушійного зусилля механізму підйому ланки маніпулятора  
На графіку можна побачити, що спочатку рушійна сила приймає значення  $18,9 \text{ Н}$  та лінійно спадає до нуля у кінцевий час руху

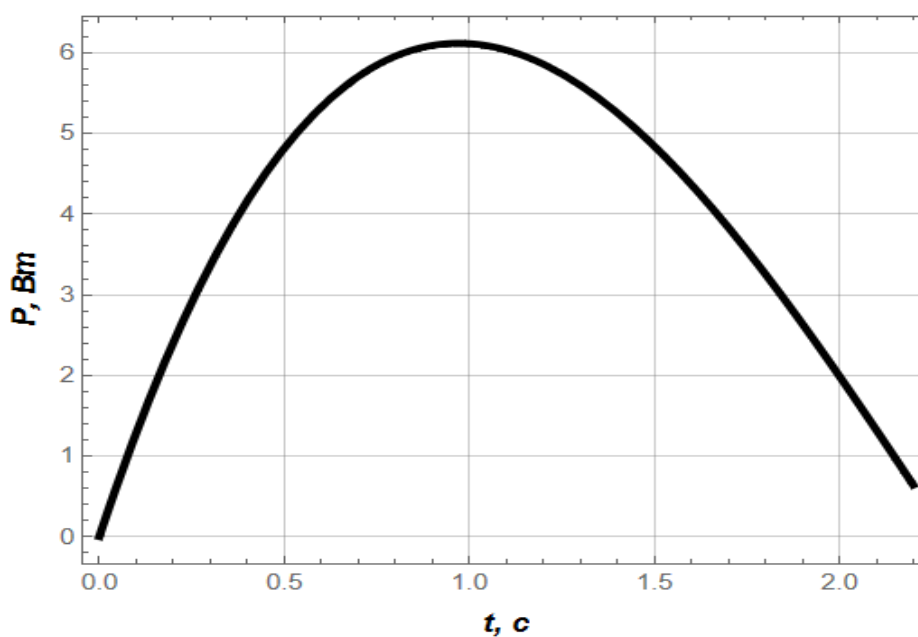


Рис. 3.7. Графік потужності приводу механізму підйому ланки

З графіку потужності видно, що протягом часу виходу на задану швидкість (пуску) вона спочатку зростає до значення 6.1 Вт в найвищій точці та поступово починає спадати ближче до кінця пуску.

### 3.2. Структурна схема системи керування швидкістю руху ланки робота-маніпулятора

Складовими елементами структурної схеми СК є наступні елементи:

1) оптимальний (бажаний) закон руху ланки маніпулятора. При керуванні швидкістю руху ланки маніпулятора таким законом є швидкість руху ланки;

2) регулятор може бути пропорційний(П), пропорційно-інтегральний(ПІ), пропорційно-диференціальний(ПД),пропорційно-інтегрально-диференціальний(ПІД);

3) рушій ланки маніпулятора – електродвигун постійного струму;

4) виконавчий орган – поступальна ланка маніпулятора.

Кожний з цих елементів СК характеризується передавальною функцією. Так, наприклад, пропорційний регулятор характеризується коефіцієнтом підсилення  $K_a$ .

Виходячи зі складових елементів для керування швидкістю рухом ланки маніпулятора, обираємо замкнену систему керування зі зворотним від'ємним зв'язком, яка представлена на рис.3.8.

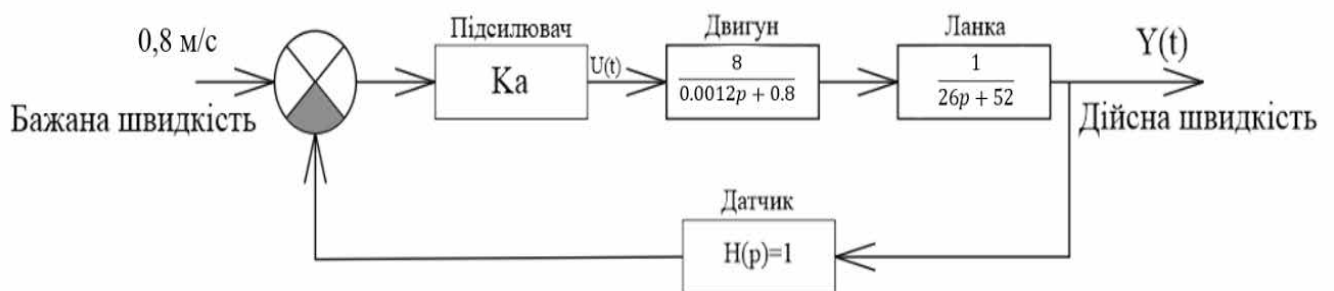


Рис.3. 8. Структурна схема системи керування ланкою підйому руки робота-маніпулятора

### Визначаємо передавальні функції системи керування

Вихідні дані для розрахунку поступальної ланки приймають такі значення:

$$K_m = 8 \text{ Н/А};$$

$$m = 26 \text{ кг};$$

$$b_2 = 52 \text{ Н/(м/с)};$$

$$L = 1.2 \text{ мГн};$$

$$R = 0.8 \text{ Ом}.$$

Двигун постійного струму описується наступною передавальною функцією:

$$W_1 = \frac{K_m}{Lp + R} = \frac{8}{0.0012p + 0.8}, \#(3.34)$$

Де  $K_m$  – коефіцієнт передачі двигуна,  $L$  – індуктивність якоря,  $R$  – опір якоря.

Передавальна функція ланки при поступальному русі за керуванням швидкістю руху визначається такою залежністю

$$W_{23} = \frac{1}{mp + b_2} = \frac{1}{26p + 52}; \#(3.35)$$

Вважаємо, що положення ланки маніпулятора можна визначити точно, тому передавальна функція датчика зворотного зв'язку дорівнює одиниці.

Тоді об'єкт керування (двигун і ланка) мають таку передавальну функцію:

$$\begin{aligned} W_{0Y}(p) &= \frac{K_m}{(mp+b_2)(Lp+R)} = \frac{8}{(26p+52)(0,0012p+0.8)} = \\ &= \frac{8}{0,0312p^2+20,8624p+41.6} = \frac{256}{p^2+669p+1333}; \end{aligned} \quad (3.36)$$

По передавальній функції складемо диференціальне рівняння руху об'єкта керування

$$\ddot{y} + 669\dot{y} + 1333y = 256z; \quad (3.37)$$

Визначимо найвищу похідну з рівняння (3.37)

$$\ddot{y} = -669\dot{y} - 1333y + 256z \quad (3.38)$$

Зведемо рівняння (3.38) до системи рівнянь стану першого порядку

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + k_1z; \\ \dot{x}_2 = -669\dot{y} - 1333y + k_2z; \end{cases} \quad (3.39)$$

Виразимо коефіцієнти  $k_i$ ,  $i=1,2,3$  системи (339)

через коефіцієнти рівняння  $a_i, b_i$ . Для цього двічі продиференціюємо останнє рівняння системи (3.39), в результаті чого отримаємо:

$$y = x_1 + k_0z; \quad (3.40)$$

$$\dot{y} = \dot{x}_1 + k_0\dot{z} = x_2 + k_1z + k_0\dot{z}; \quad (3.41)$$

$$\ddot{y} = \dot{x}_2 + k_1\dot{z} + k_0\ddot{z} = -669x_1 - 1333x_2 + k_2z + k_1\dot{z} + k_0\ddot{z} \quad (3.42)$$

Підставимо у вираз останньої похідної значення змінних, після чого отримаємо:

$$\begin{cases} x_1 = y - k_0z; \\ x_2 = \dot{x}_1 - k_1z = \dot{y} - k_1z - k_0\dot{z}. \end{cases} \quad (3.43)$$

В результаті підстановки виразів (3.43) в вираз (3.42) отримаємо:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= -1333(y - k_0z) - 669(\dot{y} - k_1z - k_0\dot{z}) + k_2z + k_1\dot{z} + k_0\ddot{z} = \\ &= -1333y + 1333k_0z - 669\dot{y} + 669k_1z + 669k_0\dot{z} + k_2z + k_1\dot{z} + k_0\ddot{z}; \end{aligned} \quad (3.44)$$

Звівши подібні члени в останньому рівнянні, будемо мати:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 669\dot{y} + 1333y &= \\ k_0\ddot{z} + \dot{z}(k_1 + 669k_0) + z(1333k_0 + k_2 + 669k_1); \end{aligned} \quad (4.45)$$

Порівнюючи коефіцієнти рівнянь (3.38) та (3.45), знаходимо:

$$k_0 = b_0 = 0; \quad (3.46)$$

$$k_1 = b_1 - a_1k_0 = 0; \quad (3.47)$$

$$k_2 = b_2 - a_1k_1 - a_2k_0 = 256; \quad (3.48)$$

Підставивши знайдені коефіцієнти (3.46) – (3.48) в систему (3.39), отримаємо систему лінійних рівнянь першого порядку, яка еквівалентна одному рівнянню другого порядку (3.35):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -669x_1 - 1333x_2 + 256z \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.49)$$

Матрична форма отриманої в прикладі моделі змінних стану має такий вигляд:

$$\dot{X} = AX + BZ; \quad Y = CX. \quad (3.50)$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \quad (3.51)$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix}; \quad (3.52)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1333 & -669 \end{pmatrix}; \quad (3.53)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 256 \end{pmatrix}; \quad (3.54)$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.55)$$

Передавальна функція замкненої системи керування має такий вигляд:

$$\begin{aligned} W_{ZY}(p) &= \frac{K_a W_{0Y}}{1 + K_a W_{0Y}} = \frac{\frac{K_a K_m}{(mp+b_2)(Lp+R)}}{1 + \frac{K_a K_m}{(mp+b_2)(Lp+R)}} = \frac{K_a K_m}{(mp+b_2)(Lp+R) + K_a K_m} = \\ &= \frac{8K_a}{(26p+52)(0,0012p+0,8) + 8K_a} = \frac{256K_a}{p^2 + 669p + 1333 + 256K_a} = \frac{Y(p)}{Z(p)} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Аналогічно до попередньої системи отримуємо наступні результати:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -669x_1 - (1333 + 256 \cdot Ka)x_2 + 256 \cdot Ka \cdot z; \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.57)$$

Матрична форма отриманої в прикладі моделі змінних стану має такий вигляд:

$$\dot{X} = AX + BZ; \quad Y = CX.$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix};$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix};$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(1333 + 256 \cdot Ka) & -669 \end{pmatrix}; \quad (3.58)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 256 \cdot Ka \end{pmatrix}; \quad (3.59)$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.60)$$

Для переконання в правильності проведених розрахунків повторно розрахуємо їх за допомогою програми Mathematica.

Передавальна функція ланки маніпулятора при керуванні швидкістю для поступального руху має такий вигляд

$$W_{23} = \left( \frac{1}{m \cdot s + b_2} \right) \tau;$$

Передавальна функція двигуна постійного струму описується наступним чином

$$W_{DC} = \left( \frac{K_m}{L \cdot s + R} \right) \tau;$$

Отримали передавальну функцію двох послідовно з'єднаних елементів - двигуна постійного струму та поступальної ланки маніпулятора.

`SystemRobotLinkAndDrive = SystemsModelSeriesConnect[WDC, W23]`

$$\left( \frac{K_m}{(R + L s) (b_2 + m s)} \right) \tau$$

Отримали також передавальну функцію системи "підсилювач - привод постійного струму – поступальна ланка робота-маніпулятора"

`SystemRobotLinkAndDriveAndAmplifier =`

$$\text{SystemsModelSeriesConnect} \left[ (K_a) \tau, \text{SystemRobotLinkAndDrive} \right]$$

$$\left( \frac{K_a K_m}{(R + L s) (b_2 + m s)} \right) \tau$$

Отримали передавальну функцію "підсилювач - привод постійного струму - поступальна ланка робота-маніпулятора - контур зворотного зв'язку". У контурі зворотного зв'язку - датчик із одиничною передавальною функцією

`ClosedLoopSystemRobotLinkAndDriveAndAmplifier =`

`SystemsModelFeedbackConnect [SystemRobotLinkAndDriveAndAmplifier]`

$$\left( \frac{K_a K_m}{K_a K_m + (R + L s) (b_2 + m s)} \right) \tau$$

Задання чисельних параметрів

Електричні

Механічні

$$K_m = 8;$$

$$L = 12 * 10^{-4};$$

$$R = 0.8;$$

$$b_2 = 52;$$

$$m = 26;$$

Запис математичної моделі системи "привод постійного струму - поступальна ланка робота-маніпулятора" у вигляді моделі змінних стану (вхід - стан - вихід)

`SystemStateSpaceModel = StateSpaceModel [SystemRobotLinkAndDrive]`

$$\left( \begin{array}{cc|c} 0 & 1. & 0 \\ -1333.33 & -668.667 & 1 \\ \hline \frac{10000}{39} & 0 & 0 \end{array} \right) S$$

Результат цієї матриці збігається з попередніми розрахунками (див. матрицю (3.53)).

Запис математичної моделі системи "підсилювач - привод постійного струму - ланка робота - контур зворотного зв'язку" у вигляді моделі змінних стану (вхід - стан - вихід) мають такий вигляд

**ClosedLoopSystemStateSpaceModel =**  
**StateSpaceModel [ClosedLoopSystemRobotLinkAndDriveAndAmplifier]**

$$= \left( \begin{array}{cc|c} 0 & 1. & 0 \\ -\frac{1250}{39} & (41.6 + 8 Ka) & -668.667 \\ \frac{10000 Ka}{39} & 0 & 0 \end{array} \right) s$$

Цей результат також збігається з попередніми обчисленнями (див. матрицю (3.58)).

Виходячи з того, що результати обох визначених вручну матриць співпадають з визначеними за допомогою програми Mathematica, то завдання було виконано правил

### 3.3 Дослідження системи керування ланки робота

1) Дослідження впливу коефіцієнта підсилення  $K_a$  на динаміку регулювання

З допомогою програми, створеної в середовищі Wolfram Mathematica було розроблено замкнуту модель системи та досліджено вплив коефіцієнта  $K_a$  на вихід на усталену швидкість  $v$ .

При встановленні коефіцієнта підсилення рівним 0, 10, 25, 50 та 100 отримуємо наступні графічні залежності

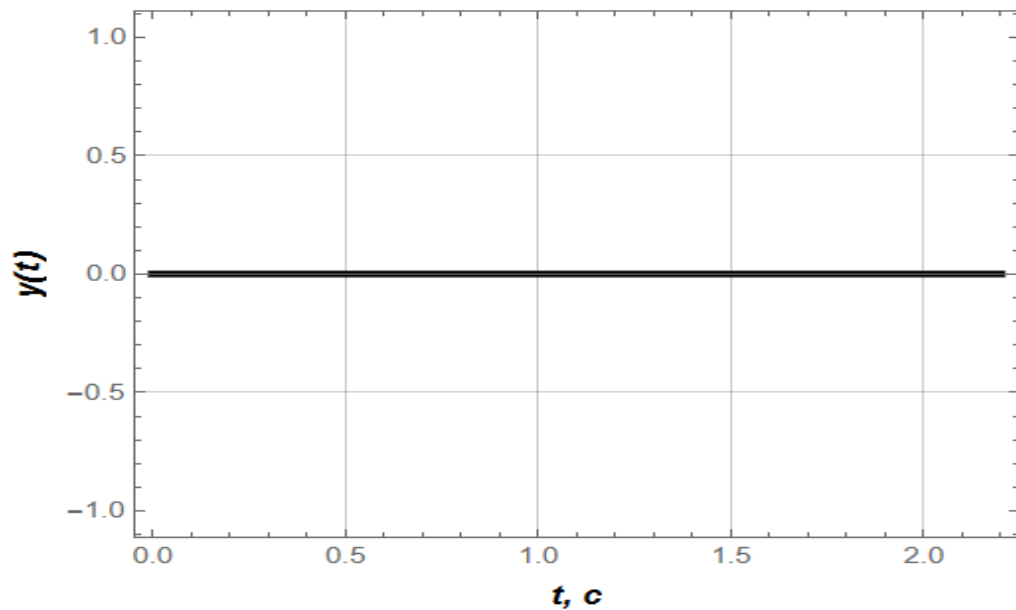


Рис.3. 9. Графік впливу коефіцієнта підсилення  $K_a = 0$

Результати розрахунків наведено в табл.1

Таблиця 1

Середньоквадратичне значення похибки	0.8	м/с
Середнє значення похибки	0.8	м/с
Максимальне значення похибки	0.8	м/с
Кінцеве значення похибки	0.8	м/с
Перерегулювання	0	%
Тривалість регулювання	2.198	с

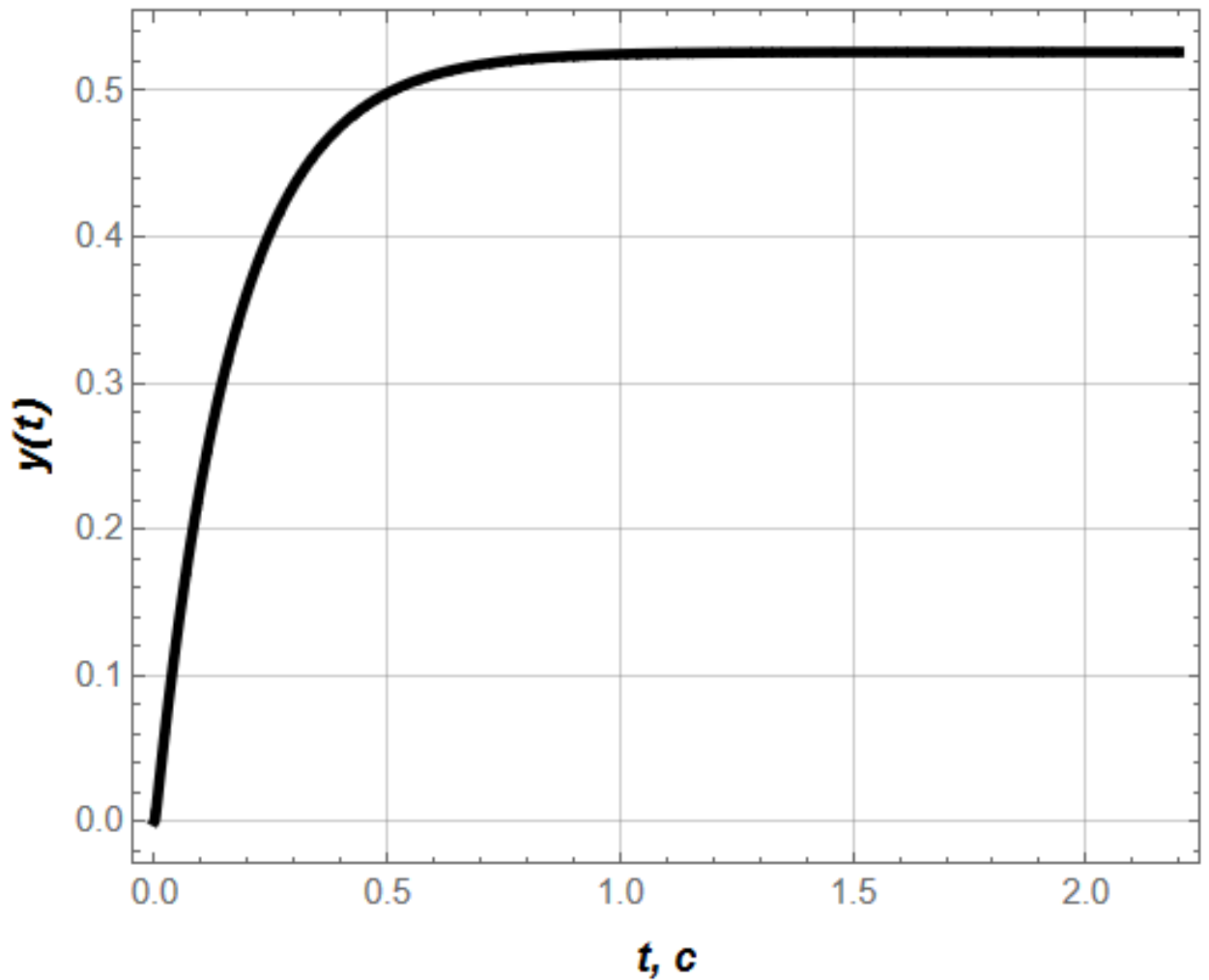


Рис. 3.10. Графік впливу коефіцієнта підсилення  $K_a = 10$   
 Результати розрахунків наведено в табл.2

Таблиця 2

Середньоквадратичне значення похибки	0.329379	м/с
Середнє значення похибки	0.314929	м/с
Максимальне значення похибки	0.8	м/с
Кінцеве значення похибки	0.273686	м/с
Перерегулювання	0	%
Тривалість регулювання	2.198	с

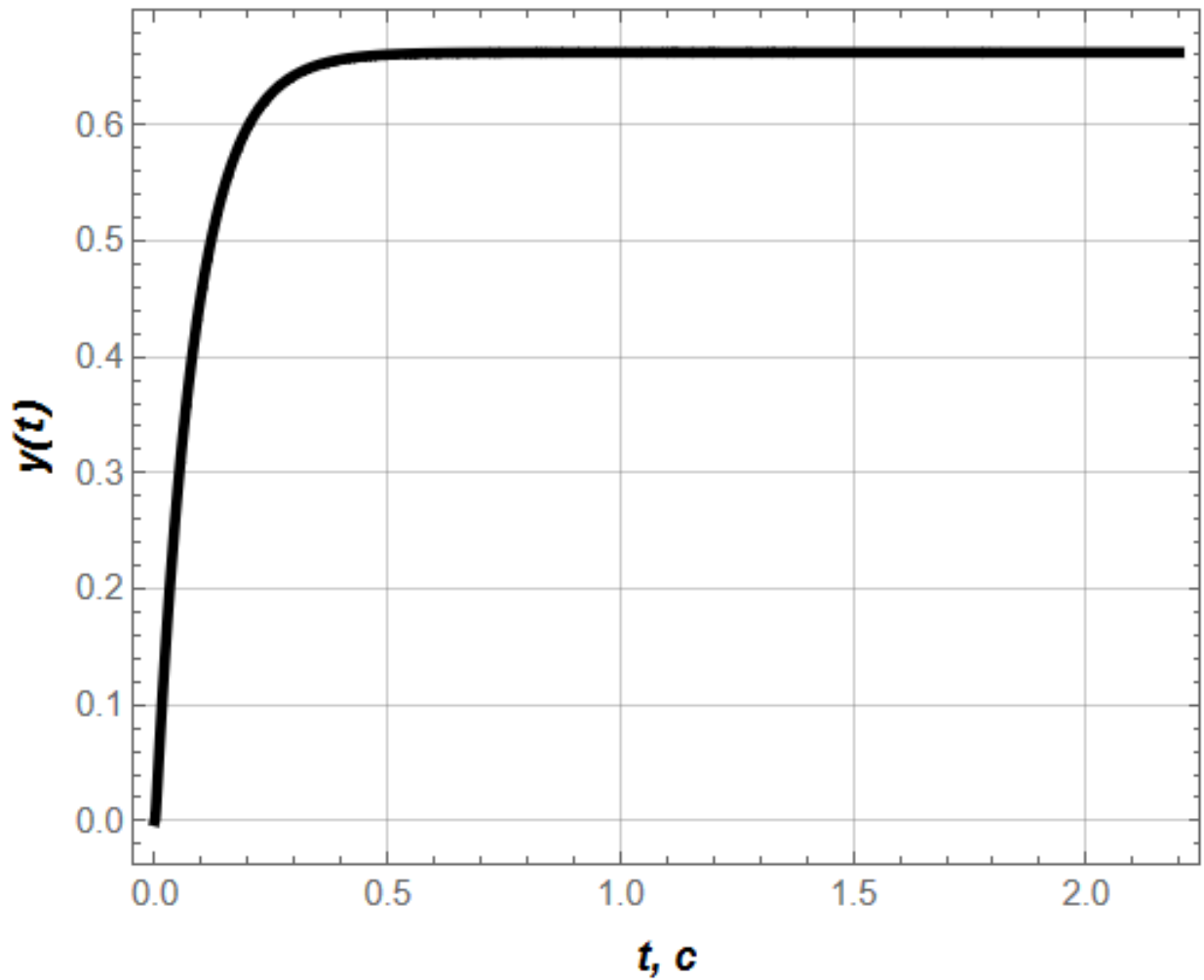


Рис.3. 11. Графік впливу коефіцієнта підсилення  $K_a = 25$

Результати розрахунків наведено в табл.3

Таблиця 3

Середньоквадратичне значення похибки	0.187508	м/с
Середнє значення похибки	0.164019	м/с
Максимальне значення похибки	0.8	м/с
Кінцеве значення похибки	0.137749	м/с
Перерегулювання	0	%
Тривалість регулювання	2.198	с

Виберемо такий коефіцієнт підсилення, щоб похибка від заданого значення швидкості не перевищувала  $\pm 5\%$ .

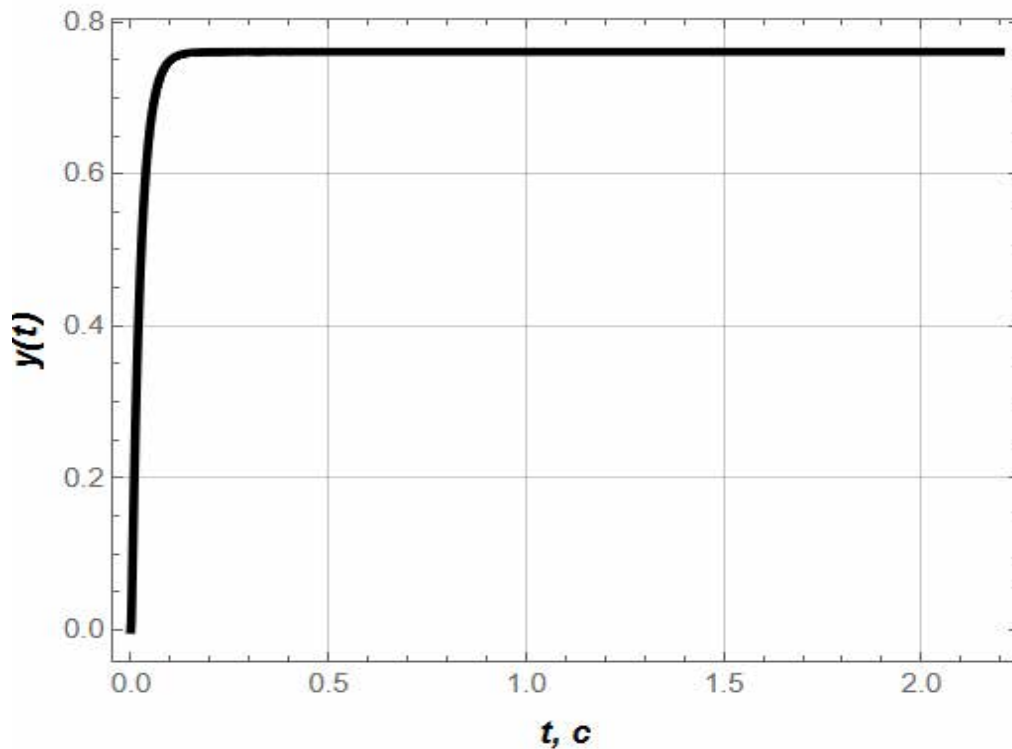


Рис.3. 13. Графік впливу коефіцієнта підсилення  $K_a = 100$

Результати розрахунків наведено в табл.4

Таблиця 4

Середньоквадратичне значення похибки	0.0773458	м/с
Середнє значення похибки	0.04845	м/с
Максимальне значення похибки	0.8	м/с
Кінцеве значення похибки	0.0395437	м/с
Перерегулювання	0	%
Тривалість регулювання	0.17	с

Змінюючи значення коефіцієнта  $K_a$  можна побачити його вплив на швидкість виходу на задану швидкість. З графіків видно, що зі збільшенням  $K_a$  зростає стрімкість зміни (лінія графіку стає більш вертикальною). Також можна зазначити, що тільки із значенням  $K_a = 100$  наближаємось до бажаної швидкості в 0.8 м/с. Менші значення коефіцієнта не задовольняють очікувань по виходу на бажану швидкість.

2) Дослідження реакції системи на збурення ланки при дії одиничного імпульсу при керуванні швидкістю

Керування швидкістю руху ланки робота-маніпулятора

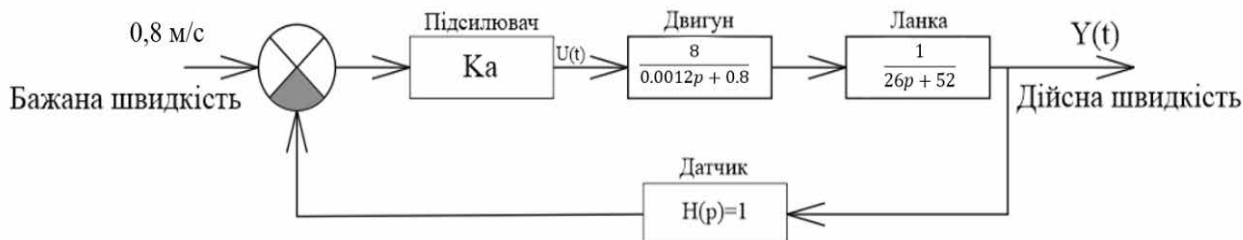


Рис. 3.14. Структурна схема системи керування ланкою підйому руки робота-маніпулятора

Оцінимо усталену помилку  $\lim E(t)$  та визначимо передавальну функцію  $W_{ZE}$

$$W_{ZE} = \frac{1}{1 + K_a W_1 W_2} = \frac{1}{1 + \frac{K_a K_m}{(Lp + R)(Jp + b_1)}} =$$

$$= \frac{(Lp + R)(mp + b_2)}{(Lp + R)(mp + b_2) + K_a K_m} = \frac{E}{Z}; \#$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} E(p) = 0$ . Усталена помилка дорівнює нулю.

Тепер знайдемо передавальну функцію перешкоди  $W_{fY}$ :

$$W_{fY} = \frac{K_a W_1 W_2}{1 + K_a W_1 W_2} = \frac{\frac{K_a K_m}{(Lp + R)(Jp + b_1)}}{1 + \frac{K_a K_m}{(Lp + R)(Jp + b_1)}} = \frac{K_a K_m}{(Lp + R)(mp + b_2) + K_a K_m}$$

3) Побудова графіків функцій – відгуків системи.

Принцип керування за збуренням, або принцип компенсації збурень, полягає в тому, що керуючий вплив у системі виробляється в залежності від результатів вимірювання збурення, що діє на об'єкт. Іншими словами, в даних системах керуючий вплив є функцією збурюючого впливу.

Початкові координати задаємо нульовими, досліджуємо вплив трьох типів збурень на систему: сходишка, дельта-функція Дірака та синусоїда.

Для збурення типу сходинка маємо такі графічні залежності:

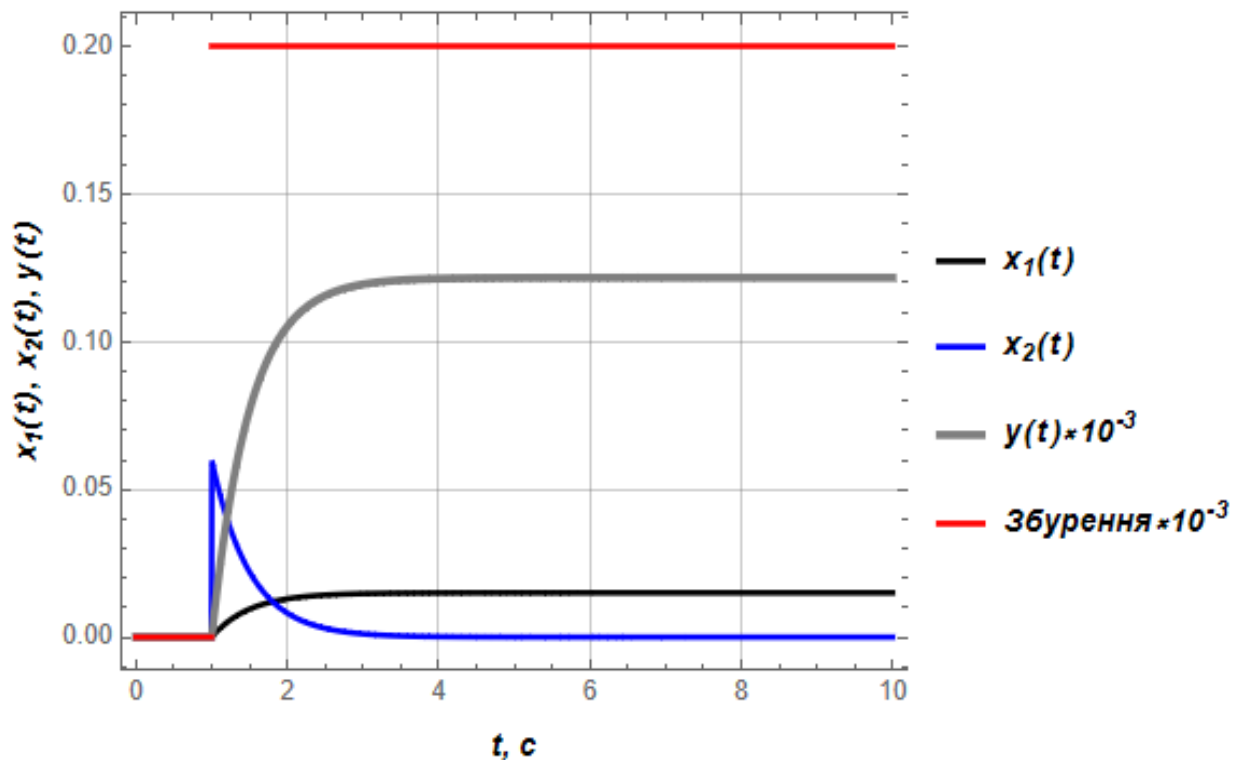


Рис. 3.15. Графіки впливу збурення типу сходинка на систему ланки робота

З графіків впливу сходинкового збурення можна побачити, як система реагує на вплив типу сходинка, яке застосовується через 1 секунду після пуску. Червоним кольором зображено власне збурення, синім кольором відгук системи на вказане збурення. Сірим кольором зображено вихід системи, оскільки на нього вплинуло збурення.  $x_1$  та  $x_2$ , які є змінними стану системи керування.

Встановимо взаємозв'язок між змінними стану та виходом динамічної системи:

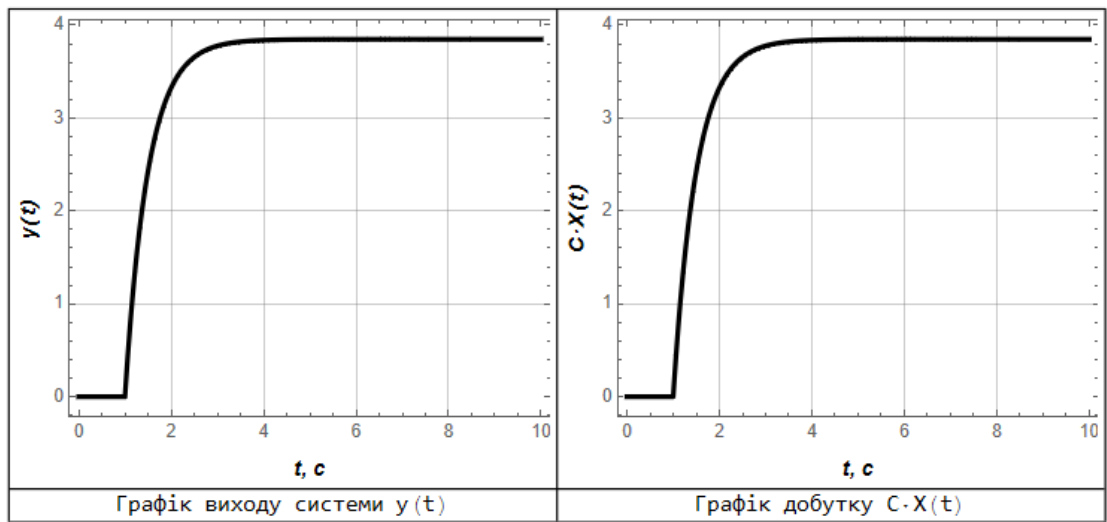


Рис. 3.16. Графіки, які показують взаємозв'язок між змінними стану та виходом системи ланки робота

Для збурення типу синусоїда маємо такі графічні залежності:

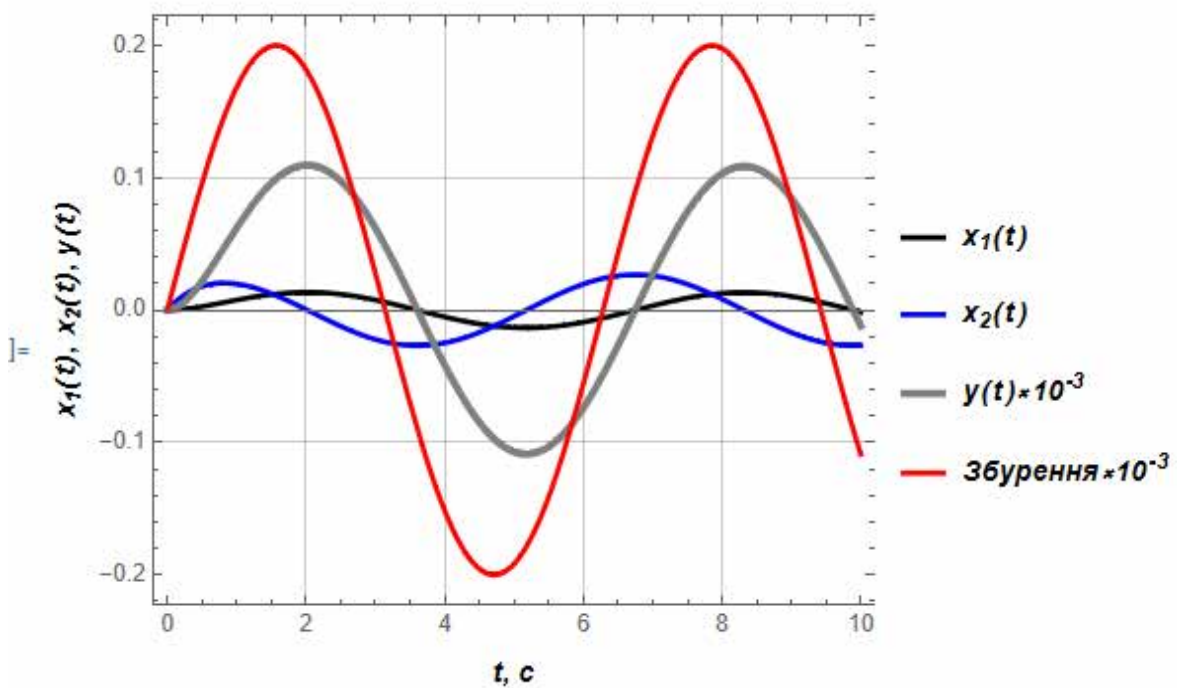


Рис.3. 17. Графіки впливу збурення типу синусоїда на систему ланки робота

Аналогічно як на рисунку 15 отримали графік реакції системи на збурення. Чорним та синім кольором видно вплив синусоїдального збурення на змінні стану  $x_1$  та  $x_2$ . Сірим кольором показано вихід системи та червоним кольором власне збурення, яке діє на систему.

Встановимо взаємозв'язок між змінними стану та виходом динамічної системи, який показано на рис.18.

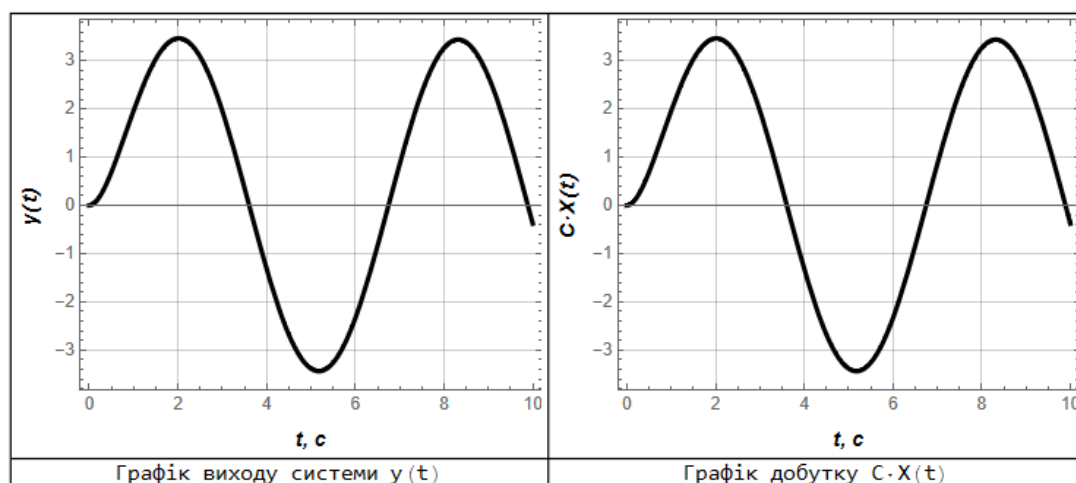


Рис. 3.18. Графіки, що відображають взаємозв'язок між змінними стану та виходом системи

З наведених графіків видно взаємозв'язок між змінними стану та виходом системи, які показують, що графік виходу системи  $y(t)$  повністю збігається з графіком добутку  $C \cdot X(t)$  для відповідних типів збурень.

4) Оцінка АЧХ, ФЧХ та АФЧХ динамічної системи, нулі і полюси системи

Побудова АЧХ та ФЧХ в Mathematica

```

ImSize = 350;
BodePlot[ClosedLoopSystemStateSpaceModel, {10^-1, 10^5}, PlotLayout -> "Magnitude",
Frame -> True, ImageSize -> ImSize,
FrameLabel ->
{Text[Style["Кутова частота, рад/с", FontSize -> TextSize, Italic, Bold, Black]],
Text[Style["Підсилення, дБ", FontSize -> TextSize, Italic, Bold, Black]]},
AspectRatio -> AspRatio, PlotStyle -> {Thickness[0.01], Black},
GridLines -> Automatic, PlotRange -> All, AxesOrigin -> {0, 0}}
BodePlot[ClosedLoopSystemStateSpaceModel, {10^-1, 10^5}, PlotLayout -> "Phase",
Frame -> True, ImageSize -> ImSize,
FrameLabel ->
{Text[Style["Кутова частота, рад/с", FontSize -> TextSize, Italic, Bold, Black]],
Text[Style["Зсув фаз, град", FontSize -> TextSize, Italic, Bold, Black]]},
AspectRatio -> AspRatio, PlotStyle -> {Thickness[0.01], Black},
GridLines -> Automatic, PlotRange -> All, AxesOrigin -> {0, 0}}

```

Побудуємо графіки АЧХ та ФЧХ за даними, отриманими раніше при аналітичному розрахунку:

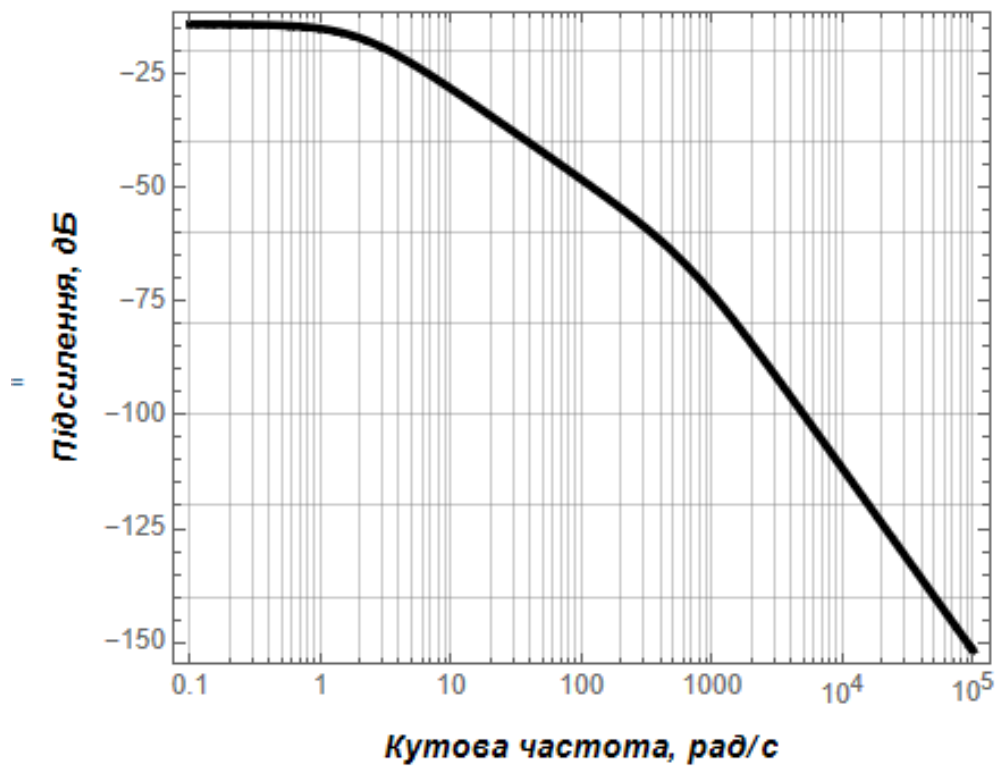


Рис. 3.19. АЧХ динамічної системи ланки робота

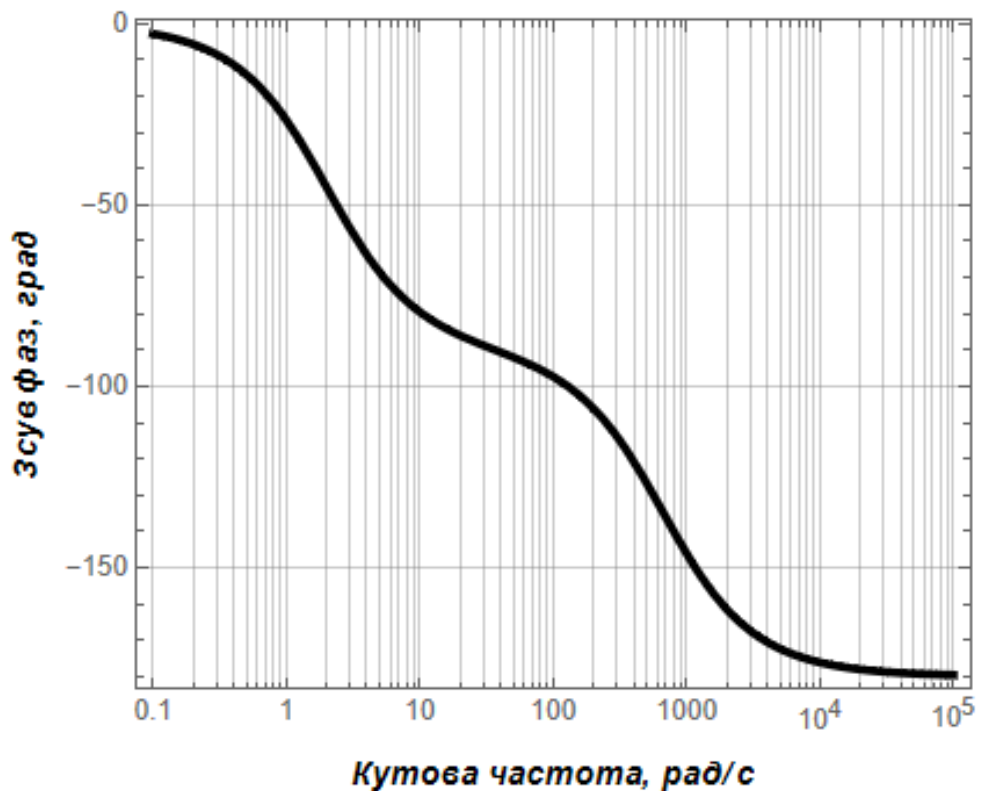


Рис. 3.20. ФЧХ динамічної системи ланки робота

На осі ординат бачимо сигнал, який надходить, а по осі абсцис видно зсув фаз, тобто різницю між поданим та отриманим сигналом.

Побудуємо Діаграму Найквіста – АФЧХ:

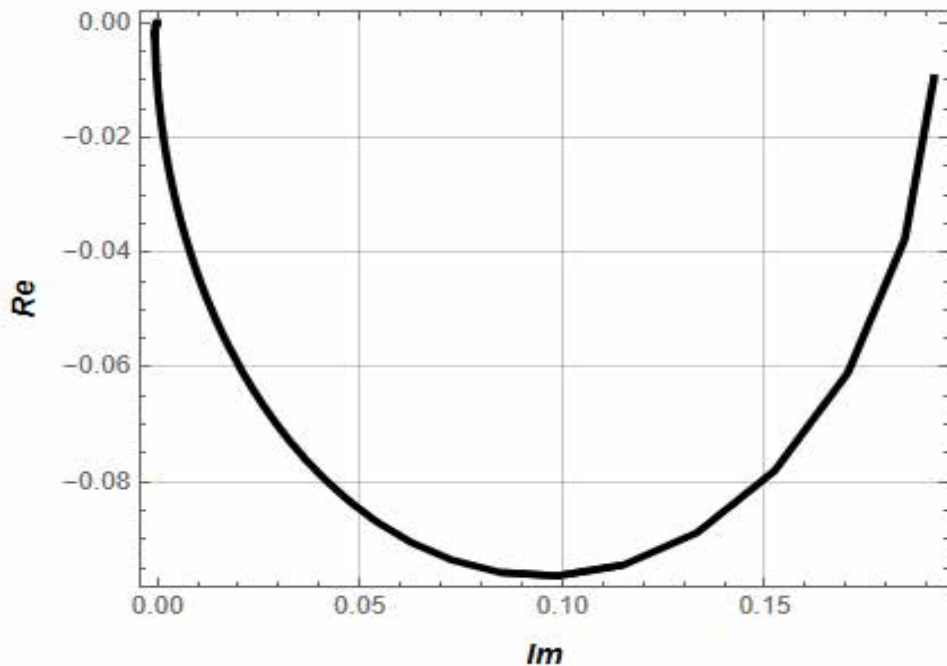


Рис.3. 21. АФЧХ динамічної системи руху ланки робота

Діаграма Найквіста являє собою графік частотної характеристики розімкненої системи з передатною функцією  $G(s)$ , побудованої в полярних координатах. З неї також можна побачити зсув фаз для кожної ділянки.

По виду діаграми Найквіста, крім того, можна легко визначити, чи буде стійка система, чи буде залишатися стійкою при зменшенні модуля коефіцієнта передачі (коефіцієнта підсилення) підсилювального елемента. Дійсно, коефіцієнт підсилення (або крутизна характеристики) підсилювача входить в якості співмножники в оборотне відношення, і тому при зменшенні коефіцієнта підсилення (при збереженні його постійної фази) діаграма Найквіста лише зменшується в розмірах, повністю зберігаючи свою форму. Легко бачити, що при будь-якому зменшенні розмірів діаграма не може охопити критичну точку, тому система буде стійкою.

Розрахуємо нулі та полюси розімкненої системи:

Виконавши обрахунки в середовищі Wolfram Mathematica, отримаємо наступні вектори полюсів та нулів відповідно:

$$\{-666.6, -2.\}$$

$$\{\}$$

5) Оцінка керованості та спостережуваності динамічної системи.

Система називається повністю керованою, якщо існує така керуюча дія,  $U(t)$ , визначена на кінцевому інтервалі часу  $[t_0, t_k]$ , яка переводить систему з будь-якого початкового стану  $X(t_0)$  в будь-який заданий кінцевий стан  $X(t_k)$ .

Система називається повністю спостережною, якщо з реакції  $Y(t)$  на виході системи на проміжку часу  $[t_0, t_k]$  при заданому впливі функції керування,  $U(t)$  можна визначити початковий стан  $X(t_0)$  динамічної системи ланки робота.

Отримуємо матрицю керованості для наведеної динамічної системи ланки робота:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1. \\ 1 & -668.667 \end{pmatrix}$$

Визначник цієї матриці дорівнює -1.

Оскільки визначник цієї матриці не дорівнює нулю, тому її ранг дорівнює 2.

Згідно з критерієм керованості, якщо ранг матриці керованості дорівнює  $n$  (порядку системи), а в нашому випадку порядок системи дорівнює 2, то система є спостережуваною.

Згідно до результатів аналізу наведена система є керованою, а також система є керованою тоді і тільки тоді, коли її матриця керованості має повний ранг.

Знаходимо матрицю спостережності системи:

$$\begin{pmatrix} \frac{3000000}{13} & 0 \\ 0. & 230769. \end{pmatrix}$$

Визначник отриманої матриці не дорівнює 0.

Аналогічно до попередньої матриці, ранг отриманої матриці також дорівнює 2.

Згідно з критерієм спостережуваності, якщо ранг матриці спостережуваності дорівнює  $n$  (порядку системи), система ланки робота є спостережуваною.

Так як порядок отриманої системи дорівнює 2 та ранг матриці спостережності також дорівнює 2, то система є спостережною. Система є спостережуваною тоді і тільки тоді, коли її матриця спостережуваності має повний ранг, який в нашому випадку дорівнює 2.

Дослідимо стійкість розглянутих систем ланки робота з використанням критеріїв Гурвіца.

Маємо характеристичне рівняння динамічної системи ланки робота  $p^2 + 669p + 1333 + 256Ka = 0$ .

Його коефіцієнти:  $a_0 = 1$ ;  $a_1 = 669$ ;  $a_2 = 256Ka$ ;  $a_3 = 0$ .

Якщо система стійка, то мають виконуватись такі умови:

$$a_1 > 0; a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

Оскільки коефіцієнт  $a_3 = 0$ , то система ланки робота буде стійкою при значеннях  $Ka$ , що не дорівнюють нулю.

### 3.4 Синтез системи керування з PID регулятором

1) Визначення передавальної функції замкненої системи керування з PID регулятором.

У наведеній системі керування застосуємо ПІД регулятор, оскільки в ланці маніпулятора відсутня операція інтегрування, а в цьому регуляторі вона присутня. ПІД регулятор має наступну передавальну функцію

$$W_p = K_1 + \frac{K_2}{p} + K_3 p; \#(3.61)$$

Знайдемо передавальну функцію замкненої системи ланки робота  $W_{ZY}$ :

$$W_{ZY}(p) = \frac{W_p W_1 W_2}{1 + W_p W_1 W_2} = \frac{(K_1 + \frac{K_2}{p} + K_3 p) \frac{K_m}{(Lp+R)(mp+b_1)}}{1 + (K_1 + \frac{K_2}{p} + K_3 p) \frac{K_m}{(Lp+R)(mp+b_1)}} = \frac{K_m (K_1 + \frac{K_2}{p} + K_3 p)}{(Lp+R)(Jp+b_1) + K_m (K_1 + \frac{K_2}{p} + K_3 p)} = \frac{K_m (K_1 p + K_2 + K_3 p^2)}{(Lp+R)(mp+b_1)p + K_m (K_1 p + K_2 + K_3 p^2)}; \#(3.62)$$

$$W_{ZY}(p) = \frac{K_m (K_1 p + K_2 + K_3 p^2)}{(0.0012p + 0.8)(26p + 52)p + K_m (K_1 p + K_2 + K_3 p^2)}$$

Складемо структурну схему для системи ланки робота з ПІД регулятором:

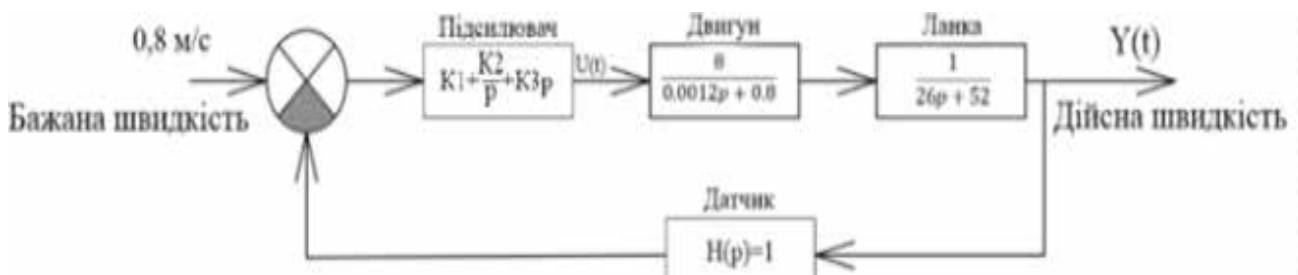


Рис. 3.22. Структурна схема системи керування з ПІД регулятором

2) Дослідження впливу коефіцієнтів підсилення  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  ПІД-регулятора на динаміку регулювання системи ланки робота.

Для виходу на задану швидкість 0.8 м/с відповідно до передавальної функції замкненої системи з ПІД регулятором при встановленні коефіцієнтів  $K_p = 0.1$ ,  $K_i = 50$ ,  $K_d = 2$  та при часі регулювання  $T = 2.2$  сек отримуємо наступний графік зміни швидкості ланки робота:

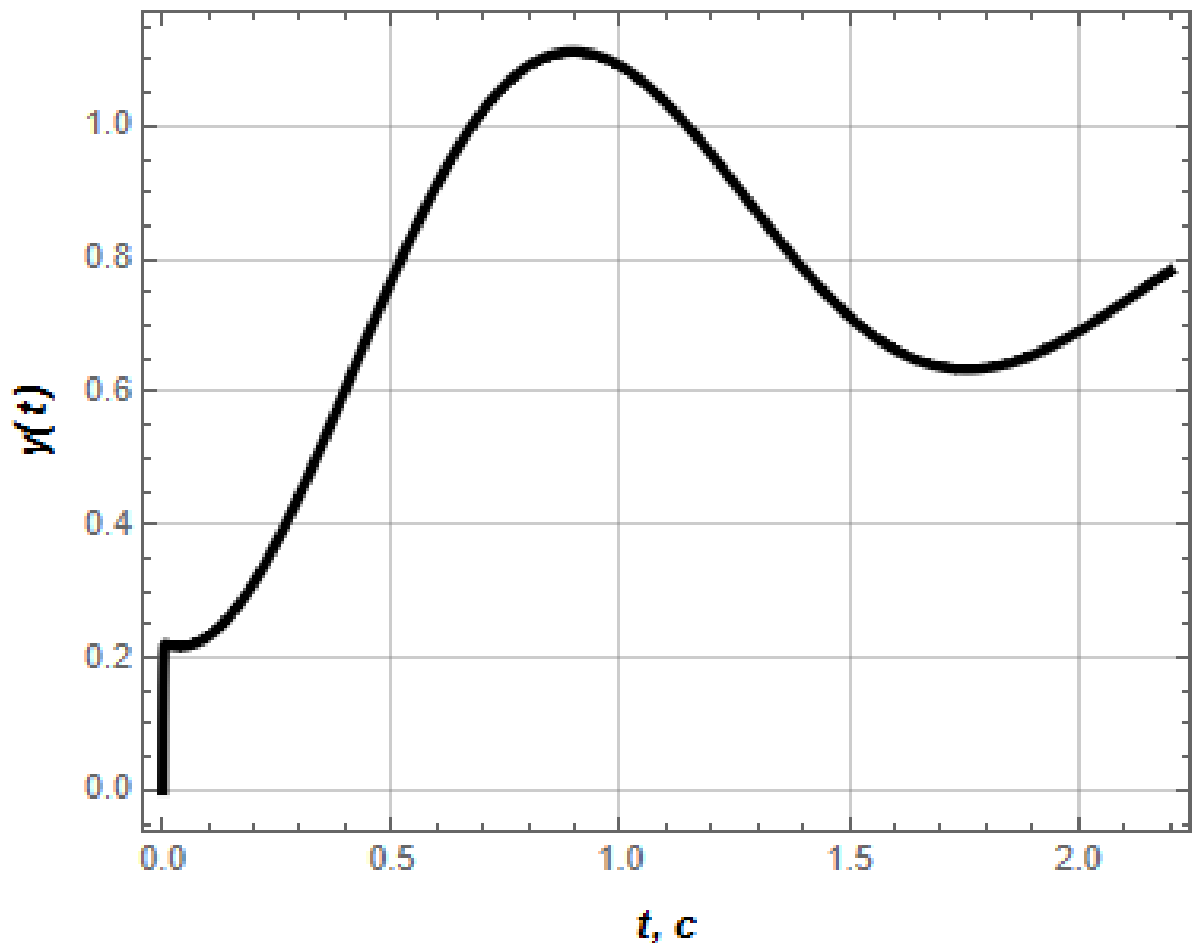


Рис.3. 23. Вплив коефіцієнтів ПІД регулятора на зміну швидкості

З графіку можна побачити, що диференціальний коефіцієнт дає свій вплив на самому початку графіку і змінює величину вертикальної складової кривої. Також видно, що на ділянці 1...2сек відбувається значне перерегулювання на 20.4% від бажаної кінцевої швидкості руху ланки робота.

через це має місце спад швидкості та поступове її зростання до заданного значення.

Змінивши значення коефіцієнтів підсилення на  $K_p = 60$ ,  $K_i = 100$ ,  $K_d = 15$  при часі регулювання  $T = 2.2$  отримаємо наступний графік виходу на швидкості ланки робота на необхідне значення  $0.8$  м/с.

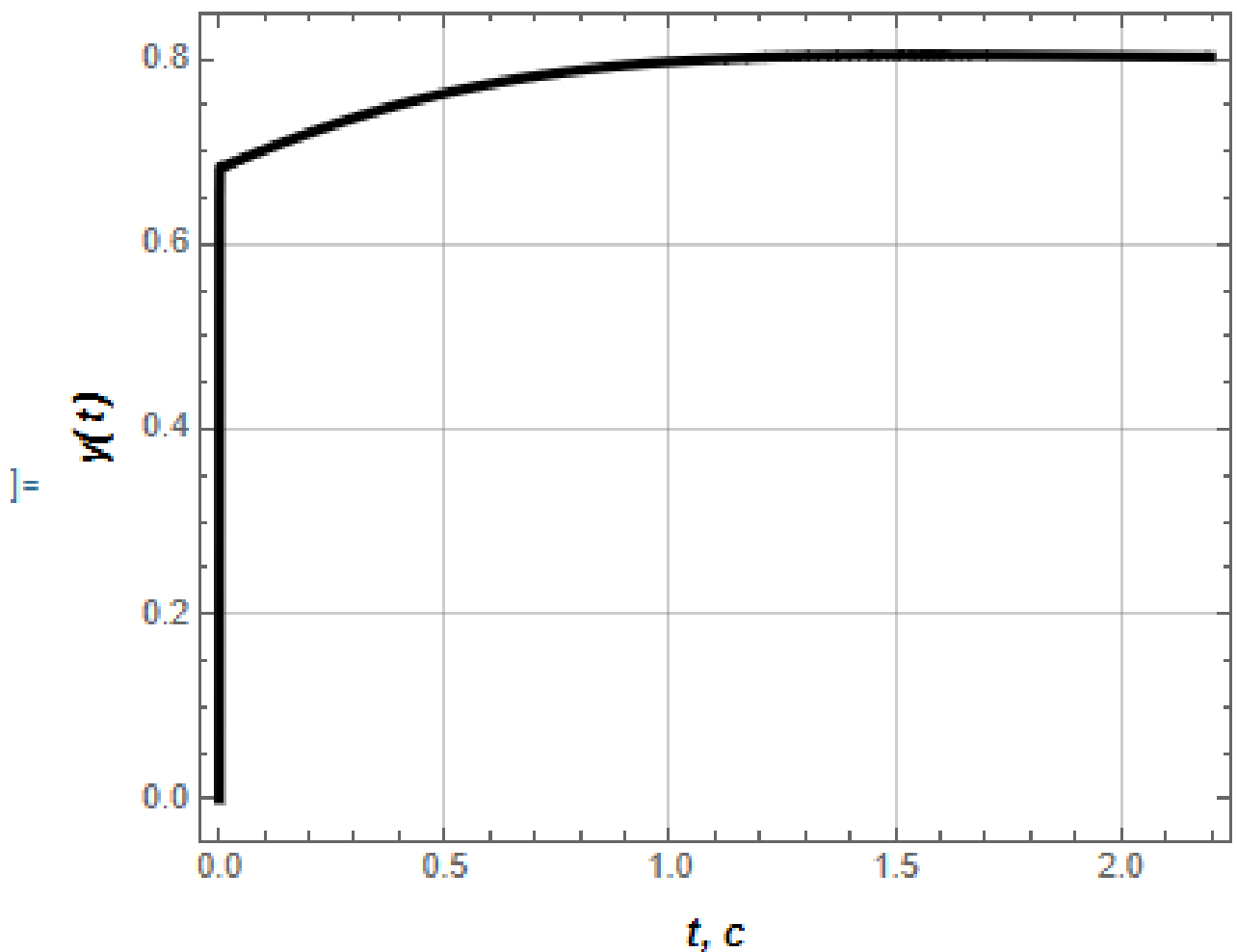


Рис.3. 24. Зміна швидкості ланки робота СК з ПІД регулятором

З графіку видно, що збільшення диференціальної складової регулятора привело до значного зростання по вертикалі швидкості руху ланки робота. На початку руху різке зростання швидкості ланки робота негативно впливати на привід через різке навантаження на двигун, редуктор

тощо. Зміна інтегральної та пропорційної складової регулятора вплинули на середню та кінцеву частину швидкості руху ланки робота. Видно, що швидкість ланки робота стала більш плавною та більше не відбувається перерегулювання.

Встановивши час регулювання відповідно до завдання  $T = 2.2$  сек і коефіцієнти регулятора  $K_p = 9$ ,  $K_i = 18$ ,  $K_d = 0.1$  отримаємо наступний графік розгону ланки робота.

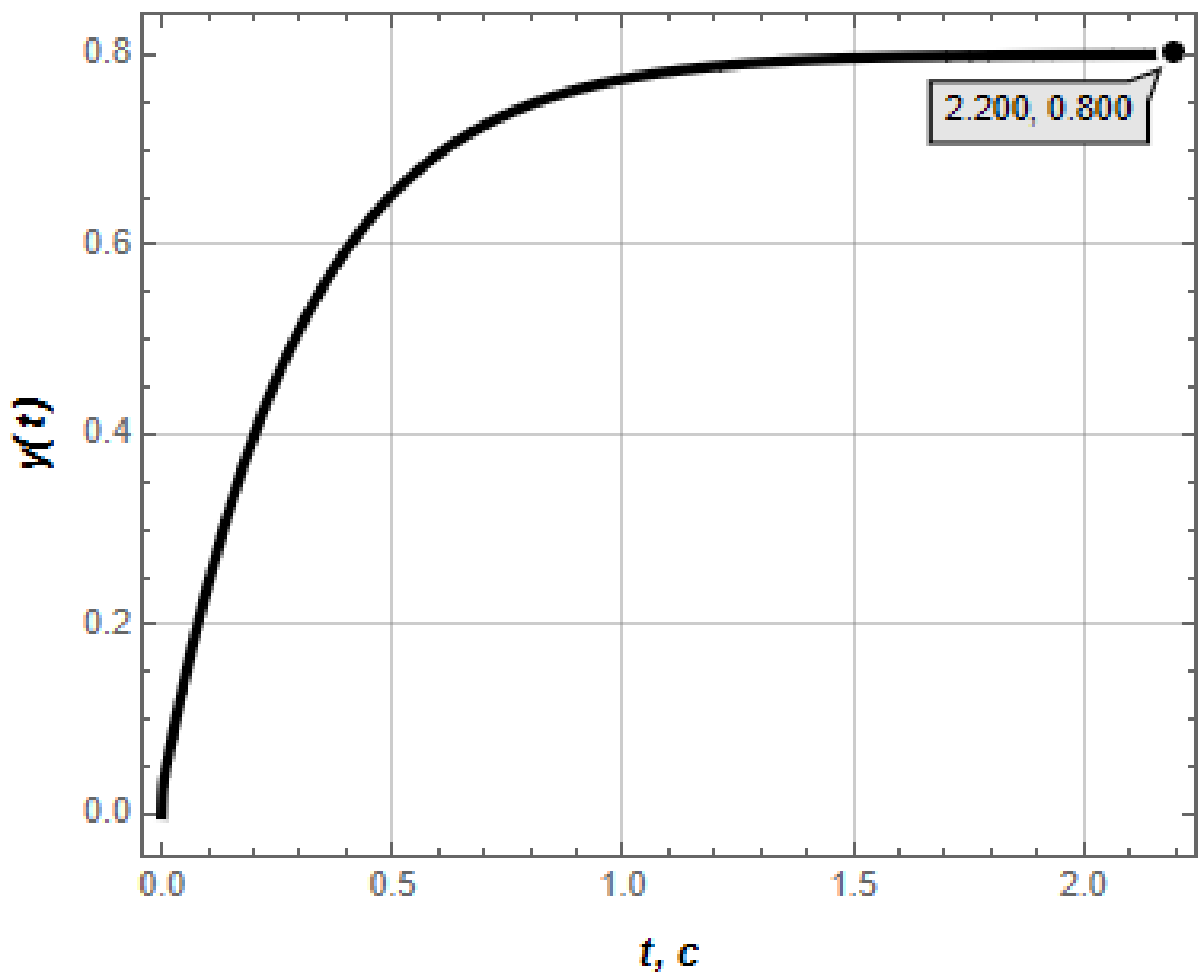


Рис. 3.25. Вихід на задану швидкість при встановленні необхідних значень коефіцієнтів ПІД регулятора

З графіку видно досить плавний розгін швидкості руху ланки робота при відсутності перерегулювання або недорегулювання. В кінцевій точці

руху, коли тривалість становить 2.2 секунд досягається бажану швидкість в 0.8 м/с.

Отже задачу з підбору коефіцієнтів ПД регулятора для виходу на бажану швидкість виконано.

### 3.5. Оцінка керованості та спостережності динамічної системи ланки робота

У відповідності до пункту 3.5. знайдемо матриці керованості та спостережуваності динамічної системи ланки робота з ПД регулятором:

Отримаємо наступну матрицю керованості динамічної системи

$$\begin{pmatrix} 0 & 0. & 1. \\ 0 & 1. & -668.667 - 256.41 Kd \\ 1 & -668.667 - \frac{100000 Kd}{39} & 445782. + 342906. Kd + \frac{100000000 Kd^2}{1521} - 256.41 Kp \end{pmatrix}$$

Підставивши значення складових елементів ПД регулятора, отримали визначник наведеної матриці, який дорівнює -1. Ранг цієї матриці дорівнює 3. Це значить, що система є керованою. В той же час система є не керованою, коли її матриця керованості має повний ранг. Матриця спостережності матиме наступний вигляд для розробленої системи керування:

$$\begin{pmatrix} \frac{10000 K1}{39} & \frac{10000 Kp}{39} & \frac{10000 Kd}{39} \\ -\frac{100000000 K1 K1}{1521} & 0. - 341880. Kd + 256.41 K1 - \frac{100000000 K1 Kp}{1521} & 0. - 171453. Kd - \frac{100000000 Kd^2}{1521} + 256.41 Kp \\ 0. + 4.39623 \times 10^7 Kd K1 + \frac{100000000000 Kd^2 K1}{59219} - 65746.2 K1 Kp & 0. + 2.20604 \times 10^8 Kd + 0.76616 \times 10^7 Kd^2 - 65746.2 Kd K1 - 341880. Kp + 4.39623 \times 10^7 Kd Kp + \frac{100000000000 Kd^2 Kp}{59219} - 65746.2 Kp^2 & 0. + 1.14303 \times 10^8 Kd + 0.79246 \times 10^7 Kd^2 + \frac{100000000000 Kd^2}{59219} + 256.41 K1 - 171453. Kp - 131492. Kd Kp \end{pmatrix}$$

Визначник отриманої матриці не дорівнює 0, її ранг дорівнює 3. Це значить, що системи є спостережною, а також система є спостережуваною тоді і тільки тоді, коли її матриця спостережуваності має повний ранг.



## РОЗДІЛ 4. ОХОРОНА ПРАЦІ

### 4.1. Загальні вимоги безпеки

У зв'язку з оптимізацією режиму руху робота з однією поступальною і двома обертальними ланками, необхідно врахувати низку заходів щодо охорони праці, спрямованих на забезпечення безпеки персоналу і надійності обладнання. Робота з роботизованими механізмами передбачає уникнення ризиків і зниження небезпек, які можуть виникнути під час експлуатації.

Робот з поступальною і обертальними ланками має підвищені ризики через обертальні рухи, які можуть призвести до затиснення кінцівок оператора або ударів частинами механізму. Для аналізу та запобігання можливим небезпекам необхідно:

- Провести оцінку ризиків для кожного етапу роботи робота.
- Передбачити процедури для уникнення контактів між персоналом і рухомими частинами робота.
- Організувати зонування робочої зони таким чином, щоб обмежити доступ до потенційно небезпечних місць.

Щоб знизити ризики травмування, робоче місце робота має бути обладнане захисними пристроями:

- Огороджувальні конструкції. Робоча зона робота повинна мати огороження, які обмежують прямий доступ до небезпечної зони. Також необхідно забезпечити розміщення аварійних вимикачів за межами робочої зони, доступних для працівників.
- Світлові бар'єри та сенсори. Встановлення інфрачервоних бар'єрів або сенсорів виявлення руху, що зупиняють робота при проникненні людини в робочу зону, знижує ризики випадкових травм.

- Системи аварійного вимкнення. У разі виникнення надзвичайної ситуації оператор повинен мати можливість оперативно вимкнути робота за допомогою зручних аварійних кнопок.

Оптимізація режиму руху передбачає додаткові налаштування системи контролю безпеки, що гарантують виконання безпечних траєкторій:

- Програмні обмеження. У процесі програмування робота слід встановити обмеження щодо швидкості та зони досяжності. Це запобігає ризикам зіткнення частин механізму під час роботи.
- Захисне програмне забезпечення. Використання програмного забезпечення, що дозволяє моніторинг траєкторії руху робота та обмежує небезпечні напрямки руху. Це забезпечує додатковий рівень безпеки під час виконання швидкісних операцій.

Робоче місце оператора має відповідати ергономічним нормам:

- Інтерфейс управління. Контролери і монітори повинні бути розміщені з урахуванням зручності доступу оператора для зниження фізичних навантажень та спрощення управління роботом.
- Професійне навчання. Оператори та технічний персонал мають пройти відповідний інструктаж та навчання, яке охоплює аспекти безпеки під час роботи з роботом. Це знижує ймовірність помилок під час експлуатації та обслуговування.

У разі, якщо експлуатація робота супроводжується шумом, вібрацією або виділенням шкідливих речовин, слід забезпечити:

- Засоби індивідуального захисту (ЗІЗ). Персоналу слід надавати засоби захисту від шуму (наушники або беруші) та вібраційні рукавиці, щоб зменшити вплив негативних факторів.
- Вентиляція. Якщо процес роботи пов'язаний з виділенням пилу або парів, необхідно встановити систему вентиляції або аспірації для забезпечення чистоти повітря у робочій зоні.

Для забезпечення надійної та безпечної роботи робота необхідно:

- Регулярні перевірки. Організувати технічний огляд робота та робочої зони, щоб вчасно виявити зношені елементи або можливі несправності.
- Документація технічного обслуговування. Вести облік усіх проведених робіт з технічного обслуговування, ремонтів і заміні деталей для забезпечення надійного функціонування обладнання і запобігання аваріям [22,23].

Висновок: впровадження зазначених заходів дозволяє мінімізувати ризики травмування персоналу, підвищити безпеку робочих процесів і забезпечити безперебійну та надійну роботу обладнання. Це сприяє підвищенню ефективності виробництва та знижує витрати на ремонт та аварійні ситуації.

## РОЗДІЛ 5.

### ОБҐРУНТУВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ

#### 5.1 Зменшення зносу і витрат на обслуговування

Для обґрунтування ефективності проєкту з оптимізації режиму руху робота з однією поступальною та двома обертальними ланками необхідно провести економічні розрахунки, що дозволять оцінити вигоди від впровадження змін у виробничий процес. Економічний розрахунок допоможе визначити оптимальні параметри та ресурси, які забезпечать зниження витрат, підвищення продуктивності та покращення загальної ефективності обладнання. Врахування витрат на впровадження, експлуатацію та технічне обслуговування, а також аналіз потенційного скорочення простоїв і підвищення тривалості експлуатації обладнання дадуть змогу об'єктивно оцінити економічну доцільність [24].

Вихідні дані:

Середні річні витрати на обслуговування робота до оптимізації ( $O_{\text{річ}}$ ): 20665 грн.

Очікуване зниження зносу: 15%.

Середній термін служби деталей (Т): 3 роки.

Середня вартість заміни зношених деталей ( $C_{\text{сер}}$ ): 61995 грн (враховуючи заміну основних частин, наприклад, підшипників або редукторів).

*Розрахунок економії на обслуговуванні*

Щорічна економія на обслуговуванні:

$$E_{\text{річ.об}} = O_{\text{річ}} \cdot 0.15 = 20665 \cdot 0.15 = 3099 \text{ грн/рік.}$$

(5.1)

Подовження терміну служби деталей: якщо оптимізація знижує знос на 15%, то деталі служитимуть на 15% довше, або 3.45 років замість 3.

Річна економія на заміну деталей:

$$\begin{aligned} E_{\text{річ.зам}} &= \frac{C_{\text{сер}}}{T} - \frac{C_{\text{сер}}}{T + 0.15T} = \frac{1500}{3} - \frac{1500}{3 + 0.45} = \\ &= 2695 \text{ грн/рік.} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Загальна річна економія на обслуговуванні і заміні деталей:

$$E_{\text{річ}} = E_{\text{річ.об}} + E_{\text{річ.зам}} = 3099 + 2695 = 5794 \text{ грн/рік.} \quad (5.3)$$

## 5.2 Зменшення часу простою

Вихідні дані:

Час простою робота в середньому на день (T): 10 хвилин (0.167 год).

Очікуване зменшення часу простою: 25%.

Вартість простою (втрачений прибуток  $C_{пр}$ ): 826,6 гривень на годину.

Кількість робочих днів на рік (N): 250.

Розрахунок економії від зниження простою

Час простою після оптимізації:

$$T_{\text{опт.пр}} = T \cdot (1 - 0.25) = 0.167 \cdot 0.75 = 0.125 \text{ год/день.} \quad (5.4)$$

Річний час простою до і після оптимізації:

До оптимізації:

$$T_{\text{пр.річ}} = T \cdot N = 0.167 \cdot 250 = 41.75 \text{ год/рік.} \quad (5.5)$$

Після оптимізації:

$$T_{\text{опт.пр.річ}} = T_{\text{опт.пр}} \cdot N = 0.125 \cdot 250 = 31.25 \text{ год/рік.} \quad (5.6)$$

Економія на зменшенні простою:

$$\begin{aligned} E_{\text{річ}} &= (T_{\text{пр.річ}} - T_{\text{опт.пр.річ}}) \cdot C_{\text{пр}} = \\ &= (41.75 - 31.25) \cdot 826,6 = 8679 \text{ грн/рік.} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Висновок: Оптимізація режиму роботи робота знижує витрати на обслуговування і заміну деталей, що дозволяє заощадити близько 5794

гривні на рік. А зниження часу простою на 25% може зберегти 8679 гривні на рік у вигляді знижених втрат через простой.

## **Висновки**

В ході виконання магістерської кваліфікаційної роботи було виконано всі поставлені завдання. Було синтезовано систему керування з використанням ПД-регулятора. Побудовано необхідні графічні залежності, досліджено систему керування за параметрами, поставленими в завданні.

Для швидшого та зручнішого виконання розрахунків та побудови графіків було розроблено програму в середовищі Wolfram Mathematica. З допомогою цієї програми розраховано оптимальний режим руху ланки робота, побудовано графіки переміщення, швидкості та пришвидшення.

Розроблена програма дозволила значно пришвидшити процес розрахунків, підбору параметрів ПД-регулятора та коефіцієнтів підсилення. Також вона дає можливість в будь-який момент змінити параметри системи керування, нехай масу ланки, час регулювання, коефіцієнти підсилення та досить швидко отримати нові значення результатів розрахунків та побудувати необхідні графіки.

Розроблена програма, що використовувалась при написанні магістерської роботи, наведена в додатках.

За результатами досліджень було встановлено, що система керування, розроблена в рамках магістерської роботи, забезпечує плавний і швидкий рух ланки робота до заданої швидкості. Система керування є керованою та спостережуваною. Реакція системи на одиничне збурення є стабільною.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛЕТИРАТУРИ

### Джерела

1. World Robotics 2024 Report by International Federation of Robotics released [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://ifr.org/ifr-press-releases/news/record-of-4-million-robots-working-in-factories-worldwide>.
2. Принципи роботи та характеристики роботів / [Л. Є. Пелевін, К. І. Почка, О. М. Гаркавенко та ін.]. – Київ: ТОВ"НВП "Інтерсервіс"", 2016. – 258 с.
3. ROBOT GENERATIONS – 21118 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.robotpark.com/academy/robot-generations-21118/>.
4. ГОСТ 25685-83 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://vsegost.com/Catalog/21/21507.shtml>.
5. Проць Я. І., Проць Я. І. Захоплювальні пристрої промислових роботів. – 2008.
6. ROBOT GENERATIONS – 21118 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.robotpark.com/academy/robot-generations-21118/>
7. Recent progress on programming methods for industrial robots, Robot. Comput.-Integr. Manuf. / [Z. Pan, J. Polden, N. Larkin та ін.]. – 2012. – №28. – С. 87–94.
8. PEMA welding manipulators [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://pemamek.com/us/pema-column-booms/>.
9. ABB confectionery palletizing solution enhances collaboration and improves productivity by 53 percent [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://new.abb.com/news/detail/73220/cstmr-abb-confectionery-palletizing-solution-enhances-collaboration-and-improves-productivity-by-53-percent>.
10. Dhanaraj N. et al. A mobile manipulator system for accurate and efficient spraying on large surfaces //Procedia Computer Science. – 2022. – Т. 200. – С. 1528-1539.

11. Dürr plant Umstrukturierung [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу:  
<https://www.besserlackieren.de/marktgeschehen/unternehmensmeldungen/duerr-plant-umstrukturierung/>.
12. An ontology for the definition and validation of assembly processes for evolvable assembly systems / N.Lohse, H. Hirani, S. Ratchev, S. Turitto. – 2005. – С. 242–247.
13. ASSEMBLY MACHINES [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://sdcautomation.com/assembly-robots-101-the-what-where-and-how-of-assembly-robots-in-manufacturing/>
14. Precision Partners: How Assembly Robots and Polishing Robots Collaborate in Manufacturing [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.evsint.com/how-assembly-robots-and-polishing-robots-collaborate-in-manufacturing/>.
15. Robot Joint Modeling and Parameter Identification Using the Clamping Method / [C. Lehmann, B. Olofsson, K. Nilsson та ін.]. // IFAC. – 2013. – №46. – С. 813–818.
16. Material Removal and Finishing Robots [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу:  
<https://www.fanucamerica.com/solutions/applications/material-removal>.
17. Роботи і маніпулятори. Підручник/ Д.О. Міщук. - К.: Компринт, 2020.
18. Stenin A. et al. Stabilization of positioning points in the control system of industrial robots-manipulators. – 2022.
19. Baressi Šegota S. et al. Path planning optimization of six-degree-of-freedom robotic manipulators using evolutionary algorithms //International journal of advanced robotic systems. – 2020. – Т. 17. – №. 2. – С. 1729881420908076.
20. Al-Dujaili A. Q. et al. Optimal super-twisting sliding mode control design of robot manipulator: Design and comparison study //International Journal of Advanced Robotic Systems. – 2020. – Т. 17. – №. 6. – С. 1729881420981524.

21. Huang Y., Fei M. Motion planning of robot manipulator based on improved NSGA-II //International Journal of Control, Automation and Systems. – 2018. – Т. 16. – С. 1878-1886.
22. ISO 10218-1:2011 Robots and robotic devices - Safety requirements for industrial robots [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://webstore.ansi.org/standards/iso/iso102182011>.
23. ГОСТ 12.3.002-75 Процеси виробничі. Загальні вимоги безпеки [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: [https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id\\_doc=48111](https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id_doc=48111).
24. Мороз О. С. Економічне обґрунтування проектів та управлінських рішень : навчально-методичний посібник. Запоріжжя : ЗДІА, 2017. 214 с.