МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

В.В. БОЙКО, Я.О. ГУМЕНЮК, М.В. МАЛЮТА, В.П. ЧОРНІЙ

ФІЗИКА

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

для слухачів підготовчих курсів НУБіП України, абітурієнтів, що готуються до здачі ЗНО з предмету «фізика», самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей вузів

КИЇВ
2022

УДК 53 (075)

Рекомендовано до видання Вченою радою Національного університету біоресурсів та природокористування як навчальний посібник для для слухачів підготовчих курсів НУБіП України, та абітурієнтів, що готуються до здачі ЗНО з предмету "фізика"
(протокол № від 2022 року)

В навчальному посібнику розглянуто теоретичні відомості з основних розділів фізики: механіки та механічних і електричних коливань і хвиль; молекулярної фізики та термодинаміки; електрики та магнетизму; оптики; елементів квантової фізики, фізики твердого тіла, атома та ядра відповідно до програми предмету "фізика". Представлено короткі довідкові дані з: основ фізичних вимірювань; операцій з векторами та елементів векторного аналізу а також деяких понять вищої математики. Для слухачів підготовчих курсів НУБіП України, абітурієнтів, що готуються до здачі ЗНО з предмету «фізика», самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей вузів

Необхідність видання обумовлена потребою забезпечення літературою слухачів підготовчих курсів НУБіП України та повною відсутністю подібної літератури в бібліотеці.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	8
Загальні положення дисципліни	10
1.МОДУЛЬ «МЕХАНІКА».....	13
1.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ.....	13
1.1.1. Основи кінематики	13
1.1.1.1. Матеріальна точка, тверде тіло, поступальний та обертальний рух.....	13
1.1.1.2. Простір, час, система відліку, траєкторія, шлях, переміщення, радіус-вектор.....	15
1.1.1.3. Швидкість	16
1.1.1.4. Прискорення.....	18
1.1.1.5. Кутова швидкість.....	19
1.1.1.6. Зв'язок лінійної та кутової швидкості.....	20
1.1.1.7. Тангенціальне та нормальне (доцентрове) прискорення.....	22
1.1.1.8. Кутове прискорення.....	23
1.1.2. Основи динаміки.....	24
1.1.2.1. Перший закон Ньютона. Інерція.....	24
1.1.2.2. Інерціальні системи відліку. Принцип відносності Галілея.....	25
1.1.2.3. Маса. Імпульс тіла.....	27
1.1.2.4. Сила. Другий закон Ньютона	28
1.1.2.5. Третій закон Ньютона.....	29
1.1.2.6. Закон збереження імпульсу замкненої (ізольованої) системи	29
1.1.2.7. Центр мас (центр інерції).....	32
1.1.2.8. Реактивний рух	33
1.1.3. Сили в механіці: гравітації, пружності, тертя	36
1.1.3.1. Сили гравітації. Напруженість гравітаційного поля	36
1.1.3.2. Вільне падіння. Прискорення вільного падіння	37
1.1.3.3. Вага тіла.....	38
1.1.3.4. Рух тіл поблизу Землі. Штучні супутники Землі	44
1.1.3.5. Сили пружності.....	44
1.1.3.6. Сили тертя.....	49
1.1.4. Механічна енергія та робота.....	51
1.1.4.1. Механічна робота та потужність	51
1.1.4.2. Кінетична і потенціальна енергія. Повна механічна енергія.....	53
1.1.4.3. Закон збереження механічної енергії.....	55
1.1.5. Динаміка обертального руху	56
1.1.5.1. Момент сили.....	56
1.1.5.2. Момент інерції.....	58
1.1.5.3. Основне рівняння динаміки обертального руху.....	60
1.1.5.4. Робота та енергія при обертальну русі.....	61
1.1.5.5. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу.....	62
1.1.6. Елементи статики	63
1.1.6.1. Перша умова рівноваги.....	63
1.1.6.2. Друга умова рівноваги тіла, що має вісь обертання.....	64
1.1.7. Елементи статики та динаміки рідин та газів.....	66
1.1.7.1. Тиск. Закон Паскаля.....	66
1.1.7.2. Атмосферний тиск.....	68
1.1.7.3. Закон Архімеда.....	69
1.1.7.4. Стаціонарний потік ідеальної рідини. Рівняння нерозривності потоку.....	70
1.1.7.5. Тиск у потоці рідини. Рівняння Бернуллі.....	72
1.1.8. Елементи спеціальної теорії відносності	74
1.1.9. Механічні коливання та хвилі.....	77
1.1.9.1. Гармонічні коливання.....	77
1.1.9.2. Швидкість та прискорення при гармонічних коливаннях.....	78
1.1.9.3. Математичний маятник.....	81
1.1.9.4. Фізичний маятник.....	83
1.1.9.5. Енергія гармонічних коливань.....	84
1.1.9.6. Загасаючі коливання	85

1.1.9.7. Вимушені коливання. Резонанс. Автоколивання	88
1.1.9.8. Механічні хвилі. Рівняння хвилі	91
1.1.9.9. Інтерференція та дифракція хвиль.....	94
1.1.9.10. Звукові хвилі	97
1.2. ВСТУП ДО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМУ……..……..……	100
1.2.1. Основні поняття теорії похибок. Прямі та непрямі вимірювання.....	100
1.2.2. Види похибок. Математична обробка результатів прямих вимірювань.....	102
1.2.3. Математична обробка результатів непрямих вимірювань	106
1.2.4. Графічний спосіб представлення результатів експерименту	107
1.2.5. Вивчення ноніусів	110
1.3. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 1……..……..	116
1.4. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПО МОДУЛЮ 1……	138
1.5. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 1……..	150
МОДУЛЬ 2.«МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА»……..……	158
2.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ……..……	158
2.1.1. Молекулярно – кінетична теорія ідеальних газів ……..…….....	158
2.1.1.1. Основні положення молекулярно – кінетичної теорії. Дослідні газові закони	158
2.1.1.2. Основне рівняння молекулярно – кінетичної теорії ідеальних газів.....	164
2.1.1.3. Середня кінетична енергія руху молекул.....	166
2.1.1.4. Розподіл молекул за швидкостями (розподіл Максвелла).....	168
2.1.1.5. Барометрична формула. Розподіл Больцмана.....	171
2.1.2. Явища переносу (перенесення)……..……..……	173
2.1.2.1. Середня довжина вільного пробігу молекул та ефективний діаметр молекул.....	173
2.1.2.2. Теплопровідність. Закон Фур'є.....	175
2.1.2.3. Дифузія. Закон Фіка.....	176
2.1.2.4. Внутрішнє тертя (в'язкість). Закон Ньютона.....	176
2.1.3. Основи термодинаміки……..…….	178
2.1.3.1. Внутрішня енергія. Внутрішня енергія ідеального газу.....	178
2.1.3.2. Кількість теплоти. Теплоємність.....	180
2.1.3.3. Робота газу.....	182
2.1.3.4. Перший закон термодинаміки	185
2.1.3.5. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів.....	186
2.1.3.6. Адіабатичний процес.....	188
2.1.3.7. Оборотні та необоротні процеси	189
2.1.3.8. Принцип дії ідеальної теплової машини.....	190
2.1.3.9. Другий закон термодинаміки. Ентропія.....	193
2.1.4. Реальні гази……..……	197
2.1.4.1. Сили міжмолекулярної взаємодії в реальних газах.....	197
2.1.4.2. Рівняння Ван-дер-Ваальса	198
2.1.4.3. Ізотерми Ван-дер-Ваальса	199
2.1.4.4. Внутрішня енергія реального газу.....	202
2.1.5. Тверді тіла	204
2.1.5.1. Тверді тіла. Кристалічні та аморфні тіла.....	204
2.1.5.2. Кристалографічна ознака кристалів.....	205
2.1.5.3. Фізичні ознаки кристалів.....	207
2.1.5.4. Недосконалості та дефекти в кристалах	208
2.1.5.5. Теплоємність твердих тіл.....	209
2.1.6. Агрегатні стани речовини та агрегатні переходи.....	210
2.1.6.1. Плавлення та кристалізація.....	210
2.1.6.2. Пароутворення і конденсація.....	211
2.1.6.3. Насичена і ненасичена пара.....	212
2.1.6.4. Абсолютна і відносна вологість.....	214
2.1.7. Поверхневі явища	215
2.1.7.1. Сили поверхневого натягу.....	215
2.1.7.2. Явища на межі розділу рідини і твердого тіла	216
2.1.7.3. Тиск під викривленою поверхнею рідини. Капілярні явища.....	217

2.1.7.4. Капіляри	218
2.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 2……	220
2.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПО МОДУЛЮ 2……	235
2.4. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 2……	241
МОДУЛЬ3. «ЕЛЕКТРИКА»……	246
3.1.ОСНОВИ ТЕОРІЇ……	246
3.1.1. Електричне поле. Електростатика……	246
3.1.1.1. Електричні заряди та їх взаємодія.....	246
3.1.1.2. Напруженість електростатичного поля.....	248
3.1.1.3. Потенціал електростатичного поля.....	250
3.1.1.4. Зв'язок напруженості та потенціалу електростатичного поля. Градієнт потенціалу.....	253
3.1.1.5. Провідники та діелектрики в електричному полі.....	255
3.1.1.6. Електроємність провідника. Конденсатори.....	257
3.1.1.7. З'єднання конденсаторів	258
3.1.1.8. Енергія зарядженого провідника, конденсатора, електростатичного поля.....	259
3.1.2. Електричний струм……	261
3.1.2.1. Постійний електричний струм. Сила та густина струму	261
3.1.2.2. Електрорушійна сила (е .р. с.) джерела струму.....	263
3.1.2.3. Закон Ома для однорідної ділянки кола. Опір.....	264
3.1.2.4. Послідовне та паралельне з'єднання провідників.....	266
3.1.2.5. Закон Ома для повного (неоднорідного) замкненого кола	268
3.1.2.6. Закон Ома в диференціальній формі.....	269
3.1.2.7. Правила Кірхгофа для розгалужених електричних кіл.....	271
3.1.2.8. Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца. Теплова дія електричного струму…….....	272
3.1.3. Електричний струм у різних середовищах……	274
3.1.3.1. Електричний струм у рідинах (електролітах).....	274
3.1.3.2. Електричний струм в газах.....	276
3.1.3.3. Електричний струм у вакуумі.....	277
3.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 3……	282
3.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПО МОДУЛЮ 3……	291
3.4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 3……	298
**МОДУЛЬ 4. «ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ»..... **	304
4.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ.....	304
4.1.1. Магнітне поле.....	304
4.1.1.1. Індукція магнітного поля.....	304
4.1.1.2. Закон Біо – Савара – Лапласа.....	306
4.1.1.3. Сила Ампера.....	309
4.1.1.4. Сила Лоренца.....	310
4.1.1.5. Взаємодія прямих паралельних провідників зі струмами.....	311
4.1.1.6. Магнітний потік. Закон Фарадея – Максвела для електромагнітної індукції.....	313
4.1.1.7. Явище самоіндукції. Індуктивність.....	315
4.1.1.8. Енергія магнітного поля.....	316
4.1.2. Електромагнітні коливання та хвилі	318
4.1.2.1 Вільні коливання в ідеалізованому коливальному контурі.....	318
4.1.2.2. Змінний струм	318
4.1.2.3. Єдине електромагнітне поле.....	329
4.1.2.4. Властивості електромагнітних хвиль	330
4.1.2.5. Шкала електромагнітних випромінювань.....	333
4.1.2.6. Класифікація радіохвиль і особливості їх поширення	333
4.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 4……	338
4.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПО МОДУЛЮ 4 ……	353
4.4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 4……	370

МОДУЛЬ 5. ОПТИКА»……	376
5.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ……	376
5.1.1. Геометрична оптика……	376
5.1.1.1. Видиме випромінювання (видиме світло).....	376
5.1.1.2. Закони геометричної оптики.....	378
5.1.1.3. Явище повного внутрішнього відбивання	379
5.1.1.4. Лінзи. Хід променів в лінзах.....	381
5.1.1.5. Формула лінзи. Оптична сила лінзи.....	384
5.1.2. Хвильова оптика……	385
5.1.2.1. Інтерференція світла……	385
5.1.2.1.1. Явище інтерференції світла……	385
5.1.2.1.2. Когерентність……	388
5.1.2.1.3. Спостереження інтерференції світла……	389
5.1.2.2. Дифракція світла……	392
5.1.2.2.1. Принцип Гюйгенса та Гюйгенса-Френеля……	392
5.1.2.2.2. Дифракція на щілині……	393
5.1.2.2.3. Дифракції на дифракційній решітці (гратці)……	395
5.1.2.3. Поляризація світла……	397
5.1.2.3.1. Природне і поляризоване світло……	397
5.1.2.3.2. Поляризатор та аналізатор. Закон Малюса……	398
5.1.2.3.3. Закон Брюстера……	400
5.1.2.3.4. Поляризація розсіяного світла……	401
5.1.2.3.5. Оптична анізотропія двозаломлювальних кристалів……	402
5.1.2.3.6. Призма Ніколя……	405
5.1.2.3.7. Дихроїзм двозаломлювальних кристалів. Поляроїди……	405
5.1.2.4. Дисперсія світла. Спектри……	406
5.1.2.4.1. Явище дисперсії світла……	306
5.1.2.4.2. Спектральні прилади……	408
Спектри випромінювання та поглинання. Спектральний аналіз……	410
5.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 5……	415
5.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПО МОДУЛЮ 5……	438
5.4. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 5……	449
МОДУЛЬ 6. «ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ, ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА, АТОМА ТА ЯДРА»……	452
6.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ……	452
6.1.1. Квантова оптика……	452
6.1.1.1. Закони теплового випромінювання……	452
6.1.1.2. Поняття про кванти. Квантова гіпотеза Планка……	455
6.1.1.3. Гіпотеза Ейнштейна. Фотони. Фотоефект……	457
6.1.1.4. Корпускулярно – хвильовий дуалізм……	460
6.1.1.5. Хвильові властивості мікрочастинок. Хвилі де Бройля. Формула хвилі де Бройля……	462
6.1.1.6. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга……	464
6.1.1.7. Квантові постулати Бора……	466
6.1.1.8. Теорія атома за Бором. Спектр атома водню. Природа спектральних ліній…… ……	469
6.1.1.9. Спонтанне та вимушене випромінювання. Підсилення світла. Лазер……	473
6.1.2. Елементи фізики твердого тіла……	477
6.1.2.1. Основні фізичні властивості і характеристики напівпровідників.....	477
6.1.2.2. Домішкові напівпровідники.....	483
6.1.2.3. Залежність електропровідності домішкових напівпровідників від температури.....	484
6.1.2.4. Рухливість носіїв заряду. Електропровідність напівпровідника.....	485
6.1.2.5. Ефект Холла	487
6.1.3. Елементи фізики ядра	491
6.1.3.1. Склад та розміри ядра.....	491
6.1.3.2. Радіоактивність.....	494
6.1.3.3. Методи реєстрації іонізуючих випромінювань.	503
6.1.3.4. Прискорювачі заряджених частинок.....	505

6.1.3.5. Елементарні частинки.....	506
6.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 6	508
6.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ПО МОДУЛЮ 6 ……..	528
6.4. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 6	539
7. МАТЕМАТИЧНИЙ ДОДАТОК	548
7.1.Вектори. Дії з векторами.....	548
7.1.1. Проекція вектора.....	548
7.1.2. Добуток вектора на скаляр.....	550
7.1.3. Скалярний добуток двох векторів.....	550
7.1.4. Векторний добуток двох векторів.....	552
7.1.5. Сума та різниця векторів.....	554
7.2. Похідна функції.....	556
7.3. Невизначений та визначений інтеграл	558
8. ДОДАТКИ.....	560
8.1. Фізичні величини та одиниці їх вимірювання	560
8.2. Вказівки щодо розв'язування задач	561
8.3. Визначення основних одиниць системи СІ.....	562
8.4. Основні фізичні сталі (округлені значення)	563
8.5. – 8.20. Довідкові дані	563
9. ПРИКЛАДИ ТИПОВИХ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ .....…	574
Модуль 1. «Механіка»……	574
Модуль 2. «Молекулярна фізика та термодинаміка»……	591
Модуль 3. «Електрика»…….	600
Модуль 4. «Електромагнетизм. Електромагнітні коливання та хвилі» ……	607
Модуль 5. «Оптика»…….....	617
Модуль 6. «Елементи квантової фізики, фізики твердого тіла, атома та ядра»……	625
10. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ТА ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	634

ПЕРЕЛІК ДИСЦИПЛІНИ «ФІЗИКА» ТА ЇЇ РОЗДІЛІВ, для слухачів підготовчих курсів НУБіП України, абітурієнтів, що готуються до здачі ЗНО з предмету «фізика»

На вступних випробуваннях з фізики основна увага має бути звернена на знання основних понять і законів фізики, розуміння суті фундаментальних дослідів, принципів та ідей, покладених в основу фізичних теорій. Абітурієнт повинен виявити вміння застосовувати знання для пояснення перебігу фізичних явищ і процесів, тлумачення смислу фізичних понять і величин, розв'язувати задачі за всіма розділами програми. Вступник має бути обізнаним з історією найважливіших фізичних відкриттів. Абітурієнт повинен знати одиниці фізичних величин, вміти перетворювати їх в одиниці СІ.

МЕХАНІКА

Основи кінематики

Механічний рух. Відносність руху. Матеріальна точка. Траєкторія. Система відліку. Відносність руху. Шлях і переміщення. Рівномірний і рівноприскорений рухи. Швидкість руху. Додавання швидкостей (перетворення Галілея). Прискорення. Графіки залежностей кінематичних величин від часу при рівномірному та рівноприскореному прямолінійному рухах.

Вільне падіння тіл. Прискорення вільного падіння. Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту. Рух тіла, кинутого горизонтально.

Рівномірний рух по колу. Період і частота обертання. Кутова швидкість. Доцентрове прискорення (без виводу формули).

Основи динаміки

Принцип відносності Галілея. Перший закон Ньютона. Інерціальна система відліку. Маса тіл. Додавання сил. Сила. Рівнодійна сил. Другий закон динаміки Ньютона. Третій закон динаміки Ньютона. Сила тяжіння. Вага тіла. Невагомість. Закон Всесвітнього тяжіння. Рух штучних супутників Землі. Перша космічна швидкість. Сила пружності. Закон Гука. Вага тіл, що рухаються з прискоренням вертикально. Невагомість. Сила тертя. Коефіцієнт тертя ковзання. Архімедова сила. Гідростатичний тиск. Умови плавання тіл.

Рух під дією сил тяжіння, тертя, пружності. Рух штучних супутників, рух по параболі, на поворотах, по коловій траєкторії у вертикальній або горизонтальній площинах, по похилій площині. Момент сили. Умова рівноваги.

Механічні коливання

Гармонічні коливання. Зміщення, амплітуда, період, частота, фаза коливань. Вільні коливання. Загасаючі і вимушені коливання.

Математичний маятник. Період коливань математичного маятника. Пружинний маятник. Період коливань пружинного маятника. Частота коливань вантажу на пружині.

Перетворення енергії при коливальному русі. Перетворення енергії під час гармонічних коливань. Загасаючі і вимушені коливання. Резонанс.

Поширення коливань у пружних середовищах. Поперечні і поздовжні хвилі. Довжина хвилі. Зв’язок між довжиною хвилі, швидкістю поширення та періодом (частотою).

Звукові хвилі. Швидкість поширення звуку. Гучність звуку та висота тону. Акустика Акустичний резонанс. Луна. Інфразвуки. Інфра- та ультразвуки. Екологічні проблеми акустики.

Закони збереження в механіці

Кількість руху (імпульс тіла). Закон збереження імпульсу. Реактивний рух. Механічна робота і потужність. Кінетична і потенціальна енергії. Закон збереження енергії в механічних процесах.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

Основні положення молекулярно-кінетичної теорії та їх дослідне обґрунтування. Маса та розмір молекул. Броунівський рух. Взаємодія атомів і молекул речовин у різних агрегатних станах.

Ідеальний газ. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу. Температура та способи її вимірювання. Абсолютна температурна шкала. Рівняння стану

ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона). Ізотермічний, ізохорний та ізобарний процеси.

Випаровування і конденсація. Насичена і ненасичена пара. Кипіння. Залежність температури кипіння рідини в тиску. Питома теплота пароутворення. Вологість повітря. Вимірювання вологості повітря за допомогою психрометра.

Поверхневий натяг рідини. Сила поверхневого натягу. Змочування. Капілярні явища.

Кристалічні та аморфні тіла. Плавлення твердих тіл. Питома теплота плавлення. Механічні властивості твердих тіл. Пружинна деформація. Модуль Юнга.

Внутрішня енергія тіла та способи її зміни. Перший закон термодинаміки. Робота в термодинаміці. Кількість теплоти. Питома теплоємність речовин. Адіабатний процес. Необоротність теплових процесів. Принцип дії теплових двигунів. Коефіцієнт корисної дії теплових машин і його максимальне значення. Двигуни внутрішнього згоряння. Теплові машини та охорона середовища.

ЕЛЕКТРИКА ТА МАГНЕТИЗМ

Електричне поле

Електричний заряд. Взаємодія заряджених тіл. Закон Кулона. Закон збереження електричного заряду. Електричне поле. Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції полів. Провідники в електричному полі. Електростатичний захист.

Робота електростатичного поля під час переміщення електричного заряду. Потенціал. Різниця потенціалів. Напруга. Зв'язок напруженості електричного поля з напругою.

Електроємність. Конденсатор. Види конденсаторів. Ємність плоского конденсатора. З’єднання конденсаторів.

Енергія електричного поля. Діелектрики в електричному полі. Діелектрична проникність речовин.

Електричний струм

Електричний струм. Умови, необхідні для існування електричного струму. Сила струму. Закон Ома для однорідної ділянки кола. Опір провідників. Послідовне і паралельне з’єднання провідників. Робота і потужність електричного струму. Електрорушійна сила джерела струму. Залежність опору провідника від його довжини і площі поперечного перерізу. Закон Ома для повного кола. Робота і потужність електричного струму.

Електричний струм у провідниках. Електронна провідність металів. Електричний струм у розчинах і розплавах електролітів. Закон електролізу. Стала Фарадея.

Електричний струм у газах. Самостійний і несамостійний розряди. Поняття про плазму. Електричний струм у вакуумі. Термоелектронна емісія. Електронно-променева трубка. Напівпровідники. Власна і домішкова провідність напівпровідників. Залежність провідності напівпровідників від температури та освітлення. Напівпровідниковий транзистор. Використання напівпровідникових приладів в електронній техніці.

Магнітне поле

Взаємодія струмів. Закон Ампера. Магнітне поле. Індукція магнітного поля. Провідник зі струмом у магнітному полі. Сила Лоренца.

Електромагнітна індукція

Електромагнітна індукція. Магнітний потік. Закон електромагнітної індукцій. Правило Ленца. Самоіндукція. Індуктивність. Енергія магнітного поля струму.

Електромагнітні коливання та хвилі

Вільні електромагнітні коливання в коливальному контурі. Перетворення енергії в коливальному контурі. Власна частота коливань у контурі.

Вимушені електричні коливання. Змінний електричний струм. Генератор змінного струму. Трансформатор. Резонанс у колах змінного струму. Автоколивання. Електромагнітні хвилі та швидкість їх поширення. Властивості електромагнітних хвиль. Випромінювання і приймання електромагнітних хвиль. Принципи радіозв'язку. Найпростіший радіоприймач. Шкала електромагнітних хвиль.

ОПТИКА

Прямолінійне поширення світла. Швидкість світла та її вимірювання. Закони відбивання світла. Побудова зображень у плоскому дзеркалі.

Закони заломлення світла. Абсолютний і відносний показники заломлення світла. Дисперсія світла. Лінза. Оптична сила лінзи. Побудова зображень у лінзах. Інтерференція світла. Досліди Френеля. Дифракція світла. Дифракційна решітка. Вимірювання довжини світлової хвилі за допомогою дифракційної решітки.

Елементи теорії відносності

Принцип відносності А.Ейнштейна. Швидкість світла у вакуумі як гранична швидкість передачі сигналу. Зв'язок між масою та енергією.

Квантова фізика

Світлові кванти. Фотоефект та його закони. Рівняння А.Ейнштейна для фотоефекту. Стала Планка. Застосування фотоефекту в техніці. Квант світла. Енергія та імпульс фотона.

Атом та атомне ядро

Класичне уявлення про будову атома. Дослід Резерфорда. Ядерна модель атома. Квантові постулати Н.Бора. Випромінювання і поглинання світла атомом. Неперервний та лінійчастий спектри. Спектральний аналіз. Лазер.

Радіоактивність. Альфа, бета- і гамма-випромінювання. Методи реєстрації іонізуючих випромінювань. Біологічна дія радіоактивного випромінювання та захист від нього.

Склад ядра атома. Ізотопи. Енергія зв'язку атомних ядер. Ядерні реакції. Енергетичний вихід ядерної реакції. Поділ ядер урану. Ядерний реактор. Термоядерна реакція.

Загальні положення дисципліни

Фізика – одна з основних природничих наук. Фізика серед інших природничих наук (таких, як хімія, астрономія, біологія та ін.) завжди займала та займає особливе місце. Це обумовлено такими чинниками.

По - перше, на ранній стадії пізнання людиною оточуючого світу існувала одна єдина наука про природу, і вона називалась фізикою. Слово фізика походить від грецького слова ″фізис″ - природа. Так була названа велика праця древньогрецького вченого Аристотеля, що датується третім віком до н. е. В ній були зібрані всі відомі на той час дані про природу. По мірі розвитку людства з фізики відділялись інші науки про природу, такі як хімія, астрономія, біологія, геологія.

По – друге, всі природничі науки, що виникали, будувались на основі фізики та використовували фізичні методи та прилади, які початково були розроблені в фізиці. Можна стверджувати, що фізика є фундаментом для інших природничих наук.

По – третє, відкриття в фізиці широко використовуються для виготовлення знарядь праці та різних матеріалів. Тому фізика є науковою основою **техніки**. Розвиток фізики приводить до появи нових областей техніки та розвитку вже існуючих. Треба мати на увазі те, що фізика в свою чергу нерозривно зв’язана з технікою та залежить від неї. Техніка поставляє необхідну, все більш складну апаратуру, прилади, матеріали. Фізика та техніка нерозривно зв’язані. Особливістю цього зв’язку є те, що найновітніші досягнення фізики використовуються в техніці, а найсучасніші прилади – основа для нових відкриттів, розвитку фізики. Адже сучасна фізична лабораторія використовує передові технології та найсучасніші прилади для проведення фізичних досліджень.

Для того, щоб дати більш точне визначення предмету фізики, як науки (тобто окреслити коло питань, які вивчає дана наука), потрібно хоча б стисло нагадати кілька філософських категорій, що необхідні для цього визначення.

Матерія – це в широкому розумінні все те, що реально існує у Всесвіті, і що може бути виявлене людиною за допомогою органів відчуття або приладів. Матерія є об'єктивною реальністю, тобто вона існує незалежно від свідомості людини (суб'єкта). Дещо умовно матерію розділяють на два види неживої природи: **речовина та поле**. До першого виду – речовини - відносяться, наприклад, елементарні частинки, атоми, молекули (мікросвіт) та все, що складається з них – оточуючі нас тіла, планети, зіркові системи, галактики (макросвіт). Другий вид матерії – це поля, що є матеріальними носіями різного роду взаємодій, наприклад гравітаційних, електромагнітних, ядерних, тощо. Ці види матерії можуть перетворюватись один в одного. Так, наприклад, електрон та позитрон (речовина) перетворюються в фотон (в результаті так званої анігіляції), тобто в електромагнітне поле. Можливий і зворотний процес.

Таким чином, фізика вивчає найбільш загальні форми існування матерії – речовину та поле, їх взаємодію та взаємні перетворення. Розглянувши ж поняття руху матерії зможемо дати ще більш точне та коректне визначення предмету науки ″фізика″.

Матерія знаходиться в неперервному русі. Матерія існує в просторі та часі, що є формами буття матерії.

Рух – невід`ємна властивість матерії. Рух, в широкому сенсі цього слова, це будь-який процес, будь-яка зміна що проходить з матерією, починаючи від простого механічного переміщення і закінчуючи мисленням. Існують різні форми руху матерії: механічна, теплова, електромагнітна, ядерна, хімічна, біологічна, соціальна, мислення. Різні форми руху матерії вивчаються різними науками – фізикою, хімією, біологією, та іншими. Рух матерії незнищенний. В процесі руху матерії різні форми руху можуть переходити лише з однієї форми в іншу.

Фізика вивчає найбільш прості форми руху матерії (і в той же час такі, що присутні і в усіх більш складних формах руху матерії). Такими найпростішими формами руху матерії є механічна, теплова, гравітаційна, електромагнітна, внутрішньоатомна, внутрішньоядерна. Більш складними є, наприклад, хімічна, біологічна, соціальна форми руху матерії, і навіть мислення.

Таким чином фізика – це наука, що вивчає найпростіші і в той же час найбільш загальні закономірності явищ природи, властивості та будову матерії і закони її руху.

Розглянемо основні поняття, що стосуються **методів дослідження** в фізиці. В фізиці використовується методи фізичних досліджень: спостереження та порівняння; вимірювання та експеримент; гіпотеза та теорія і т. і..

Будь яке фізичне дослідження починається із **спостереження** – вивчення фізичного явища в його природних, або в спеціально створених, відтворених штучно, лабораторних умовах (**фізичний експеримент**). Наукове спостереження передбачає вміння згрупувати кілька подібних явищ, визначити характерні для них ознаки подібності та відмінності, а значить порівнювати одержані під час спостереження результати. Це приводить до виділення найбільш загального, характерного в цих явищах, встановлення

закономірностей між фізичними величинами, що є визначальними для даного кола явищ. Такий якісний аналіз дослідження фізичних явищ приводить до формулювання гіпотези.

Гіпотеза — наукове припущення, що пояснює якесь фізичне явище. Гіпотеза вимагає перевірки та доказів для того, щоб стати науковою теорією чи законом. Правильність гіпотези перевіряється проведенням відповідних дослідів, експериментів для вияснення узгодженості наслідків, що витікають із гіпотези, з результатами цих дослідів та експериментів Якщо гіпотеза підтверджується експериментом то вона стає фізичною **теорією,** а теорія втілюється в практику.

Фізична **теорія** представляє собою систему основних ідей, що узагальнює дослідні дані та описує об'єктивні закономірності природи. Вона дає пояснення цілій області фізичних явищ з єдиної точки зору. Фізична теорія, що пояснює досліджуване явище, складається: а) з експериментальних фактів, які вона пояснює і на базі яких вона створена; б) з математичного апарату, з допомогою якого сформульовані закони теорії; в) з тієї сукупності понять, що умовно називають ″фізичним смислом″ отриманих формул.

Таким чином, в фізиці використовують два нерозривно зв'язані методи: експериментальний та теоретичний. Постановка любого експерименту неможлива без теоретичного аналізу спостережень, що були проведені раніше. Єдність теорії та експерименту складається з того, що вони представляють два нерозривно зв'язані та такі, що доповнюють один одного методи пізнання людиною оточуючого світу.

Метод фізичного дослідження дозволяє пізнавати світ все глибше і глибше. В процесі пізнання важливу роль відіграють абстракції, тобто спрощені схеми явищ. Абстракція – поняття, що відображає тільки найбільш суттєві, істотні при даному розгляді явища властивості чи характеристики. Такими абстракціями є поняття матеріальної точки, абсолютно твердого тіла, ідеального газу та т. і. **Принцип** – це наукове твердження, що має надзвичайно високий рівень узагальненості. Він не виводиться безпосередньо дослідами, а підтверджується ними у непрямий спосіб.

1. МОДУЛЬ «МЕХАНІКА»

Як вже було відмічено вище, фізика, як наука, вивчає найпростіші форми руху матерії, починаючи з механічної. Під **механічним рухом** розуміють зміну взаємного розміщення тіл або їх частин з часом. **Механіка**, як розділ фізики, вивчає закономірності механічного руху та взаємодії тіл, причини зміни стану руху.

Механіку поділяють на три розділи: кінематику; статику та динаміку**. Кінематика** вивчає рух тіл без вияснення причин, що викликають цей рух**. Динаміка** вивчає закони руху тіл у зв'язку з тими причинами, які породжують або змінюють цей рух. Такими причинами є сили, що являються мірою взаємодії між тілами. **Статика** вивчає умови рівноваги тіл під дією сил. Оскільки рівновага — окремий випадок руху, закони статики випливають із законів динаміки.

1.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ

1.1.1. Основи кінематики

1.1.1.1. Матеріальна точка, тверде тіло, поступальний та обертальний рух

Всі тіла, що нас оточують складаються з колосально великого числа атомів або молекул, тобто являють собою макроскопічні системи. Механічні властивості тіл визначаються їх внутрішньою будовою, станом, хімічним складом, вивчення яких виходить за рамки механіки, бо вивчаються в інших розділах фізики. В механіці ж при розгляді реальних тіл залежно від умов конкретної задачі користуються спрощеними **моделями**: матеріальної точки, абсолютно твердого тіла та іншими.

Матеріальною точкою (МТ) називають тіло, розмірами та формою якого можна нехтувати в даній конкретній фізичній задачі. Критерієм цього є те, що характерні відстані, які тіло проходить у процесі даного руху (масштаб руху, позначимо L) мають бути на порядки величини (хоча б на 1–2 порядки) більші , ніж характерні розміри тіла, позначимо l. Таким чином, критерієм того, що фізичне тіло можна рахувати МТ буде виконання умови:

$$l << L\ .$$

Сам термін ″матеріальна точка″ ніби підкреслює, що розмірами тіла нехтуємо, але в той же час це фізичний об’єкт, що має масу. В цьому сенсі, коректніше було б користуватись терміном ″точкова маса″, аналогічно тому, як це робиться в електростатиці, де використовують поняття ″точковий заряд″.

В фізиці дуже важливим є поняття **порядку величини**. Так, як це поняття потрібно використати вже навіть для коректного визначення МТ, то коротко згадаємо це визначення. Числове значення фізичної величини (див. додатки 5.1) прийнято записувати у вигляді:

$$a \cdot 10^{n},$$

де

$$1 \le a \le 10\ .$$

Значення показника ступеня n - це і є **порядок величини**.

Приклади. 1. Визначимо порядок величини радіуса Землі. Радіус Землі $R_{зем}$ приблизно дорівнює 6400 кілометрів. Врахуємо, що приставка кіло -, це 10^3. Тоді можна записати, що $R_{зем}$=6,4 ·10^6 м. Тут враховано, що основною одиницею вимірювання довжини в системі СІ є 1 м (1метр). Таким чином, порядок величини радіуса Землі – 6.

2. Радіус земної орбіти (тобто відстань до Сонця) при русі навколо Сонця приблизно дорівнює $R_{орб}$ =150 млн. км. Врахуємо, що 1 млн=10^6 , а 1 км=10^3 м. Значить $R_{орб}$ =1,5 ·10^{11}м. Порядок величини $R_{орб}$ - 11.

3. Порівняємо $R_{орб}$ і $R_{зем}$. Радіус орбіти на 5 порядків більший (тобто в 10^5 разів, або в 100 тисяч разів), чим радіус Землі. Це дозволяє говорити, що $R_{орб}$ значно більша величина, ніж $R_{зем}$.($R_{зем} << R_{орб}$). Для того, щоб можна було сказати, що одна величина значно більша, чи значно менша, ніж інша, потрібно щоб вони відрізнялись по порядку величини **хоча б на один – два порядки.**

Таке порівняння через порядок величини дає можливість коректно встановлювати, чи можна рахувати дане тіло в даній конкретній фізичній задачі матеріальною точкою, чи ні. Простіше – чи можна нехтувати розмірами тіла, порівняно з характерними відстанями, що проходить тіло в процесі даного руху.

Тепер очевидно, що в процесі руху Землі навколо Сонця її можна, звичайно ж, рахувати матеріальною точкою. В процесі ж руху тіл по земній поверхні, чи поблизу Землі (рух супутників), Земля вже не може рахуватись матеріальною точкою, і навпаки, будемо порівнювати розміри цих тіл з розмірами Землі в кожній конкретній задачі.

Будь-яке тіло, чи систему тіл, що вивчається в механіці, можна розглядати як **систему матеріальних точок**. Для цього потрібно умовно розбити всі тіла системи на достатньо велику кількість частин, таких, щоб розміри кожної з цих частин були незрівнянно малими в порівнянні з розмірами самих тіл.

Абсолютно твердим тілом називають тіло, відстань між будь - якими двома точками якого залишається незмінною. Така модель може бути використана в задачах, в яких деформаціями тіла можна нехтувати. Фактично абсолютно тверде тіло – це система МТ, що жорстко зв’язані між собою .

Будь-який рух абсолютно твердого тіла можна розкласти на два головних види руху – поступальний та обертальний.

Поступальний рух – це такий рух, при якому будь-яка пряма, що з’єднує дві довільні точки цього тіла, проведена в тілі, що рухається, залишається паралельною сама собі. Поступально рухаються, наприклад, поршень у циліндрі двигуна чи теплової машини, кабіна ліфта при опусканні та підніманні. Нижче буде показано, що в кожний момент часу швидкості та прискорення всіх точок тіла при поступальному русі будуть однаковими, а значить для описання такого руху твердого тіла достатньо розглянути рух якої-небудь однієї його точки.

При **обертальному русі** абсолютно твердого тіла всі точки тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній прямій, яку називають віссю обертання. Вісь обертання може знаходитись і поза тілом. Довільні точки тіла, таким чином, рухаються по колах різного радіуса, центри яких лежать на осі, а площини цих кіл перпендикулярні до осі обертання. При такому русі теж спочатку потрібно вміти описати рух довільної МТ абсолютно твердого тіла.

Таким чином, як для поступального, так і для обертального рухів (або при одночасному накладанні цих рухів) **спочатку потрібно навчитись описувати рух однієї матеріальної точки.**

1.1.1.2. Простір, час, система відліку, траєкторія, шлях, переміщення, радіус-вектор

Всі тіла існують і рухаються в просторі та часі. Будь-яке тіло займає певний об'єм, тобто має певну просторову протяжність. Час виражає порядок зміни станів, що складають даний конкретний процес, будь-який рух. Час є мірою тривалості процесу. Таким чином, простір та час – це найбільш загальні форми існування матерії.

Немає сенсу говорити про положення та механічний рух довільного тіла "взагалі", тобто безвідносно до інших тіл. Під механічним рухом розуміють зміну положення тіла з часом відносно іншого тіла або системи тіл, що умовно вважають нерухомими. Рух тіла у просторі описується за допомогою **системи відліку**, яка включає тіло відліку, зв`язану з ним систему координат та прилад для відліку часу (годинник).Для того, щоб описати рух, необхідно домовитись, відносно якого іншого тіла розглядатиметься переміщення даного тіла. Будемо умовно називати таке тіло **тілом відліку**. Зв'яжемо з цим тілом початок системи координат. Координати тіла в цій системі координат визначають його положення в просторі. Найчастіше використовують праву прямокутну декартову систему координат. Положення МТ у системі координат (та в системі відліку) можна дати двома еквівалентними способами: вказати значення всіх трьох координат МТ (x,y,z), або вказати радіус-вектор $\vec{r}$ даної МТ. Радіус-вектор $\vec{r}$ це вектор, що проведений з початку координат (0,0,0) в точку, в якій знаходиться МТ (рис.1.1.1). Значення координат (x,y,z) будуть при цьому рівні проекціям радіус-вектора $\vec{r}$ на осі x,y,z , відповідно. Використовуючи поняття одиничних векторів $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ можна виразити радіус - вектор через його проекції:

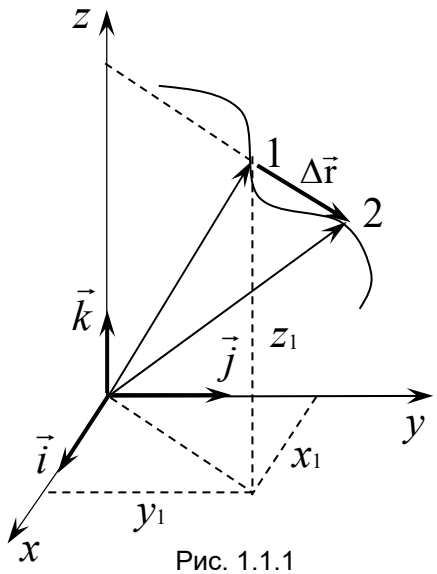


Рис. 1.1.1

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\,.$$

При русі МТ її координати та радіус-вектор змінюються з часом. Функціональні

залежності координат МТ або її радіус-вектора від часу називаються **кінематичними рівняннями** руху матеріальної точки :

$$x = x(t);\ y = y(t);\ z = z(t); \qquad (1.1.1)$$

або

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \qquad (1.1.2)$$

Три рівняння (1.1.1) є скалярними, а рівняння (1.1.2) – векторним. Можливий ще один спосіб опису руху – траєкторний, при якому записують рівняння руху МТ вздовж траєкторії. Частіше використовуються кінематичні рівняння (1.1.1) та (1.1.2).

Основна, або пряма задача кінематики полягає в тому, щоб за кінематичними рівняннями руху визначати положення МТ в просторі, а також знаходити кінематичні характеристики руху (наприклад, швидкість, прискорення) в довільний момент часу. Обернена задача кінематики полягає у визначенні рівняння руху за відомими кінематичними характеристиками.

Траєкторією МТ називається сукупність всіх точок, які вона проходить в процесі руху. Це і є та уявна лінія, вздовж якої проходить рух матеріальної точки. Залежно від форми траєкторії розрізняють прямолінійний та криволінійний рух, а серед криволінійних виділяють рух по колу.

Вектор, що з'єднує початкове 1 (в момент часу t_1) та кінцеве 2 (в момент часу t_2) положення радіус-вектора МТ за деякий проміжок часу, називається вектором **переміщення** $\Delta\vec{r}$ (рис. 1.1.1). Вектор переміщення з'єднує кінці радіус-векторів $\vec{r}_1$ та $\vec{r}_2$ і направлений до кінцевого положення МТ. Використовуючи поняття різниці двох векторів можна сказати, що вектор переміщення є різницею кінцевого та початкового радіус-вектора, тобто є **зміною радіус - вектора** чи **приростом радіус–вектора** $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Довжина відрізка траєкторії (довжина дуги) від точки 1 до точки 2 називається **шляхом .** Шлях – скалярна величина, на відміну від переміщення, що є векторною величиною. Модуль вектора переміщення завжди за величиною менший або рівний величині шляху (довжині дуги l_{12}).

У випадку прямолінійного руху, тобто при русі вздовж однієї осі, наприклад осі x, кінематичне рівняння руху матеріальної точки буде $x = f(t)$, де $f(t)$ – деяка функція часу.

1.1.1.3. Швидкість

У загальному випадку довільного криволінійного руху визначається поняття вектора **миттєвої швидкості**, що характеризує рух тіла в даній точці траєкторії. Миттєва швидкість – це похідна радіус-вектора за часом, тобто границя, до якої прямує відношення приросту радіус-вектора до часу Δt , за який цей приріст відбувся, при $\Delta t \to 0$.

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \text{або} \quad \vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (1.1.3)$$

Вектор швидкості в даній точці криволінійної траєкторії завжди направлений по дотичній у сторону руху МТ (рис. 1.1.2).

Очевидно, що розмірністю швидкості (тобто виразом через основні одиниці системи СІ) є м/с, а одиницею вимірювання швидкості 1 м/с =1 м·с$^{-1}$.

Значення проекції швидкості на одну з осей, наприклад на вісь x:

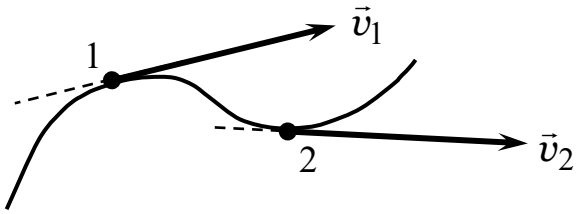


Рис. 1.1.2

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}.$$

Вираз вектора швидкості через проекції на осі x, y, z має вигляд:

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k}.$$

Величина ж швидкості (через проекції) при цьому дорівнює:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z{}^2},$$

або

$$\upsilon = \sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2}.$$

Використаємо загальне визначення швидкості для найбільш простих часткових випадків руху – рівномірного та рівнозмінного прямолінійного рухів. При рівномірному прямолінійному русі (коли рухаючись вздовж прямої МТ проходить за будь-які рівні проміжки часу однакові шляхи), значення швидкості дорівнює відношення шляху до часу, за який цей шлях пройдено:

$$\upsilon = \frac{s}{t}.$$

Для довільного нерівномірного руху визначається поняття середньої швидкості. **Середньою швидкістю** нерівномірного руху називається швидкість такого рівномірного руху, при якому весь той же шлях s пройдено за той же час t, що і при даному нерівномірному русі:

$$<\upsilon> = \frac{s}{t}, \quad \text{або} \quad <\upsilon> = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

якщо МТ пройшла шлях Δs за інтервал часу Δt. Відмітимо, що шлях Δs на відміну від координати не може зменшуватись і приймати від'ємні значення, тобто

$$\Delta s \geq 0.$$

У випадку нерівномірного руху вздовж прямої найпростішим є рух рівнозмінний, тобто такий, при якому величина швидкості за рівні проміжки часу зростає (рівноприскорений) або зменшується (рівноуповільнений) на однакову величину. Для такого руху закон зміни швидкості буде мати вид:

$$\upsilon = \upsilon_0 + at\ .$$

Така залежність $\upsilon(t)$ буде лінійною відносно часу. Величина a для рівнозмінного руху буде постійною величиною, що називається **прискоренням**. Величину прискорення будемо рахувати алгебраїчною.

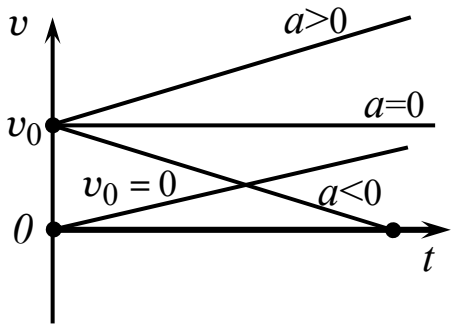


Рис. 1.1.3

Якщо $a > 0$, рух буде рівноприскореним; при $a < 0$ - рівноуповільнений. Зрозуміло, якщо $a = 0$, то рух буде рівномірний. Графічно ці залежності $\upsilon(t)$ представлено на рис. 1.1.3.

1.1.1.4. Прискорення

У загальному випадку довільного криволінійного руху визначається поняття **вектора миттєвого прискорення** в довільній точці траєкторії. **Миттєве прискорення** – це похідна вектора швидкості за часом:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}, \text{ або } \vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}\ . \qquad (1.1.4)$$

Напрямок вектора прискорення в даній точці криволінійної траєкторії буде розглянуто нами далі. Значення проекції прискорення на одну з осей, наприклад на вісь x:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Вираз вектора прискорення через проекції на осі $x,\ y,\ z$ має вид:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\ .$$

Величина ж прискорення (через його проекції) при цьому дорівнює:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z{}^2}\ ,$$

або

$$a = \sqrt{(\frac{d\upsilon_x}{dt})^2 + (\frac{d\upsilon_y}{dt})^2 + (\frac{d\upsilon_z}{dt})^{\ 2}}\ .$$

У частковому випадку найпростішого нерівномірного руху вздовж прямої (прямолінійний **рівнозмінний** рух – рух, при якому прискорення залишається незмінним як по модулю, так і по напряму) величина швидкості за будь-які рівні проміжки часу зростає або зменшується на однакову величину. Характеристикою зміни швидкості за одиницю часу буде величина, що називається модулем вектора прискорення:

$$|a| = \frac{|\upsilon - \upsilon_0|}{|t - t_0|} = \left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\right|,$$

де V – швидкість у довільний момент часу t; V_0 – швидкість у початковий момент $t_0 = 0$; $\Delta t = t - t_0 = t$. Очевидно, що розмірністю прискорення, тобто виразом через основні одиниці СІ є м/с ^{2} =м·с$^{-2}$, а одиницею вимірювання прискорення – 1 м/с ^{2} = 1 м·с $^{-2}$.

Як вже було зазначено, прискорення для розглянутого прямолінійного рівнозмінного руху є постійною алгебраїчною величиною (див. рис. 1.1.3). У випадку довільного нерівномірного руху вздовж осі X вводиться поняття середнього прискорення:

$$< a_x > = \frac{\Delta\upsilon_x}{\Delta t}.$$

1.1.1.5. Кутова швидкість

Обертальний рух характеризується лінійною швидкістю υ, кутовою швидкістю ω, частотою обертання ν, періодом обертання T, нормальним (доцентровим) прискоренням, тангенціальним (дотичним) прискоренням. У кожний момент часу вектор лінійної швидкості $\vec{\upsilon}$ направлений по дотичній до траєкторії руху.

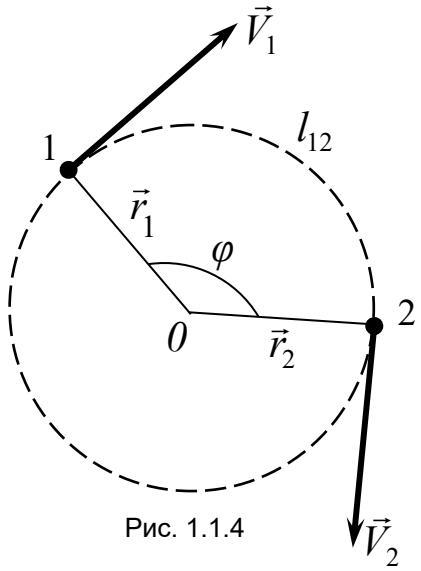


Рис. 1.1.4

При рівномірному русі по колу модуль **лінійної швидкості** чисельно дорівнює відношенню довжини дуги, яку описує матеріальна точка, до часу за який ця дуга пройдена (рис. 1.1.4):

$$\upsilon = \frac{l_{12}}{t} = \frac{S}{t}.$$

Величина кута повороту визначається як відношення довжини цієї дуги до радіуса кола:

$$\varphi = \frac{l_{12}}{r}.$$

Кут повороту вимірюється в радіанах (рад). 1рад є додатковою одиницею в системі СІ

(визначається 7 основних одиниць та 2 додаткових). Всі інші одиниці – похідні, що виражаються через ці 9 одиниць.

При обертанні з постійною по величині лінійною швидкістю **кутова швидкість** ω – це фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню величини кута повороту радіус – вектора $\vec{r}$ до часу, за який відбувся цей поворот:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Розмірність кутової швидкості (тобто вираз через основні одиниці системи СІ) - рад/с=рад·с$^{-1}$, а одиниця вимірювання – 1 рад/с =1 рад·с$^{-1}$.

Періодом обертання T називається час, за який здійснюється один повний оберт. Період вимірюється в секундах (с).

Частотою обертання ν називають кількість повних обертів за 1 с. ν вимірюється в Гц, 1 Гц = 1 с$^{-1}$)

$$\nu = 1/\mathrm{T}\ ;\ \mathrm{T} = 1/\nu\ .$$

За час, що дорівнює періоду $\mathrm{t} = \mathrm{T},$ відбувається поворот на кут $\varphi = 2\pi$ радіан. Отже

$$\omega = \frac{2\pi}{\grave{\mathbf{O}}} = 2\pi\nu.$$

В загальному випадку довільного нерівномірного обертального руху кутова швидкості визначається як похідна кута повороту за часом:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$$

або

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \qquad (1.1.5)$$

Кут повороту та кутова швидкість – величини векторні. Напрямок цих векторів визначається за правилом свердлика (правило правого гвинта): якщо рукоятку свердлика обертати в напрямку вектора лінійної швидкості, то рух вістря свердлика буде показувати напрямок векторів $\vec{\varphi}$ та $\vec{\omega}$, що направлені вздовж осі обертання.

Позначення для векторів $\vec{\varphi}$ та $\vec{\omega}$, що введені на рис. 1.1.5,а та б означають, що вектора $\vec{\varphi}$ та $\vec{\omega}$ направлені перпендикулярно до площини рисунка „від нас” (рис. 1.1.5, а), та „до нас” (рис. 1.1.5, б).

1.1.1.6. Зв'язок лінійної та кутової швидкості

Зі шкільної програми відомо, що величини (модулі) кутової та лінійної швидкості пов’язані співвідношенням:

$$\upsilon = \omega r \ ,$$

де r – радіус кола, яке описує матеріальна точка.

Цей зв'язок в більш загальному випадку записується у векторній формі. Лінійна швидкість зв’язана з кутовою швидкістю співвідношенням, яке в векторній формі є векторним добутком кутової швидкості на радіус – вектор (див. математичний додаток):

$$\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega} \times \vec{r}\right].$$

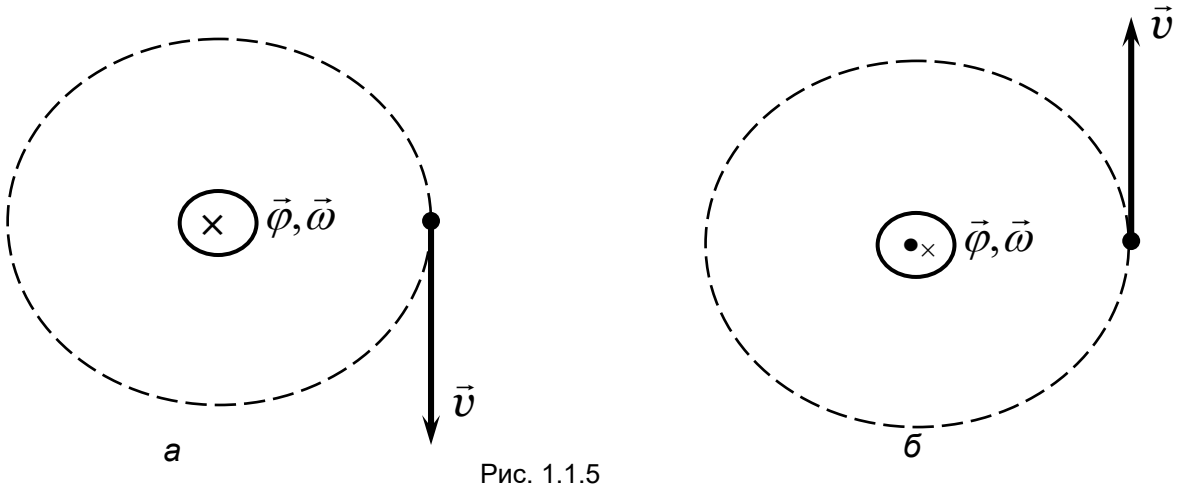


Рис. 1.1.5

На рис. 1.1.6,а зображено обертання матеріальної точки за годинниковою стрілкою. За правилом правого гвинта $\vec{\omega}$ при такому обертанні направлено перпендикулярно площині кола вниз. У довільній точці на колі вектор лінійної швидкості відповідно до наведеного виразу векторного добутку повинен бути перпендикулярним до площини, в якій лежать вектори кутової швидкості та радіус-вектор.

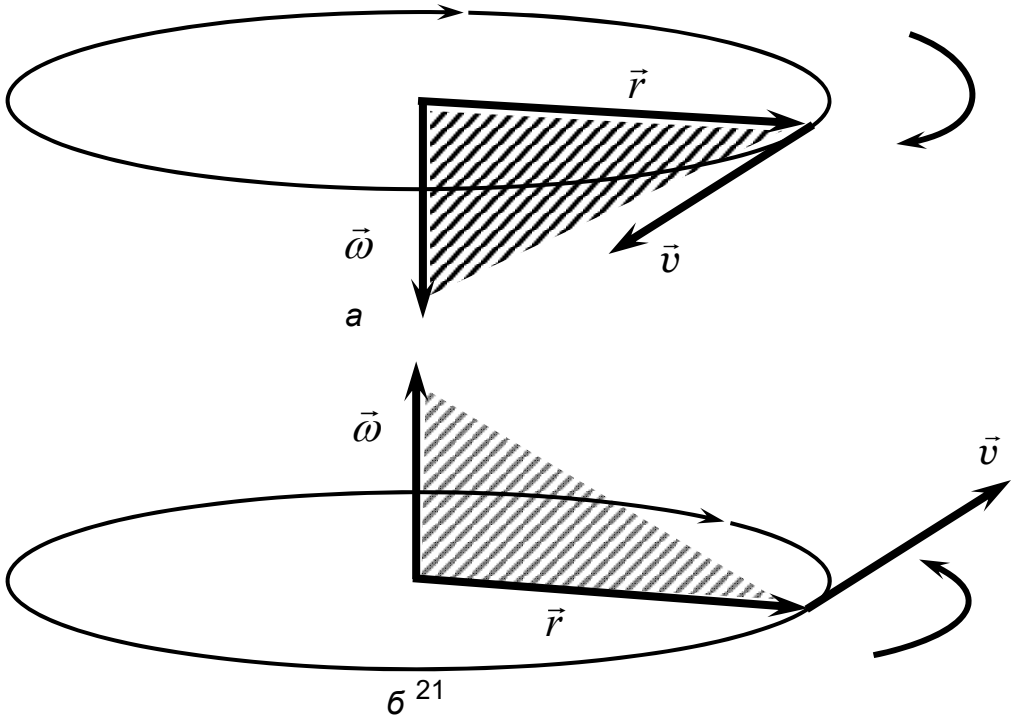


Рис. 1.1.6.

Видно, що такий напрямок вектора $\vec{\upsilon}$ відповідає розглянутому нами руху матеріальної точки. При обертанні проти годинникової стрілки одержимо зміну напрямку вектора кутової швидкості та напрямку вектора лінійної швидкості на протилежний (рис. 1.1.6, б).

1.1.1.7. Тангенціальне та нормальне (доцентрове) прискорення

При криволінійному нерівномірному русі відбувається зміна вектора лінійної швидкості за величиною і за напрямком. Прискорення, обумовлене зміною вектора лінійної швидкості за величиною, називається **тангенціальним (дотичним**). Тангенціальне прискорення направлене по дотичній до траєкторії руху. При довільному криволінійному русі величина миттєвого тангенціального прискорення вираховується за формулою: –x

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

При рівнозмінному русі величина його визначається за формулою:

$$\grave{a}_\tau = \frac{\upsilon - \upsilon_O}{t},$$

де a_τ – тангенціальне прискорення; υ_0 - швидкість у момент часу $t = 0$; υ – швидкість в момент часу t.

Прискорення, обумовлене зміною вектора лінійної швидкості за напрямком називається **нормальним (доцентровим)**. Пряма, що називається нормаллю, в кожній точці траєкторії перпендикулярна до дотичної. Нормальне прискорення завжди направлене до центра кола, що вписане в даній точці траєкторії. Тому таке прискорення називають ще доцентровим. Величина нормального прискорення визначається за формулою:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{r} = \omega^2 r.$$

Разом тангенціальне і нормальне прискорення складають повне прискорення при криволінійному русі:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Як вже було відмічено, нормальне (доцентрове) прискорення завжди направлене до центра кола по якому рухається МТ, а у випадку довільного криволінійного руху – до центра вписаного в даній точці траєкторії кола. Тангенціальне ж прискорення (яке завжди направлене по дотичній в даній точці траєкторії) може співпадати по напрямку з вектором лінійної швидкості, або бути направленим в протилежну сторону до вектора швидкості.

Ці два випадки відповідають зростанню та зменшенню величини вектора лінійної

швидкості в даній точці траєкторії (рис.1.1.7 а та 1.1.7 б), відповідно.

Оскільки $\vec{a}_\tau$ і $\vec{a}_n$ направлені під прямим кутом (рис. 1.1.7), то величина повного прискорення дорівнюватиме:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\ .$$

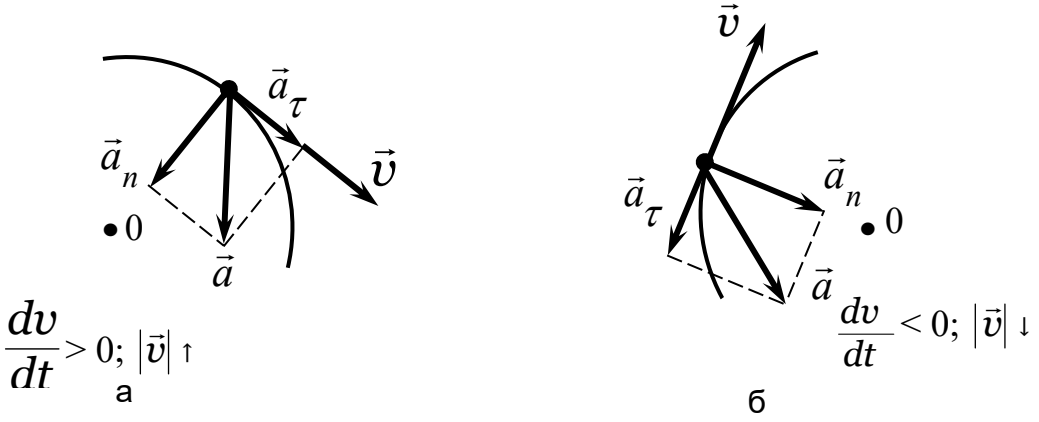


Рис. 1.1.7.

1.1.1.8. Кутове прискорення

Зміну кутової швидкості характеризує фізична величина, що одержала назву кутового прискорення. Фактично, кутове прискорення – це швидкість зміни кутової швидкості.

При нерівномірному криволінійному русі кутове прискорення визначається як похідна кутової швидкості за часом; або друга похідна кута повороту за часом:

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t},\ \text{або}\quad \vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \qquad (1.1.6)$$

Розмірність (вираз через основні одиниці системи СІ) кутового прискорення - рад/с^2 (рад·с$^{-2}$), а одиниця вимірювання – 1 рад/с^2 = 1 рад·с$^{-2}$.

Величини тангенціального, кутового, нормального (доцентрового) прискорення зв'язані співвідношенням:

$$a_\tau = \beta \cdot r \quad \text{та} \quad a_n = \frac{\upsilon^2}{r} = \omega^2 r, \qquad (1.1.7)$$

де r – радіус кола, яке описує тіло.

Якщо за рівні проміжки часу кутова швидкість при русі по колу змінюється на однакову величину, то рух називається рівнозмінним (рівноприскореним чи рівносповільненим) рухом по колу. Для кутового прискорення такого рівнозмінного руху можна дати таке визначення: **кутове прискорення** – це фізична величина, що чисельно дорівнює зміні кутової швидкості за одиницю часу:

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t},$$

де ω_0 – кутова швидкість у початковий момент $(t=0)$; ω – кутова швидкість у момент часу t.

1.1.2. Основи динаміки

1.1.2.1. Перший закон Ньютона. Інерція

Параметри руху – радіус вектор, переміщення, швидкість, прискорення - це кінематичні параметри. В кінематиці вивчають закони руху тіл без вияснення причин зміни стану руху, тобто кінематика лише описує сам рух. Причини руху та зміни стану руху (поява прискорення), як уже відмічалось, вивчається в динаміці. В динаміці вводиться поняття сили, без якого в кінематиці описувався рух тіл. Зробимо короткий історичний екскурс.

До Галілея (1564 - 1642) протягом майже двох тисячоліть існувала динаміка Аристотеля (третє століття до н. е.). За Аристотелем причина руху тіл – сила, без сили немає руху. Тобто, для підтримання руху тіла потрібна дія на нього інших тіл. Відповідно до поглядів Аристотеля тіло рухається лише тоді, коли його підштовхують. Якщо штовхнути тіло сильніше, то воно рухатиметься швидше і, нарешті, якщо зовсім припинити дію сили на нього, то воно зупиниться. Наявність у тіла швидкості пов'язувалась з дією на нього інших тіл, а величина і напрям швидкості — з характером та інтенсивністю цієї дії. Представлення Аристотеля про рух були спростовані Г. Галілеєм, на основі наукових тлумачень та поставлених ним експериментів.

Вивчаючи скочування кульки з похилої площини, Галілей помітив, що при русі вниз куля рухається прискорено, поступово збільшуючи швидкість, а при русі вгору - сповільнено. Звідси - висновок, що, скотившись на горизонтальну площину, куля нескінченно довго рухатиметься з тією самою швидкістю на нескінченній площині, якщо ніщо не заважатиме її руху . Теж можна сказати і про кульку чи візок, що рухається по гладкій поверхні. Зазнавши поштовху, тіло почне рухатись і через деякий час зупиниться . Зменшуючи тертя та опір повітря між рухомим тілом та площиною, можна збільшувати пройдений до зупинки шлях. При ідеальних умовах, без тертя й опору повітря тіло рухатиметься нескінченно довго з сталою за величиною і напрямом швидкістю. Це твердження, встановлене ще Галілеєм, називається **законом інерції**. Ньютон узагальнив досліди Галілея і встановив що **існують такі системи відліку, в яких тіло рухається рівномірно і прямолінійно або зберігає стан спокою до тих пір, поки на нього не подіють інші тіла.** Цей закон називають **першим законом Ньютона.** Він виконується для поступального руху як матеріальної точки, так і макроскопічного тіла.

Системи відліку, в яких виконується перший закон Ньютона, називаються інерціальними.

Властивість тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називають **інерцією**. Тому перший закон Ньютона називають ще **законом інерції ,** а рух тіла , вільного від зовнішніх дій**, - рухом по інерції .**

Таким чином, матеріальна точка (тіло) знаходиться в **стані спокою або прямолінійного рівномірного руху**, якщо на неї не діють інші тіла або їх дія

скомпенсована. Цей стан – це рух за інерцією. Використовуючи поняття кінематики запишемо це так:

$$\vec{\upsilon} = \text{const}, \quad \vec{a} = 0.$$

Нескінченну площину реалізувати не можна, не можна поставити тіло і в такі умови, щоб на нього не діяли інші тіла. Але можна перевірити протилежне: у всіх випадках, коли тіло змінює свою швидкість за величиною і напрямом, тобто дістає прискорення, завжди можна вказати тіла, дія яких викликає це прискорення. Наприклад, викривлення траєкторії тіла, яке кинули під кутом до горизонту, відбувається під дією притягання з боку Землі; куля, зіткнувшись зі стіною, змінює свою швидкість під дією сили, яка діє з боку деформованої стіни.

Із закону інерції можна зробити висновок, що тіло рухатиметься й тоді, коли на нього не діють інші тіла. Все це суперечить динаміці Арістотеля, який вважав, що тіла рухаються лише тоді, коли на них діє сила, яка пропорційна швидкості (а не прискоренню) тіла. Динаміка Галілея — Ньютона глибше проникає в суть явищ і правильно тлумачить їх. Проте вона не наочна, її закони ще слід довести. Історично це стало можливим на більш високому рівні розвитку науки (експерименту й теорії).

1.1.2.2. Інерціальні системи відліку. Принцип відносності Галілея

Як вже відмічалось, тіло або сукупність тіл, які умовно вважаються нерухомими і відносно яких розглядається рух інших тіл, називають **тілами відліку**. Пов’язану з тілом відліку систему відліку можна вибрати довільно. При цьому рух будь-якого тіла в різних системах відліку матиме неоднаковий вигляд, тобто тіло рухатиметься, наприклад, по різних траєкторіях. Природно вибрати систему відліку так, щоб явища природи описувались у ній найбільш просто. Розглянемо тіло, що знаходиться настільки далеко від інших тіл, що вони не діють на нього (або цією дією можна знехтувати). Рух такого тіла називається вільним. Вільний рух можна реалізувати з більшою чи з меншою точністю. Якщо система відліку пов'язана з якимось тілом, що вільно рухається, то в ній вільний рух інших тіл відбувається прямолінійно і рівномірно, тобто з сталою за величиною й напрямом швидкістю. У цьому полягає зміст закону інерції. Тому **система відліку, пов'язана з тілом, що вільно рухається, називається інерціальною.** Якщо деяка система рухається відносно ІСВ із сталою за величиною та напрямом швидкістю, то вона також буде інерціальною. Можна стверджувати також , що **системи відліку, по відношенню до яких виконується закон інерції, називаються інерціальними .**

Дослід показує, що ІСВ нічим не відрізняються між собою, фізичні явища в них відбуваються однаково, а закони механіки мають однаковий вигляд. Отже, неможливо виділити одну із систем як особливу, бо такої системи не існує. Якби можна було виділити якусь систему, то це означало б, що існує абсолютний простір і абсолютний спокій відносно цієї виняткової системи відліку.

В класичній механіці при переході від одної ІСВ до іншої, що рухається відносно першої поступально з постійною швидкістю, користуються перетвореннями координат та часу. Вони називаються **перетвореннями Галілея**. Базуються ці перетворення на двох аксіомах про інваріантність проміжків часу та відстаней. Перша стверджує, що хід часу є

однаковим у всіх системах відліку, а друга, що розміри тіла не залежать від швидкості його руху.

$$\Delta t = \Delta t'; \qquad \Delta l = \Delta l'.$$

Всі можливі ІСВ можна одержати з даної ІСВ перенесенням її початку відліку, поворотами осей координат або рівномірним поступальним рухом системи координат. Такі перетворення і є перетвореннями Галілея. Усі ІСВ рівноправні та еквівалентні, в них виконуються всі закони динаміки Ньютона, закони збереження імпульсу, моменту імпульсу та механічної енергії. Таким чином **принцип відносності Галілея (механічний принцип відносності)** стверджує, що всі закони класичної механіки (Ньютона) однакові (**інваріантні)** відносно перетворень Галілея. Це означає, що всі механічні процеси протікають абсолютно однаково в усіх ІСВ. Отже, всі вони рівноправні. З цього випливає, що ніяким механічними дослідами не можна встановити рухається ІСВ чи знаходиться в стані спокою, а якщо рухається - то з якою швидкістю. Можна зробити висновок, що властивості простору і часу в усіх ІСВ є однаковими.

Неінерціальну систему відліку визначають як таку систему, що зв'язана з тілом відліку, яке рухається з прискоренням відносно ІСВ. ІСВ – це абстракція. Реальні системи відліку тим ближче наближаються до ІСВ, чим менше прискорення, з яким рухається тіло відліку реальної системи.

Найчастіше застосовують такі системи відліку:

1) система відліку, зв'язана з поверхнею Землі – **геоцентрична (лабораторна) система відліку.** Система відліку пов'язана з Землею не є інерціальною , головним чином через добове обертання Землі. Взагалі ж Земля обертається навколо своєї осі і рухається по еліптичній орбіті навколо Сонця. Ці рухи здійснюються різними точками земної кулі з різними швидкостями. Земля рухається по орбіті навколо Сонця зі швидкістю близько 30 км/с. Сонячна система також обертається навколо центра Галактики, щоправда з періодом близько 200 млн. років та швидкістю близько 250 км/с. Таким чином, ці обертання досить повільні і в більшості практичних задач механіки можна рахувати "земну " (лабораторну) систему відліку інерціальною

2) система відліку, зв'язана з центром Сонця – **геліоцентрична система відліку**. Таку систему з більшою точністю, чим геоцентричну, можна вважати інерціальною. Початок координат такої системи знаходиться в центрі мас Сонячної системи , а три взаємно-перпендикулярні осі напрямлені до будь-яких трьох віддалених зірок. Її використав Кеплер, вивчаючи кінематику небесних тіл .Саме він і встановив закони руху планет (закони Кеплера).

Таким чином, в більшості практичних задач механіки можна вважати "земну" (лабораторну) систему відліку інерціальною, а "сонячну " – ще з більшою ступінню точності інерціальною.

Якщо стверджують, що закони Ньютона справедливі в «світовому просторі», в «нерухомій системі», практично мають на увазі реальну Сонячну систему, а не ілюзорний абсолютний простір. Проте й це не є принциповим розв'язанням питання про систему

відліку. Адже Сонце у Всесвіті сама звичайна зірка, тому в певному розумінні безглуздо віддавати перевагу як геліоцентризму, так і геоцентризму.

1.1.2.3. Маса. Імпульс тіла

Ми переконались, що стан руху тіла змінюється під дією інших тіл. А як впливають на зміну стану руху властивості самого тіла? Довільний матеріальний об'єкт характеризується інертністю.

Інерція – це властивість тіл зберігати стан спокою, або рівномірного прямолінійного руху. Скалярна величина, що характеризує інерцію (інертність) тіла, називається його **масою.**. **Маса – міра інертності тіла** .Чим повільніше тіло змінює свій стан під дією інших тіл, тим більша його маса. З визначення зрозуміло, що маса будь-якого тіла більша від нуля. Любий матеріальний об'єкт характеризується масою. Маса — величина адитивна. Вона не залежить ні від умов, в яких перебуває тіло, ні від взаємодії його з іншими тілами. Таким чином, **масою** тіла ***m*** називається фізична величина, яка є мірою інерційних властивостей тіла при його поступальному русі.

Маса – величина скалярна. Одиниця вимірювання маси 1 кг є однією з 7 основних одиниць в системі СІ (див. Додаток).

Маса є також мірою гравітаційних властивостей тіла. Кожний матеріальний об'єкт створює в просторі навколо себе гравітаційне поле, що викликає притягання цього тіла до іншого. Чим більші гравітаційні властивості тіла, тим більша його маса, яку на відміну від інерційної називають **гравітаційною масою**. Співвідношення інерційної та гравітаційної маси тіла є предметом загальної теорії відносності Ейнштейна, в якій один з основних висновків є еквівалентність понять інерції та гравітації. Можна стверджувати: маса, що створює гравітаційне поле визначає й інерційність тіла. Звичайно ж, таке твердження теорії далеке від очевидності, і є предметом спеціальних досліджень. На користь правильності цього висновку свідчать сучасні досліди, результати яких показують, що гравітаційна та інерційна маси чисельно рівні з точністю, не менше ніж 10^{-12} . Таке співпадання цих двох понять маси (з точністю до дванадцятого знаку після коми) звичайно ж приводить до того, що в класичній фізиці використовують один термін **маса.**

У межах класичної механіки, тобто механіки, яка вивчає рух тіл зі швидкостями набагато меншими швидкості світла c у вакуумі ($v << c$), маса є величина стала.

Імпульсом тіла $\vec{p}$ називається векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість. Імпульс матеріальної точки масою m , яка рухається поступально зі швидкістю $\vec{v}$, називається релятивістським імпульсом і задається формулою:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

З визначення імпульсу випливає, що напрям вектора $\vec{p}$ збігається з напрямом вектора $\vec{v}$. Розмірністю імпульсу є кг·м·с$^{-1}$, а одиницею вимірювання – 1 кг·м·с$^{-1}$.

1.1.2.4. Сила. Другий закон Ньютона

Сила $\vec{F}$ - фізична величина, що є мірою дії одного тіла на інше. Сила – характеристика взаємодії між тілами.

Дія сили проявляється в: 1) зміні стану руху тіла (наявність прискорення) або 2) деформаціях.

Сила величина векторна. Вона характеризується величиною (чисельним значенням, модулем сили), напрямом дії та точкою прикладання.

Дія сил може відбуватись як при безпосередньому контакті (при зіткненнях, ударах, терті), так і на довільних відстанях між тілами. В другому випадку взаємодія проходить при посередництві матеріальних носіїв взаємодій – полів (гравітаційних, електричних, магнітних, ядерних).

Якщо до деякої точки тіла прикладені одночасно кілька сил, то можна знайти їх рівнодійну, тобто векторну суму всіх прикладених сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Якщо масу тіла вважати постійною, то другий закон Ньютона можна записати так: **прискорення матеріальної точки прямо пропорційне діючій на неї силі, співпадає по напряму з напрямом дії сили та обернено пропорційне її масі:**

$$\vec{a} \sim \frac{\vec{F}}{m} .$$

Від пропорційності в цьому запису можна перейти до рівності:

$$\vec{F} = k \cdot m \cdot \vec{a} .$$

Так, як для величини сили одиниці вимірювання ще не вибрані, то приймають коефіцієнт пропорційності $k = 1$. Тоді розмірність сили в СІ буде рівна кг·м·с$^{-2}$, а одиниця вимірювання сили 1 кг·м·с$^{-2}$, що має назву один Ньютон (1 Н). Це одна з 7 основних одиниць системи СІ. Таким чином:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad (1.1.8)$$

Другий закон Ньютона можна записати та сформулювати так: зміна імпульсу матеріальної точки $\Delta\vec{p}$ за проміжок часу Δt дорівнює імпульсу сили $\vec{F}\Delta t$, що діє на точку протягом даного проміжку часу (**закон зміни імпульсу**):

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t .$$

Для нескінченно малих проміжків часу цю формулу можна записати в диференціальній формі:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \quad \text{або} \quad \frac{d\vec{p}}{d\vec{t}} = \vec{F}\ , \qquad (1.1.9)$$

де $\vec{F}$ – сила, що діє на тіло. Ця сила може бути і результуючою кількох прикладених до тіла сил. Таким чином, **швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює прикладеній до неї силі.**

Форма запису другого закону Ньютона (1.1.9) є більш загальною, ніж форма (1.1.8), тому що при швидкостях руху, близьких до швидкості світла у вакуумі ($C \approx 3 \cdot 10^8$ м/с), маса тіла починає залежати від швидкості і формулу (1.1.8) не можна використати, а формула (1.1.9) залишається справедливою. Зазначимо, що другий закон Ньютона виконується тільки в інерціальних системах відліку.

1.1.2.5. Третій закон Ньютона

Третій закон Ньютона формулюють так: сили взаємодії між двома матеріальними точками рівні за величиною, протилежні за напрямком і направлені вздовж прямої, що з'єднує ці матеріальні точки. Це можна записати так:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}\,, \qquad (1.1.10)$$

де $\vec{F}_{12}$ – сила, що діє на першу матеріальну точку зі сторони другої; $\vec{F}_{21}$ – сила, що діє на другу матеріальну точку зі сторони першої.

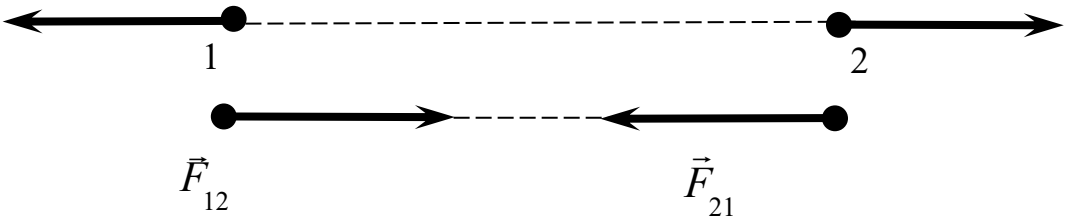


Рис. 1.1.8

Зазначимо, що сили, що діють за третім законом Ньютона, не можуть зрівноважити одна одну, тому що прикладені до різних матеріальних точок (див. рис. 1.1.8 для випадку відштовхування та притягання двох матеріальних точок).

1.1.2.6. Закон збереження імпульсу замкненої (ізольованої) системи

Сукупність матеріальних точок (тіл), що розглядається як єдине ціле, називається механічною системою. Сили, що діють в механічній системі, можуть бути внутрішніми та зовнішніми. **Внутрішніми** силами називаються сили, що діють між тілами механічної системи, які включені до системи (внутрішні тіла системи взаємодіють між собою). **Зовнішніми силами** називаються сили, з якими тіла, що включені в систему, взаємодіють з іншими тілами, що не належать до тіл даної системи. Механічна система тіл, на яку не діють зовнішні сили, називається **замкненою** (або замкнутою, ізольованою). **Незамкнена**

система – група тіл, що взаємодіють не тільки між собою, але і з тілами, що не входять до даної групи тіл.

Нехай система складається з *n* тіл, що включені в систему (внутрішні тіла системи, між якими діють внутрішні сили). Всі інші тіла, що не включені в систему – зовнішні по відношенню до цієї системи. Сили, що діють на довільне i – те тіло системи (i= 1,2,3….n) $\vec{F}_i^{зовн}$ зі сторони цих зовнішніх тіл називаються зовнішніми. Тоді закон руху (другий закон Ньютона) для довільного тіла системи можна записати в виді:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{ij} + \vec{F}_i^{зовн}, \qquad (1.1.11)$$

де $\vec{F}_{ij}$ – внутрішні сили прикладені до i-го тіла системи з боку всіх інших тіл $(j = 1,2,3,\ldots n)$. Очевидно, що $j \neq i$.

Запишемо систему з n рівнянь другого закону Ньютона для кожного із тіл системи:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{p}_1}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{1j} + \vec{F}_1^{зовн} \\ \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{2j} + \vec{F}_2^{зовн} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{d\vec{p}_n}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{nj} + \vec{F}_n^{зовн} \end{cases} \qquad (1.1.12)$$

Знайдемо суму лівих та правих членів рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{ij} + \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{зовн}.$$

Враховуємо, що при знаходженні подвійної суми в правій стороні рівності $j \neq i$. Проаналізуємо отриманий результат. Сума похідних в лівій частині рівності дорівнює похідній суми повного імпульсу системи:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

В правій частині рівності перший член рівний нулю, бо по третьому закону Ньютона для кожної внутрішньої сили в цій сумі зустрічається рівна їй по величині та протилежна за знаком, як наприклад $\vec{F}_{12}$ та $\vec{F}_{21}$, враховуємо також, що при знаходженні подвійної суми в правій стороні рівності $j \neq i.$ Таким чином:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_{ij} = 0 .$$

Другий член в правій стороні рівності це - рівнодійна всіх зовнішніх сил.

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{зовн} = \vec{F}^{зовн} .$$

Для замкнутої системи, коли результуюча всіх зовнішніх сил рівна нулю (по визначенню), отримаємо:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \quad \text{або} \quad \vec{p} = const \qquad (1.1.13)$$

Таким чином **закон збереження повного імпульсу замкненої (ізольованої) системи** формулюється так: повний імпульс (векторна сума імпульсів окремих тіл системи) замкненої (ізольованої) системи є величина постійна. Можна сформулювати цей закон і таким чином: повний імпульс замкнутої системи тіл залишається сталим при будь-яких взаємодіях тіл цієї системи між собою. Закон можна переписати в виді:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + ...m_n\vec{v}_n = \text{const},$$

де n – кількість тіл, що утворюють замкнену систему. Для двох тіл $(n = 2)$, коли можна нехтувати взаємодією з іншими тілами (наприклад при короткочасному співударянні двох тіл):

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 ,$$

де $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ – швидкості тіл у момент часу, що прийнятий за початковий (наприклад, до удару); $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ – швидкості тих же тіл у момент часу, прийнятий за кінцевий (після удару).

Зміна повного імпульсу **незамкнутої** системи тіл буде визначатись результуючою зовнішніх сил:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{зовн} = \vec{F}^{зовн} , \qquad (1.1.14)$$

або

$$d\vec{P} = \vec{F}^{зовн} dt \qquad (1.1.15)$$

Зміна повного імпульсу незамкненої системи дорівнює імпульсу зовнішніх сил, що діють на неї. Повний імпульс незамкненої системи змінюється тільки під дією зовнішніх сил.

Не виключено, що в деякому частковому випадку рівнодійна всіх зовнішніх сил, прикладених до тіл системи, може дорівнювати нулю (хоча система і не є замкненою):

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,зовн} = \vec{F}^{\,зовн} = 0.$$

Для такої незамкненої системи повний імпульс є величина постійна, тобто теж виконується закон збереження повного імпульсу.

1.1.2.7. Центр мас (центр інерції)

Центр мас (центр інерції) системи матеріальних точок – уявна точка C, положення якої характеризує розподіл мас цієї системи і визначається в просторі радіус – вектором

$$\vec{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m} \qquad (1.1.16)$$

де $m_i, \vec{r}_i$ - маса і радіус – вектор i — матеріальної точки; n – число матеріальних точок у системі; $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ – маса системи.

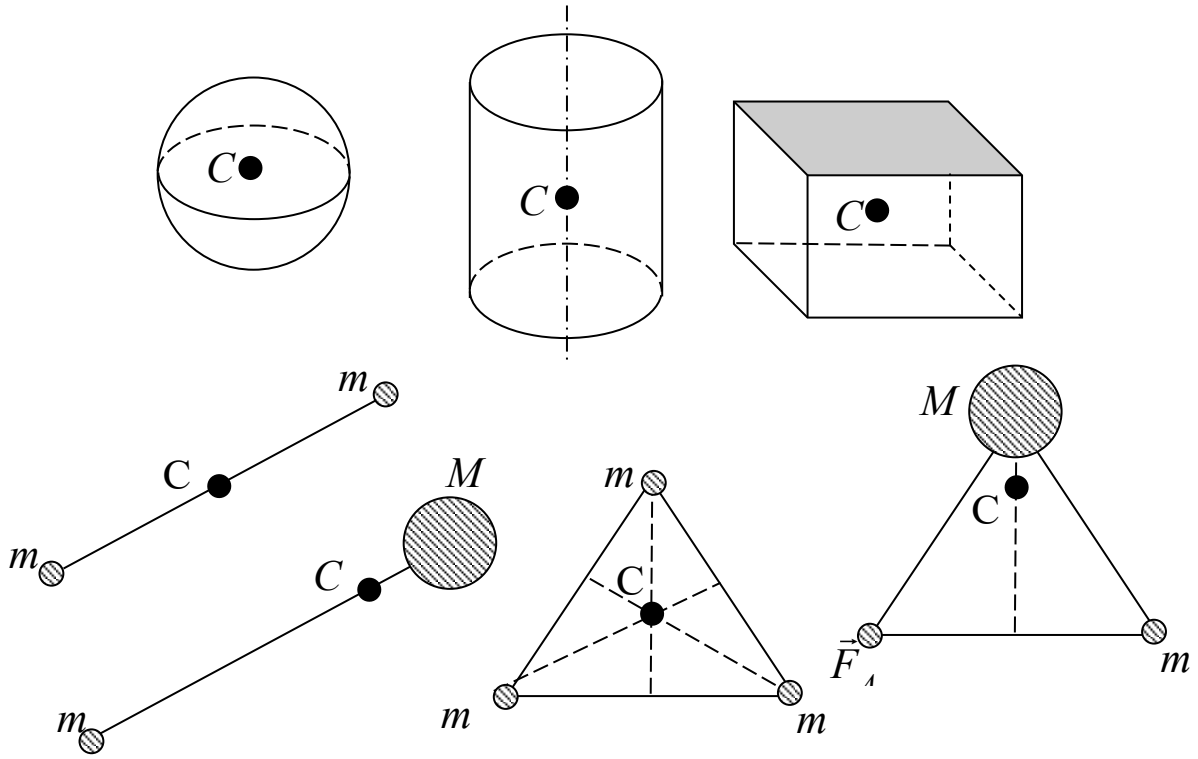


Рис. 1.1.9

Координати центра мас:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m},\ y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m},\quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m},$$

де $x_i,\ y_i,\ z_i$ – координати i-ї матеріальної точки масою m_i.

Очевидно, що положення цієї точки (центру мас системи) для симетричних однорідних тіл (як сукупності матеріальних точок) повинно співпадати з центром симетрії такого тіла. Нагадаємо, що однорідне тіло – це тіло з однаковою густиною у всіх точках (відношення елементарної маси dm до елементарного об'єму dV, який вона займає):

$$\rho = \frac{dm}{dV} = const.$$

Простіше можна сказати, що однорідне тіло, наприклад, кулька, чи стержень, мають бути зроблені з одного матеріалу і не містити порожнин, або вкраплень з іншого матеріалу.

На рис.1.1.9 показано приклади систем, що представляють собою однорідні тіла, чи системи тіл, положення центру мас C яких достатньо очевидно визначається з міркувань симетрії.

Визначимо швидкість центра мас системи в загальному випадку довільної системи матеріальних точок (що випливає з самого визначення цієї точки C) :

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_{\tilde{n}}}{dt} = \frac{\sum m_i \dfrac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m} = \frac{\sum \vec{p}_i}{m} = \frac{\vec{P}}{m}.$$

Згідно з другим законом Ньютона

$$m\frac{d\vec{v}_c}{dt} = m\vec{a}_c = \sum \vec{F}_i^{\,\text{çîâí}} = \vec{F}^{\,\text{çîâí}}.$$

Закон руху центра мас: центр мас (інерції) системи матеріальних точок рухається як матеріальна точка, в якій зосереджена вся маса системи і на яку діє сила, що дорівнює геометричні сумі всіх зовнішніх сил, що діють на систему. Центр мас (інерції) ізольованої системи ($\vec{F}^{\,зовн} = 0$) рухається рівномірно і прямолінійно або перебуває у спокої, тобто: $\vec{v}_{\tilde{n}} = const,\quad \vec{a}_{\tilde{n}} = 0.$

1.1.2.8. Реактивний рух

Важливим випадком прояву закону збереження повного імпульсу ізольованої системи є реактивний рух. Реактивним рухом називають рух, що виникає внаслідок відокремлення, відльоту від тіла його частини чи частин. Інша частина тіла при цьому отримуватиме імпульс в протилежному напрямку. При русі ракети, наприклад, із сопла постійно вилітає (з якомога більшою швидкістю по відношенню до ракети) частина палива, що згорає.

Для реактивного руху не потрібна взаємодія тіла з навколишнім середовищем. Таким чином, швидкість однієї частини системи пов'язана із швидкістю другої законом збереження імпульсу.

Повний імпульс ракети до польоту:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = 0;$$

повний імпульс ракети у польоті:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0.$$

Тому швидкість ракети буде рівна: $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1 \frac{m_1}{m_2}$,

де m_1, $\vec{v}_1$ – маса газу та швидкість витікання газів; m_2, $\vec{v}_2$ – маса (без палива) та швидкість ракети.

У відповідності з останньою формулою, зміна швидкості ракети тим більша, чим більша швидкість газу, що викидається, і чим більше відношення маси газу до маси ракети.

Розглянемо в загальному випадку **рух тіла зі змінною масою.**

Нехай тіло (ракета) з великою швидкістю викидає гази, за рахунок чого маса ракети постійно зменшується, тобто $dm<0$. За час dt вильоту газів масою dm між газом і ракетою діє реактивна сила, що є наслідком виконання закону збереження імпульсу.

Введемо позначення: m – маса ракети в час t; $\vec{v}$ - швидкість ракети відносно нерухомої системи відліку; $\vec{u}$ - швидкість газів відносно тієї ж системи відліку. Імпульс системи „ракета – газ" в момент часу t дорівнює $\vec{p} = m\vec{v}.$ Імпульс системи за момент часу dt змінився на $d\vec{p}.$

$$\vec{p} + d\vec{p} = (m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + \vec{u}dm$$

Зміна вектора повного імпульсу системи буде дорівнювати згідно з другим законом Ньютона імпульсу зовнішніх сил:

$$\vec{F}dt = d\vec{p} = (m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + \vec{u}dm - m\vec{v}.$$

Проведемо перетворення та знехтуємо величиною вищого порядку малості $dm\,d\vec{v}$ (добуток диференціала на диференціал). Тоді останню формулу, з врахуванням того, що маса ракети з часом зменшується, можна записати у вигляді:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = F - \vec{v}_0\frac{dm}{dt},$$

або

$$m\vec{a} = \vec{F} - \vec{F}_1.$$

Тут $\vec{F}$ – головний вектор усіх зовнішніх сил, що діють на ракету (він може бути рівним і нулю);

$\vec{F}_1 = \vec{v}_0\frac{dm}{dt}$ – сила, що виникає за рахунок витікання газів із сопла ракети з відносною швидкістю $\vec{v}_0 = \vec{u} - \vec{v}$;

$\vec{v}_0 = \vec{u} - \vec{v}$ – швидкість витікання газу відносно ракети.

Замінивши силу $\vec{F}_1$ на протилежно направлену їй так звану реактивну силу або силу тяги, що дорівнює силі, з якою діють витікаючі із сопла гази на ракету

$$\vec{F}_{\text{реакт}} = -\vec{F}_1,$$

отримаємо рівняння Мещерського для руху тіла із змінною масою

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{реакт}} \qquad (1.1.17)$$

У випадку руху вздовж однієї осі (наприклад, ракета починає підніматись вертикально вгору) та відсутності результуючої зовнішньої сили ($\vec{F} = 0$), можна із (1.1.17) знайти рівняння для швидкості руху ракети, врахувавши, що маса її є спадною функцією часу :

$$dv = -v_0\frac{dm}{m}$$

Проінтегрувавши ліву та праву частину цього виразу, отримаємо закон зміни швидкості при такому русі:

$$\int_0^v dv = v_0\int_{m_0}^{m_к}\frac{dm}{m},$$

Звідки отримаємо максимальне значення швидкості ракети при умові згорання усього палива

$$v_{\max} = v_0\ln\frac{m_0}{m_k} \qquad (1.1.18)$$

Цей вираз називається формулою Ціолковського. Тут m_0 – повна (стартова) маса ракети; m_k – маса ракети без палива та окислювача (корисне навантаження). Звідси

випливає, що чим більше корисне навантаження m_k, тим більшою має бути початкова маса ракети m_0 та швидкість витікання газів відносно ракети v_0. Отож, кінцева швидкість ракети $v_{\max}$ залежить від співвідношення мас (m_0 і m_k) та пропорційна швидкості витікання газів відносно ракети v_0.

1.1.3. Сили в механіці: гравітації, пружності, тертя

1.1.3.1. Сили гравітації. Напруженість гравітаційного поля

Всі тіла в природі притягуються одне до одного з деякою силою, що була названа силою всесвітнього тяжіння або гравітаційною силою. Ньютон сформулював **закон всесвітнього тяжіння:**

Дві матеріальні точки (МТ) притягуються одна до одної з силою прямо пропорційною добутку мас взаємодіючих тіл і обернено пропорційною квадрату відстані між ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\ , \qquad (1.1.19)$$

де m_1, m_2 – маси МТ, що притягуються; r – відстань між ними; G – коефіцієнт пропорційності, який одержав назву гравітаційної сталої або сталої всесвітнього тяжіння. Експериментально, в прецизійному досліді з крутильними терезами, ще в 1798 році, Кавендіш визначив величину гравітаційної сталої:

$$G = (6{,}670 \pm 0{,}006)\cdot 10^{-11}\ \text{м}^3\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{кг}^{-1}\ .$$

Будемо вважати при розв'язуванні задач, що гравітаційна стала рівна:

$$G = 6{,}7\cdot 10^{-11}\text{м}^3\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{кг}^{-1} = 6{,}7\cdot 10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2\ .$$

Фізичний зміст гравітаційної сталої: **гравітаційна стала** чисельно дорівнює силі, з якою притягуються дві МТ одиничної маси (по 1 кг) на одиничній відстані (1 м).

Сили всесвітнього тяжіння (сили гравітації) направлені вздовж лінії, яка з'єднує взаємодіючі МТ; для них звичайно ж, як і для інших взаємодій у природі, виконується третій закон Ньютона:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Закон всесвітнього тяжіння формулюється для взаємодії МТ. Щоб визначити силу взаємодії двох тіл довільних розмірів та форми, їх потрібно мислено поділити на таку достатньо велику кількість частин, щоб ці частини вже можна було рахувати при даній конфігурації взаємодіючих тіл МТ. Далі необхідно знайти сили взаємодії між всіма такими МТ першого та другого тіл, та отримати результуючу силу притягання всього першого тіла до другого. Для деяких конкретних важливих випадків можна показати, що для взаємодії справедлива формула (1.1.19), де m_1, m_2 – маси тіл, r – відстань між центрами мас цих тіл. Справджується ця формула для випадку, коли обидва тіла – кулі, густина яких

залежить тільки від відстані до центра (центральна симетрія). Одним з таких тіл може бути тіло, розмірами якого нехтують (МТ). Це випадок взаємодії достатньо малого тіла, з масивним тілом, наприклад, взаємодія Сонця з планетами, невеликих тіл з планетами. Зрозуміло що в таких задачах r буде дорівнювати відстані від невеликого тіла (МТ) до центра великого кулеподібного тіла (наприклад, до центра Землі).

Гравітаційним полем називається особливий вид матерії, що виникає навколо тіла, яке має масу (тобто навколо всіх тіл в природі) і за допомогою якого матеріальні об'єкти взаємодіють один з одним. Гравітаційна взаємодія між матеріальними тілами здійснюється через гравітаційне поле (поле тяжіння). Це поле є матеріальним носієм гравітаційної взаємодії. Існують, як відомо, і інші види взаємодій та поля, з допомогою яких ці взаємодії здійснюються. Це, наприклад, електростатичні, магнітні, ядерні поля. Створюються ці поля по-різному: наприклад, електростатичне поле створюється електричними зарядами, магнітне поле – рухомими зарядами, струмами, або змінним електричним полем. Про ці поля йтиме мова далі при вивченні інших розділів фізики.

Силовою характеристикою гравітаційного поля є напруженість. **Напруженістю** поля називається фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню сили, що діє на довільне тіло, до величини маси цього тіла:

$$\vec{\mathrm{g}} = \frac{\vec{F}}{m}, \qquad (1.1.20)$$

де $\vec{g}$ – напруженість гравітаційного поля. $\vec{F}$ – сила, з якою поле діє на тіло масою m, дорівнює $\vec{F} = m\vec{g}$.

Напруженість поля – величина векторна. За напрямок вектора напруженості гравітаційного поля прийнято напрямок сили, з якою поле діє на тіло. Так як гравітаційна сила – це завжди сила притягання, то і вектор напруженості завжди по напрямку співпадає з напрямком сили. В системі СІ напруженість гравітаційного поля має розмірність $[g] =$ м/с^2, тобто співпадає з розмірністю прискорення.

Якщо матеріальна точка рухається тільки під дією гравітації (вільно падає), то як видно з порівняння (1.1.20) з виразом другого закону Ньютона, вектор її прискорення в кожній точці поля співпадає з вектором напруженості гравітаційного поля. Таким чином, $\vec{g}$ – напруженість гравітаційного поля Землі дорівнює прискоренню вільного падіння.

1.1.3.2. Вільне падіння. Прискорення вільного падіння

Вільним падінням називається падіння тіла у вакуумі під дією однієї лише сили тяжіння. Падіння тіла в повітрі можна наближено вважати вільним падінням лише тоді, коли сила опору повітря набагато менша за силу тяжіння, що діє на тіло.

Першим вивчав вільне падіння Галілей. На основі дослідів він зробив висновок, що в даній точці простору всі тіла вільно падають з однаковим прискоренням. Це прискорення було названо прискоренням вільного падіння g. На середніх географічних широтах над

рівнем моря g = 9,81 м/с^2.

Сила, з якою тіло притягається до планети, наприклад до Землі, згідно закону всесвітнього тяжіння дорівнює:

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2}, \text{ або } g = G\frac{M}{(R+h)^2},$$

де m – маса тіла; M – маса планети; R– радіус планети; h – висота, на якій знаходиться тіло над поверхнею планети.

З записаної формули випливає, що прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла та залежить: 1) від маси планети, на якій перебуває тіло; 2) від радіуса планети; 3) висоти підйому над її поверхнею. Таким чином для Землі буде:

$$g = G\frac{M_З}{(R_3+h)^2},$$

тобто прискорення вільного падіння залежить від маси Землі $M_З$ та від відстані до центра Землі $(R_З + h)$. З останньої формули випливає, що прискорення вільного падіння, залежить від географічної широти місцевості. На полюсах воно найбільше (g_n = 9,83 м/с^2), на екваторі найменше (g_e= 9,78 м/с^2). Для визначення прискорення вільного падіння на полюсах Землі і на екваторі можна скористатися формулами:

$$g_n = G\frac{M_3}{(R_n+h)^2}; \quad \text{та} \quad g_e = G\frac{M_3}{(R_e+h)^2} - \omega^2(R_e+h),$$

де R_n – радіус Землі на полюсі; R_e – екваторіальний радіус Землі. З формул видно, що $g_n > g_e$.

Зрозуміло, що для висот, набагато менших за радіус Землі, вільне падіння можна вважати рівноприскореним рухом.

1.1.3.3. Вага тіла

Вагою тіла називається сила, з якою тіло тисне на опору або розтягує підвіс внаслідок гравітаційного притягання до Землі. Вага тіла прикладена до опори або підвісу. На рис. 1.1.10 та 1.1.11 зображені тіла , які лежать на опорі або висять на підвісі. На тіло діє сила $m\vec{g}$ і реакція опори $\vec{N}$, або сила натягу нитки $\vec{T}$. З боку тіла до опори прикладена вага тіла *P*. За третім законом Ньютона ці сили прикладені до різних тіл: $\vec{N}$, $\vec{T}$ прикладені до тіла, а сила $\vec{P}$ (вага тіла) – до опори, на якій лежить, або підвісу на якому висить тіло. Таким чином:

$$\vec{N} = -\vec{P}; \qquad \vec{T} = -\vec{P}.$$

Вага тіла залежить від стану, в якому тіло і опора (або підвіс) перебувають відносно Землі.

1. Якщо опора (або підвіс) у вертикальному напрямку відносно Землі не мають прискорення, то вага тіла чисельно дорівнюватиме силі тяжіння $P = mg.$

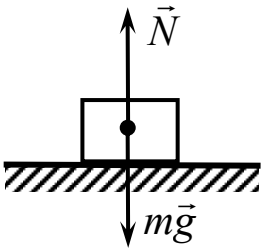


Рис. 1.1.10

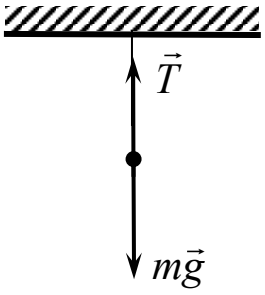


Рис. 1.1.11

2. Якщо опора (або підвіс) має в вертикальному напрямку відносно Землі прискорення $\vec{a}$, направлене вгору, вага буде більша за силу тяжіння:

$$P = m(g + a).$$

3. Якщо опора (або підвіс) має в вертикальному напрямку прискорення $\vec{a}$, направлене вниз, то вага буде менша за силу тяжіння

$$P = m\,(g - a).$$

4. Якщо в вертикальному напрямку відносно Землі опора (або підвіс) має прискорення $a = g$, направлене вниз, то

$$P = m(g - g) = 0,$$

тобто настає стан невагомості. В цьому випадку тіло не буде тиснути на опору і розтягувати підвіс. Стан невагомості настає тоді, коли тіло рухається лише під дією сили тяжіння.

На Землі внаслідок її добового обертання навколо власної осі вага тіла залежить від географічної широти місцевості (рис. 1.1.12). Це можна пояснити так: тіло разом із Землею здійснює обертальний рух навколо земної осі, тобто рухається з доцентровим прискоренням. Тому сила $\vec{P}$ у цьому випадку чисельно дорівнюватиме модулю сили $\vec{N}$ (згадаємо, що $\vec{N} = -\vec{P}$).

За другим законом Ньютона:

$$\vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}_{доц},$$

де $\vec{F}$ – сила всесвітнього тяжіння, яка визначається за законом всесвітнього тяжіння; $a_{доц} = \omega^2 r = \omega^2 (R_3 + h)\cos\varphi$ – доцентрове прискорення; ω – кутова швидкість обертання Землі навколо власної осі; r – радіус кола, яке описує тіло.

При переміщенні від екватора до полюса радіус кола, яке описує тіло $R_3 \cos\varphi$, зменшується від величини R_3 (на екваторі) до нуля (на полюсі). Внаслідок цього зменшується величина доцентрової сили:

$$ma_{доц} = m\omega^2 R_3 \cos\varphi,$$

тому вага тіла (та значення прискорення вільного падіння) в цьому випадку зростає. Таким чином вага тіла(та значення прискорення вільного падіння) буде найбільшою на полюсах і найменшою на екваторі.

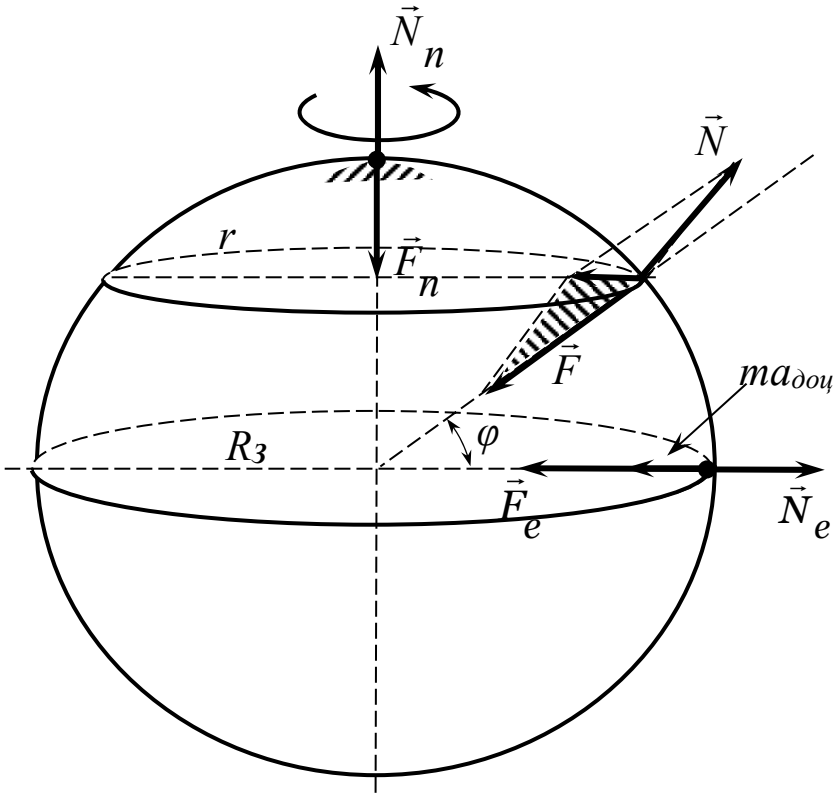


Рис. 1.1.12

Вага тіла мало залежить від географічної широти, тому в задачах, які не вимагають особливої точності, широтним ефектом нехтують і вважають, що сила тяжіння дорівнює силі всесвітнього тяжіння. Не враховується, як правило, і той факт, що Земля не ідеальна сфера, а є еліпсоїдом обертання. Земля дещо приплюснута до екватора, але різниця в „радіусах" на екваторі та на полюсі незначна і нею нехтують.

Для розв'язування задач значення прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі приймається рівним 9,8 м/с^2. Введемо позначення: h_0 – початкова висота; h –

висота, на якій знаходиться тіло у момент часу t; $h_{макс}$ – максимальна (найбільша) висота, якої досягає тіло; v_0 – початкова швидкість тіла; v – швидкість тіла в момент часу t.

Розглянемо кілька випадків стосовно вільного падіння тіл.

1. **Початкова швидкість дорівнює нулю** (вільне падіння без початкової швидкості). В початковий момент тіло знаходиться на висоті $h = h_0$. В цьому випадку рівняння залежності швидкості тіла, що вільно падає, та його висоти від часу падіння будуть мати відповідно вигляд:

$$v = gt; \quad \text{та} \quad h = h_0 - \frac{gt^2}{2},$$

а вираз для швидкості тіла, яку воно має при падінні з висоти h_0:

$$2gh_0 = v^2.$$

Час падіння з висоти h_0 дорівнює:

$$t_n = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}.$$

2. Тіло знаходиться в початковий момент на висоті h_0, а початкова швидкість направлена **вертикально вниз**. Тоді миттєва швидкість зростає за законом:

$$v = v_0 + gt;$$

при цьому значення висоти над поверхнею Землі зменшується:

$$h = h_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Час падіння з висоти h_0 дорівнює:

$$t_n = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{g}.$$

3. Початкова швидкість направлена **вертикально вгору.** Значення швидкості та висоти над поверхнею Землі в довільний момент часу визначатиметься відповідно виразами:

$$v = v_0 - gt; \quad \text{та} \quad h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Час польоту до точки, в якій швидкість стане рівна нулю, тобто до точки в якій висота буде мати найбільше значення $h_{макс}$:

$$t_1 = \frac{\upsilon_0}{\mathrm{g}} .$$

Час падіння з висоти $h_{макс}$:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_{макс}}{g}} .$$

Цей час буде дорівнювати часу підйому до максимальної висоти, якщо тіло кинули з поверхні Землі, тобто якщо $\mathrm{h}_0 = 0$:

$$\mathrm{t}_1 = \mathrm{t}_2 .$$

Максимальна висота ,якої досягає тіло:

$$h_{макс} = h_0 + \frac{\upsilon_0^2}{2\mathrm{g}}.$$

Рух тіла, кинутого горизонтально. Складний рух тіла є накладенням двох рухів: вільного падіння по вертикалі та рівномірного руху з початковою швидкістю вздовж горизонталі (рис. 1.1.13).

Час польоту тіла буде дорівнювати часу вільного падіння тіла без початкової швидкості, бо рух у горизонтальному та вертикальному напрямках проходять незалежно та одночасно. Таким чином, час падіння (час польоту тіла):

$t_n = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, а дальність польоту $L = \upsilon_0 t_n = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{\mathrm{g}}}$.

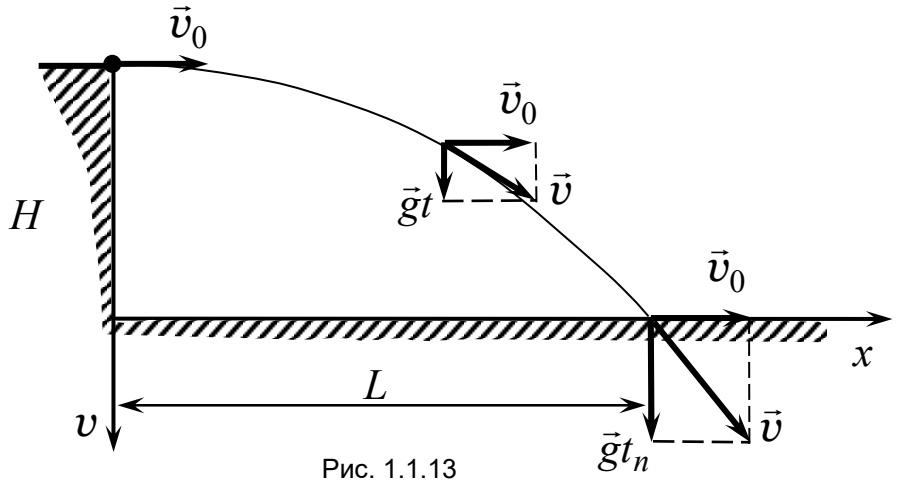


Рис. 1.1.13

У довільний момент часу вектор швидкості буде направлений по дотичній до траєкторії (парабола). Вектор повної швидкості буде сумою двох складових $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$. Тому для довільного моменту часу польоту можна знайти значення повної швидкості та її напрямок:

$$tg\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}, \quad v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}\ .$$

Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту – це рух, який можна представити, як накладення двох рухів: рівномірного в горизонтальному напрямку і рівноуповільненого (до точки максимального підйому) та рівноприскореного рухів у вертикальному напрямку. Рух вздовж вертикальної осі – це фактично розглянута попередня задача. Траєкторія руху тіла – парабола (рис. 1.1.14).

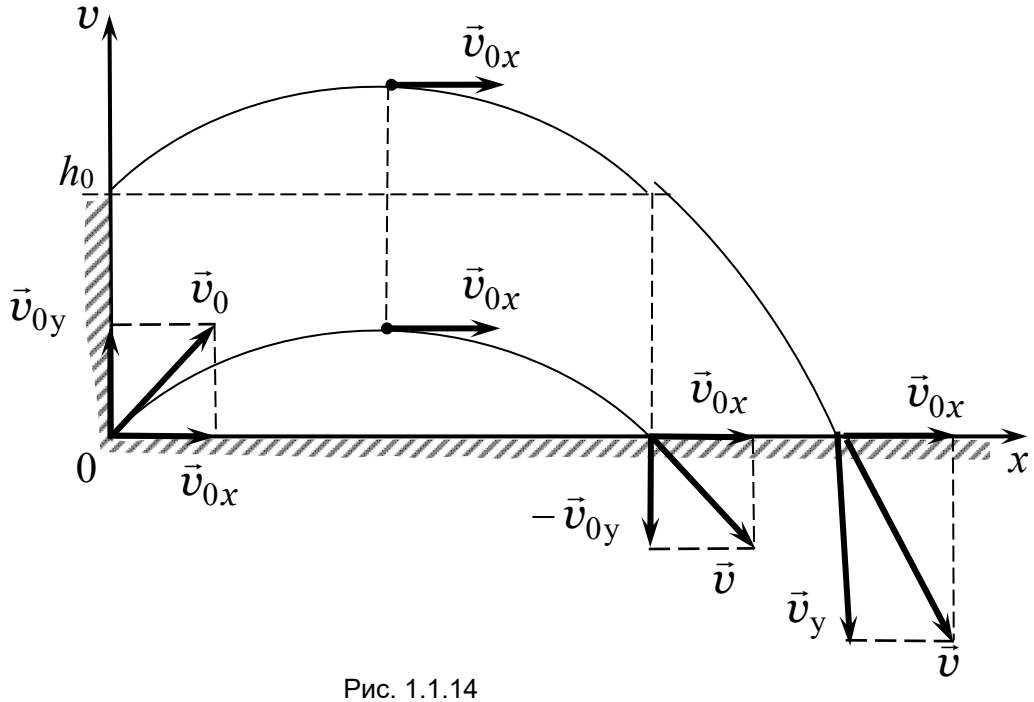


Рис. 1.1.14

Прискорення тіла $\vec{a}$ в будь – якій точці траєкторії дорівнює прискоренню вільного падіння $\vec{g}$, тому що рух вздовж горизонталі – це рух рівномірний, без прискорення. Якщо тіло починає рухатися з початку координат $(x_0=0,\ y_0=0)$ то: час руху тіла: $t = \frac{2v_0}{g}\sin\alpha$; висота, на яку підніметься тіло, та дальність польоту:

$$h_{макс} = y_{макс} = \frac{v_0^2}{2g}\sin\alpha$$

та

$$L = x_{макс} = \frac{2v_0^2}{g}\sin\alpha \qquad \cos\alpha = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha\ .$$

Дальність польоту максимальна при $\alpha = 45^\circ$.

1.1.3.4. Рух тіл поблизу Землі. Штучні супутники Землі

Для того, щоб тіло рухалось по колу на висоті H над поверхнею Землі, необхідно, щоб сила гравітації $F = G\dfrac{mM}{(R_З + H)^2}$ забезпечила відповідне доцентрове прискорення $\dfrac{\upsilon^2}{R_З + H}$, необхідне для руху по колу такого радіуса. Другий закон Ньютона для цього випадку запишемо так:

$$G\frac{mM}{(R_З + H)^2} = \frac{m\upsilon^2}{R_З + H}.$$

Звідси знайдемо швидкість, яку необхідно надати тілу, щоб воно стало рухатись навколо Землі по коловій орбіті:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{GM}{R_З + H}}.$$

Якщо вважати висоту польоту над поверхнею Землі значно меншою за радіус Землі, то можна записати:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_З}}.$$

Цю швидкість називають першою космічною швидкістю. Це найменша швидкість, яку потрібно надати тілу для того, щоб воно стало штучним супутником Землі. Чисельно **перша космічна швидкість** дорівнює υ_1 = 7,9 км/с. Найменшу швидкість, достатню для того, щоб тіло стало супутником Сонця, називають **другою космічною швидкістю** – υ_2 = 11,2 км/с. Швидкість, необхідна для того, щоб тіло залишило межі Сонячної системи, називають **третьою космічною швидкістю** – υ_3 = 16,7 км/с.

1.1.3.5. Сили пружності

Сили пружності виникають при деформаціях твердих тіл.

Деформацією називається зміна форми і розмірів тіла під дією прикладеної сили. Деформації бувають пружними та пластичними.

Пружною деформацією називається така деформація, при якій після припинення дії сили тіло повністю повертається у недеформований стан.

Пластичною деформацією називається така деформація, при якій після припинення дії сили, тіло повністю або частково залишається в деформованому стані. Деформація, яка залишається після припинення дії сили, називається **залишковою**.

Процес деформації характеризується фізичними величинами, що називаються абсолютною та відносною деформаціями. Абсолютна деформація показує, на скільки

змінюються лінійні розміри. Вимірюється абсолютна деформація в одиницях довжини – метрах.

На рис. 1.1.15 показані деформації: а) розтягу; б) стиску; в) зсуву; г) прогину; д) кручення. Тут $\Delta l = x$ для деформацій розтягу та стиску є абсолютною деформацією. Для деформацій зсуву, прогину та кручення величиною абсолютної деформації є величини x, h та s, відповідно.

Абсолютна деформація не є вичерпною характеристикою деформації. Важливо знати співвідношення між величиною абсолютної деформації та початковими розмірами тіла. **Відносною деформацією** ε називається відношення абсолютної деформації до початкових розмірів тіла. Відносна деформація величина **безрозмірна**. Очевидно, що для деформації розтягу та стиску $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{x}{l_0}$; зсуву $\varepsilon = \frac{x}{d}$; прогину $\varepsilon = \frac{h}{l}$ (див. рис. 1.1.15).

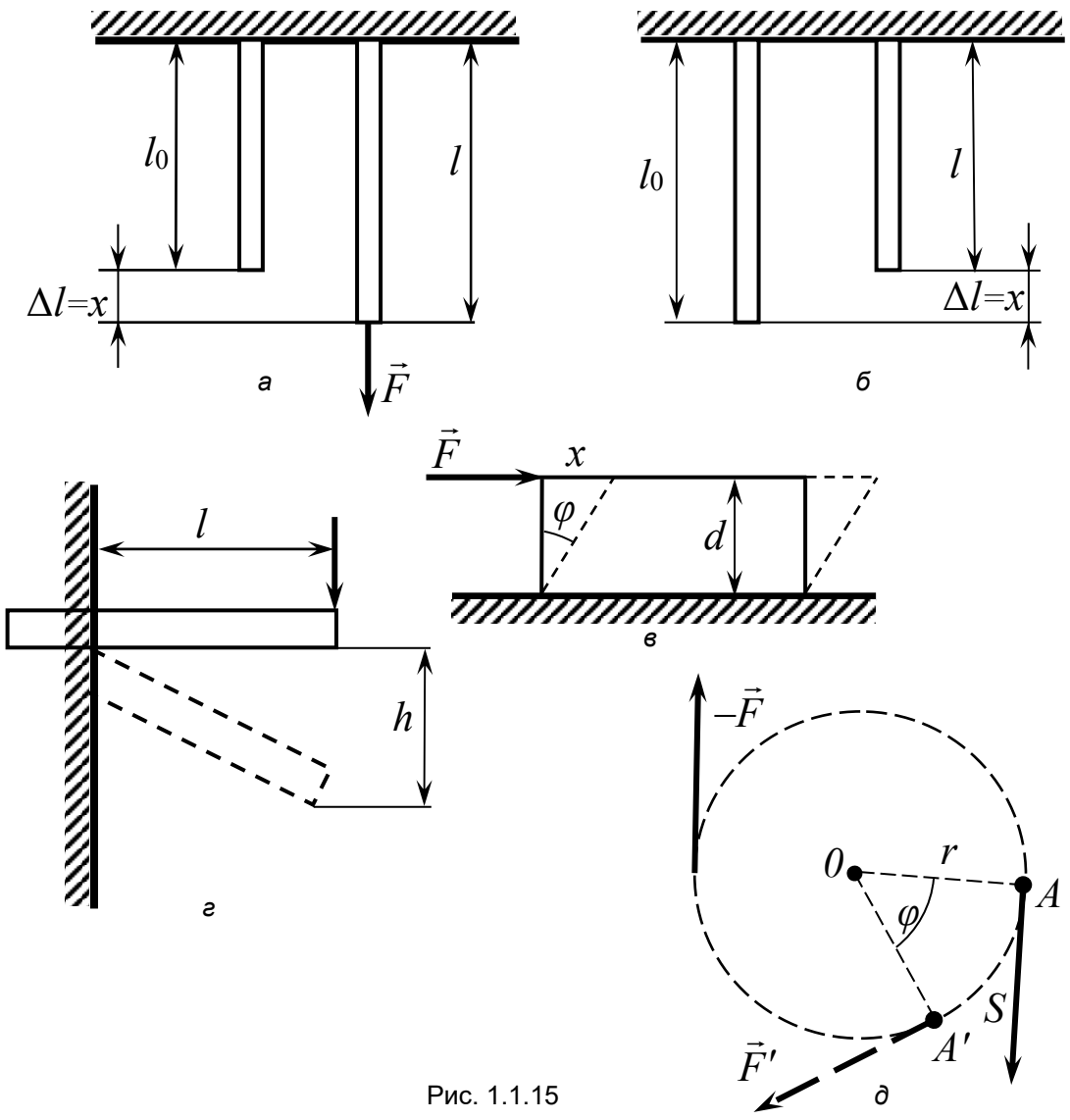


Рис. 1.1.15

Для того, щоб відбулася деформація кручення, до тіла повинна бути прикладена пара сил, тобто дві однакові за величиною паралельні і протилежно направлені сили (див. рис. 1.1.15, д). Нехай під дією пари сил точка прикладення сили *A* змістилася в положення *A′,* тоді довжина дуги S – абсолютна деформація. Відносна деформація дорівнює $\varepsilon = \frac{s}{r} = \varphi$, тобто чисельно дорівнює куту повороту.

Силами пружності називаються сили, які виникають в пружно деформованому тілі і намагаються повернути тіло в недеформований стан.

Дослід показав, що сила пружності пропорційна зміщенню (абсолютній деформації) і направлена проти зміщення (закон Гука):

$$F_{пр} = kx, \qquad (1.1.20)$$

де k – коефіцієнт пружності (у випадку пружини – жорсткість); x – абсолютна деформація.

Сила пружності $\vec{F}_{пр}$ направлена проти сили $\vec{F}$, що приводить до зміщення. Сила пружності направлена протилежно напрямку деформації, тобто намагається повернути тіло в недеформований стан (рис. 1.1.16).

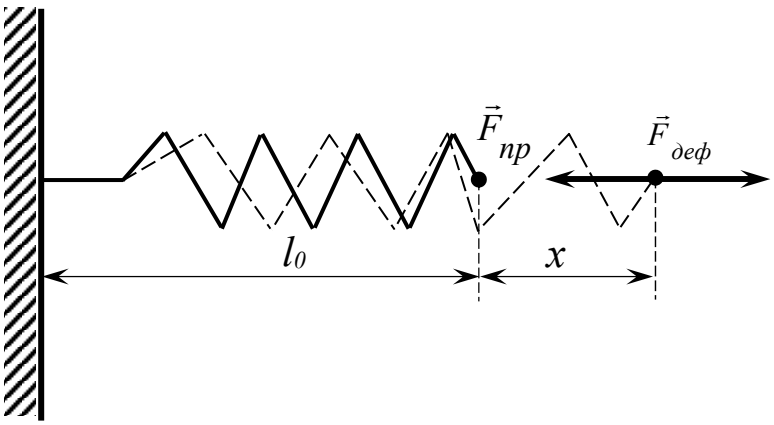


Рис. 1.1.16

На прикладі пружини можна сказати, що сила $\vec{F}$ прикладена до пружини, вона приводить до деформації пружини. Пружна сила $\vec{F}_{пр}$ прикладена до тіла, що деформує пружину (руки, що розтягує пружину). По третьому закону Ньютона $\vec{F} = -\vec{F}_{пр}$. Відмітимо, що дві сили не компенсують одна одну, бо прикладені до різних тіл (в прикладі з пружиною – до пружини та до руки).

Коефіцієнт пружності чисельно дорівнює силі пружності, яка виникає в пружно деформованому тілі, при одиничному зміщенні. Коефіцієнт пружності вимірюється в Н/м. Він залежить від пружних властивостей матеріалу, від геометричної форми і розмірів тіла, від виду пружної деформації (розтяг, стиск, зсув, прогин, кручення).

Механічною напругою σ називається фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню сили до площі:

$$\sigma = F/S\ .$$

Вимірюється механічна напруга в Н/м^2.

Закон Гука можна сформулювати ще в одній формі запису: **в межах пружності відносна деформація прямо пропорційна прикладеній механічній напрузі**. Використовуючи фізичну величину σ, закон Гука можна записати у вигляді:

$$\sigma = E\varepsilon\,, \qquad (1.1.21)$$

де E – модуль Юнга (є характеристикою даного матеріалу, наводиться в табл.).

Формулювання закону Гука однакове для всіх видів пружної деформації, а формула, яка виражає цей закон для кожного виду деформації буде своя. Це обумовлено тим, що для різних видів пружної деформації роль відносної деформації відіграють різні величини.

Детальніше розглянемо використання закону Гука для конкретних деформацій:

а) деформації розтягу (стиску)

До прикладення сили стержень мав довжину l_0. Під дією сили набув довжини l. Площа перерізу стержня S. Закон Гука для деформації розтягу тепер можна переписати у вигляді:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E}\sigma\,,$$

Виходячи з останньої формули, можна сформулювати фізичний зміст модуля Юнга. $E = \sigma$ при $\Delta l/l_0 = 1$, тобто при $\Delta l = l_0$, або при $l = 2l_0$.

Отже, **модуль Юнга** чисельно дорівнює механічній напрузі, при якій зразок збільшив би свою довжину в два рази за умови, що деформація залишилась пружною. Досягти напруг, які б дорівнювали модулю Юнга практично неможливо, оскільки руйнування матеріалів відбувається при набагато менших напругах, не кажучи вже про те, що деформація перестає бути пружною. Таку деформацію $(\Delta l = l_0)$ можна здійснити хіба що для дуже еластичної гуми.

б) деформація зсуву

Для того, щоб відбулася деформація зсуву, на тіло повинні діяти сили, що намагаються змістити одну його частину відносно другої. Під дією сили $\vec{F}$, що направлена по дотичній до поверхні тіла, шари тіла зсуваються один відносно одного, і кожна пряма, яка була проведена перпендикулярно до шарів тіла, повернеться на деякий кут φ. Згідно з законом Гука для деформації зсуву можна записати:

$$\varepsilon = \frac{x}{d} = tg\varphi = \frac{1}{N}\sigma,$$

де N – модуль зсуву (фактично – це модуль Юнга для таких деформацій), який чисельно дорівнює тангенціальній напрузі, при якій відбувся б зсув на кут φ, тангенс якого був би рівний одиниці $(tg\,\varphi = 1)$.

в) діаграма розтягу

На основі експериментальних даних для деформацій реальних тіл була побудована графічна залежність відносної деформації при розтягу від прикладеної механічної напруги (рис. 1.1.17). Цей графік одержав назву діаграми розтягу.

При невеликих механічних напругах спостерігається прямо пропорційна залежність між механічною напругою і відносною деформацією (ділянка *O-1*), що свідчить про те, що в межах напруги від O до σ_n деформація є пружною і на цій ділянці виконується закон Гука. Найбільша механічна напруга σ_n , при якій деформація залишається пружною називається **межею пружності.**

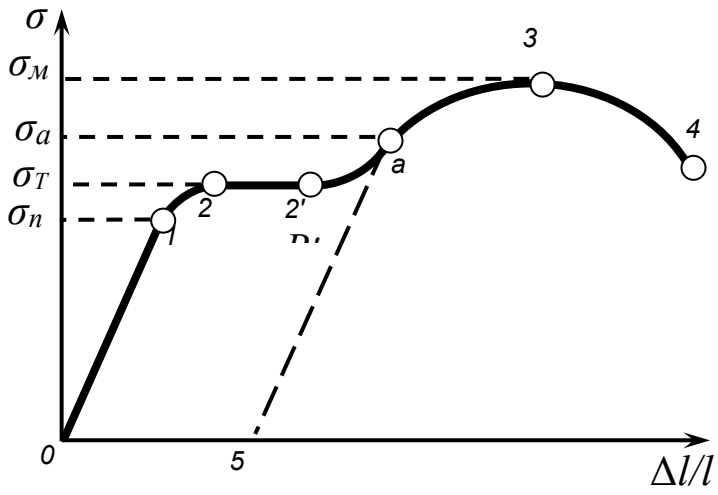


Рис. 1.1.17

Подальше збільшення напруги викликає значне зростання відносної деформації. При досягненні напруги σ_T**,** що називається **межею текучості** (точка *2*), відносна деформація зразка продовжує зростати практично без подальшого зростання напруги (ділянка *2-2´*). Іноді практично горизонтальна ділянка *2-2´* відсутня. Тоді за межу текучості приймають напругу, при якій значення $\frac{\Delta l}{l_0}$ відрізняється від лінійної залежності *O-1* на 0,002. В точці *2´* починається подальше зростання відносної деформації при збільшенні напруги. Найбільша механічна напруга, при якій ще не спостерігаються ознаки руйнування, називається **межею міцності** (точка *3*). Точка *4* відповідає розриву зразка. Якщо зразок, деформований при $\sigma_a > \sigma_n$, поступово розвантажувати, то відповідний графік піде паралельно прямолінійній ділянці кривої *O-1* і перетне вісь абсцис у деякій точці *5.* Відрізок *O-5* визначає залишкову деформацію.

Якщо межа міцності близька до межі пружності, то таке тіло називають **крихким** (наприклад, загартована сталь). Тіла, що здатні давати великі пластичні деформації, називають **пластичними**, наприклад свинцевий або цинковий дріт виявляють значні пластичні і залишкові деформації.

Хід діаграми залежить для кожного даного матеріалу від характеру його обробки, а також від тривалості дії сил. Одне і теж тіло може при короткочасній дії сил проявляти себе як крихке, а при тривалій дії, хоча б і слабких сил здатне проявляти настільки сильні пластичні деформації, що може бути названо пластичним.

1.1.3.6. Сили тертя

Сила тертя (зовнішнього) – сила, що виникає на поверхні двох твердих тіл, що контактують, і спрямована по дотичній до поверхні контакту в бік, протилежний напрямку чи можливому напрямку руху тіла. **Внутрішнє тертя** спостерігається при відносному переміщенні частин одного і того ж суцільного тіла (рідини або газу). Сили внутрішнього тертя виникають, наприклад, при русі твердого тіла в рідині чи газі.

Сила зовнішнього (сухого) тертя $\vec{F}_T$ – завжди заважає руху тіл, та спрямована паралельно до поверхні дотику тіл. Сили **тертя спокою**, або ж сили **статичного тертя** виникають між двома тілами, що стикаються, в місці контакту у випадку відсутності взаємного переміщення тіл або при спробах викликати таке переміщення. Сили **кінематичного тертя** виникають між рухомими тілами. В залежності від характеру відносного руху поверхонь тіл, що стикаються, кінематичне тертя поділяють на тертя ковзання, кочення, крутіння.

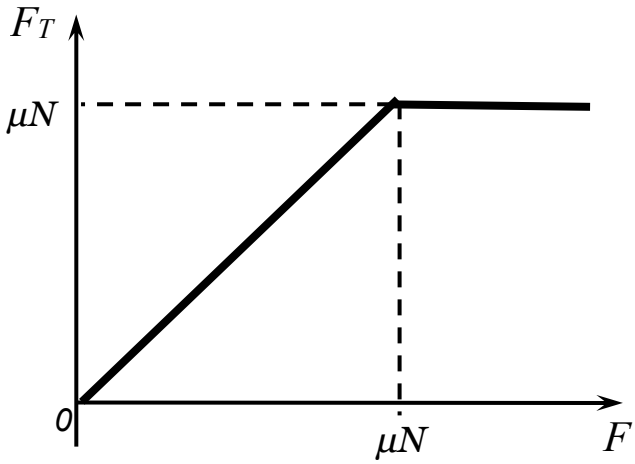


Рис. 1.1.18

Сила статичного тертя (тертя спокою) діє на нерухоме тіло, вона рівна за модулем зовнішній силі, що діє на тіло, і спрямована в протилежному до неї напрямку:

$$\vec{F}_T = -\vec{F}\ .$$

Сила тертя спокою буде збільшуватися зі зростанням величини зовнішньої сили до досягнення максимальної сили тертя спокою, що дорівнює:

$$F_{max} = \mu N\ ,$$

де μ – коефіцієнт тертя.

Силу $\vec{N}$ називають силою нормальної реакції або силою реакція опори. Сила $\vec{N}$ завжди перпендикулярна до поверхні дотику тіл.

Явище відсутності взаємного переміщення двох тіл під дією сил, що не досягають цієї максимальної сили тертя спокою, називається **явищем застою**. Воно широко використовується для передачі зусиль від одних деталей машин до інших у фрикційних муфтах, пасових передачах, стрічкових транспортерах. На цьому явищі базується рух транспорту по поверхні Землі, скріплення різних деталей гвіздками, гвинтами. Зміна співвідношення між силою тяги (автомобіля чи трактора) та величиною сили статичного тертя (наприклад, у випадку зменшення значення коефіцієнта тертя при зледенінні), може призвести до пробуксовування коліс.

Після того, як зовнішня сила стане більшою, ніж максимальна сила тертя спокою (рис. 1.1.18), тіло почне рух під дією результуючої сили, величина якої буде рівна: $F - F_T$. Сила тертя ковзання далі буде залишатись постійною і рівною максимальній силі тертя спокою. Сила тертя ковзання спрямована в бік, протилежний напрямку швидкості тіла $\vec{\upsilon}$.

На горизонтальній поверхні, якщо на тіло діє тільки сила тяжіння (рис. 1.1.19, а) сила тертя дорівнює: $F_T = \mu mg$.

Якщо тіло ковзає вздовж похилої площини вниз (рис. 1.1.19, б) рівномірно (з постійною швидкістю), або з прискоренням, то сила тертя перешкоджає руху тіла вниз, а величина її буде рівна:

$$F_T = \mu mg \cos\alpha,$$

бо реакція опори в даному випадку дорівнює складовій сили тяжіння, що притискає тіло до площини: $N = mg\cos\alpha$.

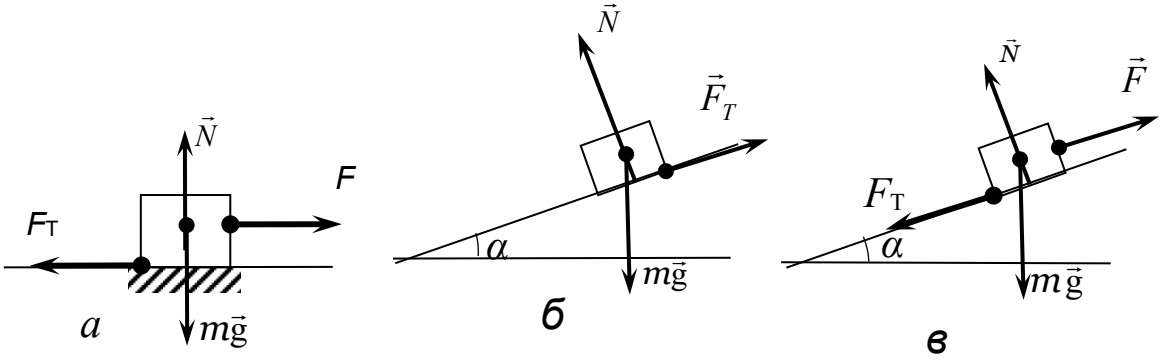


Рис. 1.1.19

Якщо тіло ковзає вздовж похилої площини вниз (рис. 1.1.19, б) рівномірно (з постійною швидкістю), або з прискоренням, то сила тертя перешкоджає руху тіла вниз, а величина її буде рівна:

$$F_T = \mu mg \cos\alpha,$$

бо реакція опори в даному випадку дорівнює складовій сили тяжіння, що притискає тіло до площини: $N = mg\cos\alpha$.

Якщо ж тіло тягнуть вздовж похилої площини вверх рівномірно або з прискоренням, то сила тертя перешкоджає руху тіла вверх, і величина її буде тією ж: $\mu mg\cos\alpha$, але її напрямок зміниться на протилежний (рис. 1.1.19, в).

Сили тертя кочення значно менші за сили тертя ковзання. Тому там, де потрібно зменшити тертя, заміняють тертя ковзання на тертя кочення (шарикопідшипники).

Силами внутрішнього тертя або силами в'язкості називаються сили, що виникають між рухомими шарами рідини або газу і заважають їх взаємному переміщенню. Сили внутрішнього тертя направлені по дотичній до поверхні шарів. Виникнення сил внутрішнього тертя можна пояснити так. Розглянемо два сусідні шари рідини (або газу), що рухаються з різними швидкостями. Хаотичний рух молекул у цих шарах відбувається безперервно. В результаті цього хаотичного руху відбувається перехід молекул з шару з більшою швидкістю в шар з меншою швидкістю і навпаки. При переході молекули переносять разом з собою імпульс свого направленого руху *mV*, внаслідок чого імпульси шарів рідини (або газу) змінюються. Таким чином, згідно з другим законом Ньютона, з боку шару, що рухається швидше, на шар, що рухається повільніше, діє прискорюючи сила, і навпаки з боку шару, що рухається повільніше, на більш швидкий шар діє гальмуюча сила. Ці сили і були названі силами внутрішнього тертя. Важливою особливістю **внутрішнього тертя є відсутність тертя спокою**. Це є причиною того, що для зменшення тертя ковзання та кочення використовують прошарок в'язкої рідини (змащення). В такому випадку кожна з твердих поверхонь безпосередньо не контактує одна з одною, тобто сухе (зовнішнє) тертя змінилось на внутрішнє. Таке тертя, що відбувається в досить товстому шарі мастила називають **гідродинамічним.** Якщо ж товщина прошарку мастила менша долі мікрона (1 мікрон =1 мкм = 10^{-6} м), то тертя називають межовим. За відсутності мастила, або коли його шар зменшується до молекулярного, відбувається сухе тертя.

Детальніше внутрішнє тертя (в'язкість) розглянуто в розділі 2.1, як одне з так званих явищ переносу (перенесення).

1.1.4. Механічна енергія та робота. Закон збереження механічної енергії

1.1.4.1. Механічна робота та потужність

Енергією називається скалярна фізична величина, яка є універсальною кількісною мірою різних форм руху матерії. Різним формам руху матерії відповідають різні види енергії. Так, механічній формі руху матерії відповідає механічна енергія, тепловій формі руху – теплова (внутрішня) енергія, тощо. Запас механічної енергії характеризує здатність тіла виконувати роботу.

Робота, яку здійснює постійна за величиною та напрямком сила $\vec{F}$ при переміщенні тіла на прямолінійній ділянці шляху S, визначається скалярним добутком вектора сили $\vec{F}$ і вектора переміщення $\vec{S}$:

$$A = (\vec{F}\,\vec{s}) = Fs\cos\alpha = F_s s, \qquad (1.1.22)$$

де α – кут між векторами сили $\vec{F}$ і переміщення; $F_s = F\cos\alpha$ – проекція сили на напрямок переміщення (рис. 1.1.20, а). Робота є скалярною величиною, вона може бути позитивною, від'ємною чи рівною нулю. Розмірність роботи в СІ є (кг·м ^{2}·с $^{-2}$), а одиницею вимірювання – 1 джоуль (1 Дж):

1 Дж = 1 Н·м = 1 кг ·м ^{2} ·с $^{-2}$.

У загальному випадку руху тіла по криволінійній траєкторії під дією **змінної сили** $\vec{F}$ знаходять елементарну роботу dA на довільному елементарному переміщенні $d\vec{r}$ (рис. 1.1.20, б). Елементарна робота дорівнює скалярному добутку вектора сили на вектор переміщення:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = F_r dr\,.$$

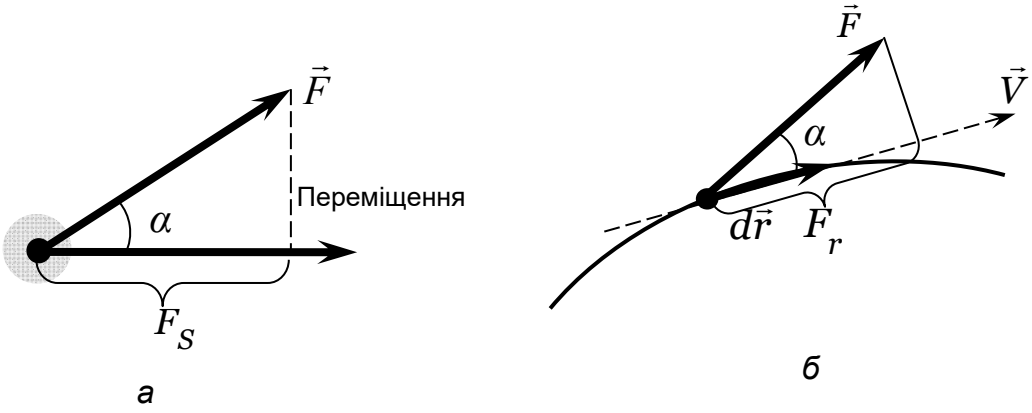


Рис. 1.1.20

Сумарну роботу A сили $\vec{F}$ на ділянці траєкторії від точки 1 до точки 2 знаходять інтегруванням:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr\,. \qquad (1.1.23)$$

Чисельно робота дорівнює площі під кривою залежності сили від переміщення. У випадку роботи постійної за величиною сили – це буде площа прямокутника $A = F_s(s_2 - s_1)$, а в довільному випадку роботи змінної сили – площі заштрихованої фігури (рис. 1.1.21 а, та б).

Консервативною називають силу, робота якої визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла на траєкторії і не залежить від форми траєкторії. Робота консервативних сил по замкненій траєкторії дорівнює нулю. Прикладом консервативних сил є сили тяжіння, сили пружності. Прикладом неконсервативних сил (дисипативних) є сили тертя (сили опору).

Робота A, яка виконується консервативними силами, визначається як міра зміни енергії системи:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1.$$

Фізична величина, яка дорівнює відношенню роботи *A* до проміжку часу t, за який ця робота виконується, називається **потужністю:**

$$P = \frac{A}{t}.$$

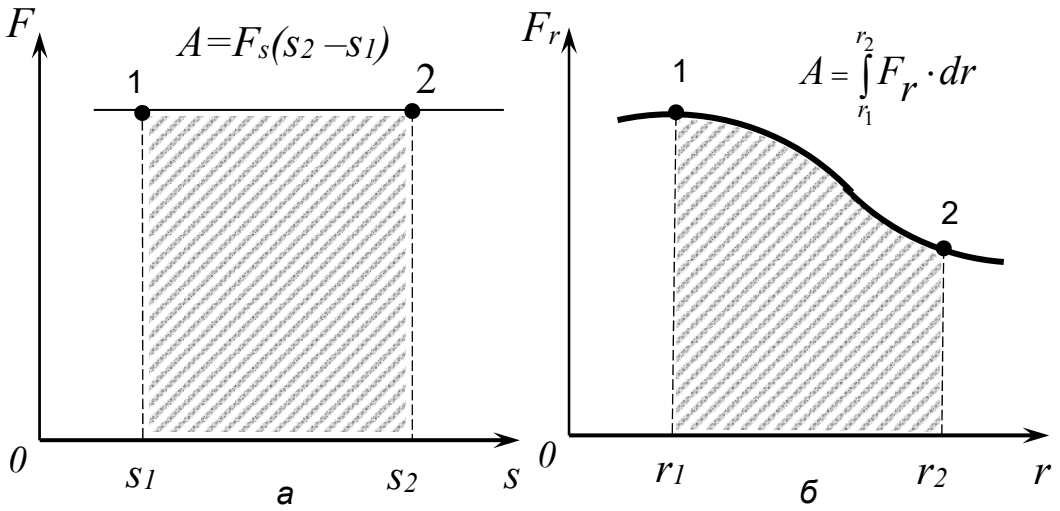


Рис. 1.1.21

Це визначення справедливе, якщо робота виконується рівномірно, тобто за рівні проміжки часу виконується однакова робота. Тоді можна виразити потужність через величини сили та швидкості руху:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_s s}{t} = F_s \upsilon = F\upsilon\cos\alpha.$$

Одиниця потужності в СІ – 1 ват (1 Вт): $1\,\text{Вт} = 1\frac{\text{Дж}}{\text{с}}$ =1 кг·м ^{2}·с $^{-3}$.

У загальному випадку можна визначити і миттєву потужність у кожній точці траєкторії:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{d(\vec{F}d\vec{r})}{dt} = \vec{F}\,\vec{\upsilon} = F\upsilon\cos\alpha. \qquad (1.1.24)$$

1.1.4.2. Кінетична і потенціальна енергія. Повна механічна енергія

У механіці розглядають два види енергії: – **кінетичну** енергію W_k (енергію руху) і **потенціальну** енергію W_p (енергію взаємодії).

Повна механічна енергія тіла (системи тіл) W складається із суми кінетичної і потенціальної енергій:

$$W_k + W_p = W. \qquad (1.1.25)$$

Кінетична енергія тіла масою m, що рухається поступально зі швидкістю V, та має імпульс p визначається за формулою:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \qquad (1.1.26)$$

Потенціальна енергія – це енергія системи взаємодіючих тіл (тіло підняте над Землею в системі "Земля - тіло") або системи взаємодіючих частинок окремого тіла (пружно деформоване тіло).Потенціальна енергія залежить від природи сил взаємодії і від конфігурації системи. Різним видам взаємодії відповідають різні формули для потенціальної енергії. Розглянемо деякі приклади потенціальної енергії різних видів взаємодій у механіці.

Потенціальна енергія пружно деформованої пружини дорівнює роботі, яку потрібно виконати, щоб деформувати пружину.

Визначимо роботу, що виконується при деформації. В області пружних деформацій для стиску та розтягу пружини виконується закон Гука $F = kx$. З визначення елементарної роботи:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

або в проекції на вісь, вздовж якої проходить розтяг чи стиск:

$$dA = F \cdot dx = kxdx.$$

Повна механічна робота буде рівна визначеному інтегралу з межами інтегрування, що рівні величинам кінцевої та початкової абсолютної деформації:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} kxdx = k\frac{x^2}{y^2}\Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}.$$ Графічно ця робота чисельно дорівнює різниці площ трикутників з основами x_2 та x_1. Очевидно, що якщо тіло в початковому стані недеформоване, то робота буде дорівнювати: $A = \frac{kx^2}{2}$. Таким чином потенціальна енергія пружно деформованої пружини, що дорівнює цій роботі дорівнює:

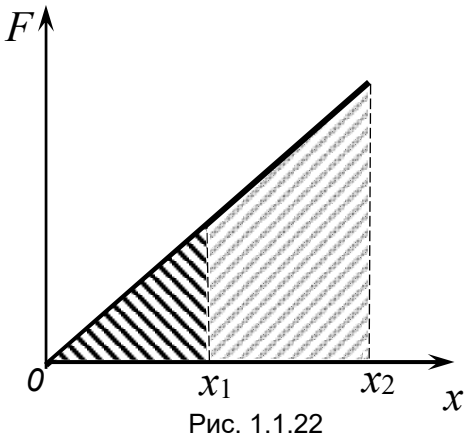


Рис. 1.1.22

$$W_n = \frac{kx^2}{2}, \qquad (1.1.27)$$

де x – величина деформації; k – коефіцієнт пружності.

Розглянемо потенціальну енергію тіла масою m, що знаходиться **в полі сил гравітації Землі**. Потенціальна енергія визначається з точністю до постійної величини. Її значення буде залежати від того, що прийняти за нульовий рівень відліку. Якщо за нульовий рівень відліку потенціальної енергії прийняти потенціальну енергію тіла на поверхні Землі $h=0$, то на висоті h над поверхнею Землі його потенціальна енергія буде рівна роботі, що виконана по переміщенню тіла на цю висоту, тобто:

$$W_n = mgh\,.$$

Ця формула дійсна за умови $h << R_3$ (R_3 – радіус Землі), бо в цьому випадку можна рахувати постійним прискорення вільного падіння.

В фізичних задачах часто приймають потенціальну енергію взаємодії (наприклад гравітаційної) рівною нулю на нескінченно великій відстані між тілами, тобто коли взаємодією двох тіл можна нехтувати. При такому виборі відліку нуля потенціальної енергії значення **потенціальної енергії гравітаційної взаємодії** матеріальних точок, що знаходяться на відстані r буде дорівнювати:

$$W_n = -G\frac{m_1 m_2}{r}\,; \qquad (1.1.28)$$

1.1.4.3. Закон збереження механічної енергії

Повна механічна енергія замкненої системи, в якій діють тільки консервативні сили, залишається сталою. З**акон збереження повної механічної енергії** можна записати так:

$$W = W_k + W_n = const. \qquad (1.1.29)$$

У замкненій системі повна механічна енергія може змінюватися лише внаслідок дії дисипативних сил (наприклад, сил тертя). Робота цих сил (дисипативних) буде рівна зміні повної механічної енергії замкненої системи, тобто:

$$\Delta(W_k + W_n) = A_{дис}\,.$$

Якщо ж в системі діють тільки консервативні сили, але система не замкнена, то робота зовнішніх сил дорівнює зміні повної енергії, тобто:

$$\Delta(W_k + W_n) = A_{зовн}\,.$$

Якщо $W = const$, то $W_к$ може зростати лише за рахунок зменшення W_n**.** Якщо W_n має мінімальне можливе значення і не може зменшуватися, то $W_к$ не зростатиме без зовнішнього впливу, тобто параметри системи змінюватися не можуть. Тому умова

$W_n = (W_n)_{min}$ є умовою механічної рівноваги системи. Говорять, що система знаходиться в стані з мінімумом потенціальної енергії.

1.1.5. Динаміка обертального руху

1.1.5.1. Момент сили

Обертальну дію сили характеризують фізичною величиною – ***моментом сили*.** **Моментом сили** M відносно осі називається фізична величина, що чисельно дорівнює добутку модуля вектора сили на плече:

$$M = F \cdot l \ , \qquad (1.1.30)$$

де l – плече сили.

Плечем сили відносно даної осі називається найкоротша відстань між віссю обертання тіла і лінією дії сили. Цей добуток називають також обертаючим моментом. Розмірність моменту $[M]$ = кг·м^2·с$^{-2}$ = Н·м. За одиницю моменту сили в СІ прийнято момент сили величиною 1 Н, відстань до напрямку дії якої від осі обертання рівна 1 м, тобто 1 Н·м.

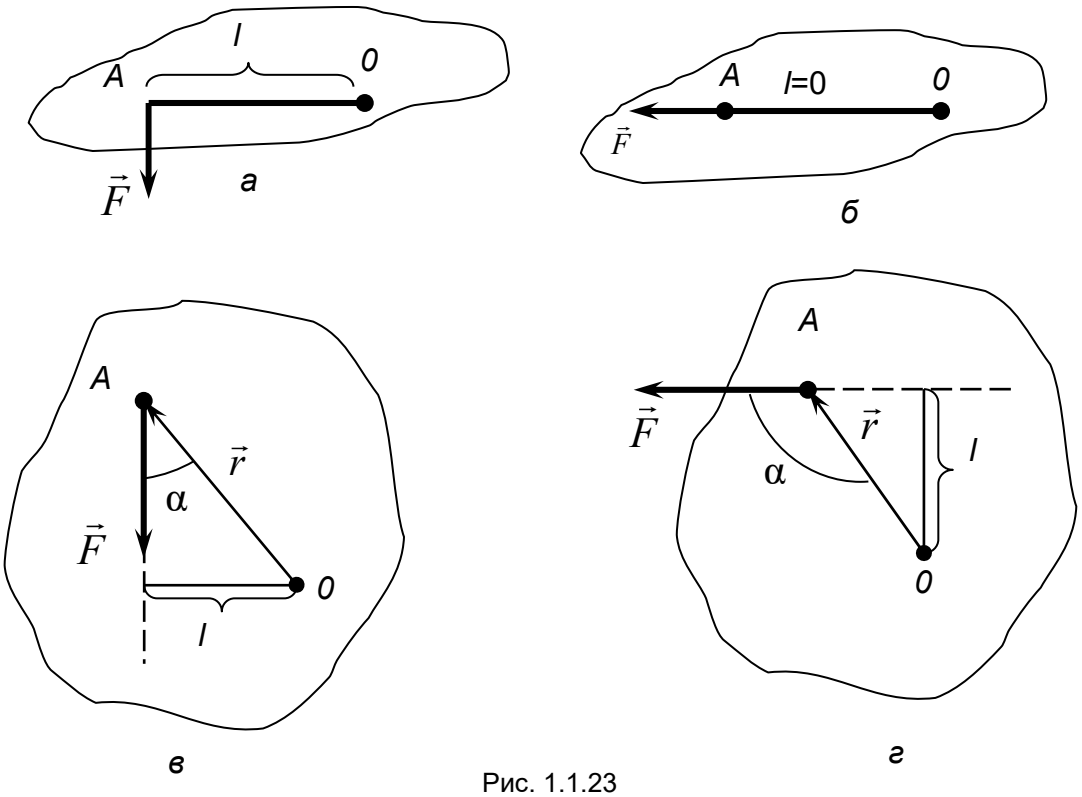


Рис. 1.1.23

Розглянемо деякі приклади. На рис. 1.1.23, а зображено тіло, яке обертається навколо осі, що проходить через точку О, перпендикулярно до площини рисунка. В точці А до тіла прикладена сила F, $\vec{r}$ – радіус – вектор точки прикладення сили. З рис. 1.1.23, б

видно, що якщо лінія дії сили проходить через вісь обертання, плече дорівнюватиме нулю і $M = 0$, тобто ця сила не буде викликати обертання тіла. З рис. 1.1.23, в та 1.1.23, г:

$$l = r \sin\alpha ,$$

тобто

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot l . \qquad (1.1.31)$$

Взагалі ж, момент сили вводиться як векторна величина. Модуль цієї величини дорівнює добутку сили на плече. Момент сили–це вектор, напрямок якого в просторі зв'язаний з обертанням (аксіальний вектор). Напрямок вектора моменту сили визначається за правилом свердлика (правого гвинта). Якщо рукоятку свердлика обертати в напрямку обертання тіла, то рух вістря буде вказувати напрямок вектора моменту сили. Вектор $\vec{M}$ направлений вздовж осі обертання (рис. 1.1.24).

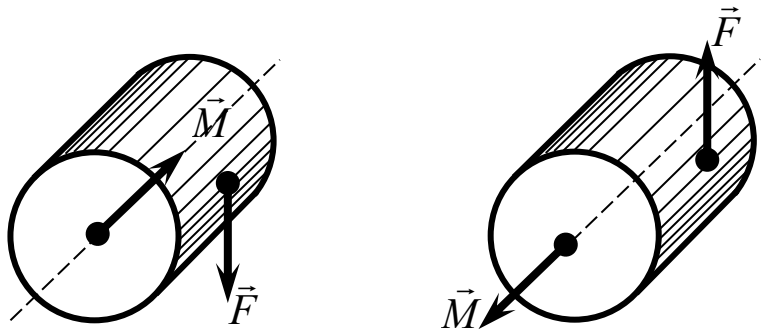


Рис. 1.1.24

Моментом сили відносно нерухомої точки *O* називається фізична величина, що визначається векторним добутком радіуса–вектора $\vec{r}$, проведеного з точки *O* в точку *A* прикладання сили, на вектор сили $\vec{F}$ (рис. 1.1.25):

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right]. \qquad (1.1.32)$$

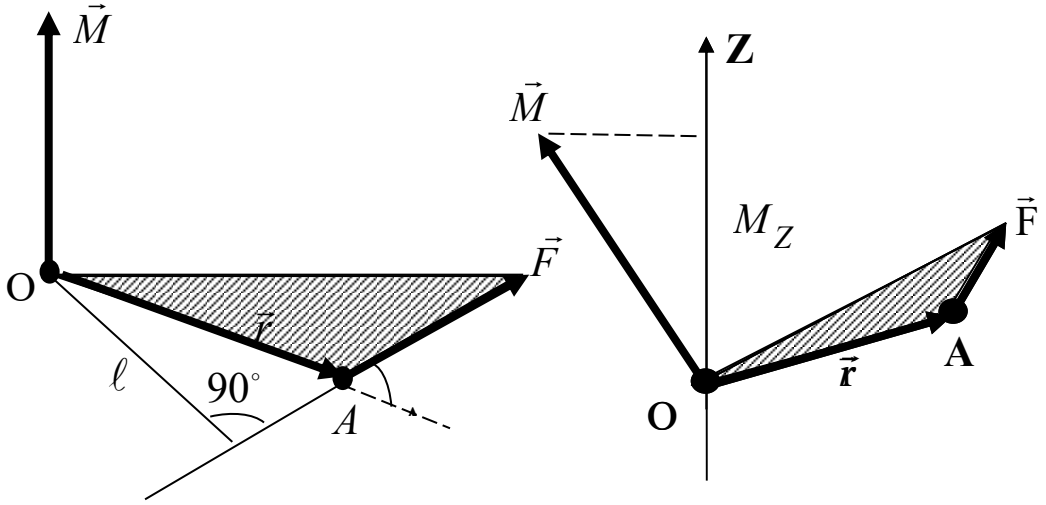


Рис. 1.1.25

Вектор моменту сили $\vec{M}$ направлений перпендикулярно до площини векторів $\vec{r}$ і $\vec{F}$. Його напрямок визначається правилом правого гвинта при його обертанні від $\vec{r}$ до $\vec{F}$. Модуль моменту сили дорівнює добутку сили F на плече l:

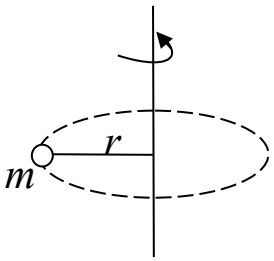
$$M = Fr\sin\alpha = Fl,$$

де α–гострий кут між векторами $\vec{r}$ і $\vec{F}$; $l = rsin\alpha$ – найкоротша відстань між лінією дії сили і точкою *O* – **плече сили.**

Моментом сили відносно нерухомої осі Z називається скалярна величина M_z, яка дорівнює проекції на цю вісь вектора моменту сили $\vec{M}$, визначеного відносно довільної точки *O*, вибраної на цій осі (рис. 1.1.25).

1.1.5.2. Момент інерції

Мірою інертності тіла при обертальному русі є характеристика обертання – **момент інерції J.**



Моментом інерції матеріальної точки масою m, що знаходиться на відстані r від осі обертання (рис. 1.1.26) називають величину:

$$J = mr^2. \qquad (1.1.33)$$

Рис. 1.1.26

Моментом інерції тіла (як системи матеріальних точок) відносно даної осі називається фізична скалярна величина, яка дорівнює сумі моментів інерції всіх матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$J = \sum J_i = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2 \ , \qquad (1.1.34)$$

де $J_i = m_i r_i^2$ момент інерції матеріальної точки відносно даної осі.

У випадку неперервного розподілу маси в тілі ця сума зводиться до інтеграла:

$$J = \int r^2 dm, \qquad (1.1.35)$$

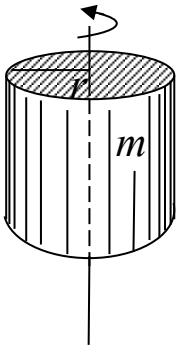
де інтегрування виконується по всьому об'єму тіла.

Наведемо приклади моментів інерцій деяких однорідних тіл правильної геометричної форми (вісь обертання проходить через центр мас).

1. Момент інерції обруча (тонкостінного циліндра) відносно осі, що проходить перпендикулярно площині обруча в центрі кола (вісь збігається з віссю циліндра):

$$J = mR^2;$$

де R–радіус обруча (циліндра);

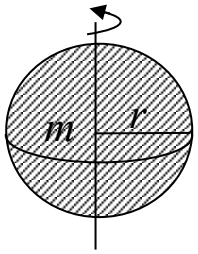


2. Момент інерції однорідного диска (або циліндра) радіусом R відносно осі, яка перпендикулярна площині диска (або циліндра) та збігається з геометричною віссю (віссю симетрії) (рис. 1.1.27):

$$J = \frac{1}{2}mr^2 . \qquad (1.1.36)$$

Рис. 1.1.27

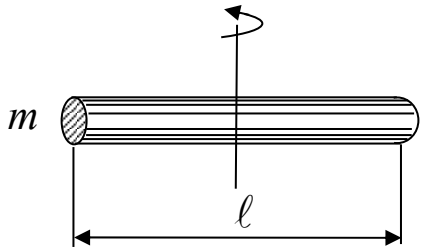
3. Момент інерції кулі (рис 1.1.28):



$$J = \frac{2}{5}mr^2 . \qquad (1.1.37)$$

Рис. 1.1.28

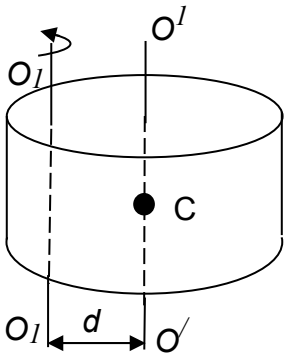
4. Момент інерції стержня довжиною l відносно осі, що проходить перпендикулярно стержню, посередині його рис. 1.1.29:



$$J = \frac{1}{12}ml^2 . \qquad (1.1.38)$$

Рис. 1.1.29

Якщо відомий момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас, то момент інерції відносно будь–якої паралельної осі визначається **теоремою Штейнера:** момент інерції J тіла відносно довільної осі дорівнює його моменту інерції J_c відносно паралельної осі, що проходить через центр мас *C* тіла плюс добуток маси тіла на квадрат відстані d між осями (рис. 1.1.30).



$$J = J_c + md^2 . \qquad (1.1.39)$$

Рис. 1.1.30

1.1.5.3. Основне рівняння динаміки обертального руху

Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі (аналог другого закону Ньютона для поступального руху) формулюється так: момент сили, що діє на тіло, дорівнює добутку моменту інерції тіла на кутове прискорення. Для поступального руху мали вираз:

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

а для обертального руху (враховуючи аналогії сила – момент сили; маса – момент інерції; прискорення – кутове прискорення) будемо мати:

$$\vec{M} = J\vec{\beta}\ . \qquad (1.1.40)$$

Цей вираз легко вивести (для часткового випадку), якщо розглянути рух матеріальної точки масою m по коловій траєкторії радіуса r під дією сили F, що напрямлена по дотичній до траєкторії руху. Другий закон Ньютона можна записати (для модуля сили):

$$F = ma_\tau, \qquad (1.1.41)$$

де a_τ – тангенціальне прискорення, якого набуває матеріальна точка під дією сили F.

Оскільки a_τ і β пов'язані співвідношенням:

$$a_\tau = \beta\ r,$$

то підставимо цей вираз в (1.1.41), та помножимо обидві частини формули на r:

$$Fr = m\beta r\, r$$

Оскільки сила напрямлена по дотичній, то радіус буде відігравати роль плеча сили F:

$$M = F\, r.$$

Тут величина $mr^2 = J$ – момент інерції матеріальної точки відносно осі OO'.

Таким чином отримаємо частковий випадок (1.1.40):

$$M = J\beta$$

Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі записується так:

$$M_Z = J_Z\beta\ , \qquad (1.1.42)$$

де M_Z – момент сили відносно осі Z; J_Z – момент інерції тіла відносно осі Z; $\beta = d\omega/dt$ – кутове прискорення тіла.

Якщо вісь Z збігається з головною віссю інерції тіла, яка проходить через центр мас, то має місце векторна рівність (1.1.42):

$$\vec{M} = J\vec{\beta} \ .$$

1.1.5.4. Робота та енергія при обертальну русі

При повороті тіла на кут $d\varphi$ робота дорівнює:

$$dA = Md\varphi. \qquad (1.1.43)$$

При зміні кута обертання від 0 до φ повна робота дорівнює:

$$A = \int_0^{\varphi} Md\varphi = M\varphi$$

Потужність при обертальному русі:

$$P = \frac{dA}{dt} = M\frac{d\varphi}{dt} = M\omega. \qquad (1.1.44)$$

Розглянемо, чому дорівнюватиме кінетична енергія твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі. Якщо матеріальна точка масою m рухається по коловій орбіті радіусом r з лінійною швидкістю V, то її кінетична енергія дорівнюватиме:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Величини кутової та лінійної швидкості зв'язані співвідношенням:

$$\upsilon = \omega r,$$

тому кінетична енергія матеріальної точки, що обертається по коловій орбіті радіусом r можна записати:

$$W_k = \frac{m\omega^2 r^2}{2}.$$

Оскільки $mr^2 = J$, тобто момент інерції матеріальної точки, то:

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}$$

Якщо розглянути тверде тіло, що обертається навколо осі OO^1, то для одержання формули для визначення кінетичної енергії обертального руху твердого тіла треба розбити це тіло на матеріальні точки. Сума кінетичних енергій обертального руху матеріальних точок дасть величину кінетичної енергії обертального руху тіла відносно OO^1 :

$$W_k = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} J = \frac{J\omega^2}{2},$$

де J – момент інерції тіла відносно осі OO^1. Таким чином, кінетична енергія тіла, що обертається:

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2} \qquad (1.1.45)$$

Згідно з законом збереження енергії та (1.1.42) отримаємо:

$$dA = M \cdot d\varphi = J \cdot \beta \cdot d\varphi = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot d\varphi = J \cdot \omega \cdot d\omega = d\left(\frac{J \cdot \omega^2}{2} \right) = dW_k,$$

або

$$dA = d\left(\frac{J \cdot \omega^2}{2} \right) = dW_k. \qquad (1.1.46)$$

Таким чином, елементарна зміна кінетичної енергії тіла дорівнює елементарній роботі зовнішніх сил.

Розглянемо тіло, що рухається поступально та при цьому ще і обертається. **Повна кінетична енергія тіла**, рух якого складається з поступального руху центра мас та обертального руху навколо осі, що проходить через центр мас і має незмінний напрям у просторі, **дорівнює сумі кінетичних енергій поступального і обертального рухів**:

$$W = \frac{m v_0^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \qquad (1.1.47)$$

де V_0 – лінійна швидкість центра мас тіла; J – момент інерції тіла відносно осі обертання, що проходить через центр мас тіл.

1.1.5.5. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу

Момент імпульсу матеріальної точки відносно будь – якої осі Z визначається:

$$L_Z = mvr = mr^2\omega = J_Z\omega,$$

де L_z та J_z – проекція моменту імпульсу і величина моменту інерції відносно осі Z.

Момент імпульсу твердого тіла L_z відносно нерухомої осі Z – фізична величина, яка дорівнює добутку моменту інерції тіла на його кутову швидкість:

$$L_z = J_z\omega. \qquad (1.1.48)$$

У випадку обертання тіла навколо нерухомої осі, що проходить через його центр мас, момент імпульсу в векторній формі визначається за формулою:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \qquad (1.1.49)$$

Швидкість зміни моменту імпульсу матеріальної точки дорівнює векторній сумі моментів сил, що діють на точку.Тоді основний закон динаміки обертального руху тіл може бути записано у виді:

$$M_Z = \frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = \ = J\beta, \qquad (1.1.50)$$

де M_Z - проекція моменту сили на вісь z ; β – кутове прискорення.

Визначення вектора моменту імпульсу дозволяє записати **основне рівняння** динаміки обертального руху у більш загальній формі, подібній до рівняння Ньютона для поступального руху:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = J\vec{\beta} \qquad (1.1.51)$$

Момент імпульсу є аналогом імпульсу при обертальному русі, а момент сили – аналогом сили при обертальному русі.

Для замкнутої системи векторна сума моментів зовнішніх сил дорівнює нулю $\vec{M} = 0$. Тоді:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = 0, \qquad (1.1.52)$$

а значить

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = const. \qquad (1.1.53)$$

Закон збереження моменту імпульсу (моменту кількості руху): момент імпульсу (момент кількості руху) замкнутої системи не змінюється з часом (є величиною сталою).

Закон збереження моменту імпульсу для системи тіл:

При відсутності моментів зовнішній сил сума моментів імпульсів n тіл, що входять в систему (повний момент імпульсу) не змінюється з часом.

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} J_i \vec{\omega}_i = const.$$

У замкнутій системі можна змінювати швидкість обертання, змінюючи момент інерції, тобто змінюючи розподіл, розміщення маси тіл в системі, або розподіл маси в самому тілі.

1.1.6. Елементи статики

1.1.6.1. Перша умова рівноваги

Розділ механіки, в якому вивчаються умови рівноваги тіл, називається статикою. Рівновага тіл – це стан механічної системи, в якому тіла залишаються нерухомими відносно обраної системи відліку. З відносності руху та першого закону Ньютона випливає, що рівновага – це рух по інерції. Матеріальна точка (тіло) знаходиться в **стані спокою або прямолінійного рівномірного руху**, якщо на нього не діють інші тіла, або їх

дія скомпенсована. Цей стан – це рух по інерції. Використовуючи поняття кінематики, запишемо це так:

$$\vec{\upsilon} = const, \vec{a} = 0. \qquad (1.1.54)$$

Перша умова рівноваги тіла (за відсутності осі обертання): тіло знаходиться у рівновазі, якщо векторна сума сил, прикладених до тіла (рівнодійна всіх прикладених до тіла сил), дорівнює нулю.

У векторній формі це можна записати так:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0, \qquad 1.1.55)$$

або в проекції на довільну вісь *x*: алгебраїчна сума проекцій сил, прикладених до тіла (на довільну вісь), дорівнює нулю:

$$\sum \vec{F}_{ix} = 0. \qquad (1.1.56)$$

1.1.6.2. Друга умова рівноваги тіла, що має вісь обертання

(умова рівноваги тіла, що може обертатись навколо виділеної осі)

Якщо момент сили вважати алгебраїчною величиною, то моменти сил, які обертають тіло за годинниковою стрілкою, приймають зі знаком „+", а моменти сил, які обертають тіло проти годинникової стрілки зі знаком „**-**". Умова рівноваги: **тіло знаходиться у рівновазі тоді, коли алгебраїчна сума моментів сил, які прикладені до тіла, дорівнює нулю.**

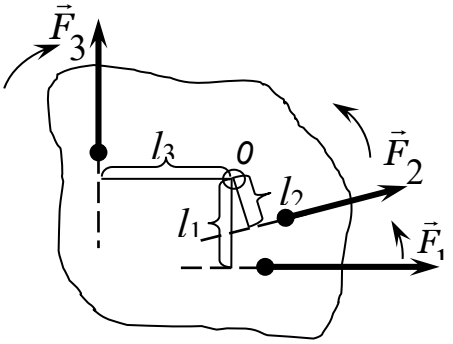


Рис. 1.1.31

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0. \qquad (1.1.57)$$

Наприклад, на рис. 1.1.31 показано тіло, до якого прикладено три сили, що можуть обертати його навколо осі, яка проходить через точку О. Вісь перпендикулярна до площини рисунка. Моменти цих сил з врахуванням знака будуть:

$$M_1 = F_1 l_1 < 0,$$

$$M_2 = F_2 l_2 < 0,$$

$$M_3 = F_3 l_3 > 0.$$

Умова рівноваги для цього конкретного випадку буде:

$$M_3 = M_1 + M_2,$$

або

$$M_3 - M_1 - M_2 = 0.$$

Центр мас – точка перетину напрямків дії тих сил, що призводять до поступального руху тіла (без обертання). Для симетричних однорідних тіл (що мають однакову густину)

центр мас завжди збігається з центром симетрії. Наприклад, центр мас однорідної кульки – це геометричний центр кульки.

Центр ваги – точка прикладення сили тяжіння $m\vec{g}$, що діє на тіло. Якщо довільне тіло розбити на n матеріальних точок, сили тяжіння яких будуть $\Delta m_i \vec{g}$ (i=1, 2 , 3, n), то результуюча сила всіх цих сил $\Delta m_i \vec{g}$ за величиною дорівнюватиме $m\vec{g}$, а точкою прикладення цієї результуючої буде центр ваги.

В однорідному полі тяжіння центр ваги і центр мас збігаються.

Прості механізми – це механічні пристрої, що використовуються для перетворення сил. „Золоте правило механіки" (при використанні простих механізмів) – у скільки разів виграємо в силі, у стільки разі програємо у відстані та навпаки.

Важіль – найпростіший механізм, який дозволяє меншою силою зрівноважити більшу. Важіль – це тверде тіло, що може обертатися навколо осі. Положення осі задає опора. Якщо обидві сили прикладені з одного боку від опори, то **важіль називається однобічним**, а якщо опора розташована між точками прикладення сил, то – **двобічним** (рис. 1.1.32, а та 1.1.32, б, відповідно).

Умова рівноваги важеля :

$$F_1 \, l_1 = F_2 \, l_2 \, .$$

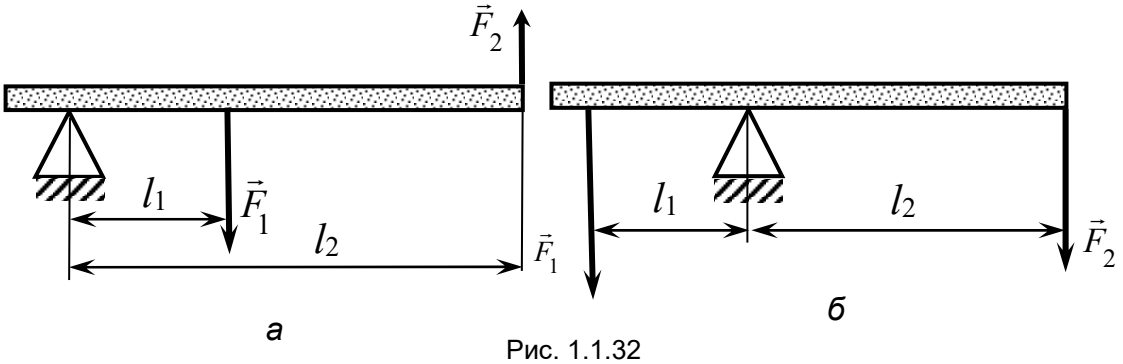


Рис. 1.1.32

Прикладом простих механізмів є **блок**. Нерухомий блок (рис. 1.1.33, а) виграшу в силі не дає $(F_1 = F_2)$, змінюється лише напрямок дії сили.

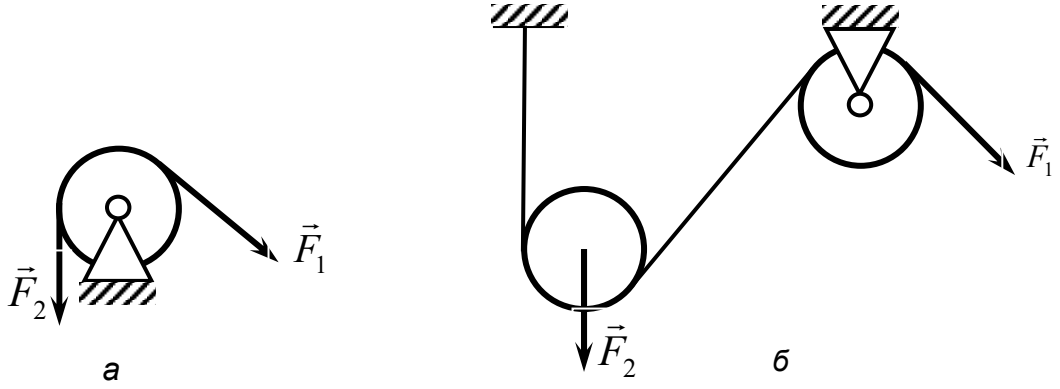


Рис. 1.1.33

Комбінація рухомого і нерухомого блоків (рис. 1.1.33, б), крім зміни напрямку дії сили, дає виграш у силі при програші у відстані:

$$F_2 = 2\,F_1; \qquad s_1 = 2\,s_2.$$

Види рівноваги представлено на прикладі рівноваги кульки (рис. 1.1.34).

Стійка рівновага (рис. 1.1.34, а) характеризується тим, що при малому відхиленні тіла від положення рівноваги виникає рівнодійна сил, прикладених до тіла, яка повертає його в положення рівноваги. В випадку **нестійкої рівноваги** (рис. 1.1.34, б) будь – яке відхилення тіла від положення рівноваги призводить до втрати цього положення.

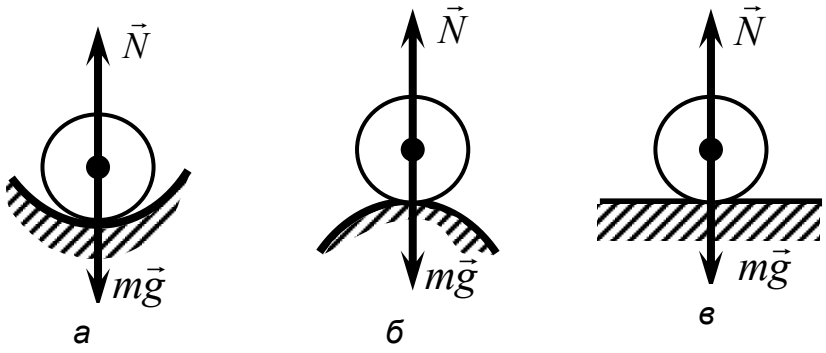


Рис. 1.1.34

У випадку **байдужої рівноваги** (рис. 1.1.34, в) при малому відхиленні тіло залишається в положенні рівноваги. У положенні стійкої рівноваги тіло має мінімальний запас потенціальної енергії. При виведенні тіла з цього положення його потенціальна енергія зростає. Якщо роботу над тілом здійснює тільки сила тяжіння, то в положенні стійкої рівноваги центр тяжіння знаходиться на мінімальній висоті.

Для забезпечення стійкості тіла вертикаль, проведена з центра ваги, повинна проходити всередині фігури, яку утворюють на площині опори тіла.

1.1.7. Елементи статики та динаміки рідин та газів

1.1.7.1. Тиск. Закон Паскаля

Тиск газу створюється ударами молекул газу на стінки посудини. Цей тиск збільшується зі зменшенням об’єму для даної маси газу при постійній температурі. В закритій посудині для даної маси газу тиск тим більший, чим вища температура газу. Детально це аналізується в молекулярній фізиці, де розглядаються дослідні газові закони, а також пояснюється створення тиску газом з точки зору молекулярно – кінетичної теорії ідеального газу.

Головна відміна рідин та газів від твердих тіл полягає в їх **текучості**, завдяки чому рідкі та газоподібні тіла набирають форму тої посудини чи русла, в якому вони знаходяться. В статиці та динаміці рідин та газів не розглядається їх внутрішня будова (про це буде йти мова в наступному модулі). Будемо вважати їх суцільними середовищами, що постійно наповнюють обмежену посудиною область простору.

Внаслідок явища текучості діючі на такі середовища зовнішні сили створюють тиск, який направлений у всі сторони, а не тільки по лінії дії вектора зовнішньої сили, як у твердих тілах.

Якщо зовнішній тиск не призводить до зміни густини рідини чи газу, то їх в деякому приближенні можна вважати **нестисливими.** Звичайно, рідини значно краще підкоряються цій моделі, ніж гази.

При русі реальної рідини необхідно враховувати наявність сил **внутрішнього тертя (в'язкості)**, обумовлених взаємодією між молекулами рідини. Якщо, однак, сили внутрішнього тертя малі порівняно з зовнішніми силами, то ними можна знехтувати і вважати рідину нев'язкою. Уявну нестисливу, нев'язку рідину називають ідеальною рідиною. Близькими до моделі ідеальної рідини можна вважати воду, спирт, ефір, ацетон.

Тиск – фізична величина, яка дорівнює відношенню сили, що діє перпендикулярно (нормально) до поверхні, до площі цієї поверхні:

$$p = \frac{F}{S}. \qquad (1.1.58)$$

Розмірність тиску в СІ буде: $[p]$ = кг·м$^{-1}$·с$^{-2}$. Одиниця тиску в системі СІ – паскаль - 1 Па = 1 Н/м^2= 1 кг·м$^{-1}$·с$^{-2}$.

Позасистемні одиниці, якими ще часто користуються:

1 бар = 10 ^{5} Па;

1 мм. рт. ст. = 133,2 Па;

1 атм (фізична атмосфера) = 1,013 · 10 ^{5} Па.

1 ат (технічна атмосфера) =0,98 · 10 ^{5} Па.

Тиск в 760 мм рт. ст. відповідає нормальному атмосферному тиску. В деяких випадках буває зручно цей тиск приймати за нульову точку відліку. В фізіології, наприклад, часто говорять про позитивний тиск (в кровоносній системі) і негативний тиск. Наприклад, в аорті людини нормальним є позитивний тиск 120 мм рт. ст., що з врахуванням атмосферного тиску, складає 880 мм рт. ст. У вені людини при вході тиск негативний, і дорівнює 5 мм рт. ст., або з урахуванням атмосферного тиску, 755 мм рт. ст.

Закон Паскаля (1663 р.): зовнішній тиск, що діє на газ або рідину, що знаходиться в закритій посудині, передається в кожну точку рідини або газу без змін. Таким чином, тиск в рідині або газі, створений зовнішніми силами, передається в рідині однаково у всіх напрямках.

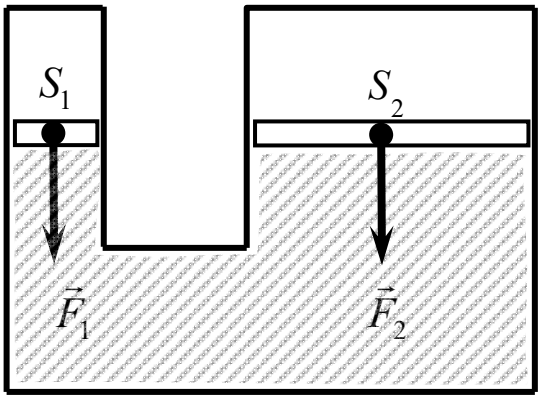


Рис. 1.1.35

Гідростатичний тиск рідин і газів зумовлений дією на них сили тяжіння в полі сил гравітації. Цей тиск рідини на дно посудини залежить лише від густини і висоти стовпа рідини :

$$p = \rho g h . \qquad (1.1.59)$$

Закон сполучених посудин: у відкритих сполучених посудинах рівень однієї і тієї ж рідини однаковий.

Гідравлічні машини – машини, дія яких ґрунтується на законах руху і рівноваги рідини.

Схема **гідравлічного прес**а наведена на рис. 1.1.35 Сили, що діють на поршні, прямо пропорційні їх площам: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$.

Механізми, в яких рідину замінено стисненим газом, називають пневматичними. Закон Паскаля справедливий і для пневматичних механізмів.

1.1.7.2. Атмосферний тиск

Атмосфера – повітряна оболонка, яка оточує Землю. Шари повітря навколо Землі завдяки силам гравітації на кожній висоті знаходяться в різних умовах. Ці умови залежать від висоти стовпа атмосфери над даним рівнем, тобто висоти над поверхнею Землі. Тиск, обумовлений вагою товщі повітря (повітряного стовпа атмосфери), називається атмосферним. Очевидно, що цей тиск зменшується зі збільшенням висоти над поверхнею Землі.

Атмосферний тиск – це **гідростатичний тиск стовпа атмосфери** на даній висоті над рівнем поверхні Землі (над рівнем моря).

Тиск ртутного стовпчика заввишки 760 мм при температурі 0 °С називають нормальним атмосферним тиском (1 фізична атмосфера, позначається 1 атм). 760 мм рт. ст. відповідає $1{,}013 \cdot 10^5$ Па. Це є результатом відомого з шкільної програми досліду Торічеллі. Таким чином, позасистемна одиниця 1 мм рт. ст. буде дорівнювати в одиницях СІ $1/760 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5$ Па = 133,2 Па.

1.1.7.3. Закон Архімеда

Коли тіло занурено в рідину, то верхні та нижні частини тіла знаходяться в різних умовах, внаслідок того, що гідростатичний тиск на нижні частини тіла буде завжди більшим, ніж на верхні. Таким чином, буде створюватись різниця тисків, направлена вертикально вверх. Ця різниця тисків є причиною виникнення виштовхувальної сили або сили Архімеда. На тіло, занурене в рідину або газ, діє виштовхувальна сила, направлена вертикально вверх, яка чисельно дорівнює вазі рідини в об'ємі зануреної частини тіла:

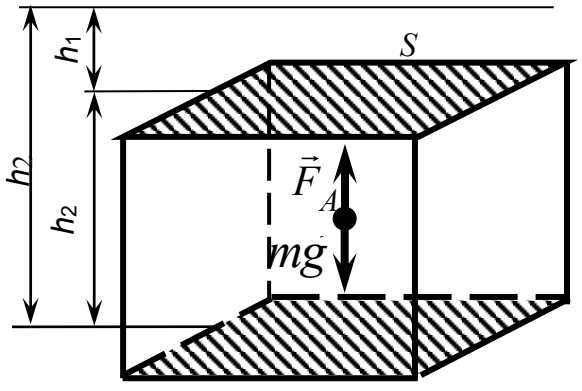


Рис. 1.1.36

$$F_A = \rho_p\, gV, \quad (1.1.60)$$

де $\rho_{\text{р}}$ – густина рідини; V – об'єм тіла; g – прискорення вільного падіння.

Розглянемо виникнення виштовхувальної сили на прикладі тіла, зануреного в рідину так, як показано на рис. 1.1.36. Гідростатичний тиск, що за законом Паскаля передається в довільну точку рідини без зміни, буде створювати на рівні нижньої площини тіла тиск:

$$P_2 = \rho_{\text{р}}\, g h_2;$$

а на рівні верхньої площини тіла тиск:

$$P_1 = \rho_{\text{р}}\, g h_1.$$

Сили, що прикладені до нижньої та до верхньої площин будуть дорівнювати:

$$F_2 = \rho_{\text{р}}\, g h_2 S \qquad \text{та} \qquad F_1 = \rho_{\text{р}}\, g h_1 S,$$

відповідно. Тому, різниця цих сил і буде силою Архімеда, що за напрямком направлена вертикально вверх, а чисельно дорівнює:

$$F_A = \rho_p\, g(h_2 - h_1)S, \qquad \text{або} \qquad F_A = \rho_p\, g V.$$

Закон Архімеда справедливий не лише для рідин, а й для газів. Звичайно, оскільки густина газів при звичайних умовах на кілька порядків менша за густину рідин, то і сила Архімеда в газах буде відповідно менша. Як правило, в задачах, коли частина тіла знаходиться в рідині, а частина в повітрі (газі) силою Архімеда в повітрі (газі) нехтують.

Тіло плаває всередині рідини (знаходиться в стані байдужої рівноваги), якщо сила Архімеда зрівноважує силу тяжіння (рис. 1.1.37):

$$\vec{F}_A = m\vec{g}\,.$$

Оскільки сила Архімеда дорівнює

$$F_A = \rho_p\, g V,$$

а силу тяжіння можна розписати, виразивши масу через густину, як:

$$mg = \rho_T\, g V\,,$$

то умовою плавання тіла всередині рідини (байдужа рівновага) буде:

$$\rho_T = \rho_p\,.$$

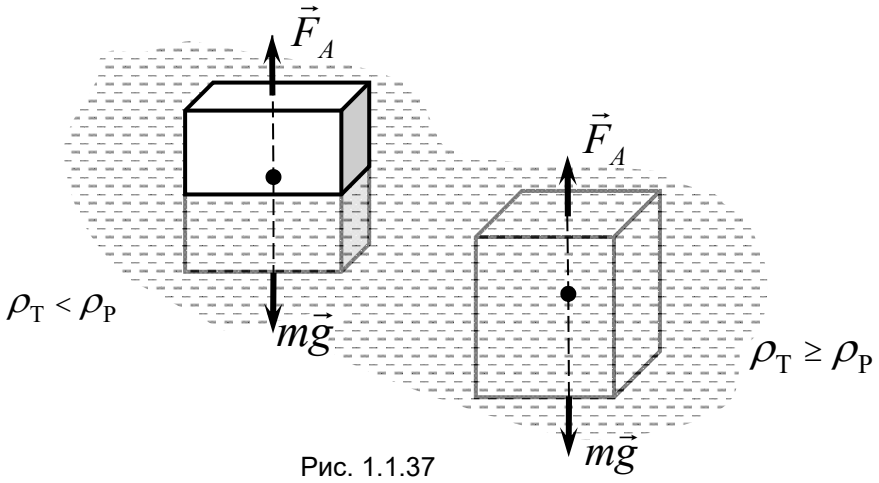


Рис. 1.1.37

Якщо густина тіла буде більшою за густину рідини, то тіло буде опускатись вниз. Якщо ж густина тіла буде меншою за густину рідини, то тіло буде частково спливати.

1.1.7.4. Стаціонарний потік ідеальної рідини. Рівняння нерозривності потоку

Потоком називається рух сукупності частинок рідини чи газу. В зв'язку з тим, що в рідині рухається величезна кількість частинок, дослідження руху кожної окремої частинки створює величезні труднощі. В гідродинаміці застосовують запропонований Ейлером метод дослідження потоку, що ґрунтується на спостережені за швидкостями, які мають в даний момент часу будь-які частинки, що проходять фіксовану точку простору. Щоб мати уявлення про потік, необхідно знати величини і напрямки векторів швидкості в кожній точці потоку. Сукупність векторів швидкості, заданих для всіх точок потоку, утворюють поле вектора швидкості, яке зображується за допомогою лінії струму аналогічно тому, як зображується електричні і магнітні поля з допомогою силових ліній або ліній індукції. **Лініями струму (лініями потоку)** називаються криві, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора в цій точці. Прийнято креслити лінії струму так, щоб густина їх, тобто число ліній, що проходять через 1 м^2 перетину потоку, співпадали з величиною вектора швидкості в даному місці потоку. Лінії потоку можна спостерігати, якщо в рідину, що тече, вливати тонкі струмені фарби. Струмені фарби, рухаються з частинками рідини, мають таку ж швидкість, що і частинки рідини, а значить, дають картину розподілу ліній струму. Якщо розподіл швидкостей в потоці не змінюється з часом і кожна частинка в даному місці потоку має таку ж швидкість, що мали до неї всі частинки, що пройшли дану точку потоку, то такий потік називається стаціонарним. В стаціонарному потоці поверхня, утворена лініями потоку, утворює трубку потоку (струмінь), через бокову поверхню якого частинки рідини, що, знаходяться в середині трубки, вийти не можуть, так як швидкості частинок направлені по дотичній до бокової поверхні трубки. Тому вся рідина, що пройшла через один переріз трубки, повинна пройти й через інший її переріз. Розглянемо трубку потоку настільки вузьку, що швидкість рідини у всіх точках одного і того ж перерізу трубки можна вважати однаковою. Кількість рідини, що проходить через переріз трубки S_1 за час Δt, дорівнює кількості рідини, закритій в об'ємі циліндра, площа основи якого S_1, а висота дорівнює відстані пройденій рідиною через цей перетин за час Δt, тобто $v_1 \Delta t$ (рис. 1.1.38).

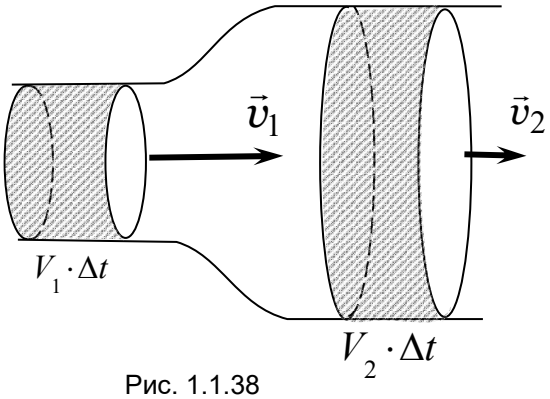


Рис. 1.1.38

Якщо густина рідини рівна ρ_1, то маса рідини, що пройшла через перший переріз, дорівнює

$$\Delta m_1 = \rho_1 S_1 v_1 \Delta t.$$

Через інший довільний переріз пройде, аналогічно, маса рідини рівна:

$$\Delta m_2 = \rho_2 S_2 v_2 \Delta t.$$

Ці маси рідини за один і той же відрізок часу Δt при стаціонарному потоці будуть рівними, тому:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 .$$

Якщо рідина нестислива, то $\rho_1 = \rho_2$ і рівність набере виду:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 ,$$

або для довільного перерізу:

$$Sv = const. \qquad (1.1.61)$$

Це рівняння називається **рівнянням нерозривності потоку** і свідчить, що у вузькій частині потоку швидкість рідини більша, ніж у широкій. Звідси випливає, що при переході з широкої частини потоку у вузьку рідина рухається з прискоренням, отже, в широкій частині потоку, в відповідності з законом Ньютона, тиск більший, ніж у вузькій його частині. Таким чином, у місцях звуження потоку тиск знижений.

Величина Sv, чисельно рівна об'єму рідини, що протікає за одиницю часу через переріз потоку, називається об'ємною витратою рідини. Вимірюється витрата в м^3/с. Із рівняння (1.1.61) випливає, що витрата рідини в межах одного потоку постійна. Так, річка має постійну витрату в різних своїх частинах до того часу, поки в неї не вливаються притоки. При розгалуженнях потоку сумарні витрати у всіх розгалуженнях залишаються постійними. Так, витрата крові, що протікає через аорту, дорівнює витраті крові у венах.

1.1.7.5. Тиск в потоці рідини. Рівняння Бернуллі

Тиск, що створений стовпом атмосфери (атмосферний тиск) та стовпом рідини на глибині h (гідростатичний тиск), дорівнює:

$$p = p_0 + \rho g h,$$

де ρ – густина рідини, p_0 – атмосферний тиск.

Таким чином можна визначити тиск на глибині h нерухомої рідини. В рідині, що рухається, виникає додатковий тиск, зумовлений кінетичною енергією потоку. Розглянемо трубку змінного перерізу, зігнуту так, що різні її частини знаходяться на різних висотах h_1 і h_2 від довільно вибраного горизонтального рівня $h=0$. Нехай рідина поступає в переріз 1 трубки під тиском p_1. Тиск рідини p_2 в перерізі 2 трубки заважає її руху та направлений в сторону протилежну тиску p_1.

Рідина масою Δm , що протікає в перерізі 1, має потенціальну енергію:

$$W_{n1} = \Delta m g h_1 = \rho S_1 v_1 \Delta t g h_1$$

та кінетичну енергію:

$$W_{к1} = \frac{\Delta m v_1^2}{2} = \frac{1}{2}\rho S_1 v_1 \Delta t v_1^2$$

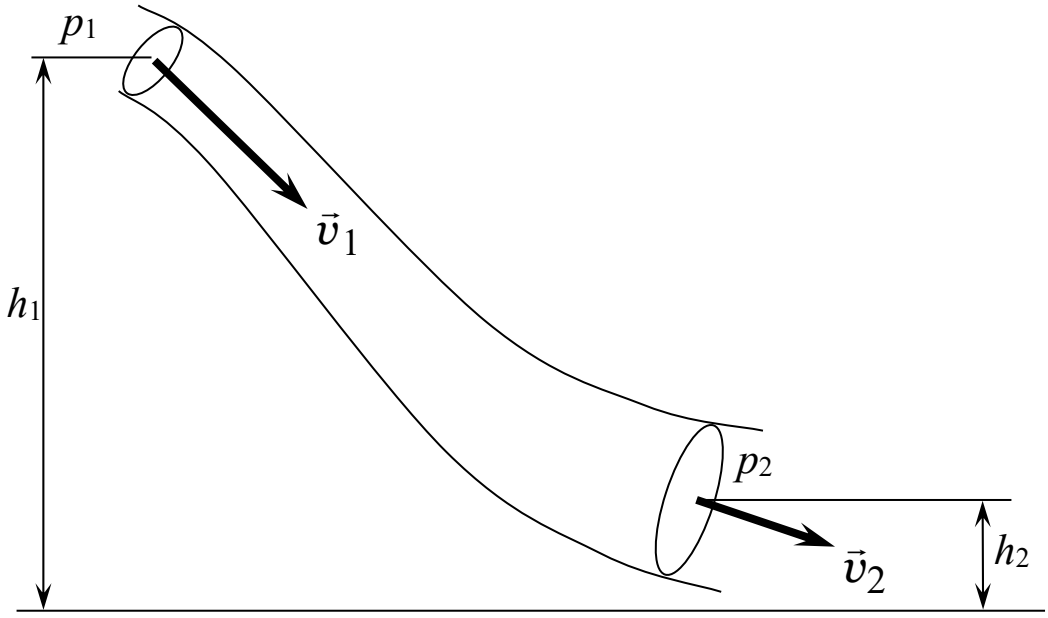


Рис. 1.1.39

Такі ж вирази (з індексами 2) можна записати для потенціальної і кінетичної енергії тієї ж маси рідини в перерізі 2.

Зміна повної енергії виділеної маси рідини при переході її з перерізу 1 в 2 буде рівна :

$$\Delta W = (W_{к2} - W_{к1}) + (W_{п2} - W_{п1}) =$$
$$\frac{1}{2}\rho \Delta t (S_2 v_2^3 - S_1 v_1^3) + \rho g \Delta t (S_2 v_2 h_2 - S_1 v_1 h_1) \qquad (1.1.62)$$

Зовнішні сили, що діють в перерізі 1, направлені в сторону переміщення рідини і здійснюють позитивну роботу. Зовнішні сили, що діють в перерізі 2 направлені проти переміщення рідини і здійснюють негативну роботу. Повна робота зовнішніх сил дорівнює :

$$A = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t \qquad (1.1.63)$$

Оскільки робота зовнішніх сил дорівнює зміні повної енергії даної маси рідини, то можна записати, що:

$$A = \Delta W .$$

Підставимо в цю рівність вирази (1.1.62) та (1.1.63). Після скорочення на $S_1 v_1 \Delta t$ та $S_2 v_2 \Delta t$ (бо $S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2$) , отримаємо :

$$\rho g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2$$

або:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^{\,2}}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 \qquad (1.1.64)$$

Цю рівність можна записати для довільного перерізу у виді:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = const \ . \qquad (1.1.65)$$

Це рівняння було виведене у 1738 році Д. Бернуллі. Рівняння Бернуллі дозволяє обчислювати зміни тиску із змінами висоти і швидкості потоку рідини. Тричлен, що стоїть в лівій частині рівняння (1.1.65), являє собою величину повної механічної енергії , що міститься в одиниці об'єму рідини. Внаслідок закону збереження енергії, ця величина залишається постійною в любій частині потоку, і тому рівняння Бернуллі можна розглядати, як частковий випадок закону збереження енергії. Однак це рівняння може бути розтлумачене по іншому . Складові цього рівняння мають розмірність тиску . Упевнимось на цьому прикладі другого члена :

$$\left[\frac{1}{2}\rho v^2\right] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг м}}{\text{с}^2}/\text{м}^2 = \text{Н}/\text{м}^2 = \text{Па}.$$

Тиск p називають **статичними**, бо він не зв'язаний з рухом рідини. Тиск $\rho v^2 / 2$, зумовлений рухом рідини, називають **динамічним.** Тиск $\rho g h$ називається **гідростатичним.** Можна сказати, що повний тиск, що дорівнює сумі статичного, динамічного та гідростатичного тисків, в любій точці потоку є величиною постійною.

Тиск в потоці вимірюється за допомогою манометричних трубок, висота підйому рідини в яких тим більша, чим більший тиск в потоці. Нехай рідина тече в трубі змінного перерізу. Введемо в широку і вузьку частину потоку вузенькі трубочки. Так як труба горизонтальна, то для перетинів труби 1 і 2 $h_1 = h_2$, а рівняння Бернуллі можна записати у вигляді:

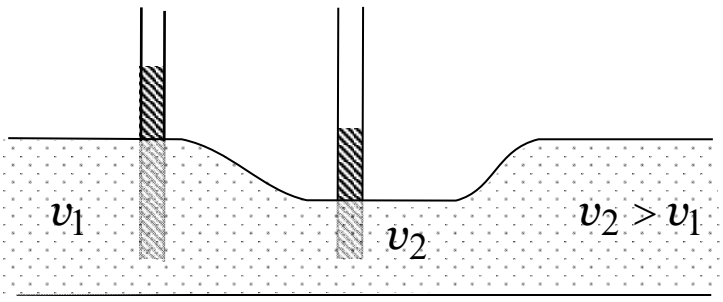


Рис. 1.1.40

$$p_1 + \frac{\rho \upsilon_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2}. \qquad (1.1.66)$$

Оскільки у вузькій частині потоку $\upsilon_2 > \upsilon_1$, то із (1.1.66) випливає, що $p_2 > p_1$. Таким чином, у вузькій частині труби тиск менший, ніж у широкій, і рівень рідини у манометричній трубі 2 більший, ніж у манометричній трубі 1. У даному досліді обидва манометричні трубки вимірюють статичний тиск, так як перетин отворів цих трубок паралельні лініям потоку і в середину трубок не потрапляють частинки рідини, які приносили б із собою кінетичну енергію (динамічний тиск однаковий).

Рівняння Бернуллі є одним із основних законів механіки руху рідин і газів, що мають велике прикладне значення. Наведемо кілька прикладів: гідротурбіна, гідротаран, водоструменевий насос, підйомна сила крила літака, аерація ґрунту. Розглянемо важливий для аграріїв приклад. Уявімо собі частину нерівної поверхні землі, розоране поле, де вали чергуються із борознами. Нехай вітер дує перпендикулярно до напрямку борозен. Очевидно, що наявність цих нерівностей матиме прояв на характері повітряного потоку: поблизу землі лінії потоку будуть скривлені і вирівняються лише на деякій висоті над землею. Тому приземний шар повітря є своєрідною трубкою потоку змінного перетину, обмеженою знизу поверхнею землі, а зверху – найближчою горизонтальною поверхнею, створеною незачепленими лініями потоку. Переріз трубки найбільший над борознами і найменший над валами. Тоді у відповідності з рівнянням Бернуллі тиск p_1 повітря над борознами більший ніж над валами $(\upsilon_1 < \upsilon_2;\ p_1 > p_2)$. Завдяки цьому у поверхневому шарі ґрунту виникає рух ґрунтового повітря, напрямлений від основ борозен до вершин валів, забезпечуючи газообмін між ґрунтом і атмосферою. Це явище називається аерація ґрунту. Аерація збагачує ґрунтове повітря киснем, а приземне повітря – вуглекислотою, створюючи тим самим сприятливі умови для розвитку рослин.

1.1.8. Елементи спеціальної теорії відносності

Принцип відносності Галілея (механічний принцип відносності) стверджує, що всі закони класичної механіки однакові (інваріантні) в усіх ІСВ. В ході розвитку фізики виникла необхідність описувати теоретично та вивчати експериментально процеси, зв'язані з рухом мікрочастинок та розповсюдженням хвиль з великими швидкостями (зрівняними чи рівними швидкості світла або іншої електромагнітної хвилі). Закони класичної механіки для таких об'єктів, що рухаються з такими швидкостями, в повній мірі виконуватись не будуть. На початку XX ст. А. Ейнштейн створив спеціальну теорію відносності, що не спростовує закони класичної механіки, а є наступним кроком в розвитку фізичної теорії. Звичайно ж висновки цієї теорії при швидкостях руху матеріальних об'єктів значно менших, чим швидкість світла ($V << c$), співпадають із законами класичної механіки. Ейнштейн сформулював такі **постулати спеціальної теорії відносності.**

Принцип відносності Ейнштейна: всі фізичні процеси протікають однаково у всіх інерціальних системах відліку (ІСВ); у всіх цих системах відліку фізичні закони записуються в однаковій формі. Це твердження фактично співпадає з принципом відносності Галілея, але воно має дещо глибший зміст, бо відноситься до більш загального випадку руху матеріальних об'єктів.

Сталість швидкості світла: швидкість світла в вакуумі однакова у всіх ІСВ та не залежить ні від швидкості джерела, ні від швидкості приймача світлового сигналу (швидкість світла є **інваріантом).**

Наслідки постулатів такі.

1. Відносність одночасності полягає в тому, що дві розділені в просторі події, які одночасні в одній ІСВ, можуть і не бути одночасними в іншій ІСВ.

Послідовність подій у часі може змінюватися при переході з однієї ІСВ в іншу, але послідовність причинно зв'язаних подій залишається незмінною у всіх ІСВ (наслідок завжди настає після причини).

2. Швидкість світла у вакуумі є максимально можливою швидкістю передачі взаємодії (руху матеріального об'єкта). Швидкість світла у вакуумі є **інваріантом**, тобто максимально можливою швидкістю в будь-якій ІСВ. Швидкість світла у вакуумі рівна:

c=2,9979·10 ^{8} м/с.

3. Відносність відстаней полягає в тому, що довжина рухомого предмета скорочується в напрямку руху:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

де l_0 – протяжність нерухомого предмета; v – швидкість руху предмета в даній ІСВ. Змінюються тільки поздовжні розміри, розміри ж в напрямку, перпендикулярному напрямку руху, незмінні.

4. Відносність проміжків часу полягає в тому, що хід рухомого годинника сповільнюється, а точніше часові відрізки між двома подіями , що вимірюється рухомим годинником збільшуються:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

де τ_0 – інтервал часу між подіями, що вимірюється годинником, який знаходиться в тій же системі, в якій обидві події відбулися в одній і тій же точці простору; τ – проміжок між тими ж двома подіями, що вимірюється рухомим годинником.

5. Закон додавання швидкостей (релятивістський), що направлені вздовж однієї прямої:

$$\upsilon_2 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{1 + \frac{\upsilon\upsilon_1}{c^2}} \quad \text{або} \quad \upsilon_2 = \frac{(\upsilon + \upsilon_1)c^2}{\upsilon\upsilon_1 + c^2},$$

де υ_1 – швидкість тіла в першій системі відліку; υ_2 – швидкість тіла в другій системі відліку; υ – швидкість руху першої системи відліку відносно другої. У випадку малих швидкостей, тобто швидкостей малих порівняно зі швидкістю світла $\upsilon << c$ та $\upsilon_1 << c$, будемо мати звичайний для класичної механіки закон додавання:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \upsilon.$$

У випадку , якщо тіло рухається зі швидкістю світла в першій системі $\upsilon_1 = c$, а швидкість руху першої системи відліку відносно другої рівна υ , то у відповідності із релятивістський законом додавання швидкостей, в другій системі швидкість так само залишиться (відповідно до другого постулату) рівною *c:*

$$\upsilon_2 = \frac{(\upsilon + c)c^2}{\upsilon c + c^2} = c.$$

6. Залежність маси від швидкості (релятивістська маса):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\upsilon / c)^2}}$$

чи

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де m_0 – маса спокою частинки; υ – її швидкість; c – швидкість світла в вакуумі; β – швидкість частинки, яка виражена в долях від швидкості світла ($\beta = \upsilon / c$).

7. Якщо тіло не рухається, то його енергія дорівнює **енергії спокою**:

$E_0 = m_0 c^2$.

Енергію спокою матиме будь-який матеріальний об’єкт, що характеризується масою. Енергії спокою не мають ті частинки, що існують тільки в русі зі швидкістю світла, наприклад фотони.

Взаємозв’язок маси та енергії релятивістської частинки:

$$E = mc^2 \quad \text{або} \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де $E_0 = m_0 c^2$ – енергія спокою частинки.

При збільшенні енергії системи на довільну величину ΔE маса системи зростає на величину $\Delta E_0 / c^2$.

Повна енергія вільної частинки:

$$E = E_0 + T\,,$$

де T – кінетична енергія релятивістської частинки.

Кінетична енергія релятивістської частинки:

$$T = \left(m - m_0\right)c^2 \quad \text{або} \quad T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Імпульс релятивістської частинки:

$$p = \frac{m_0 \upsilon}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} \quad \text{або} \quad p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

8. Зв'язок між повною енергією та імпульсом релятивістської частинки:

$$E^2 = E_0^2 + \left(pc\right)^2.$$

Таким чином, можна зробити висновок, що імпульс частинки зв'язаний з кінетичною енергією *T*:

а) якщо швидкість частинки значно менша за швидкість світла $\upsilon << c$, то:

$$p = m_0 \upsilon\,; \quad p = \sqrt{2mT}$$

б) якщо швидкість частинки зрівняна зі швидкістю світла (релятивістський випадок), то:

$$p = mV = \frac{m_0 V}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}};\; p = \frac{1}{c}\sqrt{\left(2E_0 + T\right)T}\,,$$

де m_0 – маса спокою частинки; m – релятивістська маса; υ – швидкість частинки; c – швидкість світла у вакуумі; E_0 – енергія спокою частинки ($E_0 = m_0 c^2$).

1.1.9. Механічні коливання та хвилі

1.1.9.1. Гармонічні коливання

Коливаннями називаються процеси (або зміни стану системи), які в тій або іншій мірі повторюються у часі. В залежності від фізичної природи коливального процесу розрізняють: механічні, електричні, електромеханічні електромагнітні коливання тощо.

Коливання називається періодичним, якщо значення всіх фізичних величин, що характеризують коливальну систему, повторюються через рівні проміжки часу тобто

$$x(t+T) = x(t).$$

Обов'язковим при цьому є періодичність зміни фізичної величини навколо положення рівноваги (наприклад, відхилення від положення рівноваги матеріальної точки для математичного маятника).

Найменший проміжок часу T, що задовольняє записаній вище умові, називається **періодом коливань**. Отже, період коливань T (вимірюється в с) – це проміжок часу, за який система робить одне повне коливання. **Частота коливань** ν – це число повних коливань за одиницю часу.

$$\nu = T^{-1}.$$

Гармонічними коливаннями називаються періодичні коливання системи, в яких відхилення фізичної величини від положення рівноваги здійснюється за законом синуса або косинуса, тобто:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{або} \quad x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.1.67)$$

де x - змішення (відхилення системи) від положення рівноваги, $A = x_m$ – амплітуда коливань (максимальне відхилення системи від положення рівноваги, вимірюється для механічних коливань у м); t – час, $\omega t + \varphi_0$ - фаза коливань у момент часу t, φ_0 – початкова фаза коливань у момент часу $t=0$.

Циклічна (колова) частота ω, що фігурує у рівнянні (1.1.67) пов'язана з частотою ν і періодом коливань T співвідношеннями:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad \text{та} \quad \omega t = \frac{2\pi t}{T}, \qquad (1.1.68)$$

де частота ν вимірюється в Гц (за 1 Гц прийнята частота таких коливань, коли за 1 с відбувається одне повне коливання).

Вираз (1.1.67) є **кінематичним рівнянням гармонічних коливань** матеріальної точки, або **законом гармонічних коливань.**

З формули (1.1.68) випливає фізичний зміст циклічної частоти. Циклічна частота чисельно дорівнює кількості повних коливань, що відбуваються за 2π секунд.

Фаза коливань, тобто аргумент синуса або косинуса – $(\omega t + \varphi_0)$ показує, в якому стані знаходиться коливальна система в дану мить, тобто яка доля періоду пройшла від початку коливань. Тому зрозуміло, що за один період коливань фаза змінюється на 2π (рад). Початкова фаза φ_0 – характеризує положення тіла в початковий момент часу (при $t = 0$ початкове зміщення $x = x_0 = A\sin\varphi_0 = x_m \sin\varphi_0$).

1.1.9.2. Швидкість та прискорення при гармонічних коливаннях

Нехай матеріальна точка коливається по гармонічному закону вздовж осі x:

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Проекції вектора швидкості та прискорення на вісь x, вздовж якої коливається по гармонічному закону матеріальна точка, є похідними координати та швидкості за часом, відповідно. Тому:

$$\upsilon_x = x_m\omega \quad cos(\omega t + \varphi), \tag{1.1.69}$$

$$a_x = -x_m\omega^2 \sin(\omega t + \varphi). \tag{1.1.70}$$

На рис. 1.1.41 представлені ці залежності (координати, швидкості та прискорення) від часу.

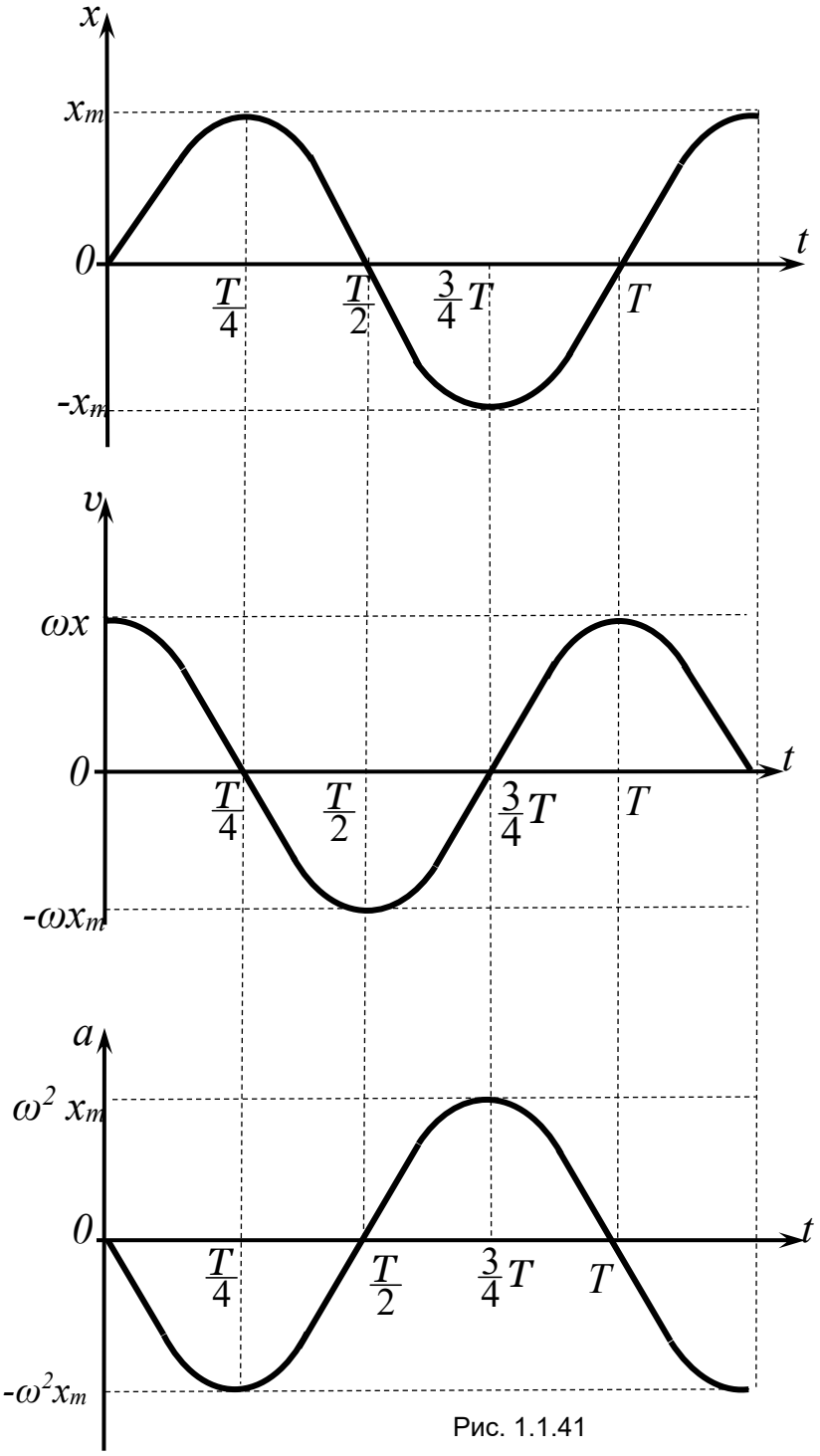


Рис. 1.1.41

Диференціальне рівняння гармонічних коливань. Аналіз всіх явищ, в яких проходять гармонічні коливання, показує, що вони відбуваються під дією сил, що

пропорційні зміщенню і направлені до положення рівноваги (закон Гука). Такими силами є сили пружності або сили, що теж пропорційні зміщенню і направлені до положення рівноваги (так звані квазіпружні сили). **Квазіпружною силою** називається сила, яка залежить від зміщення вздовж осі *x* так, як і сила пружності:

$$F_x = -kx, \qquad (1.1.71)$$

де x – зміщення, тобто відстань до положення рівноваги в даний момент часу (вимірюється в м); k – коефіцієнт пропорційності.

Можна показати, що при дії пружних або квазіпружних сил, матеріальна точка буде рухатись за законом гармонічних коливань. Для цього запишемо другий закон Ньютона для руху матеріальної точки вздовж осі *x* під дією такої сили:

$$ma_x = - kx. \qquad (1.1.72)$$

З визначення прискорення, що є похідною швидкості за часом або другою похідною координати x за часом $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$, отримаємо:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \qquad (1.1.73)$$

де $$\omega^2 = \frac{k}{m}.$$

Це рівняння називається **диференціальним рівнянням гармонічних коливань** (однорідне диференціальне рівняння другого порядку). Легко переконатися прямою підстановкою в (1.1.73) виразів (1.1.67) для x, що останні задовольняють диференціальне рівняння.

Найпростіший прикладом гармонічних коливань є коливання пружинного маятника. Він складається з масивної кулі, насадженої на горизонтальний стержень, вздовж якого куля може ковзати. На стержень надіто пружину, закріплену на його кінці та на кулі. Якщо масою пружини порівняно з масою кулі можна знехтувати, а також знехтувати дією сил тертя, опору повітря, то така ідеалізована система (називається моделлю **пружинного маятника**) після стиску пружини почне здійснювати коливання. Рух тіла (кулі) маси m під дією пружної сили $F_x = -kx$ описується рівнянням (1.1.73), де k – жорсткість пружини.

Розв'язком рівнянням (1.1.73) є функція $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, тобто гармонічні коливання здійснюються з циклічною частотою

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Ще один приклад гармонічних коливань ідеалізованої системи – коливання математичного маятника. Коливання в такій системі теж проходять за гармонічним законом.

1.1.9.3. Математичний маятник

Коливанням математичного маятника називаються коливання матеріальної точки маси m, підвішеної на тонкій, невагомій, нерозтяжній нитці. Матеріальна точка здійснює коливання у вертикальній площині під дією сили гравітації. Така ідеалізована система – модель математичного маятника. На практиці математичним маятником можна вважати достатньо масивне тіло, що підвішене на легкій недеформованій нитці, довжина якої в багато разів більша за розміри тіла. При цьому також нехтуємо дією сил тертя в точці підвісу та опором повітря.

Коливання математичного маятника відбувається під дією рівнодійної сили $m\vec{g}$ та сили пружності нитки $\vec{F}_{пр}$:

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{пр} \ .$$

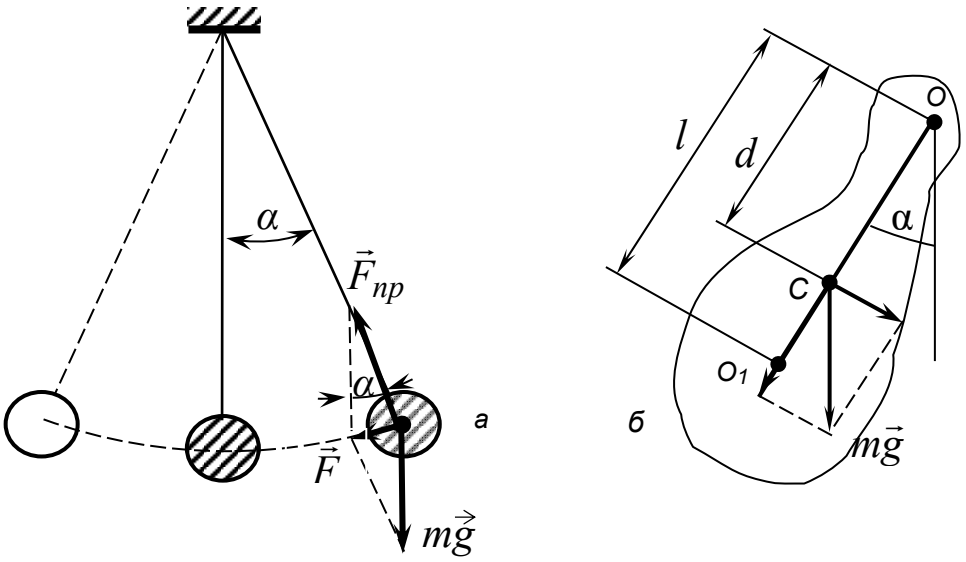


Рис. 1.1.42

Сила, що повертає маятник у напрямку до положення рівноваги чисельно дорівнює $F = mg\sin\alpha$. При малих кутах α (α << 1, де кут - в радіанах; або в градусній мірі $\alpha < 6^0$), можна вважати, що $sin\alpha \approx x/l$, де x – відхилення від положення рівноваги. З рис. 1.1.42 видно, що сила F, яка повертає маятник у напрямку до положення рівноваги, у випадку малих кутів дорівнює:

$$F_x = -\frac{mg}{l}x.$$

Таким чином, ця сила пропорційна зміщенню маятника від положення рівноваги і повертає маятник до положення рівноваги, тобто вона є квазіупружною. Коливання в такій системі проходять за гармонічним законом.

Період коливань математичного маятника T залежить від довжини маятника l і прискорення вільного падіння:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1.1.74)$$

Покажемо, як можна отримати цю формулу. Враховуючи, що ця сила направлена проти зміщення, другий закон Ньютона в даному випадку можна записати так:

$$ma_x = -\frac{mq}{l}x.$$

Оскільки $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$, то отримаємо рівняння $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0$.

Порівняємо останнє рівняння з рівнянням (1.1.73), що описує гармонічне коливання в загальному виді. Видно, що

$$\frac{g}{l} = \omega^2,$$

де ω – циклічна частота, що пов'язана з періодом коливань співвідношенням:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Звідси можемо одержати формулу (1.1.74) для визначення періоду власних коливань математичного маятника при малих кутах відхилення. З формули (1.1.74) видно, що:

1) при малих кутах відхилення період математичного маятника не залежить від його маси;

2) при малих кутах відхилення період математичного маятника не залежить від амплітуди;

3) при малих кутах відхилення період математичного маятника прямо пропорційний кореню квадратному його довжини і обернено пропорційний кореню квадратному з прискорення вільного падіння в тій місцевості, де знаходиться маятник.

1.1.9.4. Фізичний маятник

Фізичним маятником називається тверде тіло, яке коливається під дією сили тяжіння навколо горизонтальної осі, що **не** проходить через центр тяжіння тіла. Власні коливання фізичного маятника відбуваються так, як і коливання математичного маятника. На рис. 1.1.42б показано переріз фізичного маятника площиною, що перпендикулярна до осі *O* та проходить через його центр мас *C*. Відстань від центра мас до осі d. Нехай тіло вільно коливається навколо горизонтальної осі *O*. При відхиленні від положення рівноваги на кут α виникне момент сили, що буде повертати маятник до положення рівноваги. Цей момент буде дорівнювати добутку складової сили тяжіння $mg \cdot \sin\alpha$ на плече d (відстань від точки підвісу до центру тяжіння фізичного маятника):

$$\left|\vec{M}\right| = mg \cdot d \cdot \sin\alpha .$$

Інша складова сили тяжіння, що направлена вздовж прямої *OC*, не створює обертального моменту (її плече рівне нулю) і врівноважується реакцією осі *O*. За основним рівнянням динаміки обертального руху $\vec{M} = J\vec{\beta}$, де J – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку О перпендикулярно до площі рис. 1.1.42б, $\vec{\beta}$ – кутове прискорення. Спроектувавши це векторне рівняння на вісь, що проходить через точку О перпендикулярно до площини рисунка, та врахувавши, що $\beta = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$, отримаємо:

$$J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mg \cdot d \cdot \sin\alpha .$$

При малих кутах відхилення $sin\alpha \approx \alpha$, таким чином

$$J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} + mg \cdot d \cdot \alpha = 0 ,$$

або

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mg \cdot d}{J} \cdot \alpha = 0$$

Це рівняння такого ж типу, що рівняння (1.1.71). Розв'язком такого рівняння буде вираз типу (1.1.67), тобто гармонічні коливання кута відхилення від положення рівноваги α з частотою

$$\omega = \sqrt{\frac{mg \cdot d}{J}}$$

Використовуючи зв'язок циклічної частоти та періоду (1.1.68), отримаємо значення періоду коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg \cdot d}}.$$

Приведеною (зведеною) довжиною фізичного маятника називається довжина такого математичного маятника, який має той же період коливань (або ту ж саму частоту), що і даний фізичний. Можна сказати, що математичний маятник з такою довжиною коливається синхронно (в одній фазі) з даним фізичним, тобто має однаковий з ним період коливань. Порівнюючи формули періодів математичного і фізичного маятника, одержуємо вираз для приведеної довжини фізичного маятника l:

$$l = \frac{J}{m \cdot d}.$$

Точка, яка відстоїть від точки підвісу (тобто осі обертання) на відстані l на продовженні прямої *OC* (точка C_1 на рис. 1.1.41, б) називається центром коливань фізичного маятника. Можна показати, що період коливань довільного фізичного маятника буде залишатись незмінним, якщо вісь обертання переноситься в центр коливань (з точки *O* в точку C_1.)

1.1.9.5. Енергія гармонічних коливань

При гармонічному коливанні відбувається взаємне перетворення кінетичної енергії W_k тіла, що коливається, в потенціальну енергію $W_п$. З цих енергій складається повна енергія системи, що коливається W:

$$W = W_k + W_n. \qquad (1.1.75)$$

Якщо коливання відбуваються за законом: $x = x_m \sin\omega t$, то для швидкості руху тіла можна записати:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = x_m \omega \cos\omega t.$$

Тоді кінетична енергія буде дорівнювати:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m}{2} x_m{}^2 \omega^2 \cos^2 \omega t. \qquad (1.1.76)$$

Потенціальна енергія, обумовлена квазіпружною силою, виражається так само, як потенціальна енергія пружнодеформованого тіла, тобто:

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} x_m{}^2 \sin^2 \omega t . \qquad (1.1.77)$$

Враховуючи, що

$$k = m\omega^2 ,$$

отримаємо:

$$W_n = \frac{m}{2} x_m{}^2 \omega^2 \sin^2 \omega t . \qquad (1.1.78)$$

Із виразів для енергій W_k та W_n видно, що коливання цих енергій здійснюється з подвійною та частотою $2\omega,$ оскільки $\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}(1+\cos 2\omega)$ та $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1-\cos 2\omega)$.

Таким чином, повна енергія гармонічних коливань може бути представлена наступним виразом:

$$W = \frac{m}{2} x_m{}^2 \omega^2 \cos^2 \omega t + \frac{m}{2} x_m{}^2 \omega^2 \sin^2 \omega t = \\ = \frac{m}{2} x_m{}^2 \omega^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{m\omega^2 x_m{}^2}{2} . \qquad (1.1.78')$$

Із одержаного виразу (1.1.78) видно, що повна енергія гармонічного коливання - величина стала, пропорційна квадрату амплітуди і квадрату циклічної частоти коливань.

Все це справедливо, коли в коливальній системі діють тільки консервативні сили. Тоді виконується закон збереження повної механічної енергії; відбувається перекачка потенціальної енергії в кінетичну, а далі кінетичної в потенціальну. В реальних умовах коливання в замкнутій механічній системі будуть згасаючими.

1.1.9.6. Загасаючі коливання

Всі реальні коливальні системи є дисипативними. Енергія механічних коливань таких систем поступово витрачається на роботу проти сил внутрішнього тертя, опору середовища тощо.

Вільні коливання (тобто коливання в системі, яка не зазнає дії змінних зовнішніх сил, внаслідок якого-небудь початкового відхилення цієї системи із стану стійкої рівноваги) завжди загасають – їх амплітуда поступово зменшується.

Загасаючі *(затухаючі)* коливання – це такі коливання, амплітуда яких зменшується з часом за рахунок втрат на тертя, опір (тобто в системі діють дисипативні сили, що приводять до втрати в системі повної механічної енергії).

Якщо швидкість руху матеріальної точки, що коливається, невелика, то сила опору (тертя) $\vec{F}_T$ пропорційна швидкості і перешкоджає руху (тобто направлена завжди у бік, протилежний напрямку руху):

$$(F_T)_x = -rv_x = -r\frac{dx}{dt},$$

де r – коефіцієнт опору руху (або в'язкого тертя); v_x – проекція швидкості руху на вісь, вздовж якої проходять коливання .

Врахувавши у рівнянні другого закону Ньютона (1.1.71) силу опору, отримаємо наступне диференціальне рівняння, що описує загасаючі коливання:

$$ma_x = -kx - rv_x,$$

звідки:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + r\frac{dx}{dt} + kx = 0.$$

Зробивши заміни $\beta = \frac{r}{2m} > 0,$ де β - коефіцієнт загасання, та $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ - циклічна частота вільних незатухаючих гармонічних коливань тієї ж системи у відсутності втрат (при $\beta = 0$), отримаємо диференціальне рівняння вільних загасаючих коливань лінійної системи

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (1.1.80)$$

У випадку малого загасання $\beta^2 < \omega_0^2$ розв'язком диференціального рівняння (1.1.80) є функція

$$x = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.1.81)$$

де $A = A_0 e^{-\beta t}$ - амплітуда загасаючих коливань; e –основа натурального логарифма; φ_0 – початкова фаза.

Циклічна частота вільних загасаючих коливань визначається наступним виразом:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\ .$$

Нагадаємо, що у відсутності сил тертя циклічна частота вільних незатухаючих гармонічних коливань тієї ж системи у відсутності втрат (при $\beta = 0$) визначається виразом:

$$\omega_0{}^2 = \frac{k}{m}.$$

Період загасаючих коливань дорівнює:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

При $\beta \geq \omega_0$ коливальний процес переходить в аперіодичний, коли не здійснюється ні одного коливання амплітуди.

Проміжок часу $\tau = \frac{1}{\beta}$, протягом якого амплітуда загасаючих коливань зменшується в e разів *(*приблизно в *2,7* разів), називається **часом релаксації**.

Необхідно відмітити, що **загасаючі коливання є неперіодичними**, хоча б тому, що максимальні значення відхилення від положення рівноваги ніколи не повторюються (постійно зменшуються). Однак, максимальні і мінімальні значення амплітуди коливань досягаються через один і той же період часу $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Тому величини і циклічної частоти і періоду загасаючих коливань називають **умовним** періодом та **умовною** циклічною частотою загасаючих коливань. Цими поняттями можна користуватись наближено при малому загасанні.

Затухаючі коливання характеризуються наступними фізичними параметрами.

1. Декремент загасання γ – відношення двох амплітуд коливань (попередньої до наступної), що зміщені в часі на один період:

$$\gamma = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta t}.$$

2. Логарифмічний декремент затухання δ **-** це безрозмірна величина, що визначається співвідношенням**:**

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

де N – число коливань, що здійснюється за час релаксації, за який амплітуда коливань зменшується у *e* разів.

3. Добротність коливальної системи

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi}{\beta T} = \pi N = \frac{\omega}{2\beta}.$$

Енергія загасаючих коливань визначається наступним виразом:

$$E = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A_0^2 e^{-2\beta T}}{2} = E_0 e^{-2\beta t}.$$

Енергія загасаючих коливань з часом зменшується і перетворюється у внутрішню енергію навколишнього середовища.

1.1.9.7. Вимушені коливання. Резонанс. Автоколивання

Практично всі вільні коливання - загасаючі. Незагасаючі коливання виникають за наявності компенсації втрат енергії, зокрема при дії зовнішньої періодично змінної сили:

$$F = F_0 \sin(\omega t) \qquad (1.1.82)$$

Таку силу називають вимушуючою (змушуючою, збурюючою), а коливання, які виникають під її дією, називаються **вимушеними**.

Нехай матеріальна точка коливається вздовж осі x. На неї діють: сила пружності (або квазіупружна сила), сила тертя (опору), та періодична вимушуючи сила. Для проекції на вісь *x* рівняння другого закону Ньютона можна записати у наступному вигляді:

$$ma_x = -kx - rv_x + F_0 \sin \omega t,$$

або

$$\frac{d^2x}{dt} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \ , \qquad (1.1.83)$$

де β – коефіцієнт затухання; ω_0 – циклічна частота вільних незатухаючих коливань системи.

Розв'язком диференціального рівняння вимушених коливань (1.1.82) є складний коливальний процес, що описується наступним виразом:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) + A_0 e^{-\beta t}\sin(t\sqrt{(\omega_o^2 - \beta_0^2)} + \varphi_0). \qquad (1.1.84)$$

Перший член у рівнянні (1.1.84) описує незатухаючі періодичні коливання з частотою збурюючої сили F. Другий член - описує вільні затухаючі коливання (див. вираз (1.1.81)).

Після повного затухання згасаючих коливань коливальна система переходить у сталий режим вимушених коливань з частотою змушуючої періодично діючої сили, що задаються гармонічним законом

$$x = A\sin(\omega t + \varphi). \qquad (1.1.84')$$

При цьому амплітуда вимушених коливань A та зсув фаз залежить від співвідношенням між частотами ω і ω_0:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \qquad (1.1.85)$$

$$tg\varphi_0 = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (1.1.85')$$

З (1.1.84') видно, що вимушені коливання будуть гармонічними з частотою коливань зовнішньої сили ω, тобто зміщення змінюється за таким самим періодичним законом, як і сила $F(t)$. З (1.1.85) випливає, що амплітуда вимушених коливань прямо пропорційна амплітуді вимушуючої сили і залежить від характеристики системи. Крім того, вона є функцією частоти вимушуючої сили. При зміні частоти вимушуючої сили ω різниця між нею та частотою власних коливань ω_0 змінюється; амплітуда вимушених коливань теж змінюється.

Коли частота власних коливань системи ω_0 та частота вимушуючої сили ω зрівняються, то амплітуда вимушених коливань набуває деякого максимального, так званого резонансного значення. Ця частота отримала назву **резонансної** частоти $\omega = \omega_p$. А явище різкого зростання амплітуди вимушених механічних коливань при наближенні частоти зовнішньої змушуючої сили ω до частоти власних коливань системи ω_0 називається **резонансом системи**.

Проаналізуємо отримані результати. Оскільки частота власних коливань ω_0 та коефіцієнт загасання для даної коливальної системи є сталими величинами, то при сталій амплітуді вимушуючої сили амплітуда вимушених коливань залежить від частоти вимушуючої сили.

Розглянемо деякі часткові випадки:

а) Вимушуюча сила має постійну величину, $\omega = 0$. Тоді для всіх β

$$A = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k} = x_0 = A_0,$$

де $x_0 = A_0$ – зміщення від положення рівноваги під дією сталої сили; F_0 - статична амплітуда зовнішньої збурюючої сили.

Це значить, що коливання не здійснюються, зміщення дорівнює статичній деформації.

б) При дуже великій частоті вимушуючої сили коливальна система внаслідок інерції не може зміщуватися з положення рівноваги: якщо $\omega \longrightarrow \infty$, то при довільних β амплітуда $A \longrightarrow 0$.

в) Якщо затухання немає ($\beta = 0$), то амплітуда коливань зростає із зростанням циклічної частоти вимушуючої сили і для $\omega = \omega_0$ стає нескінченно великою. При подальшому зростанні ω амплітуда вимушених коливань зменшується, і при зростанні $\omega \to \infty$ наближається до нуля.

г) Якщо затухання в системі є, то амплітуда досягає максимального значення, коли знаменник в правій частині рівняння (1.1.85) досягає мінімуму. Це механічний р**езонанс системи.**

Умовою мінімуму знаменника є рівність нулю похідної за частотою підкореневого виразу

$$-4(\omega_0^2-\omega_p^2)\omega_p=8\beta^2\omega_p=0.$$

Звідси отримаємо формулу для розрахунку резонансної частоти :

$$\omega_p=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}\ .$$

Частота, на якій спостерігається резонанс при наявності тертя (опору) $\beta \neq 0$, близька по значенню до ω_0, але дещо менша від неї $\omega_p < \omega_0$ і залежить від значення коефіцієнта затухання β (рис. 1.1.43).

Резонансна амплітуда дорівнює:

$$A_p=\frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}.$$

Резонанс відіграє істотну роль у техніці. Збільшення амплітуди механічних коливань при резонансі в системі з малим загасанням може призвести до її руйнування. Відомий ряд випадків, коли відбувалося руйнування споруд внаслідок резонансної дії двигунів, які працювали на частоті, яка дорівнювала власній частоті коливань споруди. Зрозуміло, що в певних випадках необхідно вести боротьбу з резонансом. Тому конструктори розраховують власні частоти різних елементів конструкцій так, щоб не допускати резонансу.

Явище резонансу використовують в акустиці і радіотехніці, у приладах для вимірювання частоти тощо. Наприклад, в радіотехнічних системах явище резонансу використовується для виділення з великої кількості напруг різних частот необхідної гармонічної складової. Тим самим здійснюється приймання радіочастотних хвиль.

Власні коливання будь-якої механічної системи внаслідок втрат енергії на виконання роботи проти сил тертя поступово загасають. Для підтримання коливань системи, якщо немає періодичної дії зовнішніх сил, у ній повинно бути джерело енергії, за рахунок якого компенсуються втрати енергії коливальною системою. Системи, в яких виникають періодичні коливання без заданої зовнішньої періодичної дії, називають **автоколивальними,** а коливання, що виникають у них – **автоколиваннями.** Зазначимо, що на відміну від вимушених коливань автоколивання не нав'язуються системі, а виникають у ній. Для автоколивальної системи характерний так званий зворотний зв'язок. Він проявляється в тому, що, з одного боку, коливання коливальної системи впливають на пристрій, який регулює передавання енергії від джерела до цієї системи, а з другого боку, цей пристрій впливає на коливання системи, оскільки він забезпечує підведення енергії до неї.

В автоколивальних системах незагасаючі коливання підтримуються за рахунок енергії, яка передається від джерела енергії до тіла, що здійснює коливання. Будь-яка автоколивальна система складається з таких трьох елементів: тіла або системи тіл, що здійснюють коливальний рух; стаціонарного джерела енергії; пристрою, який регулює передавання енергії від джерела до коливальної системи. Ці три елементи можна чітко виділити, наприклад у годинниках, в яких маятник або баланс є коливальною системою, заведена пружина або піднята гиря – джерелом енергії і, нарешті, анкерний хід – механізмом, що регулює передавання енергії від джерела до коливальної системи. Коли енергія, що передається від джерела до коливального тіла за період коливань, дорівнює енергії, витраченій тілом за цей проміжок часу на подолання сил тертя, то в системі встановляться незагасаючі коливання зі сталою амплітудою. Енергія, що подається до коливального тіла від джерела за період коливань, і енергія, що витрачається системою за цей проміжок часу, визначаються тільки будовою коливальної системи. Отже, період і амплітуда коливань повністю визначаються будовою автоколивальної системи. Цим відрізняються автоколивання від власних коливань, для яких амплітуда задається початковими умовами.

1.1.9.8. Механічні хвилі. Рівняння хвилі

Пружні хвилі. Промінь. Фронт. Якщо частинки середовища взаємодіють між собою, то процес коливань буде поширюватися у простірі, віддаляючись від джерела коливань. **Джерелом коливань** називається матеріальне тіло, яке діючи на те чи інше середовище викликає його збурення. Процес поширення коливань у просторі від джерела називають **хвилею** або **хвильовим процесом**. Вони поширюються в середовищі зі скінченою швидкістю, їхнє поширення зумовлене взаємодією між частинками середовища. Якщо взаємозв'язок між частинками середовища здійснюється у пружному середовищі (для газів – це пружність об’єму, для рідин і твердих тіл – це пружність форми), що виникають внаслідок деформації середовища при передачі коливань від однієї частинки до іншої, то такі хвилі називають **пружними**. До них належать звукові, сейсмічні та інші хвилі.

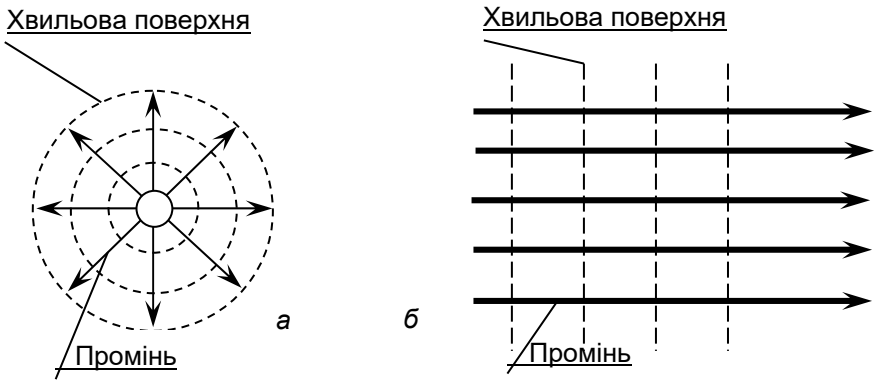


Рис.1.1.44

Розповсюдження пружних хвиль у середовищі не зв’язане з переносом речовини. Такі хвилі не можуть розповсюджуватись у вакуумі, бо у вакуумі немає тих частинок, завдяки

взаємодії між якими і проходить розповсюдження хвилі. Зазначимо, що електромагнітні хвилі, які розглядаються далі, не є пружними і можуть розповсюджуватись у вакуумі.

Напрямок поширення хвилі називають **променем**. Залежно від напрямку коливання частинок середовища відносно напрямку поширення хвиль їх поділяють на **поперечні і поздовжні**. **Поперечними** називають хвилі, в яких частинки середовища коливаються у площині, перпендикулярній до напрямку розповсюдження хвилі. Хвилі, в яких частинки коливаються у напрямку поширення хвилі, називають **поздовжніми**.

Геометричне місце точок, які коливаються в однакових фазах, називають **хвильовою поверхнею.** Сферичні хвилі спостерігаються при розповсюдженні від точкового джерела до точок, що знаходяться на невеликій відстані від джерела. Плоскі хвилі та їх плоский фронт, що відповідає паралельним променям, буде спостерігатись, якщо джерело знаходиться достатньо далеко від точки спостереження (фактично це означає, що радіус хвильової поверхні настільки великий, що сферичну поверхню в цьому місці простору можна вважати площиною). Плоскому фронту хвилі відповідають паралельні промені. На рис. 1.1.44 а та б показані хвильові поверхні та промені відповідно для сферичної та плоскої хвилі.

Геометричне місце точок, якого досягне коливання в даний момент часу, називають фронтом хвилі. **Фронт хвилі – це поверхня**, що відділяє частину простору, в якому відбувається хвильовий процес, від тієї, куди коливання ще не дійшли. Залежно від форми фронту розрізняють хвилі **плоскі, сферичні, циліндричні** тощо. Хвилі з плоскою хвильовою поверхнею називають плоскими.

Характер коливання частинок при переміщенні хвилі та форма хвильового фронту залежать від джерела та властивостей середовища. У поперечних хвилях відбувається зсув шарів середовища один відносно одного. Поперечні механічні хвилі можуть поширюватися у тих середовищах, де можлива деформація зсуву, тобто в твердих тілах. У рідинах і газах поперечні хвилі не поширюються. Оскільки поздовжні хвилі є хвилями об'ємної деформації, то вони можуть поширюватись як у твердих тілах, так і в рідинах і газах.

Крім наведених поперечних і поздовжніх хвиль, які поширюються у суцільних середовищах, існують інші хвильові процеси. Так, на межі поділу двох середовищ можуть поширюватися так звані поверхневі хвилі. До них, наприклад, належать хвилі, що поширюються на поверхні води (на межі вода – повітря). Проте, якщо розглянути ці хвилі докладніше, то виявиться, що вони і не поперечні, і не поздовжні. Рух частинок у поверхневих хвилях значно складніший.

Рівняння хвилі. Пружні хвиля називаються гармонічною, якщо відповідні їй коливання частинок середовища гармонічні. Для того, щоб описати хвильовий процес, потрібно знати, яким буде зміщення x довільної точки середовища в довільний момент часу, якщо відомо, на якій відстані від джерела коливань знаходиться ця точка.

В процесі розповсюдження хвилі від джерела коливань все більш і більш віддалені точки середовища починають брати участь у вимушеному коливальному процесі. Довільна точка середовища з деяким запізненням теж почне коливатися за гармонічним

законом. Якщо прийняти положення джерела $y = 0$, відстань до точки за y , то закон коливань цієї довільної точки буде:

$$x = x_m \sin \omega(t - \Delta t), \qquad (1.1.86)$$

де $\Delta t = \frac{y}{V}$ є тим часом, який необхідний для того, щоб коливання від джерела дійшли до точки з координатою y. Тоді (1.1.86) можна записати у виді:

$$x = x_m \sin \omega(t - \frac{y}{V}) , \qquad (1.1.87)$$

де x – фізична величина, яка характеризує збурення, що розповсюджується у середовищі з швидкістю V (зміщення будь-якої із точок середовища з координатою y в момент t) ; V – швидкість розповсюдження коливань у середовищі; $\omega(t - \frac{y}{V})$ - фаза коливань у довільній точці середовища. Рівняння (1.1.87) та (1.1.86) називають **рівнянням плоскої синусоїдальної хвилі.**

Початок розвитку процесу розповсюдження поперечної хвилі (наприклад, вздовж натягнутої струни) за час, рівний одному періоду коливання джерела продемонстровано на рис. 1.1.45.

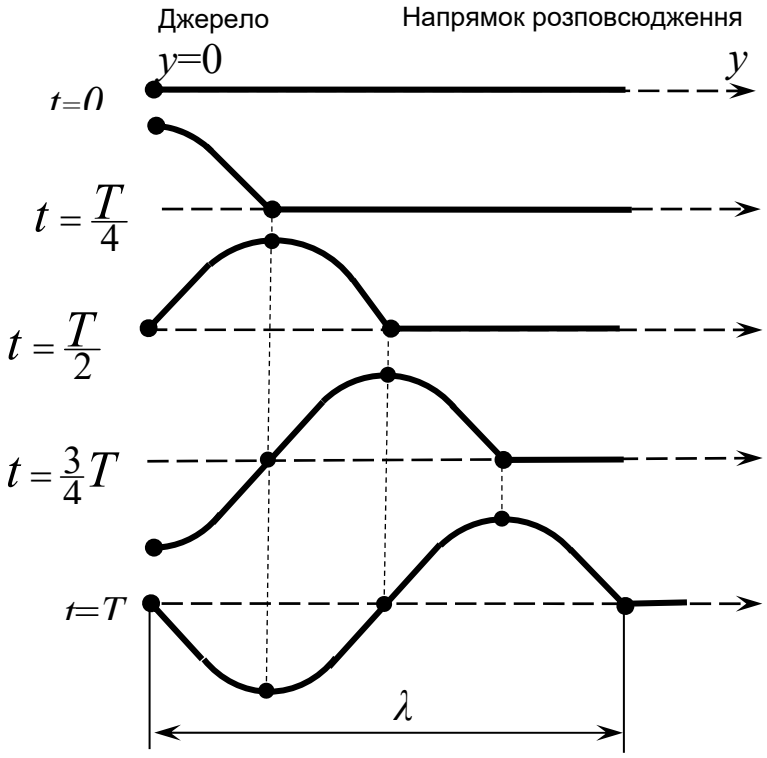


Рис. 1.1.45

Відстань, яку хвиля пройде за час, рівний часу одного повного коливання джерела, тобто за час, рівний періоду коливань джерела, називається довжиною хвилі:

$$\lambda = VT = \frac{V}{\nu}. \qquad (1.1.88)$$

Зв'язок різниці фаз $\Delta\varphi$ коливань з відстанню Δy між точками середовища, що відраховані в напрямку розповсюдження коливань, можна представити наступним виразом:

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Delta y,$$

де λ – довжина хвилі, тобто відстань, яку проходить хвиля за час, що дорівнює одному періоду коливань джерела. Очевидно, що частинки, які перебувають на відстані λ одна від одної, коливаються в одній фазі. Всі частинки середовища, що знаходяться на відстані кратній цілому числу довжин хвиль теж коливаються в одній фазі. При цьому різниця фаз між коливаннями всіх таких точок кратна цілому числу 2π .

1.1.9.9. Інтерференція та дифракція хвиль

Інтерференція хвиль – це явище накладання двох (або більше) когерентних хвиль у різних точках простору, при якому відбувається їх взаємне підсилення в одних точках простору та послаблення результуючої хвилі в інших точках простору залежно від співвідношення між фазами цих хвиль. Результатом інтерференції є стійкий у часі перерозподіл інтенсивності (енергії) результуючої хвилі, що призводить до створення в одних точках простору умов максимумів амплітуди результуючого коливання (максимальне підсилення), а в інших – мінімумів (максимальне ослаблення) амплітуди результуючого коливання. Інтерферують тільки когерентні хвилі.

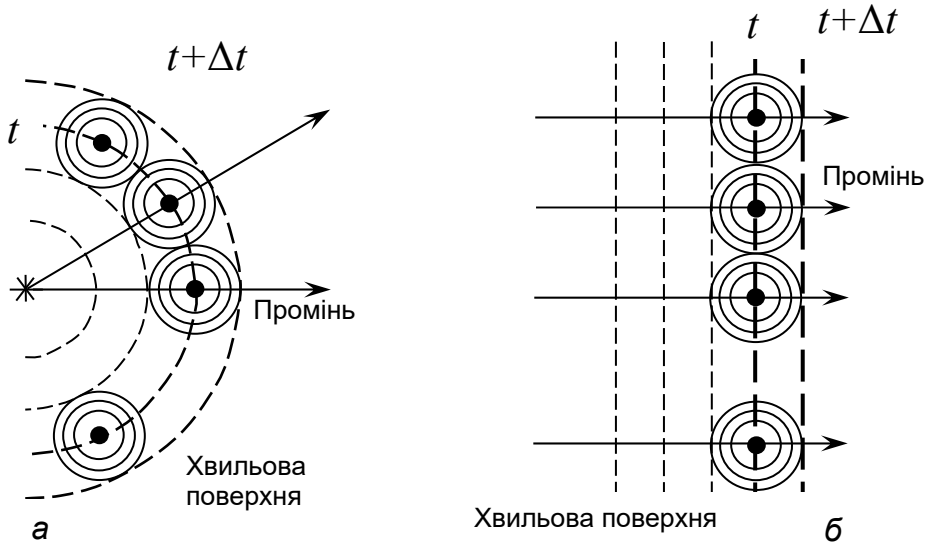


Рис. 1.1.46

Когерентні хвилі – це хвилі однієї частоти (монохроматичні), що мають сталу в часі різницю фаз і однакові напрямки коливань. Таким чином виконуються умови:

$$1)\ \nu_1 = \nu_2; \qquad 2)\ \ \Delta\varphi = const. \qquad (1.1.89)$$

Принцип Гюйгенса. Хвильова поверхня нормальна до променів. Побудова положення фронту хвиль у довільний момент часу, пояснення законів відбивання та заломлення проводять, використовуючи **принцип Гюйгенса**. Згідно з ним:

1) кожна точка будь-якої хвильової поверхні є джерелом вторинних хвиль;

2) поверхня, дотична до вторинних хвильових поверхонь, є хвильовою поверхнею в наступний момент часу розповсюдження хвилі в середовищі.

Отже, положення фронту в довільний наступний момент часу будується як огинаюча (обвідна) всіх вторинних хвиль (рис. 1.1.46 а, б). Підкреслимо, що вторинні хвилі створюються кожною точкою хвильового фронту; це є наслідком самого процесу розповсюдження хвилі – кожна точка, до якої дійшло збудження від джерела коливань, сама стає джерелом коливань.

Умова інтерференційного максимуму та мінімуму. Розглянемо принципову схему досліду з інтерференції. Від джерела розповсюджується хвиля, що попадає на перешкоду, в якій зроблено два отвори (метод поділу хвильового фронту). Отвори є двома когерентними джерелами, бо вторинні хвилі, що йдуть з цих отворів отримані від одного хвильового фронту. Результат накладання двох хвиль у даній точці екрану, де спостерігається інтерференція буде залежати від різниці ходу цих хвиль. Позначимо різницю ходу двох хвиль (рис. 1.1.47), що інтерферують:

$$\Delta = l_1 - l_2$$

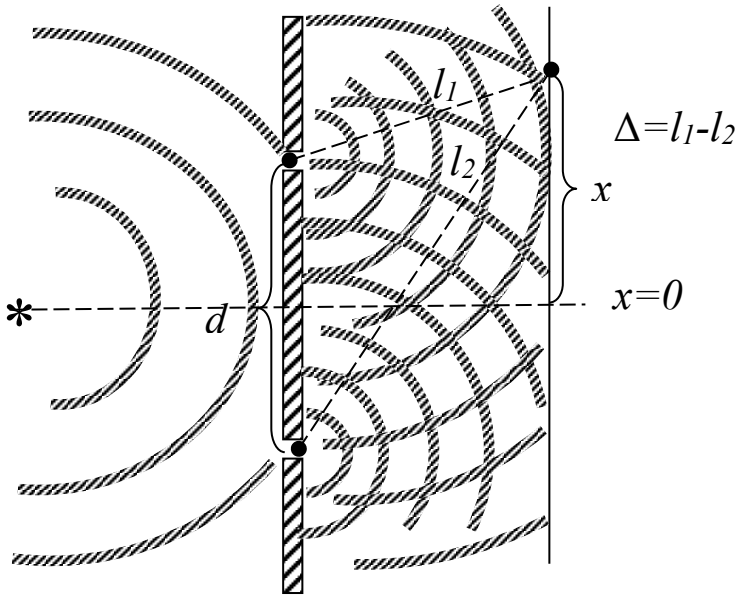


Рис. 1.1.47

Амплітуда результуючих коливань при інтерференції двох хвиль у даній точці середовища буде **максимальною (умова максимумів)** , якщо різниця ходу двох когерентних хвиль у цій точці дорівнює цілому числу довжин хвиль (або парному числу півхвиль) :

$$\Delta = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2}\text{ , де } k = 0, \pm1, \pm2, \pm3,\ldots \quad . \qquad (1.1.90)$$

Умова мінімумів: різниця ходу двох когерентних хвиль дорівнює непарному числу півхвиль:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ де } k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \quad . \qquad (1.1.91)$$

Необхідною умовою інтерференції є **когерентність** двох джерел: вони мають випромінювати хвилі однакової частоти зі сталою в часі різницею фаз та однаковими напрямками коливань.

Стоячі хвилі –постійна інтерференційна картина під час накладання **відбитої і падаючої** хвиль. Точки максимальних коливань $(A=A_1+A_2)$ називаються пучністю

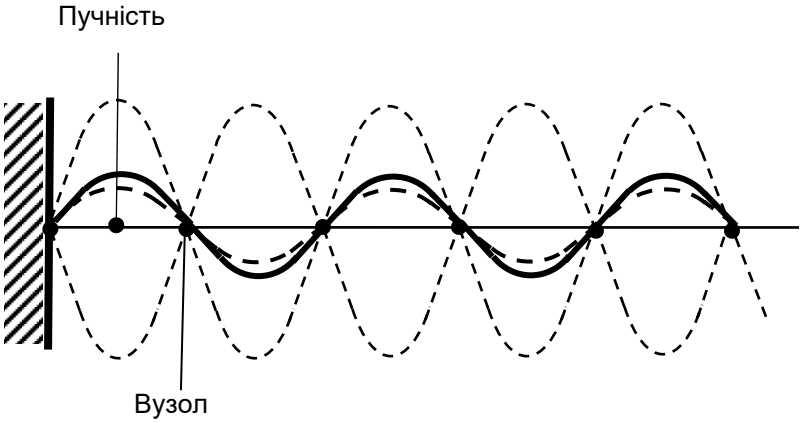


Рис. 1.1.48

стоячої хвилі, а точки з мінімальними коливаннями називаються вузлами стоячої хвилі Відстань між найближчими вузлами або пучностями називається **довжиною стоячої хвилі.**

На відміну від хвилі, що розповсюджується в простір і не зустрічає відбитої (біжуча хвиля, початковий етап розповсюдження якої показано на рис. 1.1.45), **стояча хвиля** є накладанням падаючої та відбитої хвиль. У результаті накладання в вузлах стоячої хвилі зміщення постійно дорівнює нулю, за що вона й отримала цю назву (рис. 1.1.48).

Довжина стоячої хвилі $\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}$, де λ - довжина біжучої хвилі. Стоячі хвилі, на відміну від біжучих, не переносять енергію, оскільки і біжуча, і відбити від перешкоди хвилі за період переносять однакову енергію в прямо протилежних напрямах.

Дифракція хвиль –це явище відхилення від прямолінійності поширення хвиль або явище огинання хвилею малих перешкод, що зустрічаються на їх шляху. Явище дифракції проявляються у випадках, коли розміри предмета порівнянні з довжиною хвилі .

В однорідному середовищі хвилі поширюються прямолінійно. При проходженні хвиль повз перешкоди чи крізь отвори хвилі відхиляються від попереднього напрямку – порушується прямолінійне їх поширення. Заходження хвиль в область геометричної тіні називається дифракцією хвиль. Якщо лінійні розміри перешкоди однакові з довжиною

хвиль, то хвилі огинають перешкоду (рис. 1.1.49, а). Якщо лінійні розміри перешкоди значно більші за довжину хвилі λ, то за перешкодою утворюється хвильова тінь, тобто простір, куди хвилі не потрапляють (рис. 1.1.49, б). Якщо лінійні розміри перешкоди не набагато більші, ніж довжина хвилі λ, то хвильова тінь простягається від перешкоди на деяку відстань, а за хвильовою тінню хвилі, які обігнули перешкоду, інтерферують (рис. 1.1.49, в). В цьому розумінні дифракція є наслідком інтерференції хвиль. Більш детальний аналіз дифракції дивись у розділу «Оптика».

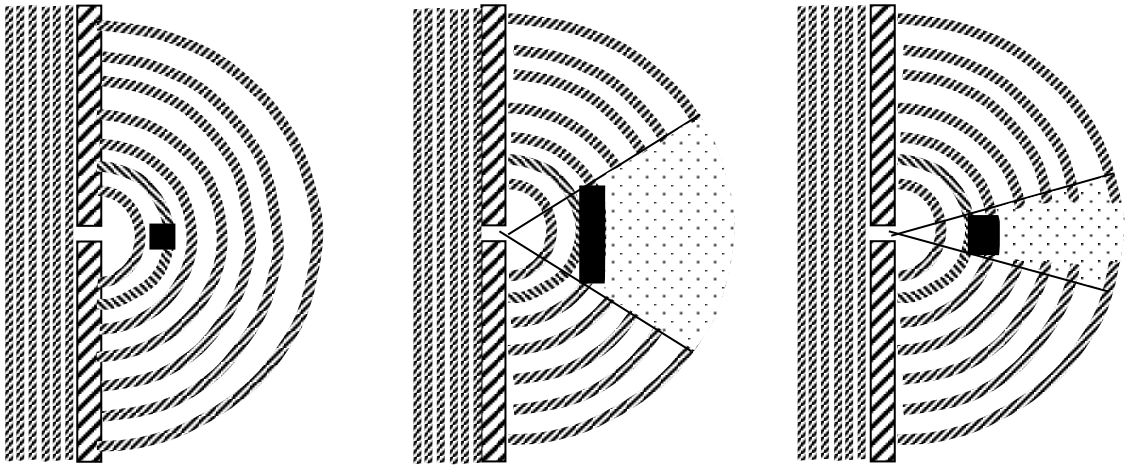


Рис. 1.1.49

1.1.9.10. Звукові хвилі

Механічні коливання з частотами від 16 до 20000 Гц (16 Гц – 20 кГц), які сприймає орган слуху людини (вухо), називаються **звуком.** Акустика вивчає звукові явища.

Висота звуку визначається його частотою; гучність – амплітудою звукових коливань.

Звукові хвилі з частотою до 20 Гц називають **інфразвуком**, а з частотою понад 20 кГц – **ультразвуком** ($2\cdot10^4$ – 10^{13} Гц).

Звукові хвилі в повітрі – це поздовжні хвилі.

Швидкість звуку в повітрі при нормальному атмосферному тиску – 330 м/с (при 0 °С); 340 м/с (при 20 °С), у воді – 1500 м/с, у сталі - 5050 м/с.

Інтенсивність звуку – це та енергія, яку переносить звукова хвиля за 1 с через одиницю площі (1 $м^2$) поверхні, що розміщена перпендикулярно напрямку розповсюдження хвилі. Таким чином, інтенсивність звукової хвилі:

$$I = \frac{W}{\Delta S \cdot \Delta t}.$$

Звідси отримаємо розмірність інтенсивності звуку:

$$[I] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = \text{кг}\cdot\text{с}^{-3}.$$

Одиницею вимірювання інтенсивності буде 1 Вт/$м^2$.

Інтенсивність звуку прямо пропорційна квадрату амплітуди звукових коливань A^2

$$I = \frac{1}{2}\rho \upsilon \omega^2 A^2,$$

(1.1.92)

де ρ – густина середовища; υ – швидкість поширення хвилі; ω – циклічна частота хвилі.

Максимальна зміна тиску в середовищі при розповсюдженні звукових хвиль в порівнянні з тиском при їх відсутності Δp називається **звуковим тиском**. Ця величина визначається співвідношенням:

$$\Delta p = \rho V \omega A.$$

Інтенсивності звуку при слуховому сприйнятті відповідає відчуття гучності звуку.

Гучність звуку – суб'єктивна характеристика. Вона залежить від інтенсивності звуку, що зумовлена амплітудою коливань, та частотою коливань (слух людини найбільш чутливий до коливань у діапазоні 1000 – 4000 Гц).

При деякій визначеній мінімальній інтенсивності звуку людське вухо перестає сприймати звук. Ця мінімальна інтенсивність називається **порогом чутливості**. Поріг чутливості має різні значення для звуків різних частот. При великих інтенсивностях звуку вухо також не сприймає звук, а відчуває больові відчуття. Найменша інтенсивність такого звуку називається **больовим порогом.**

Поріг чутливості вуха людини – близько $10^{-12}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$; гучна розмова, спів, крик – від $10^{-5}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ до $10^{-2}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$; больовий поріг – від $10\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ до $100\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Для порівняння інтенсивностей звуку прийнято в акустиці вимірювати інтенсивність в безрозмірних одиницях, що мають назву децибели. Число децибел дорівнює десятковому логарифму відношення інтенсивностей, помножених на 10, тобто:

$$10 \cdot \lg \frac{I}{I_0},$$

де за стандартний поріг чутливості I_0 приймають інтенсивність $10^{-12}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$, що приблизно дорівнює інтенсивності звуку з частотою 1000 Гц на порозі чутливості.

Звукові хвилі, як правило, мають складну форму. Але кожне коливання можна представити як суму синусоїдальних хвиль. Кожна синусоїдальна звукова хвиля називається **тоном.**

Висота тону залежить від частоти: чим більша частота, тим вищий тон. **Музикальні звуки** – це періодичні коливання, що є сумою синусоїдальних коливань (тонів). Тон з найменшою частотою коливань називається **основним тоном. І**нші тони, що супроводжують основний, називаються **обертонами**, або вищими гармоніками.

Тембр звуку – це характеристика музикального звуку, що залежить від кількості обертонів, що супроводжують основний тон, від їхніх частот, амплітуд (взагалі-то від форми звукової хвилі).

Швидкість поширення звукових хвиль збільшується при нагріванні пружного середовища. Швидкість поширення звукової хвилі у повітрі – формула **Ньютона – Лапласа**:

$$V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

де $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ – коефіцієнт адіабати, R – універсальна газова стала; T – абсолютна (термодинамічна) температура; M – молярна маса (1 моль) газу, що будуть введені в розділі 2.

Звуковий резонанс – це явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань *A* (струни, стовпа повітря тощо), коли частота вимушених коливань ω, зумовлених звуковою хвилею, наближається до частоти власних коливань тіла ω_0 або дорівнює їй. При розгляді вимушених коливань (див. 1.1.8.7) це явище детально аналізувалося для довільних механічних коливань, тому висновки справедливі і для звукових. Мовлення і слух людини зумовлені звуковим резонансом. Гортанний звук – стовп повітря в гортані резонує з коливаннями голосової зв'язки. Слух – слухова „струна" в завитку внутрішнього вуха резонує зі звуковою хвилею, що досягла вуха.

Луна – це сприймання звукової хвилі, відбитої від перешкод, окремо від звукової хвилі джерела звуку. Якщо перешкода, яка відбиває звук, знаходиться ближче, ніж, приблизно, 17 м, то хвилі зливаються (протяжний звук) – явище реверберації.

1.2. ВСТУП ДО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМУ „ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН ТА ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ”

1.2.1. Основні поняття теорії похибок. Прямі та непрямі вимірювання

Виміряти фізичну величину – це значить порівняти її з іншою однорідною величиною, яка прийнята за одиницю міри, тобто визначити скільки разів міститься в ній однорідна з нею величина, прийнята за одиницю міри.

Є два види вимірювань – **прямі** і **непрямі**. При **прямому** вимірюванні величину визначають безпосередньо за допомогою вимірювального приладу (лінійки, секундоміру, термометру, терезів тощо). Так, безпосередньо можна виміряти довжину, час, температуру, масу та деякі інші фізичні величини.

Якщо величину не можна виміряти безпосередньо, застосовують **непряме вимірювання**, а саме: шукану величину розраховують за формулою, яка виражає дану величину через інші, знайдені шляхом прямих вимірювань. Так, наприклад, прискорення вільного падіння обчислюють за формулою $g = 2h/t^2$, використовуючи результати прямих вимірювань висоти h і часу t вільного падіння тіла.

Будемо позначати істинне значення фізичної величини, що вимірюється, через a, а результат її виміру – через x . Ці величини , взагалі кажучи, не співпадають. Величину $\Delta x = x - a$ називають похибкою, її модуль $|\Delta x| = |x - a|$ – **абсолютною похибкою**, відношення $\varepsilon = |\Delta x|/a$ – **відносною похибкою** виміру.

Якщо за одних і тих же умов повторити вимір n разів, то отримаємо n результатів, $x_1, x_2, \ldots x_i, \ldots x_n$, і відповідно матимемо n похибок. Отримання того чи іншого результату x_i – це випадкова подія.

Випадковою називають подію, яка при реалізації даних умов може відбутись, а може і не відбутись.

Так, наприклад, при підкиданні монети тризуб може випасти, а може і ні; отже, випадання тризуба – випадкова подія.

Кожна випадкова подія має свою об’єктивну характеристику, яка називається **ймовірністю** і вимірюється позитивним числом P, яке завжди буде (що випливає з визначення) більшим від одиниці :

$$0 \le P \le 1.$$

Ймовірність випадкової події P визначається відношенням числа випадків, що сприяють даній події, до повного числа рівноможливих випадків.

Наприклад, якщо у ящик всипати 5 білих і 15 чорних (однакових за розміром, вагою і якістю поверхні) кульок і добре його потрусити, то ймовірність P витягти (не зазираючи до ящика) білу кульку буде рівною 5/20 = 0,25 – бо число рівноможливих випадків тут 5+15= 20, а сприяють даній події (вийманню білої кульки) тільки 5 із них. У наведеному вище прикладі з монетою рівноможливих випадків два (тризуб або цифра), а сприяє даній події (випаданню тризуба) тільки один. Отже, ймовірність випадання тризуба P = 1/2 = 0,5.

Подію, ймовірність якої дорівнює одиниці (P = 1), називають **достовірною**.

Подію, ймовірність якої дорівнює нулеві ($P = 0$), називають **неймовірною**.

При великій кількості n незалежних випробувань ймовірність P випадкової події визначає частку випробувань, коли дана випадкова подія відбувається. Так, при підкиданні монети 100 разів, тризуб може випасти, наприклад, у 50, 49, 48, 51, 52 випадках.

При вимірюванні певної фізичної величини один єдиний раз за результатом вимірювання x не можна оцінити ані абсолютної, ані відносної похибок (бо істинне значення a є невідомим).

Теорія похибок встановлює правила, які дозволяють, виконавши невелику кількість (наприклад, 3, 5, 7) вимірювань, оцінити інтервал

$$a_1 \le a \le a_2 \qquad (1.2.1)$$

(еквівалентний запис: [a_1, a_2]), в якому знаходиться істинне значення вимірюваної величини. Цей інтервал називають **довірчим**. Теорія похибок дозволяє також оцінити **достовірність** P отриманого результату (1).

Достовірністю P (довірчою ймовірністю) називають ймовірність того, що істинне значення вимірюваної величини знаходиться у вказаному довірчому інтервалі (1).

Саме достовірність P визначає ту частку результатів вимірів, які при проведенні великої кількості вимірювань (n = 100, 1000, або більше; строго кажучи, при $n \to \infty$) попали б у даний довірчий інтервал.

Якщо, наприклад, для довжини відрізку L з достовірністю P = 0,8 отримано результат $0{,}58 \le L \le 0{,}62$ (м), то це означає, що з тисячі вимірів (n = 1000) приблизно 80% результатів матимуть значення між 0,58 м і 0,62 м, а решта (приблизно 20 %) будуть меншими 0,58 м або більшими ніж 0,62 м.

Завдання експериментатора (студента) при визначенні фізичної величини, що вимірюється у прямий спосіб, полягає в наступному.

1. Зробити декілька (3-7) вимірів і знайти середнє арифметичне $< x >$ результатів вимірів:

$$< x > = (x_1 + x_2 + \ldots + x_i + \ldots + x_n) / n. \qquad (1.2.2)$$

2. Встановити довірчий інтервал (1.2.1), в якому за його (експериментатора) ствердженням знаходиться істинне значення a фізичної величини. Довірчий інтервал представляють у формі:

$$<x> - \Delta \le a \le <x> + \Delta \qquad (1.2.1a)$$

(еквівалентний запис : $a = < x > \pm \Delta$; при цьому

$$a_1 = <x> - \Delta ,$$

$$a_2 = <x> + \Delta).$$

Величину Δ у формулі (1.2.1а) називають **довірчою границею похибок** результатів вимірів.

Вказати достовірність P вищезгаданого ствердження.

Оцінити **точність** експерименту. Її характеризують відносною похибкою ε, яку обчислюють за наближеною формулою

$$\varepsilon \approx \frac{\Delta}{< x >}; \qquad (1.2.3)$$

при цьому відмітимо, що чим менше $\mathcal{E}$, тим вище точність.

Подати кінцевий результат у стандартній формі, записавши встановлений довірчий інтервал і вказавши точність і достовірність отриманого результату:

$$a =< x > \mp \Delta, \quad \mathcal{E}, \quad P. \qquad (1.2.4)$$

Стандартна форма (1.2.4) представлення результату вимірювань є єдиною як при прямих, так і при непрямих вимірюваннях.

Точність вимірювання визначається тією найменшою часткою одиниці міри, до якої з упевненістю у правильності результату можна виконати вимірювання. Ступінь точності вимірювань залежить від приладів, що використовуються, і від загальних методів вимірювання, і було б марним витрачанням часу намагатися при вимірюваннях за даних умов перейти цю межу точності. Наприклад, зважуючи тіло масою 200 г на якісних терезах, неважко досягти точності 0,1 мг, тобто точності 0,00005 %. В інших випадках навіть точність 0,1 % є майже недосяжною – наприклад, при вимірюванні температури за допомогою термометрів. Звичайними термометрами можна відраховувати температуру з точністю до 0,1 К, іноді з точністю до 0,05 К. Отже, якщо вимірювана зміна температури становить приблизно 5 К, то точність не перевищуватиме 1 – 2 % вимірюваної величини.

Звідси випливає, що перш ніж приступати до вимірювань, необхідно визначити межі точності, які можна отримати з наявними приладами.

Якщо в лабораторній роботі доводиться вимірювати різні величини і межі можливої точності для кожної вимірюваної величини виявляються різними, то **немає сенсу при окремих вимірюваннях виходити за межі точності найменш точно вимірюваної величини.** Так, при калориметричних вимірюваннях визначення маси води і калориметра із зважування можна б було виконати з точністю, не меншою 0,0001 %. Однак у даному випадку немає сенсу виконувати зважування з такою високою точністю і можна обмежитись зважуванням на менш досконалих терезах з точністю, наприклад, до 0,1 %, оскільки вимірювання зміни температури може бути виконано, як сказано, з точністю лише 1 – 2 %.

1.2.2. Види похибок. Математична обробка результатів прямих вимірювань

1. Перед початком прямих вимірювань перш за все записують назву величини, що вимірюється, назву вимірювального приладу і ціну найменшої його поділки *C*.

2. Записують у стовпчик під символом величини, що вимірюється, результати вимірів x_i і обчислюють за формулою (1.2.2) середнє арифметичне $< x >$ результатів вимірів.

3. Встановлюють довірчу границю похибок Δ результатів вимірів. Для цього враховують два основні види похибок – **систематичні і випадкові.**

Систематичними називають похибки, що залишаються постійними за величиною і за знаком при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Такі похибки мають об'єктивний характер і обумовлені недосконалістю вимірювальних приладів, впливом умов, за яких проводиться дослід, а також недосконалістю методів вимірювання. Деякі систематичні похибки можуть бути виявлені і усунуті. Однак існують і такі систематичні похибки, від яких не можна позбавитись і які обов'язково необхідно враховувати. Такими є похибки, обумовлені недосконалістю приладів, зокрема їх вимірювальних шкал. Як правило, більшість приладів високої якості дає похибку, що не перевищує ціни найменшої поділки їх шкали.

Випадковими називають похибки, що непередбачено змінюють свою величину (і знак!) від одного досліду до іншого. Вони обумовлені багатьма неконтрольованими причинами, а також недосконалістю наших органів чуттів. З останньої причини випадкові похибки в значній мірі мають суб'єктивний характер. Випадкові похибки описуються теорією ймовірностей. Вплив випадкових похибок на результат вимірювань можна істотно зменшити при багатократному повторенні досліду: оскільки завищені і занижені (відносно істинного) значення зустрічаються однаково часто, то при обчисленні середнього арифметичного $< x >$ випадкові похибки частково компенсують одна одну, і тому середнє арифметичне менше відрізняється від істинного значення a фізичної величини, ніж кожен з результатів вимірювань x_i.

Зменшити вплив систематичних похибок шляхом повторення досліду, звичайно, не можна. Для цього потрібно удосконалити (або взяти більш точний) прилад або змінити метод вимірювань.

У відповідності з наявністю двох видів похибок довірчу границю сумарних похибок Δ записують у вигляді суми

$$\Delta = \Delta_c + \overset{o}{\Delta}, \qquad (1.2.5)$$

де Δ_c – довірча границя систематичних похибок, а $\overset{o}{\Delta}$ – довірча границя випадкових похибок. Їм відповідають параметри P_c – ймовірність того, що систематичні похибки не перевищують Δ_c, і $\overset{o}{P}$ – ймовірність того, що випадкові похибки не перевищують $\overset{o}{\Delta}$.

4.1. Встановлення довірчої границі випадкових похибок, $\overset{o}{\Delta}$, починають з обчислення **випадкових відхилень** результатів вимірів δ за формулою

$$\delta_i = x_i - <x>, \qquad (1.2.6)$$

їх квадратів δ_i^2 та середньоарифметичного $<\delta^2>$ за формулою

$$\left\langle \delta^2 \right\rangle = \frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 \ldots + \delta_i^2 + \ldots + \delta_n^2}{n}. \qquad (1.2.7)$$

4.2. Розраховують параметр

$$\sigma_{\text{ср.}} = \sqrt{\frac{<\delta^2>}{n-1}}, \qquad (1.2.8)$$

що має назву **середнього квадратичного відхилення** середніх результатів вимірів.

4.3. Довірчу границю випадкових похибок обчислюють за формулою

$$\overset{O}{\Delta} = t \cdot \sigma_{ср.}. \qquad (1.2.9)$$

Тут *t* – параметр, який визначають з таблиць, розроблених за допомогою теорії ймовірностей. Цей параметр названо параметром Ст'юдента на честь вченого, який розрахував таблицю його значень.

Параметр Ст'юдента залежить від кількості вимірів *n* (число *n* встановлює експериментатор) і величини параметру $\overset{O}{P}$ (її теж встановлює експериментатор). З таблиці 1.2.1 видно, що при фіксованому значенні $\overset{O}{P}$ параметр Ст'юдента *t* зменшується із збільшенням кількості вимірів *n.*

Таблиця 1.2.1

КОЕФІЦІЄНТИ СТ'ЮДЕНТА

Довірча імовірність $\overset{O}{P} \rightarrow$ Число вимірів *n* $\downarrow$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,999
1								
2	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	636,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	31,6
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	4,8
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	4,1
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	3,9
40	0,68	0,85	1,1	1,2	1,7	2,0	2,4	36
60	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	3,5
120	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	3,4
∞	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	3,3

5. При оцінці довірчої границі систематичних похибок, Δ_c, вважатимемо, що вона не перевищує ціни найменшої поділки *C* вимірювального приладу. В цьому випадку

$$\Delta_c = C, \quad P_c = 1. \qquad (1.2.10)$$

Якщо ж існують додаткові систематичні похибки, що перевищують *C*, то користуються формулою $\Delta_c = C + \Delta_{дод.}$, де $\Delta_{дод.}$ – довірча границя додаткових систематичних похибок. Формула для $\Delta_{дод.}$, обумовленої методом вимірювання, якщо вона не є набагато меншою ціни поділки, наводиться в лабораторній роботі.

Таблиця 1.2.2.

МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРІВ ЧАСУ *τ*
ДВАДЦЯТИ КОЛИВАНЬ МАЯТНИКА

Час *τ* вимірювали секундоміром , *C* = 0,2 с.

i	*τ*, с	*δ*, с	***Розрахунки***
1 2 3	34,2 34,0 34,6	– 0,07 – 0,27 + 0,33	$<\tau> = \frac{34,2+34,0+34,6}{3} = 34,27$ с;
$<\tau>$= 34,27		$\sigma_{ср}$=0,18.	$\delta_1 = 34,2 - 34,27 = -0,07$ с; $\delta_1^2 = 0,005$ с^2;
Δ_c= 0,2 с; P_c = 1			$\delta_2 = 34,0 - 34,27 = -0,27$ с; $\delta_2^2 = 0,073$ с^2;
$\overset{o}{\Delta} = 0,77$ с; $\overset{o}{P} = 0,95$			$\delta_3 = 34,6 - 34,27 = +0,33$ с; $\delta_3^2 = 0,109$ с^2;
$\Delta = 1,0$ с; $P > 0,95$			$<\delta^2> = \frac{0,005+0,073+0,109}{3} = 0,062$ с;
$\varepsilon = 0,028$ (2,8%)			$\sigma_{ср.} = \sqrt{\frac{\langle\delta^2\rangle}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,062}{2}} = 0,18$ с;
Результат: $\tau = (34,2 \pm 1,0)$ с, $P > 0,95$, $\varepsilon = 0,028$.			$\overset{o}{\Delta} = t \cdot \sigma_{ср.} = 4,3 \cdot 0,18 = 0,77$ с; $\Delta = \Delta_c + \overset{o}{\Delta} = 0,2 + 0,77 = 0,97 \approx 1,0$ с; $\varepsilon = \frac{\Delta}{<\tau>} = \frac{0,97}{34,3} = 0,028$ (2,8%).

6. Обчислюють довірчу границю сумарних похибок Δ за формулою (5) і відносну похибку ε за формулою (1.2.3).

7. Записують результат у стандартній формі (1.2.4), вказуючи, що його достовірність знаходиться в межах між $\overset{o}{P}$ і $P_c = 1$: $\overset{o}{P} < P < 1$ (або $P > \overset{o}{P}$).

Нижче наведено приклад розташування результатів і розрахунків при n = 3, $\overset{o}{P}$ = 0,95; (при цьому t = 4,3).

Примітка 1. Якщо результати x_i прямих вимірювань збігаються, то $\Delta = \Delta_c = C$ і $P = P_c = 1$.

Примітка 2. Якщо відносна похибка ε перевищує 0,2 (20%), то експеримент потрібно повторити, взявши більш точний інструмент (при цьому зменшується Δ_c) або збільшивши кількість вимірювань n (при цьому зменшується $\overset{o}{\Delta}$), або зробивши і те і інше.

1.2.3. Математична обробка результатів непрямих вимірювань

Розглянемо величину Z , що є функцією декількох аргументів – величин *x, y,* ..., які визначаються незалежно одна від одної шляхом прямих вимірювань:

$$Z = f(x, y, \ldots). \qquad (1.2.11)$$

Тоді послідовність розрахунків є такою:

1. Середнє значення величини *Z* розраховують **один раз,** підставляючи замість аргументів x, y, ... їх середні значення:

$$\langle Z \rangle = f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \ldots). \qquad (1.2.12)$$

2. Визначають відносну похибку непрямих вимірювань ε_Z за формулою

$$\varepsilon_Z = \left\{ \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial x} \right| \Delta_x + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial y} \right| \Delta_y + \ \ldots \right\} \qquad (1.2.13)$$

де Δ_x, Δ_y — довірчі границі сумарних похибок вимірювань величин *x, y, ...* . Для полегшення обчислень формулу (13) для розрахунку відносної похибки непрямих вимірювань ε_Z подано у кожній лабораторній роботі.

3. Розраховують довірчу границю сумарних похибок за формулою

$$\Delta_Z = \varepsilon_Z \langle Z \rangle. \qquad (1.2.14)$$

В таблиці 3 наведено розраховані за формулами (1.2.13), (1.2.14) значення Δ_Z і ε_Z для величин *Z*, що виражаються простими функціональними залежностями, які зустрічаються найбільш часто.

4. Записують кінцевий результат у стандартній формі (1.2.4):

$$Z = \langle Z \rangle \pm \Delta_Z, \quad \varepsilon_Z, \quad P_Z.$$

Примітка 1. Якщо в розрахунках використовують табличне значення, то відповідну довірчу границю похибок визначають як половину одиниці його (табличного значення) останнього значущого розряду з достовірністю, рівною одиниці. Наприклад, в таблиці подано значення прискорення вільного падіння g = 9,807 м/с^2; в цьому випадку Δ_g = 0,0005 м/с^2, P_g =1. Але якщо табличне значення g подано як g = 9,8 м/с, то Δ_g = 0,05 м/с^2, P_g = 1.

Примітка 2. Якщо прямі вимірювання не можна виконати в однакових умовах, то величину Z розраховують для кожного окремого вимірювання, а потім знаходять її середнє значення. При цьому для прямих вимірювань беруть до уваги лише довірчу границю систематичних похибок, а відносні похибки прямих і непрямих вимірювань оцінюють тільки для якогось одного вимірювання.

Таблиця 1.2.3.

	$Z = f(x, y, \ldots)$	Δ_Z	ε_Z
1	$x + y + \ldots$	$\Delta_x + \Delta_y + \ldots$	$\frac{\Delta_Z}{< x > + < y > + \ldots}$
2	$x - y$	$\Delta_x + \Delta_y$	$\frac{\Delta_Z}{\lvert < x > - < y > \rvert}$
3	ax, де $a = const$	$a \cdot \Delta_x$	ε_x
4	$x \cdot y \cdot \ldots$	$\varepsilon_Z \cdot < x > \cdot < y > \ldots$	$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \ldots$
5	$\frac{x}{y}$	$\varepsilon_Z \cdot < x > / < y >$	$\varepsilon_x + \varepsilon_y$
6	x^n	$\varepsilon_Z \cdot < x >^n$	$n \cdot \varepsilon_x$
7	$\sqrt[n]{x}$	$\varepsilon_Z \cdot \sqrt[n]{< x >}$	$\frac{1}{n} \cdot \varepsilon_x$
8	$x^\alpha \cdot y^\beta \cdot \ldots$ де $\alpha > 0, \beta > 0$	$\varepsilon_Z \cdot < x >^\alpha \cdot < y >^\beta \cdot \ldots$	$\alpha\varepsilon_x + \beta\varepsilon_y + \ldots$
9	$\sin x$	$\Delta_x \cdot \lvert \cos < x > \rvert$	$\Delta_x \cdot \lvert ctg < x > \rvert$
10	$\cos x$	$\Delta_x \cdot \lvert \sin < x > \rvert$	$\Delta_x \cdot \lvert tg < x > \rvert$
11	tgx	$\Delta_x / \cos^2 < x >$	$2\Delta_x / \lvert \sin 2 < x > \rvert$
12	$ctgx$	$\Delta_x / \sin^2 < x >$	$2\Delta_x / \lvert \sin 2 < x > \rvert$

Примітка: у прикладах 1 і 2 спочатку розраховують Δ_Z, а потім — ε_Z. у прикладах 4-8 спочатку розраховують ε_Z, а потім — Δ_Z.

1.2.4. Графічний спосіб представлення результатів експерименту

Для цього у більшості випадків користуються декартовою системою координат; на міліметровому папері уздовж осі абсцис у довільному масштабі відкладають незалежну змінну *x* (аргумент), тобто величину, значення якої задає сам експериментатор, а уздовж осі ординат – ту величину *y* (функцію *y* = *y*(*x*)), яку він при цьому визначає. Через отримані на площині точки проводять неперервну плавну криву. При побудові графіків необхідно дотримуватись наступних правил:

1. Біля кожної з осей (напроти середини або в кінці осі) слід вказати умовне позначення величини і, через кому, одиниці її вимірювання в обраній системі одиниць (рис. 1.2.1).

2. Масштаб на кожній осі вибирають так, щоб експериментальні точки не зливалися одна з одною і були розташовані з розумним інтервалом (рис. 1.2.2). Не слід відкладати на осях значення величин, істотно більших або менших тих значень, в межах яких проводились вимірювання – інакше графік займатиме лише малу частину відведеної

для нього координатної площини (рис. 1.2.2а).

При дослідженні залежності однієї фізичної величини від іншої для наочного представлення цієї залежності її зображують графічно.

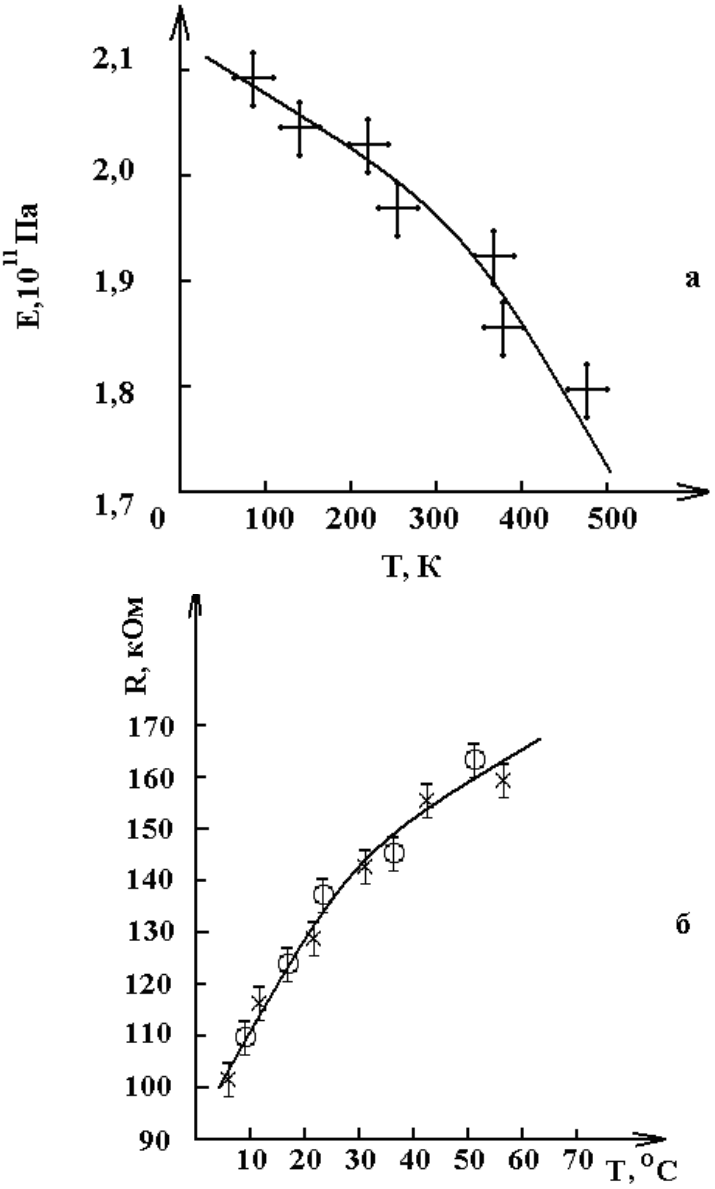


Рис.1.2.1

3. Початок координат не обов'язково повинен збігатися з нульовими значеннями вимірюваних величин (рис. 1.2.2б).

4. Масштаб має бути простим: в одній поділці масштабу повинна укладатись одиниця (або 10; 100; 0,1 одиниці і т.д.) вимірюваної величини.

5. При вимірюваннях часто зустрічаються величини, що мають дуже мале (або дуже велике) чисельне значення, наприклад, $5 \cdot 10^{-7}$ м, $2 \cdot 10^{11}$ Па та ін. У таких випадках загальний коефіцієнт вказується перед одиницею вимірюваної величини (L, 10^{-7} м; E, 10^{11} Па). При цьому зникає необхідність вказувати множник біля кожної цифри проти масштабної риски (рис. 1.2.1). Винесення загального коефіцієнта можна замінити введенням дольних або кратних одиниць. Так, $5 \cdot 10^{-7}$ м можна замінити на 0,5 мкм.

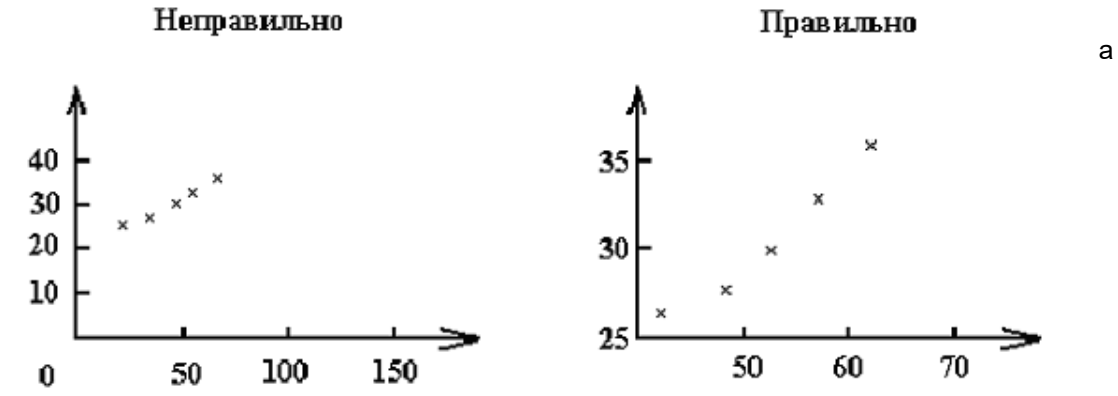
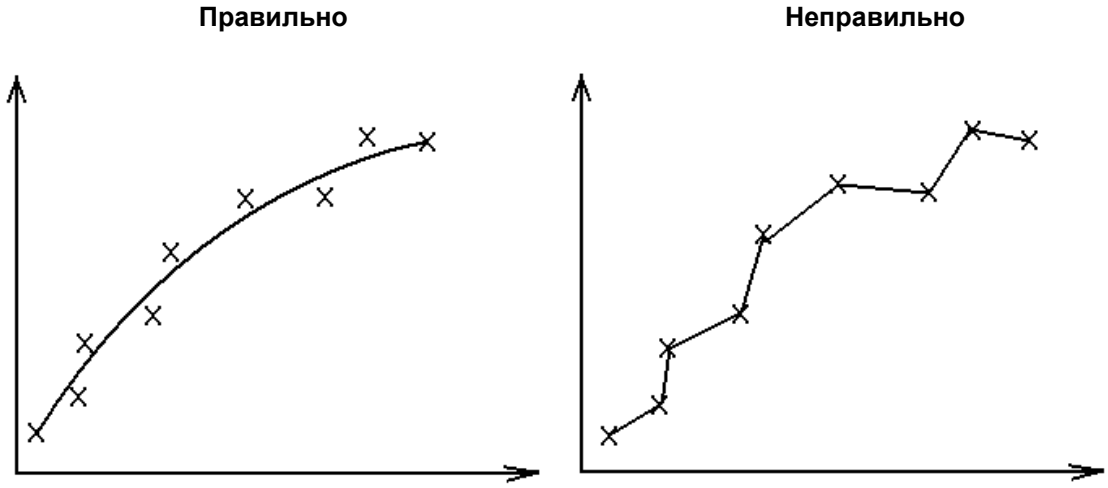


Рис. 1.2.2 а б



а Рис. 1.2.3 *б*

Приклади надписів вздовж осей графіка: а) залежність модуля Юнга *E* від температури *T*; б) залежність опору *R* міді від температури *T* при нагріванні (х) і охолодженні (о).

а) невдалий вибір масштабу для графічного представлення результатів;

б) ті ж данні у збільшеному масштабі.

а) Через експериментальні точки проводять плавну криву;

б) з'єднування експериментальних точок ломаною лінією є помилкою.

6. Для графічного відображення точності вимірювань досліджуваної величини *y* на графіку окрім самої експериментальної точки відкладають вгору і вниз від неї (в тому ж масштабі) вертикальні відрізки, рівні довірчим границям похибок величини *y*. Аналогічно, вправо і вліво від експериментальної точки відкладають горизонтальні відрізки (розноски), рівні довірчим границям похибок величини *x* (рис. 1.2.1). Розноски не наносять, якщо довірчі границі уздовж однієї з осей (або обох осей) не виходять за межі розмірів точок на графіку.

7. Через експериментальні точки, нанесені на графік (у вигляді кружків, зірочок або хрестиків), проводять плавну криву в такий спосіб, щоб точки, які відповідають окремим

вимірюванням, розташовувалися симетрично по обидві сторони лінії (рис. 1.2.3). Товщина лінії має бути у 2-3 рази меншою лінійних розмірів експериментальних точок.

8. Якщо метою роботи є встановлення аналітичної залежності між вимірюваними величинами (або її перевірка), то на графік необхідно також нанести теоретичну лінію, що відповідає цій залежності. При цьому величини, які відкладаються уздовж осей графіка, завжди слід вибирати такими, щоб очікувана теоретична залежність мала вид прямої лінії. Побудова функціональної залежності у вигляді прямої лінії значно полегшує задачу експериментатора.

Наприклад, необхідно перевірити, чи виконується закон Бойля - Маріотта (*PV* = *const* при постійній температурі) для деякого газу. Якщо за отриманими даними побудувати графік залежності *P* від *V*, то при виконанні закону Бойня - Маріотта експериментальні точки розташуються поблизу гіперболи. Однак встановити візуально, чи є побудована крива гіперболою, досить важко. Якщо ж відкласти уздовж осей величини *P* і *1/V*, то графік залежності *P* від *1/V* для ідеального газу буде прямою лінією. В цьому випадку можливі відхилення від прямої лінії (тобто від закону Бойля - Маріотта) зразу ж стануть очевидними.

9. Готовий графік наділяють надписом, що роз'яснює його зміст, і підклеюють у журнал лабораторних робіт.

1.2.5. Вивчення ноніусів

Ноніусом називається доповнення до звичайного масштабу (лінійного або кругового), яке дозволяє підвищити точність вимірювання з даним масштабом у 10 – 20 разів.

Техніка безпосереднього вимірювання довжин і кутів у наш час досягла високої досконалості. Наприклад, сконструйовано спеціальні прилади (названі **компараторами**), які дозволяють вимірювати довжину з точністю до 1 мікрона (1 мкм = 10^{-6} м). При цьому майже завжди відлікові пристрої обладнані ноніусами.

Лінійним ноніусом називається маленька лінійка з поділками, яка може ковзати уздовж великої лінійки (також з поділками), названої **масштабом** (рис. 1.2.4).

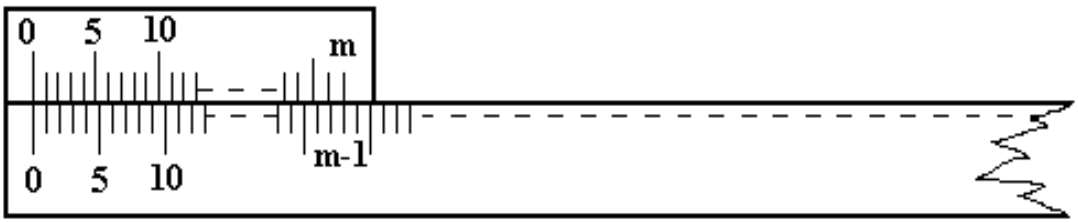


Рис. 1.2.4

Сумарна довжина всіх *m* поділок шкали ноніуса дорівнює довжині *(m — 1)* найменших поділок масштабу. Отже, одна поділка ноніуса дорівнює $\frac{m-1}{m} = (1 - \frac{1}{m})$ поділки масштабу. Саме це дозволяє, користуючись ноніусом, робити відлік з точністю до *1/m*

частки найменшої поділки масштабу. Позначимо через *y* відстань між сусідніми штрихами масштабу, а через *x* – між сусідніми штрихами ноніуса. Тоді можна записати, що

$$x = y \cdot (1 - \frac{1}{\mathrm{m}});$$

звідси отримуємо:

$$m \cdot x = (m - 1)y.$$

Величина

$$\Delta x = y - x = \frac{y}{\mathrm{m}} \qquad (1.2.15)$$

має назву **точності ноніуса**, вона визначає максимальну похибку ноніуса.

При будь-якому положенні ноніуса відносно масштабу одна з поділок ноніуса сходиться з деякою поділкою масштабу. Відлік по ноніусу заснований саме на здатності ока фіксувати це сходження поділок ноніуса і масштабу. При вимірюванні довжини відрізка *L* розміщують його так, щоб він опинився між нульовою поділкою основного масштабу і нульовою поділкою ноніуса (рис. 1.2.5). Припустимо, що при цьому кінець відрізка *L* опинився між *k*-ою і *(k + 1)* -ою поділками масштабу. Тоді можна записати :

$$L = ky + \Delta L,$$

де *ΔL* – невідома поки що частка *k*-ої поділки масштабу. Її знаходимо за допомогою ноніуса. Оскільки поділки ноніуса не є рівними поділкам масштабу, то обов'язково знайдеться така *n*-на поділка, яка буде найближче підходити до відповідної *(k + n)*-ої поділки масштабу.

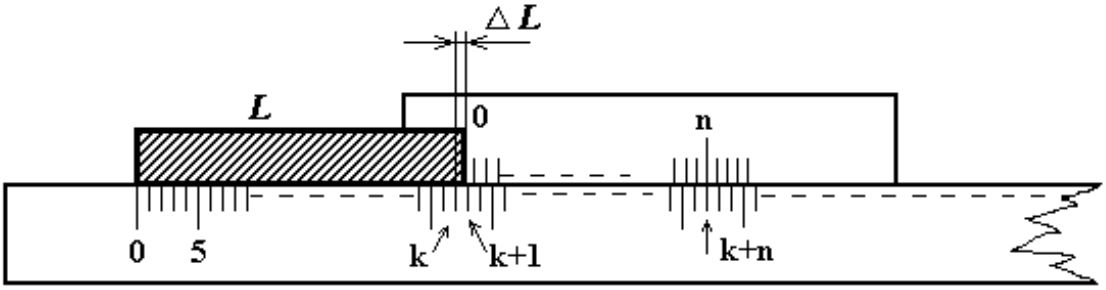


Рис. 1.2.5

Як бачимо з рис. 1.2.5,

$$\Delta L = ny - nx = n(y - x) = n\Delta x;$$

отже, вся довжина *L* визначатиметься формулою:

$$L = ky + n\Delta x. \qquad (1.2.16)$$

Співвідношення (1.2.16) дозволяє сформулювати правило:

довжина відрізку, що вимірюється за допомогою ноніуса, дорівнює числу цілих поділок масштабу плюс точність ноніуса, помножена на номер поділки ноніуса, яка сходиться з деякою поділкою масштабу.

Похибка, що може виникнути при такому методі відліку, обумовлена неточним

сходженням *n*-ої поділки ноніуса з *(k+n)*-ою поділкою масштабу. Величина її, очевидно, не перевищує $\frac{1}{2}\Delta x$. Отже, похибка ноніуса дорівнює половині його точності.

Круговий ноніус принципово нічим не відрізняється від лінійного. Це невелика дугова лінійка, що ковзає уздовж круга **(лімба),** розділеного на градуси або ще більш дрібні поділки (рис. 1.2.6). На лінійці нанесено поділки також у кількості *m*, загальна довжина яких дорівнює *(m – 1)* поділці лімба, тобто

$$m\lambda = (m-1)\beta,$$

де *λ* і *β* – виражені у градусах або у хвилинах ціни поділок ноніуса *(λ)* і найменшої поділки лімба *(β).*

Точність кругового ноніуса *Δλ* буде виражається формулою, аналогічною формулі (1.2.15):

$$\Delta\lambda = \frac{\beta}{m}.$$

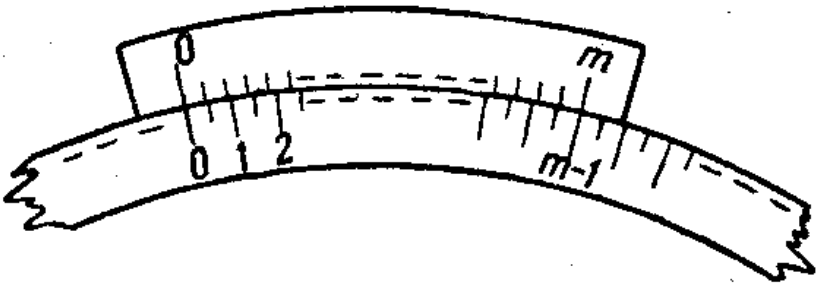


Рис. 1.2.6

Відраховані від нуля лімбу кути *φ* (рис. 1.2.7) обчислюються за формулою:

$$\varphi = k\,\beta + n\,\Delta\lambda.$$

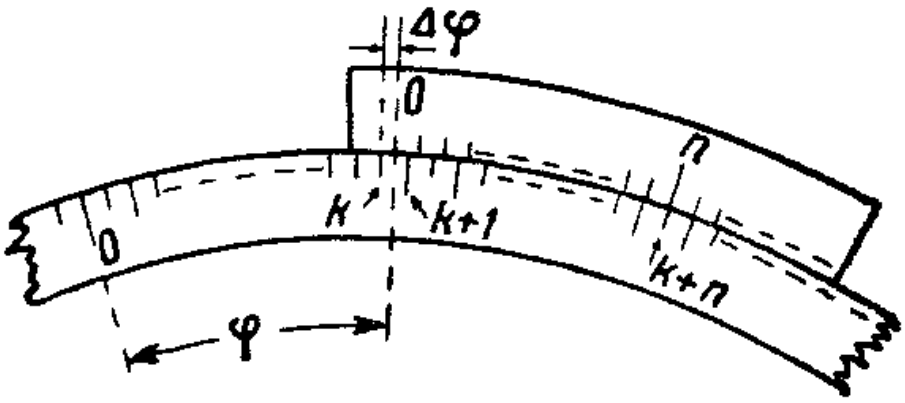


Рис. 1.2.7

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення абсолютної та відносної похибок вимірювання.
2. Дайте визначення випадкової події, наведіть приклади.
3. Дайте визначення ймовірності випадкової події, проілюструйте його прикладами.
4. Що таке випадкове відхилення результату вимірювання? Чим воно відрізняється від похибки вимірювання?
5. Чим відрізняється похибка вимірювання від довірчої границі похибок?
6. Як визначити довірчу границю систематичних, випадкових та сумарних похибок?
7. Як розрахувати середнє значення величини, що вимірюється у непрямий спосіб?
8. Розкрийте зміст поняття достовірності (довірчої ймовірності).
9. Якою є стандартна форма представлення кінцевого результату вимірювань?

Вправа 1

Вимірювання товщини металевої пластинки мікрометром

Приладдя: 1) мікрометр, 2) металева пластинка.

Опис приладу. Мікрометр (рис. 1.2.8) використовується для вимірювання діаметрів дротів, кульок і невеликої товщини пластинок. Він має вигляд невеличких лещат, у яких предмет затискається за допомогою гвинта. Крок гвинта звичайно становить 1 мм або 0,5 мм. На стержні гвинта B закріплено барабан C з нанесеною на ньому шкалою, яка має 50 або 25 поділок.

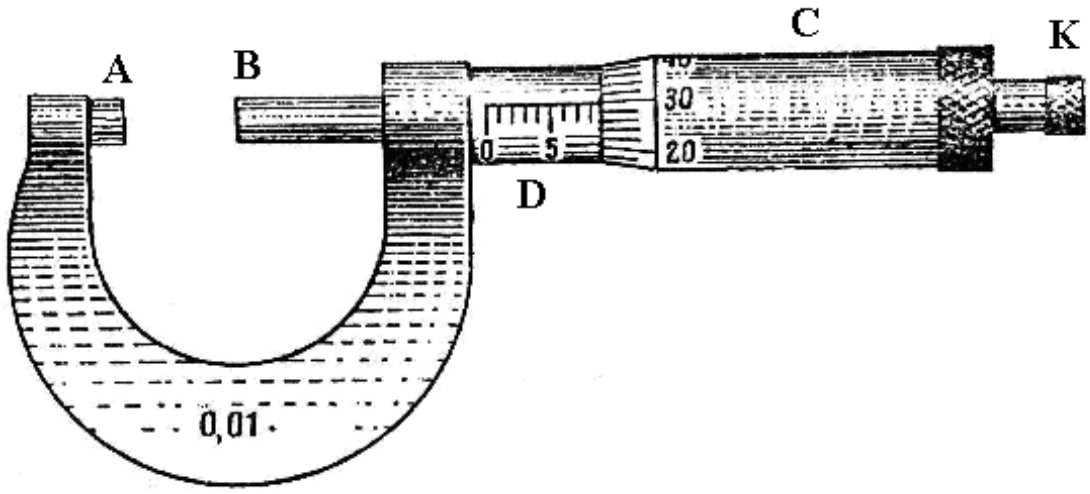


Рис. 1.2.8

У випадку, коли шкала барабана розділена на 50 поділок, а крок гвинта становить 0,5 мм, ціна поділки барабана дорівнює 0,01 мм. На лінійній шкалі над центральною лінією між поділками нанесено риски для того, щоб знати 1-й чи 2-й оберт здійснює барабан.

При положенні барабана, зображеному на рис. 1.2.9а, довжина вимірюваного тіла становить 2,35 мм. При положенні барабана на рис. 9б довжина вимірюваного тіла дорівнює 2,85 мм, оскільки після другої поділки шкали видно одну риску між 2-ою і 3-ою поділками. Це свідчить про те, що барабан після другої поділки здійснює 2-ий оберт і, хоч

на барабані, як і на рис. 1.2.9а, проти центральної лінії розташована 35-а поділка, результатом виміру є не 2,35 мм, а 2,85 мм. При затиснутому гвинті нуль барабана знаходиться проти нуля лінійної шкали D, а край барабана сходиться із нульовою поділкою шкали. Предмет розміщують між гвинтом і протилежним до нього упором А, потім, обертаючи гвинт за голівку К, доводять його до зіткнення з предметом. За лінійною шкалою відраховують міліметри, а за шкалою барабана – соті частки міліметра.

а *б*

Рис. 1.2.9.

Головним джерелом похибок є нерівномірність натискування гвинта на предмет, розмір якого вимірюється. Для усунення цього недоліку сучасні мікрометри обладнані спеціальним пристроєм, який не допускає надто сильного натискування.

Вимірювання. Перш ніж користуватись мікрометром, потрібно переконатись, що нулі його шкал збігаються. Пластинку розміщують між гвинтом і протилежним упором і обертанням барабана С підводять торець гвинта до площини пластинки.

Натискування гвинтом на пластинку слід робити тільки рукояткою К, що повертає гвинт. Момент натискування фіксується слабким тріском. Після цього тріску подальше обертання рукоятки К є непотрібним, а барабана С – неприпустимим. Знімають відліки за шкалами: міліметри – за лінійною шкалою, частки міліметра – за шкалою на барабані.

Товщину пластинки необхідно виміряти поблизу кожного з її чотирьох кутів не менше трьох разів. За наближене значення товщини беруть середнє арифметичне.

Вправа 2

Визначення обєму трубки за допомогою штангенциркуля

Приладдя: 1) штангенциркуль, 2) трубка.

Опис приладу. Штангенциркуль складається (рис. 1.2.10) із розділеного на міліметри масштабу LM, вздовж якого може переміщуватись перпендикулярно до його довжини ніжка СВ із затискувальним гвинтом С, що служить для її закріплювання. На скошеному краю ніжки СВ, який прилягає до масштабу, нанесено ноніус; коли ніжки зсунуті упритул, то нуль ноніуса сходиться із нулем масштабу. Нерухома ніжка LA, закріплена на початку масштабу також перпендикулярно до його довжини, служить упором для вимірюваного тіла. Частини FF обох ніжок служать для вимірювання внутрішніх розмірів тіл.

Вимірювання. Для визначення об’єму трубки необхідно визначити її геометричні розміри – довжину і внутрішній та зовнішній діаметри.

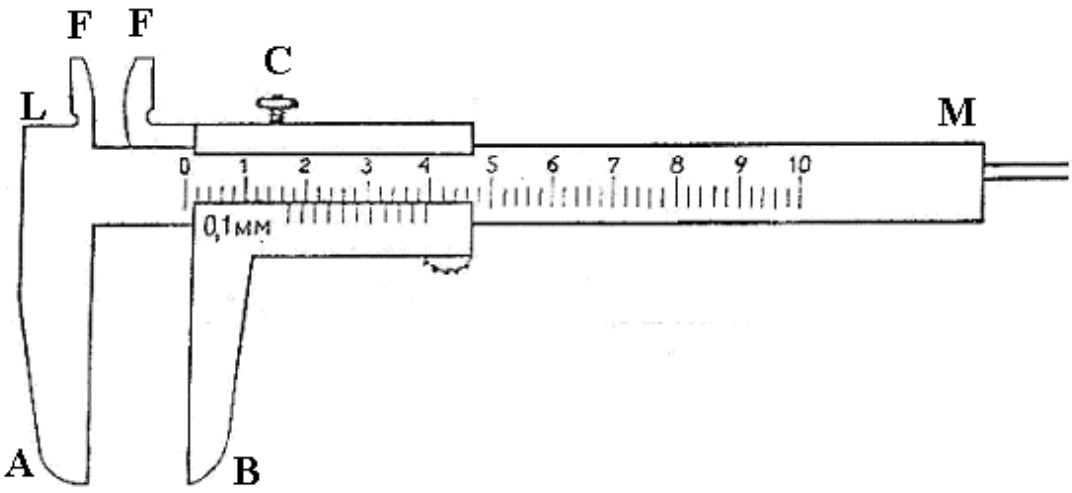


Рис. 1.2.10

Для вимірювання довжини розсувають ніжки штангенциркуля і розміщують між ними поздовжньо трубку поблизу шкали, ніжку В підводять так, щоб трубка була трошки затиснута, і роблять відлік. Оскільки ніжка В, а отже і нуль ноніуса перемістилися на довжину трубки, то відраховують на масштабі ціле число поділок міліметрів до нуля ноніусу, а потім дивляться, яка саме поділка ноніуса сходиться із деякою поділкою масштабу. Вимірювання виконують декілька разів, кожного разу повертаючи трубку навколо осі на деякий кут (приблизно 45^0). Із усіх отриманих результатів беруть середнє арифметичне.

Для вимірювання зовнішнього діаметру трубки її злегенька затискують між ніжками штангенциркуля А і В. Вимірюють однакове число разів на одному і на протилежному кінцях трубки два взаємно-перпендикулярних діаметра, тримаючи її при цьому перпендикулярно до довжини масштабу. Із усіх результатів беруть середнє.

При вимірюванні внутрішнього діаметру трубки вводять частини FF ніжок штангенциркуля у трубку і розводять їх настільки, щоб обидві вони прилягали до внутрішніх стінок трубки, і виконують відлік; потім вимірюють інший, перпендикулярний до першого, внутрішній діаметр трубки. Такі ж два вимірювання виконують на протилежному її кінці. Беруть із усіх вимірів середнє. За результатами вимірювань, використовуючи елементарні геометричні формули, обчислюють об’єм трубки.

1.3. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 1 „МЕХАНІКА”

РОБОТА 1 - 1

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: 1) виміряти прискорення вільного падіння по періоду коливань математичного маятника; 2) вивчити методику математичної обробки результатів прямих і непрямих вимірювань; 3) вивчити закони гармонічного коливального руху.

Прилади та обладнання: важка кулька, яка підвішена на легкій нитці, що не розтягується; вертикальна шкала; секундомір.

Рух тіла під дією тільки однієї сили тяжіння називається вільним падінням, а прискорення, якого набуває при цьому тіло, - прискоренням вільного падіння *g*.

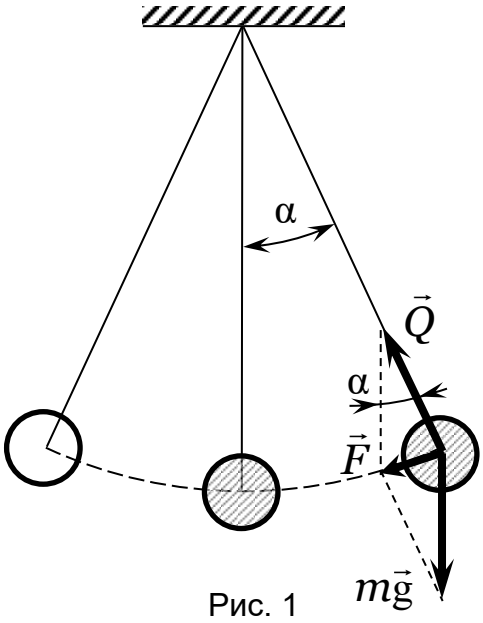


Рис. 1

У даній роботі прискорення вільного падіння визначається за допомогою математичного маятника. **Математичним маятником** називається матеріальна точка, яка підвішена на тонкій невагомій нитці, що не розтягується. Ця матеріальна точка здійснює коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

На практиці математичним маятником можна вважати важке тіло, яке підвішене на легкій недеформованій нитці, довжина якої в багато разів більша за розміри тіла.

З рис.1 видно, що сила *F* , яка повертає маятник в напрямку до положення рівноваги, при малих кутах відхилення α дорівняє

$$F = mg\sin\alpha \approx mg\alpha\,, \qquad (1)$$

де - $\sin\alpha \approx \alpha$ (в радіанах).

Таким чином, сила *F* пропорційна куту відхилення маятника від положення рівноваги, отже, пропорційна зміщенню маятника від цього положення. Така сила викликає гармонічний коливальний рух.

Період коливань математичного маятника *T* залежить від довжини маятника *l* і прискорення вільного падіння:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad / \qquad (2)$$

Розв’язуючи (2) відносно *g* , одержимо:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}, \qquad (3)$$

звідки випливає, що визначення прискорення вільного падіння зводиться до вимірювання довжини маятника та періоду його коливань.

Порядок виконання роботи

1. Установлюють певну, (якомога більшу) довжину нитки маятника і . знаходять значення *l* , виміряючи для цього відстань від точки підвісу до центра ваги підвішеного тіла.

2. Відводячи маятник від положення рівноваги на малий кут (5-10°), визначають проміжок часу, за який здійснюється *N* = 50 повних коливань. Вимірювання повторюють не менше трьох разів.

3. Обробляють результати вимірювань *l* і *t* .

4. Розраховують середнє значення величини $\langle T \rangle$ за формулою $\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}$ і середнє значення величини $\langle g \rangle$ за формулою (3).

5. Визначають відносні похибки результатів прямих і непрямих вимірювань:

$\varepsilon_T = \varepsilon_t$ та $\varepsilon_g = 2\varepsilon_\pi + \varepsilon_l + 2\varepsilon_T$.

6. Розраховують довірчу границю сумарних похибок $\Delta g = \langle g \rangle \varepsilon_g$

7. Оформлюють звіт і результати заносять у таблицю.

№ п\п		Табличні величини	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань	
		π	*l*, м	*t*, с	*T*, с	*g*, м/с^2
	c				-	-

Питання та вправи для самоконтролю.

1. Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння. Поясніть різницю між вагою і силою тяжіння.

2. Запишіть залежність прискорення вільного падіння від висоти над поверхнею Землі та географічної широти місця.

3. У чому полягає різниця між фізичним і математичним маятниками ? Порівняйте вирази для їх періодів коливань.

4. Запишіть диференціальне рівняння гармонічних коливань і його розв'язок. Поясніть зміст понять "зміщення", "амплітуда", "початкова фаза", "період", "частота коливань". Від яких величин залежить повна енергія гармонічних коливань?

РОБОТА 1 – 2

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ НА ХРЕСТОВИДНОМУ МАЯТНИКУ ОБЕРБЕКА

Мета роботи: 1) вивчити кінематику і динаміку поступального і обертального рухів; 2) використовуючи основний закон динаміки обертального руху, визначити експериментально момент інерції тягарців, закріплених на спицях хрестоподібного маятника, і порівняти результат з теоретичним значення моменту інерції тягарців.

Прилади та обладнання: хрестоподібний маятник, чотири однакові тягарці, прискорювальний тягар, секундомір, штангенциркуль, вертикальна шкала.

Хрестоподібний маятник являє собою шків (рис. 1), до якого прикріплені чотири спиці з тягарцями масою m_1 кожний. Ці тягарці за допомогою гвинтів можуть бути закріплені на спицях на будь-якій відстані від осі обертання або ж зняті.

На шків намотується нитка, до кінця якої прикріплюється тягар масою m . Під дією тягаря нитка, розмотуючись, приводить систему до рівноприскореного обертання. Поступальний рух тягаря m описується другим законом Ньютона:

$$ma = F, \tag{1}$$

де F – рівнодіюча сили тяжіння mg і сили натягу нитки T_1 :

$$F = mg - T_1. \tag{2}$$

Обертальний рух хрестовини описується основним рівнянням динаміки обертального руху,

$$J\beta = M, \tag{3}$$

де J – момент інерції хрестовини відносно осі обертання, β – її кутове прискорення, M – момент зовнішньої сили відносно осі обертання. У відповідності з малюнком

$$M = T_2R, \tag{4}$$

де R – радіус шківа. Згідно з третім законом Ньютона сили $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$ є рівними за величиною (і протилежними за напрямком):

$$T_1 = T_2 = T.$$

Виключаючи з рівнянь (2), (4) силу натягу нитки, використовуючи (1), (3) та враховуючи зв’язок між лінійним і кутовим прискореннями:

$$\beta = \frac{a}{R}, \tag{5}$$

знаходимо:

$$J = mR^2(\frac{g}{a} - 1). \qquad (6)$$

Прискорення *a* тягаря *m* виражається через шлях *h,* пройдений тягарем (висоту падіння), і час *t* проходження цього шляху:

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Вимірюючи час падіння тягаря *m* з однієї і тієї ж висоти, отримуємо моменти інерції J_1 і J_2 хрестовини маятника з тягарцями (індекс 1) і без тягарців (індекс 2):

$$J_1 = mR^2(\frac{g}{2h}t_1^2 - 1), \quad J_2 = mR^2(\frac{g}{2h}t_2{}^2 - 1).$$

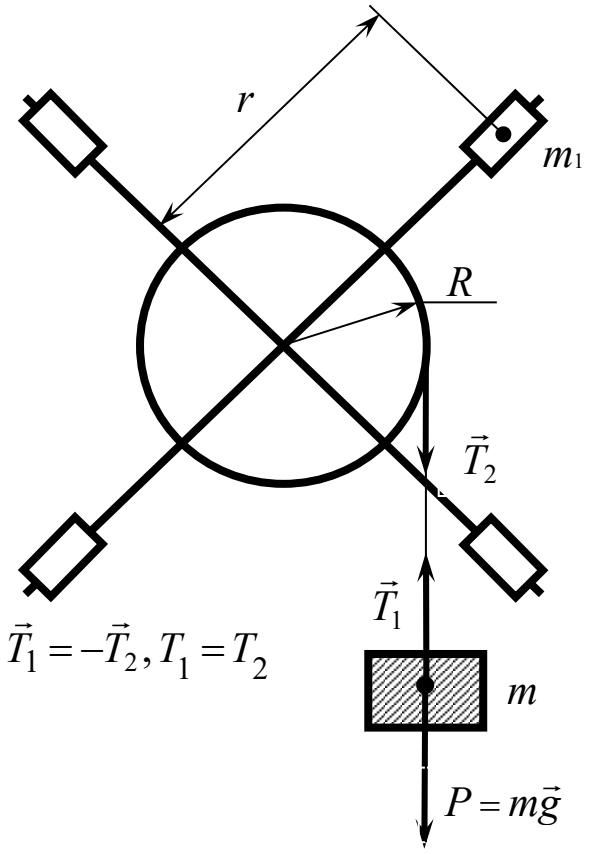


Рис.1

Момент інерції J_0 чотирьох тягарців на спицях визначають двома різними способами :

1) з виразу $J_0 = J_1 - J_2$, тобто за формулою:

$$J_0 = \frac{md^2g}{8h}(t_1 + t_2)(t_1 - t_2), \quad \text{де } d = 2R; \qquad (7)$$

2) за формулою:

$$J_0^T = 4m_1r^2. \qquad (8)$$

В останньому випадку тягарці m_1 приймають за матеріальні точки, що знаходяться на відстані r від осі обертання.

Порядок виконання роботи

1. Записують до таблиці 1 задані значення мас m і $4m_1$ і задану викладачем висоту h падіння тягаря m.

2. Штангенциркулем вимірюють діаметр шківа d у двох різних місцях при розмотаній і намотаній нитці і визначають $\langle d \rangle$.

3. Розміщують тягарці на спицях на однаковій відстані r від осі маятника в такій спосіб, щоб маятник знаходився у байдужній рівновазі; визначають $\langle r \rangle$. Перш , ніж почати експеримент, перевіряють, чи добре збалансовано маятник.

4. Відмітивши початкове положення тягаря m і надавши йому можливість падати уздовж шкали, визначають t_1 – час падіння тягаря з висоти h. Вимірювання проводять три рази, результати заносять до таблиці 2.

5. Знімають тягарці m_1 зі спиць і знову тричі визначають час падіння t_2 тягаря m з висоти h.

6. Розраховують середні значення $\langle t_1 \rangle$ і $\langle t_2 \rangle$.

7. Оцінюють довірчі границі сумарних похибок (при достовірності не меншій 0,95) і відносні похибки результатів прямих вимірів і заносять їх до таблиці 2.

8. Знаходять середнє значення $\langle J_0 \rangle$, користуючись формулою (7),

і оцінюють відносну похибку непрямого виміру за формулою:

$$\varepsilon_{J_0} = \varepsilon_m + \varepsilon_g + \varepsilon_h + 2\varepsilon_d + \varepsilon_{t_1+t_2} + \varepsilon_{t_1-t_2},$$

де

$$\varepsilon_{t_1+t_2} = \frac{\Delta_{t_1} + \Delta_{t_2}}{< t_1 > + < t_2 >},$$

$$\varepsilon_{t_1-t_2} = \frac{\Delta_{t_1} + \Delta_{t_2}}{< t_1 > - < t_2 >}$$

і довірчу границю Δ_{J_0} за формулою:

$$\Delta_{J_0} = \langle J_0 \rangle \varepsilon_{J_0}.$$

10. Оформлюють звіт і висновки. Впевнюються в тому, що теоретичне значення моменту інерції чотирьох тягарців, $J_0^T = 4m_1 r^2$, попадає в довірчій інтервал цієї величини: $J_0 = \langle J_0 \rangle \pm \Delta_{J_0}$.

Таблиця 1

№ п/п	Табличні і задані величини			
	g, м/с^2	m, кг	$4m_1$, кг	h, м
С				
Δ_X				
ε				

Таблиця 2

Результати прямих вимірів				
№ п/п	t_1, с	t_2, с	d, м	r, м
С				
1 2 3				
<X>				
Δ_c				
$\overset{\circ}{\Delta}$				
$\Delta_X = \Delta_c + \overset{\circ}{\Delta}$				
ε				

Питання та вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення кутових швидкості та прискорення і покажіть, як вони зв’язані з відповідними лінійними величинами.
2. Дайте визначення нормального і тангенціального (дотичного) прискорень і розкрийте їх фізичний зміст.
3. Дайте визначення моментів інерції матеріальної точки та тіла довільної форми; розкрийте фізичний зміст моменту інерції.
4. Як визначається момент сили відносно точки? Відносно осі? Відповідь проілюструйте малюнком.
5. Сформулюйте і запишіть основне рівняння динаміки обертального руху.

6. Запишіть вираз для кінетичної енергії тіла, що обертається навколо нерухомої осі.
7. Як визначається момент імпульсу тіла відносно осі обертання? Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу.

РОБОТА 1 - 3
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи : І) вивчити динаміку обертального руху твердого тіла; 2) визначити момент інерції тіла методом крутильних коливань.

Прилади та обладнання : крутильний маятник, циліндр, секундомір, штангенциркуль.

В даній роботі для визначення моменту інерції тіла неправильної форми використовують крутильний маятник, який являє собою підвішений на пружному дроті диск зі скобою (рис.1). Період коливань маятника *T* зв'язаний з його моментом інерції співвідношенням:

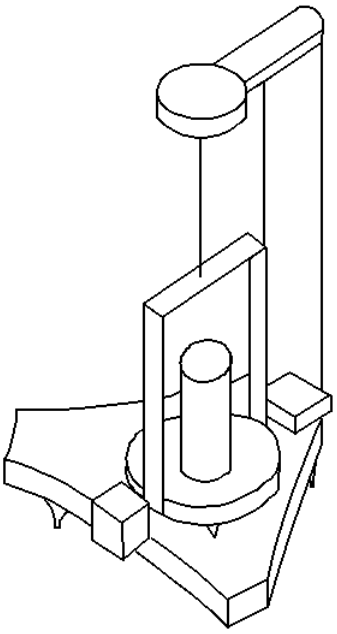


Рис.1

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}} \qquad (1)$$

де *k* - модуль кручення підвісу, який чисельно дорівнює моменту сили, що закручує дріт на кут в один радіан.

Для виключення *k* з виразу (1) діють таким чином. На диску розміщують циліндр з відомим моментом інерції $J_ц$ У цьому випадку згідно з (1) період маятника дорівнюватиме:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J + J_ц}{k}} \qquad (2)$$

Розв'язуючи сумісно (1) і (2)одержують:

$$J = J_ц \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \qquad (3)$$

$$J_ц = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{8}md^2 \qquad (4)$$

де *m, d* - маса і діаметр циліндра.

Порядок виконання роботи

1.Записують задане значення маси циліндра *m*.

2. Вимірюють штангенциркулем діаметр циліндра *d* (не менше трьох разів).

3. Крутильний маятник приводять у коливальний рух, повернувши його на невеликий кут (20-30°).

Вимірюють час *t* тридцяти коливань (*N*=30). Вимірювання повторюють п'ять разів.

4. На диск ставлять циліндр і, повторюючи вимірювання (див. п.3), визначають час t_1 .

5. Розраховують середні значення $\langle t \rangle$, $\langle t_1 \rangle$,$\langle d \rangle$.

6. Обчислюють середнє значення періодів коливань $\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}$ і $\langle T \rangle = \frac{\langle t_1 \rangle}{N}$, а також середні значення моментів інерції $J_ц$ і J за формулами (4) і (3).

7. Визначають відносні похибки і довірчі границі сумарних похибок результатів вимірювань, використовуючи формули:

$$\varepsilon_{J_ц} = \varepsilon_m + 2\varepsilon_d ; \quad \varepsilon_T = \varepsilon_t ; \varepsilon_{T_1} = \varepsilon_{t_1};$$

$$\varepsilon_J = \varepsilon_{J_ц} + 2\varepsilon_T + \frac{2\Delta_{T_1}\langle T_1 \rangle + 2\Delta_T \langle T \rangle}{\langle T_1 \rangle^2 - \langle T \rangle^2} .$$

8. Оформлюють звіт і висновки заносячи дані в таблицю.

№ п/п	Задані величини	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань			
	m, кг	d, м	t, с	t_1, с	N	T, с	T_1, с	$J_ц$, кг · м^2	J, кг · м^2

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення моменту інерції матеріальної точки і тіла довільної форми.
2. Запишіть і сформулюйте теорему Штейнера, проілюструйте рисунком.
3. Наведіть відомі Вам моменти інерції тіл симетричної форми.
4. Виведіть формулу кінетичної енергії тіла, що обертається.
5. Дайте визначення моменту імпульсу твердого тіла, що обертається відносно осі обертання.
6. Запишіть і сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.

РОБОТА 1 – 4

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА ПО ЗГИНУ СТЕРЖНЯ

Мета роботи: визначити модуль пружності (модуль Юнга) для сталі.

Прилади та обладнання: прилад для визначення модуля Юнга по стрілі прогину, лінійка, штангенциркуль, набір тягарців, індикатор.

Зміну в розміщенні частинок твердого тіла під дією зовнішніх сил називають деформацією. Зміну довжини Δl при односторонньому розтягу (або стиску) називають

абсолютною деформацією, а відношення $\frac{\Delta l}{l}$ - відносною деформацією, де l - початкова довжина.

Деформація викликає виникнення в деформованому тілі пружної сили $F_{пр}$:

$$F_{пр.} = -k\Delta l\,, \qquad (1)$$

де k - коефіцієнт жорсткості, який залежить від матеріалу і форми тіла. Формула (1), що виражає закон Гука, дійсна для пружних деформацій. Сила F , яка діє на площу поперечного перерізу тіла S, створює нормальну напругу:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \qquad (2)$$

Відповідно до закону Гука

$$\sigma = E\frac{\Delta l}{l}, \qquad (3)$$

де E - модуль Юнга, постійний для даної речовини коефіцієнт, що характеризує її пружні властивості.

З формули (3) випливає, що модуль Юнга чисельно дорівнює напрузі, при якій відносна деформація дорівнює одиниці (тобто $\Delta l = l$).

Модуль Юнга можна визначити по згину стержня прямокутного перерізу (рис.1) за формулою:

$$E = \frac{l^3}{a^3}\cdot\frac{F}{\lambda}\,. \qquad (4)$$

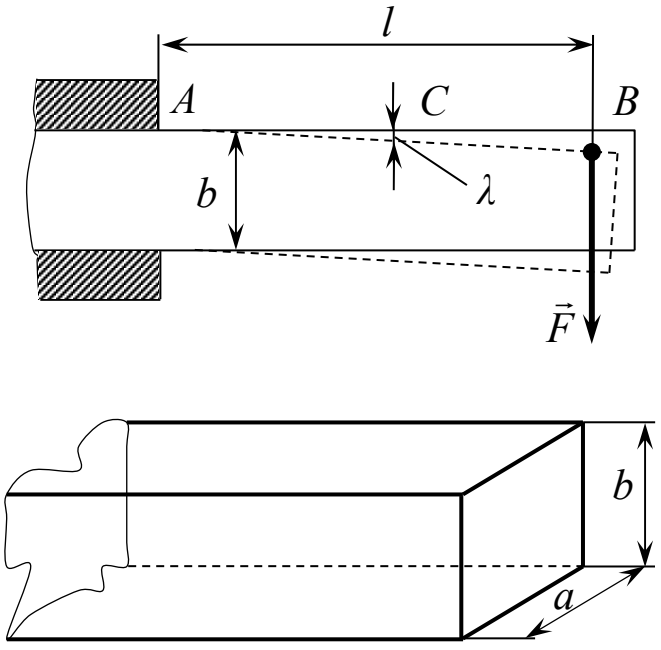


Рис.1

Тут *l* - відстань від точки опори стержня *A* до точки *B* прикладення сили *F ; a* і *b* - ширина і товщина стержня в прямокутній частині; λ - стріла прогину (тобто та відстань, на яку опускається при деформації точка *C* , яка лежить посередині між *A* і *B*). Стріла прогину залежить від величини навантаження, розмірів і форми стержня, а також від модуля Юнга матеріалу стержня.

Порядок виконання роботи

I. Вимірюють лінійкою довжину *l* , стержня від опори *A* до точки *B* прикладення деформуючої сили (тобто до ребра призми, на якій підвішене тягара).

2. Вимірюють штангенциркулем ширину *a* , і товщину *b* стержня у вузькій прямокутній його частині.

3. У середньому положенні *C* закріплюють стрілочний індикатор таким чином, щоб рухомий щуп був засунутий у корпус індикатора. При утворенні стріли прогину щуп повинен виходити з корпусу індикатора.

4. Поворотом зовнішнього кільця з насічкою на боковій поверхні встановлюють шкалу індикатора в нульове положення.

5. Чашку підвісу послідовно навантажують плоскими важками масою від 1 до 5 кг, а потім розвантажують до 0 кг. Для кожного навантаження $F = mg$ по шкалі індикатора визначають два положення стріли прогину λ (при навантаженні і розвантаженні).

6. Будують графіки залежності *F* від *λ* при навантаженні і розвантаженні (вони практично зливаються в одну пряму лінію, що проходить через початок координат, оскільки при вказаних навантаженнях деформація згину є пружною).

7. Користуючись графіком, визначають величину $\left(\frac{F}{\lambda}\right)$ як відношення ординати правого кінця графіка до відповідної абсциси (таке відношення називають кутовим коефіцієнтом).

8. Розраховують середнє значення модуля Юнга за формулою (4) і відносну похибку вимірювань за формулою

$$\varepsilon_E = 3\varepsilon_l + \varepsilon_a + 3\varepsilon_b + \varepsilon_\lambda + \varepsilon_F$$

9. Визначають довірчу границю $\Delta_E = \varepsilon_E(E)$ сумарних похибок при *P* ≥ 0,95.

10. Оформлюють звіт і висновки, вносячи дані в таблицю:

№ п/п	Прямі виміри									Непрямі виміри	
	l, м	*a*, м	*b*, м	λ навнтаження			λ розвантаження			F/ λ, Н/м	E, Па
				для m_1	для m_2	для m_3	для m_1	для m_2	для m_3		
C											

Питання і вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення абсолютної і відносної, пружної і непружної та залишкової деформації.

2. Перелічіть відомі види деформації.

3. Запишіть і сформулюйте закон Гука (в загальному вигляді і для одностороннього розтягу або стиску).

4. Розкрийте фізичний зміст модуля Юнга

5. Нарисуйте діаграму розтягу і вкажіть точки, що відповідають границям пружності і міцності. Вкажіть границі виконання закону Гука і границі пластичних деформацій.

6. Поясніть відмінності в пружних властивостях пластичних і крихких, а також аморфних і кристалічних тіл.

РОБОТА 1 – 5

ПЕРЕВІРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНУ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Мета роботи: І) засвоїти основні питання кінематики і динаміки обертального руху твердого тіла; 2) визначити експериментально прискорення центра мас маятника і порівняти його з теоретичним значенням.

Прилади: маятник Максвела, секундомір, штангенциркуль, лінійка.

Маятник Максвела – це невеликий диск (маховичок), що туго насаджений на валик і під дією сили. тяжіння може опускатися на двох нитках, які попередньо намотані на валик маховичка (див .рис. 1).

Дві нитки під час руху вниз розмотуються на всю довжину. Маховик, що розкрутився, продовжує обертальний рух у тому ж напрямку, намотуючи нитку на вісь. Внаслідок цього він підіймається угору ї при цьому гальмує свій рух. Піднявшись до верхньої точки, диск знову буде спускатися вниз і т.д. Маховичок буде коливатися, рухаючись то угору, то вниз; тому такий пристрій і називають маятником.

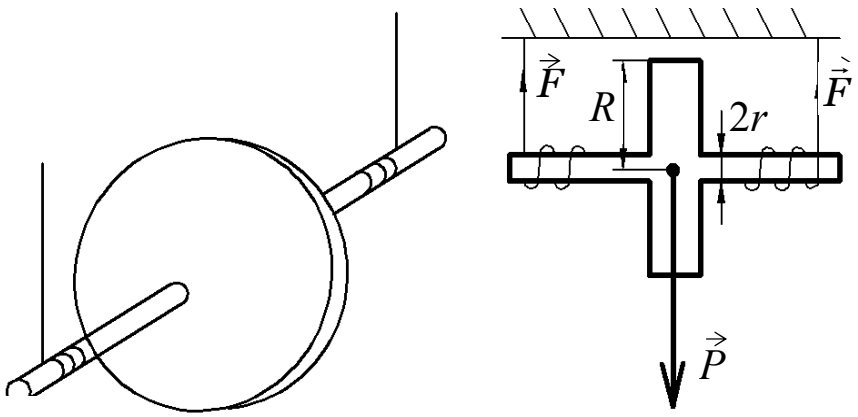


Рис.1

Позначимо через *P* силу тяжіння, що діє на маятник, а через *f* силу натягу однієї нитки. Тоді рівняння поступального руху маховика запишеться у вигляді:

$$P - 2F = ma \,, \qquad (1)$$

де m –маса маятника; a – прискорення його центра мас. Рівняння для обертального руху буде мати вигляд:

$$2Fr = J\frac{d\omega}{dt}, \qquad (2)$$

де r –радіус валика; ω – кутова швидкість обертального руху диска; *J* –момент інерції маятника. Останній дорівнює сумі моментів інерції валика J_1 і диска J_2 :

$$J = J_1 + J_2 \,. \qquad (3)$$

Валик є однорідним циліндром, тому

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r^2, \qquad (4)$$

де m_1 –маса валика.. Момент інерції диска з коаксіальним отвором в ньому визначається з виразу

$$J_2 = \frac{1}{2} m_2 \left(R^2 - r^2 \right) \,, \qquad (5)$$

де R – радіус диска; r – радіус отвору; m_2 – маса диска.

Враховуючи, що $a = r\frac{d\omega}{dt}$, з рівнянь (1) і (2) знаходимо:

$$a = \frac{P}{m + \frac{J}{r^2}} = \frac{mg}{m + \frac{J}{r^2}} \,. \qquad (6)$$

Якщо диск і валик виготовлені з одного і того ж самого матеріалу і радіус валика набагато менше радіуса диска (тобто $r << R$), формула (6) спрощується і набуває вигляду:

$$a \approx 2g\left(\frac{r}{R}\right)^2 \,. \qquad (7)$$

Прискорення центра мас маятника можна визначати також за формулою:

$$a \approx \frac{2S}{t^2} \,, \qquad (8)$$

де *S* – шлях, пройдений центром мас від крайнього верхнього положення до крайнього нижнього, *t* – час одного повного розкручування маятника. Надалі позначимо через a_T прискорення центра мас, розраховане теоретично за формулою (7) з використанням відомих значень *r* і *R* , а через a_e –виміряне експериментально /(тобто отримане при підстановці в (8) результатів вимірювань *S* і *t*).

Мета даної роботи – порівняти експериментальне a_e та теоретичне a_T значення прискорення і проаналізувати можливі причини розбіжності одержаних результатів.

Порядок виконання роботи

1.Вимірюють за допомогою штангенциркуля діаметри d і D валика та диска в трьох різних місцях і визначають їх радіуси $r = \frac{d}{2}$ і $R = \frac{D}{2}$. Результати вимірювань заносять до таблиці.

2. Помітивши початкове положення маятника, пускають його падати вздовж шкали і в момент пуску включають секундомір. Визначають час повного розкручування. Вимірювання t виконують тричі для одного і того ж самого значення S. Результати вимірювань заносять до таблиці.

3. За середніми значеннями S, t, R і r визначають експериментальне a_e та теоретичне a_T значення прискорення центра мас за формулами (8) і (7). Результати обчислень заносять до таблиці.

4. Оцінюють довірчі границі сумарних похибок і відносні похибки результатів прямих вимірювань.

5. Визначають довірчі границі сумарних похибок непрямих вимірювань за формулами

$$\Delta_{a_e} = \langle a_e \rangle \varepsilon_{a_e}; \qquad \varepsilon_{a_e} = \varepsilon_S + 2\varepsilon_t$$

$$\Delta_{a_T} = \langle a_T \rangle \varepsilon_{a_T}; \qquad \varepsilon_{a_T} = \varepsilon_g + 2(\varepsilon_R + \varepsilon_r)$$

6. Порівнюють значення a_e і a_T з урахуванням довірчих границь їх сумарних похибок. Аналізують можливі причини розбіжності результатів.

№ п/п	Табличні величини	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань	
	g, м/с^2	R, м	r, м	S, м	t, с	a_e, м/с^2	a_t, м/с^2
	-						

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення кутової швидкості та кутового прискорення.

2. Як зв'язані лінійна та кутова швидкості, лінійне та кутове прискорення?

3. Що таке момент сили?

4. Що таке момент інерції, в яких одиницях він вимірюється? Наведіть приклади моментів інерції тіл симетричної форми.

5. Запишіть і сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.

6. Дайте визначення моменту імпульсу, запишіть і сформулюйте закон збереження моменту імпульсу і наведіть приклади, що ілюструють цей закон.

Вступ до робіт 1.6, 1.7, 1.8.

ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК

Період гармонічних коливань фізичного маятника *T* визначається за формулою

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\ , \qquad (1)$$

де *g* – прискорення вільного падіння, *L* – приведена довжина фізичного маятника, яка у свою чергу визначається із співвідношення:

$$L = \frac{J}{md}\ , \qquad (2)$$

де *J* – момент інерції маятника відносно осі качань *O* ; *m*–маса маятника;

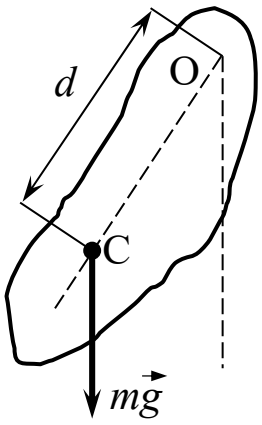


Рис.1

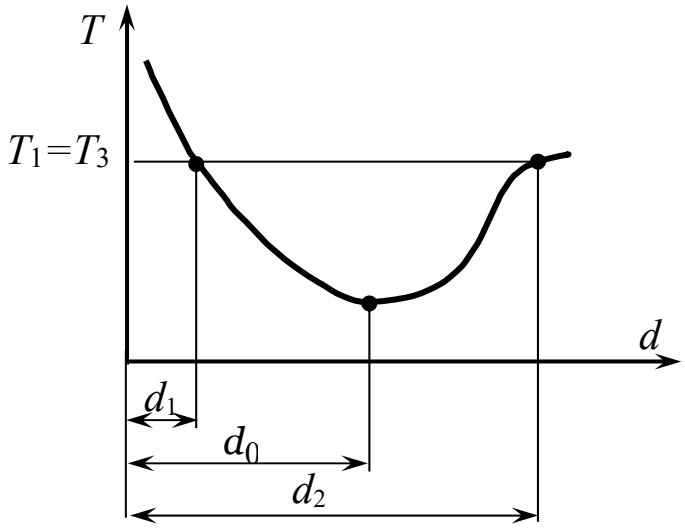


Рис.2

d–відстань від осі качань до центра мас маятника *c* (рис.1).

Згідно з теоремою Штейнера $J = J_c + md^2$, де J_c – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через центр мас (і паралельно осі качань). J_c можна записати у вигляді $J_c = md_0^2$, де d_0 – радіус інерції. Використовуючи останні два співвідношення, замість рівняння (2) отримуємо

$$L = \frac{d^2 + d_0^2}{d}\ . \qquad (3)$$

Беручи до уваги формулу (3), для періоду коливань (1) маємо:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d^2 + d_0^2}{gd}}\ . \qquad (4)$$

З рівняння (4) випливає, що період коливань T фізичного маятника є функцією аргументу d , тобто $T = T(d)$. Графік залежності $T=T(d)$ наведено на рис.2. Можна показати, що функція $T=T(d)$ має мінімум при $d=d_0$, а при $d \to 0$ та $d \to \infty$ прямує до нескінченності.

З графіка видно, що кожному періоду коливань відповідають два значення d : $d_1<d_0$ та $d_2>d_0$. Використовуючи рівність $T(d_1)=T(d_2)$, можна довести, що $L=d_1+d_2$.

Враховуючи це співвідношення, з формули (1) отримуємо:

$$g = 4\pi^2\frac{d_1 + d_2}{T^2}. \qquad (5)$$

РОБОТА 1 - 6

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

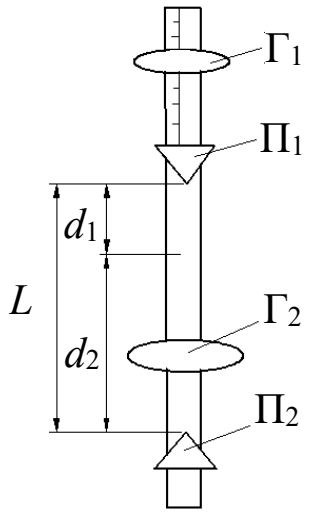


Рис.1

Мета роботи: 1) вивчити гармонічні коливання; 2) виміряти прискорення вільного падіння.

Прилади та обладнання : стержень з призмою, секундомір.

Фізичний маятник, що використовується у даній роботі, називають оборотним. Він складається з металевого стержня, на якому закріплено призми $П_1$ і $П_2$ і тягарі $Г_1$ і $Г_2$ (рис.1). Один з них закріплено жорстко, а другий може переміщуватися уздовж стержня і закріплюватися гвинтом. Положення тягарців підібрано так, що періоди T_1 і T_2 коливань маятника відносно призм $П_1$ і $П_2$ збігаються. При збігу періодів відстань між призмами дорівнює приведеній довжині маятника $L= d_1 + d_2$. В роботі ця відстань становить 0,730 $\pm$ 0,001 м.

Порядок виконання роботи

1. Відхиляють маятник від положення рівноваги на малий кут (5-8°) і, пропустивши 1-2 коливання, визначають за допомогою секундоміра час t_1 п'ятдесяти повних коливань. Вимірювання величини t_1 повторюють тричі.

2.Перевертають маятник і тричі вимірюють час t_2 п'ятдесяти повних його коливань у новому положенні.

3.Результати всіх шести вимірювань часу t обробляють за стандартною формою.

4.Розраховують середнє значення періоду <*T*> за формулою <*T*> =<*t*>/50

5. Розраховують середнє значення величини <*g*> , використовуючи формулу (5).

5.Розраховують відносні похибки $\varepsilon_T = \varepsilon_t$ та $\varepsilon_g = \varepsilon_L + 2\varepsilon_T$.

6.Розраховують довірчу границю сумарних похибок вимірювань величини *g* при достовірності *P*≥ 0,95 , тобто $\Delta_g = \langle g \rangle \varepsilon_g$.

7.Оформляють звіт і висновки, для чого заносять дані в таблицю.

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань	
	t, с	*L*, м	*T*, с	*g*, м/с^2

Запитання та вправи для самоконтролю

1.Дайте визначення гармонічних коливань на поясніть зміст понять "амплітуда", "частота", "циклічна частота", "період", "фаза".

2. Які коливання називають вільними (власними) ?

3. Що таке фізичний маятник? Приведена довжина фізичного маятника.

4. Які сили називають квазіпружними? Наведіть приклади.

5.Дайте визначення моменту інерції твердого тіла і радіуса інерції.

6. Запишіть і сформулюйте теорему Штейнера та наведіть рисунок, що її ілюструє.

7. Поясніть, як і чому прискорення вільного падіння залежить від широти місцевості.

РОБОТА 1 – 7

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ПО КРИВІЙ ЗАЛЕЖНОСТІ ПЕРІОДУ КОЛИВАНЬ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА ВІД ПОЛОЖЕННЯ ТОЧКИ ПІДВІСУ.

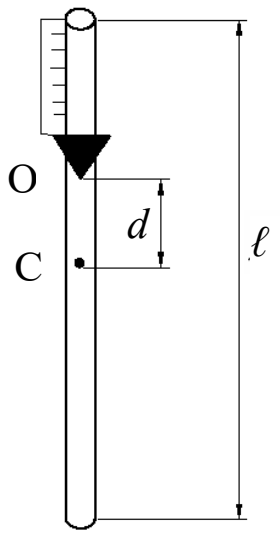


Рис.1

Мета роботи: 1) вивчити гармонічні коливання; 2) визначити приведену довжину маятника та прискорення вільного падіння.

Прилади та обладнання: металевий стержень з опорною призмою, секундомір.

Фізичний маятник, що використовується в даній роботі, являє собою однорідний металевий стержень завдовжки близько 1

м (рис.1). На стержні є шкала і пересувна опорна призма, яку можна закріпити у будь-якому місці стержня.

Порядок виконання роботи

1. Опорну призму закріплюють на самому кінці стержня-маятника. Ребром опорної призми маятник ставлять на підставку; відхиливши його від положення рівноваги на малий кут ($\leq 4^0$), вимірюють за допомогою секундоміра час 50 повних коливань і обчислюють їх період.

2. Повторюють вимірювання (див. п.1) через кожні 4 см і дані заносять у таблицю. Треба одержати 10-12 значень періоду (періоди можуть відрізнятися на соті долі секунди, їх необхідно визначити дуже ретельно).

3. За даними таблиці будують графік функції $T=T(d)$ (див. рис.2 на стор.104). По осі абсцис відкладають відстань між серединою стержня і ребром опорної призми, по осі ординат - значення періоду. Через експериментальні точки, нанесені на графік, проводять плавну криву так, щоб приблизно однакова кількість точок була розташована по обидві сторони кривої. Графік необхідно будувати тільки на міліметровому папері.

4. Паралельно осі абсцис проводять пряму так, щоб вона двічі перетинала криву $T=T(d)$. Знаходять значення ординати T та абсцис d_1 і d_2 точок перетину і визначають приведену довжину$L = d_1+d_2$. Прискорення вільного падіння g обчислюють за формулою (5), наведеною, мінімум для трьох значень приведеної довжини і періоду; потім знаходять середнє арифметичне.

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань		
	d, м	t, с	T, с	L, м	g, м/с^2

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Що таке фізичний маятник? За яких умов його коливання є гармонічними?

2. Що таке приведена довжина фізичного маятника?

3. Дайте визначення моменту інерції твердого тіла та радіуса інерції, виразіть радіус інерції однорідного стержня через його довжину.

4. Сформулюйте теорему Штейнера і наведіть рисунок, що. її ілюструє.

5. Розкрийте математичний та фізичний зміст поняття фази коливань. На яку величину змінюється фаза за час, що дорівнює періоду? Відповідь обґрунтуйте.

7. За яких умов виникає явище невагомості?

РОБОТА 1 – 8

ВИЗНАЧЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНОГО ДЕКРЕМЕНТУ ЗАГАСАННЯ КОЛИВАНЬ ФІЗИЧН0ГО МАЯТНИКА

Мета роботи: 1) вивчити загасаючі коливання; 2) визначити логарифмічний декремент загасання і коефіцієнт загасання коливань.

Фізичний маятник, що використовується в даній роботі, має вигляд стержня з тягарцем на кінці /рис.1/. Стержень підвішений на кронштейні за допомогою шарикового підшипника. На підставці у площині коливань встановлено шкалу, яка дозволяє вимірювати амплітуду. Наявність сил тертя призводить до того, що енергія маятника, який вільно коливається, витрачається на роботу з їх подолання і з часом зменшується. В результаті цього зменшується амплітуда коливань. Отже, вільні (власні) коливання завжди загасають і тому, строго кажучи, не є гармонічними.

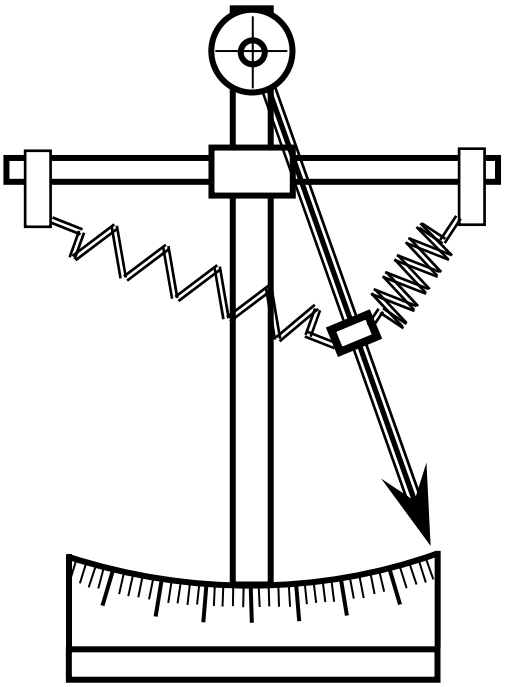


Рис. 1

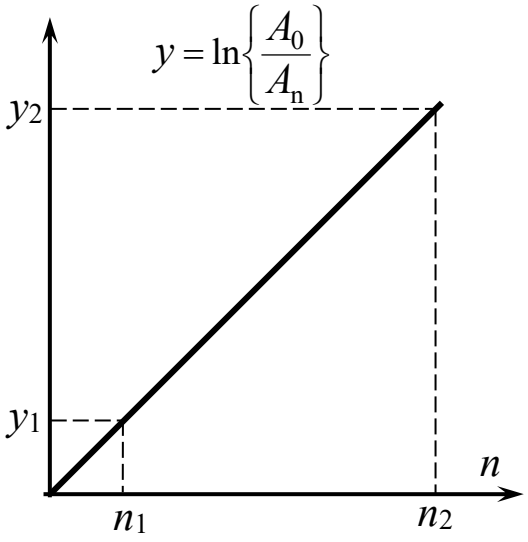


Рис. 2

Амплітуда цих загасаючих коливань зменшується за експоненціальним законом:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}. \qquad (1)$$

тут A_0 – амплітуда в початковий момент часу, $t=0$; β – параметр системи, який називається **коефіцієнтом загасання**. Згідно з рівнянням (1) за час $\tau = 1/\beta$ амплітуда загасаючих коливань зменшується в e разів. Величину τ називають **часом релаксації** системи; за цей час відбувається $N = \tau/T = 1/\beta T$ повних коливань (тут T – період коливань).

Коефіцієнт загасання β враховує наявність сил тертя (за відсутності тертя β=0). Для зміни величини β фізичний маятник, що використовується в даній роботі, має поновлюючі пружини. Для характеристики загасання коливань поряд з коефіцієнтом загасання користуються безрозмірною величиною $\delta = \frac{1}{N} = \beta T$, яка називається **декрементом загасання** (або логарифмічним декрементом).

Логарифмічний декремент загасання δ визначається як натуральний логарифм відношення амплітуд, що відрізняються за часом, на період:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}. \qquad (2)$$

Виходячи з формули (1), можна довести, що для будь-якого цілого числа n має місце співвідношення

$$\ln \frac{A(t)}{A(t+nT)} = n\delta = n\beta T \qquad (3)$$

Порядок виконання роботи.

1. За допомогою установочних гвинтів встановлюють підставку маятника горизонтально.

2. За відсутності поновлюючих пружин відхиляють маятник на невеликий кут ($\leq$ 10°), відраховують по шкалі кількість поділок A_0 (тут $A_0=A(0)$) і відпускають маятник. Потім відраховують n=10 повних коливань і знову вимірюють амплітуду. Результат позначають через A_n (тут $A_n \equiv A(nT)$).

3. Встановлюють те ж саме значення A_0 і повторюють вимірювання (див. п.2) для n = 20, ЗО, 40, 50, 60, 70. Результати заносять у табл.1.

4. Вимірювання (див. п.п.2,3) повторюють за наявності поновлюючих пружин. Результати заносять у табл.2.

5. Обчислюють значення A_n/A_0 та $\ln\left(A_0/A_n\right)$ і заносять їх у відповідні таблиці.

6. Для маятника з пружинами і без них будують на одному і тому ж самому графіку за даними таблиці I та 2 залежності відношення амплітуд A_n/A_0 від кількості коливань n. Одержані криві порівнюють між собою.

7. Для маятника з пружинами будують графік, відкладаючи по осі абсцис кількість коливань n, а по осі ординат – значення $y = \ln\left(A_0/A_n\right)$. Логарифмічний декремент загасання визначають, знаходячи нахил одержаної прямої лінії (див. рис.2, де хрестиком позначено експериментальні точки):

$$\delta = \frac{y_2 - y_1}{n_2 - n_1}.$$

8. Аналогічно обчислюють логарифмічний декремент загасання δ_0 для маятника без пружин.

9. За допомогою секундоміра визначають періоди T і T_0 коливань маятника з пружинами і без них, вимірюючи проміжки часу t 50 повних коливань:

$$T = \frac{\langle t \rangle}{50}; \qquad T_0 = \frac{\langle t_0 \rangle}{50}.$$

Розраховують коефіцієнт загасання $\beta = \delta / T$, $\beta_0 = \delta_0 / T_0$ маятника з пружинами і без них та відповідний час релаксації

$$\tau = 1/\beta, \qquad \tau_0 = 1/\beta_0.$$

Розрахунки заносять у табл.3.

1. Результати розрахунків для маятника без пружин

n	A_n	A_n/A_0	$\ln(A_n/A_0)$	δ_0
10 20 … 70				

2. Результати розрахунків для маятника з пружинами

n	A_n	A_n/A_0	$\ln(A_n/A_0)$	δ
10 20 … 70				

3.

№ п/п	Результати непрямих вимірювань							
	t_0, с	t, с	T_0, с	β_0, $с^{-1}$	$т_0$, с	T, с	β, $с^{-1}$	т, с

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Складіть диференціальне рівняння власних незагасаючих коливань і залишіть його розв'язок.

2. Складіть диференціальне рівняння власних коливань з урахуванням сил тертя; запишіть його розв'язок і зробіть аналіз.

3. Як залежить амплітуда загасаючих коливань від часу? Запишіть вираз і проілюструйте графіком.

4. Що таке коефіцієнт загасання? Який його фізичний зміст?

5. Дайте визначення логарифмічного декременту загасання; покажіть, як він зв'язаний з коефіцієнтом загасання і розкрийте його фізичний зміст.

1.4. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

МОДУЛЬ 1 „МЕХАНІКА"

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж деякої осі має вигляд $x = A + B\,t + C\,t^2$, де A=5 м, B=1 м/с, C= – 0,5 м/с^2. Знайти координату x, швидкість υ та прискорення a точки в довільний момент часу t та в момент часу t_1=5 с.

Розв'язання. Запишемо координату x (рівняння руху) з урахуванням числових значень коефіцієнтів A, B та C:

$$x = 5 + t - 0{,}5\,t^2,$$

що для моменту часу $t = t_1 =$ 5 с дасть $x(5) =$ 5+5-0,5 (5)^2= -2,5 м.

Порівняємо рівняння руху матеріальної точки з формулою шляху при рівнозмінному русі:

$$x = x_0 + \upsilon_0 t + a\,t^2/2,$$

що дасть значення x_0 =5 м; υ_0 =1 м/с; a=(-0,5)·2=-1 м/с^2.

Це ж можна отримати, використовуючи визначення миттєвої швидкості (через похідну):

- миттєва швидкість є перша похідна від координати за часом, тобто:

$\upsilon = dx/dt = 1 - t;$ а для $t = t_1$=5 с швидкість буде дорівнювати υ =1 - 5=-4 м/с.

- прискорення точки знайдемо, якщо візьмемо першу похідну від швидкості за часом: $a = d\upsilon/dt$ = -1, тобто прискорення за величиною є постійним і дорівнює -1 м/с^2.

Рух цієї матеріальної точки буде починатись у точці з координатою 5 м від початку координат, початкова швидкість становить 1 м/с, а прискорення дорівняє -1 м/с^2. Знак "мінус" для значення прискорення свідчить про те, що вектори швидкості та прискорення в початковий момент часу направлені в різні сторони. Подібним рівнянням буде описуватись рух тіла, що кинуте вертикально вверх з деякої висоти. При цьому вектор початкової швидкості теж буде направлений вертикально вверх, а вектор прискорення (прискорення вільного падіння g) – вертикально вниз. Спочатку рух при цьому буде рівноуповільнений, а після досягнення найбільшої висоти почнеться рівноприскорений рух вниз.

Приклад 2. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де A = 10 рад, B= 20 рад/с, C =-2 рад/с^2. Знайти повне

прискорення точки, яка знаходиться на відстані r = 0,1 м від осі обертання, для моменту часу t= 4 с.

Розв'язання. Повне прискорення $\vec{a}$ точки, що рухається по кривій лінії, може бути знайдено, як геометрична сума тангенціального прискорення $\vec{a}_\tau$, що направлене по дотичній до траєкторії, та нормального прискорення $\vec{a}_n$, що направлене до центра кривизни траєкторії:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

Оскільки вектори $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні, то модуль прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} . \quad (1)$$

Тангенціальне та нормальне прискорення точки тіла, що обертається, виражаються формулами :

$$a_\tau = \beta r, \quad a_n = \omega^2 r , \quad (2)$$

де ω – кутова швидкість тіла; β – його кутове прискорення.

Підставивши вирази (2) у формулу (1), знаходимо:

$$a = \sqrt{\beta^2 r^2 + (\omega^2 r)^2} = r\sqrt{\beta^2 + \omega^4} . \quad (3)$$

Кутову швидкість ω знайдемо, взявши першу похідну кута повороту за часом:

$$\omega = d\varphi / dt = B + 2Ct.$$

У момент часу t = 4 с кутова швидкість:

ω = 20 + 2 (-2) 4 рад/с = 4 рад/с.

Кутове прискорення знайдемо, якщо візьмемо похідну від кутової швидкості за часом:

$$\beta = d\omega / dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Підставивши значення ω, β, r у формулу (3), отримаємо значення повного прискорення:

$$a = 0{,}1\sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ (м/с}^2\text{)=1,65 м/с}^2 .$$

Приклад 3. Маховик у вигляді суцільного диска масою 80 кг та радіусом 50 см почав обертатися рівноприскорено під дією обертального моменту 20 Н·м. Визначити: 1) кутове прискорення; 2) кінетичну енергію, яку одержав маховик за час 10 с від початку обертання.

Розв'язання. 1. Із основного рівняння динаміки обертального руху:

$$M = J \cdot \beta ,$$

де J- момент інерції маховика; β - кутове прискорення, отримуємо:

$$\beta = \frac{M}{J} . \qquad (1)$$

Як відомо, момент інерції диска або циліндра відносно осі, яка збігається з геометричною віссю диска, визначається за формулою

$$J = \frac{1}{2} mR^2 . \qquad (2)$$

Якщо підставити вираз для J з (2) у формулу (1), то одержимо:

$$\beta = \frac{2M}{mR^2} . \qquad (3)$$

Виразимо величини в одиницях СІ: M=20 Н·м; m= 80 кг; R = 50 см = 0,5 м. Перевіримо розмірності одиниць правої та лівої частин розрахункової формули (3):

$1/с^2$ = кг·м^2 / (с^2·кг·м^2), $1/с^2$=$1/с^2$.

Проведемо обчислення:

$$\beta = \frac{2 \cdot 20}{80 \cdot 0{,}5^2} \text{ рад/с}^2.$$

2. Кінетична енергія тіла, що обертається, виражається формулою:

$$T = \frac{J\omega^2}{2} , \qquad (4)$$

де ω - кутова швидкість тіла.

При рівноприскореному обертанні кутова швидкість зв'язана з кутовим прискоренням співвідношенням

$$\beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t} , \qquad (5)$$

де ω_t - кутова швидкість у момент часу t; ω_0 - початкова кутова швидкість (при t= 0) .

Оскільки за умовою задачі ω_0 = 0, то з рівняння (5) отримаємо:

$$\omega_t = \beta t . \qquad (6)$$

Підставляючи вирази (6) та (2) у співвідношення (4), маємо:

$$T = \frac{1}{2} mR^2 \frac{\beta^2 t^2}{2} = \frac{m}{4} (R\beta t)^2 . \qquad (7)$$

Перевіряємо розмірності одиниць правої та лівої частин формули (7):

Дж = кг ·м^2 ·с^2 / с^4 =кг ·м ·м / с^2 =Н· м, Дж = Дж.

Вирахуємо:

$$T = \frac{80 \cdot (0{,}5 \cdot 2 \cdot 10)^2}{4} = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 2 \text{ кДж}.$$

Приклад 4. Тіло масою 10 кг, що зв'язане з іншим тілом масою 3 кг нерозтяжною і невагомою ниткою, перекинутою через нерухомий блок (рис. 1.4.1), ковзає вниз по похилій площині. Знайти прискорення, з яким рухаються тіла, та силу натягу нитки, якщо коефіцієнт тертя між першим тілом і площиною μ = 0,1, а кут нахилу площини 30°. Прискорення вільного падіння прийняти рівним 10 м/с^2.

Розв'язання. Для тіла масою m_1 вісь x_1 спрямуємо паралельно похилій площині, а вісь y_1 – перпендикулярно до неї.

У векторній формі другий закон Ньютона для першого тіла має вигляд:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{mep}.$$

У проекціях на обрані осі:

на вісь x_1:

$$m_1 a_1 = m_1 g\sin\alpha - F_1 - F_{mep};$$

на вісь y_1 :

$$0 = -m_1 g\cos\alpha + N.$$

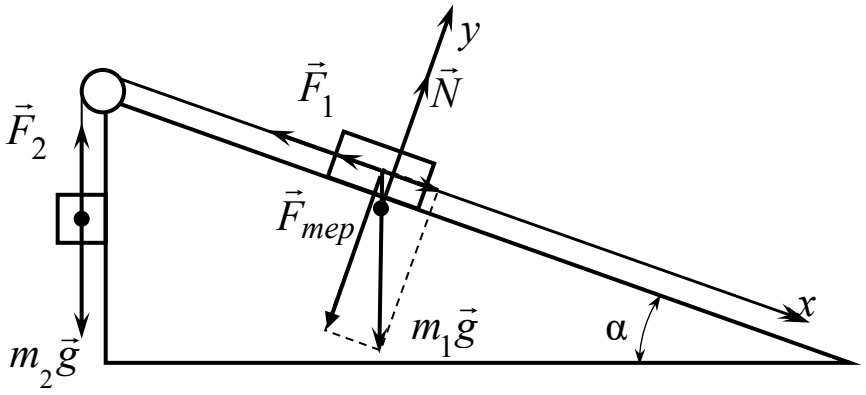


Рис. 1.4.1

Рівняння другого закону Ньютона у векторній формі для другого тіла має вигляд:

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{F}_2.$$

У проекції на вертикальну вісь:

$$m_2 a_2 = -m_2 g + F_2.$$

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$m_1 a_1 = m_1 g\sin\alpha - F_1 - F_{mep}; \qquad (1)$$

$$0 = -m_1 g\cos\alpha + N; \qquad (2)$$

$$m_2 a_2 = -m_2 g + F_2. \qquad (3)$$

З рівняння (2) маємо:

$$m_1 g\cos\alpha = N.$$

Враховуємо, що $F_{тер.} = \mu N;\ F_1 = F_2 = F$ та $a_1 = a_2 = a$ (нитка нерозтяжна). Тоді рівняння (1) та (2) можна переписати в вигляді:

$$m_1 a = m_1 g \sin\alpha - F - \mu m_1 \cos\alpha\,; \qquad (4)$$

$$m_2 a = -m_2 g + F\,. \qquad (5)$$

Додаючи праві та ліві частини рівнянь (4) та (5), одержимо значення прискорення, з яким буде рухатись система двох тіл:

$$a = g\frac{m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m_2}{m_1 + m_2}\,. \qquad (6)$$

Підставивши значення прискорення (6) у рівняння другого закону Ньютона (5), отримаємо значення сили натягу нитки:

$$m_2 a + m_2 g = F\,;$$

$$F = m_2(g + a)\,.$$

Перевіримо розмірності величин, що отримані:

$$[a] = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$[F] = \text{кг}\cdot\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right) = \text{Н}\,.$$

Підставимо числові значення та розрахуємо чисельно величини a та F :

$$a = 10\cdot\frac{10\cdot(0{,}5 - 0{,}1\cdot 0{,}87) - 3\cdot\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)}{10+3} = 0{,}87\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$F = 3(10 + 0{,}87) = 32{,}6\,\text{Н}\,.$$

Приклад 5. На краю горизонтальної платформи радіуса 2 м лежить вантаж. З якою найбільшою частотою може обертатися платформа навколо вертикальної осі, щоб вантаж не впав з платформи. Коефіцієнт тертя між платформою і вантажем 0,2. Прискорення вільного падіння прийняти рівним 10 м/с^2 .

Розв'язання. Систему координат пов'яжемо з платформою, спрямувавши вісь y вертикально, а вісь x – до центра кола.

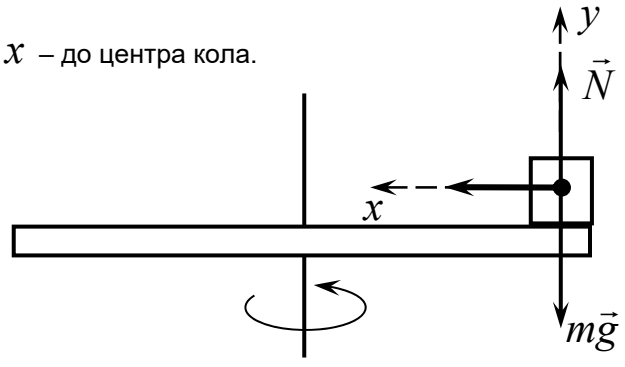


Рис. 1.4.2

На вантаж діє сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції опори $\vec{N}$ і сила тертя $\vec{F}_{тер}$ (рис.1.4.2). Вантаж рухається прискорено, доцентрове прискорення йому надає сила тертя, єдина сила, що діє вздовж осі x. Запишемо другий закон Ньютона у векторній формі:

$$m\vec{a}_{\text{д}} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тер}.$$

У проекціях на осі:

на вісь x : $$ma_{Д} = F_{тер}. \qquad (1)$$

на вісь y : $$N - mg = 0\ . \qquad (2)$$

Враховуючи, що $F_{тер} = \mu N$; $a_{\text{д}} = \omega^2 R$ та $\omega = 2\pi\nu$, рівняння (1) та (2) будуть мати вигляд:

$$ma_{Д} = \mu N \qquad \text{та} \qquad N = mg\ . \qquad (3)$$

З врахуванням $a_{\text{д}} = \omega^2 R$ рівняння (3) можна переписати у наступному вигляді :

$$m\omega^2 R = \mu mg \qquad \text{або} \qquad m4\pi^2\nu^2 R = \mu mg\ . \qquad (4)$$

З співвідношення (4) будемо мати вираз для частоти обертання:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu g}{R}}\ .$$

Перевіримо розмірність отриманої величини:

$$[\nu] = \sqrt{\frac{\text{м/с}^2}{\text{м}}} = \text{с}^{-1}.$$

Підставимо числові значення та розрахуємо чисельно величину ν :

$$\nu = \frac{1}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{0{,}2\cdot 10}{2}}(c^{-1}) = 0{,}16c^{-1}.$$

Таким чином, максимальна частота (кількість обертів за 1 с), при якій вантаж утримується на платформі, дорівнює 0,16 обертів за секунду.

Приклад 6. Кулька, що прикріплена до нитки, описує коло в горизонтальній площині. Довжина нитки l = 1 м, кут між ниткою і вертикаллю α = 45°. Знайти час одного повного оберту.

Розв'язання. На кульку діють: сила тяжіння $\vec{F}_T$ і сила натягу $\vec{N}$. Їх рівнодійна надає кульці доцентрового прискорення і лежить у площині обертання. За другим законом Ньютона

$$m\vec{a}_{\text{д}} = m\vec{g} + \vec{N}. \qquad (1)$$

Виберемо напрямок осей, як показано на рис. 1.4.3, та запишемо другий закон Ньютона в проекціях на ці осі:

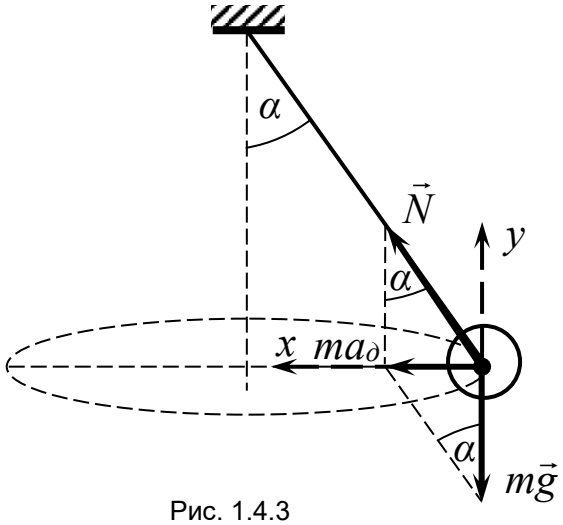


Рис. 1.4.3

на вісь x : $$ma_{\text{д}} = N\sin\alpha. \qquad (2)$$

на вісь y: $$N\cos\alpha = mg. \qquad (3)$$

Враховуючи вирази (2), (3) та використовуючи формулу для доцентрового прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

отримаємо:

$$\frac{mv^2}{R} = mg\,\text{tg}\,\alpha. \qquad (4)$$

Враховуючи, що $v = \omega R;$ $\omega = \frac{2\pi}{T};$ та $R = l\sin\alpha,$

перепишемо співвідношення (4) у вигляді:

$$\frac{4\pi^2}{R^2} l \sin\alpha = tg\alpha\,,$$

або в кінцевому вигляді:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}. \qquad (5)$$

Перевіримо розмірність отриманого результату:

$$[T] = \sqrt{\frac{\text{м/м}}{\text{с}^2}} = \text{с}\,.$$

Підставимо числові значення та розрахуємо чисельно величину T:

$$T = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{9{,}8}}(\text{с}) = 1{,}7\text{с}.$$

Тобто, час одного повного оберту або період обертання кульки дорівнює 1,7 с.

Приклад 7. Середня висота супутника над поверхнею Землі дорівнює радіусу Землі. Визначити швидкість супутника.

Розв'язання. Супутник по коловій орбіті рухається під дією сили тяжіння, тобто доцентрова сила дорівнює силі тяжіння.

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2} \Rightarrow F = G\frac{Mm}{4R^2}\,.$$

Направимо вісь від супутника в напрямку до центру Землі. В проекції на цю вісь:

$$ma_n = F \Rightarrow F = \frac{m\upsilon^2}{2R} \Rightarrow\ G\frac{Mm}{4R^2} = \frac{m\upsilon^2}{2R} \Leftrightarrow\ \upsilon = \sqrt{G\frac{M}{2R}},$$

де M – маса Землі.

Враховуючи, що прискорення вільного падіння біля поверхні Землі $g_0 = G\frac{M}{R^2}$,

визначимо швидкість руху супутника:

$$\upsilon = \sqrt{G\frac{g_0}{G}\frac{R^2}{2R}} \ \Rightarrow\ \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R}{2}}\,.$$

Перевіримо розмірність величини, що отримана:

$$[\upsilon]=\sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\ \text{м}}=\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо числові значення та розрахуємо чисельно величину υ:

$$\upsilon=\sqrt{\frac{9{,}8\cdot 6{,}4\cdot 10^6}{2}}=5{,}6\cdot 10^3 \text{ м/с}=5{,}6 \text{ км/с}.$$

Приклад 8. Айсберг плаває в морі, виступаючи на 100 м^3 над поверхнею води. Визначити об'єм підводної частини айсберга.

Розв'язання. Запишемо значення сили Архімеда (силою Архімеда, що діє на надводну частину айсберга в повітрі нехтуємо, бо густина повітря значно менша за густину води):

$$F_A=\rho_в g V_2,$$

де V_2 – об'єм підводної частини айсберга;

$\rho_в$ - густина води (дорівнює 1,0·10^3 кг/м^3).

Маса всього айсбергу дорівнює:

$$m=\rho_л(V_1+V_2),$$

де $\rho_л$ – густина льоду (приблизно 0,9·10^3 кг/м^3);

V_1 – об'єм надводної частини айсберга (рис. 1.4.4).

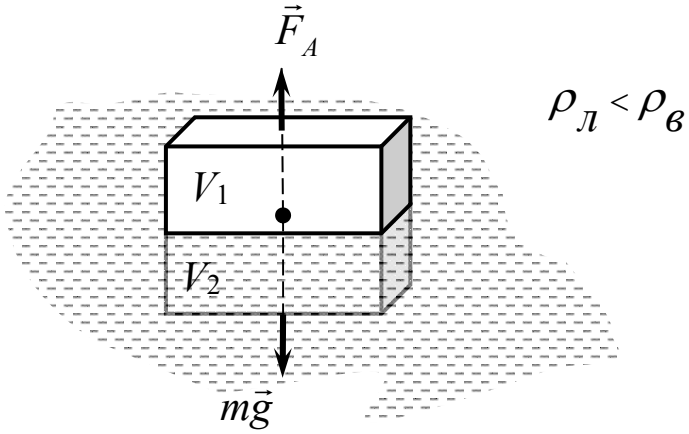


Рис. 1.4.4

Умову плавання для айсбергу запишемо у вигляді:

$$F_A = mg,$$

або

$$\rho_в g V_2 = \rho_л (V_1 + V_2) g.$$

Звідки отримаємо:

$$V_2 = \frac{\rho_л V_1}{\rho_в - \rho_л}.$$

Перевіримо розмірність величини, що отримана:

$$[V_2] = \frac{\frac{кг}{м^3} \cdot м^3}{\frac{кг}{м^3} - \frac{кг}{м^3}} = м^3.$$

Підставимо числові значення і отримаємо об'єм надводної частини айсбергу:

$$V_2 = \frac{0{,}9 \cdot 10^3 \cdot 100}{(1{,}0 - 0{,}9) \cdot 10^3} = 900 м^3.$$

Приклад 9. На яку висоту можна підняти воду з колодязя за допомогою поршня, який щільно прилягає до внутрішніх стінок довгої циліндричної трубки? На яку висоту можна підняти воду, що кипить? ($p_{атм.}$ = 760 мм рт.ст.).

Розв'язання. Під поршнем вакуум буде заповнюватися водою доти, поки тиск стовпа води під ним не врівноважить атмосферний тиск на поверхню води у колодязі:

$$p_{атм.} = \rho_в g h_в.$$

Звідси $$h_в = \frac{p_{атм}}{\rho_в g}.$$

Перевіримо розмірність величини, що отримана:

$$[h_в] = \frac{Па \cdot м^3 \cdot с^2}{кг \cdot м} = \frac{кг \cdot м \cdot с^{-2} \cdot м^{-2} м^3 с^2}{кг \cdot м} = м.$$

Підставимо числові значення:

$$h_в = \frac{1{,}013 \cdot 10^5}{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} = 10{,}2 \text{ м}.$$

Якщо порівняти цю висоту з висотою стовпа ртуті (760 мм=0,76 м), що врівноважує тиск атмосфери (дослід Торічелі), то зрозуміло, що він буде вищим в 13,6 рази, бо густина ртуті в 13,6 разів більша за густину води.

Якщо вода кипить, то вакуум під поршнем заповнюється насиченими парами води. В бульбашках створюється тиск, що дорівнює атмосферному. Власне при такій умові і

починається кипіння. Таким чином, кипляча вода за допомогою поршня не буде підніматися.

Приклад 10. Резервуар, який має форму прямокутного паралелепіпеда, заповнений водою. З якою силою давить вода на бокову стінку, якщо її довжина a, висота h? Атмосферний тиск не враховувати.

Розв'язання. Площа бокової стінки резервуара $S = a \cdot h.$ Гідростатичний тиск води на стінку лінійно змінюється від p_1 = 0 до $p_2 = \rho g h$.

Тоді

$$p_{сер} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{\rho g h}{2}.$$

Сила тиску на стінку резервуара складає величину:

$$F_T = p_{сер} S = \frac{\rho_в g h}{2} a h = \frac{\rho_в g a h^2}{2}.$$

Приклад 11. Матеріальна точка може коливатися в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Яким буде результат накладання двох гармонічних коливань, що проходять вздовж осей x та y , якщо коливання проходять за законами:

$$x = a_1 \cos \omega_1 t \qquad \text{та} \qquad y = a_2 \cos (\omega_2 t + \varphi_0).$$

Розв'язання. В результаті накладення таких коливань отримаємо якусь замкнену криву, форма якої залежить від співвідношення амплітуд, частот та різниці фаз цих коливань. Розглянемо частинку, яка може коливатися у двох взаємно перпендикулярних напрямках – вздовж координатних осей x та y. Така частинка має два ступені свободи. Якщо коливання збуджені одночасно, то результуючий рух частинки буде відбуватися у площині x-0-y. Моделлю може бути кулька, яку розтягують дві пружинки (рис. 1.4.5).

За умовою задачі:

$$x = a_1 \cos \omega_1 t \qquad \text{та} \qquad y = a_2 \cos (\omega_2 t + \varphi_0 , \qquad (1)$$

закони коливань вздовж осей x та y є законами косинуса відповідно з нульовою початковою фазою (в початковий момент часу кулька виведена з положення рівноваги

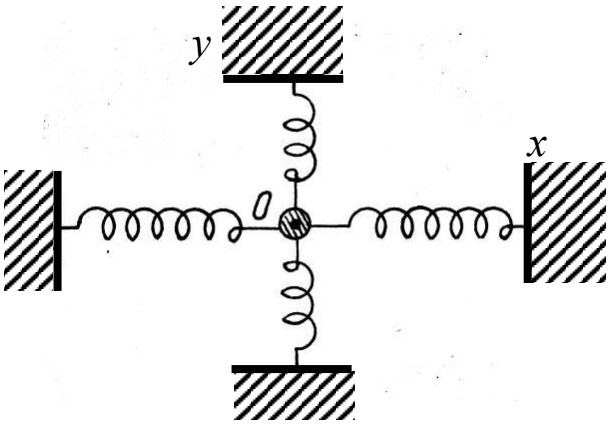


Рис. 1.4.5

на амплітудне значення відхилення по осі x в крайнє праве положення) і початковою фазою φ_0 . У рівняннях коливань (1) x та y - зміщення частинки відносно положення рівноваги О; ω_1 та ω_2 –циклічні частоти; a_1 та a_2 – амплітуди коливань. Рівняння траєкторії частинки отримаємо виключивши з рівнянь (1) час t.

У найпростішому випадку, коли частоти коливань однакові, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, з рівняння (1) випливає, що за відсутності зсуву фаз (тобто при $x = a_1 \cos \omega t, \quad y = a_2 \cos \omega t$) координати частинки зв'язані співвідношенням:

$$y/x = a_2/a_1.$$

Таким чином, результуючий рух частинки являє собою гармонічні коливання вздовж прямої $y = kx$ (де $k = a_2/a_1$) з амплітудою $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ (рис. 1.4.6, *а* – пряма, що проходе через 1-й та 3-й квадранти).

Якщо зсув фаз φ_0 дорівнює $\pm \pi$,то будемо мати для x та y , відповідно:

$$x = a_1 \cos \omega t, \; y = a_2 \cos (\omega t \pm \pi) = - a_2 \cos \omega t.$$

При цьому $y = - kx$ і коливання відбуваються вздовж прямої, що лежить в інших (другому та четвертому) квадрантах, ніж у першому випадку (див. рис. 1.4.6, *а*).

У випадку, коли зсув фаз φ_0 становить $\pm(2m+1)\, \pi /2$, де $m = 0, 1, 2, \ldots$, будемо мати для x та y відповідно:

$$x = a_1 \cos \omega t, \; y = a_2 \cos (\omega t \pm \pi /2) = \pm a_2 \sin \omega t , \qquad (2)$$

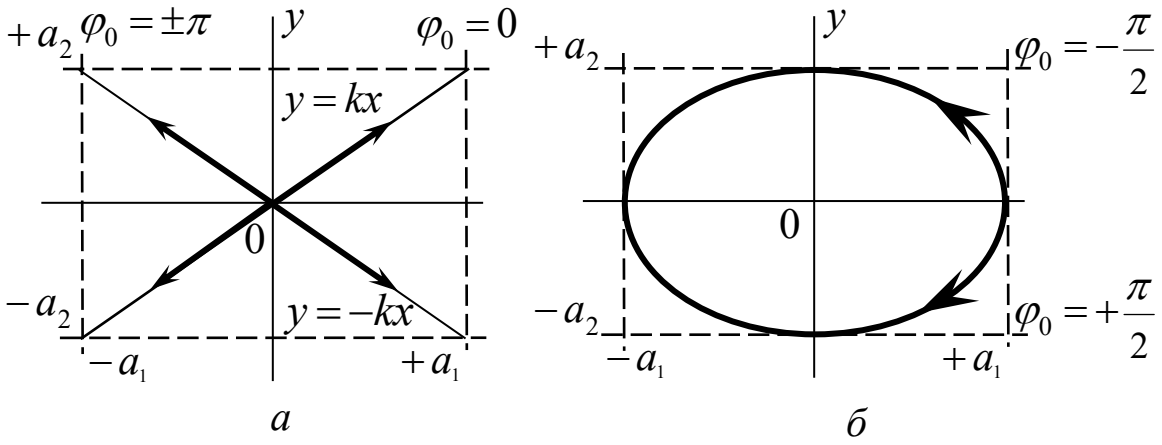


Рис. 1.4.6

Поділивши перше із рівнянь (2) на a_1, а друге – на a_2, одержуємо:

$$x/a_1 = \cos \omega t, \quad y/a_2 = \pm \sin \omega t.$$

Підносячи кожне з цих рівнянь до квадрата та складаючи їх, отримаємо таке рівняння траєкторії результуючого руху частинки:

$$x^2 / a_1^2 + y^2 / a_2^2 = 1.$$

Отже, при $\varphi_0 = \pm \pi /2$ траєкторією частинки є канонічний найпростіший еліпс, головні осі якого збігаються з осями координат, а напівосі дорівнюють a_1 і a_2 (рис. 1.4.6, *б*). Коли ж a_1 = ra_2= r , траєкторією руху частинки є коло з радіусом r.

Можна показати, що при $\varphi_0 = + \pi /2$ рух частинки відбувається за годинниковою стрілкою, а при $\varphi_0 = - \pi/2$ – проти годинникової стрілки.

Приклад 12. Від джерела коливань поширюється хвиля зі швидкістю 300 м/с, амплітудою 1 см, довжиною хвилі 75 см. Через який час після початку коливань точка, що знаходиться на відстані 50 см від джерела, матиме зміщення 0,5 см?

Розв'язання. Період коливань джерела**,** довжина хвилі та швидкість зв'язані співвідношенням:

$$T = \frac{\lambda}{\nu}, \qquad T = \frac{0{,}75}{300} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{с}.$$

Підставимо значення (виражені у СІ) в рівняння хвилі і отримаємо:

$$0{,}005 = 0.01 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right),$$

$$0{,}5 = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) = \sin\frac{1}{6}\pi, \quad \frac{1}{6}\pi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right).$$

Звідси знайдемо величину t:

$$1 = 12\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right), \quad 1 = 12\left(\frac{t}{2{,}5 \cdot 10^{-3}} - \frac{0{,}5}{0.75}\right), \quad t = 1{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{с}.$$

1.5. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №1

МОДУЛЬ 1 „МЕХАНІКА”

101-110. Матеріальна точка рухається вздовж прямої. Рівняння руху точки $x = A + B\,t + C\,t^2 + D\,t^3$, де $A,\ B,\ C,\ D$ - параметри, які вказані нижче для кожного варіанта в таблиці для цієї задачі.

1. Знайти значення швидкості та прискорення точки у довільний момент часу (миттєва швидкість та прискорення).

2. Знайти значення швидкості та прискорення точки через t_1 секунд після початку руху. Значення моменту часу t_1 для кожного варіанта наведено в таблиці.

3. Дати графічне зображення в масштабі залежності координати швидкості та прискорення від часу. По осі часу відкладати значення від 0 до моменту часу t_1, вказаного в таблиці для кожного варіанта.

Значення параметрів для задач № 101-110

Варіант	Задача	A, м	B, м /с	C, м /с^2	D, м /с^3	t_1, с
1	**101**	0	-50	0,5	0,2	10
2	**102**	100	0	4	-1	6
3	**103**	150	10	0	-2	5
4	**104**	100	20	-5	0	10
5	**105**	100	5	2	-0,1	8
6	**106**	100	0	5	-2	5
7	**107**	20	10	0	-1	5
8	**108**	-50	-10	2	0	10
9	**109**	20	20	-5	0	10
0	**110**	200	2	2	-2	5

111-120. Матеріальна точка рухається по колу радіусом R. Рівняння руху точки $\varphi = A + B\,t + C\,t^2 + D\,t^3$, де A,B,C,D **-** параметри, які вказані нижче для кожного варіанта в таблиці.

1. Визначити значення кутової швидкості в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 **,** вказаного в таблиці для кожного варіанта.
2. Знайти лінійну швидкість точки в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 **,** вказаного в таблиці для кожного варіанта.
3. Визначити значення тангенціального прискорення в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1**,** вказаного в таблиці для кожного варіанта.
4. Визначити значення нормального прискорення в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 **,** вказаного в таблиці для кожного варіанта.

5. Знайти повне прискорення точки в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1, вказаного в таблиці для кожного варіанта.
6. Визначити кут між векторами швидкості та повного прискорення в момент часу t_1.
7. Зобразити на рисунку в масштабі вектори швидкості та тангенціального, нормального і повного прискорення в момент часу t_1.

Значення параметрів для задач № 111-120

Варіант	**Задача**	A, рад	B, рад/с	C, рад/с^2	D, рад/с^3	t_1, с	R, м
1	**111**	$0{,}5\pi$	0	$0{,}5\pi$	$-0{,}1\pi$	3	1
2	**112**	$1{,}5\pi$	π	$-0{,}5\pi$	$0{,}2\pi$	2	2
3	**113**	$1{,}0\pi$	$0{,}5\pi$	$-\pi$	$0{,}1\pi$	5	1
4	**114**	$0{,}5\pi$	$1{,}5\pi$	$0{,}5\pi$	$-0{,}2\pi$	2	2
5	**115**	2π	$0{,}5\pi$	$-0{,}5\pi$	$-0{,}1\pi$	3	5
6	**116**	$0{,}5\pi$	$0{,}5\pi$	π	$0{,}1\pi$	2	2
7	**117**	2π	π	$-\pi$	$0{,}5\pi$	4	3
8	**118**	$0{,}5\pi$	$0{,}5\pi$	0π	$-0{,}1\pi$	2	2
9	**119**	2π	$0{,}5\pi$	$-0{,}5\pi$	$0{,}2\pi$	3	1
0	**120**	$0{,}5\pi$	π	$-\pi$	$-0{,}1\pi$	5	2

121. Чому дорівнює коефіцієнт тертя коліс трактора об ґрунтову дорогу, якщо при швидкості 36 км / год гальмівний шлях дорівнює 10 м?

122. Через нерухомий блок перекинута тонка нерозтяжна нитка, на кінцях якої підвішені два тягарці масами m_1= 0,1 кг та m_2= 0,2 кг. З яким прискоренням почнуть рухатись тягарці після того, як їх відпустили? Який шлях пройде кожен із них за першу секунду руху? Масою блока та тертям у блоці знехтувати.

123. З яким максимальним прискоренням може рухатись автомобіль при русі вверх по ділянці дороги з кутом нахилу 20^0 , якщо коефіцієнт зчеплення коліс з покриттям дороги 0,5? Який шлях пройде автомобіль за 10 с, якщо в момент початку підйому його швидкість дорівнювала 72 км/год ?

124. Вантажна машина масою 3 т їде зі швидкістю 36 км/год. Якої величини гальмівна сила може зупинити її на відстані 50 м? Чому дорівнює при цьому коефіцієнт опору руху?

125. Трактор масою 10 т рушає з місця і протягом 10 с досягає швидкості 18 км/год. Яку силу тяги розвиває мотор трактора, якщо коефіцієнт опору 0,05, а рух рівноприскорений.

126. Якою має бути частота обертання диска (в обертах за секунду) в дисковому розкидачі добрив, щоб добриво, яке падає на відстані 10 см від осі, розкидалося по полю? Коефіцієнт тертя 0,83.

127. При будівництві ферми вантаж масою 200 кг було піднято за допомогою каната вертикально вгору протягом 5 с на висоту 25 м. Визначити силу натягу каната, якщо рух був рівноприскореним.

128. Автомобіль масою 2 т проїжджає зі швидкістю 36 км/год по опуклому мосту з радіусом кривизни 50 м. З якою силою тисне автомобіль у верхній точці моста? Прискорення вільного падіння взяти 10 м/с^2.

129. Штучний супутник рухається по колу на орбіті навколо Землі на висоті 600 км над нею. Визначити швидкість його руху. Прийняти радіус Землі $6{,}4\cdot10^6$ м, а масу Землі $6\cdot10^{24}$ кг.

130. З якою силою тисне на підлогу ліфта людина масою 80 кг, якщо ліфт почав рухатися з прискоренням 2 м /с^2 а) вгору, б) вниз?

131. З висоти h=3 м на стальну плиту вільно падає кулька масою m=0,5 кг і підстрибує на висоту h_1=2 м. Визначити зміну імпульсу кульки при ударі. Чому дорівнювала б ця зміна при абсолютно пружному ударі ?

132. При горизонтальному польоті зі швидкістю 250 м/с снаряд масою 6 кг розірвався на дві частини. Більша частина масою 4 кг одержала швидкість 400 м/с у напрямку польоту снаряда. Визначити модуль і напрямок швидкості меншої частини снаряда.

133. Визначити імпульс, який отримає стінка при ударі об неї кульки масою 0,3 кг, якщо кулька рухалася зі швидкістю 10 м/с під кутом 60° до площини стінки. Удар об стінку вважати абсолютно пружним.

134. Кулька масою m_1 = 0,1 кг рухається зі швидкістю υ_1 = 4 м/с і зіштовхується з кулькою масою m_2=0,05кг, що рухається назустріч їй зі швидкістю υ_2 = 3 м/с. Які швидкості u_1 і u_2 кульок після удару? Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

135. Кулька масою m_1 = 0,1 кг зіштовхується з масивнішою кулькою, що знаходиться у стані спокою і при цьому втрачає 40 % кінетичної енергії. Визначити масу m_2 більшої кульки. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

136-140. Металева кулька масою m_1, що рухалася зі швидкістю υ_1, зіткнулася з пластиліновою кулькою масою m_2 , яка рухалась зі швидкістю υ_2. Вважаючи удар абсолютно непружним (кульки в наступний момент після удару почали рухатись разом, тобто з однією швидкістю), прямим, центральним, необхідно:

1) визначити швидкість руху кульок після зіткнення,
2) знайти, яка частина механічної енергії при цьому перетворилась у теплову.

Розглянути задачу в загальному (в аналітичному) вигляді та для значень, що вказані в таблиці до цієї задачі. Від'ємне значення швидкості (алгебраїчне значення) υ_2 свідчить про те, що друга кулька рухається назустріч першій, а позитивні значення швидкостей – про те, що одна з кульок наздоганяє іншу.

Значення параметрів для задач № 136-140

Варіант	Задача	m_1, кг	m_2 ,кг	υ_1 , м/с	υ_2 , м/с
6	**136**	0,2	0,05	10	4
7	**137**	0,5	0,03	5	1
8	**138**	0,3	0,1	5	-5
9	**139**	0,4	0,04	10	-4
0	**140**	0,1	0,02	8	0

141. Пружина жорсткістю 600 Н/м стиснута силою l00 Н. Визначити роботу зовнішньої сили, що додатково стисне цю пружину ще на 3 см.

142. Яку роботу треба виконати, щоб пружину жорсткістю 800 Н /м а) стиснути на 8 см; б) додатково стиснути ще на 4 см?

143. Якщо на верхній кінець вертикально розміщеної спіральної пружини покласти вантаж, то пружина стиснеться на 3 см. Наскільки стисне пружину той же вантаж, якщо він впаде на кінець цієї пружини з висоти 8 см?

144. Налетівши на пружинний буфер, вагон масою 20 т, що рухався зі швидкістю 0,6 м/с, зупинився, стиснувши пружину на 8 см. Знайти жорсткість пружин буфера.

145. Якої маси віз може везти кінь, розвиваючи силу тяги 200 Н, якщо коефіцієнт опору руху дорівнює 0,05? Яку роботу треба виконати, щоб перевезти віз на відстань 10 м а) з постійною швидкістю 3,6 км/год; б) із прискоренням, збільшуючи швидкість на цьому шляху від 3,6 до 7,2 км/год?

146. Підйомник елеватора масою 1 т починає підніматися з прискоренням 2 м/с^2. Визначити роботу, що виконується за перші 5 с підйому.

147. Визначити силу натягу каната при підніманні вантажу масою 10^3 кг, якщо за 5 с від початку руху швидкість зросла до 10 м/с. Яку роботу проти сил гравітації при цьому виконано?

148. Трактор масою 5 т, що рухається рівноуповільнено з початковою швидкістю 36 км/год під дією сили тертя 10^4Н зупиняється. Знайти шлях до зупинки та роботу сил тертя.

149. Яку потужність повинен розвинути трактор при переміщенні причепа масою 3 т вгору по схилу з кутом нахилу 30^O зі швидкістю 1 м/с , якщо коефіцієнт тертя (опору руху) причепа дорівнює 0,4 ?

150. Знайти роботу, яку потрібно виконати при підніманні вантажу масою 100 кг по похилій площині з кутом нахилу 45^O на відстань 16 м рівноприскорено, якщо час піднімання без початкової швидкості 4 с, а коефіцієнт тертя 0,1?

151. Визначити напруженість гравітаційного поля на довільній висоті та на висоті 10 км, 100 км і 1000 км над поверхнею Землі. Вважати відомими прискорення вільного падіння біля поверхні Землі та її радіус.

152. Яка робота буде виконана силами гравітаційного поля при падінні на Землю тіла масою 1 кг: а) з висоти h = 1000 км; б) з нескінченності?

153. З нескінченності на поверхню Землі падає метеорит масою 100 кг. Визначити роботу, що буде виконана силами гравітаційного поля Землі. Прискорення вільного падіння і радіус Землі вважати відомими.

154. З поверхні Землі вертикально вгору запущена ракета зі швидкістю 5 км/с. На яку висоту вона підніметься?

155. По орбіті навколо Землі обертається супутник з періодом обертання 90 хв. Визначити висоту знаходження супутника. Орбіту вважати близькою до кола. Прискорення вільного падіння та радіус Землі вважати відомими.

156. На якій відстані від центра Землі знаходиться точка, в якої напруженість сумарного гравітаційного поля Землі і Місяця дорівнює нулю? Прийняти, що маса Землі в 81 раз більше за масу Місяця, а відстань між центрами Землі та Місяця рівна 60 радіусам Землі.

157. Супутник обертається навколо Землі по коловій орбіті на висоті 520 км. Визначити період обертання супутника. Прискорення вільного падіння та радіус Землі вважати відомими.

158. Визначити лінійну та кутову швидкості супутника Землі, що обертається по коловій орбіті на висоті 1000 км. Прискорення вільного падіння та радіус Землі вважати відомими.

159. У скільки разів зменшиться сила притягання до Землі космічної ракети при віддаленні її від поверхні Землі на відстань, що дорівнює радіусу Землі ? Яка робота буде виконана проти сил гравітації при цьому?

160. Визначити масу Землі, якщо відомо, що штучний супутник Землі з періодом обертання 106 хв. рухається по коловій орбіті на висоті 1000 км?

161-165. Маховик у вигляді суцільного диска, маса якого m, а діаметр основи D, обертається згідно з рівнянням $\varphi = At+Bt^2+Ct^3$, де значення всіх параметрів вказані для кожного варіанта в таблиці, що наведена нижче.

1. Знайти значення швидкості та прискорення точки на відстані $D/2$ від осі (на поверхні диска) у довільний момент часу (миттєва швидкість та прискорення) та в момент часу t_1, що вказаний у таблиці.

2. Знайти кінетичну енергію маховика в довільний момент часу та в момент часу t_1, що вказаний у таблиці.

3. Визначити обертальний момент сили, що діє на маховик у довільний момент часу t та в момент часу t_1, що вказаний у таблиці.

Варіант	**Задача**	M, кг	D, м	A, рад/с	B, рад/с^2	C, рад/с^3	t_1, с
1	**161**	0,1	0,05	$1,0\pi$	0	$0,2\pi$	10
2	**162**	0,5	0,1	0	$2,0\pi$	$0,1\pi$	10
3	**163**	0,2	0,04	$0,5\pi$	0	$0,1\pi$	5
4	**164**	0,3	0,09	0	$4,0\pi$	$0,25\pi$	5
5	**165**	0,4	0.2	$1,5\pi$	0	$0,25\pi$	5

166. На обід маховика радіусом 40 см намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягарець масою 2 кг. Визначити момент інерції маховика, якщо він, обертаючись рівноприскорено під дією сили ваги тягарця за час 3 с від початку руху, набрав кутову швидкість 9 рад/с.

167. Нитка з прив'язаними до її кінців тягарцями масою 0,05 кг та 0,07 кг перекинута через блок діаметром 4 см. Визначити момент інерції блока, якщо під дією сили ваги тягарців він отримав кутове прискорення 2 рад/с^2.

168. Стержень обертається навколо осі, що проходить через його середину згідно з рівнянням $\varphi = At + Bt^3$, де A = 2 рад/с; B = 0,2 рад/с^3. Визначити обертальний момент, що діє на стержень через 2 с після початку обертання, якщо момент інерції стержня 0,1 кг·м^2.

169. Блок, що має форму диска масою 0, 4 кг, обертається під дією сили натягу нитки, до кінців якої підвішені тягарці масами 0,3 кг та 0,7 кг. Визначити сили натягу нитки по обидві сторони блока.

170. На краю платформи у вигляді диска, що обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою 8 хв$^{-1}$, стоїть людина масою 70 кг. Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатися з частотою 10 хв$^{-1}$. Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

171. Визначити максимальне прискорення матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою 0,1 м, якщо найбільша швидкість точки 10 м/с. Написати рівняння коливань та зобразити графічно залежності зміщення, швидкості, прискорення точки від часу.

172. Знайти максимальну швидкість матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою 0,3 м, якщо максимальне прискорення точки дорівнює 1,2 м/с^2. Написати рівняння коливань та зобразити графічно залежності зміщення, швидкості, прискорення точки від часу.

173. Знайти максимальну кінетичну енергію матеріальної точки масою m = 1 кг, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою A = 0,05 м та частотою 2 Гц.

174. Визначити частоту гармонічних коливань диска радіусом 0,2 м навколо горизонтальної осі, що проходить на відстані половини радіуса диска та перпендикулярна його площині.

175. Визначити. період коливань стержня довжиною 0,3 м навколо горизонтальної осі, що проходить через його кінець перпендикулярно стержню.

176. Точка здійснює одночасно два коливання однієї частоти, що відбуваються в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Рівняння цих коливань мають вигляд: $x = A_1 \sin\omega t$ та $y = A_2 \cos\omega t$, де A_1 =0,01 м; A_2= 0,03 м;. ω = 1 рад/с. Знайти рівняння траєкторії, побудувати її з врахуванням масштабу, показати напрямок руху точки та вказати положення точки в початковий момент.

177. Матеріальна точка бере участь у двох коливаннях, що проходять вздовж однієї прямої і описуються рівняннями: $x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$, $x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$, де A_1 = 3 см; A_2 = 4 см; $\omega_1 = \omega_2$ =2 рад·с $^{-1}$.Знайти амплітуду складного руху, його частоту, початкову фазу, написати рівняння руху. Побудувати векторну діаграму для моменту часу t =0.

178. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти, рівняння яких $x = A_1 \sin \omega_1 t$ та $y = A_2 \cos \omega_2 t$, де A_1 = 0,08 м; A_2 =0,04 м. Написати рівняння траєкторії і побудувати її. Показати напрямок руху точки.

179. Дві точки знаходяться на прямій, вздовж якої розповсюджуються хвилі зі швидкістю 10 м/с. Період коливань 0,2с, відстань між точками 1 м. Знайти різницю фаз коливань у цих точках.

180. Визначити швидкість розповсюдження хвиль у пружному середовищі, якщо різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань двох точок, що знаходяться одна від одної на відстані 0,15 м, дорівнює $\pi/2$. Частота коливань 25 Гц.

МОДУЛЬ 2.
«МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА»

2.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ

2.1.1. Молекулярно – кінетична теорія ідеальних газів

Молекулярна фізика – це розділ фізики, що вивчає будову і властивості речовини виходячи із молекулярно-кінетичних уявлень, заснованих на тому, що всі тіла складають із атомів, молекул або іонів, які знаходяться в неперервному русі. В основу цього розділу покладено статистику, що оперує статистичними закономірностями і середніми значеннями фізичних величин, які характеризують всю систему із великої кількості частинок в цілому.

2.1.1.1. Основні положення молекулярно – кінетичної теорії. Дослідні газові закони

Молекулярно-кінетична теорія будови речовини включає такі основні положення, які підтверджені експериментально:

- будь-яка речовина складається з мікрочастинок: молекул, атомів, іонів. Найменшими частинками даної речовини є молекула (у подальшому під терміном «молекула» будемо розуміти найменшу структурну одиницю даної речовини). Молекули складаються з атомів. Деякі речовини мають атомарну структуру – найменшою частинкою таких речовин є атом. Частинки розташовані не щільно, між ними є проміжки;
- частинки, з яких складається речовина, перебувають у безперервному хаотичному русі, інтенсивність якого зростає з температурою;
- між частинками речовини діють сили: на великих відстанях - це сили притягання, на малих - сили відштовхування.

Основні положення молекулярно-кінетичної теорії отримали підтвердження в різних явищах, серед яких найбільш характерні:

дифузія – проникнення молекул однієї речовини в проміжки між молекулами іншої;

броунівський рух – неперервний та хаотичний рух маленьких твердих і нерозчинних у рідині частинок, що в певній мірі відбиває неперервний та хаотичний рух молекул.

Термодинамічна система. Під термодинамічною системою розуміють уявно виділену сукупність макроскопічних тіл, які взаємодіють і обмінюються енергією та речовиною як між собою, так і з навколишнім зовнішнім середовищем.

Бувають ***відкриті*** та ***закриті*** термодинамічні системи.

Відкриті термодинамічні системи – це системи, які обмінюються енергією і речовиною з навколишнім зовнішнім середовищем. Наприклад, це живі організми та рідини, що випаровуються.

Закриті (ізольовані) термодинамічні системи – це системи, які не обмінюються ні енергією ні речовиною з навколишнім зовнішнім середовищем.

Стан термодинамічної системи характеризують фізичні величини, що одержали назву **термодинамічних параметрів стану.** Зазвичай такими обирають для даної маси газу об'єм V, тиск p і температура T (за термодинамічною шкалою температур). Під об'ємом газу розуміють об'єм посудини, в якій знаходиться газ, оскільки гази мають властивість займати весь об'єм посудини. Газ чинить тиск внаслідок того, що його молекули безперервно хаотично рухаються, і весь час відбуваються зіткнення між молекулами та зі стінками посудини. В результаті цього на стінки посудини весь час з боку молекул газу діє деяка сила, що і спричиняє тиск.

Поняття температури спочатку було запроваджено як міру „нагрітості" одного тіла в порівнянні з іншим. На основі дослідів були створені експериментальні температурні шкали Цельсія, Реомюра, Фаренгейта. Недоліком цих шкал було те, що поняття нуля температури за цими шкалами було суто умовним і не мало строго визначеного фізичного змісту. Фізичний зміст поняття "температура" дозволила сформулювати молекулярно-кінетична теорія ідеального газу.

Температура є мірою середньої кінетичної енергії хаотичного руху молекул. Було введено поняття абсолютного нуля температури. За **абсолютний нуль температури** прийнята така температура, при якій би припинився хаотичний рух молекул у речовині. При температурі абсолютного нуля ідеальний газ не чинив би тиск. Температура за термодинамічною шкалою температур (шкалою Кельвіна) T пов'язана з температурою за шкалою Цельсія t співвідношенням (рис. 2.1.1).

$$T = t + 273\ ; \qquad \Delta t = \Delta T.$$

Досягти температури $T = 0\ K$ неможливо, оскільки неможливо повністю припинити хаотичний рух у речовині.

При температурах, близьких до $T = 0\ K$ спостерігаються явища надпровідності і надплинності. Явище надпровідності полягає в тому, що при температурах, близьких до абсолютного нуля, метали не чинять опір протіканню по них струму, тобто опір металів різко (на декілька порядків) зменшується і практично наближається до нуля). Явище надтекучості спостерігається в рідкому гелії, де при температурах близьких до абсолютного нуля зникають сили внутрішнього тертя.

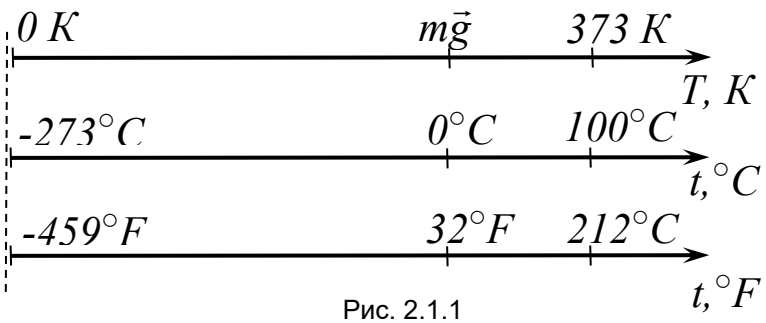


Рис. 2.1.1

Поняття **ідеального газу** (як і поняття матеріальної точки, абсолютно твердого тіла, математичного маятника) є моделлю, деякою ідеалізацією. **Ідеальним газом** називається газ: 1) розмірами частинок якого можна знехтувати (тобто молекули ідеального газу – матеріальні точки); 2) можна знехтувати силами взаємодії між молекулами; 3) взаємодія молекул між собою або зі стінками посудини здійснюється лише в лише в момент зіткнення за законами абсолютно пружного удару. Реальні гази, що перебувають при не дуже низьких температурах та при не дуже високих тисках, за своїми властивостям дуже близькі до ідеального газу. Значення цих температур та тисків будуть різними для різних газів. Реальні гази піддаються скрапленню, тобто переходу в рідкий стан. Цей перехід відбувається при зменшенні температури, при збільшенні тиску, або при одночасній такій зміні цих параметрів. Тому можна сказати, що реальні гази близькі за властивостями до моделі ідеального газу, якщо умови (тиск та температура) далекі від умов скраплення.

Дослідні (експериментальні) закони ідеального газу.

Стан заданої маси ідеального газу визначається трьома термодинамічними параметрами: температурою **T**, тиском **p** і об'ємом **V**. Між цими параметрами існує закономірний зв'язок, який описує поведінку ідеальних газів за допомогою законів Бойля-Маріотта, Гей-Люссака, Шарля, Авогадро, Клапейрона, Менделєєва-Клапейрона, Дальтона.

Ізопроцесом називається такий рівноважний процес, який протікає при одному незмінному параметрі стану ідеального газу.

Ізотермічним процесом називається процес, що протікає при незмінній температурі. Цей процес описується **законом Бойля - Маріотта**: для даної маси газу при незмінній температурі добуток тиску на об'єм є величина стала. Це можна записати так::

при $m = \text{const}$ та $T = \text{const};\ \ p_1V_1 = p_2V_2$,

або

$$pV = \text{const}.$$

Графіком цього процесу, що зображає властивості речовини при незмінній температурі, є гіпербола, що одержала назву **ізотерми**. Чим вище температура, тим вище розміщена ізотерма (рис. 2.1.2).

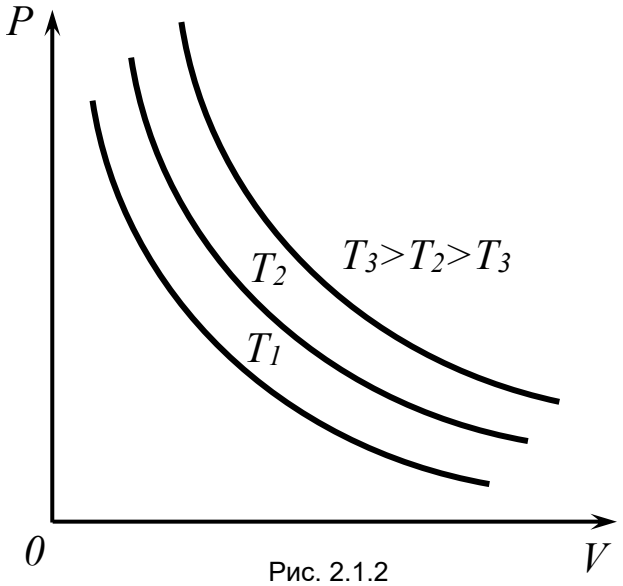


Рис. 2.1.2

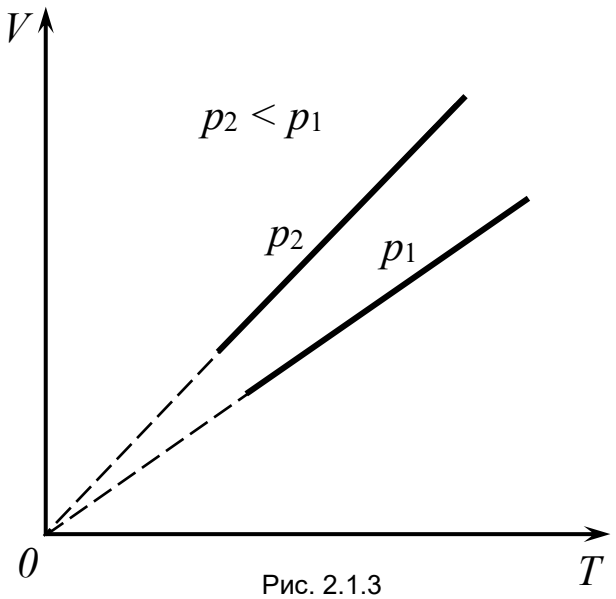


Рис. 2.1.3

Ізобарним процесом називається процес, який протікає при незмінному тиску. Ізобарний процес описується **законом Гей-Люссака:** для даної маси газу при незмінному тиску об'єм газу прямо пропорційний його температурі в термодинамічній шкалі температур.

При $m = \text{const}$ та $p = \text{const};$ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2},$

або $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$

Можна записати це і такій формі: $\frac{V}{T} = const$.

Графіком цього процесу, що відображає властивості речовини при незмінному тиску, є пряма лінія, що одержала назву **ізобара** (рис. 2.1.3).

Закон Гей-Люссака може бути записаний через температуру t за шкалою Цельсія:

$$V = V_0(1 + \frac{1}{273}t),$$

де V_0 – об'єм ідеального газу при $t = 0^\circ$C; V – об'єм ідеального газу при температурі t, $^\circ$C; 1/273 – коефіцієнт пропорційності для всіх газів, який одержав назву термічного коефіцієнта об'ємного розширення, був одержаний експериментально.

Ізохорним називається процес, який протікає при незмінному об'ємі. Ізохорний процес описується **законом Шарля:** для даної маси газу при незмінному об'ємі тиск, який чинить газ, прямо пропорційний абсолютній температурі.

При $m = \text{const}$ та $V = \text{const};$

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$ або $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$ чи $\frac{p}{T} = const$.

Графіком цього процесу що відображає властивості речовини при незмінному об'ємі, є пряма лінія, що одержала назву **ізохора** (рис. 2.1.4).

Об'єднаний газовий закон (рівняння стану ідеального газу) виконується не тільки для якогось конкретного ізопроцесу, а й тоді, коли всі три параметри змінні. Він виконується для даної маси газу ($m=const$):

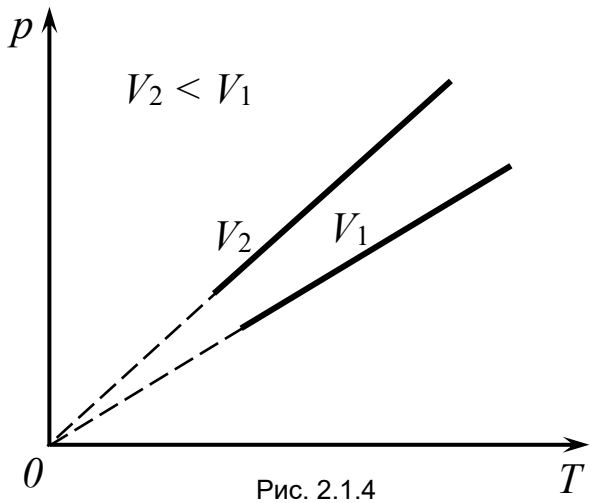


Рис. 2.1.4

$$\frac{pV}{T} = \text{const}, \quad \text{або}$$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм та температура газу в початковому стані; p_2, V_2, T_2 – параметри в кінцевому стані. Всі три закони для ізопроцесів є частковими випадками об'єднаного газового закону.

Газові закони – дослідні (експериментальні) закони. Вони були встановлені для газів, що знаходяться при не дуже низьких температурах та невеликих тисках (густинах). Значення параметрів газу, при яких виконуватимуться ці закони будуть залежати від сорту газу, про що йтиметься далі.

Кількість речовини (в молях):

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{чи} \quad \nu = \frac{m}{M},$$

де N – число частинок газу заданої маси газу m; N_A – число (стала) Авогадро; m – маса даного газу; M – молярна маса (1 моль) газу – кількість речовини, яка чисельно дорівнює молекулярній вазі в грамах; наприклад, для води H_2O молекулярна вага дорівнює 18, отже, маса 1 моля H_2O дорівнює 18 Г.

В 1 молі речовини міститься N_A = 6,02·10 ^{23} молекул **(закон Авогадро)**. Розмірність N_A - моль$^{-1}$. Підкреслимо, що 1 моль є однією з семи основних одиниць системи СІ.

Рівняння Клапейрона для 1 моля ідеального газу записується у вигляді:

$$pV_M = RT, \qquad (2.1.1)$$

де V_M – об'єм 1 моля газу; R = 8,31 Дж / моль·К – універсальна газова стала; p – тиск; T – абсолютна (термодинамічна) температура.

Універсальна газова стала R чисельно дорівнює роботі, що виконує 1 моль ідеального газу при ізобарному нагріванні його на 1 К.

Для довільної маси газу m це рівняння називається **рівнянням Клапейрона-Менделєєва** (рівняння стану ідеального газу):

$$pV = \frac{m}{M}RT = vRT\,, \qquad (2.1.1')$$

де m – маса газу; M – молярна маса газу; $v = m/M$ – кількість речовини.

Закон Дальтона, який визначає тиск суміші ідеальних газів:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n\,,$$

свідчить про те, що тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків окремих компонентів цієї суміші.

Тут $p_1, p_2, p_3 \ldots$ – парціальні тиски компонентів суміші; n – число компонентів суміші. Парціальний тиск є тиск газу, який створював би цей газ, якби він один знаходився в об'ємі, яку займає вся суміш при тій же температурі.

Концентрація молекул – це кількість молекул в одиниці об'єму речовини:

$$n = \frac{N}{V}\,,$$

де N – число молекул, які вміщує дана система; V – об'єм системи.

В 1 молі речовини міститься N_A молекул; об'єм, що займає 1 моль газу - V_M. Звідси отримаємо значення концентрації, що виражене через число Авогадро та молярний об'єм газу:

$$n = \frac{N_A}{V_M}\,.$$

Можна виразити концентрацію і через густину речовини ρ:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{V_M} = \frac{N_A \rho}{M}\,.$$

Ця формула справедлива не тільки для ідеальних газів, але і для інших агрегатних станів речовини (не тільки реальних газів).

Стала величина, що дорівнює відношенню двох фундаментальних констант $\frac{R}{N_A} = k$ називається **сталою Больцмана**, вона має значення:

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}\,.$$

Запишемо рівняння Клапейрона (2.1.1) використавши поняття концентрації молекул, визначення сталої Больцмана та отримаємо формулу, що зв'язує тиск та термодинамічну температуру:

$$p = \frac{RT}{V_M} = k\frac{N_A T}{V_M} = nkT$$

або

$$p = nkT \qquad (2.1.2)$$

Таким чином, тиск газу прямо пропорційний термодинамічній температурі.

Число Лошмідта – число молекул в одиниці об'єму будь – якого газу при нормальних умовах (нормальний атмосферний тиск P_0 = 1,013·10^5 Па, температура T_0 = 273 К) дорівнює:

$$n_L = \frac{P_0}{kT_0} = 2{,}68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

При нормальних атмосферних умовах в 1 м ^{3} будь - якого газу міститься однакове число молекул n_L .

2.1.1.2. Основне рівняння молекулярно – кінетичної теорії ідеальних газів

Розглянуті вище в розділі 2.1.1.1 закони були встановлені **дослідним** (експериментальним) шляхом. Використовуючи модель ідеального газу, **теоретично** було одержано формулу, що дозволяє визначити тиск, який створює ідеальний газ, зв'язує параметри стану газу з характеристиками поступального руху частинок ідеального газу.

Розглянемо, як створюється тиск в довільній точці об'єму та на стінки посудини молекулами газу. Виділимо довільну плоску елементарну площадку $\Delta S.$ Нехай молекули рухаються з швидкістю v. Побудуємо на цій елементарній площадці паралелепіпед об'ємом $\Delta S v \Delta t = V$, де знаходиться $\Delta S v \Delta t n$ молекул (n – концентрація, тобто кількість молекул в одиниці об'єму). Такий підхід вже використовувався нами при розгляді стаціонарного руху рідини (див. розділ 1.1.7.4). Оскільки молекули рухаються хаотично, то вздовж кожної з трьох взаємно перпендикулярних осей буде рухатись по 1/3 молекул (причому половина з них в одному напрямку), тому кількість зіткнень з площадкою ΔS буде дорівнювати

$$\frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t = N .$$

Взагалі, можна строго довести, що тиск на довільну елементарну площадку ΔS при хаотичному русі молекул вздовж трьох взаємно перпендикулярних осей тієї ж кількості молекул N , буде однаковим.

При зіткненні з площадкою ΔS одна молекула масою m_0, що рухається перпендикулярно ΔS , передає їй імпульс (уздовж осі руху):

$$f\Delta t = m_0 \upsilon - (-m_0 \upsilon) = 2m_0 \upsilon .$$

Для всіх N молекул в об'ємі V маємо сумарну дію молекул; імпульс такої сумарної сили при ударах всіх молекул в площадку ΔS буде дорівнювати:

$$F\Delta t = 2m_0 \upsilon N = 2m_0 \upsilon \frac{1}{6} n \Delta S \upsilon \Delta t = \frac{1}{3} n m_0 \upsilon^2 \Delta S \Delta t .$$

Тиск ідеального газу на стінку посудини, що дорівнює відношенню сили F до площі перерізу площадки ΔS, визначається виразом:

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{1}{3} n m_0 \upsilon^2 = \frac{2}{3} \frac{m_0 \upsilon^2}{2} n .$$

Звичайно, ж молекули при хаотичному русі мають дещо різні швидкості (про що буде йти мова нижче), тому швидкість молекули замінимо на швидкість, усередненну по дуже великій кількості молекул – так звану середню квадратичну швидкість:

$$\upsilon_{кв}{}^2 = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \upsilon_3^2 + ... + \upsilon_N^2}{N},$$

де N – загальна кількість молекул; $\upsilon_i{}^2$ – квадрат швидкості довільної молекули.

Таким чином, отримуємо дві різні форми запису **основного рівняння молекулярно – кінетичної теорії ідеальних газів:**

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \upsilon_{кв}{}^2, \qquad (2.1.3)$$

або

$$p = \frac{2}{3} n W_{пост}, \qquad (2.1.4)$$

де

n – кількість молекул в одиниці об'єму газу, тобто концентрація газу;

m_0 – маса однієї молекули газу;

$W_{пост} = \frac{m_O \upsilon_{кв}{}^2}{2}$ – середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули ідеального газу.

Рівняння (2.1.4) показує, що тиск ідеального газу прямо пропорційний концентрації молекул газу і середній кінетичній енергії поступального руху молекул газу.

Порівнюючи рівняння (2.1.2) та (2.1.3), отримаємо значення **середньої квадратичної швидкості** молекул

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \qquad (2.1.5)$$

або, враховуючи зв'язок маси однієї молекули та маси одного моля:

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad . \qquad (2.1.5')$$

2.1.1.3. Середня кінетична енергія руху молекул

Помноживши ліву та праву частини основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів (2.1.3) на об'єм, що займає 1 моль газу, отримаємо наступний вираз:

$$pV_M = \frac{2}{3} nV_M W_{пост} \ . \qquad (2.1.6)$$

Запишемо рівняння Клапейрона:

$$pV_м = RT \ . \qquad (2.1.7)$$

Порівнюючи співвідношення (2.1.6) та (1.2.7), одержимо:

$$RT = \frac{2}{3} nV_M W_{пост}, \qquad (2.1.8)$$

де величина $nV_M = N_A$ – число молекул в 1 молі газу (число Авогадро).

Таким чином,

$$W_{пост} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} T \ . \qquad (2.1.9)$$

Отже, середня кінетична енергія **поступального руху** молекул, що підкоряються моделі ідеального газу (строго, такими можуть бути тільки молекули одноатомного газу, бо в більш складних по будові молекулах потрібно враховувати ще й обертальний та коливальний рухи):

$$W_{пост} = \frac{3}{2} kT \ . \qquad (2.1.10)$$

З основного рівняння молекулярно – кінетичної теорії ідеального газу (2.1.3) та (2.1.10) можна отримати залежність тиску газу від концентрації молекул та температури:

$$p = nkT \ . \qquad (2.1.11)$$

Записана формула (2.1.11) була отримана нами раніше (2.1.2) на основі аналізу дослідних газових законів. Вона дає зв'язок термодинамічної температури і середньої кінетичної енергії хаотичного руху молекул та дозволяє сформулювати фізичний зміст поняття "температура".

Одноатомні молекули, які розглядаються як матеріальні точки, можуть здійснювати лише поступальний рух, тому їхня кінетична енергія складається лише з кінетичної енергії поступального руху. **Двохатомні молекули** можуть здійснювати поступальний рух у просторі та одночасно обертатися навколо двох перпендикулярних

осей, які проходять через центр мас молекули. Кінетична енергія такої молекули буде складатися з кінетичної енергії поступального руху і кінетичних енергій обертального руху навколо осей. **Трьох і більш атомні молекули** можуть здійснювати поступальний рух і обертатися навколо трьох взаємно перпендикулярних осей.

Кінетична енергія таких молекул також буде сумою кінетичних енергій поступального та обертального рухів.

Кількістю ступенів свободи i називається кількість незалежних координат, які визначають положення молекули в просторі. Положення одноатомної молекули визначається трьома координатами $x,\ y,\ z$; таким чином для одноатомної молекули $i=3$. Положення двохатомної молекули ідеального газу із жорстким зв'язком (коливальним рухом атомів в молекулі можна нехтувати) визначається трьома координатами $x,\ y,\ z$ її центра мас та двома координатами $\alpha,\ \beta$, які характеризують її положення відносно осей обертання. Отже, положення двохатомної молекули характеризується п'ятьма координатами $x,\ y,\ z,\ \alpha,\ \beta$; тому для двохатомної молекули $i = 5.$ Положення трьохатомної молекули і більш атомних молекул із жорстким зв'язком характеризується трьома координатами центра мас $x,\ y,\ z$ і трьома координатами $\alpha,\ \beta,\ \gamma,$ які характеризують положення молекули відносно осей обертання. Таким чином, положення багатоатомних молекул характеризується шістьма координатами $x,\ y,\ z,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma$; отже, для багатоатомних молекул $i = 6$. Шість ступенів свободи має і макроскопічне тверде тіло.

Один із важливих законів фізики – **закон рівномірного розподілу енергії за ступенями свободи** - стверджує, що в термодинамічній системі, яка перебуває у стані термодинамічної рівноваги, на кожний ступінь свободи поступального та обертального руху молекули в середньому припадає однакова кінетична енергія. Одноатомна молекула здійснює лише поступальний рух і має $i = 3$. Формула (2.1.10) дозволяє визначити середню кінетичну енергію поступального хаотичного руху. Згідно з законом про рівномірний розподіл енергії можна зробити висновок, що на кожний (один) ступінь свободи припадає енергія:

$$W_1 = \frac{1}{2}kT. \qquad (2.1.12)$$

Таким чином, якщо молекула має i ступенів свободи, то її середня кінетична енергія буде дорівнювати:

$$W = \frac{i}{2}kT. \qquad (2.1.13)$$

Якщо атоми в молекулах зв'язані не абсолютно жорстко, то в молекулах відбуваються коливання атомів навколо положення рівноваги, то загальна кількість ступенів свободи дорівнює сумі кількостей поступальних $i_{\text{пост}}$, обертальних $i_{\text{об}}$ та подвійного числа коливальних $i_{\text{кол}}$ ступенів свободи:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{об}} + 2\, i_{\text{кол}} .$$

Коливальний ступінь свободи має вдвічі більшу енергію, оскільки на нього припадає не лише кінетична енергія, а і потенціальна енергія, причому середні значення цих енергій однакові. Наприклад, для молекули води H_2O максимальна кількість ступенів свободи $i_{\max} = 3+3+2\times 3 = 12$. Але слід відзначити, що коливальні ступені свободи в більшості газів проявляються при досить високих температурах, і в більшості випадків ними можна нехтувати.

2.1.1.4. Розподіл молекул за швидкостями (розподіл Максвелла)

Рух молекул має хаотичний характер, але при кожній конкретній температурі, що встановилась у всьому об'ємі газу, при відсутності зовнішніх силових полів, буде встановлюватись стійкий, що не змінюється в часі, розподіл молекул за величинами швидкостей. Всі напрямки швидкостей молекул газу рівноймовірні. При цьому середня квадратична швидкість молекули даного сорту ідеального газу визначається абсолютною температурою і є сталою величиною при даній температурі (2.1.5).

Це пояснюється стійким, незмінним в часі розподілом молекул за швидкостями, що підкоряється статистичним закономірностям. Ці закономірності справджуються для систем з колосально великою кількістю часток (молекул).

Кількість молекул dn з усіх n молекул в одиниці об'єму, що мають швидкість в інтервалі швидкостей від υ до $\upsilon + d\upsilon$, залежить від величини інтервалу $d\upsilon$ та значення швидкості υ. Відносне число молекул $\frac{dn}{n}$, швидкості яких лежать у заданому інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$, називається **функцією розподілу молекул по швидкостях.**

Розподіл (закон) Максвелла описується функцією $f(\upsilon)$, яка фактично дозволяє визначити імовірність того,що молекула рухається зі швидкістю, яка заключена в інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$:

$$f(\upsilon) = \frac{dn}{n d\upsilon} .$$

Закон Максвелла розподілу молекул за швидкостями (рис.2.1.5) можна представити наступним виразом:

$$f(\upsilon) = \frac{dn}{ndv} = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \upsilon^2 \, exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right),$$

(2.1.14)

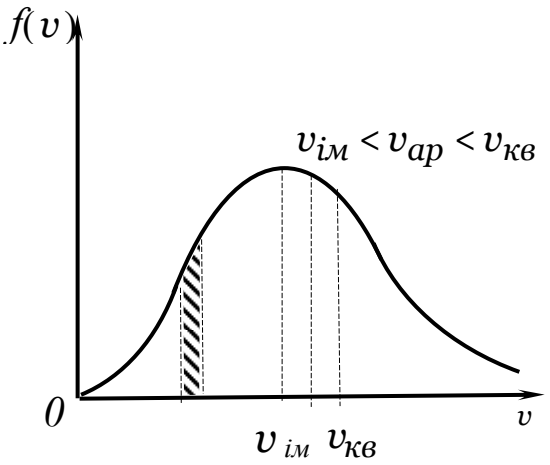


Рис. 2.1.5

де k – стала Больцмана, символ $exp(\ )$ символізує експоненціальну залежність, тобто число $e \approx 2{,}7$ у відповідному ступені, вираз якого представлено в дужках $(\ )$.

Функція розподілу падає до нуля при $\upsilon \to 0$ та $\upsilon \to \infty$. Функція розподілу має максимум при деякій швидкості $\upsilon_{ім}$, що називається найбільш імовірною швидкістю. Цю швидкість $\upsilon_{ім}$ має найбільше число молекул при даній температурі. Можна також сказати, що імовірність знайти молекулу в даному об'ємі зі швидкістю $\upsilon_{ім}$ є найбільшою, функція Максвелла на цій швидкості має максимум. Величину $\upsilon_{ім}$ можна знайти з закону Максвелла, якщо знайти похідну функції $f(\upsilon)$ по швидкості υ та прирівняти її нулю:

$$\frac{df(\upsilon)}{d\upsilon} = 0.$$

Звідси отримуємо значення найбільш імовірної швидкості руху молекул:

$$\upsilon_{ім} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad . \qquad (2.1.15)$$

Із формули (2.1.15) слідує, що при збільшенні температури максимум функції розподілу молекул за швидкостями зміщується вправо; найбільш імовірна швидкість зростає. Площа під кривою розподілу повинна залишатися незмінною, бо загальне число молекул не змінюється. Можна сказати, що виконується умова нормування кривої розподілу молекул по швидкостях на одиницю. Дійсно значення функції $f(\upsilon)$ для даної швидкості є

фактично імовірністю того, що довільно вибрана молекула буде мати таку швидкість. Площа ж під кривою $f(\upsilon)$ при зміні υ від 0 до ∞ повинна завжди давати одиницю, бо імовірність того, що молекула рухається з якоюсь швидкістю з цього інтервалу дорівнює 1. Умова нормування може бути записана так:

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1.$$

З цієї умови видно, що крива розподілу розтягується і зменшується в максимумі при зростанні температури (рис.2.1.6).

Із закону розподілу знаходиться і середня арифметична швидкість, що за величиною більша, ніж найбільш імовірна:

$$\upsilon_{ap} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 1{,}13\ \upsilon_{ім}. \qquad (2.1.16)$$

Середня квадратична швидкість має ще більше значення, ніж середня арифметична, і зв'язана з $\upsilon_{ім}$ наступним співвідношенням:

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = 1{,}22\ \upsilon_{ім}. \qquad (2.1.17)$$

Крива закону Максвелла – асиметрична: круто піднімається з боку малих значень υ, досягає максимуму при $\upsilon \longrightarrow \upsilon_{ім}$ і повільно спадає у бік великих значень υ; заштрихована площа (див. рис.2.1.5) визначає відносну долю молекул $\frac{dn}{n}$, швидкості яких лежать у заданому інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$.

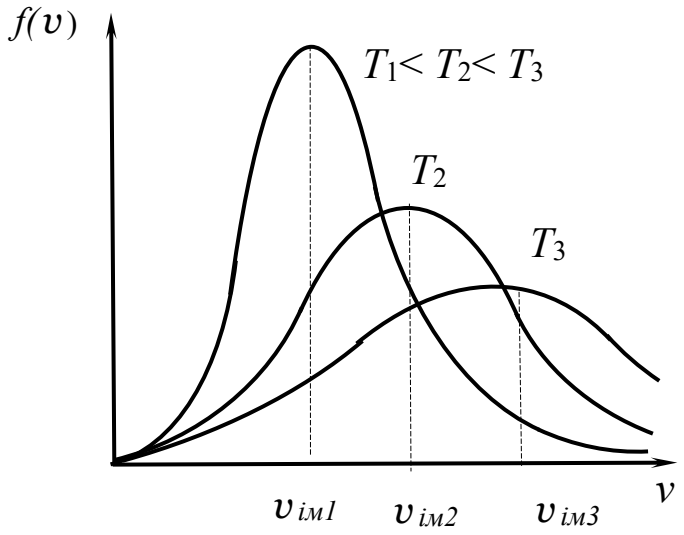


Рис. 2.1.6

У законі Максвелла функція

розподілу залежить від природи газу (від маси молекул m_0) та температури. Якщо ввести відносну швидкість

$$u = \frac{v}{v_{ім}},$$

де v – задана швидкість молекул; $v_{ім}$ – найбільш імовірна швидкість при заданій температурі , то отримуємо функцію розподілу, яка не залежить від природи газу та температури

$$\frac{dn}{ndv} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \quad u^2 e \quad u^2 . \qquad (2.1.18)$$

2.1.1.5. Барометрична формула. Розподіл Больцмана

Молекули газів, що перебувають під дією поля тяжіння Землі, не підкоряється в повній мірі закону розподілу Максвела за швидкостями. Під дією сил тяжіння та теплового руху установлюється розподіл молекул на кожній конкретній висоті $h.$ Тому і величина тиску газу залежить від висоти.

Якщо на висоті h атмосферний тиск p, то на висоті $h+dh$ він зміниться і буде рівний $p + dp$. Ця зміна тиску обумовлена зміною гідростатичного тиску, тобто тиску стовпа атмосфери над даній висоті. Із зростанням висоти цей тиск буде падати, тому зміна тиску буде від'ємною

$$p-(p+dp) = \rho g dh ,$$

або

$$dp = -\rho g dh . \qquad (2.1.19)$$

Із рівняння стану ідеального газу

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

маємо

$$\rho = \frac{m}{V} = p\frac{M}{RT} .$$

(2.1.20)

Підставляючи густину ρ в (2.1.19) отримаємо:

$$dp = -\frac{Mg}{RT} p dh,$$

або

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} dh.$$

Якщо висота змінюється від h_1 до h_2, тиск змінюється від p_1 до p_2 , то інтегрування лівої та правої частин цієї рівності є:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} \int_{h_1}^{h_2} dh \ ,$$

або

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{Mg}{RT}(h_2 - h_1).$$

Звідси маємо формулу, яка установлює залежність тиску від висоти:

$$p_2 = p_1 e^{-\frac{Mg(h_2-h_1)}{RT}} . \qquad (2.1.21)$$

Якщо визначати тиск p_0 на висоті h_1 відносно поверхні Землі (рівня моря), то отримаємо барометричну формулу

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} , \qquad (2.1.22)$$

де p_0 – нормальний атмосферний тиск на рівні моря (p_0 = 1,013·10^5 Па).

Можна визначити висоту h відносно рівня моря $(h_1 = 0)$, що використовується у висотомірах (альтиметрах):

$$h = \frac{RT}{gM} \ln \frac{p_0}{p_h}. \qquad (2.1.23)$$

Із формули (2.1.2) з врахування барометричної формули (2.1.22) отримуємо залежність концентрації n молекул від висоти h:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \qquad (2.1.24)$$

де n_0 – концентрація молекул на висоті $h_1 = 0$ при $T = T_0$.

Враховуючи, що $M = m_0 N_A$ та $R = kN_A$ отримаємо **закон розподілу Больцмана** розподілу частинок газу в гравітаційному полі:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}} \qquad (2.1.25)$$

де $E_n = m_0 gh$ – потенціальна енергія молекули в полі тяжіння на висоті h.

Закон Больцмана встановлює розподіл концентрації однакових молекул в залежності від їхньої потенціальної енергії та температури. Формула (2.1.25) відображає

результат боротьби двох процесів: поле гравітації опускає частинки на рівень $h=0$; хаотичний тепловий рух, що відбивається в наявності (у знаменнику показника ступеня експоненти величини $kT)$, розкидає молекули по необмеженому простору. Больцман показав, що співвідношення (2.1.25) має досить загальний характер: в потенціальному полі, яким є і гравітаційне поле, частинки розміщаються нерівномірно, причому їх концентрація, а, отож, і густина газу зменшується по мірі збільшення їх потенціальної енергії (2.1.25).

Закон розподілу молекул за енергіями виконується у будь-якому силовому полі при тепловій рівновазі. Тому він є більш універсальним, чим (2.1.24).

2.1.2. Явища переносу (перенесення)

Явища переносу – незворотні процеси в термодинамічно нерівноважних ізольованих системах, при яких відбувається перенос енергії, маси, імпульсу в напрямку, зворотному їх градієнту, в результаті чого система прямує до стану термодинамічної рівноваги.

Явища переносу це: теплопровідність (перенос енергії), дифузія (перенос маси), та в'язкість або внутрішнє тертя (перенос імпульсу). Всі вони зумовлені однією причиною – переносом молекулами газу в процесі хаотичного руху енергії маси, імпульсу відповідно.

Загальними для всіх явищ переносу є те, що вони виникають у газах внаслідок деяких порушень повної хаотичності в русі молекул, що супроводжуються порушеннями масквеллівського розподілу молекул за швидкостями. В результаті цього утворюється просторова неоднорідність густини, температури, впорядкованості переміщення окремих шарів газу.

2.1.2.1. Середня довжина вільного пробігу молекул та ефективний діаметр молекул

Використовуючи модель ідеального газу ми нехтували розмірами молекул, вважаючи їх матеріальними точками. Молекули не є матеріальними точками, а в дійсності мають скінченні розміри і безперервно зіткаються одна з іншою. Завдяки велечезній кількості молекул у газовому ансамблі, окремі молекули рухаються не прямолінійно, а (внаслідок зіткнення між собою) по складній зигзагоподібній траєкторії. Довжина вільного пробігу буде різною для кожної молекули та визначається її швидкістю і часом вільного пробігу між зіткненнями.

Середньою довжиною вільного пробігу молекули $\bar{l}$ називається середнє арифметичне вільних пробігів окремих молекул між двома послідовними зіткненнями між ними.

Мінімальна відстань, на яку зближуються при зіткненні центри молекул, називається **ефективним діаметром молекули** d**.** Він залежить від швидкості молекул, а значить від температури газу. Величина ефективного діаметра молекул залежить від

хімічної природи газу і має порядок величини 10^{-9} м. Така модель, в якій молекули є кульками певного діаметра, особливо добре передає характер взаємодії при сильних зближеннях молекул реальних газів.

Оскільки за одну секунду молекула проходить шлях, що чисельно дорівнює середній арифметичній швидкості υ_{ap}, то за цей час молекула має в середньому z зіткнень. Тоді середня довжина вільного пробігу

$$\bar{l} = \frac{\upsilon_{ap}}{z}. \qquad (2.1.26)$$

Будемо вважати молекули абсолютно пружними кулями з ефективним діаметром d. Для знаходження середнього числа зіткнень, які зазнає молекула при русі за одиницю часу, спочатку припустимо, що всі молекули крім тієї, яку розглядаємо, є нерухомими. Будемо вважати, що ця одна молекула рухається зі швидкістю υ_{ap}. При русі ця молекула зіткнеться з усіма молекулами, центри яких віддалені від траєкторії руху центра мас молекули на відстані, що дорівнюють або менші від діаметру молекул d. Розглянута рухома молекула зіткнеться (за 1 с) з усіма такими молекулами, центри яких лежать в циліндрі довжиною ($\upsilon_{ap}\cdot$1 с) та основою радіусом (а не діаметром). Якщо концентрація молекул (тобто їх кількість в одиниці об'єму) дорівнює n, то очевидно, що середнє число зіткнень молекули за 1 секунду складе:

$$\bar{z} = \pi d^2 \upsilon_{ap} n. \qquad (2.1.27)$$

В дійсності всі молекули рухаються, і можливість зіткнень двох молекул залежить від їх відносної швидкості. Теорія показує, що в випадку розподілу молекул по швидкостях згідно розподілу Максвелла, середня відносна швидкість двох молекул газу в $\sqrt{2}$ разів більша, ніж середня арифметична швидкість. Тому і середня кількість зіткнень зросте в $\sqrt{2}$ разів. Отже, маємо:

$$\bar{z} = \sqrt{2}\ \pi d^2 \upsilon_{ap} n. \qquad (2.1.28)$$

Розрахунок показує, що протягом 1 с молекула стикається з іншими молекулами приблизно $5\cdot10^9$ разів.

Підставивши вираз (2.1.28) у (2.1.26) отримаємо формулу для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул

$$\bar{l} = 1/\sqrt{2}\ \pi d^2 n. \qquad (2.1.29)$$

Чисельно це величина ~ 10^{-5} см.

З останнього виразу видно, що середня довжина вільного пробігу молекул обернено пропорційно концентрації молекул. При сталій температурі концентрація пропорційна тиску, а тому

$$\frac{\bar{l}_1}{\bar{l}_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1},$$

тобто зі збільшенням тиску або концентрації середня довжина вільного пробігу молекул зменшується.

2.1.2.2. Теплопровідність. Закон Фур'є

Теплопровідність – перенесення енергії в суцільному середовищі, що зумовлене перепадом температури. Внаслідок цього відбувається процес вирівнювання середніх кінетичних енергій молекул, тобто вирівнювання температур.

Теплопровідність – спосіб передачі внутрішньої енергії від однієї частини тіла до іншої за рахунок теплового руху молекул без переміщення маси речовини. Процес теплопровідності в твердих і рідких тілах здійснюється шляхом взаємодії частинок (молекул, атомів, іонів), що перебувають в безперервному коливальному русі. Найбільш інтенсивні коливання частинок, які відбувається в області підвищеної температури, передається сусіднім частинкам, поступово поширюючись на все тіло. В металах, крім того, теплопровідність значно підвищується завдяки вільним електронам, що можуть переміщуватись всередині металу, безпосередньо переносячи свою кінетичну енергію з області підвищеної температури в область більш низької температури.

Теплопровідність твердого тіла в великій мірі залежить від його структури: найменшу теплопровідність мають пористі тіла.

Теплопровідність описується ***законом Фур'є***

$$\Delta Q = -K\frac{\Delta T}{\Delta x}\Delta S \cdot \Delta t, \qquad (2.1.29)$$

де ΔS – площа поверхні, через яку відбувається перенесення тепла і яка перпендикулярна напрямку поширення тепла; ΔQ – кількість теплоти, що переноситься через площадку площею ΔS за час Δt (Δt – час, протягом якого відбувається теплообмін); $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{\Delta x}$ - градієнт температури; K – коефіцієнт теплопровідності.

Знак „мінус" у законі Фур'є показує, що енергія переноситься у бік зменшення температури. Градієнт температури відображає зміну температури у просторі. Чисельно він дорівнює швидкості зміні температури на одиниці відстані в напрямку найбільшого зростання температури. Вимірюється він у К/м. Коефіцієнт теплопровідності чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься за 1 с через поверхню одиничної площі ΔS, розміщену перпендикулярно до напрямку поширення теплоти, при одиничному градієнті температури.

Закон теплопровідності Фур'є можна сформулювати та записати ще й в такій формі: кількість теплоти q, що переноситься через одиницю площі за одиницю часу (ця

величина отримала назву **густини теплового потоку**), прямо пропорційна градієнту температури:

$$q = -K\frac{dT}{dx}. \qquad (2.1.29)$$

Для ідеального газу коефіцієнт теплопровідності

$$K = \frac{1}{3}\upsilon_{ap}\bar{l}\rho c_V, \qquad (2.1.30)$$

де: υ_{ap} - середня арифметична швидкість; $\bar{l}$ – середня довжина вільного пробігу молекул; ρ - густина; c_V – питома теплоємність газу при постійному об'ємі.

2.1.2.3. Дифузія. Закон Фіка

Дифузія – самодовільне взаємне проникнення і змішування частинок двох газів, рідин і навіть твердих тіл, що стикаються. При дифузії виникає процес обміну частинок речовин, що стикаються. Цей процес продовжується до тих пір поки є градієнт густини.

Процес ***дифузії*** описується ***законом Фіка***:

$$\Delta M = -D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\cdot\Delta S\cdot\Delta t \qquad (2.1.31)$$

де ΔM – маса речовини, що дифундує; $\frac{\Delta\rho}{\Delta x}$ - градієнт густини; D – коефіцієнт дифузії; ΔS – площа поверхні; Δt – час переносу. Знак „мінус" показує, що маса переноситься в напрямку зменшення густини.

Закон Фіка можна сформулювати та записати ще й в такій формі: маса газу, що переноситься за одиницю часу через одиницю площі (густина потоку маси), прямо пропорційна градієнту густини:

$$m = -D\frac{dp}{dx}, \qquad (2.1.32)$$

де D - коефіцієнт дифузії.

Для ідеального газу коефіцієнт дифузії D через феноменологічні параметри представляється у вигляді:

$$D = \frac{1}{3}\upsilon_{ap}\bar{l}, \qquad (2.1.33)$$

де υ_{ap} - середня арифметична швидкість; $\bar{l}$ - середня довжина вільного пробігу молекул.

Коефіцієнт дифузії залежить від фізико-хімічних властивостей газу та його стану (ρ, T). Формула Фіка для рідин та твердих тіл справджується наближено.

2.1.2.4. Внутрішнє тертя (в'язкість). Закон Ньютона

Внутрішнє тертя (в'язкість) – явище зумовлене виникненням сил тертя між шарами газу або рідин, які переміщуються паралельно один одному з різними за величиною швидкостями. Явище внутрішнього тертя пов'язане з переносом імпульсу з одного шару газу в інший, в результаті чого імпульс шару, що рухається швидше, зменшується, а того шару, якій рухається повільно – збільшується. Це призводить до зменшення швидкості шару, який рухається швидко, і прискоренню шару, який рухається повільно. ***Закон Ньютона для сили внутрішнього тертя*** має наступний вигляд*:*

$$F = -\eta \frac{\Delta \upsilon}{\Delta x} \quad \Delta S, \qquad (2.1.34)$$

де F — сила внутрішнього тертя, що виникає між двома шарами газу чи рідини; $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta x}$ - градієнт швидкості руху шарів у напрямку, перпендикулярному до поверхні шару; ΔS – площа поверхні дотику шарів газу; η – коефіцієнт в'язкості, або динамічна в'язкість (коефіцієнт внутрішнього тертя).

Знак „мінус" показує, що імпульс переноситься у бік зменшення швидкості. Наприклад, при русі рідини вздовж труби найбільшу швидкість має шар рідини, що рухається вздовж осі труби, найменшу – зовнішній шар рідини, який контактує зі стінкою.

Динамічна в'язкість (в'язкість) дорівнює силі внутрішнього тертя, що діє на одиницю площі поверхні шару, якщо градієнт швидкості дорівнює одиниці.

Для ідеального газу коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість) η можна представити наступним виразом:

$$\eta = \frac{1}{3} \upsilon_{ap} \bar{l} \rho, \qquad (2.1.35)$$

де υ_{ap} - середня арифметична швидкість; $\bar{l}$ - середня довжина вільного пробігу молекул; ρ – густина газу.

Кінематична в'язкість зв'язана з динамічною в'язкістю співвідношенням:

$$\upsilon_{кін} = \frac{\eta}{\rho}, \qquad (2.1.36)$$

Характеристикою протікання рідини є величина, що має назву числа Рейнольдса Re (безрозмірна величина). Для течії рідини в круглій трубі

$$Re = \frac{\rho \upsilon_{ap} d}{\eta} = \upsilon_{ap} \frac{d}{\upsilon_{кін}},$$

де ρ – густина рідини; υ_{ap} – середня по перерізу труби швидкість рідини; d – характерний лінійний розмір (діаметр труби); $\upsilon_{кін} = \eta / \rho$ кінематична в'язкість.

При великих швидкостях руху рідини ламінарний рух переходить у турбулентний, що визначається критичним значенням числа Рейнольдса.

Прийнято рахувати, що:

при $\mathrm{Re} \leq 1200$ – течія ламінарна;

при $1000 \leq \mathrm{Re} \leq 2000$ – перехід від ламінарної до турбулентної течії;

при $\mathrm{Re} \geq 2300$ – течія турбулентна.

Критичне значення числа Рейнольдса (перехід до турбулентного руху) визначається експериментально.

В'язкість рідини залежить від температури, зменшуючись з ростом останньої.

Зовнішня подібність математичних виразів, що описують явища переносу хаотичним рухом молекул.

Зв'язок між коефіцієнтами в цих трьох законах наступний:

$$K = \eta c_V \quad \text{та} \quad \eta = \rho D . \qquad (2.1.40)$$

Розмірність в СІ коефіцієнтів, що фігурують в явищах переносу: теплопровідності $[K]$=Дж/(м·с·град.); дифузії $[D]$= м^2/с; динамічної в'язкості $[\eta]$ = кг/(м·с) =Н·с/м^2 =Па·с; кінематичної в'язкості $[\upsilon_{кін}]$ - м^2/с.

Закони Фур'є, Фіка, Ньютона в диференціальній формі:

$$dQ = -K\left(\frac{dT}{dx}\right)dSdt ; \qquad (2.1.37)$$

$$dM = -D\left(\frac{d\rho}{dx}\right)dSdt ; \qquad (2.1.38)$$

$$dF = \eta \frac{d\upsilon}{dx} dS . \qquad (2.1.39)$$

2.1.3. Основи термодинаміки

Термодинаміка - розділ фізики, що вивчає загальні закономірності макроскопічних систем, які знаходяться в стані термодинамічної рівноваги, і процеси переходу між цими станами.

2.1.3.1. Внутрішня енергія. Внутрішня енергія ідеального газу

Внутрішня енергія U дорівнює сумі кінетичних енергій хаотичного руху частинок, з яких складається система, та потенціальних енергій їх взаємодій. До складу внутрішньої енергії входить енергія всіх видів руху і взаємодії всіх частинок (молекул, атомів, іонів тощо), що утворюють цю систему. Наприклад, до складу внутрішньої енергії газоподібного тіла входять:

1) кінетична енергія хаотичного (теплового) поступального і обертального руху молекул;

2) потенціальна енергія взаємодії молекул;

3) кінетична і потенціальна енергія коливань атомів у молекулах;

4) кінетична енергія руху електронів по орбітах і потенціальна енергія їхньої взаємодії з ядрами;

5) енергія руху і взаємодії частинок в ядрах.

У внутрішню енергію системи U **не входять** енергія поступального руху системи, як цілого, а також потенціальна енергія системи в зовнішніх силових полях (гравітаційному, електричному та ін.). Наприклад, якщо системою буде газ в якійсь посудині, то при переміщеннях посудини можуть змінюватись її кінетична та потенціальна енергії, як цілого, але це не буде впливати на значення внутрішньої енергії газу в цій посудині.

Внутрішня енергія, так само як і потенціальна енергія в механіці, може бути визначена лише з точністю до довільної сталої, яка залежить від вибору нульового рівня внутрішньої енергії. Для практики це не має значення, тому що в термодинамічних розрахунках необхідно визначати не величину внутрішньої енергії U, а її зміну ΔU.

В явищах, процесах, які розглядає термодинаміка, як правило зміна внутрішньої енергії обумовлена зміною кінетичних енергій хаотичного руху частинок (молекул, атомів або іонів) і зміною потенціальної енергії їхньої взаємодії. Тому при розгляді термодинамічних процесів під **внутрішньою енергією** будемо розуміти суму кінетичних енергій хаотичного руху атомів, молекул, іонів і потенціальних енергій їхньої взаємодії.

Стан термодинамічної системи визначається параметрами: тиском, температурою, об’ємом та іншими (термодинамічними параметрами). Внутрішня енергія є однозначною **функцією термодинамічного стану системи**. Це означає, що кожного разу, коли система знаходиться в даному стані, її внутрішня енергія набуває відповідного даному стану значення, незалежно від того, як і яким шляхом система перейшла в цей стан. Отже, зміна внутрішньої енергії системи не залежить від шляху переходу з одного стану в інший, а визначається тільки різницею значень внутрішньої енергії цих термодинамічних станів (див. визначення консервативних сил у механіці).

Внутрішня енергія ідеального газу. Існує найпростіша термодинамічна система, для якої можливо досить просто знайти значення U – це ідеальний газ. Оскільки між молекулами ідеального газу відсутня взаємодія, то потенціальна енергія взаємодії молекул цього газу буде дорівнювати нулю. Це означає, що внутрішня енергія ідеального газу дорівнюватиме сумі кінетичних енергій хаотичного руху його молекул. Середня кінетична енергія хаотичного руху окремої молекули ідеального газу визначається за формулою (2.1.13):

$$W = \frac{i}{2} kT .$$

Внутрішня енергія 1 моля ідеального газу буде дорівнювати:

$$U_M = WN_A = \frac{i}{2} k \cdot N_A \cdot T . \qquad (2.1.41)$$

Оскільки

$$k \cdot N_A = R,$$

то отримаємо математичний вираз для визначення внутрішньої енергії 1 моля ідеального газу:

$$U_M = \frac{i}{2} RT . \qquad (2.1.42)$$

Довільна маса m ідеального газу, тобто $\nu = m/M$ (моль) буде мати внутрішню енергію:

$$U = \frac{m}{M} U_M = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT .$$

Таким чином, внутрішня енергія ідеального газу визначається за формулою:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RT . \qquad (2.1.43)$$

З формули (2.1.43) видно, що для зміни температури газу необхідно змінити його внутрішню енергію:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R\Delta T ,$$

або

$$dU = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RdT .$$

(2.1.44)

Необхідно відзначити, що знаходження значення внутрішньої енергії складнішої термодинамічної системи, чим ідеальний газ, звичайно ж приводить до значного ускладнення. Це, в першу чергу, зв'язано із складними підрахунками взаємодії між мікрочастинками, і тому існує достатньо обмежене число задач, де величину U вдається підрахувати. Необхідно ще раз відмітити, що в термодинамічних розрахунках необхідно визначати, як правило, не величину внутрішньої енергії U, а її зміну ΔU.

2.1.3.2. Кількість теплоти. Теплоємність

Способи зміни внутрішньої енергії. Внутрішню енергію системи можна змінювати, виконуючи над системою роботу або за рахунок теплообміну.

Теплообміном називається процес зміни внутрішньої енергії системи без виконання над системою роботи. Мірою зміни внутрішньої енергії в процесі теплообміну є фізична величина, яка одержала назву **кількості теплоти:**

$$\Delta U = Q \quad \text{при} \quad A = 0,$$

де $\Delta U = U_2 - U_1$ – зміна внутрішньої енергії системи; Q – кількість теплоти, що обумовлює зміну внутрішньої енергії системи.

Кількість теплоти, як і внутрішня енергія, вимірюється в Дж. Існують три типи теплообміну.

Теплопровідність – це теплообмін, обумовлений обміном кінетичними енергіями в процесі хаотичного руху частинок (молекул, атомів, іонів).

Конвекція – це теплообмін, обумовлений переміщенням шарів рідини або газу.

Випромінювання – теплообмін, обумовлений поглинанням і випромінюванням електромагнітних хвиль.

Дослід показав, що кількість теплоти Q, яка необхідна для нагрівання тіла, пропорційна його масі та зміні температури:

$$Q = mc\,(t_2 - t_1) = mc\,(T_2 - T_1),$$

де m – маса тіла; $(t_2 - t_1) = (T_2 - T_1)$ – зміна температури тіла; c – коефіцієнт пропорційності, що одержав назву питомої теплоємності речовини. Очевидно, що

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}\ . \qquad (2.1.45)$$

Отже, **питома теплоємність** чисельно дорівнює кількості теплоти, що необхідна для нагрівання одиниці маси тіла на один кельвін (1 К). Питома теплоємність залежить від хімічної природи речовини, її агрегатного стану і від умов, при яких відбувається нагрівання. Вимірюється питома теплоємність в Дж / (кг· К).

Крім питомої теплоємності, вводиться поняття молярної теплоємності. **Молярна теплоємність** C_M чисельно дорівнює кількості теплоти, що необхідна для нагрівання 1 моля речовини на 1 К:

$$C_M = \frac{Q}{\frac{m}{M}\Delta T}. \qquad (2.1.46)$$

Вимірюється молярна теплоємність в Дж/(моль·К). Питома і молярна теплоємність пов’язані співвідношенням:

$$C_M = Mc, \qquad (2.1.47)$$

де M – маса 1 моля речовини (молярна маса).

Питому і молярну теплоємності розділяють на теплоємності при постійному об'ємі (c_v і C_v), якщо в процесі нагрівання об'єм залишається незмінним, і при постійному тиску (c_p і C_p), коли тиск підтримується постійним.

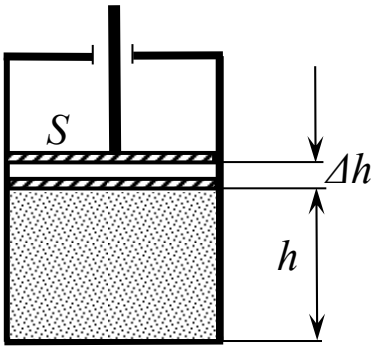


Рис. 2.1.7

2.1.3.3. Робота газу

Робота газу при зміні об'єму. Розглянемо газ, що знаходиться в циліндрі під поршнем з поперечним перерізом S. Будемо вважати, що поршень щільно прилягає до стінок циліндра і може легко ковзати. Значення тиску буде залишатися постійним для поршня, що вільно рухається в полі сил гравітації. Такий процес є ізобарним (рис. 2.1.7).

Очевидно, щоб змінити значення тиску в цьому прикладі необхідно на поршень покласти додатковий тягар, адже умова рівноваги поршня полягає в рівності сили тяжіння поршня силі, з якою газ діє на поршень. Якщо якісь причини (наприклад, нагрівання) викличуть розширення газу, поршень буде підніматися і газ буде виконувати роботу з підйому поршня. Якщо поршень піднявся на висоту $\Delta h,$ то виконана робота буде дорівнювати:

$$A = F\Delta h, \qquad (2.1.48)$$

де F – сила, з якою газ діє на поршень. Враховуючи, що $F = pS$ та вважаючи процес ізобарним, одержуємо:

$$A = pS\Delta h = p\Delta V, \qquad (2.1.49)$$

де $S\Delta h = \Delta V$ – зміна об'єму.

Таким чином, робота, яку виконує газ при ізобарному розширенні, визначається за формулою:

$$A = p\Delta V. \qquad (2.1.50)$$

Очевидно, що величина A є алгебраїчною. При стисканні газу напрямок переміщення і сили, з якою газ діє на поршень, протилежні, внаслідок чого елементарна робота буде від'ємною.

Якщо переміщення поршня буде нескінченно малим, то можна записати його як диференціал $h,$ тобто $dh.$ Тоді для елементарної роботи можна записати:

$$dA = Fdh, \qquad (2.1.51)$$

або

$$dA = pSdh = pdV, \qquad (2.1.52)$$

де $Sdh = dV$ – елементарна зміна об'єму газу.

Таким чином, елементарна робота, що виконує газ при розширенні визначається за формулою (2.1.52), яку можна буде використати при довільній зміні тиску, а не тільки для ізобарного процесу. Використовуючи поняття визначеного інтеграла, повну роботу газу можна визначити для довільного розширення газу наступним чином :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \,. \qquad (2.1.53)$$

Визначимо **роботу, яку виконує газ при різних ізопроцесах**.

1. Ізохорний процес, $V = const$, газ не змінює свого об'єму:

$$A = 0. \qquad (2.1.54)$$

Отже, при ізохорному процесі газ не виконує роботи над зовнішніми тілами і вся теплота, що надається газу, йде на збільшення внутрішньої енергії системи $Q = \Delta U.$

2. Ізобарне розширення, $p = const$, газ змінює свій об'єм від V_1 до V_2. При цьому буде виконана робота

$$A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V \,. \qquad (2.1.55)$$

Якщо зобразити цей процес в координатах $p(V)$, то чисельно виконана при розширенні з положення 1 в положення 2 робота буде дорівнювати площі заштрихованого прямокутника (рис. 2.1.8).

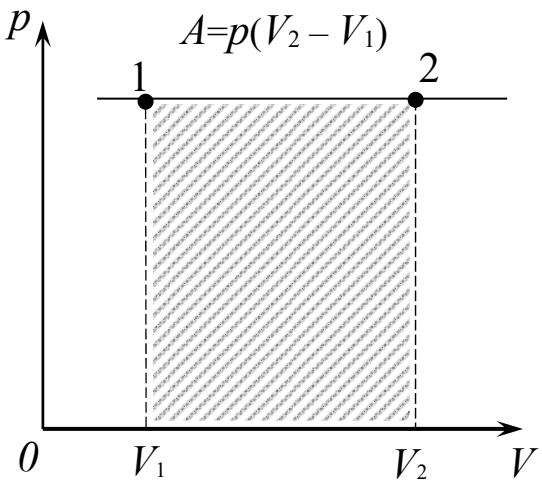


Рис. 2.1.8

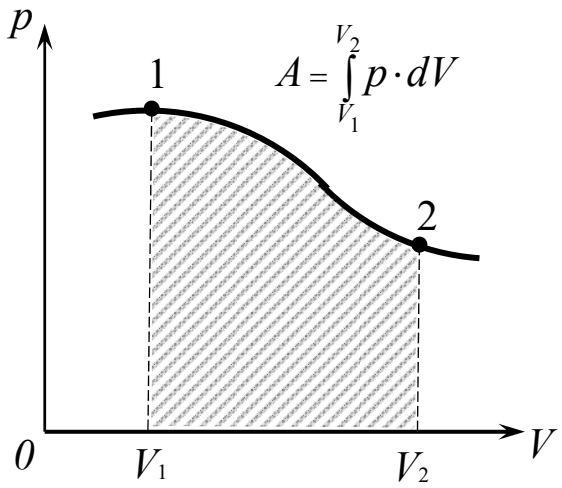


Рис. 2.1.9

Використовуючи поняття визначеного інтеграла, роботу газу можна визначити як визначений інтеграл не тільки для випадку ізобарного розширення (рис. 2.1.8), але і для довільного розширення газу (рис. 2.1.9):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) = p\Delta V \,. \qquad (1.2.56)$$

3. Ізотермічний процес, $T = \text{const}$. При зміні тиску, об'єм газу змінюється від V_1 до V_2, (рис.2.1.10).

За законом Бойля-Маріотта елементарна робота дорівнює:

$$dA = pdV.$$

Користуючись рівнянням Менделєєва – Клапейрона, виразимо тиск через об'єм:

$$pV = \frac{m}{M} RT \,,$$

або

$$p = \frac{m}{M} RT \frac{1}{V}.$$

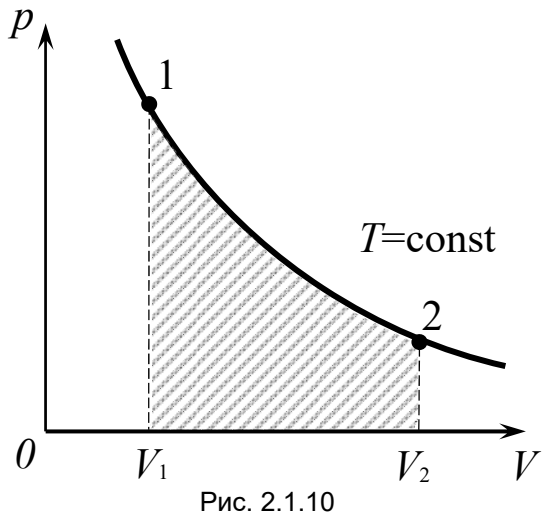


Рис. 2.1.10

Тому елементарна робота буде дорівнювати:

$$dA = \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}.$$

Для знаходження роботи при зміні об'єму від V_1 до V_2 потрібно проінтегрувати отриманий вираз для елементарної роботи:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT(\ln V_2 - \ln V_1),$$

або в кінцевому вигляді:

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \,. \qquad (2.1.57)$$

На рис. 2.1.10 ця робота буде чисельно дорівнювати площі, що заштрихована під ізотермою, при зміні об'єму від V_1 до V_2.

Оскільки $T = \text{const}$ то $\Delta U=0.$ Отже, вся теплота, що передається газу, йде на здійснення роботи проти зовнішніх сил.

2.1.3.4. Перший закон термодинаміки

Це закон поширює *закон збереження і перетворення енергії*, розглянутий раніше для механічної системи, в якій діють лише консервативні сили, на загальнішу систему, яка має різні складові внутрішньої енергії, може отримувати чи віддавати тепло і виконувати механічну роботу. Але перший закон не вказує напряму, в якому протікають термодинамічні процеси.

Внутрішню енергію системи можна змінювати, 1) надаючи деяку кількість теплоти Q, або 2) виконуючи над системою роботу A'. В цьому випадку закон збереження енергії в теплових процесах може бути записаний у вигляді:

$$\Delta U = Q + A', \qquad (2.1.58)$$

де ΔU – зміна внутрішньої енергії системи; Q –кількість теплоти, яку одержала система; A'– робота, яку виконали зовнішні сили над системою. Формула (2.1.58) виражає **перший закон термодинаміки,** який може бути сформульований так: зміна внутрішньої енергії системи дорівнює кількості теплоти, що одержала система плюс робота, яку виконали зовнішні сили над системою.

Можна розглядати не роботу зовнішніх сил над системою, а роботу A системи проти зовнішніх сил. Ці роботи однакові за величиною і протилежні за знаком:

$$A' = - A,$$

тоді (2.1.58) можна переписати у вигляді:

$$\Delta U = Q - A,$$

або

$$Q = \Delta U + A. \qquad (2.1.59)$$

Формула (2.1.59) також виражає перший закон термодинаміки. З (2.1.59) випливає, що кількість теплоти Q, що надана системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії системи ΔU і на виконання роботи проти зовнішніх сил. У неізольованих

термодинамічних системах цей закон формулюється як закон рівності між прибуттям і витратою енергії в системі.

У диференціальній формі цей закон запишеться у вигляді:

$$\delta Q = dU + \delta A, \qquad (2.1.60)$$

де dU – нескінченно мала зміна внутрішньої енергії (dU є повним диференціалом U); δA – елементарна робота; δQ – нескінченно мала кількість теплоти.

Відмітимо, що на відміну від внутрішньої енергії системи, яка є однозначною функцією стану системи, ні робота, ні теплота функціями стану системи не являються тому беруть (δA та δQ). (Символом δ надалі будемо позначати нескінченно малі значення будь-якої фізичної величини, ***які не є функціями стану термодинамічної або іншої системи***).

Застосуємо перший закон термодинаміки до будь-якого кругового процесу. Тоді

$$\oint \delta Q = \oint dU + \oint \delta A. \ .$$

Оскільки $\oint dU = 0,$ то

$$Q = A. \qquad (2.1.61)$$

Така ситуація фізично означає, що у круговому процесі термодинамічна система може виконувати роботу тільки завдяки тій кількості теплоти, яку їй передають зовнішні тіла. Робота теплового двигуна, завжди ґрунтується на циклічності (круговому процесі). Це означає, що виконана робочим тілом робота не може перевищувати, згідно з виразом (2.1.61), кількості теплоти, наданої тілу. Звідси випливає ще одне формулювання першого закону термодинаміки: **вічний двигун (perpetuum mobile) першого роду неможливий**. Тобто неможливо створити двигун, який би безперервно виконував роботу і не споживав енергію ззовні.

2.1.3.5. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів

Застосуємо перший закон термодинаміки $Q = \Delta U + A$ для ізопроцесів.

1. Ізотермічний процес, $T = const,\ \Delta T = 0,$

тому

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T = 0$$

або

$$Q_T = A\ ,$$

тобто, при ізотермічному процесі все тепло, що надається системі витрачається на роботу проти зовнішніх сил.

2. Ізохорний процес $(V = \text{const},\ \Delta V = 0\ \text{ і }\ A = 0).$ В такому процесі все тепло, що одержує ідеальний газ витрачається на зміну його внутрішньої енергії:

$$Q_V = \Delta U,$$

або

$$\delta Q = dU.$$

З визначення молярної теплоємності (2.1.46) отримаємо:

$$\delta Q = C_V \frac{m}{M} dT,$$

а згідно з виразом (2.1.44) елементарна зміна внутрішньої енергії дорівнює:

$$dU = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot dT.$$

Тому можна записати:

$$C_V \cdot \frac{m}{M} \cdot dT = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot dT,$$

або

$$C_V = \frac{i}{2} R. \qquad (2.1.62)$$

Тут C_V – молярна теплоємність при нагріванні ідеального газу при сталому об'ємі.

3. Ізобарний процес $(p = const)$ об'єм і температура змінюються. При цьому робота газу $A = p\Delta V,$ а зміна внутрішньої енергії дорівнює:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R\Delta T.$$

Тому для кількості теплоти запишемо наступне співвідношення:

$$Q_p = \Delta U + A = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R\Delta T + p\Delta V.$$

Звідси видно, що при ізобарному процесі тепло, надане системі, витрачається і на зміну внутрішньої енергії системи, і на роботу проти зовнішніх сил. Для елементарної кількості теплоти, зміни внутрішньої енергії та елементарної роботи можна записати наступним виразом:

$$\delta Q_p = dU + \delta A,$$

або:

$$\delta Q_p = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RdT + pdV. \qquad (2.1.63)$$

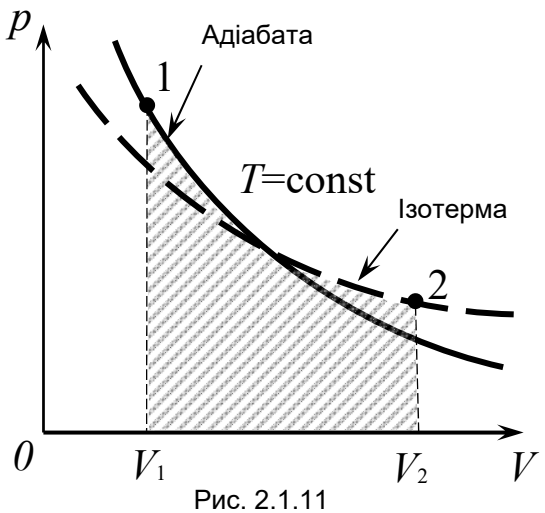


Рис. 2.1.11

Величину δQ_p можна представити у наступному вигляді:

$$\delta Q_p = C_p \frac{m}{M} dT \ ,$$

де C_p – молярна теплоємність при сталому тиску. Використаємо рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \ .$$

При ізобарному нагрівання зміна температури на dT приводить до зміни об'єму на $dV,$ а елементарна робота дорівнює:

$$pdV = \frac{m}{M} RdT \ .$$

В результаті підстановки в (2.1.63) одержуємо формулу, що зв'язує тепло, зміну внутрішньої енергії та роботу

$$C_p \frac{m}{M} dT = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} RdT + \frac{m}{M} RdT \ .$$

Після скорочення будемо мати формулу для визначення C_p :

$$C_p = \frac{i}{2} R + R \ ,$$

або

$$C_p = C_V + R,$$

що називається **рівнянням** (**формулою) Майєра**.

Звідси видно, що C_p завжди більше C_v на величину універсальної газової сталої R. Така ситуація обумовлена тим, що при нагріванні газу при постійному тиску потрібна додаткова кількість теплоти для здійснення роботи по розширенню газу, оскільки сталість тиску забезпечується збільшенням об'єму газу.

2.1.3.6. Адіабатичний процес

Адіабатичним (адіабатним) називається процес, який протікає без теплообміну між системою та навколишнім середовищем (δQ). Оскільки зробити ідеальну теплоізоляцію неможливо, то адіабатичний процес можна здійснити за рахунок швидкого

проведення процесу. Процес повинен протікати так швидко, щоб теплообмін між системою і навколишнім середовищем не встиг відбутися. Наприклад, при розповсюдженні звуку в середовищі, процеси стискання та розширення у двигунах внутрішнього згорання тощо. Оскільки теплообмін відсутній, то система не віддає і не отримує теплоту. Тому формула, яка виражає перший закон термодинаміки: $\delta Q = dU + \delta A$ набуде вигляду:

$$0 = dU + \delta A .$$

Звідси:

$$\delta A = - dU . \qquad (2.1.64)$$

Це означає, що при адіабатичному процесі робота при зміні об'єму виконується за рахунок зміни внутрішньої енергії системи. Якщо газ адіабатично розширюється (газ виконує роботу проти зовнішніх сил), то його внутрішня енергія зменшується, отже і температура буде зменшуватись. Якщо газ адіабатично стискається (зовнішні сили виконують роботу над системою), то внутрішня енергія системи буде зростати. Це буде супроводжуватися підвищенням температури. Адіабатичний процес в **ідеальному** газі описується **рівнянням Пуассона:**

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} , \qquad (2.1.65)$$

або

$$pV^{\gamma} = \text{const} , \qquad (2.1.66)$$

де γ – показник адіабати (коефіцієнт Пуассона):

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{C_p}{C_V} . \qquad (2.1.67)$$

У формулі (2.1.67) i – кількість ступенів свободи.

Якщо порівняти рівняння адіабати (2.1.66) з рівнянням ізотерми $pV = const$, то очевидно, що адіабата йде більш круто, ніж ізотерма, як це продемонстровано на рис. 2.1.11.

Це пояснюється тим, що при ізотермічному розширенні тиск газу зменшується лише за рахунок зростання об'єму, в той час як при адіабатному розширенні тиск зменшується як за рахунок збільшення об'єму, так і за рахунок зниження температури.

2.1.3.7. Оборотні та необоротні процеси

Оборотним називається такий термодинамічний процес (наприклад, процес розширення газу або його стиск), який може протікати як у прямому, так і у зворотному напрямку. При цьому, якщо процес протікав спершу в одному напрямку, а потім в зворотному, то система повинна повернутися в початковий стан без того, щоб в

оточуючих тілах і в самій системі відбулися якісь зміни. Прикладом процесу дуже близького до оборотного може бути рух маятника на довгій підвісці, на який, практично, не діють сили опору середовища і сили тертя: шлях, пройдений маятником за половину періоду до точки з амплітудним відхиленням, долається ним за другу половину періоду в зворотному напрямку і у початкову точку маятник повертається без того, щоб в оточуючих тілах відбулися які-небудь зміни. Всі чисто механічні процеси, що протікають без тертя і без непружних зіткнень, є оборотними (хоча зрозуміло, що такі процеси – ідеалізовані).

Необоротним називається такий термодинамічний процес, обернений до якого може протікати лише як одна із частин більш складного процесу. Для необоротних процесів важливим є напрямок їх протікання. В одному напрямку вони протікають “самі по собі”, тобто вони можуть бути єдиним процесом, що відбувається в замкненій системі. В другому напрямку вони можуть протікати лише у супроводі якогось іншого процесу. Наприклад, робота переходить у тепло “сама по собі”. У всіх процесах, при яких діють сили тертя або мають місце непружні взаємодії між тілами, за рахунок виконаної роботи виникає тепло. Перехід же теплоти в роботу спостерігається лише як частина більш складного процесу. Перенесення тепла від гарячого тіла до холодного (явище теплопровідності) – це також необоротний процес. Цей процес, результатом якого є вирівнювання температур тіл, протікає “сам по собі”, тобто він може бути єдиним процесом, що відбувається в замкненій системі. Зворотний процес – перенесення тепла від більш холодного тіла до більш гарячого “сам по собі” протікати не може. Ще одним прикладом необоротного процесу є розширення газу у вакуумі. Нехай газ перебуває в посудині, що розділена перегородкою. Газ знаходиться в одній (наприклад, лівій) частині посудини. Якщо прибрати перегородку, то газ розшириться і займе весь об’єм, розподіляючись рівномірно по всьому об’єму. Назад у ліву частину посудини газ можна повернути, лише виконуючи за допомогою зовнішніх сил деяку роботу. В результаті цієї роботи газ буде нагріватися, тобто процес стиску буде супроводжуватись процесом перетворення роботи в теплоту.

2.1.3.8. Принцип дії ідеальної теплової машини

Тепловим двигуном (тепловою машиною) називається періодично діючий механізм, призначений для перетворення внутрішньої енергії палива в механічну роботу. Найпростішим тепловим двигуном можна вважати циліндр з поршнем, який використовується у вогнепальній зброї. За рахунок внутрішньої енергії газів, що виникають при згорянні пороху у стволі (циліндрі) виконується механічна робота з переміщення патрона, снаряда (поршня). Але це не двигун неперервної дії, який здатний виконувати роботу тривалий час. Для того, щоб поршень після розширення газу повертався в початковий стан і повторювався процес розширення, тепловий двигун повинен працювати циклічно.

На рис. 2.1.12 зображено принципову схему роботи ідеальної теплової машини – ідеалізованого пристрою, що перетворює отримане від нагрівника тепло в механічну

енергію без втрати на тертя та інші дисипативні втрати. В результаті циклічного процесу отримаємо виконану роботу, що дорівнює $A = Q_1 - Q_2$.

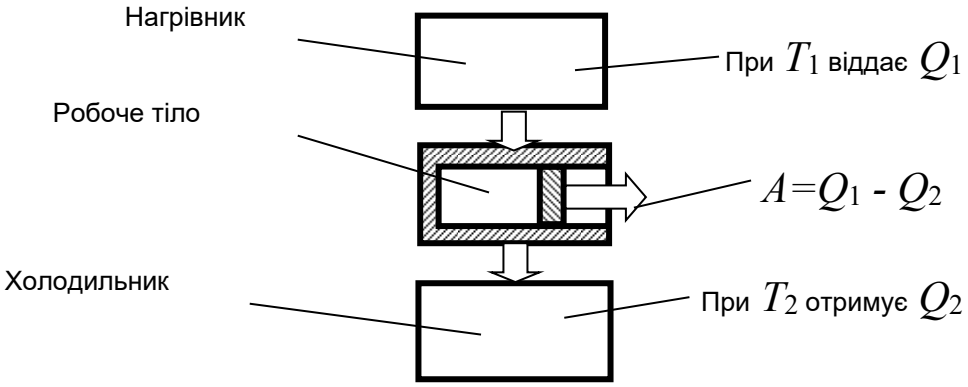


Рис. 2.1.12

Будь-який двигун складається з трьох основних частин: **робочого тіла**, наприклад, газу або пари у циліндрі теплової машини, при розширенні яких виконується робота (в частковому випадку це може бути і ідеальний газ); **нагрівника** (термостата)– тіла, від якого за рахунок теплообміну робоче тіло одержує кількість теплоти Q_1, нагріваючись до температури T_1; **холодильника** (термостата з меншою температурою T_2) – тіла, яке забирає у робочого тіла тепло Q_2 (робоче тіло охолоджується при цьому до температури T_2). Холодильником може бути будь-яке менш нагріте тіло, в тому числі і навколишнє середовище, як це має місце в двигунах внутрішнього згоряння та в реактивних двигунах. Схематично роботу теплового двигуна можна описати так: робоче тіло одержує від нагрівника, що має температуру T_1, кількість теплоти Q_1, в результаті чого воно розширюється (газ виконує позитивну роботу). Далі робоче тіло віддає холодильнику кількість тепла Q_2 і охолоджується до температури T_2. Виконана робота здійснюється за рахунок частини одержаного від теплопостачальника (нагрівника) тепла $A = Q_1 - Q_2$. Тепло Q_2 не використовується у тепловій машині і розсіюється в оточуючому просторі. Зовнішні сили виконують стиск і повертають робоче тіло в початковий стан. Після цього цикл повторюється. Робота розширення газу A_{12} (рис. 2.1.13) протягом одного циклу повинна бути більша за роботу його стискання A_{21}, яку виконують над газом зовнішні сили.

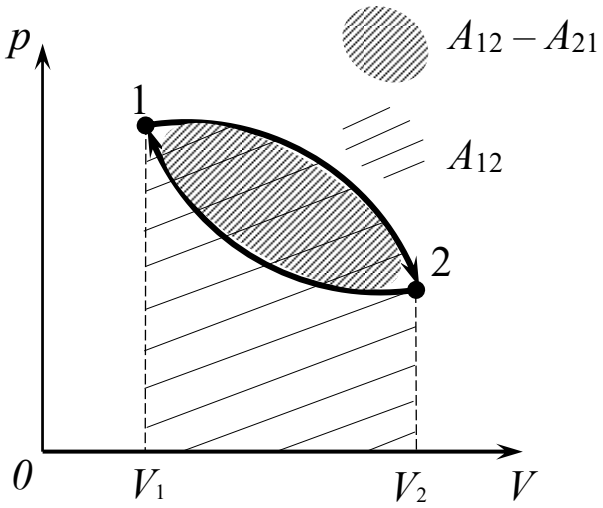


Рис. 2.1.13

Ця умова необхідна для того, щоб тепловий двигун виконував корисну роботу A, яка вона визначається як $A=A_{12}-A_{21}$ (чисельно дорівнює площі, що заштрихована на рис. 2.1.13) .

Очевидно, що температура газу при стисканні повинна бути нижча за температуру, при якій відбувається розширення (від якогось початкового об'єму V_n до кінцевого $V_к$). Тоді тиск газу у всіх проміжних станах при стисканні буде меншим, ніж при розширенні і буде виконуватись умова, необхідна для виконання двигуном корисної роботи (рис. 2.1.14).

Ефективність роботи теплового двигуна характеризується коефіцієнтом корисної дії (ККД).

Коефіцієнтом корисної дії теплового двигуна η називається відношення корисної роботи, яку виконує тепловий двигун, до загальної кількості теплоти, що одержав двигун від нагрівника.

Для ідеального теплового двигуна, де відсутні втрати тепла, вираз для коефіцієнта корисної дії можна представити наступним виразом:

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}. \qquad (2.1.68)$$

Звідси слідує, що навіть ідеальний тепловий двигун, який працює без втрат, має коефіцієнт корисної дії менше 100 %. ККД міг би бути рівний 100 %, якби тепловий двигун не віддавав енергію холодильнику $(Q_2 = 0)$. Але це принципово неможливо, тому що газ у процесі стискання повинен бути при більш низькій температурі. Це означає, що холодильнику необхідно передати деяку кількість тепла $Q_2 > 0$. Реально ККД навіть кращих теплових машин не перевищує 0,35-0,45. Таким чином **неможливо все тепло Q_1 перетворити в механічну роботу**.

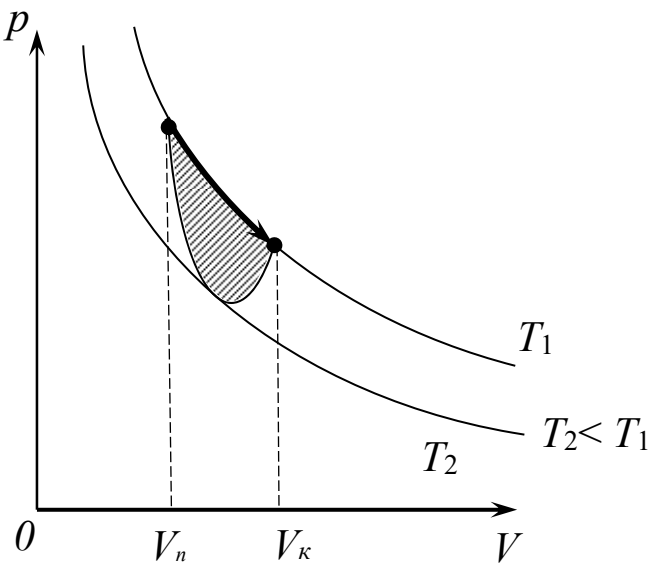


Рис. 2.1.14

Французький інженер Саді Карно зробив теоретичний розрахунок ідеального теплового двигуна, робочим тілом в якому був

ідеальний газ і в якому відсутні втрати тепла, втрати на тертя тощо. На рис. 2.1.15 зображено такий цикл. Він складається з двох ізотерм (переходи зі стану 1 в стан 2 та із 3 в 4) і двох адіабат (переходи зі стану 2 в стан 3 та із 4 в 1). Очевидно, що робота в такому циклі чисельно дорівнює заштрихованій на рис.2.1.15 площі. Карно показав, що ККД ідеальної теплової машини, що працює за оборотним циклом, не залежить від природи робочого тіла і визначається лише температурами нагрівника T_1 і холодильника T_2:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (2.1.69)$$

З виразу (2.1.69) видно, що для ідеального теплового двигуна ККД був би рівний 100 % при умові $T_2 = 0$ К, що неможливо. Оскільки в двигуні Карно не враховуються втрати тепла, формула визначає максимальне значення ККД, що працює в інтервалом температур $T_1 - T_2$.

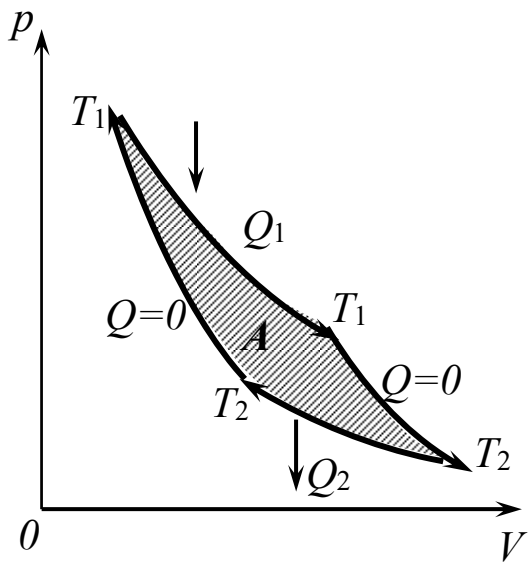


Рис. 2.1.15

Природно, що будь-який реальний тепловий двигун, який працює з нагрівником, температура якого T_1, і холодильником, температура якого T_2, не може мати ККД більший за ККД ідеального теплового двигуна.

Теплові двигуни принципово відрізняються від механічних і електричних машин. Удосконалюючи останні, їхній ККД можна наближати до теоретичного граничного значення - 100%. Удосконалюючи теплові двигуни їхній ККД наближається не до 100 %, а до ККД ідеальної теплової машини Карно (2.1.69), що працює в тому самому температурному інтервалі. Звідси випливає, що вирішальним фактором у процесі підвищення ККД теплового двигуна є підвищення температури нагрівача і зниження температури холодильника.

2.1.3.9. Другий закон термодинаміки. Ентропія

Другий закон (начало) термодинаміки визначає напрямок протікання термодинамічних процесів, визначає які процеси в природі можливі, а які неможливі. Він свідчить про те, що всі термодинамічні процеси протікають в одному напрямку (див. нижче), Так, наприклад, неможливим є процес при якому, сніжна лавина, що самодовільно скотилася з гори, самодовільно повернеться назад. Існує кілька еквівалентних формулювань закону. Наведемо деякі з них:

Неможливий круговий процес, єдиним результатом якого була б передача тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого (формулювання Клаузіуса).

Неможливий періодично діючий механізм, який всю одержану від нагрівника кількість теплоти Q_1 повністю перетворював би в роботу A; частина цієї кількості теплоти Q_2 має бути передана холодильнику (формулювання Кельвіна).

Неможливо побудувати періодично діючу машину, єдиним результатом якої було б перетворення тепла на еквівалентну йому роботу (формулювання Планк).

Неможливий вічний двигун другого роду, тобто такий періодично діючий двигун, який би одержував тепло від одного резервуара і перетворював це тепло повністю в механічну роботу.

Всі формулювання другого закону термодинаміки свідчать про неможливість повного перетворення теплоти у роботу в періодично діючому тепловому двигуні; частина теплоти залишається у холодильнику. Іншими словами, хоча природа і визнає еквівалентність теплоти і роботи, однак коли теплота перетворюється у роботу частина теплоти не може перейти у роботу. Зворотне перетворення роботи у тепло завжди еквівалентне. Така асиметрія у перетвореннях «теплота-робота» і «робота-теплота» виводить дію другого закону термодинаміки далеко за межі термодинаміки.

Ентропія. Як було відзначено раніше кількість теплоти δQ не є функцією стану термодинамічної системи. Однак, відношення елементарної кількості теплоти δQ до температури T процесу при нескінченно малих змінах стану термодинамічної системи – є функція стану системи. **Ентропією** dS називається функція стану термодинамічної системи диференціалом якої є $\delta Q/\ T$. Отже, ентропія –це фізична величина, елементарна зміна якої в термодинамічної системі при елементарному оборотному процесі дорівнює відношенню елементарної кількості теплоти δQ до температури T цього процесу. Згідно з визначенням ентропію можна представити наступним співвідношенням:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}\ , \qquad (2.1.70)$$

де δQ — нескінченно мала кількість теплоти, що отримана системою в ізотермічному процесі при температурі T.

Відношення $\frac{\delta Q}{T}$ називають ще елементарною приведеною кількістю теплотою.

Ентропія системи є функцією її стану, що визначається з точністю до довільної сталої. Ентропія системи, що складається з кількох тіл, дорівнює сумі ентропій цих тіл. Різниця ентропії в двох рівноважних станах 2 і 1 дорівнює приведеній кількості теплоти, яку необхідно надати системі, щоб перевести її зі стану 1 в стан 2 за умов, щоб цей

процес протікав нескінчена повільно:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \ . \qquad (2.1.71)$$

З цього визначення ентропії видно, що фізичний зміст має не сама ентропія, а лише різниця ентропій. Вимірюється ентропія в Дж/К. Далі ми розглянемо ще одне визначення поняття ентропії, де і розглянемо її фізичний зміст.

В стані термодинамічної рівноваги системи ентропія досягає максимального значення. Якщо в ізольованій системі протікають **оборотні процеси**, то її ентропія залишається незмінною $\Delta S = 0.$ Якщо в ізольованій системі протікають **необоротні процеси**, то ентропія такої системи зростає $\Delta S > 0.$ Таким чином, ентропія ізольованої системи ні в яких процесах не може зменшуватись. Математично записані положення можна представити у вигляді нерівності

$$\Delta S \geq 0 \, , \qquad (2.1.72)$$

яка одержала назву нерівності Клаузіуса. Всі реальні процеси являються необоротними. Тому можна стверджувати, що **всі процеси в ізольованій системі ведуть до збільшення її ентропії (принцип зростання ентропії).** Нерівність Клаузіуса вказує напрям реальних процесів: можливі лише такі процеси, які ведуть до зростання ентропії ізольованої системи.

Як приклад, розглянемо процес теплообміну в ізольованій системі між тілом з температурою T_1 і тілом з температурою $T_2 < T_1$**.** Перше тіло віддає кількість тепла – ΔQ**,** а друге отримує таку ж кількість тепла $+ \Delta Q$. Зміна ентропії системи дорівнює алгебраїчній сумі ентропій тіл, тобто:

$$S_2 - S_1 = \frac{\Delta Q}{T_2} - \frac{\Delta Q}{T_1} = \Delta Q(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) > 0 \, ,$$

тобто $S_2 > S_1$**.** Таким чином хоча в результаті теплообміну енергія системи не змінилася, її ентропія зросла.

Розглянемо другий приклад. Ізольована система являє собою посудину, в якій знаходиться газ і в цій посудині обертається по інерції коліщатко, закріплене на осі. Внаслідок тертя частина кінетичної енергії колеса перейде в теплоту і температура системи підвищиться з T_1 до T_2 . Газ і коліщатко одержать тепло, внаслідок чого їхня ентропія зросте. Але згідно першим законом термодинаміки енергія системи залишиться незмінною. При цьому енергія залишилась незмінною лише кількісно, бо при цьому пройшли якісні зміни енергії: механічна енергія (впорядкованого руху колеса) перейшла в теплоту (енергія хаотичного руху молекул). Відбулося пониження якості енергії,

“знецінення енергії”. Під знеціненням енергії розуміють втрату нею здатності до подальшого спонтанного перетворення в інші види енергії. Дійсно всі види енергії (механічна, електрична, електромагнітна) самі по собі і повністю переходять в теплоту, тоді як для теплоти такі зворотні перетворення в інші види енергії неможливі. Таким чином, зростання ентропії ізольованої системи вказує на те, що в системі відбувається знецінення енергії, тому в певному розумінні ентропію можна вважати мірою знецінення енергії. Оскільки тепловому руху притаманний найбільш безладний характер руху матерії (хаотичний рух частинок), можна зробити висновок, що зростання ентропії відповідає зростанню невпорядкованості, безладу в стані термодинамічної системи.

Використовуючи поняття **ентропії** S – характеристики стану термодинамічної системи, другий закон термодинаміки можна сформулювати як **закон зростання ентропії ізольованої системи (**Клаузіус): в ізольованих системах здійснюються лише такі процеси, при яких **ентропія системи зростає, якщо здійснюються необоротні процеси** (наприклад, вирівнювання температур, тисків, концентрації різних речовин, електричних потенціалів у різних частинах системи), або **залишається сталою, якщо процеси оборотні.**

Фізичний зміст ентропії відкривається в статистичній фізиці. Ентропія безпосередньо пов’язана з імовірністю стану. Максимальне значення ентропії відповідає рівноважному стану системи. Зростання ентропії при необоротному процесі означає, що енергія, яку має система, стає менш доступною для перетворення в механічну роботу. В стані рівноваги, коли ентропія досягла свого максимального значення, енергія системи зовсім не може бути перетворена в роботу. Зростання ентропії системи при необоротній зміні стану, означає, що система переходить з менш імовірного в більш імовірний стан.

За Больцманом ентропія зв’язується з термодинамічною ймовірністю Ω стану системи. Термодинамічна ймовірність – це число способів, якими може бути реалізований даний стан макросистеми. За визначенням $\Omega \geq 1,$ тобто термодинамічна ймовірність не є ймовірністю в математичному розумінні. Згідно з теорією Больцмана ентропія системи і термодинамічна ймовірність зв’язані між собою співвідношенням:

$$S = k\, ln\Omega. \qquad (2.1.73)$$

Ентропія квазізамкнутої системи визначається логарифмом числа станів, з допомогою яких може бути реалізований даний макростан. Згідно з виразом (2.1.173) ентропія 1 моля кисню складає 200 Дж/К.

Формула Больцмана зв’язує ентропію системи з термодинамічною ймовірністю її стану. Вона дозволяє дати ентропії такий статистичний зміст: ентропія є мірою невпорядкованості системи: чим більше число мікростанів, що реалізують даний макростан, тим більша ентропія. Ентропія ізольованої системи в стані термодинамічної рівноваги максимальна. Незмінний макростан пов'язаний зі зміною мікростанів (обмін енергією та імпульсами між мікрочастинками).

2.1.4. Реальні гази

2.1.4.1. Сили міжмолекулярної взаємодії в реальних газах

Реальним газом називається газ, між молекулами якого діють сили міжмолекулярної взаємодії (нехтувати якими, як в моделі ідеального газу не можна). Будь-який зв'язок атомів, молекул і іонів є електричною взаємодією. Доказом того, що таку взаємодію необхідно враховувати (не тільки у газах, але й рідинах і твердих тілах), є те, що властивості реальних газів відрізняються від властивостей ідеальних газів. Таким чином, причиною таких відмінностей є наявність між молекулами в будь – якому стані (газоподібному, рідкому чи твердому), в тому числі і в газоподібному, сил взаємодії. Це сили відштовхування (будемо умовно позначати $F_{від}>0$), які переважають на близьких відстанях і швидко спадають з ростом відстані r $(F_{від} \sim r^{-9} - r^{-11})$, та сили взаємного притягання $(F_{пр}<0)$ – що переважають на більших відстанях ($r > 10^{-9}$ м). Сили притягання - більш дальнодіючі: наприклад, в іонних кристалах $F_{пр}$ пропорційна r^{-2}, у ковалентних - спадає з відстанню швидше ($\sim r^{-3} - r^{-5}$), а в молекулярних кристалах вона змінюється в межах $r^{-5} - r^{-7}$. Зв'язано це з тим, що ці сили по різному залежать від відстані між молекулами. Така ситуація приводить до того, що на близьких відстанях між молекулами (атомами) істотно зростає перевага сил відштовхування, а на великих – сил притягування. Зрозуміло, що ці сили діють одночасно. Результуюча сил $\vec{F}$ взаємодії двох молекул рівна $\vec{F} = \vec{F}_{пр} + \vec{F}_{від}$ (див. рис. 2.1.16, а). Відстань r_0 відповідає відстані між молекулами, на якій вони при відсутності теплового руху могли б знаходитись у рівновазі. Цю відстань називають - рівноважною відстанню між іонами (атомами) в молекулі. В околі r_0 атом (молекула) здійснює рівноважні теплові коливання. Порівняно слабкі сили протягування між молекулами реального газу на відстанях біля 10^{-9} м називають Ван-дер-Ваальсовими силами. Сили відштовхування зростають при зближенні молекул значно крутіше, чим сили протягування, тому вони і визначають при $r < r_0$ характер взаємодії

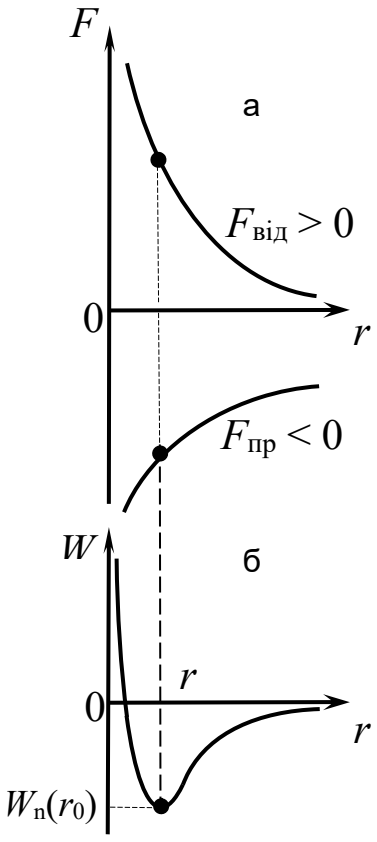


Рис. 2.1.16

між молекулами. Елементарна робота dA результуючої сили F при збільшенні відстані між молекулами на dr здійснюється за рахунок зменшення потенціальної енергії їх взаємодії:

$$dA = Fdr = -dW .$$

При збільшенні відстані до нескінченності

$$\int_{W_r}^{W_\infty} dW = -\int_r^\infty Fdr, \quad \text{при } r \to \infty, \quad W = 0,$$

тобто потенціальна енергія взаємодії між молекулами дорівнює нулю (вони не взаємодіють) на нескінченно великій відстані між ними.

Потенціальна енергія взаємодії на довільній відстані між молекулами представляється виразом $W(r) = \int_r^\infty Fdr$.

На рис 2.1.16.б продемонстрована залежність потенціальної енергії взаємодії між двома молекулами від відстані між ними. При зменшенні відстані між молекулами $(r < r_0)$ сили відштовхування збільшуються і робота сил від'ємна $(dA = Fdr < 0)$. При $r > r_0$ збільшуються сили притягання $(F < 0)$ і робота буде додатна $(dA = Fdr > 0)$. Внаслідок цього при $r > r_0$ потенціальна енергія від'ємна, а при $r < r_0$ вона від негативного значення різко зростає до нуля, а потім стає позитивною. В результаті взаємодії молекул залежність $W(r)$ буде мати яскраво виражений мінімум в стані рівноваги ($r = r_0$), що відповідає мінімуму потенціальної енергії взаємодії. Можна сказати, що при $r = r_0$ молекула знаходиться в стані стійкої рівноваги, або що вона знаходиться в потенціальній ямі (у мінімумі потенціальної енергії).

Мінімум залежності $W(r)$ визначає енергію зв'язку молекул речовини. Сила зв'язку між молекулами і внутрішня енергія твердого тіла визначає принципові відмінності між різними класами речовин.

2.1.4.2. Рівняння Ван-дер-Ваальса

Газ Ван-дер-Ваальса – це така модель реального газу, в якій молекули розглядаються, як абсолютно тверді кульки діаметром d, між якими діють сили міжмолекулярної взаємодії. Як вже було відмічено, сили Ван-дер-Ваальса це слабкі сили притягання, що діють між молекулами на відстані ≤ (10^{-8} – 10^{-9}) м. Враховуючи розміри молекул та взаємодією між ними, Ван-дер-Ваальс записав рівняння Клапейрона для моля ідеального газу $pV_M = RT$ у вигляді, який називають рівнянням стану реального газу (рівняння Ван-дер-Ваальса):

$$\left(p+\frac{a}{V_M^2}\right)(V_M-b)=RT\,, \qquad (2.1.74)$$

де $a,\ b$ – сталі, які характеризують властивості газу.

Фактично, це поправки, внесені до рівняння Клапейрона на міжмолекулярну взаємодію та власні розміри молекул в порівнянні з ідеальним газом відповідно.

Стала a (**стала Ван-дер-Ваальса**) характеризує сили міжмолекулярного притягування, що збільшують тиск газу на стінки посудини на величину, що називається внутрішнім тиском:

$$p_i=\frac{a}{V^2} \qquad (2.1.75)$$

Стала b враховує власний об'єм самих молекул і залежить від хімічної природи газу. Як показують розрахунки вона дорівнює:

$$b=4N_AV_0\,, \qquad (2.1.76)$$

де V_0 — власний об'єм однієї молекули; N_A – число Авогадро. Сталі $a,\ b$ визначаються дослідним шляхом, їх можна знайти в таблицях.

Для довільної маси m газу $V = \nu V_0$, де $\nu=\frac{m}{M}$ - кількість моль (кількість речовини) газу, рівняння Ван-дер-Ваальса можна записати у вигляді:

$$\left(p+\frac{\nu^2a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu}-b\right)=\nu RT\,. \qquad (2.1.77)$$

Зрозуміло, що при малих тисках та високих температурах, коли $b << V$ та $p_i << p,$ рівняння Ван-дер-Ваальса переходить у рівняння Клапейрона – Менделєєва.

2.1.4.3. Ізотерми Ван-дер-Ваальса

Ізотерми Ван-дер-Ваальса – криві залежності p від $V_M.$ при різних температурах для одного моля реального газу. Перетворимо рівняння Ван-дер-Ваальса в іншу форму:

$$pV_M^3-(RT+pb)V_M^2+aV_M-ab=0\,. \qquad (2.1.78)$$

Це рівняння третього степеня залежності тиску від об'єму $p(V_M)$ має три корені. Розглянемо можливі три випадки розв'язку. Кубічне рівняння має: 1) три дійсні корені, що чисельно відрізняються між собою; 2) один корінь дійсний, а два уявні (можуть не враховуватись з точки зору фізичного сенсу); 3) три корені дійсні і дорівнюють один іншому.

На рис. 2.1.17 представлені ізотерми Ван – дер - Ваальса, тобто залежності $p(V)$ для реального газу при різних температурах, що відповідають розглянутим вище трьом випадкам.

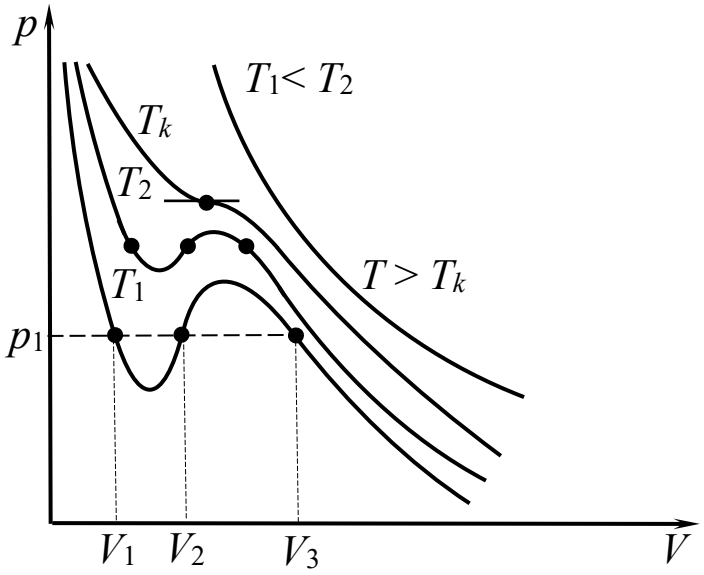


Рис. 2.1.17

Такі корені на рис. 2.1.17 відповідають трьом можливостям перетину кривої $p(V)$ горизонтальною прямою $p_1 = const$:

1) три корені дійсні і різні (V_1 , V_2 , V_3), що відповідає докритичним тискам і низьким температурам $(T < T_к)$;

2) три корені дійсні і рівні між собою $(T = T_к)$ – критичний стан, крива має точку перегину;

3) один з коренів дійсний і два уявні, що відповідає надкритичним тискам і високим температурам $(T > T_к)$; ізотерма реального газу практично подібна до ізотерми ідеального газу.

На рис. 2.1.18 представлені ізотерми реального газу, при температурах $T < T_к$, що спостерігаються експериментально.

Вперше такі ізотерми спостерігались в дослідах Ендрюса. Ділянка $A - B$ відповідає газоподібному стану, а ділянка $C - Д$ – стану рідини. Експериментальні

ізотерми мають горизонтальні ділянки B - C, що відповідають рівновазі газоподібної та рідкої фаз речовини, тобто рівноважному співіснуванню газу та рідини.

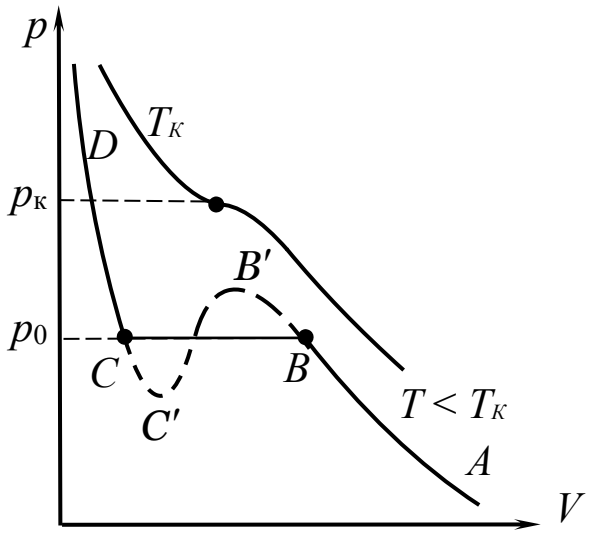


Рис. 2.1.18

Переходи, що передбачені рівнянням Ван – дер – Ваальса з точки B по пунктирній кривій до точки B' при зменшенні об'єму, та з точки C до точки C' при збільшенні об'єму, називаються метастабільними. Ділянка C- C' відповідає перегрітій рідині, ділянка B- B' - пересиченій парі. На експерименті, як правило, після досягнення точок B та C наступає стрибкоподібний розпад речовини на дві фази, що відповідає горизонтальному участку ізотерми.

Речовина в газоподібному стані при температурі нижче критичної називається ***парою***. Пара, що знаходиться в рівновазі зі своєю рідиною, називається ***насиченою***. Тиск p_0 , при якому існує рівновага між рідиною і газоподібною фазою при визначеній температурі, називається ***тиском*** або ***пружністю насиченої пари***.

При збільшенні температури з'являється ізотерма без хвилеподібної ділянки, яка називається ***критичною*** і відповідає критичній температурі $(T_к)$**.** Критична ізотерма має одну точку перегину K**,** яка називається ***критичною точкою*** (рис.2.1.19).

Відповідні цій точці об'єм $(V_к)$ та тиск $(p_к)$ називаються ***критичними***, а стан рідини $(p_к, V_к, T_к)$ – ***критичним станом***.

У критичному стані різниця у властивостях рідини та пари відсутня. Критичний стан характеризується безперервним ***переходом рідини в пару і навпаки***. Питома теплота пароутворення та коефіцієнт поверхневого натягу рідини дорівнюють

нулю, про що буде сказано нижче. Якщо через крайні точки горизонтальних ділянок ізотерми Ван-дер-Ваальса C - B провести криві, що замикаються в критичній точці K (рис.2.1.18), то отримаємо чотири області, що відповідним чином позначені на рис. 2.1.19: область рідкого стану (**рідина**); область вологої пари, тобто кипляча рідина і насичена пара **(рідина-пара)**; область газоподібного стану (**пара**). При температурах вищих за критичну маємо газоподібний стан (**газ**). Пара відрізняється від газоподібного стану тим, що при ізотермічному стиску вона перетворюється в рідину. На відміну від пари газ не може перетворитись в рідину ні при яких тисках, тобто веде себе як ідеальний газ (ізотерми Бойля – Маріотта).

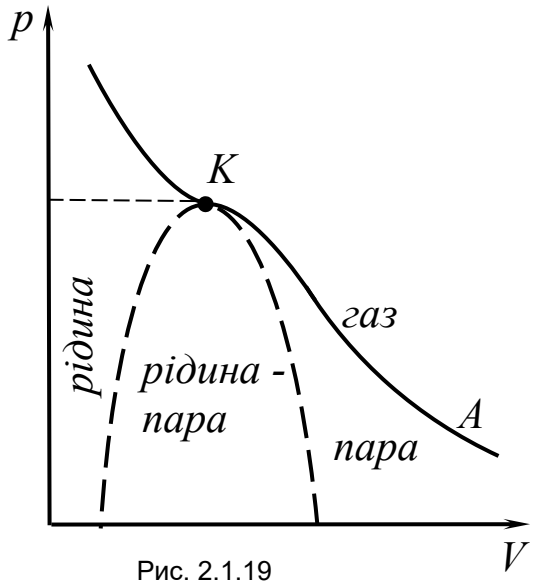


Рис. 2.1.19

Таким чином, критична температура - це та найбільша температура, при якій газ може перетворитись в рідину. Звичайно ж, для різних речовин ці значення суттєво відрізняються. Так для води $T_к$ = 647 К, в той час як для гелію - всього 4 К.

Оскільки при критичній температурі всі три корені рівняння Ван-дер-Ваальса однакові і дорівнюють критичному об'єму $V_{Мк}$, то можна визначити критичні параметри:

$$p_k = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2}, \quad V_{Mk} = 3b, \quad T_k = \frac{8}{27}\frac{a}{bR}. \qquad (2.1.79)$$

2.1.4.4. Внутрішня енергія реального газу

Внутрішня енергія 1 моля реального газу U складається з:

1) кінетичної енергії теплового руху молекул;

2) потенціальної енергії міжмолекулярної взаємодії.

Перша складова повністю визначається внутрішньою енергією ідеального газу

$$U = \frac{i}{2} \cdot RT = C_V T.$$

Друга складова зумовлена в основному тільки силами притягання, які визначають внутрішній тиск газу

$p_i = a / V_M^2$.

Робота, що витрачається проти дії сил притягання, йде на збільшення потенціальної енергії системи:

$$dA = p_i dV_M = dW_n,$$

або

$$dW_n = \frac{a}{V_M^2} dV_M.$$

Проінтегрувавши вираз dW_n по об'єму, отримаємо значення потенціальної енергії для реального газу:

$$W_n = -a / V_M.$$

Знак „мінус" показує, що внутрішній тиск визначається силами притягання. Тоді внутрішня енергія реального газу дорівнює:

$$U = C_V T - a / V_M. \qquad (2.1.80)$$

Ефект Джоуля – Томсона. У випадку, коли об'єм газу змінюється без теплообміну з оточуючим середовищем, та при цьому зовнішня механічна робота не виконується, можливе зменшення чи зростання температури реального газу. Розглянемо адіабатичний $(Q = 0)$ процес **розширення** газу при умові, що зовнішня робота не виконується $(A = 0)$. Тоді з рівняння першого закону термодинаміки: $Q = (U_2 - U_1) + A$ отримаємо, що $U_1 = U_2$.

Для 1 моль реального газу з формули (2.1.80) маємо:

$$U_1 = C_V T_1 - \frac{a}{V_{M1}}, \quad \text{та} \quad U_2 = C_V T_2 - \frac{a}{V_{M2}}.$$

Звідси

$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{V_{M1}} - \frac{1}{V_{M2}}\right).$$

Оскільки $V_{M2} > V_{M1}$ (розширення газу), то $T_2 < T_1$.

Таким чином, при адіабатичному розширенні у вакуум (зовнішня робота не виконується $dA = 0$) газ охолоджується.

Процес нерівноважного розширення газу від більшого тиску до меншого при протіканні через звуження в каналі, що відбувається без віддачі роботи назовні, називають дроселюванням. Температура при адіабатичному дроселюванні змінюється. В результаті дослідів було встановлено, що для більшості газів при кімнатних температурах відбувається охолодження, і тільки для гелію та водню спостерігається нагрівання. Це явище зміни температури газу при адіабатичному дроселюванні називають **ефектом Джоуля – Томсона.**

Цей ефект зміни температури може бути як позитивним, так і негативним. Звичайно ж, що для ідеального газу такий ефект зміни температури відсутній. Ефект Джоуля – Томсона використовують як спосіб охолодження реальних газів.

2.1.5. Тверді тіла

2.1.5.1. Тверді тіла. Кристалічні та аморфні тіла

Твердим тілом називається тіло, що здатне зберігати сталість як форми, так і об'єму. При такому визначенні тверді тіла можна поділити на кристалічні та аморфні.

Кристалічними називаються тіла, що мають кристалічну решітку (гратку). Розміщення елементів структури, що характеризується періодичною повторюваністю в трьох вимірах, називається **кристалічною решіткою (граткою)** . Під кристалічною решіткою розуміють таку будову тіла, при якій частинки (атоми, молекули або іони) розміщені в просторі в строго визначеній послідовності, на строго визначених відстанях одна від іншої. Місця розміщення частинок одержали назву вузлів кристалічної решітки. Відносно вузлів частинки здійснюють хаотичні теплові коливання. Якщо упорядкованість розміщення частинок зберігається по всьому об'єму кристалічного тіла, то таке тіло називається **монокристалом.**

Тверді тіла в основному є кристалічними. Кристали зберігають сталий об'єм і правильну геометричну форму.

Кристалічні тіла, які є сукупністю хаотично розміщених маленьких монокристаликів, називають **полікристалами**. Фізичні властивості тіл залежать від будови їхньої кристалічної решітки.

Деякі тверді тіла мають не одну, а декілька кристалічних структур, які стійкі при певних зовнішніх умовах (різних температурах і тисках). Такі структури називають *поліморфними формами* або *поліморфними модифікаціями* речовини, а перехід від однієї модифікації до іншої - поліморфними перетвореннями.

Поліморфні модифікації прийнято позначати грецькими буквами: модифікацію стійку при нормальній та більш низькій температурі, позначають буквою α, модифікації стійкі при більш високих температурах, позначають відповідно буквами β, γ, σ і далі.

Поліморфизм був відкритий у 1798 р., коли було виявлено, що $CaCO_3$ може існувати у вигляді двох мінералів — кальциту та арагоніту. Поліморфизм мають прості речовини, а також неорганічні та органічні сполуки. Так, вуглець може існувати у вигляді графіту та у вигляді алмазу, що мають різні кристалічні решітки. Як відомо, фізичні

властивості у графіту і алмазу зовсім різні. Графіт непрозорий, крихкий; алмаз прозорий, має великий показник заломлення та надзвичайно велику твердість.

Монокристали анізотропні, тобто мають різні фізичні властивості залежно від напрямку. **Анізотропія** – залежність фізичних властивостей (пружних, механічних, оптичних, електромагнітних) від напрямку. Особливістю внутрішньої будови кристалічних тіл є так званий **дальній порядок**, тобто повторюваність елементів структури по всьому об'єму тіла. Кристалічні тіла мають певну температуру плавлення при сталому тиску.

Полікристали по всьому об'єму мають однакові фізичні властивості, тобто є **ізотропними**. Це обумовлено хаотичним розміщенням великої кількості маленьких монокристаликів, з яких складається полікристал. Внаслідок такої будови фізичні властивості усереднюються і будуть однаковими у всіх напрямках.

Тверді тіла, що не мають дального порядку, називають **аморфними**. За своєю внутрішньою будовою аморфні тіла нагадують рідини. Тому дуже часто їх відносять до переохолоджених рідин. У цьому випадку під твердими тілами розуміють лише тіла, що мають кристалічну решітку. Аморфні тіла є ізотропними, тобто мають однакові фізичні властивості по всьому об'єму.

Аморфні тіла - різко відрізняються від кристалічних. Фізичні властивості їх не залежать від напрямку (*ізотропія властивостей*). Аморфні тіла мають тільки **ближній порядок** розміщення елементів структури. Повторюваність в розміщенні елементів структури спостерігається тільки в найближчому оточенні. Аморфні тіла не мають певної температури плавлення. При нагріванні вони поступово розм'якшуються, а в'язкість їх зменшується.

В аморфному стані можуть знаходитись і речовини, які мають кристалічну будову. Наприклад, плавлений кварц. В нього фізичні параметри (густина, теплові параметри та інші) ізотропні по напрямкам і значно менші по величині, ніж у кристалічного кварцу.

2.1.5.2. Кристалографічна ознака кристалів

Кристали класифікуються за двома ознаками: кристалографічною та фізичною.

Кристалографічна ознака кристалів.

Кристалічна гратка. «Правильна» зовнішня структура кристалів обумовлена внутрішньою симетрією в розміщенні їх атомів - *кристалічна структура.* Така ситуація пов'язана з тим, що кристал має не тільки ближній порядок в розміщенні атомів, але й дальній. Останнє дозволяє наперед розрахувати (визначити) положення атому (або даної групи атомів) в нескінченній гратці. Сукупність вузлів, тобто точок, які відповідають середнім для даної температури положенням частинок кристалу, називають *просторовою (кристалічною) граткою (решіткою)* кристалу.

Просторова решітка (гратка) кристала характеризується такими параметрами.

Молярний об'єм кристала:

$$V_{\text{м}}=M/\rho,$$

де M – молярна маса; ρ – густина кристалу.

Об'єм елементарної комірки для решітки кубічної сингонії:

$$V_{ел}=a^3,$$

де a – параметр (стала) решітки.

Число елементарних комірок в одному молі кристалу:

$$Z_{\text{м}}=V_{\text{м}}/V_{ел}.$$

Якщо кристал складається з однакових атомів, то:

$$Z_{\text{м}}=N_A/n,$$

де n – число однакових атомів, які приходяться на елементарну комірку;

N_A – стала Авогадро.

Співвідношення числа елементарних комірок до об'єму кристала:

$$Z=Z_{\text{м}}/V_{\text{м}}.$$

Якщо кристал складається з однакових атомів, то

$$Z = \rho N_A/(nM).$$

1. В кристалах часто зустрічається гексагональна щільноупакована структура. В цій структурі кожний атом оточений 12 ближніми сусідами (так зване *координаційне число* – кількість атомів, що знаходяться на мінімальній відстані від даного). Інша можлива структура - це кубічне розміщення атомів (в різних модифікаціях). 2. *Проста кубічна структура*. Вона має нещільну упаковку - кожний атом оточений 6 ближніми сусідами. Така структура зустрічається тільки в одного елементу - полонія. Інші елементарні кубічні комірка дуже простим чином зв'язані з простою кубічною структурою. Більшість із них - це набір вставлених одна в іншу простих кубічних підграток. 3. *Об'ємноцентрована* кубічна гратка - це система з двох однакових простих кубічних граток. При цьому в одній із них атоми знаходяться в вершинах кубів, а інша включає в себе центральні атоми. Координаційне число в гратці такого типу - 8. 4. *Гранецетрована* кубічна гратка складається із 4 ідентичних простих кубічних граток, які розміщені певним чином одна щодо іншої. В цій структурі кожний атом оточений 12 ближніми сусідами. 5. *Структура типу алмазу* являє собою сполучення двох гранецентрованих кубічних підграток, вставлених одна в іншу і зміщених четверту долю просторової діагоналі куба. В структурі типу алмазу кристалізуються елементарні напівпровідники - германій та кремній та сіре олово. Якщо дві допоміжні гранецентровані кубічні підгратки зайняті атомами різних елементів, то при цьому виникає нова структура, яка називається структурою цинкової обманки (або сфалериту). Вважливими сполуками з такою структурою являються напівпровідники- InSb, GaAs, ZnS , CuCl та багато інших. Координаційне число в гратках такого типу - 4.

Кристалічна решітка може мати різні види симетрії. Симетрія кристалічної решітки – її властивість суміщатися із собою при просторових переміщеннях (паралельних переносах, поворотах, відображеннях або при їхніх комбінаціях). Різні види симетрії називаються **елементами симетрії**.

Російський кристалограф Федоров показав, що таких просторових груп симетрії може бути тільки 230. Вони поділяються за ознаками симетрії на 32 класи (види) симетрії.

Якщо реальні кристали класифікувати за формою їх елементарної комірки (елементарний об'єм, що характеризується трьома просторовими та трьома кутовими координатами), то всі вони поділяються на 7 кристалографічних систем (сингоній), кожна з яких включає в себе декілька класів симетрії.

Грані кристала є площинами, а ребра – прямими лініями.

У кристалах можуть існувати осі симетрії тільки першого, другого, четвертого та шостого порядків (з**акон симетрії).**

Пряма лінія, при повороті навколо якої на кут $\frac{2\pi}{n}$ фігура збігається з собою (n – порядок осі симетрії) називається **віссю симетрії.**

Площина симетрії – площина, в який при дзеркальному відображенні фігура збігається сама з собою.

2.1.5.3. Фізичні ознаки кристалів

Залежно від роду частинок, що розміщені у вузлах решітки, та характеру сил взаємодії між ними, кристали поділяються на чотири типи : іонні, атомні, металічні, молекулярні.

Іонні кристали. У сусідніх вузлах кристалічної решітки розміщені іони протилежних знаків. Сили взаємодії між ними в основному електростатичні. Зв'язок – іонний (гетерополярний). До них належить більшість галоїдних сполук лужних металів ($NaCl,\ CsCl,\ KBr$), а також оксидів різних елементів ($MgO,\ CaO$). Структура кристалічних решіток кристалів типу $NaCl,\ CsCl,\ KBr$ є **кубічною гранецентрованою**, у вузлах елементарної комірки знаходиться по одному іону; структура кристалічних решіток кристалів типу CsJ – кубічна об'ємноцентрована – у центрі кожної елементарної решітки знаходиться іон. Кристал складається з іонів і являє собою велику молекулу.

Атомні кристали. У вузлах кристалічної решітки знаходяться нейтральні атоми. Зв'язок – ковалентний квантово-механічного походження (гомеополярний). До них відносяться алмаз та графіт – два різних стани вуглецю, а також типові напівпровідники. Ge – германій, Si – кремній, які мають таку ж структуру, як і алмаз. Структура алмазу – тетраедрична.

Металічні користали. У вузлах кристалічної решітки розміщені позитивні іони металу. У просторі між ними вільно розташовані колективізовані валентні електрони, які утворюють „електронний газ", що забезпечує високу електропровідність металів. Метали мають симетрію високого порядку. Більшість металів мають кубічну об'ємноцентровану

(*L, Na, K, Rb, Cs*) та кубічну гранецентровану (*Ag, Pt, Au*) решітки, а деякі – гексагональну.

Молекулярні кристали. У вузлах решітки розміщені певним способом орієнтовані нейтральні молекули, сили взаємодії між якими зумовлені незначним зміщенням електронів в електронних оболонках атомів. Сили зв'язку між молекулами мають таку саму природу, як і сили притягання між молекулами в реальних газах. Тому вони називаються **Ван-дер-Ваальсовими** силами. До них належить більшість органічних сполук (парафін, спирт, гума), інертні гази (*Ne, Ar, Kr*) та гази CO_2, O_2, N_2 у твердому стані. Сили зв'язку досить слабі і тому вони легко деформуються.

2.1.5.4. Недосконалості та дефекти в кристалах

Дефектами кристалів називаються відхилення від упорядкованого розміщення частинок у вузлах решітки.

Макроскопічні дефекти виникають у процесі утворення і росту кристалів (тріщини, сторонні включення та ін.)

Мікродефекти поділяються на:

1. Теплові коливання (фонони).
2. Точкові дефекти:

а) атоми між вузлами та вакансії,

б) атоми упровадження,

в) ізольовані включення домішок.

3. Лінійні дефекти - дислокації.
4. Поверхневі дефекти:

а) зовнішня поверхня кристалу,

б) внутрішні поверхні, межі зерен та інші внутрішні межі.

Коротко проаналізуємо основні типи дефектів.

1. Всього в кристалі має місце 3N (N - число атомів в кристалі) *елементарних збурень - фононів*. Кожне із них має визначену енергію і імпульс. Фонони грають важливу роль в протіканні багатьох фізичних явищ в кристалі (розсіювання носіїв заряду на фононах - визначає електричний опір, розсіювання фононів одного на іншому - визначає тепловий опір гратки).

2. Основними типами дефектів другого типу являються дефекти Шотткі (вакансія , яка утворилася за рахунок випаровування атомів з поверхні кристалу) та Френкеля (пара вакансія та міжвузловий атом). Рівноважна концентрація дефектів такого типу залежить від температури

$$N_D = NF\exp(-E_D/kT), \qquad (2.10)$$

де F - фактор, який слабо залежить від температури (~ 10^3 -10^4), E_D=1-2 еВ - енергія утворення вакансії. При T = 300 К відношення N_D/N складає 10^{-12} %. Дефекти такого типу сильно впливають на оптичні, фотоелектричні, електромагнітні та інші властивості кристалів.

Точкові дефекти порушують тільки ближній порядок у кристалах.

Лінійні дефекти (**дислокації**) – порушення правильності зміни атомних площин вздовж деяких ліній тобто вони порушують дальній порядок. Дислокації поділяються на крайові і гвинтові. Якщо одна з атомних площин обривається в середині кристала, то край цієї площини утворює **крайову дислокацію**.

Гвинтова дислокація утворюється внаслідок зміщення двох півплощин на один період одна відносно одної, тобто кристал складається з однієї атомні площини, зігнутої по гвинтовій поверхні.

Дислокації не можуть обриватися в середині кристала: вона або виходить на поверхню, або розгалужуються, утворюючи плоскі чи просторові сітки.

Дислокації кількісно характеризуються густиною та вектором Бюргера (виражає міру спотворення решітки, зумовлену наявністю дислокацій). Густина дислокації – кількість дислокацій, що припадає на одиницю площі поверхні кристала: для сильно деформованих кристалів вона дорівнює 10^{14} -10^{16} м$^{-2}$.

2.1.5.5. Теплоємність твердих тіл

Згідно з законом про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності на кожний ступінь вільності коливального руху припадає енергія $kT.$ Тверде тіло складається з N атомів, кожний з яких бере участь у коливальному русі і має три ступені вільності. Внутрішня енергія всіх частинок твердого тіла, що здійснюють тепловий коливальний рух, визначається наступним співвідношенням:

$$U = 3N \cdot kT = 3NkT\,. \qquad (2.1.81)$$

Теплоємність одного моля речовини $(N = N_A)$ твердого тіла з кристалічною граткою:

$$C_\mu = \frac{dU}{dT} = 3N_A k = 3R = 25 \cdot \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}\,.$$

Видно, що C_μ не залежить ні від T, ні від інших характеристик кристалу.

Закон Дюлонга і Пті.

Молярна теплоємність всіх хімічно простих кристалічних твердих тіл однакова, не залежить від температури і приблизно дорівнює $3R.$

Закон Неймана – Коппа:

Молярна теплоємність сполук приблизно дорівнює сумі атомних теплоємностей компонент сполук::

$$C_\mu = 3 \cdot n \cdot R = 25 \cdot n \cdot \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

де n – кількість атомів у молекулі.

Закон Дюлонга і Пті достатньо добре виконується для багатьох твердих тіл при високих температурах (близьких до кімнатної та вищих).

2.1.6. Агрегатні стани речовини та агрегатні переходи

2.1.6.1. Плавлення та кристалізація

Під час теплового процесу відбувається зміна агрегатного стану речовини. При підвищенні температури збільшується рухливість молекул і відбувається послаблення сил взаємодії між ними. Це призводить до переходу речовини із твердого стану у рідкий, а потім в газоподібний.

Перехід кристалічного твердого тіла з твердого стану в рідкий називається **плавленням**, а перехід речовини з рідкого стану в твердий називається **кристалізацією**.

Процес плавлення відбувається з поглинанням енергії, тобто тілу повинна надаватися кількість теплоти. В процесі нагрівання твердого **кристалічного тіла** його температура зростає прямо пропорційно кількості підведеної теплоти. Кількість теплоти, що поглинає тверде тіло при нагріванні від початкової температури T_0 до $T_{пл}$ визначається за формулою:

$$Q = cm(T_{пл} - T_0), \qquad (2.1.82)$$

де c – питома теплоємність твердого тіла; m – його маса; Q – кількість теплоти, що витрачається на нагрівання твердого тіла.

При цьому зростає середня кінетична енергія руху молекул. Оскільки кристал має структуру дальнього порядку, середня потенціальна енергія молекул кристала однакова. Тому руйнування структури дальнього порядку можливе лише при строго визначеній середній кінетичній енергії їхнього теплового руху. Це приводить до висновку, що плавлення кристалічного тіла повинно відбуватися при строго визначеній температурі. Температура, при якій відбувається процес плавлення кристалічного тіла, називається **температурою плавлення** $(T_{пл})$**.** За наявності двофазного стану (твердої і рідкої фази) поглинання системою теплоти вже не буде супроводжуватись зміною температури. Між рідкою і твердою фазою речовини існує неперервний теплообмін, який призводить до вирівнювання їхніх температур. Речовина в твердому стані не може існувати при температурах, вищих за температуру плавлення. Тому температура системи залишається незмінною і дорівнює температурі плавлення доти, поки не відбудеться повне плавлення твердої фази і система не стане рідкою. Кількість теплоти, яку поглинає тіло в процесі плавлення, витрачається на виконання роботи з руйнування кристалічної решітки. Дослід показав, що кількість теплоти, яка необхідна для розплавлення кристалічного тіла при температурі плавлення прямо пропорційна масі тіла:

$$Q_{пл} = \lambda m\ , \qquad (2.1.83)$$

де m – маса тіла; λ – коефіцієнт пропорційності, що одержав назву питомої теплоти плавлення. **Питомою теплотою плавлення** називається кількість теплоти, що необхідна

для переведення 1 кг кристалічного твердого тіла при температурі плавлення з твердого стану у рідкий. В СІ питома теплота плавлення вимірюється в Дж / кг.

Питома теплота плавлення залежить від хімічної природи речовини і від зовнішнього тиску. Для тих речовин, густина яких у рідкому стані менша, ніж у твердому, збільшення зовнішнього тиску заважає їхньому розширенню при плавленні. Це приводить до зростання температури плавлення і збільшення питомої теплоти плавлення. Якщо ж об'єм речовини при плавленні зменшується (наприклад, мідь, чавун), то для таких речовин підвищення тиску допомагає процесу плавлення: знижується температура плавлення і зменшується питома теплота плавлення.

Кристалізація, тобто твердіння кристалічних тіл, відбувається при тій самій температурі, що і плавлення. Це можна пояснити так. При охолодженні рідини зменшуються швидкості теплового руху молекул. Все більш починають відчуватися сили взаємного притягання між молекулами, за рахунок яких і відбувається утворення кристалічної решітки. В процесі кристалізації потенціальна енергія системи взаємодіючих молекул повинна зменшитись на величину, яка дорівнює прихованій теплоті плавлення $Q_{пл}$, тобто кількості теплоти, що поглинає тіло в процесі плавлення при температурі плавлення. Це означає, що протікає цей процес при сталій температурі, що дорівнює температурі плавлення. Поки все кристалічне тіло не перейде з рідкого стану в твердий при сталому тиску, температура залишається незмінною. Кількість теплоти, що віддає речовина в оточуюче середовище при кристалізації, дорівнює теплоті, яка витрачена на плавлення кристала тієї ж маси. Тому при розрахунку кількості теплоти, що виділяється при кристалізації, користуються формулою:

$$Q_{кр} = \lambda m \, . \qquad (2.1.84)$$

Аморфні тверді тіла не мають кристалічної решітки і температури плавлення. Перехід аморфних тіл у рідкий стан відбувається шляхом поступового розм'якшення, в процесі якого температура тіла весь час зростає.

2.1.6.2. Пароутворення і конденсація

Пароутворенням називається процес переходу речовини з рідкого стану в газоподібний. Перехід речовини з твердого стану в газоподібний називається **сублімацією**.

Процес пароутворення з вільної поверхні рідини називається **випаровуванням.** Вільною поверхнею рідини називається поверхня, яка межує з газоподібною фазою. Сукупність молекул рідини, що перебувають у газоподібному стані, називається **парою**.

Пароутворення, яке відбувається зі всього об'єму рідини і при сталій температурі, називається **кипінням**. Температура, при якій рідина кипить, називається **температурою кипіння** $T_{кип}$**.**

Процес переходу речовини з газоподібного стану в рідкий називається **конденсацією**. Випаровування і конденсація є результатом безперервного хаотичного

руху молекул речовини. Обидва процеси протікають одночасно. В процесі випаровування рідину залишають молекули, кінетичної енергії хаотичного руху яких достатньо, щоб подолати сили взаємодії між молекулами рідини.

Конденсація пояснюється тим, що молекули при своєму хаотичному русі, наближаючись до поверхні рідини, можуть потрапити у сферу дії сил притягання її молекул і перейти в рідину. Втрата молекул, які мають велику кінетичну енергію, призводить до зменшення внутрішньої енергії рідини. Тому випаровування супроводжується охолодженням рідини. Щоб випаровування відбувалось при сталій температурі, необхідно підводити тепло до рідини ззовні. Випаровування рідини відбувається при будь-якій температурі, але при підвищенні температури інтенсивність випаровування зростає.

Кількість теплоти, що поглинається в процесі випаровування, можна визначити за формулою:

$$Q = Lm. \qquad (2.1.85)$$

Кількість теплоти, яка необхідна для перетворення одиниці маси рідини в пару при даних умовах, називається **питомою теплотою пароутворення** або **прихованою питомою теплотою пароутворення :**

$$L = Q/m, \qquad (2.1.86)$$

де Q – кількість теплоти, яка необхідна для перетворення при даних умовах рідини масою *m* в пару**.**

У СІ L вимірюється в Дж / кг. Така ж сама кількість теплоти (2.1.85) буде виділятися в процесі конденсації.

Питома теплота пароутворення залежить від температури. При критичній температурі, коли зникає різниця між рідиною і газом прихована теплота пароутворення дорівнює нулю. З цього випливає, що при підвищенні температури питома теплота пароутворення зменшується.

При умові постійного підведення тепла до кристалічного твердого тіла будуть проходити описані зміни агрегатного стану речовини – від кристалічного до рідкого, а потім до газоподібного. Зміну температури речовини в процесі нагрівання кристалічного твердого тіла до плавлення, нагрівання отриманої після плавлення рідини до кипіння, нагрівання утвореної газоподібної фази представлено на рис. 2.1.20.

При охолодженні газу проходитиме конденсація, одержана рідина охолоджуватиметься до температури кристалізації, тобто будуть проходити зворотні процеси – плавлення та кристалізація, кипіння та конденсація.

2.1.6.3. Насичена і ненасичена пара

Насиченою парою називається така пара, яка перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною. **Динамічною рівновагою** називається такий стан на межі рідина – пара,

при якому за одиницю часу випаровується така ж кількість молекул, яка за цей же час конденсується в рідину. При динамічній рівновазі процес випаровування врівноважується процесом конденсації. При даній температурі в стані насичення пара має максимальну кількість молекул в одиниці об'єму. Тиск насиченої пари залежить від хімічної природи рідини і температури і не залежить від об'єму, який займає пара. Незалежність тиску насиченої пари від об'єму при незмінній температурі можна пояснити так: при зменшенні об'єму, якщо температура не змінюється, концентрація молекул повинна залишитися незмінною, тому надлишок молекул перейде в рідину і тиск пари залишиться без змін.

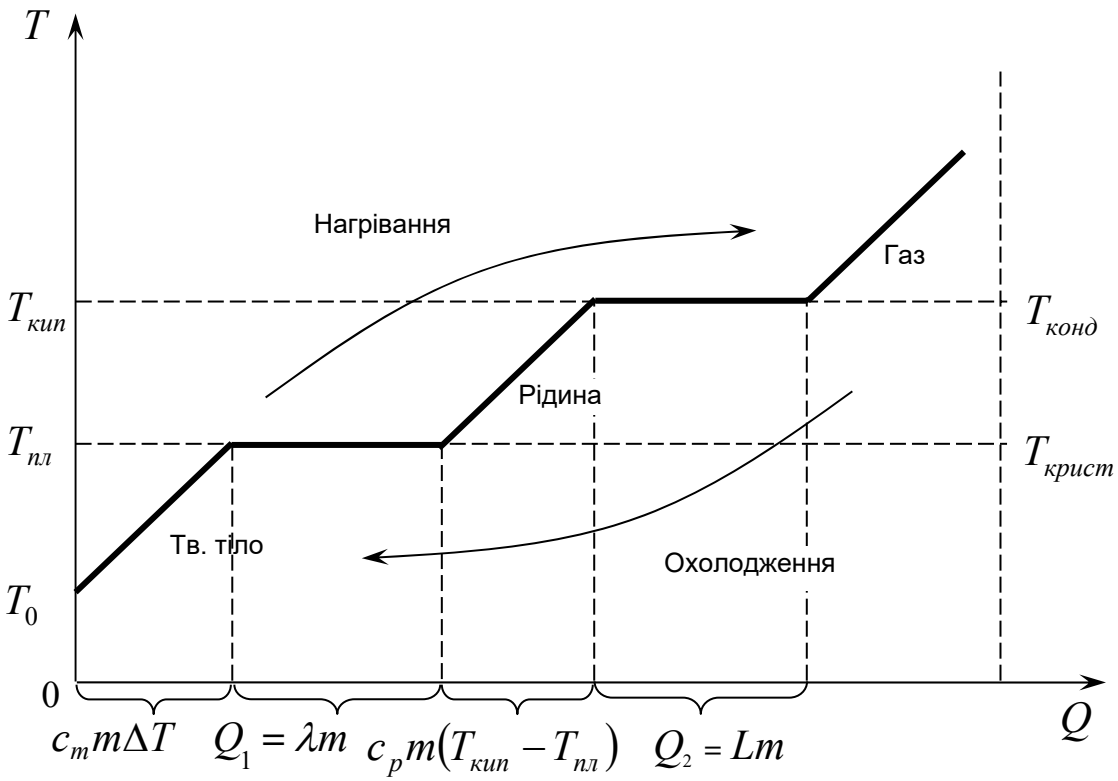


Рис. 2.1.20

Ненасиченою парою називається пара, яка ще не досягла стану динамічної рівноваги. В цьому випадку процес випаровування переважає над процесом конденсації. Концентрація молекул пари зростає. Тиск ненасиченої пари залежить від природи рідини, температури та об'єму. Ненасичена пара в природних умовах за своїми фізичними властивостями дуже близька до ідеального газу. Ізотермою пари називається крива залежності тиску пари *P* від об'єму, який займає пара *V* при сталій температурі. Ізотерма ненасиченої пари близька до ізотерми ідеального газу. Чим далі від стану насичення перебуває пара, тим з більшою точністю до неї можна застосовувати рівняння Менделєєва – Клапейрона. Коли концентрація молекул досягне максимального значення при даній температурі – пара стає насиченою. Подальше зменшення об'єму не призводить до зростання тиску. Тиск залишатиметься незмінним і дорівнюватиме тиску насиченої пари при даній температурі. Це обумовлено тим, що насичена пара при даній температурі має максимальну концентрацію молекул, тому в даному випадку зменшення об'єму призводить до конденсації надлишку молекул пари. Внаслідок цього концентрація

молекул в газовій фазі залишається незмінною і незмінним залишається тиск. Перехід ненасиченої пари в стан насичення може бути здійснений не лише за рахунок ізотермічного стискання, але і за рахунок зниження температури.

2.1.6.4. Абсолютна і відносна вологість

Кількість водяної пари, що містить 1 м^3 повітря при даній температурі, називається **абсолютною вологістю**. Абсолютну вологість можна представити як густину пари води, що міститься в повітрі

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Абсолютна вологість вимірюється в грамах на кубічний метр (г/м^3) або через парціальний тиск пари в мм рт. ст., тому що при температурі від –20 °С до +30 °С чисельні значення густини водяної пари в г/м^3 і тиску в мм рт. ст. близькі.

Парціальним тиском називається тиск, який би створював газ, що входить до складу суміші газів (повітря являє собою суміш газів, основні компоненти якого азот та кисень, є в повітрі і водяна пара), якби він сам займав весь об'єм при даній температурі.

Абсолютна вологість не може бути більшою густини $\rho_н$ водяної пари, що насичує повітря при даній температурі (за виключенням стану пересиченої пари, що в атмосфері спостерігається досить рідко).

Величина парціального тиску водяної пари при даній температурі сама по собі не характеризує стан (насичений чи ненасичений), в якому знаходилась водяна пара. Тому використовують величину, що називається відносною вологістю. **Відносна вологість** показує, наскільки водяна пара при даній температурі далека чи близька до насичення.

Відносною вологістю повітря r називається відношення парціального тиску водяної пари, що міститься у повітрі при даній температурі до тиску $p_{\text{н}}$ насиченої пари при тій самій температурі:

$$r = \frac{p}{p_н} \quad 100\,\%, \qquad (2.1.87)$$

де ρ – фактична густина водяної пари при даних умовах (тобто абсолютна вологість повітря);

$\rho_н$ – густина насиченої водяної пари при тій самій температурі.

Відносна вологість виражається у відсотках. Абсолютну вологість можна визначити за точкою роси.

Точкою роси називається температура, при якій водяна пара, що знаходиться в повітрі, стає насиченою. Внаслідок цього починається процес конденсації водяної пари – випадає роса.

Кипіння починається при такій температурі, при якій тиск насичення пари в бульбашках повітря, що перебувають у середині рідини, стає рівним зовнішньому тиску на бульбашку:

$$p_{нп} = p_0 + \rho gh + p_{дод}, \qquad (2.1.88)$$

де $p_{н.п.}$ – тиск насиченої пари; p_0 – тиск на вільну поверхню рідини; ρgh – гідростатичний тиск стовпчика рідини висотою h; h – глибина, на якій перебуває бульбашка; g – прискорення вільного падіння; $p_{дод}$ – додатковий тиск, обумовлений викривленістю поверхні бульбашки.

Змінюючи p_0, можна змінювати температуру кипіння. При підвищенні тиску на вільну поверхню рідини температура кипіння зростає, при зниженні тиску – зменшується.

2.1.7. Поверхневі явища

2.1.7.1. Сили поверхневого натягу

Поверхневі властивості рідини обумовлені особливостями взаємодії молекул у поверхневому шарі. Товщина цього шару дорівнює декільком міжмолекулярним відстаням, тобто приблизно 10^{-9} м. Поверхневий шар рідини перебуває в особливому напруженому стані. Це обумовлено тим, що в поверхневому шарі рідини діють сили, що одержали назву сил поверхневого натягу.

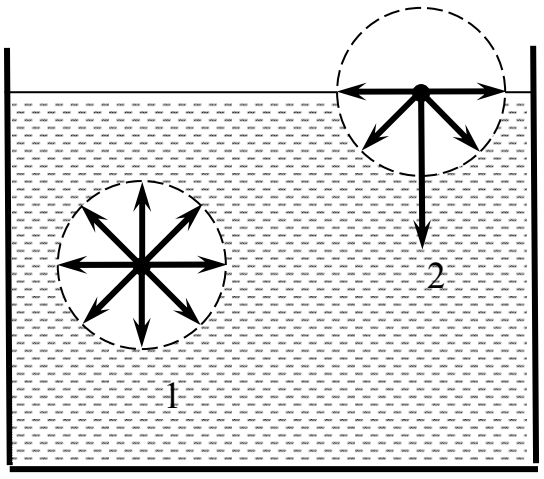


Рис. 2.1.21

Силами поверхневого натягу називаються сили, що діють у поверхневому шарі рідини і намагаються скоротити площу поверхневого шару. Сили поверхневого шару направлені по дотичній до поверхні рідини. Розглянемо механізм виникнення молекулярного тиску і сил поверхневого натягу. Для цього проаналізуємо поведінку двох молекул рідини, одна з яких знаходиться в середині рідини, а друга на поверхні рідини (рис. 2.1.21).

Молекула 1 з усіх боків рівномірно оточена іншими молекулами рідини, які притягують її з однаковими силами, внаслідок чого рівнодійна сил, з якими молекули рідини діють на молекулу 1 буде дорівнювати нулю: $F_1 = 0.$

Молекула 2 оточена молекулами рідини лише в нижній напівсфері. У верхній напівсфері вона оточена молекулами газу. Оскільки концентрація молекул газу дуже мала в порівнянні з концентрацією молекул у рідини і відстань між газовими молекулами незрівнянно більша, ніж між молекулами рідини, то силою притягання молекули 2 з боку молекул газу можна знехтувати. Таким чином, на молекулу 2 діють лише молекули рідини. Рівнодіюча сил, з якими молекули рідини діють на молекулу 2, буде направлена вглиб рідини перпендикулярно до поверхні рідини. Таким чином, на молекули поверхневого

шару з боку рідини діють сили, які намагаються перемістити молекули з поверхневого шару в об'єм рідини. Ці сили одержали назву **сил молекулярного (внутрішнього) тиску**. У результаті дії сил молекулярного тиску поверхневий шар рідини перебуває в напруженому стані. В ньому виникають сили поверхневого натягу. Дослід показав, що величина сил поверхневого натягу пропорційна довжині границі розділу середовищ:

$$F_{пов} = \sigma l, \qquad (2.1.89)$$

де l – довжина границі розділу середовищ; σ – коефіцієнт поверхневого натягу.

Коефіцієнт поверхневого натягу чисельно дорівнює силі поверхневого натягу, що діє на одиницю довжини границі розділу середовищ. Коефіцієнт поверхневого натягу залежить від хімічної природи рідини, температури. З підвищенням температури σ дещо зменшується. Коефіцієнт поверхневого натягу вимірюється в Н / м.

Можна дати ще одне визначення коефіцієнта поверхневого натягу. Перехід молекули з глибини рідини в поверхневий шар супроводжується роботою проти сил молекулярного притягання. Тому молекули поверхневого шару мають додаткову потенціальну енергію порівняно з молекулами, що знаходяться в об'ємі рідини. Намагаючись зменшити енергію, поверхня скорочується. Поверхневий шар рідини знаходиться в напруженому стані, схожому на розтягнуту плівку, яка прагне скоротитися. Коефіцієнт поверхневого натягу σ чисельно дорівнює відношенню зміни потенціальної енергії поверхневого шару ΔW_p до зміни площі поверхні поверхневого шару ΔS

$$\sigma = \frac{\Delta W_p}{\Delta S}. \qquad (2.1.90)$$

З формули (2.1.90) видно, що σ може вимірюватись також в Дж / м^2 (або в Н/м).

2.1.7.2. Явища на межі розділу рідини і твердого тіла

Досліди показують, що вільна поверхня рідини біля стінок посудини в основному викривлена і має вигляд, як показано на рис. 2.1.22.

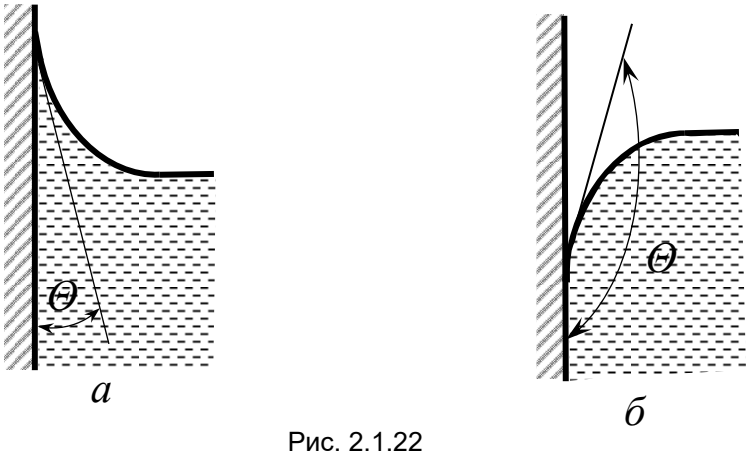


Рис. 2.1.22

Викривлену вільну поверхню рідини на межі з твердим тілом називають **меніском.** Для характеристики меніска вводять крайовий кут Θ між дотичною до поверхні рідини, що проведена через точку, в якій межують рідина, тверде тіло і газ, і поверхнею твердого тіла. Кут Θ відраховується через рідину. Якщо $\Theta < 90^\circ$ (рис. 2.1.22, а), то говорять, що рідина змочує тверде тіло. Рідина буде змочувати тверде тіло, якщо сили притягання між молекулами рідини і твердого тіла більші за сили притягання між молекулами самої рідини. Якщо $\Theta > 90^\circ$ (рис. 2.1.22, б), то говорять, що рідина не змочує тверде тіло.

Ефект змочування залежить від того, яке тверде тіло і з якою рідиною межує. Наприклад, вода змочує чисто вимите скло, а ртуть не змочує. Краплини цих рідин на поверхні скла будуть виглядати, як показано на рис. 2.1.23.

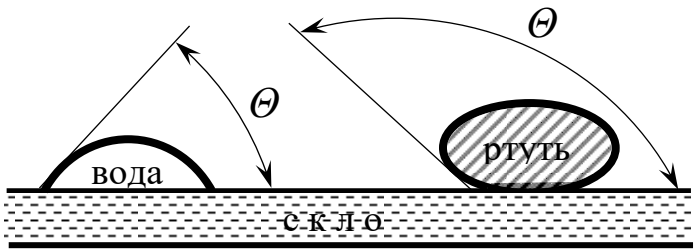


Рис. 2.1.23

2.1.7.3. Тиск під викривленою поверхнею рідини. Капілярні явища

Змочуюча рідина буде утворювати вгнутий меніск, а незмочуюча рідина – опуклий. Сили поверхневого натягу, що діють в поверхневому шарі рідини, намагаються скоротити площу поверхневого шару, тобто намагаються зробити цю поверхню плоскою.

Рівнодійна сил поверхневого натягу у випадку змочуючої рідини буде направлена вгору, у випадку незмочуючої рідини – вниз (рис. 2.1.24).

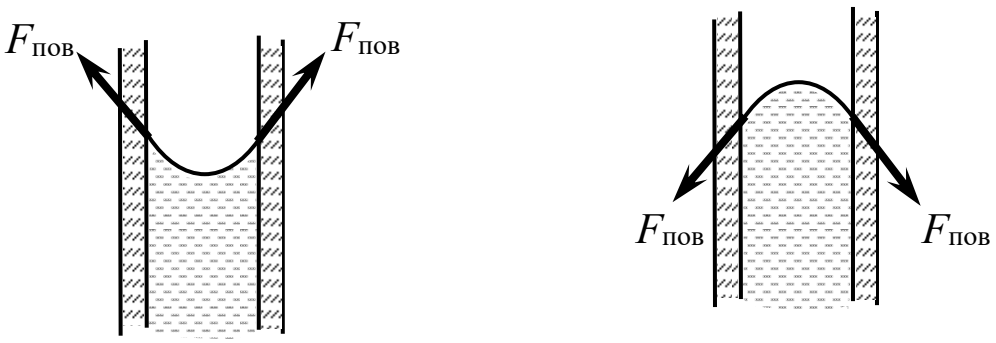


Рис. 2.1.24

Внаслідок цього будь-який викривлений поверхневий шар рідини буде чинити на рідину додатковий тиск у порівнянні з тиском, який зазнає рідина з плоским поверхневим шаром. У випадку опуклої поверхні цей додатковий тиск додатний, у випадку угнутої поверхні – від'ємний.

Додатковий тиск під викривленою поверхнею рідини визначається за формулою Лапласа:

$$\Delta p = \pm\sigma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right), \qquad (2.1.91)$$

де Δp – додатковий тиск; $R_1,\ R_2$ – радіуси кривизни поверхні рідини в двох взаємно перпендикулярних площинах.

У співвідношенні (2.1.91) знак «мінус» використовують для випуклої поверхні; знак «плюс» - для угнутої поверхні.

Для сферичної поверхні $R_1 = R_2 = R;$

$$\Delta p = \pm\frac{2\sigma}{R}.$$

Для циліндричної поверхні $R_1 = \infty;$

$$\Delta p = \pm\frac{\sigma}{R},$$

де R – радіус циліндричної поверхні.

2.1.7.4. Капіляри

Капілярами називають дуже вузькі циліндричні трубки з діаметром менше 1 мм. Розглянемо капілярну трубку, один кінець якої занурений у змочуючу рідину. Така рідина утворить у трубці вгнутий меніск. При круглому перерізі трубки меніск наближено буде являти собою частину сфери. Під вгнутою поверхнею рідини утвориться від'ємний додатковий тиск Δp:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}, \qquad (2.1.92)$$

де R – радіус поверхні рідини (рис. 2.1.24, а); σ – коефіцієнт поверхневого натягу.

Оскільки під плоскою поверхнею рідини додатково тиску немає, то рідина підніметься в трубці на таку висоту h, при якій тиск стовпчика рідини в трубці зрівноважить тиск Δp. Отже,

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho g h\,, \qquad (2.1.93)$$

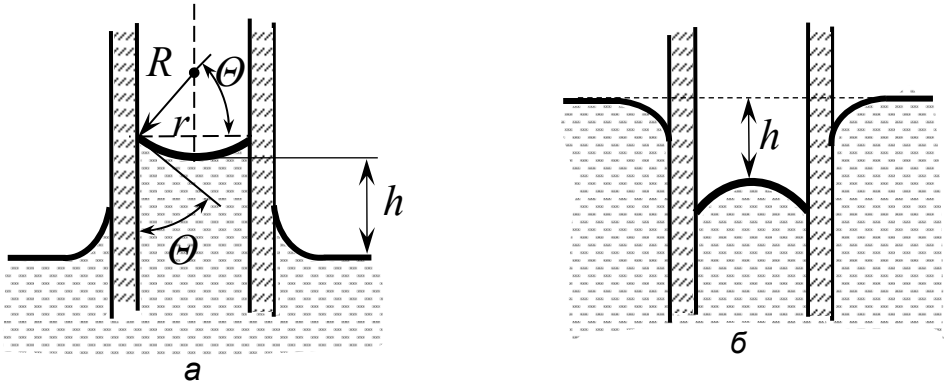


Рис. 2.1.25

де ρ – густина рідини; g – прискорення вільного падіння; h – висота стовпчика рідини в трубці.

З рис. 2.1.25,а видно, що

$$R = \frac{r}{\cos\Theta},$$

де Θ – крайовий кут; r – радіус трубки.

Підставивши значення R у вираз (2.1.93), отримаємо

$$\frac{2\sigma\cos\Theta}{r} = \rho g h\,.$$

Таким чином, висота підйому рідини в трубці дорівнює

$$h = \frac{2\cos\Theta\cdot\sigma}{r\rho\, g}\,. \qquad (2.1.94)$$

З формули (2.1.94) видно, що висота тим більша, чим менший радіус капіляра і чим менша густина рідини.

Якщо рідина (рис. 2.1.24) не змочує матеріал трубки, то меніск рідини в трубці буде випуклим (рис. 2.1.25, б). Додатковий тиск Δp буде додатним, внаслідок чого рівень рідини в трубці буде нижче рівня рідини в посудині. Висота опускання рідини при цьому задається виразом (2.1.94).

Явища капілярності відіграють важливу роль у природі і практиці. Проникнення рідини у грунт і в різні пористі матеріали відбувається за рахунок капілярності. За рахунок капілярності відбувається підйом живильного розчину по стеблині або стовбуру рослини. Розрихлюючи поверхню ґрунту і створюючи тим самим переривчастість у системи ґрунтових капілярів, можна затримати приплив води до зони випаровування і тим самим сповільнити осушення ґрунту.

2.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 2
„МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА”

РОБОТА 2 - 1.
ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ РІДИНИ МЕТОДОМ СТОКСА

Мета роботи:: І) вивчити механізм явища переносу – внутрішнє тертя;
2) визначити коефіцієнт внутрішнього тертя рідини за швидкістю рівномірного падіння кульки.

Прилади та обладнання: скляний циліндр, наповнений рідиною; металеві кульки; секундомір; мікрометр

При протіканні шарів рідини (або газу) з різними швидкостями між ними виникає тертя. Завдяки тепловому рухові молекули переходять з одного шару в інший і при цьому кожна молекула переносить разом із собою імпульс свого направленого руху ($m\vec{v}$). В результаті з двох суміжних шарів більш швидкий шар збагачується "повільними" молекулами, а більш повільний - "швидкими". Через це з боку шару, що рухається швидше на шар, що рухається повільніше, діє прискорююча сила, і навпаки, в боку шару, що рухається повільніше, на більш швидкий шар діє гальмуюча сила. Ці сили називають силами внутрішнього тертя, або силами в’язкості. Вони направлені по дотичній до поверхні шарів (рис 1).

Згідно із законом Ньютона сила внутрішнього тертя *F* , що діє в площині дотикання двох паралельних суміжних шарів рідини (або газу), пропорційна площі їх дотикання *S* і градієнтові швидкості $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta z}$:

$$F = \mp \eta \frac{\Delta \upsilon}{\Delta z} S \ , \qquad (1)$$

де $\Delta \upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1$, υ_1 і υ_2 - швидкості шарів; Δz - відстань між шарами; знаки $\mp$ у формулі (1) відповідають гальмуючій і прискорюючій силам. Коефіцієнт пропорційності η називається **коефіцієнтом** внутрішнього тертя, або **коефіцієнтом в’язкості**. Він чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, яка діє на одиницю площі дотикання шарів при градієнтові швидкості, що дорівнює одиниці.

Завдяки в'язкості тіло, що рухається в рідині, захоплює прилеглі до нього. шари і тому зазнає опору з боку рідини. Згідно із законом Стокса при невеликій швидкості руху тіла сила опору F пропорційна коефіцієнтові в'язкості η , швидкості тіла υ та його лінійним розмірам l :

$$F \sim \eta \upsilon l \ .$$

Для кульки з радіусом r

$$F = 6\pi \eta \upsilon r \qquad (2)$$

На кульку масою m і радіусом r, що рухається в рідині з швидкістю υ діють три сили: сила опору *F*, сила тяжіння *P* та архімедова сила F_A. Останні дві сили визначаються за формулами:

$$P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_1 \qquad (3)$$

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_2 \qquad (4)$$

де *g*- прискорення вільного падіння, ρ_1 - густина кульки, ρ_2 - густина рідини.

При вертикальному падінні кульки в рідині сила опору, як і архімедова сила, направлена вгору (рис.2). Оскільки *P* і F_A - сталі, а сила *F* зростає із збільшенням швидкості, то настане такий момент, коли буде досягнуто рівності $P=F_A+F$. Починаючи з цього моменту, рух кульки буде рівномірним. Підставляючи в останню рівність вирази (2) – (4), маємо:

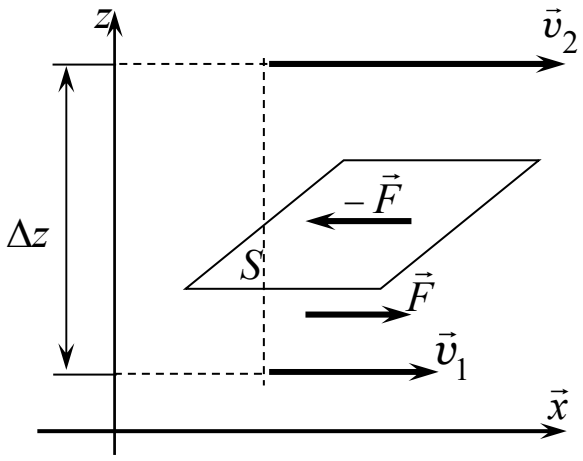


Рис. 1

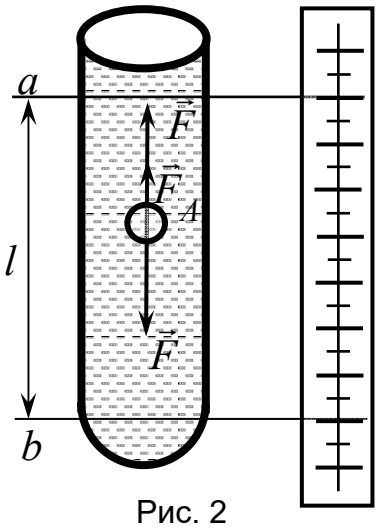


Рис. 2

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_2 + 6\pi\eta r\upsilon$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_2 + 6\pi\eta r\upsilon$$

Звідси знаходимо:

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{\rho_1 - \rho_2}{\upsilon} g r^2,$$

або

$$\eta = \frac{1}{18} \cdot \frac{gd^2 t}{l} (\rho_1 - \rho_2). \qquad (5)$$

де $d = 2r$, а $l = vt$ - шлях, який пройшла кулька за час t.

Порядок виконання роботи

1. Вимірюють відстань *l* між мітками "*a*" і "*b*" циліндричної посудини, що наповнена рідиною (гліцерин, касторове масло).

2. Мікрометром вимірюють діаметр *d* трьох кульок (приблизно однакових).

3. Кидають кульку в рідину таким чином, щоб вона рухалася вздовж центральної частини циліндра; вимірюють час падіння *t* між мітками "*a*" і "*b*".

4. Експериментальні дані *d, l, t* і табличні ρ_1 і ρ_2 заносять у таблицю.

5. Розраховують значення η за формулою (5) для кожного вимірювання, а потім знаходять (η).

6. Визначають відносні похибки і довірчі границі для одного з вимірювань за формулами:

$$\varepsilon_\eta = \varepsilon_t + \varepsilon_l + 2\varepsilon_d + \varepsilon_g + \varepsilon_{\rho_1 - \rho_2};$$

$$\varepsilon_{\rho_1 - \rho_2} = \frac{\Delta_{\rho_1} + \Delta_{\rho_2}}{\rho_1 - \rho_2}; \quad \Delta_\eta = \langle \eta \rangle \varepsilon_\eta$$

№ п/п	Табличні дані			Результати прямих вимірювань			Результати непрямих вимірювань
	ρ_1, кг/м^3	ρ_2, кг/м^3	*g*,м/с^2	*l* , м	*d* , м	*t* , с	η , Па с

Питання та вправи для самоконтролю

1. Поясніть механізм виникнення сил внутрішнього тертя.

2. Сформулюйте і запишіть закон внутрішнього тертя (закон Ньютона), дайте ілюструючий рисунок.

3. Що називається градієнтом швидкості? Який його зміст?

4. Що називається коефіцієнтом внутрішнього тертя? В яких одиницях він вимірюється? Який його фізичний зміст?

5. При яких умовах кулька рухається в рідині рівномірно?

6. Сформулюйте і запишіть закон Стокса.

РОБОТА 2 – 2

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА ГАЗУ МЕТОДОМ АДІАБАТИЧНОГО РОЗШИРЕННЯ (МЕТОД КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА)

Мета роботи: визначити коефіцієнт Пуассона повітря і порівняти результат експерименту з висновками молекулярно-кінетичної теорії газів.

Прилади та обладнання: закритий скляний балон з краном, манометр, насос.

Молярною теплоємністю *C* будь-якої речовини називають фізичну величину, що чисельно дорівнює кількості теплоти, яку треба надати одному молю цієї речовини для підвищення його температури на один кельвін.

Теплоємність газу суттєво залежить від умов, при яких надають теплоту. Так, якщо нагрівається газ при сталому об'ємі, то кількість теплоти витрачається на збільшення його внутрішньої енергії. Якщо ж газ нагрівати при сталому тискові, то він потребує ще додаткової кількості теплоти для виконання роботи при розширенні. Тому молярна теплоємність C_P при сталому тискові більше молярної теплоємності при сталому об'ємі C_V. Зв'язок між ними показує співвідношення Майєра:

$$C_P = C_V + R ,$$

де R - універсальна газова стала.

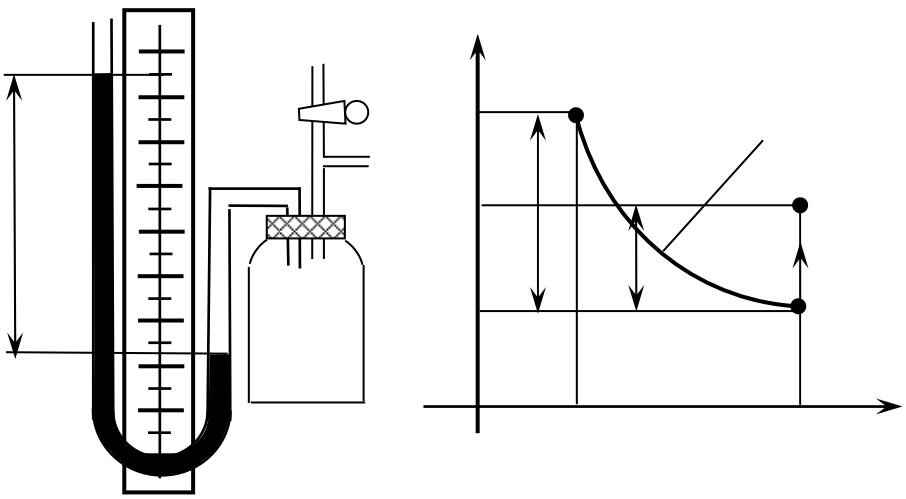
Безпосередні виміри C_p і C_V здійснити важко, оскільки теплоємність газу є малою часткою теплоємності посудини, що містить газ. Легше виміряти відношення величин

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V},$$

яке називають коефіцієнтом Пуассона. Виходячи з уявлень класичної молекулярно-кінетичної теорії, можна показати, що для ідеального газу

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} ,$$

де i - число ступенів свободи молекули.



Коефіцієнт Пуассона γ входить до рівняння Пуассона

$$pV^{\gamma} = const,$$

яке описує зв'язок між тиском *P* і об'ємом *V* ідеального газу при адіабатичному процесі.

Метод Клемана-Дезорма для визначення відношення теплоємностей газів $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ базується на використанні методу адіабатичного розширення. Адіабатичним називається процес, який відбувається без теплообміну системи з навколишнім середовищем. Адіабатичний процес можна здійснити або за допомогою теплової ізоляції системи, або при умові короткочасності процесу (за малий проміжок часу не встигає відбутись тепловий обмін з навколишнім середовищем).

У скляний балон *A* (рис.1) за допомогою насоса накачують повітря. При швидкому накачуванні температура останнього дещо підвищується, а тому потрібно зачекати 2-3 хв. для встановлення в балоні тієї ж самої температурі, що і в навколишньому середовищі. Цей стан газу будемо вважати початковим і характеризувати параметрами V_1, T_1, p_1.

На рис.2 даний стан зображено точкою 1. При цьому

$$p_1 = p_{атм} + h_1 ,$$

де

$p_{атм}$ - атмосферний тиск,

h_1 - надлишок тиску над атмосферним.

Далі відкривають кран *K* балона на дуже короткий проміжок часу і перекривають його у той момент, коли тиск всередині балона дорівнюватиме атмосферному. При цьому газ перейде в новий стан з параметрами V_2, T_2, $P_{атм}$ (на рис.2 даний стан зображено точкою 2).

Оскільки розширення повітря відбувається швидко, то можна вважати, що процес переходу газу із стану 1 у стан 2 адіабатичний. Тому для нього можна застосувати рівняння Пуассона.

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_{атм} V_2^{\gamma} ; \quad (p_{атм} + h_1)V_1^{\gamma} = p_{атм} V_2^{\gamma} . \qquad (1)$$

Підкреслимо, що $T_2 < T_1$ оскільки при адіабатичному розширенні газ охолоджується. Через 2-3 хв. газ нагріється до температури навколишнього повітря T_1. При нагріванні об'єм V_2 залишається без змін, а тиск підвищується до значення

$$p_2 = p_{атм} + h_2$$

де h_2 - надлишок тиску над атмосферним після адіабатичного розширення та ізохоричного нагрівання до температури T_1 .

Параметри нового стану 3 позначило через V_2 , P_2 , T_1 , (на рис.2 - точка 3). Істотно, що в станах 1 і 3 газ має однакову температуру, отже, стани 1 і 3 знаходяться на одній ізотермі. Тому до них можна застосувати закон Бойля-Маріотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 ; \quad (p_{атм} + h_1)V_1 = (p_{атм} + h_2)V_2 . \qquad (2)$$

Після ряду перетворень з рівнянь (1) і (2) отримаємо:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} .$$

Порядок виконання роботи.

1. Накачують у балон *A* nnn – nnn повітря, не виходячи за поділки шкали манометра.

2. Зачекавши 2-3 хв., доки температура в балоні не стане дорівнювати температурі навколишнього повітря, відраховують покази манометра h_1.

3. Відкривши на короткий час кран *K*, вирівнюють тиск всередині балона з атмосферним. Коли стовпчики рідини в манометрі зрівняються, кран закривають.

4. Чекають 2-3 хв., відраховують покази манометра h_2 .

5. Для кожного досліду розраховують γ за формулою (3). Повторюють дослід не менше 5 разів.

6. Результати вимірювань заносять у таблицю.

7. Визначають відносну похибку результатів вимірювань:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_{h_1} + \varepsilon_{h_1 - h_2} \text{ , } \varepsilon_{h_1 - h_2} = \frac{\Delta_{h_1} + \Delta_{h_2}}{h_1 - h_2}$$

де $\Delta_{h_1} = \Delta_{h_2} = 2C$, *c* - ціна поділки шкали манометра.

8. Розраховують довірчу границю похибок результатів вимірювань:

$$\Delta_\gamma = \langle \gamma \rangle \varepsilon_\gamma$$

9. Порівнюють одержаний результат з теоретичним значенням γ повітря.

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	h_1	h_2	γ

Питання і вправи для самоконтролю

1. Запишіть і сформулюйте основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.

2. Дайте визначення числа ступенів свобода тіла (системи, молекули) і виразіть молярні теплоємності ідеального газу через кількість ступенів свободи молекули.

3. Дайте визначення і отримайте вираз для внутрішньої енергії ідеального газу.

4. Запишіть і сформулюйте перший закон термодинаміки, застосуйте його до різних ізопроцесів у газах.

5. Запишіть співвідношення Майєра і поясніть фізичний зміст універсальної газової сталої.

6. Який процес називається адіабатичним? Як і чому змінюється температура газу при адіабатичній зміні його об'єму?

7. Запишіть рівняння Пуассона і поясніть зміст коефіцієнта Пуассона. Зобразіть графік адіабати.

РОБОТА 2 - 3

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ МЕТОДОМ ВІДРИВУ КРАПЕЛЬ

Мета роботи: 1) вивчити явище поверхневого натягу; 2) визначити коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

Прилади та обладнання: скляна бюретка з краном, склянки з рідинами.

Поверхневі властивості рідини обумовлені особливостями взаємодії молекул у поверхневому шарі. Товщина цього шару дорівнює декільком молекулярним відстаням, тобто приблизно 10^{-9}м.

Поки молекула знаходиться у глибині рідини, вона рівномірно оточена іншими молекулами, які в середньому притягують її у всі сторони з однаковими силами. Рівнодійна цих сил дорівнює нулю (рис.1, молекула 1). Рівнодійна ж сил притягання, які діють на молекули поверхневого шару, не дорівнює нулю (оскільки над поверхнею рідини знаходиться газ, густина якого в багато разів менша, ніж густина рідини) і направлена всередину рідини (див. рис.1, молекула 2). Перехід молекули з глибини рідини в поверхневий шар супроводжується роботою проти сил молекулярного притягання. Тому молекули поверхневого шару мають додаткову потенціальну енергію порівняно з молекулами в решті об'єму. Намагаючись зменшити енергію, поверхня скорочується. Поверхневий шар рідини знаходиться в напруженому стані, схожому на розтягнуту плівку, яка прагне скоротитися. У поверхневому шарі діють сили поверхневого натягу F , які направлені по дотичній до поверхні перпендикулярно до будь-якого елемента лінії-на поверхні рідини і які пропорційні довжині контуру l :

$$F = \sigma l \ , \qquad (1)$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу.

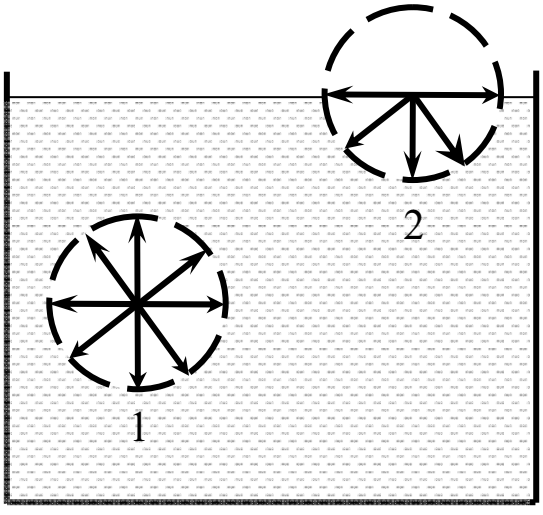


Рис. 1

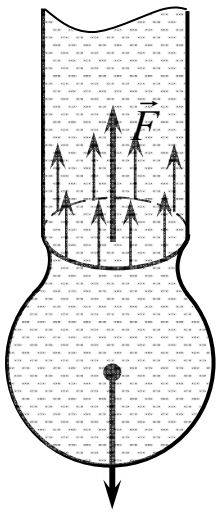


Рис. 2

З формули (1) випливає, що σ чисельно дорівнює силі поверхневого натягу, яка припадає на одиницю довжини лінії на поверхні рідини і вимірюється в Н/м .

В даній роботі використовується один із методів визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини - метод відриву крапель. Із скляної бюретки капає рідина. Поки крапля мала, вона не відривається. Її утримують сили поверхневого натягу. Краплина відривається в той момент, коли сила тяжіння краплі $m\vec{g}$ буде дорівнювати рівнодійній сил поверхневого натягу $\vec{F}$, що діють уздовж кола шийки краплі (див. рис. 2):

$$F = mg \qquad (2)$$

Сила поверхневого натягу визначається в виразу:

$$F = \sigma \pi d \ , \qquad (3)$$

де $l = \pi d$ - периметр шийки краплини в момент її відриву. Отже, в момент відриву краплини

$$mg = \sigma \pi d \ . \qquad (4)$$

Звідси знаходимо σ :

$$\rightarrow$$

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d} \qquad (5)$$

Коефіцієнт σ_2 досліджуваної рідини визначаємо, порівнюючи його з відомим σ_1 другої рідини.

Якщо визначений об'єм рідини V містить n_1 крапель однієї рідини (еталонної) і n_2 крапель другої (досліджуваної). При цьому сили тяжіння однієї краплі відповідно дорівнюють

$$m_1 g = \frac{\rho_1 V g}{n_1} \quad \text{і} \quad m_2 g = \frac{\rho_2 V g}{n_2} \qquad (6)$$

де ρ_1 , ρ_2 - густини відповідних рідин. Тому

$$\sigma_1 = \frac{m_1 g}{\pi d} = \frac{\rho_1 V g}{\pi d n_1} \quad \text{і} \quad \sigma_2 = \frac{m_2 g}{\pi d} = \frac{\rho_2 V g}{\pi d n_2} \qquad (7)$$

З формули (7) маємо:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{n_1}{n_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad (8)$$

Отже, якщо відомий коефіцієнт поверхневого натягу якоїсь конкретної рідини, то цим методом можна визначити коефіцієнт поверхневого натягу будь-якої іншої рідини.

Порядок виконання роботи

1. Наповнюють бюретку дистильованою водою.

2. Обережно відкривають кран, щоб краплі капали рівномірно. Відраховують n_1 - кількість крапель з об'єму 2 мл. Дослід повторюють декілька разів.

3. Те ж саме роблять з іншою рідиною. Відраховують n_2 - кількість крапель з такого ж самого об'єму (2 мл).

4. По таблицях знаходять ρ_1 , ρ_2 , σ_1 .

5. За робочою формулою /8/, використовуючи середні значення n_1 та n_2 розраховують (σ_2) .Дані заносять .у таблицю.

6. Визначають відносну похибку ε_{σ_2} і довірчу границю сумарних похибок Δ_{σ_2} за формулами

$$\varepsilon_{\sigma_2} = \varepsilon_{\sigma_1} + \varepsilon_{n_1} + \varepsilon_{n_2} + \varepsilon_{\rho_1} + \varepsilon_{\rho_2} \text{ , } \Delta_{\sigma_2} = \langle \sigma_2 \rangle \varepsilon_{\sigma_2}$$

Таблиця

№ п/п	Табличні величини			Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	ρ_1, кг/м^3	ρ_2, кг/м^3	σ_1, Н/м	n_1	n_2	σ_2, Н/м

Питання і вправи для самоконтролю

1. Вкажіть причини молекулярного тиску в рідинах.

2. Чим обумовлений поверхневий натяг?

3. Дайте визначення коефіцієнта поверхневого натягу. В яких одиницях він вимірюється?

4. Опишіть явища на границі рідини з твердим тілом. Що називається крайовим кутом змочування?

5. Запишіть формулу Лапласа і поясніть її.

6. Що таке капілярні явища? Наведіть доведення формули для висоти підняття рідини у капілярі.

7. Як використовують капілярні явища в процесах обробки ґрунту?

РОБОТА 2 – 4

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІНИ ЕНТРОПІЇ ПРИ НАГРІВАННІ І ПЛАВЛЕННІ ОЛОВА.

Мета роботи: визначити приріст ентропії олова при його нагріванні і плавленні.

Прилади та обладнання: тигель з оловом, електроплитка, термопара, градуйований графік термопари, мікровольтметр, секундомір, склянка з водою.

За визначенням, ентропія *S* - це функція стану системи, диференціал якої дорівнює елементарній приведеній теплоті:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \qquad (1)$$

де δQ - означає нескінченно малу кількість теплоти, яку отримала система при оборотному теплообміні з резервуаром, що має температуру *T*. Термодинамічна температура *T*, яка вимірюється в кельвінах, пов'язана з температурою *t* за шкалою Цельсія таким співвідношенням:

$$T=t+273{,}15 \qquad (2)$$

Для практичних цілей потрібно знати не саму величину ентропії *S* , а лише її зміну ΔS . Якщо ентропію в стані 1 позначити S_1, а в стані 2 - S_2, то зміна ентропії при оборотному переході системи із стану 1 до стану 2 дорівнює

$$\Delta S = S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} . \qquad (3)$$

При зміні температури від *T* до *T* + *dT* однорідне тіло одержує елементарну кількість теплоти

$$\delta Q = cmdT , \qquad (4)$$

де *c* - питома теплоємність, *m* - маса тіла.

При нагріванні тіла від температури T_1 до T_2 згідно з (3) і (4) зміна ентропії становить:

$$\Delta S = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1} . \qquad (5)$$

У випадку ізотермічного (*T* = *const*) переходу із стану 1 до стану 2 співвідношення (3) має вигляд

$$\Delta S = \frac{Q}{T} , \qquad (6)$$

де δQ - кількість теплоти, одержаної тілом у процесі 1 $\rightarrow$ 2.

У даній лабораторній роботі визначається зміна ентропії олова при його нагріванні і плавленні. Якщо спочатку температура олова дорівнює кімнатній, то при підведенні теплоти олово спочатку нагрівається до температури плавлення, а потім плавиться при постійній температурі.

Приріст ентропії ΔS при нагріванні олова від кімнатної температури $T_к$ до температури плавлення $T_{пл}$ (перший етап процесу нагрівання) одержують, покладаючи у виразі (5) $T_1=T_к$ і $T_2=T_{пл}$;

$$\Delta S_1 = cm \ln \frac{T_{пл}}{T_к} \quad . \tag{7}$$

Приріст ентропії ΔS_2 в результаті плавлення олова при температурі $T_{пл}$ (другий етап процесу) визначають з виразу (6), покладаючи $T_2=T_{пл}$ і $Q = \lambda m$, де λ - питома теплота плавлення:

$$\Delta S_2 = \frac{\lambda m}{T_{пл}} \quad . \tag{8}$$

Повна зміна ентропії дорівнює:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm \ln \frac{T_{пл}}{T_к} + \frac{\lambda m}{T_{пл}} . \tag{9}$$

Для обчислення ΔS потрібно знати параметри, що входять в (9), зокрема, необхідно виміряти температуру плавлення олова. Схему установки зображено на рис.1.

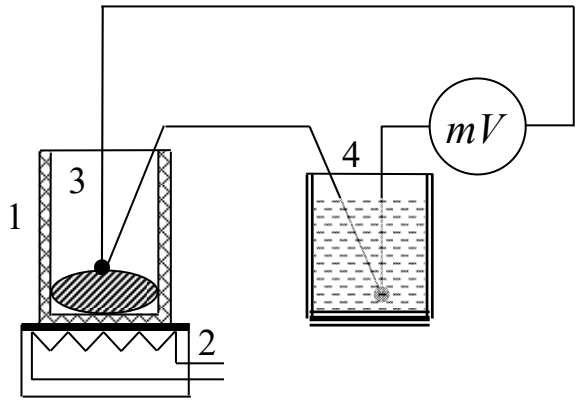


Рис. 1

Тигель (1) з оловом нагрівається на електроплитці (2). Для вимірювання температури олова використовують термопару. Один із спаїв (3) термопари занурений у тигель з оловом, другий (4) - у склянку з водою. При наявності різниці температур спаїв у колі термопари виникає термоелектрорушійна сила (т.е.р.с.), яку вимірюють мілівольтметром *mV*. Залежність т.е.р.с. від різниці температур спаїв близька до лінійної, її зображено на градуйованому графіку термопари. Графік додається до установки і використовується для визначення температури плавлення олова.

Порядок виконання роботи

1. Заносять у таблицю 1 значення табличних величин для олова:

$c = 230 \frac{Дж}{кг \cdot К}$; $\lambda = 5{,}86 \cdot 10^4 \frac{Дж}{кг}$; маса олова в досліді m = 0,100 кг.

2. За допомогою термометра визначають кімнатну температуру $t_к$ і розраховують температуру $T_к$ за формулою (2).

3. Вмикають електроплитку і стежать за показами вольтметра V. Починаючи з напруги $V \approx 4$мВ, записують в. таблицю 2 у графу "Нагрівання" покази мікровольтметра через кожну хвилину.

Спочатку значення V збільшуватимуться - підвищується температура твердого олова. Потім настане момент, коли покази вольтметра практично не змінюватимуться (V=*const*=$V_{пл}$) - процес плавлення олова відбувається при сталій температурі $T_{пл}$ = *const* . Після того, як все олово розплавиться, починається швидке зростання значень V (це нагрівається розплав). Вимірювання припиняють, записавши декілька даних для третьої ділянки кривої. Нагрівання в цілому продовжується приблизно 20 хв.

4. Вимикають електроплитку і, дочекавшись, коли покази вольтметра почнуть зменшуватись, записують їх в таблицю 2 у графу "Охолодження" з інтервалом в одну хвилину. Час відраховують від умовного нуля.

5. За даними таблиці 2 будують графік залежності показів вольтметра V від часу τ для нагрівання і охолодження.

6. По графіках визначають середнє значення $V_{пл}$, яке відповідає ділянкам кривих, паралельних осі абсцис τ .

7. Використовуючи градуйований графік, по значенню $V_{пл}$ знаходять температуру

$\Delta t = t_{пл} - t_в$.

Де $t_{пл}$ - температура гарячого спаю, що дорівнює температурі плавлення олова; $t_в$ - температура холодного спаю, що дорівнює температурі води у склянці. $t_в$ вимірюють термометром, а $t_{пл}$ - розраховують за формулою $t_{пл} = t_в + \Delta t$. $T_{пл}$ обчислюють за формулою (2). Усі дані заносять до таблиці 1.

1. За формулою (9) розраховують ΔS .

Таблиця 1.

№ п/п	Табличні величини			Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань					
	C, Дж/кгК	λ, Дж/кг	m, кг	$t_к$, C^0	$t_в$, C^0	$T_к$, К	$V_{пл}$, мВ	Δt, C^0	$t_{пл}$, C^0	$T_{пл}$, К	ΔS, Дж/К

Таблиця 2.

τ ,	Нагрівання	Охолодження

	V, мВ	*V*, мВ
0 1 2 …	4 … … …	

Питання і вправи для самоконтролю

1. Які процеси називають оборотними, необоротними? Наведіть приклади.
2. Що таке приведене теплота ?
3. Дайте визначення ентропії, укажіть одиницю її вимірювання.
4. Який фізичний зміст ентропії?
5. Сформулюйте принцип зростання ентропії.
6. Наведіть різні формулювання другого закону термодинаміки.
7. Дайте виведення робочої формули.

РОБОТА 2 – 5

ВИЗНАЧЕННЯ ВОЛОГОСТІ ПОВІТРЯ

Мета роботи: визначити абсолютну і відносну вологість повітря психрометром Августа.

Прилади та обладнання: психрометр Августа, таблиця тиску насиченої водяної пари при різних температурах.

Атмосферне повітря - це суміш різних газів і водяної пари. Кількість цих парів може змінюватись як за абсолютною величиною, так і за ступенем насиченості, що характеризується абсолютно та відносною вологістю.

Абсолютна вологість повітря - це маса водяної пари, що міститься в 1м^3 повітря при даних умовах. У системі СІ абсолютна вологість вимірюється в кг/м^3 Абсолютну вологість вимірюють ще парціальним тиском водяної пари *P* (пружність пари). Тиск, який чинила б водяна пара, якби всіх інших газів не було, називають парціальним тиском водяної пари, його виражають в одиницях тиску - паскалях - або в міліметрах ртутного стовпчика.

Відносною вологістю повітря *r* називають виражене у відсотках відношення парціального тиску *P* водяної пари, що міститься в повітрі при даній температурі (абсолютна вологість), до тиску P_1 насиченої водяної пари при тій самій температурі:

$$r = \frac{P}{P_1} \cdot 100\% \qquad (1)$$

Вологість повітря вимірюють спеціальними приладами. В даній роботі для визначення вологості використовується психрометр Августа. Цей прилад складається з двох однакових термометрів. Резервуар одного з них сухий і термометр показує

температуру повітря. Резервуар другого обгорнутий смужкою тканини /батист/, кінець якої знаходиться у воді. Вода випаровується, а термометр охолоджується. Чим менша відносна вологість, тим інтенсивніше випаровується вода і тим нижчу температуру показує термометр. Відліки по двох термометрах дадуть різницю температур, яка і буде характеризувати вологість повітря.

Метод психрометра

Розглянемо сталий режим випаровування, коли температура "мокрого" термометра теж стала. Приплив теплоти Q_1 ззовні дорівнює витраті теплоти Q_2. Кількість теплоти, отриманої за одиницю часу визначається виразом

$$Q_1 = \alpha\ (t - t_1) S_1$$

де t - температура сухого термометра, t_1 - температура "вологого" термометра, S_1 - площа поверхні балона "вологого" термометра, α - коефіцієнт пропорційності.

Маса m води, що випаровується за одиницю часу, визначається за формулою:

$$m = \frac{cS_2(P_1 - P)}{P_a},$$

де S_2 - площа поверхні, з якої йде випаровування, P_a - атмосферний тиск, P_1 - парціальний тиск насиченої водяної пари при температурі t_1 , P - парціальний тиск водяної пари, що міститься у повітрі, c - коефіцієнт пропорційності, який залежить від швидкості потоку повітря. Кількість теплоти Q_2 можна записати у вигляді

$$Q_2 = \frac{cLS_2(P_1 - P)}{P_a}$$

де

L - питома теплота випаровування води.

При $Q_1=Q_2$ і $S_1=S_2$ маємо:

$$\frac{cL(P_1 - P)}{P_a} = \alpha(t - t_1)$$

Звідси знаходимо абсолютну вологість

$$P = P_1 - A(t-t_1)\ P_a \qquad (2)$$

де $A = \alpha/cL$- постійна приладу.

Порядок виконання роботи

1. Змочують батист, яким обгорнута кулька термометра, занурюючи кінець його в чашку з водою.

2. Проводять відлік температури по "сухому" термометру t і "вологому" t_1.

3. По ртутному стовпчику барометра визначають атмосферний тиск, виражаючи його в мм. рт. ст.

4. Користуючись таблицею тиску насиченої водяної пари (є на лабораторному столі), знаходять тиск P_1 , що відповідає температурі вологого термометра t_1 , і за формулою (2) обчислюють абсолютну вологість повітря P , приймаючи $A = 7{,}9.10^{-4}$ К.

5. Користуючись цією ж самою таблицею, знаходять тиск насиченої пари , що відповідає температурі "сухого" термометра t .

6. За формулою (1) обчислюють відносну вологість.

7. Результати вимірювань заносять у таблицю

8. Визначають довірчі границі систематичних похибок прямих вимірювань і табличних даних. Обчислюють їх відносні похибки.

9. Визначають довірчі границі систематичних похибок непрямих вимірювань за формулами:

$$\Delta_P=\Delta_{P1}+A\cdot P_a(\Delta_t+\Delta_{t_1})+A(t-t_1)\cdot\Delta_{Pa};\quad \Delta_r=r\cdot(\varepsilon_P+\varepsilon_{P_1}).$$

10. Розраховують відносні похибки результатів вимірювань величин P і r.

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань				
	P_1 мм. рт. ст.	t, C^0	t_1, C^0	P_a, мм. рт. ст.	t-t_1, К	P, мм. рт. ст.	r, %

Питання та вправи для самоконтролю :

1. Що називається абсолютною і відносною вологістю?
2. Що таке точка роси? Які явища мають місце при температурах нижче точки роси?
3. Який пар називається насиченим, ненасиченим?
4. Виведіть формулу для абсолютної вологості.
5. Властивості реального газу Запишіть рівняння Ван-дер - Ваальса. Зобразіть теоретичні та експериментальні ізотерми реального газу.

2.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

МОДУЛЬ 2 „МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА"

Приклад 1. При нагріванні на 600 К тиск ідеального газу збільшився в три рази. Обчислити початкову температуру цього газу.

Розв'язання. Введемо позначення ΔT = 600 К – зміна температури газу, T_1 – початкове значення температури, $T_2 = T_1 + \Delta T$ – кінцеве значення температури газу, $n = p_2/p_1$ – зміна його тиску внаслідок нагрівання (тобто в скільки разів змінився тиск). За умовою задачі $n = 3$. Використаємо закон Шарля, записуючи його через введені позначення:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad n = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Розв'язуючи це рівняння, знаходимо початкову температуру:

$$T_1 = \frac{\Delta T}{n-1} = 300\text{K}.$$

Отже, початкова температура газу дорівнює 300 К.

Приклад 2. Яку початкову температуру мало повітря в циліндрі під поршнем, який вільно рухається без тертя, якщо в результаті нагрівання на 100 К його об'єм збільшився на 10% від початкового значення?

Розв'язання. Запишемо початкові й кінцеві параметри газу і значення його температури : початкові (вихідні) – V_1 і T_1, кінцеві (після нагрівання) – $V_2 = 1{,}1 \cdot V_1$;

$T_2 = T_1 + \Delta T$, де ΔT = 100 К.

Для ізобарного процесу можна записати наступні співвідношення:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{або} \quad \frac{1{,}1V_1}{V_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1};$$

$$0{,}1 = \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Отже, $T_1 = \Delta T/0{,}1$ = 1000К.

Приклад 3. При температурі + 27°С і тиску 267 кПа густина деякої сполуки вуглецю і водню 1,5 кг/м^3. Визначити, яка це сполука і написати її формулу.

Розв'язання. За законом Клапейрона-Менделєєва

$$PV = \frac{m}{M}RT \qquad (1)$$

знаходимо вираз для молярної маси M:

$$M = \frac{m}{V}\frac{RT}{P}, \qquad (2)$$

де m-маса; V-об'єм; P-тиск; T- абсолютна температура; R- універсальна газова стала; $\frac{m}{V} = \rho$ - густина речовини. Отже,

$$M = \rho\frac{RT}{P}. \qquad (3)$$

Запишемо в одиницях СІ числові значення величини, що входять у формулу (3): ρ = 1,5 кг/м^3; R = 8,32 кг/моль; T = 300 К; P = 2,67·10^5 Па.

Підставивши у формулу (3) ці величини, вирахуємо молярну масу M даної сполуки:

$$M = \rho\frac{RT}{P} = \frac{1{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{2{,}67 \cdot 10^5} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Молярна M маса і відносна молекулярна M_r маса зв'язані залежністю

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.} \qquad (4)$$

Отже,

$$M_r \cdot = 16.$$

Таким чином, відносна молекулярна маса $M_r = 16.$

$$M_r = xA_{r(c)}\, yA_{r\,(н)}, \qquad (5)$$

де $A_{r(c)}$ і $A_{r\ (н)}$ – відносні атомні маси вуглецю і водню; x і y – кількості атомів відповідно вуглецю і водню в сполуці.

$$A_{\mathrm{r}\,(c)} = 12;\ A_{\mathrm{r}\,(н)} = 1$$

$$16 = x \cdot 12 + y \cdot 1 \qquad (6)$$

Підбираємо цілочисельні значення *x* і y в рівнянні (6):

$$x = 1;\ y = 4;\quad 16 = 1 \cdot 12 + 4 \cdot 1;$$

$$1\ C + 4\ H.$$

Отже, формула даної сполуки CH_4 – це газ метан.

Приклад 4. Балон містить 80 г кисню та 320 г аргону. Тиск суміші дорівнює 1 МПа, а температура - 300 К. Вважаючи наведені гази ідеальними, визначити об'єм балона.

Розв'язання. За законом Дальтона тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків окремих газів, що входять до складу суміші. З рівняння Менделєєва–Клапейрона парціальні тиски p_1 кисню та p_2 аргону дорівнюють:

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V},$$

$$p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}.$$

Отже, за законом Дальтона тиск суміші газів дорівнює:

$$p = p_1 + p_2,$$

або

$$p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}.$$

Звідси отримуємо вираз для визначення об'єму балона

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}.$$

Проведемо розрахунки, враховуючи, що $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (кисень), та $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (аргон):

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{10^6}$$ м^3 =0,0262 м^3 = 26,2 л.

Приклад 5. Визначить найбільш імовірну швидкість молекул газу, густина якого при тиску p = 40 кПа становить ρ = 0,35 кг/м^3.

Розв'язання. Найбільш ймовірна швидкість молекул газу

$$V_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

де M – молярна маса газу.

З рівняння стану ідеального газу:

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

або

$$P = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}.$$

Звідси

$$\frac{RT}{M} = \frac{P}{\rho}.$$

Отже,

$$V_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{2\frac{p}{\rho}}.$$

Перевіримо розмірність лівої та правої частин формули:

$$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо числові значення величин з умови задачі:

$$V_i = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^4}{0,35}} = 478 \ \textit{м/с}.$$

Приклад 6. При якій температурі середня арифметична швидкість (за розподілом Максвелла) атомів неону становить половину першої космічної швидкості?

Розв'язання. Відомо, що перша космічна швидкість

$$V_1 = \sqrt{g \cdot R_3} \approx 7,9 \cdot 10^3 \frac{м}{с}. \qquad (1)$$

Середня арифметична швидкість

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{8 \cdot kT}{\pi \cdot m}}, \qquad (2)$$

де m – маса одного атома неону, що має $Z = 10,\ A = 20$; тобто $m = 20$ а.о.м $= 20 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг.

За умовою задачі:

$$\frac{V_1}{2} = \sqrt{\frac{8 \cdot kT}{\pi \cdot m}}\ . \qquad (3)$$

Тоді:

$$\frac{V_1^2}{4} = \frac{8 \cdot kT}{\pi \cdot m},$$

або

$$T = \frac{\pi \cdot m \cdot V_1^2}{32 \cdot k}\ . \qquad (4)$$

Підставивши числові значення у формулу (4), отримаємо:

$$T = \frac{3{,}14 \cdot 20 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot (7{,}9 \cdot 10^3)^2}{32 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}} = \frac{650{,}6 \cdot 10^{-20}}{44{,}2 \cdot 10^{-23}} = 1{,}47 \cdot 10^4\ \ K.$$

Тобто, температура, при якій виконується умова задачі дорівнює 14700 К або

$$T = 1{,}47 \cdot 10^4 \text{ К}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[T] = \frac{[m] \cdot [V^2]}{[k]} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\frac{\text{Дж}}{\text{К}}} = \frac{\text{Дж}}{\frac{\text{Дж}}{\text{К}}} = \text{К}.$$

Таким чином середня арифметична швидкість (за розподілом Максвелла) атомів неону становить половину першої космічної швидкості при температурі

$$T = 1{,}47 \cdot 10^4 \text{ К}.$$

Приклад 7. Яку роботу виконають 40 г водню при нагріванні їх при сталому тиску на 500 К?

Розв'язання. Спочатку перетворимо формулу для обчислення роботи газу $A = p\Delta V$ до вигляду:

$$A = pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M}RT_2 - \frac{m}{M}RT_1 = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

За цією формулою можна обчислити роботу водню при відповідному нагріванні:

$$A = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31 \cdot 500}{2 \cdot 10^{-3}} = 8{,}31 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

2.4. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №2

МОДУЛЬ 2 „МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА”

201. Визначити кількість речовини та число молекул газу масою 1 кг а) кисню, б) азоту, в) водяної пари.

202. Скільки атомів містить водяна пара: а) у кількості речовини 0,1 моль; б) у масі 0,1 кг?

203. Знайти молярну масу та масу однієї молекули кухонної солі, вуглекислого газу, кисню, азоту.

204. Гранично допустима концентрація молекул парів ртуті (Hg) в повітрі дорівнює $3\cdot10^{16}$м $^{-3}$, а отруйного газу хлору (Cl_2) – $8{,}5\cdot10^{18}$ м $^{-3}$. Визначити, при якій масі кожної з речовин в одному кубічному метрі повітря з’являється небезпека отруєння.

205. Сучасна техніка дає змогу створити вакуум до 10^{-12} Па. Скільки молекул газу залишається при такому вакуумі в об’ємі 1 м^3 при температурі 300К?

206. Визначити концентрацію молекул кисню, що знаходиться в посудині об'ємом 1 л. Кількість речовини кисню дорівнює 1 моль.

207. Як збільшиться середня кінетична енергія молекул газу при збільшенні його температури від 27 до 77^{0}С?

208. Визначити кількість речовини водню, що заповнює посудину об'ємом 2 л, якщо концентрація молекул газу в посудині $2\cdot10^{18}$ м $^{-3}$.

209. Налита у склянку вода масою 200 г повністю випарувалась за 25 діб. Скільки в середньому молекул води вилітало з її поверхні за 1 секунду?

210. У балоні об'ємом 3 л міститься азот масою 10 г. Визначити концентрацію молекул газу.

211. Балон об'ємом 10 л заповнений киснем при температурі 290 К. Коли частину газу використали, тиск у балоні понизився на 200 кПа. Визначити масу використаного азоту. Процес вважати ізотермічним.

212. Обчислити густину азоту, що знаходиться в балоні під тиском 2 МПа при температурі 400 К.

213. Кількість речовини (кисню) дорівнює 0,5 моль. Визначити внутрішню енергію цього об’єму кисню, а також середню кінетичну енергію молекули цього газу при температурі 300 К.

214. Визначити середню кінетичну енергію молекули двохатомного газу і концентрацію молекул при температурі 300 К і при тиску 0,5 МПа.

215. Як зміниться внутрішня енергія 100 г а) гелію та б) кисню при збільшенні температури на 50 ^{0}С?

216. При збільшенні об’єму одноатомного газу втричі його тиск зменшився вдвічі. Як при цьому змінилася внутрішня енергія?

217. Молярна внутрішня енергія деякого двохатомного газу дорівнює 6 кДж. Визначити середню кінетичну енергію обертального та поступального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.

218. Визначити середню квадратичну швидкість молекули газу, що знаходиться в посудині об'ємом 2 л під тиском 500 кПа. Маса газу 0.3 г.

219. Визначити середню квадратичну швидкість молекули водню при температурі а) 27^0С та б) 77^0С.

220. Визначити внутрішню енергію гелію в аеростаті об'ємом 100 м^3 при тиску 150 кПа.

221. При збільшенні об'єму двохатомного газу в п'ять разів його тиск зменшився втричі. Як при цьому змінилася внутрішня енергія?

222. Який тиск створює водяна пара, що займає об'єм 5 л, якщо його внутрішня енергія 500 Дж?

223. Знайти внутрішню енергію трьохатомного газу, що займає об'єм V, при температурі T, якщо концентрація його молекул n?

224. Знайдіть внутрішню енергію 20 моль одно - та двохатомного газів при температурі а) 27^0С та 127^0С.

225. Знайти співвідношення внутрішніх енергій однакових мас водяної пари та кисню при однаковій температурі.

226. Знайти зміну внутрішньої енергії одноатомного газу під час ізобарного охолодження, ізохорного охолодження та ізотермічного розширення?

227. Визначити температури газу, якщо його тиск 100 кПа і концентрація молекул дорівнює 10^{25}м$^{-3}$.

228. В балоні місткістю 50 л, міститься газ при температурі 27^0С. При витіканні газу тиск зменшився на 10 кПа. Знайти кількість молекул, що вийшла з балона, якщо температура залишилася незмінною?

229. При якій температурі середня квадратична швидкість молекул кисню та азоту дорівнює 1000 м/с?

230. При якій температурі перебував газ у закритій посудині, якщо в результаті нагрівання його на 250 К тиск збільшився в два рази?

231. Налита у склянку вода масою 200 г повністю випарувалась за 25 діб. Скільки в середньому молекул води вилітало з її поверхні за 1 с?

232. Кількість речовини (азоту) дорівнює 5 моль. Визначити внутрішню енергію цього об'єму азоту, а також середню кінетичну енергію молекули цього газу при температурі 400 К.

233. Визначити сумарну кінетичну енергію поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в посудині об'ємом 3 л під тиском 540 кПа. Чому дорівнює внутрішня енергія цієї маси газу?

234. Кількість речовини (гелію) 1,5 моль, температура 120 К. Визначити сумарну кінетичну енергію поступального руху всіх молекул цього газу. Чому дорівнює внутрішня енергія цієї маси газу?

235. Молярна внутрішня енергія деякого двохатомного газу дорівнює 6 кДж. Визначити середню кінетичну енергію обертального та поступального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.

236. При якій температурі середня кінетична енергія поступального руху молекул газу дорівнюватиме $6{,}2\cdot10^{-23}$ Дж?

237. Визначити середню квадратичну швидкість молекули водню при температурі 7^0С.

238. При якій температурі середня квадратична швидкість молекул азоту дорівнює 900 м/с?

239. Визначити середню кінетичну енергію однієї молекули водяної пари при температурі 400 К.

240. При якій температурі середня енергія молекул одноатомного газу буде вдвічі більшою, ніж при температурі: а) 127^0С? б) - 23^0С.

241. У скільки разів середня квадратична швидкість молекул кисню менша, ніж середня квадратична швидкість молекул водню при одній і тій же температурі?

242. У скільки разів середня квадратична швидкість молекул повітря в літній день при температурі 27^0С більша , ніж у зимовий день при температурі – 27^0С?

243. Вирахувати число молекул в 1 кг газу, середня квадратична швидкість яких при температурі T дорівнює V_0.

244. Визначити середню квадратичну швидкість молекули газу, що знаходиться в посудині об'ємом 2 л під тиском 500 кПа. Маса газу 0.3 г.

245. Водень знаходиться при температурі 300 К. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули та сумарну кінетичну енергію всіх молекул цього газу. Чому дорівнює внутрішня енергія цієї кількості газу? Кількість речовини водню -1 моль.

246. При якій температурі середня кінетична енергія поступального руху молекули: а) одноатомного, б) двохатомного, в) багатоатомного ідеального газу дорівнює $5\cdot10^{-21}$ Дж?

247. Визначити температури газу, якщо тиск 100 кПа і концентрація молекул 10^{25}м$^{-3}$.

248. Один балон об'ємом 10 л містить кисень під тиском I,5 МПа, інший балон об'ємом 22 л містить азот під тиском 0,6 МПа. Коли балони з'єднали між собою, обидва гази змішалися, утворивши однорідну суміш (без зміни температури). Знайти парціальні тиски обох газів у суміші і повний тиск суміші.

249. У балоні об'ємом 22,4 л знаходиться водень за нормальних умов. Після того, як у балон було додатково введена деяка кількість гелію, тиск у балоні підвищився до 0,25 МПа, а температура не змінилася. Визначити масу гелію, що введена у балон.

250. Яку роботу виконують 320 г кисню під час ізобарного нагрівання на 10 К?

251. В скільки разів кількість теплоти, яка витрачається на нагрівання газу при сталому тиску, більша, ніж робота, що її виконує газ під час розширення? Питома теплоємність газу при сталому тиску c_p, молярна маса M.

252. Визначити показник адіабати ідеального газу, що при температурі 380 К та тиску 0.4 МПа займає об'єм 300 л та має теплоємність при постійному об’ємі 857 Дж /Кмоль. Чому дорівнює внутрішня енергія цього газу?

253. Об'єм кисню, що має масу 32 г, розширюється при постійній температурі 300 К втричі. Визначити роботу, виконану газом, та теплоту, отриману газом. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії газу?

254. У посудині об'ємом 6 л знаходиться за нормальних умов двохатомний газ. Визначити молярні (мольні) теплоємності при постійних об’ємі та тиску цього газу. Чому дорівнює внутрішня енергія цього газу?

255. При адіабатичному (адіабатному) розширенні 320 г кисню його температура зменшилася на 50 К. Знайти роботу, виконану газом. Зобразити залежність тиску від об’єму для цього процесу та показати на графіку, чому дорівнюватиме виконана робота.

256. При адіабатному (адіабатичному) стисненні тиск повітря було збільшено від 50 кПа до 0,5 МПа. Після цього при незмінному об'ємі температура повітря була знижена до початкової. Визначити тиск газу в кінці процесу.

257. Кисень масою 200 г займає об'єм 100 л і знаходиться під тиском 200 кПа. При нагріванні газ розширився при постійному тиску до об'єму 300 л, а після цього його тиск підвищився до 500 кПа при незмінному об’ємі. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, виконану ним роботу, та теплоту, що отримав газ. Побудувати графік цього процесу.

258. Водень масою 20 г при температурі 300 К розширився адіабатно, збільшивши об'єм втричі. Після цього при ізотермічному стисненні об’єм газу зменшився вдвічі. Визначити повну роботу, виконану газом та кінцеву температуру газу.

259. Кисень масою 320 г був ізобарно нагрітий від температури 200 К до температури 400 К. Визначити роботу, виконану газом, отриману ним кількість теплоти та зміну внутрішньої енергії газу.

260. Водень масою 200 г, що мав температуру 300 К, був адіабатно стиснутий. При цьому була виконана робота 25 кДж. Визначити кінцеву температуру газу.

261. Азот масою 280 г ізотермічно розширився при тиску 10^5 Па. Початкова температура дорівнює 300 К. Визначити роботу, що виконує газ при цьому розширенні, та об’єм, до якого розширився газ, якщо на це розширення витрачено 5 кДж тепла.

262. Нагрівач ідеальної теплової машини, що працює за циклом Карно, має температуру 227^0С. Визначити температуру холодильника, якщо 75% тепла, отриманого від нагрівача, газ віддає холодильнику.

263. Знайти роботу ізотермічного стиснення газу, що працює за циклом Карно, коефіцієнт корисної дії якого дорівнює 0,5, якщо робота ізотермічного розширення дорівнює 10 кДж.

264. У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії циклу Карно при підвищенні температури нагрівача від 400 К до 600 К? Температура холодильника 300 К.

265. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно. Температура нагрівача дорівнює 500 К, температура холодильника 250 К. Визначити коефіцієнт корисної дії циклу, а також роботу газу при ізотермічному розширенні, якщо при ізотермічному стисненні виконана робота 10 кДж.

266. Газ, що здійснює цикл Карно, одержує від нагрівача кількість теплоти 30 кДж. Визначити роботу газу в циклі, якщо температура нагрівача втричі вища за температуру холодильника.

267. Температура нагрівника ідеальної теплової машини 127^0C, а холодильника 23^0C. Кількість теплоти, що отримує машина від нагрівника дорівнює 50 Дж за кожну секунду. Знайти к. к. д. теплової машини, кількість теплоти, що забирає холодильник за 1 секунду, та потужність машини.

268. В ідеальній тепловій машині за рахунок одного кілоджоуля енергії, що її дає нагрівник, виконується робота 400 Дж. Визначити к. к. д. теплової машини і температуру нагрівника, якщо температура холодильника 273 К.

269. Визначити масу води, що піднялася по капілярній трубці діаметром а) 0,25 мм та б) 0,5 мм.

270. Яка енергія виділиться (і чому?) при злитті двох крапель ртуті діаметром 0,5 мм і l,0 мм в одну краплю? Коефіцієнт поверхневого натягу ртуті 500 мН/м.

271. Ртутний барометр має діаметр трубки 2,5 мм. Яку поправку в покази барометра треба внести, якщо врахувати капілярне опускання ртуті?

272. У капілярній трубці радіусом якої 0,4 мм, рідина піднялася на висоту 15 мм. Визначити густину цієї рідини, якщо її коефіцієнт поверхневого натягу становить 20 мН / м.

273. Наскільки тиск повітря всередині мильної бульбашки більше нормального атмосферного тиску, якщо її діаметр 5 мм? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води 40 мН/м.

274. В двох капілярних трубках різного діаметра, що занурені у воду, встановилася різниця рівнів 20 мм. Коли ці самі трубки занурили в спирт, то різниця рівнів становила 10 мм. Знаючи коефіцієнт поверхневого натягу води, визначити коефіцієнт поверхневого натягу спирту.

275. Яку роботу треба виконати при надуванні мильної бульбашки, щоб збільшити її об'єм від 0,4 $см^3$ до 0,8 $см^3$? Вважати процес ізотермічним. Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води 40 мН/м.

276. Поясніть з обґрунтуванням зміну висоти капілярного підняття води в ґрунті при підвищенні температури.

277. Знайти додатковий тиск всередині мильної бульбашки діаметром 5 см. Яку роботу треба виконати щоб видути цю бульбашку? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води 40 мН/м.

278. На яку висоту піднімається а) чиста вода б) мильна вода між паралельними пластинками, розташованими на відстані 0,15 мм одна від одної?

279. Гліцерин піднявся по капілярній трубці з діаметром каналу l мм на висоту 20 мм. Визначити поверхневий натяг гліцерину. Вважати змочування повним. Густина гліцерину дорівнює $1,26 \cdot 10^3$ кг/ $м^3$.

МОДУЛЬ 3. «ЕЛЕКТРИКА»

3.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ

3.1.1. Електричне поле. Електростатика

Електростатика – розділ фізики, в якому вивчають властивості та взаємодію нерухомих електричних зарядів та електричних полів, які створені ними.

3.1.1.1. Електричні заряди та їх взаємодія

Існують два типи електризації тіл: позитивна і негативна. Носієм негативного заряду є елементарна частинка – електрон. Заряд електрона e = -1,6·10 $^{-19}$ Кл, його маса m_e = 9,1·10 $^{-31}$ кг. Носієм позитивного заряду є елементарна частинка – протон, яка має заряд, рівний заряду електрону, але протилежний йому за знаком q_p = + 1,6·10^{-19} Кл. Маса протона m_p ≈ 1830 m_e. Протони входять до складу атомних ядер.

Між частинками, що складають ядро, діють колосальні за величиною сили. Тому, щоб звільнити протон з ядра необхідна дуже велика енергія. Електрони в атомі рухаються по орбітах навколо ядра і пов'язані з ядром незрівнянно меншими силами, ніж частинки в ядрі. Тому електризація тіл, як правило, пов'язана зі зміною у тілі кількості електронів. Отже заряд будь-якого тіла змінюється не неперервно, а дискретно, стрибком на величину q_p = ± 1,6·10^{-19} Кл. Електрично-нейтральне тіло має однакову кількість зарядів обох знаків. Негативна електризація тіла обумовлена надлишком у тілі електронів, позитивна електризація – недостачею в тілі електронів.

На основі дослідних даних був сформульований **закон збереження заряду:** алгебраїчна сума зарядів ізольованої системи є величина стала (тобто в ізольованій системі позитивні та негативні заряди виникають та зникають парами):

$$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n = const. \qquad (3.1.1)$$

Дослід показав, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні притягуються.

Точковим електричним зарядом називається заряджене тіло, формою і розмірами якого в умовах даної конкретної задачі можна знехтувати, тобто його розміри значно менші за відстані до інших тіл, з якими це заряджене тіло взаємодіє. Поняття точкового заряду, як і матеріальної точки, є фізичною абстракцією.

Сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів діють вздовж лінії, що проходить через ці заряди, тобто є центральною. Рис. 3.1.1 демонструє електростатичну взаємодію між однойменними (відштовхування) та різнойменними (притягання) нерухомими точковими зарядами. Сили взаємодії підпорядковані третьому закону Ньютона: для

векторів сил взаємодії можна записати $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$; для величини сили взаємодії між зарядами $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$.

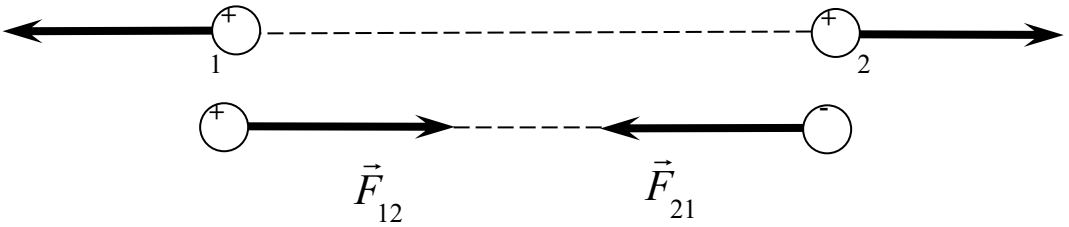


Рис. 3.1.1

Кулон сформулював **закон взаємодії нерухомих точкових зарядів:** два нерухомі точкові електричні заряди, розташовані у вакуумі, взаємодіють один з одним з силою, що прямо пропорційна величинам цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon_0 r^2}, \qquad (3.1.2)$$

де q_1, q_2 – величини зарядів; r – відстань між ними; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ \frac{\Ф}{\text{м}}$ – електрична стала, що відноситься до фундаментальних фізичних сталих.

Якщо нерухомі електричні заряди перебувають в однорідному матеріальному середовищі, тобто у середовищі, фізичні властивості якого не залежать від напряму, то кулонівська сила описується виразом:

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \qquad (3.1.3)$$

де ε – відносна діелектрична проникність середовища (часто її називають просто діелектричною проникністю середовища), в якому перебувають заряди**. Відносна діелектрична проникність** показує у скільки разів сила взаємодії зарядів у вакуумі $F_{вак}$ більша за силу взаємодії цих зарядів у середовищі $F_{сер}$:

$$\varepsilon = \frac{F_{вак}}{F_{сер}}, \qquad (3.1.3')$$

Для вакууму ε=1 (для повітря ε дуже близька до одиниці). Для інших середовищ ε>1, наприклад, для ебоніту ε=2,6-3, для кварцу ε=4,5, для слюди ε=7, для води ε=81, а для сегнетоелектриків, наприклад, сегнетової солі, ε> 10^4. Добуток $\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon$

називають абсолютною діелектричною проникністю середовища.

Одиниця заряду у СІ є похідною одиницею. У СІ величина заряду вимірюється у кулонах (Кл). За 1 Кл прийнята величина такого заряду, який переноситься через будь-який поперечний переріз провідника за час t, або заряд, що переноситься через такий поперечний переріз за 1 с при силі струму у провіднику в 1 А. Таким чином 1 Кл = 1 А·с. 1 Ампер (одиниця сили струму) є однією з семи основних одиниць СІ (див. Додаток). Одиниця вимірювання сили струму 1 Ампер вводиться через взаємодію паралельних провідників зі струмами і буде розглянута нижче.

3.1.1.2. Напруженість електростатичного поля

Електричним полем називається особливий вид матерії, що виникає навколо електричних зарядів і за допомогою якого електричні заряди взаємодіють між собою. Електричне поле матеріальне. Воно існує незалежно від нашої свідомості, оточує кожний заряд і протирається до нескінченності. Про його матеріальність свідчить те, що воно діє на електричні заряди і поширюється у просторі з певною швидкістю.

Силовою характеристикою електричного поля є вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$, який є його силовою характеристикою. **Напруженістю** електричного поля називається фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню сили, що діє на точковий **позитивний** пробний заряд до величини цього пробного заряду $q_{пр}$.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}}, \qquad (3.1.5)$$

де $\vec{F}$ – сила, з якою поле діє на пробний заряд $q_{пр}$. Такий точковий пробний заряд не повинен спотворювати поле, що досліджується (не повинен викликати перерозподілу зарядів, що створюють досліджуване поле).

Напруженість електричного поля $\vec{E}$ – величина векторна. За напрямок вектора напруженості електричного поля прийнятий напрямок сили, з якою поле діє на позитивний заряд. В системі СІ напруженість електричного поля має розмірність $[E] = \frac{[F]}{[q]} = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$. Одиниця вимірювання напруженості $1\,\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1} = 1\frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1\frac{\text{В}}{\text{м}}$.

Електростатичним полем називається поле, створене нерухомими електричними зарядами. Графічно електричне поле зображається за допомогою силових ліній або ліній напруженості електричного поля.

Силовими лініями електричного поля називаються уявні лінії, дотична до яких у кожній точці збігається з напрямком вектора напруженості електричного поля (рис. 3.1.2). Силові лінії електростатичного поля мають такі властивості:

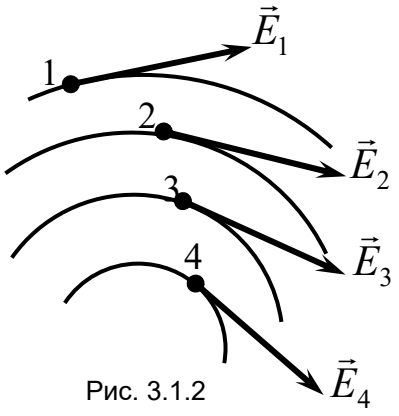


Рис. 3.1.2

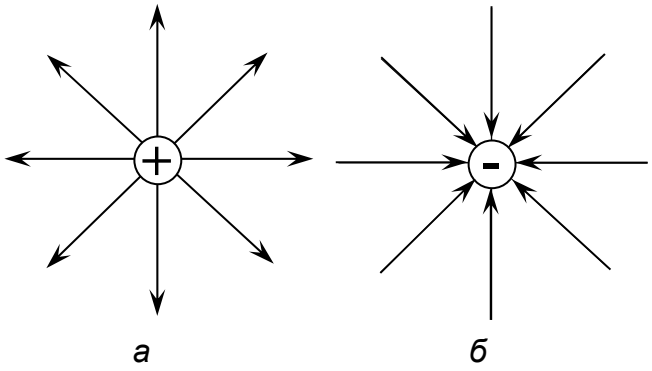
- силові лінії електростатичного поля незамкнені, вони починаються на позитивних зарядах або в нескінченності і закінчуються на негативних зарядах або в нескінченності;

- силові лінії електростатичного поля ніколи не перетинаються;

- силові лінії проводять густіше там, де більша напруженість електростатичного поля.

Для того, щоб за допомогою силових ліній зобразити не лише напрямок, а і величину напруженості електростатичного поля, прийнято при зображенні поля проводити силові лінії так, щоб кількість силових ліній, що проходить через одиницю поверхні, перпендикулярної до силових ліній, дорівнювала величині вектора $\vec{E}$ в даній точці поля.

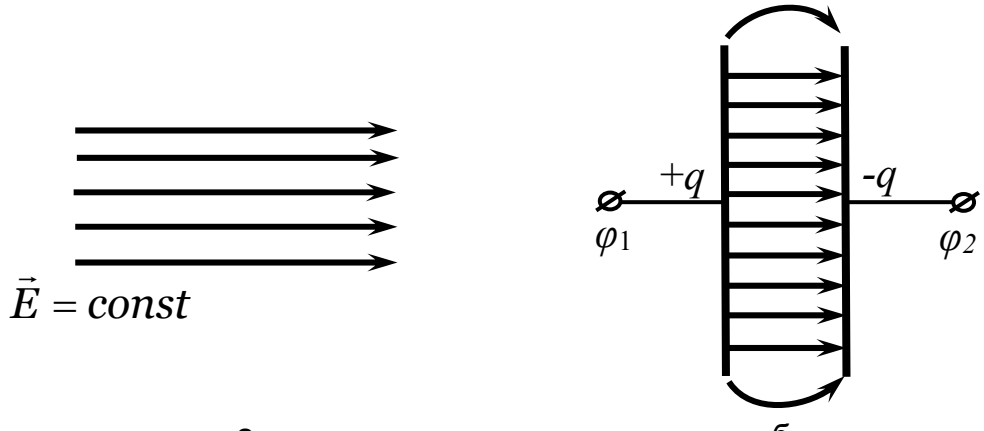
На рис. 3.1.3 наведено картину силових ліній позитивного (а) та негативного (б), віддалених від інших точкових зарядів. Силові лінії направлені від заряду, якщо $q\rangle 0$ до нього, якщо $q\langle 0$. Іншими словами вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах.



а *б*

Рис. 3.1.3

Однорідним електростатичним полем називається таке поле, у всіх точках якого вектор напруженості має однакову величину і напрямок? тобто E≠f(x). Графічно однорідне електричне поле зображається системою прямих силових ліній, що розміщені на однакових відстанях одна від одної (рис. 3.1.4, а). Прикладом однорідного електричного поля може бути поле всередині плоского конденсатора (рис. 3.1.4, б). Поблизу кінців пластин конденсатора спостерігається відхилення від однорідності (краєві ефекти).



а *б*

Рис. 3.1.4

Величина напруженості електростатичного поля, створеного точковим зарядом) у даному матеріальному середовищі (для вакууму ε=1) , визначається за формулою, яка випливає із закону Кулона:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \qquad (3.1.6)$$

де q – заряд, що створює електростатичне поле; r – відстань від заряду до точки, в якій визначається напруженість електростатичного поля.

З цієї формули випливає, що на однакових відстанях від точкового заряду величина напруженості електричного поля, створеного цим зарядом має однакове чисельне значення.

Принцип суперпозиції полів. Електричні нерухомі заряди створюють навколо себе електричні поля. Ці поля окремих зарядів не залежать одне від іншого. Таким чином, напруженість результуючого електричного поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених кожним зарядом окремо.

Нехай заряди q_1, q_2, $q_3 \ldots q_n$ створюють електричне поле. Напруженість результуючого поля дорівнюватиме:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1} \vec{E}_i \ , \qquad (3.1.7)$$

де $\vec{E}_i$ - напруженість поля у даній точці, що створюється окремим зарядом q_i.

Простим прикладом накладання електричних полів двох зарядів є поле електричного диполя – системи двох рівних по абсолютній величині та протилежних за знаком електричних зарядів.

Суперпозиція полів зарядів q та - q приводить до спотворення картини силових ліній результуючого поля в порівнянні із силовими лініями кожного із зарядів окремо. Це видно із порівняння рис. 3.1.3 та 3.1.5.

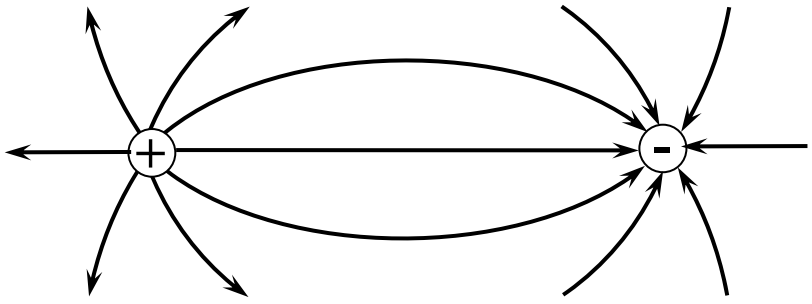


Рис. 3.1.5

3.1.1.3. Потенціал електростатичного поля

Енергетичною (скалярною) характеристикою електричного поля є його потенціал. **Потенціалом** в даній точці електричного поля називається фізична величина, що

чисельно дорівнює відношенню потенціальної енергії, що має одиничний позитивний пробний заряд $q_{пр}$, до величини цього пробного заряду.

$$\varphi = \frac{W_n}{q_{пр}}, \qquad (3.1.8)$$

де φ – потенціал; W_n – потенціальна енергія заряду $q_{пр}$ у точці, в якій визначається потенціал. Отже, потенціал – це енергія, яку має в даній точці поля одиничний позитивний заряд; він величина скалярна та алгебраїчна. Позитивні заряди створюють поля з позитивними потенціалами, а негативні – з негативними. Величина потенціальної енергії W_n може бути визначена лише з точністю до довільної сталої, обумовленої вибором нульового рівня потенціальної енергії. Тому потенціал теж може бути визначений лише з точністю до довільної сталої, обумовленої вибором точки з нульовим потенціалом. Нульовий потенціал може бути вибраний довільно. Наприклад, у фізиці за точку з нульовим потенціалом приймають точку, що перебуває на нескінченності від зарядженого тіла, а в електротехніці – точку, що лежить на поверхні Землі.

Різниця потенціалів двох точок 1 та 2 електростатичного поля – це фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню роботи, яка виконується силами кулонівської (електростатичної) взаємодії, при переміщенні одиничного позитивного заряду між цими точками поля до величини цього заряду:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}, \qquad (3.1.9)$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів; A_{12} – робота, яка виконується при переміщенні заряду q_0 з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2.

Величину, що дорівнює різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$, називають електричною напругою (спадом напруги) між точками 1 і 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{кул.}}{q} = U_{12}. \qquad (3.1.10)$$

Розмірність потенціалу (різниці потенціалів, напруги) дорівнює $[\varphi] = \frac{[A]}{[q]} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$. В системі СІ різниця потенціалів вимірюється в вольтах. За 1 В прийнято різницю потенціалів між такими двома точками поля, при переміщенні між якими заряду в 1 Кл виконується робота в 1 Дж ($1\,\text{В} = 1\,\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$).

Потенціал поля, створеного точковим зарядом q в ізотропному матеріальному середовищі (для вакууму потрібно покласти ε=1), визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r}, \qquad (3.1.11)$$

де r – відстань від заряду q до точки, в якій визначається потенціал.

Робота сил поля з переміщення заряду q із точки поля з потенціалом φ_1 у точку з потенціалом φ_2 визначається наступним виразом:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (3.1.12)$$

Робота з переміщення заряду в електростатичному полі не залежить від форми і довжини траєкторії, по якій рухається заряд, а залежить тільки від початкової та кінцевої координат заряду в полі. Робота переміщення заряду в електростатичному полі по замкненій траєкторії дорівнює нулю. Отже, електростатичне поле є **потенціальним,** а його силові лінії не можуть бути замкнені.

З визначення елементарної роботи як скалярного добутку сили на елементарне переміщення знаходимо, що

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = q\vec{E}d\vec{r}\,. \qquad (3.1.13)$$

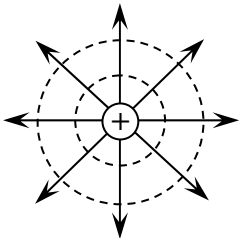


Рис. 3.1.6

Еквіпотенціальною поверхнею називається поверхня, у всіх точках якої потенціал за величиною і знаком має однакове значення. Зазвичай, провідник у стані рівноваги є еквіпотенціальним тілом незалежно від того є в ньому надлишкові заряди чи ні. Еквіпотенціальні поверхні поля точкового заряду мають вигляд концентричних сферичних поверхонь, а лінії напруженості при цьому – радіальні прямі. Отже, силові лінії у кожній точці поля перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь (рис. 3.1.6).

Електричні заряди створюють навколо себе електричні поля незалежно один від одного. При накладанні електростатичних полів потенціал результуючого поля дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, що створені кожним зарядом окремо. Нехай заряди q_1, q_2, $q_3 \ldots q_n$ створюють електричне поле. Потенціал результуючого поля дорівнюватиме:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots \varphi_n = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \qquad (3.1.14)$$

Оскільки потенціал φ скалярна величина, то розрахунок електростатичних полів з допомогою φ більш простий і легкий.

3.1.1.4. Зв'язок напруженості та потенціалу електростатичного поля. Градієнт потенціалу

Розглянемо довільне електростатичне поле і проведемо в ньому дві нескінченно близькі еквіпотенціальні поверхні (рис. 3.1.7). Їх потенціали позначимо φ та $\varphi + d\varphi$ $(d\varphi > 0)$. В деякій точці 1 еквіпотенціальної поверхні проведемо нормаль $\vec{n}$ до поверхні у бік зростання потенціалу. Точку перетину нормалі з еквіпотенціальною поверхнею $\varphi + d\varphi$ позначимо цифрою 2. Відстань між точками 1 і 2 позначимо dx. Вектор напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ перпендикулярний до еквіпотенціальних поверхонь, тобто вектор $\vec{E}$ направлений вздовж нормалі. Оскільки розглянуті еквіпотенціальні поверхні близькі одна до одної, то можна вважати, що на відстані dx напруженість електростатичного поля залишається незмінною. Тоді елементарна робота переміщення заряду q з точки 1 в точку 2 буде дорівнювати (враховуючи визначення напруженості):

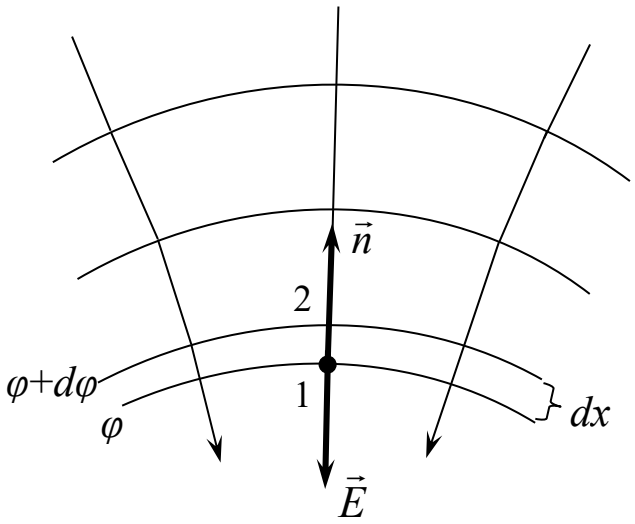


Рис. 3.1.7

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{x} = Eqdx\,. \qquad (3.1.15)$$

З іншого боку ця елементарна робота може бути записана через різницю потенціалів цих двох точок електричного поля:

$$dA = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)\,, \qquad (3.1.16)$$

або

$$dA = q(\varphi - (\varphi + d\varphi)) = -q \cdot d\varphi\,. \qquad (3.1.17)$$

Порівнюючи (3.1.15) і (3.1.17), знаходимо,що $Edx = -d\varphi$. Звідки отримаємо вираз, який зв'язує напруженість електростатичного поля та градієнт потенціалу

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}\,. \qquad (3.1.18)$$

Знак мінус у формулі (3.1.18) вказує на те, що напруженість $\vec{E}$ направлена у бік, протилежний напрямку нормалі $\vec{n}$. Дійсно, нормаль $\vec{n}$ проведена в напрямку зростання

потенціалу, напруженість $\vec{E}$ за визначенням направлена в той самий бік, що і сила, діюча на позитивний заряд, тобто в бік зменшення потенціалу. З формули (3.1.18) випливає: **напруженість поля** чисельно дорівнює зміні потенціалу на одиницю довжини, що відраховується у напрямку, перпендикулярному до еквіпотенціальної поверхні, і направлена у бік зменшення потенціалу. Величина $\frac{d\varphi}{dx}$ характеризує зміну потенціалу на одиницю довжини при переміщенні, перпендикулярному до еквіпотенціальної поверхні, і називається **градієнтом потенціалу φ.**

Взагалі у векторному аналізі поняття градієнта спів ставляє скалярному полю $\varphi(x,y,z)$ векторне поле градієнта φ (qradφ , $\frac{d\varphi}{dx}$), напрям якого співпадає з ростом φ.

Отже, г**радієнт скаляра –** векторна величина. Величина цього вектора дорівнює зміні φ при переміщенні на одиницю довжини у напрямку найбільшого зростання. Якщо записати у самому загальному випадку градієнт у векторній формі, то зв'язок між напруженістю і потенціалом електростатичного поля буде мати вигляд:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k} \right), \qquad (3.1.19)$$

або

$$\vec{E} = -qrad\,\varphi. \qquad (3.1.20)$$

Отже, напруженість електростатичного поля дорівнює градієнту потенціалу зі зворотним знаком. Знак мінус у співвідношеннях (3.1.19) та (3.1.20) свідчить про те, що qradφ у випадку позитивного заряду направленій від нього, а у випадку негативного – до нього. Якщо $\vec{E} = -qrad\,\varphi$ в усіх точках поля, то векторне поле називається потенціальним або безвихровим.

Для часткових випадків:

1) у випадку неоднорідного електростатичного поля, що змінюється вздовж якогось одного напрямку (вздовж осі x):

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}; \qquad (3.1.21)$$

2) у випадку однорідного поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d};$$

3) у випадку поля, що має центральну або осьову (радіальну) симетрію:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

3.1.1.5. Провідники та діелектрики в електростатичному полі

З точки зору класичної електронної теорії структуру провідника представляють так: у вузлах кристалічної гратки (решітки) знаходяться іони. Валентні електрони не зв'язані (слабко зв'язані) зі своїми атомами і подібно до молекул газу здійснюють неперервний хаотичний рух між вузлами кристалічної гратки. Ці електрони одержали назви вільних електронів. Вони створюють так званий електронний газ. Позитивний заряд вузлів кристалічної гратки врівноважується від'ємним зарядом електронного газу. Отже, при відсутності зовнішнього електричного поля електричні заряди рівномірно розподілені по всьому об'єму провідника.

Якщо помістити незаряджений провідник у зовнішнє електростатичне поле напруженістю $E_{зов}$, то під дією цього поля вільні електрони почнуть направлений рух у напрямку, протилежному напрямку зовнішнього електричного поля. У результаті на одному кінці провідника виникне надлишок вільних електронів, а на другому – нестача. Поверхні провідника зарядяться. Заряди, що з'являються на поверхні провідника, який внесений в електричне поле, називаються індукованими. Індуковані заряди створять у середині провідника своє електричне поле напруженістю $E_{інд}$. Поле індукованих зарядів буде направлене проти зовнішнього електричного поля. Направлений рух вільних електронів всередині провідника буде продовжуватись доти, поки поле індукованих зарядів не зрівноважить зовнішнє електричне поле. Коли ці поля взаємно компенсуються, напруженість електричного поля всередині провідника буде дорівнювати нулю. Отже, у всіх точках як на поверхні, так і всередині провідника потенціал однаковий. Таким чином: 1) на зарядженому провіднику заряди розміщені на його зовнішній поверхні (однойменні заряди відштовхуються); 2) напруженість всередині зарядженого провідника дорівнює нулю; 3) у всіх точках на поверхні і в середині провідника потенціал має однакову величину, тобто поверхня зарядженого провідника є еквіпотенціальною; 4) вектор напруженості електростатичного поля завжди перпендикулярний до поверхні провідника.

Діелектрики в електростатичному полі. Діелектрики – тверді, рідкі та газоподібні речовини, основною властивістю яких є здатність до поляризації, тобто до виникнення електричного дипольного моменту в будь-якому елементі їх об'єму під дією зовнішніх факторів (електричні, механічні та температурні поля тощо). З точки зору класичної електронної теорії діелектрики відрізняються від провідників тим, що не мають вільних електронів. Валентні електрони в атомах діелектриків міцно зв'язані зі своїми атомами. Молекули діелектриків можна поділити на два типи: полярні і неполярні. Полярну молекулу можна розглядати як електричний диполь. Електричним диполем називається система двох однакових за величиною і протилежних за знаком зарядів, які перебувають на деякій незначній відстані один від одного. За відсутності зовнішнього електричного поля полярні молекули за рахунок їх теплового руху розміщені хаотично, тому їхні електричні дипольні моменти направлені в усіх можливих напрямках і середня напруженість електростатичного поля всередині діелектрика дорівнює нулю.

Якщо такий діелектрик помістити в зовнішнє електричне поле напруженістю $E_{зов}$, то під дією цього поля електричні диполі почнуть набувати переважну орієнтацію, оскільки на

заряди, що утворюють диполь будуть діяти однакові за величиною і протилежні за напрямком сили, що викличуть поворот диполя.

У результаті зміни орієнтації дипольних молекул зовнішні поверхні діелектрика, що примикають до джерела електричного поля, зарядяться. Заряди, що виникають на поверхні діелектрика, який внесений в електричне поле, називаються зв'язаними. Зв'язані заряди створять всередині діелектрика своє внутрішнє електричне поле напруженістю $E_{зв}$, яке буде направлене проти зовнішнього електричного поля. Напруженість результуючого поля буде дорівнювати векторній сумі напруженостей полів:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{зв.} .$$

Величина напруженості цього результуючого поля визначається різницею

$$E = E_0 - E_{зв} .$$

Звідси видно, що напруженість поля в діелектрику менша за напруженість поля у вакуумі. Ступінь послаблення електричного поля діелектриком характеризує відносна діелектрична проникність.

Відносна діелектрична проникність показує у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі більша за напруженість поля у діелектрику.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} .$$

Для повного опису електричного стану діелектрика крім параметрів E та ε потрібно знати ще одну фізичну величину – вектор електричного зміщення або вектор електричної індукції $\vec{D}$ (Кл/м^2).

Для ізотропного середовища

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} , \qquad (3.1.22)$$

де $\vec{P}$ - вектор поляризації (електричний дипольний момент одиниці об'єму речовини).

Якщо величина напруженості зовнішнього електричного поля напруженістю $\vec{E}$ менша напруженості внутрішнього кристалічного поля ($E_{кр}$= 10^{10} В/м) речовини, то зв'язок між векторами $\vec{P}$ та $\vec{E}$ лінійний

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E},$$

де χ - діелектрична сприйнятливість (поляризованість) діелектрика.

Отже, співвідношення (3.1.22) можна переписати у вигляді

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}.$$

Співставивши останню формулу з співвідношенням (3.1.22), отримаємо взаємозв'язок між відносною діелектричною проникністю речовини ε та її діелектричною сприйнятливістю χ у наступному вигляді:

$$\varepsilon = 1 + \chi.$$

3.1.1.6. Електроємність провідника. Конденсатори

Відокремленим (віддаленим) або усамітненим називають тіло, яке знаходиться на нескінченній відстані від інших тіл так, що його електричний заряд не впливає на заряди інших тіл. На дослідах встановлено, що потенціал φ відокремленого провідника прямо пропорційний величині електричного заряду q провідника: $\varphi \sim q$. **Електроємністю** провідника називається відношення електричного заряду провідника до його потенціалу:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \qquad (3.1.23)$$

Величина електроємності чисельно дорівнює величині електричного заряду, який треба надати тілу, щоб його потенціал змінився на 1 *В*. Електроємність вимірюється в системі СІ в фарадах (Ф). Одиниця вимірювання 1 фарад, що дорівнює $1\Phi = 1\frac{\text{Кл}}{\text{В}}$.

Електроємність *С* провідника не залежить від матеріалу, із якого він виготовлений, а залежить тільки від його розмірів та геометричної форми, а також від діелектричної проникності оточуючого середовища. Для сферичного провідника радіусом R, що перебуває у середовищі з діелектричною проникністю ε та віддаленого від інших тіл, електроємність згідно (1.3.23) визначається виразом:

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \qquad (3.1.24)$$

Це дає можливість оцінити електроємність Землі. Електроємність Землі як кулі, якщо її вважати провідником радіусом 6400 км, буде $C = 7{,}11 \cdot 10^{-4}\,\Phi$. Таке невелике значення електроємності Землі пояснюється тим, що одиниця вимірювання електроємності 1 Ф є дуже великою одиницею.

Конденсатор складається з двох провідників (обкладок), які несуть однакові за модулем різнойменні заряди і розділені шаром діелектрика. Форма і розміщення обкладок конденсатора така, що електричне поле зосереджено у вузькому зазорі між його обкладками.

Електроємність конденсатора визначається таким чином:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \qquad (3.1.25)$$

або

$$C = \frac{q}{U}. \qquad (3.1.26)$$

Заряд конденсатора q – це модуль заряду однієї з обкладок, φ_1 та φ_2 – потенціали різних обкладок конденсатора.

Конденсатори поділяють за формою обкладок (плоскі, циліндричні, сферичні), типом діелектрика (повітряні, керамічні, слюдяні та ін.). Плоский конденсатор складається з двох металевих пластин, кожна із яких має площу S, розділених шаром діелектрика з проникністю ε і товщиною d. Його електроємність дорівнює:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (3.1.27)$$

Конденсатор в електротехнічних схемах позначається так, як показано на рис. 3.1.8. Величина напруженості електростатичного поля між обкладками плоского конденсатора задається виразом:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}. \qquad (3.1.28)$$

Важливою характеристикою конденсатора є гранична напруга (різниця потенціалів), перевищення якої може привести до електричного пробою діелектрика і виводу конденсатора із строю.

3.1.1.7. З'єднання конденсаторів

Конденсатори з'єднують у батареї, використовуючи послідовне і паралельне їх сполучення. На рис. 3.1.9 та 3.1.10 показано послідовне та паралельне з'єднання двох конденсаторів відповідно.

При **послідовному** з'єднанні заряди на всіх обкладках кожного з конденсаторів однакові по модулю, а різниця потенціалів на затискачах батареї дорівнює сумі різниць потенціалів на кожному з конденсаторів:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{N} \Delta\varphi_i \text{, де } \Delta\varphi_i = \frac{Q}{C_i}.$$

Для батареї послідовно з'єднаних конденсаторів можна записати:

$$\Delta\varphi = \frac{Q}{C} = Q \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}.$$

Звідси визначимо електроємність C такої батареї, що складається з n конденсаторів із ємностями $C_1, C_2, C_3, \ldots C_n$:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}; \qquad (3.1.29)$$

або

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+.....+\frac{1}{C_n}. \qquad (3.1.30)$$

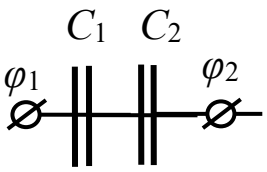


Рис. 3.1.9

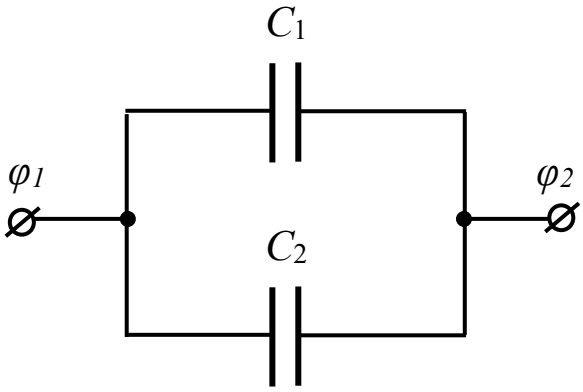


Рис. 3.1.10

При **паралельному** з'єднанні різниця потенціалів на всіх конденсаторах однакова $\Delta\varphi=\Delta\varphi_i$ (всі обкладки з зарядом „+" підключені до однієї клеми джерела енергії, всі обкладки з зарядом „-" підключені до іншої клеми). Величина зарядів на кожному з конденсаторів при паралельному з'єднанні буде визначатись формулою:

$$Q_i=C_i\cdot\Delta\varphi=C_i\Delta\varphi.$$

Електричний заряд батареї паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі зарядів Q_i кожного із конденсаторів

$$Q=Q_1+Q_2+....+Q_n=\sum_{i=1}^{N}Q_i.$$

З останніх двох виразів отримаємо формулу для визначення електроємності батареї конденсаторів, що з'єднані паралельно:

$$C=\frac{Q}{\Delta\varphi}=\frac{\sum_{i=1}^{N}Q_i}{\Delta\varphi}=\frac{\sum_{i=1}^{N}C_i\cdot\Delta\varphi}{\Delta\varphi}=\sum_{i=1}^{N}C_i.$$

Таким чином, електроємність батареї паралельно з'єднаних конденсаторів C_1, C_2, C_3, ,….C_n визначається за формулою:

$$C=\sum_{i=1}^{N}C_i, \qquad (3.1.31)$$

або

$$C=C_1+C_2+....+C_n. \qquad (3.1.32)$$

1.3.1.8. Енергія зарядженого провідника, конденсатора, електростатичного поля

Енергія зарядженого провідника W дорівнює роботі A, яку треба виконати, щоб зарядити цей провідник. Енергія зарядженого конденсатора дорівнює роботі, яку необхідно виконати проти сил електричного поля, щоб зарядити конденсатор. Визначимо величину виконаної роботи та енергію зарядженого провідника. Нехай маємо відокремлений провідник ємністю C, який має заряд q і потенціал φ. Для збільшення заряду провідника на нескінченно малу величину dq треба взяти цей заряд з точки, де потенціал дорівнює нулю і перенести на цей провідник. При цьому буде виконана елементарна робота:

$$dA = (\varphi - 0)dq = \varphi dq. \qquad (3.1.33)$$

Щоб зарядити провідник від нульового потенціалу до потенціалу φ, треба виконати роботу

$$A = \int_0^{\varphi} dA. \qquad (3.1.34)$$

Оскільки

$$q = C\varphi,$$

то

$$dq = Cd\varphi.$$

Враховуючи це, одержимо:

$$A = \int_0^{\varphi} dA = \int_0^{\varphi} \varphi dq = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} = W. \qquad (3.1.35)$$

Враховуючи зв'язок між ємністю, потенціалом та зарядом провідника, одержуємо формули для визначення енергії зарядженого провідника у різних записах:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}. \qquad (3.1.36)$$

Для визначення енергії зарядженого конденсатора замість потенціалу φ треба взяти різницю потенціалів, тобто напругу $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ на обкладках. Отже вирази для енергії зарядженого конденсатора представляються у вигляді:

$$W = \frac{QU}{2};\ W = \frac{CU^2}{2};\ W = \frac{Q^2}{2C}. \qquad (3.1.37)$$

Енергія електростатичного поля. Об'ємна густина енергії. Розвиток теорії та експерименту показав, що джерелом енергії є **електричне поле**, а не електричні заряди. Енергія електричного поля розподілена по всьому об'єму простору, де є електричне поле.

Експериментально доведено, що енергія зарядженого провідника і конденсатора зосереджена в електростатичному полі, створеному цими тілами. В плоскому конденсаторі електричне поле однорідне, тому можна виразити його енергію через напруженість електростатичного поля. В плоскому конденсаторі електроємність та напруженість поля дорівнюють:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \qquad (3.1.38)$$

та

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \qquad (3.1.39)$$

Враховуючи формули (3.1.38) та (3.1.39), енергію електричного поля можна представити у вигляді:

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \qquad (3.1.40)$$

де V – об'єм простору між пластинами конденсатора.

Енергія поля в одиниці об'єму називається об'ємною густиною енергії ω:

$$\omega = \frac{W}{V}, \qquad (3.1.41)$$

або враховуючи співвідношення (3.1.40), отримаємо вираз для об'ємної густини енергії: $\omega = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}$. (3.1.42)

Розмірність об'ємної густини енергії $[\omega] = \text{Дж/м}^3$.

3.1.2. Електричний струм

3.1.2.1. Постійний електричний струм. Сила та густина струму

Електричним струмом називається направлений (впорядкований) рух вільних електричних зарядів.

У різних середовищах струм створюється різними зарядами:

- струм у металах та розплавах металів являє собою направлений рух вільних (валентних) електронів (електронна електропровідність);
- струм у електролітах – це направлений рух іонів обох знаків, що утворюються в електролітах внаслідок електролітичної дисоціації молекул речовини (іонна провідність);

- струм у вакуумі – направлений рух електронів, що вириваються з поверхні металу внаслідок явища термоелектронної емісії;
- струм у газах – направлений рух електронів та іонів обох знаків, що утворюються в результаті іонізації молекул газу.

Детальніше розглянемо проходження **струму в металах.**

Сила струму, густина струму. За **напрямок електричного струму** умовно прийнято напрямок руху позитивних зарядів, хоча в металах рухаються вільні електрони в прямо протилежному напрямку.

Силою струму називається фізична величина, що чисельно дорівнює заряду (dq), який проходить будь-який через поперечний переріз провідника за малий проміжок часу (dt).

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (3.1.43)$$

Постійним називається електричний струм, величина і напрям якого залишаються незмінними. Для постійного електричного струму

$$I = \frac{q}{t} = const, \qquad (3.1.44)$$

де q – електричний заряд, що протікає через будь-який через поперечний переріз провідника за час t.

Одиниця сили струму 1 ампер (1А= 1Кл/с) – є однією з семи основних одиниць в системі СІ. За 1 ампер прийнята сила такого струму, при проходженні якого по двох нескінченно довгих тонких провідниках, що знаходяться у вакуумі на відстані 1 м один від одного, між провідниками виникає сила взаємодії $2 \cdot 10^{-7}$ Н на кожний метр довжини провідника (див. визначення основних одиниць СІ в Додатку). Визначення 1 А буде детальніше розглянуто при висвітленні питання взаємодії провідників зі струмами.

Більш детально (за напрямом) електричний струм можна охарактеризувати за допомогою вектора густини струму j, величина якого змінюється при зміні площі поперечного перерізу провідника.

Густина струму дорівнює заряду, який переноситься в одиницю часу через одиницю поверхні, що перпендикулярна до напряму руху носіїв заряду $dS_{\perp}$. Напрям вектора j збігається з напрямом руху позитивних електричних зарядів

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}.$$

Якщо напрям руху носіїв заряду перпендикулярних площині площадки, то густина струму визначається, як відношення сили струму до поперечного перерізу провідника:

$$j = \frac{I}{S}, \qquad (3.1.45)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

У межах класичної електронної теорії електрони провідності за відсутності зовнішнього електричного поля в металах і напівпровідниках ведуть себе як молекули одноатомного ідеального газу, тобто рухаються хаотично. Теплові швидкості вільних електронів мають різноманітні напрямки, отже, тепловий рух електронів не може привести до виникнення струму.

За наявності зовнішнього електричного поля, крім теплового руху електронів провідності, виникає їх упорядкований рух, тобто виникає електричний струм (більш детально див. розділ 3.1.2.6).

3.1.2.2. Електрорушійна сила (е .р. с.) джерела струму

Для того, щоб на ділянці кола тривалий час протікав електричний струм, необхідно існування 1) вільних заряджених частинок і 2) наявність зовнішніх сил неелектричного походження (джерел електричної енергії), які б викликали направлений рух заряджених частинок всередині цього джерела проти сил електростатичного походження. Це сили неелектричного походження. Сили неелектричного походження, які викликають направлений рух заряджених частинок, називаються **сторонніми силами.**

Джерелом струму називається пристрій, в якому за рахунок роботи, яку виконують сторонні сили, створюється і підтримується різниця потенціалів. Прикладом сторонніх сил можуть бути: хімічні реакції, що діють в гальванічних елементах і акумуляторах; сили з боку магнітного поля, що діють в електромашинних генераторах; енергія фотонів, що діє у сонячних елементах. Сторонні сили всередині джерела струму переносять електричні заряди в напрямку, протилежному напрямку сил електростатичного поля, внаслідок чого на клемах джерела виникає і підтримується різниця потенціалів. Кожне джерело енергії характеризується електрорушійною силою (е. р. с.).

Електрорушійною силою джерела струму називається фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню роботи, яку виконують сторонні сили при перенесенні позитивного заряду в електричному колі до величини цього заряду

$$\varepsilon = \frac{A_{стор}}{q}, \qquad (3.1.47)$$

де ε – е. р. с.; $A_{стор}$ – робота сторонніх сил; q – величина заряду. Е. р. с. , як і напруга, вимірюється у вольтах (В). 1В – це різниця потенціалів, при проходженні якої над зарядом 1 Кл здійснюється робота 1 Дж.

Якщо направлений рух заряджених частинок відбувається під дією і кулонівських, і сторонніх сил, то робота з перенесення заряду буде дорівнювати сумі робіт, які виконують ці сили:

$$A = A_{кул} + A_{стор}\,. \qquad (3.1.48)$$

Поділимо рівняння (3.1.48) почленно на величину заряду q, що переноситься і отримаємо:

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{кул}}{q} + \frac{A_{стор}}{q}\,. \qquad (3.1.49)$$

В загальному випадку напругою U_{12} на ділянці кола 1-2 називається фізична величина, яка визначається сумарною роботою, що виконується електростатичними (кулонівськими) та сторонніми силами при переміщенні одиничного додатного заряду на даній ділянці:

$$U_{12} = \frac{A}{q} = \frac{A_{кул}}{q} + \frac{A_{стор}}{q}\,. \qquad (3.1.50)$$

Враховуючи, що

$$\frac{A_{кул}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 \qquad (3.1.51)$$

та

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор}}{q}, \qquad (3.1.52)$$

отримаємо:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} \qquad (3.1.53)$$

Перепишемо рівняння (3.1.53) у вигляді:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} - \mathcal{E}\,. \qquad (3.1.54)$$

Звідси видно, що різниця потенціалів на кінцях ділянки кола, що містить джерело сторонніх сил та навантаження (опір R), дорівнює спаду напруги U_{12} на цій ділянці за вирахуванням е. р. с. джерела енергії (рис. 3.1.11, а). Якщо ж напрям джерела енергії на рис. 3.1.11а змінити на протилежний, то у співвідношенні (3.1.54) знак перед $\mathcal{E}$ також потрібно поміняти на протилежний.

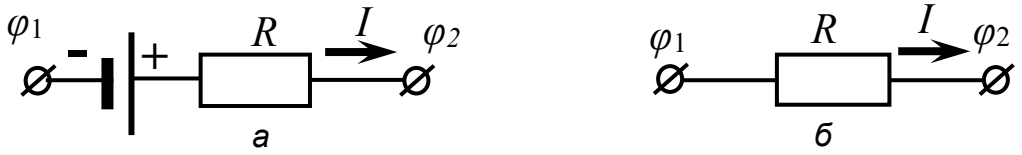


Рис. 3.1.11

Якщо ділянка кола не містить джерела сторонніх сил, то вона називається **однорідною** (рис. 3.1.11, б). Якщо ε = 0, то $\varphi_1 - \varphi_2 = U =$ IR, тобто на однорідній ділянці кола різниця потенціалів на кінцях цієї ділянки дорівнює спаду напруги на опорі.

3.1.2.3. Закон Ома для однорідної ділянки кола. Опір

На основі дослідів Ом сформулював закон для однорідної ділянки кола (закон Ома для ділянки кола, що не містить е. р. с.): сила струму на однорідній ділянці кола прямо пропорційна напрузі (різниці потенціалів) на ділянці та обернено пропорційна електричному опору ділянки. Це можна записати так:

$$I = \frac{U}{R}, \qquad (3.1.55)$$

де I – сила струму; U – напруга; R – опір.

Опором R називається фізична величина, що характеризує здатність провідника чинити протидію направленому руху заряджених частинок у ньому. Опір металів обумовлений дефектами структури решітки та тепловими коливаннями іонів. Існування опору в металах з точки зору класичної електронної теорії можна пояснити так. Згідно з основними положеннями молекулярно-кінетичної теорії в речовині постійно відбувається хаотичний рух частинок. У металі відбуваються неперервні коливання іонів у вузлах кристалічної решітки і неперервний хаотичний рух вільних електронів. Все це чинить протидію направленому руху вільних електронів, тобто проходженню електричного струму.

Опір провідника залежить від природи провідника (наприклад, від будови кристалічної решітки провідника, наявності дефектів та домішок, концентрації вільних електронів у ньому), довжини, площі поперечного перерізу і температури. Залежність від довжини і площі поперечного перерізу виражається формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad (3.1.56)$$

де l – довжина провідника; S – площа поперечного перерізу; ρ – коефіцієнт пропорційності, який називається питомим опором матеріалу провідника.

Питомий опір матеріалу провідника дорівнює опору провідника, виготовленого з даного матеріалу, якщо провідник має одиничну довжину та одиничну площу поперечного перерізу. Питомий опір залежить не лише від природи речовини, а й від зовнішніх умов, наприклад від температури. Залежність питомого опору від температури t характеризує температурний коефіцієнт опору даної речовини:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt}. \qquad (3.1.57)$$

Він дає відносний приріст опору при зростанні температури на один градус. У загальному випадку температурний коефіцієнт опору для даної речовини різний в різних температурних інтервалах. Це свідчить про нелінійність температурної залежності питомого опору в широкому температурному інтервалі. Але для багатьох провідників, наприклад металів, зміна α з температурою не велика. Якщо до того ж інтервал температур достатньо малий, то наближено можна вважати α величиною сталою, що дорівнює середньому значенню в межах розглянутої області температур. Так, якщо ρ_0 – питомий опір при $t=0$ $^\circ C$, а ρ – його значення при температурі t $^\circ C$, то можна вважати, що

$$\rho = \rho_0(1+\alpha t), \qquad (3.1.58)$$

$\alpha > 0$ для металів, $\alpha < 0$ для електролітів. Відзначимо, що для чистих металів (не сплавів) величина α приблизно дорівнює 1/273.

Якщо знехтувати температурною залежністю довжини і площі поперечного перерізу провідника (це можна зробити, оскільки коефіцієнт лінійного розширення набагато менший за термічний коефіцієнт опору), то можна записати таку формулу для залежності опору провідника від температури:

$$R = R_0(1+\alpha t), \qquad (3.1.59)$$

де R_0 – опір при $t=0$ $^\circ C$; R – опір при температурі t $^\circ C$.

Опір в системі СІ вимірюється в омах (Ом). За 1 Ом прийнято опір такого провідника, по якому протікає струм 1 А при напрузі на кінцях провідника в 1В, 1 Ом = 1В/1А. Питомий електричний опір вимірюється в Ом·м, питома електропровідність – у $Ом^{-1}\cdot м^{-1}$ = См/м (сіменс на метр), температурний коефіцієнт опору - у $К^{-1}$.

3.1.2.4. Послідовне та паралельне з'єднання провідників

При послідовному з'єднанні провідників (на рис. 3.1.12 показано з'єднання двох провідників) на всій ділянці, що містить ці провідники, сила струму буде однакова $(I = \text{const})$. Якби цього не було, то на деяких ділянках кола виникало б накопичення заряду, чого не спостерігається. Падіння напруги на ділянці, що містить послідовно з'єднані провідники, дорівнює сумі спадів напруги на окремих провідниках:

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n .$$

Якщо скористатись законом Ома для ділянки кола, то одержимо:

$$IR = IR_1 + IR_2 + \cdots + IR_n ,$$

Звідки:

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n . \qquad (3.1.60)$$

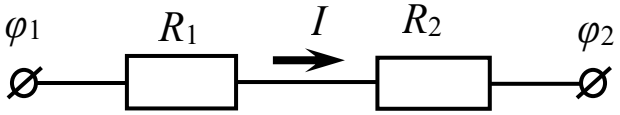


Рис. 3.1.12

де R – опір всієї ділянки.

Таким чином, **опір ділянки, що містить n послідовно з'єднаних провідників, дорівнює сумі опорів окремих провідників:**

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i . \qquad (3.1.61)$$

Крім того (на прикладі двох провідників):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{IR_1}{IR_2}, \quad \text{тобто} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}. \qquad (3.1.62)$$

Отже спади напруги на окремих провідниках прямо пропорційні опорам цих провідників.

При паралельному з'єднанні провідників (на рис. 3.1.13 показано таке з'єднання на прикладі двох провідників) спад напруги на окремих провідниках буде такий самий, як і на ділянці, що містить паралельно з'єднані провідники:

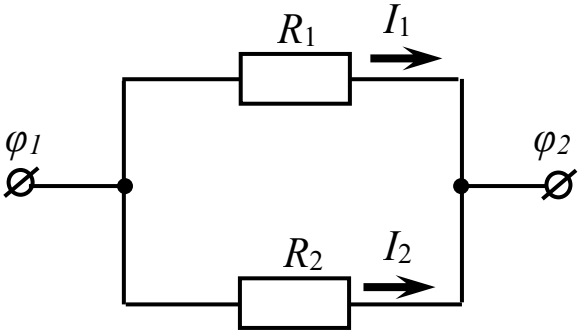


Рис. 3.1.13

$$U_1 = U_2 = \cdots = U_n = U = \text{const}.$$

За законом збереження заряду:

$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n ,$$

де I – сила струму в нерозгалуженій частині кола. За законом Ома:

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \cdots + \frac{U}{R_n},$$

де R – загальний опір цієї ділянки.

Звідси:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}, \qquad (3.1.63)$$

або

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (3.1.64)$$

Таким чином, величина, обернена опору ділянки кола, що містить паралельно з'єднані провідники, дорівнює сумі обернених величин опорів окремих провідників, що складають цю ділянку.

Оскільки $U_1 = U_2$, то $I_1 R_1 = I_2 R_2$ або

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \qquad (3.1.65)$$

Таким чином, сила струму в розгалуженнях обернено пропорційна опорам, що знаходяться у розгалуженнях.

3.1.2.5. Закон Ома для повного (неоднорідного) замкненого кола

Сукупність електрично з'єднаних між собою джерел електричної енергії та зовнішніх навантажень (опорів) називається **неоднорідним електричним колом** (ланцюгом). Для такого електричного кола (рис.3.1.14) сила струму прямо пропорційна е. р. с. джерела енергії та обернено пропорційно повному електричному опору кола:

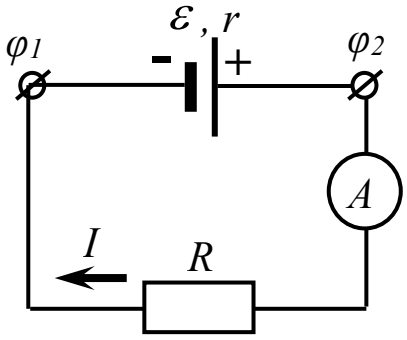


Рис. 3.1.14

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (3.1.66)$$

де ε – е. р. с. джерела енергії; r – внутрішній опір джерела (характеризує спад напруги на самому джерелі); R –зовнішній опір; $R + r$ – загальний опір неоднорідного електричного кола.

Формулу (3.1.66) можна переписати у наступному вигляді:

$$\varepsilon = IR + Ir .$$

Оскільки $IR = U_{зовн}$ – спад напруги на зовнішній ділянці кола; $Ir = U_{внутр}$ – спад напруги на внутрішній ділянці кола, то:

$$\varepsilon = U_{зовн} + U_{внутр} . \qquad (3.1.67)$$

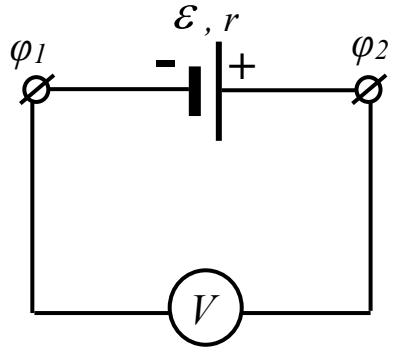


Рис. 3.1.15

Таким чином, е. р. с. чисельно дорівнює сумі спадів напруги на зовнішній і внутрішній ділянках кола. Вольтметр, підключений до клем джерела, показує напругу на зовнішній частині кола, яка менша за е. р. с. на величину спаду напруги у внутрішній частині кола. Якщо вольтметр підключити до клем джерела, коли зовнішнє коло відключене від джерела (рис. 3.1.15), то покази вольтметра дадуть значення е. р. с. Вольтметр має дуже великий опір (як правило, більше, ніж 1 МОм = $1 \cdot 10^6$ Ом), завдяки чому через нього проходить струм, яким можна знехтувати. Тому покази вольтметра – це фактично різниця потенціалів між двома точками, до яких він підключений.

Зазначимо, що прилади для вимірювання сили електричного струму (амперметри, міліамперметри) навпаки, повинні мати дуже маленький опір (долі Ом), для того, щоб при послідовному підключенні в коло наявність приладу практично не змінювала силу струму в колі.

3.1.2.6. Закон Ома в диференціальній формі

Закон Ома в диференціальній формі, це співвідношення, що зв'язує густину електричного струму $\vec{j}$ у будь-якій точці всередині провідника з напруженістю $\vec{E}$ електричного поля в цій же точці за величиною і напрямом, тобто

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \qquad (3.1.68)$$

де σ – питома електропровідність – величина, яка обернена питомому опору провідника ρ, тобто $\sigma = \frac{1}{\rho}$.

Цей закон виводиться у класичній електронній теорії електропровідності металів при наступних припущеннях:

- концентрація електронів електропровідності не залежить від напруженості електричного поля;
- середня швидкість впорядкованого руху електронів у зовнішньому електричному полі набагато менша швидкості їх теплового руху.

При накладанні зовнішнього електричного поля на кожний електрон речовини буде діяти сила

$$F = -eE.$$

Під дією цієї сили електрони, які рухалися до цього часу хаотично з середньою швидкістю теплового руху v_T, в кінці вільного пробігу λ набудуть максимальну швидкість $v_{\max}$ напрямленого руху

$$v_{\max} = a\tau = \frac{F}{m}\tau = \frac{eE}{m}\tau, \qquad (3.1.69)$$

де a - прискорення, отримане електроном під дією сили F, τ - середній час між двома послідовними зіткненнями електрону з вузлами (іонами) гратки, при цьому $\lambda = v_T \tau$, m - маса електрону.

Після зіткнення електрону з іоном електрон втрачає цю швидкість (тобто v=0), передаючи енергію кінетичного руху гратці і перетворюючи її у внутрішню енергію речовини. Отже середня швидкість дрейфу електрону v_d у зовнішньому електричному полі Е може бути розрахована за формулою:

$$v_d = \frac{v_{\max} + 0}{2} = \frac{eE\tau}{2m} = \frac{e\lambda}{2mv_T}E.$$

Звідси видно, що $v_d \sim$ Е. Коефіцієнт пропорційності називається рухливістю вільних носіїв заряду μ (у нашому випадку електронів)

$$v_d = \mu E,$$

де $\mu = \frac{e\tau}{2m}.$

Отже рухливість – це швидкість впорядкованого руху носіїв заряду в одиничному електричному полі Е = 1 В/м.

При середній швидкості носіїв заряду v_d в одиницю часу через одиничну площадку, що перпендикулярна потоку носіїв заряду, пройдуть усі електрони, які вміщуються у паралелепіпеді з ребром v_d. Оскільки величина, яка дорівнює заряду, що переноситься в одиницю часу через одиничну площадку, що перпендикулярна потоку носіїв заряду, називається густиною струму j, то для визначення її величини можна скористатися наступним виразом:

$$j = env_d = en\mu E = \sigma E, \qquad (3.1.70)$$

де n - концентрація носіїв заряду (електронів), тобто кількість носіїв заряду в одиниці об'єму речовини, а величина

$$\sigma = en\mu = \frac{e^2 n\tau}{2m} = \frac{en^2\lambda}{2mv_T}$$

називається питомою електропровідністю речовини (розмірність Ом·м).

Останній вираз отримано Друде (1900 р.) виходячи з класичних уявлень щодо електронної теорії електропровідності.

Співвідношення (3.1.70) називається законом Ома в диференціальній формі. Воно включає параметри j і E, які характеризують електричний стан середовища в одній і тій же точці.

Як відзначалося вище після кожного зіткнення електрону з вузлом гратки він віддає свою енергію кінетичного руху w_0 гратці, яка витрачається на нагрівання речовини. Для одного електрону ця енергія складає величину

$$w_0 = \frac{m}{2} v_{\max}^2 .$$

За одиницю часу середня кількість таких зіткнень Z_c складе величину

$$Z_c = \frac{v_t}{\lambda} = \tau^{-1}. \qquad (3.1.71)$$

Всі електрони в одиниці об'єму речовини, зазнавши Z_c зіткнень з вузлами кристалічної гратки, передадуть їй енергію

$$w = nZ_c \frac{m}{2} v_{\max}^2 . \qquad (3.1.72)$$

Підставивши в (3.1.72) значення (3.1.69) та (3.1.71), отримаємо для енергії, яка виділяється в одиниці об'єму речовини за одиницю часу, так званої об'ємної густини теплової потужності струму наступний вираз

$$w = \frac{e^2 n \tau}{2m} E^2 = \sigma E^2 .$$

Це закон Джоуля-Ленца у диференціальній формі, який свідчить про те, що об'ємна густина теплової потужності струму прямо пропорційна квадрату напруженості зовнішнього електричного поля, прикладеного до зразка.

3.1.2.7. Правила Кірхгофа для розгалужених електричних кіл

Незалежно від складності всі електричні ланцюги підпорядковані правилам Кірхгофа (перше і друге правила Кірхгофа), які є узагальненням законів збереження заряду і енергії.

Перше правило Кірхгофа: алгебрична сума струмів, що сходяться у вузлі розгалуження, дорівнює нулю:

$$\sum_{\kappa} I_{\kappa} = 0.$$

Фізично це означає, що рух електричних зарядів у розгалуженому колі здійснюється таким чином, що ні в одному вузлі заради не накопичуються.

Вузлом розгалуженого кола називається точка, в якій сходяться три чи більше провідників. Слово „алгебрична" означає, що струми в цій сумі беруться з урахуванням знаку : струми, що входять у вузол, беруться зі знаком плюс, а струми, що виходять із вузла – зі знаком мінус.

Друге правило Кірхгофа: в замкненому контурі розгалуженого кола алгебрична сума електрорушійних сил джерел струму дорівнює алгебричній сумі добутків сил струмів на опори відповідних ділянок цього контуру:

$$\sum_{k} \varepsilon_k = \sum_{k} I_k \cdot R_k$$

Для розрахунку величин і напрямків електричних струмів (зазвичай розрахунок здійснюється при заданих величинах ε та R) у кожній із нерозгалужених ділянок розгалуженої електричної схеми з застосуванням правил Кірхгофа потрібно:

1) вибрати довільні напрямки електричних струмів на всіх ділянках електричного ланцюга (між кожними двома вузлами) і позначити їх; якщо знак струму, що розраховувся, буде позитивним, то його напрям був вибраний правильно, якщо – негативним, то дійсне значення струму протилежне заданому;

2) вибрати довільний напрямок обходу контуру (за годинниковою стрілкою, або проти неї) і в подальшому строго придержуватися нього.

3) скласти стільки алгебраїчних рівнянь, скільки невідомих струмів у розгалуженій електричній схемі;

4) якщо напрям заданого вище струму збігається з вибраним напрямом обходу контуру, то відповідний добуток IR входить у рівняння зі знаком „плюс", у протилежному випадку – зі знаком „мінус";

5) якщо при обході контуру переходимо від мінуса («–») до плюса («+») всередині джерела е.р.с., то відповідна е.р.с. входить у рівняння зі знаком „плюс", у протилежному випадку вона враховується зі знаком „мінус"; при цьому добутки IR та е.р.с. ε у рівняннях, складених за другим правилом Кірхгофа, стоять по різні боки знака рівності .

Використання цих правил для конкретного розгалуженого кола наведено нижче, як приклад розв'язку задачі в п. 3.3.1.

3.1.2.8. Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца. Теплова дія електричного струму

Якщо через однорідну ділянку кола протікає постійний струм силою I, то за нескінченно малий проміжок часу dt через поперечний переріз провідника пройде заряд $dq = I\,dt$. При цьому електричне поле в провіднику виконає елементарну роботу dA :

$$dA = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot dq = U \cdot dq = U \cdot I \cdot dt \ ,$$

де $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів (спад напруги) на кінцях ділянки провідника.

Якщо струм постійний, то

$$A = U \cdot I \cdot t.$$

При протіканні струму по однорідному провіднику, використовуючи закон Ома, отримаємо різні форми запису для однієї і тої ж виконаної електричним струмом роботи

$$A = Uq = UIt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t \ .$$

Якщо на ділянці кола не виконується механічна робота (наприклад, немає електродвигунів) і не відбувається хімічних реакцій (не підключені на ділянці кола акумулятори, гальванічні елементи тощо), то вся виконана робота витрачається на збільшення внутрішньої енергії провідника – збільшення інтенсивності теплових коливань кристалічної гратки, тобто в провіднику виділяється деяка кількість теплоти. За час dt в об'ємі провідника виділиться елементарна кількість теплоти

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt \ .$$

Це **закон Джоуля-Ленца** в інтегральній формі, який свідчить про те, що кількість теплоти dQ, що виділяється у провіднику за малий час dt, пропорційна квадрату сили струму I, електричному опору R і проміжку часу dt.

Якщо струм постійний, то можна записати:

$$Q = I^2 Rt \ .$$

Якщо ж сила струму в провіднику змінюється з часом, тобто

$$I = f(t),$$

то кількість теплоти, що виділиться за деякий проміжок часу $\Delta t = t_2 - t_1$, визначиться з допомогою наступного виразу:

$$\mathrm{Q} = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[f(t) \right]^2 R dt \ .$$

Потужність струму, або миттєва потужність при струмі, що змінюється визначається роботою, що виконується в одиницю часу, і може бути представлена наступним виразом:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Нагадаємо, що одиницею вимірювання роботи електричного струму (або кількості теплоти) є 1 Дж, а одиницею вимірювання потужності струму є 1 Вт =1 Дж /с. На практиці часто використовують позасистемну одиницю 1 кВт · год. **Це одиниця роботи** зв'язана з

Джоулем наступним чином: 1 кВт · год=10^3 Вт ·3,6·10^3 с =3,6 ·10^6 Вт·с = 3,6 ·10^6 Дж =3,6 МДж.

3.1.3. Електричний струм у різних середовищах

3.1.3.1. Електричний струм у рідинах (електролітах)

Хімічно чисті рідини є добрими ізоляторами. Наприклад, дистильована вода. Проводять електричний струм водні розчини солей, кислот, лугів, розплави солей, які одержали загальну назву електролітів. **Електроліти** (провідники другого роду) – група провідників, електричний струм у яких супроводжується їх хімічними змінами. Носіями заряду в електролітах являються іони, що утворюються в розчині в результаті дисоціації молекул речовини. Електричною д**исоціацією** називається розпад молекул речовини на іони під дією молекул розчинника. Зворотний процес називається **молівацією** (рекомбінацією). Процес дисоціації можна пояснити так: коли молекули речовини потрапляють в розчинник, що має діелектричну проникність ε, сили притягання між іонами, що утворюють молекулу речовини, зменшуються в ε разів. Наприклад, якщо розчинником являється дистильована вода $(\varepsilon = 81)$ сили взаємодії зменшується в 81 разів. Як наслідок зменшення взаємодії величини кінетичної енергії хаотичного руху молекул стає достатньо, щоб розділити деякі молекули речовини на окремі іони. Якщо занурити в електроліт два електроди, до яких прикладена різниця потенціалів, між електродами виникне електричне поле. Під дією електричного поля почнеться напрямлений рух позитивно заряджених іонів (**катіонів**) до негативно зарядженого електрода (катода), а негативно заряджених іонів (**аніонів**) до позитивно зарядженого електрода (анода). Через електроліт потече електричний струм. Таким чином, струм у електролітах являє собою направлений рух іонів обох знаків, що утворюються в рідині внаслідок електролітичної дисоціації. Електричні процеси є головним механізмом корозійної руйнації металів.

При протіканні через електроліт постійного струму відбувається виділення речовин, які входять до складу електроліту на електродах. Це явище одержало назву **електролізу.** На основі дослідних даних **Фарадей** сформулював **закони електролізу.**

І закон електролізу: маса речовини, що виділяється на електроді при проходженні постійного струму, прямо пропорційна кількості заряду, який проходить через електроліт:

$$m = kq,$$

або, враховуючи визначення сили струму, можна записати:

$$m = kq = kIt, \qquad (3.1.73\square)$$

що свідчить про пряму пропорційність m силі струму і часу його протікання. Тут k – коефіцієнт пропорційності, що одержав назву електрохімічного еквівалента речовини.

Електрохімічний еквівалент речовини чисельно дорівнює масі речовини, що виділяється на електроді при протіканні через електроліт заряду 1 Кл. Електрохімічний еквівалент k залежить від хімічної природи речовини і вимірюється в кг/Кл.

Визначимо величину k. Нехай маса і заряд іона дорівнює m_0 і q_0, відповідно. При проходженні через електроліт заряду q можна записати, що

$q = I\ t$. Відношення маси речовини, що виділяється, до заряду, що проходить через електроліт, дорівнює відношенню маси іона до його заряду:

$$\frac{m}{q} = \frac{m_0}{q_0}, \qquad (3.1.74)$$

де m – маса речовини, що виділяється на електроді.

З визначення маси 1 моль речовини та числа Авогадро маємо:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \qquad (3.1.75)$$

Заряд іона дорівнює:

$$q_0 = ne, \qquad (3.1.76)$$

де n – валентність; e – елементарний заряд.

Тоді з (3.1.74), враховуючи (3.1.75) та (3.1.76), отримаємо перший закон Фарадея (3.1.72).

$$m = \frac{m_0 q}{q_0} = \frac{M}{N_A} \cdot \frac{It}{ne} = \frac{M}{neN_A} It = kIt. \qquad (3.1.77)$$

Таким чином, електрохімічний еквівалент речовини визначається виразом:

$$k = \frac{M}{enN_A}. \qquad (3.1.78)$$

II закон електролізу: електрохімічні еквіваленти речовин прямо пропорційні їх молярним масам і обернено пропорційні їх валентностям. Можна сказати також, що електрохімічні еквіваленти речовин прямо пропорційні їхнім хімічним еквівалентам:

$$k = cx, \qquad (3.1.79)$$

де $x = \frac{A}{n}$ - хімічний еквівалент речовини; A – атомна маса; n –валентність. Величина обернена до коефіцієнта пропорційності c одержала назву числа Фарадея:

$$\frac{1}{c} = F,$$

або

$$c = \frac{1}{F}.$$

Про величину числа Фарадея буде сказано нижче. Використаємо II закон Фарадея та визначення числа F. Тоді :

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} \qquad (3.1.80)$$

Підставляючи цей вираз у вираз (3.1.72) одержимо **об'єднаний закон Фарадея для електролізу**:

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}q = \frac{1}{F}\frac{A}{n}It \qquad (3.1.81)$$

Звідси випливає фізичний зміст числа Фарадея: **число Фарадея** чисельно дорівнює заряду при проходженні якого через електроліт на електроді виділяється 1 моль n-валентної речовини. Експериментально встановлене значення числа Фарадея дорівнює: F =9,648456·10^4 Кл/моль.

3.1.3.2. Електричний струм в газах

У нормальному не збудженому стані гази не проводять електричний струм. Для проходження струму необхідно створити вільні носії заряду. Процес утворення вільних носіїв заряду (іонів та електронів) у газах називається іонізацією. **Іонізація** молекули (атома) – це процес відщеплення одного або декількох електронів і перетворення нейтральної молекули (атома) в позитивний іон. Зворотний процес приєднання електронів до позитивного іону називається **рекомбінацією**.

Способи іонізації: висока температура, радіоактивне або рентгенівське випромінювання тощо.

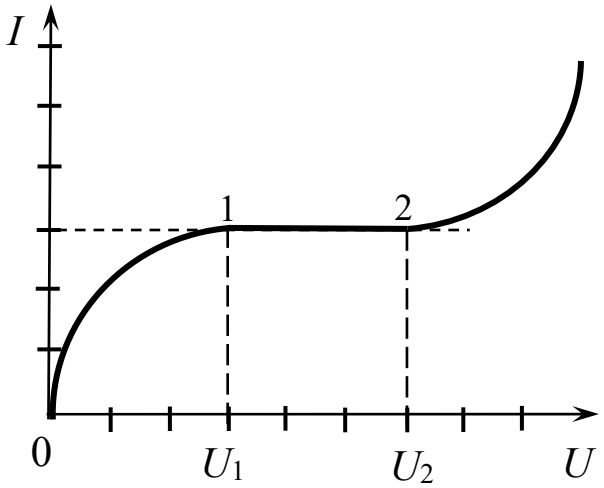


Рис 3.1.16

Газовим розрядом називається процес проходження електричного струму через газ. Газовий розряд, який відбувається під дією зовнішнього іонізатора, називається **несамостійним** розрядом. На вольт-амперній характеристиці, тобто залежності сили струму в колі від напруги (рис. 3.1.16), це ділянка 0 - 1 - 2. Струм насичення – збереження сталого значення сили струму при зміні напруги (ділянка 1 - 2). Розряд, який продовжується після припинення дії зовнішнього іонізатора, називається **самостійним** (ділянка після точки 2).

Необхідна умова іонізації – надання електронам достатньо великої швидкості, тобто такої, щоб кінетична енергія електронів дорівнювала або перевищувала роботу іонізації.

Самостійний розряд у газах буває кількох типів:

- **тліючий розряд** виникає при низькому тиску (p ~ 0,01 – 1 мм рт. ст.) і великій різниці потенціалів поблизу катоду; він використовується в газосвітних трубках, газових лазерах;

- **коронний розряд** виникає при тиску, близькому до атмосферного, у різко неоднорідному електричному полі: поблизу загострених виступів заряджених провідників, електродів з великою кривизною поверхні, проводів лінії електропередачі;

- **іскровий розряд** виникає при високій напруженості електричного поля в газі, що знаходиться під тиском, близьким до атмосферного; він характеризується світінням газу (електричний пробій діелектрика, блискавка);

- **дуговий розряд** виникає тоді, коли після створення іскрового розряду від потужного джерела поступово зменшувати відстань між електродами; він характеризується високою силою струму та малою напруженістю електричного поля на розрядному проміжку, підтримується за рахунок випускання (термоемісії) електронів з поверхні металу та іонізації молекул внаслідок високої температури газу та використовується в проекційних лампах, прожекторах, при електрозварюванні тощо.

Плазма – це особливий агрегатний стан речовини, що характеризується високим ступенем іонізації її частинок. У плазмі концентрація позитивно і негативно заряджених частинок практично однакова. Плазму називають четвертим станом речовини. Розрізняють: **холодну плазму** (газорозрядна плазма, іоносфера, міжзоряне середовище) з температурами порядку 10^5 К та **гарячу плазму** з температурами 10^6 К та вище (зірки).

Носіями електричного заряду в плазмі є електрони та іони. Кожна заряджена частинка в плазмі взаємодіє з великою кількістю інших заряджених частинок, тому що кулонівські сили достатньо повільно зменшуються (обернено пропорційно квадрату відстані). На плазму діють електричні та магнітні поля.

3.1.3.3. Електричний струм у вакуумі

Вакуум – стан надвисокого розрідження газу, молекули якого співударяються одна з одною значно рідше, ніж із стінками посудини, в якій вони знаходяться. Для того, щоб у вакуумі виник електричний струм, треба створити у ньому рухомі заряджені частинки. Для цього використовується явище термоелектронної емісії. **Явищем термоелектронної емісії** називається виривання електронів з поверхні розжареного металу. Цей процес пояснюється тим, що при розжаренні металу зростає кінетична енергія хаотичного руху

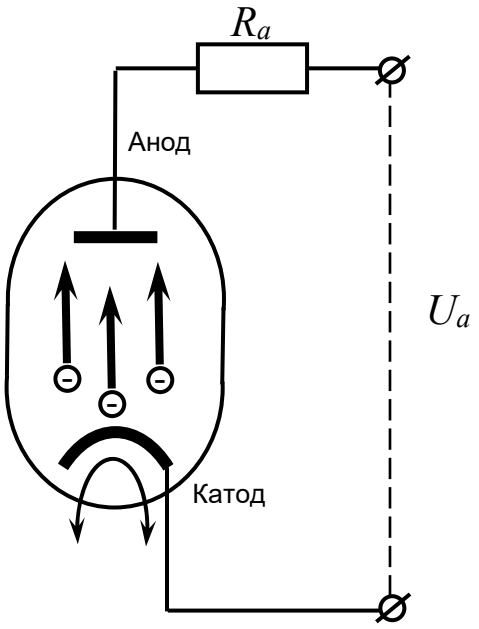


Рис. 3.1.17

вільних електронів, внаслідок чого деяка частина їх набуває такої енергії, що може подолати сили притягання з боку металу і вийти за його межі, утворюючи над поверхнею металу «хмаринку» негативних зарядів (у відсутності зовнішнього електричного поля). При цьому сам метал заряджається позитивно і кожному наступному електрону залишати його буде все важче завдяки росту при цьому величини позитивного заряду, що притягує електрони до металу. Врешті-решт наступає термодинамічна рівновага: скільки електронів за одиницю часу залишає поверхню металу, стільки ж їх повертається до металу знову. Робота, яку потрібно виконати, щоб вивести електрон з поверхні металу у вакуум, називають **роботою виходу** A. Величина роботи виходу вимірюється в Дж, але частіше користуються **позасистемною одиницею електрон – вольт (еВ).** Величина A лежить у межах (2-5) еВ.

1 еВ – це енергія, яку отримає електрон, що пройшов різницю потенціалів в 1 В. З визначення зрозуміло, що

1 еВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл·1В = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж.

Кількість емітованих електронів залежить від хімічної природи металу, температури розжарення, площі розжареної поверхні і її стану. Існують спеціальні покриття поверхні металу, які можуть збільшувати чи зменшувати емісію. Електрони, що емітували з поверхні металу, утворюють над поверхнею електронну хмаринку.

Для вивчення термоелектронної емісії може бути використана вакуумна лампа (діод), що містить два електроди: один – у вигляді металевої нитки з тугоплавкого металу (вольфрам, молібден) розжарюється струмом (катод), а другий, холодний електрод, збирає термоелектрони (анод). Анод найчастіше має циліндричну форму. Якщо розжарити катод за допомогою додаткового джерела струму до високої температури, то при створенні різниці потенціалів між катодом і анодом, через лампу потече електричний струм (рис. 3.1.17).

Струм у колі діода буде з'являтися лише у тому випадку, якщо на анод буде поданий плюс від батареї живлення, а на катод – мінус. Якщо змінити знак різниці потенціалів, що прикладена до діода, то струму у колі не буде. Напруга U_a, прикладена між анодом і катодом, називається **анодною напругою**.

На основі експериментальних даних будується графічна залежність сили струму, що протікає через діод, від величини анодної напруги. Ця залежність одержала назву вольт – амперної характеристики діода (рис. 3.1.18). Проаналізуємо цю залежність.

Наявність анодного струму при напругах $U_a < 0$ свідчить про те, що у металі завжди існує деяка (незначна) кількість високоенергетичних (дуже швидких) електронів, які здатні досягти аноду діода навіть при від'ємних (запираючих) напругах на аноді. При U_a = 0 струм через діод дуже малий. При збільшенні анодної напруги сила струму зростає. При подальшому зростанні U_a струм досягає деякого максимального значення (цей струм одержав назву струму насичення) і величина цього струму $I_{нас}$ не залежить від напруги.

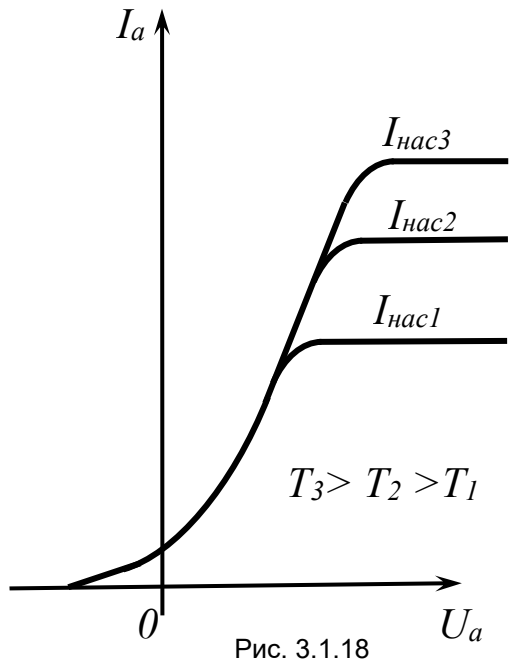


Рис. 3.1.18

При збільшенні температури розжарення катода $(T_3 > T_2 > T_1)$ вольт-амперні характеристики діоду змінюються у відповідності з залежностями, продемонстрованими на рис. 3.1.18. При значеннях струму менших, ніж $I_{нас.}$, залежність сили струму від напруги при всіх температурах зображається практично однією й тією ж кривою. Різними при різних температурах виявляються сили струмів насичення

$$I_{нас1} < I_{нас2} < I_{нас3},$$

які швидко зростають при зростанні температури розжарення катода. При цьому зростає і та анодна напруга при якій установлюється струм насичення. Як бачимо, вольт-амперна характеристика діода являється нелінійною, що свідчить про те, що для електричного струму в вакуумі **не виконується закон Ома**. Це обумовлено існуванням в просторі між катодом і анодом від'ємного просторового заряду (електронної хмаринки). Цей просторовий заряд змінює розподіл потенціалу в діоді. Залежність сили струму, що протікає через діод, від величини анодної напруги описується законом Богуславського - Ленгмюра (або закон 3/2):

$$I = CU^{3/2},$$

де C – коефіцієнт пропорційності, що залежить від форми і розмірів електродів та їх взаємного розміщення. Підкреслимо, що цей закон виконується при струмах, що менші, ніж струми насичення при даній температурі розжарення катода.

Струм насичення виникає при таких анодних напругах, коли всі електрони, що покинули катод, досягають анода. Тому подальше зростання напруженості поля не може привести до збільшення термоелектронного струму. Зрозуміло, що густина струму насичення залежить від емісійної спроможності матеріалу катода. Теоретично, на основі квантово-статистичної теорії.

було отримано вираз для густини струму насичення (називається формулою Річардсона – Дешмана):

$$J_{нас} = B \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{A}{kT}}.$$

Електронно-променева трубка (рис. 3.1.19) є основною частиною осцилографа, кінескопа телевізора. Це відкачаний до високого вакууму скляний балон, у середині якого знаходиться нагрівач 1, катод 2, керуючий електрод 3, перший анод 4, другий анод 5, два відхиляючі конденсатори 6 та 7, пластини яких розташовані у взаємно перпендикулярних площинах; передня частина балона (екран 8) покрита люмінесцентною речовиною.

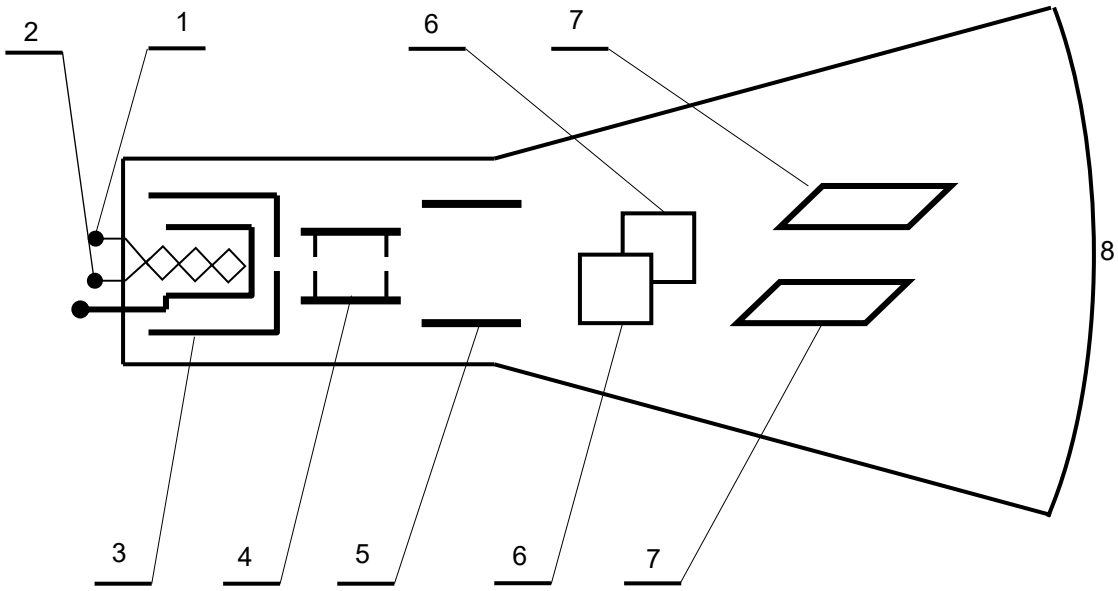


Рис. 3.1.19

Катод 2, розжарюваний нагрівачем 1, є джерелом електронів, які проходять через систему електродів, потрапляють на екран 8 і викликають його свічення. Інтенсивність електронного пучка (а отже і яскравість світної плями на екрані, внутрішня поверхня якого покрита люмінофором – речовиною, що здатна випромінювати видиме світло при опроміненні її електронами) регулюється керуючим електродом 3. Останній являє собою порожній металевий циліндр, в основі якого є отвір для пропускання електронів. Керуючий електрод має від'ємний потенціал відносно катода і фокусує електронний пучок, що виходить з катода. Керуючий електрод 3 і коаксіальні з ним циліндричні аноди 4 і 5 утворюють фокусуючи систему. Рухом електронного пучка можна управляти – переміщати його вгору-вниз та вліво-вправо, подаючи на відхиляючі пластини 6 та 7 напругу відповідної величини та полярності. В типових електронно-променевих трубках потенціал першого анода (відносно катода) встановлюють рівним +250...500 В, а потенціал другого

анода доводять до І…5 кВ. Потенціал U другого анода відносно катода визначає кінцеву швидкість V електронів пучка. Її можна знайти зі співвідношення:

$$eU = mV^2/2,$$

яке виражає закон збереження енергії: робота, що виконується силами електричного поля, витрачається на надання електрону кінетичної енергії. Беручи до уваги значення заряду електрона

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

та його маси

$$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг},$$

при

$$U = 10^3 \text{ В}$$

для швидкості V одержуємо величину порядку 10^7 м/с. Завдяки такій великій швидкості електрони досягають екрана майже миттєво. Тому електронно-променева трубка є **практично безінерційним приладом.** Сигнал телестудії, поданий на керуючий електрод 3, модулює яскравість світіння екрану. Так створюється телевізійне зображення.

3.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 3 „ЕЛЕКТРИКА”

РОБОТА 3 – 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ

Мета роботи: ознайомитись з методом моделювання електростатичного поля, побудувати картину електростатичного поля за допомогою кривих рівного потенціалу та силових ліній.

Метод моделювання використовується для експериментального вивчення полів, утворених електродами складної конфігурації різних електронних, іонних та інших приладів (ламп, конденсаторів тощо). Збільшені моделі електродів розміщують один відносно одного так, як і в реальному приладі. Подають на них потенціали, пропорційні потенціалам відповідних електродів приладу. Модель відтворює у збільшеному масштабі силові лінії та еквіпотенціальні поверхні електростатичного поля заряджених електродів приладу. Необхідність моделювання зумовлена тим, що вимірювання характеристик електростатичних полів безпосередньо всередині самих приладів часто є утрудненим через малі розміри окремих деталей. Крім того, деякі області простору всередині приладу можуть бути недоступними для зондування.

Установка для вивчення картини електростатичного поля складається з ванни, наповненої слабким електролітом (водопровідною водою) з двома електродами ***а*** і ***в*** довільної форми (рис. 1,а). Досліджують поле, створене цими електродами, за допомогою зонда ***з***.

Зонд (кінець тонкої металічної дротини), який з'єднують через нуль-гальванометр G з рухомою точкою ***с*** потенціометра. Переміщуючи зонд, занурений в електроліт, можна знайти таку точку поля, потенціал якої дорівняє потенціалу точки ***с.*** У цьому випадку струм, що проходить через гальванометр G дорівнює нулю. Потенціал точки поля в місці розташування зонда визначають вольтметром V.

Потенціал φ у довільної точки поля–скалярна функція її координат x,y,z:

$\varphi = \varphi\ (x,y,z)$. Він є енергетичною характеристикою поля і визначається величиною роботи, що її виконують сили поля при переміщенні одиничного позитивного заряду з даної точки (x,y,z) до тієї, потенціал якої беруть за початок відліку і умовно вважають рівним нулю.

На схемі (рис. 1, а) потенціал зонду, вимірюваний вольтметром V, відраховують відносно потенціалу лівого електрода. Еквіпотенціальні лінії (лінії рівного потенціалу) рисують за допомогою пантографа на папері. Зміна потенціалу на одиницю відстані у

напрямку, перпендикулярному до поверхні рівного потенціалу $\varphi(x,y,z)=const,$ визначає величину вектора **напруженості** $\vec{E}$ електростатичного поля. Вектор напруженості $\vec{E}$ у будь-якій точці поля перпендикулярний до поверхні рівного потенціалу, що проходить через цю точку, і спрямований у напрямку зменшення потенціалу. Зв'язок між напруженістю і потенціалом описується співвідношенням $\vec{E}=-qrad\,\varphi$. Для наближеного обчислення напруженості користуються формулою:

$$E \approx \frac{|\Delta\varphi|}{|\Delta n|} = \frac{|\varphi_1 - \varphi_2|}{\Delta n}, \qquad (1)$$

де Δn – відстань між двома близько розташованими еквіпотенціальними поверхнями, а φ_1 та φ_2 – їх потенціали (рис. 1, б).

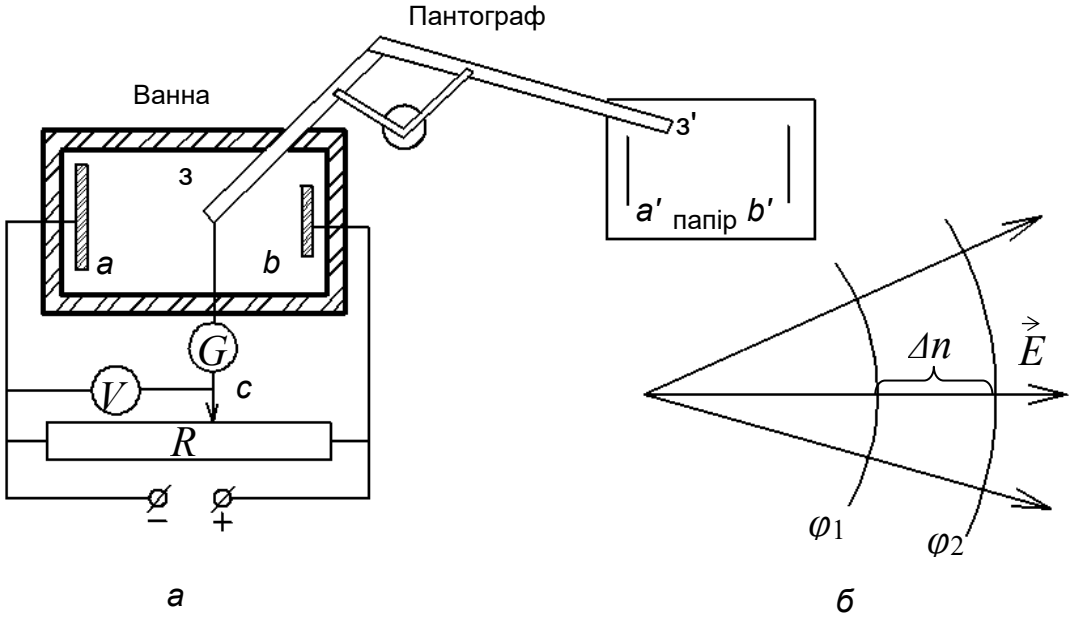


Рис. 1

Порядок виконання роботи

1. Складають схему (рис.1, а), записують у зошит характеристики вольтметра (ціну поділки, граничне значення, клас точності). У пантографі закріплюють 1-3 аркуші паперу (відповідно до кількості студентів, що одночасно виконують роботу).

2. Встановлюють електроди *a* та *b* та, не вимикаючи джерела струму, обводять їх зондом, відтворюючи їх обриси a' і b' на папері (кінцем пантографа проколюють папір у кількох точках і з'єднують точки плавною лінією).

3. Подають на електроди різницю потенціалів 10 В.

4. Обертаючи ручку потенціометра, встановлюють потенціал точки *c* рівним φ_1 = 1 В. Переміщуючи зонд, відшукують у ванні точку із таким самим потенціалом. У цьому

випадку стрілка нуль-гальванометра встановлюється на нулі. Відмічають відповідну точку на папері.

5. Переміщуючи зонд, знаходять 8-10 точок з потенціалом φ_1. З'єднуючи їх, викреслюють першу еквіпотенціальну криву і записують поряд з нею значення потенціалу φ_1.

6. Збільшують потенціал до значення φ_2 = 2 В і аналогічно відшукують наступну еквіпотенціальну криву. Так продовжують далі, збільшуючи кожного разу потенціал зонда на 1 В. Біля кожної кривої вказують її потенціал. Залежно від умов, значення потенціалів можуть бути іншими.

7. На основі отриманих еквіпотенціальних кривих будують сімейство ліній напруженості (силових ліній). Вказують напрямок кожної з них. При побудові враховують, що лінії напруженості перпендикулярні до поверхонь електродів і до еквіпотенціальних ліній.

8. За формулою (1) з врахуванням масштабу пантографа розраховують напруженості поля в кількох точках вздовж однієї з ліній напруженості (лінію вкаже викладач).

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Що називають напруженістю електричного поля? В яких одиницях системи СІ вимірюється її величина?
2. Навести означення силових ліній (ліній напруженості) електричного поля.
3. Який фізичний зміст має різниця потенціалів між двома точками електростатичного поля?
4. Навести означення еквіпотенціальної поверхні та еквіпотенціальної лінії. Використовуючи силові та еквіпотенціальні лінії, образити на рисунку електростатичні поля точкового заряду, плоского конденсатора.
5. Що називають градієнтом фізичної величини? Як зв'язані між собою напруженість і потенціал електростатичного поля? Якого вигляду набуває співвідношення між ними, якщо поле однорідне?

РОБОТА 3 – 2

ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕКТРОРУШІЙНОЇ СИЛИ (Е.Р.С.) ДЖЕРЕЛА СТРУМУ МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦІЇ

Мета роботи: ознайомитися з компенсаційним методом визначення е. р. с. джерела струму, виміряти е. р. с. гальванічного елемента.

Відомо, що е. р. с. ($\mathcal{E}$) джерела дорівнює різниці потенціалів між його полюсами при розімкненому зовнішньому колі. Однак виміряти цю різницю потенціалів звичайним (не електростатичним) вольтметром не можна. При підключенні до джерела струму вольтметра з опором $R_в$ через вольтметр буде проходити струм. За законом Ома для повного (замкнутого) кола сила струму визначається за формулою

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_в + r} .$$

де r – внутрішній опір джерела струму.

Напруга, виміряна вольтметром дорівнює $U = IR_в$. Тому

$$U = \mathcal{E} - I r .$$

Отже, виміряна вольтметром напруга $U,$ менша від е.р.с. джерела на величину падіння напруги Ir на внутрішньому опорі джерела. Тому для вимірювання е.р.с. створюють умови, за яких струм через джерело не проходить ($I = 0$). При цьому $\mathcal{E} = U$. Саме цього досягають компенсаційним методом, що ґрунтується на компенсації (врівноважуванні) е.р.с, яку вимірюють, напругою, створеною на відомому опорі струмом від допоміжного джерела.

У даній роботі для здійснення методу компенсації використовують три джерела: з невідомою е.р.с $\mathcal{E}_x$, із е.р.с. $\mathcal{E}_0$ (еталон) та з допоміжним е.р.с. $\mathcal{E}$, яка більша від $\mathcal{E}_x$ та $\mathcal{E}_0$. Ці джерела включені однойменними полюсами назустріч один одному (рис 1). У колі джерела $\mathcal{E}$ тече струм I, який створює падіння напруги на компенсаційному опорі R. В прецизійних вимірюваннях опором R є спеціальні магазини опорів. У нашому випадку опір R – це реохорд ab, виконаний з однорідного тонкого дроту, натягнутого на масштабну лінійку, вздовж якої переміщується контактний повзунок c. При вимірюванні невідомої е.р.с. $\mathcal{E}_x$ відшукують таке положення контактного повзунка c, при якому стрілка гальванометра G встановлюється на нулі. Це означає, що е.р.с. $\mathcal{E}_x$ скомпенсована падінням напруги Ir_x на ділянці ac, тобто:

$$\mathcal{E}_x = Ir_x \qquad (1)$$

де I – сила струму на ділянці ab; r_x – опір ділянки ac.

Якщо замість джерела $\mathcal{E}_x$ у схему включити джерело з відомою е.р.с $\mathcal{E}_0$, то для її компенсації треба перемістити контактний повзунок у нове положення c_1. Тоді замість співвідношення (1) матимемо:

$$\mathcal{E}_0 = Ir_o , \qquad (2)$$

де r_o – опір ділянки ac_1.

Розділивши (1) на (2), отримаємо:

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_0} = \frac{r_x}{r_o} \qquad (3)$$

Ця рівність і лежить в основі порівняння е.р.с. за допомогою методу компенсації.

Для каліброваного дроту опори ділянок ac і ac_1 пропорційні їх довжинам: $r_x \sim l_x$, $r_0 \sim l_0$, тобто :

$$\frac{r_x}{r_0} = \frac{l_x}{l_0}. \qquad (4)$$

Тому співвідношення (3) можна записати у вигляді:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \frac{l_x}{l_0} . \qquad (5)$$

У даній роботі еталонним джерелом є ртутно-кадмієвий нормальний елемент з $\mathcal{E}_0$ = 1,01836 В.

УВАГА! Нормальний елемент не можна перевертати.

Порядок виконання роботи

1. Складають електричне коло за схемою (рис 1).

2. Замикають ключ K_1.

3. Замикають ключ K_2 у коло з джерелом $\mathcal{E}_x$.. Переміщують повзунок реохорда до відсутності струму (стрілка гальванометр G відхиляється) у колі елемента $\mathcal{E}_x$..

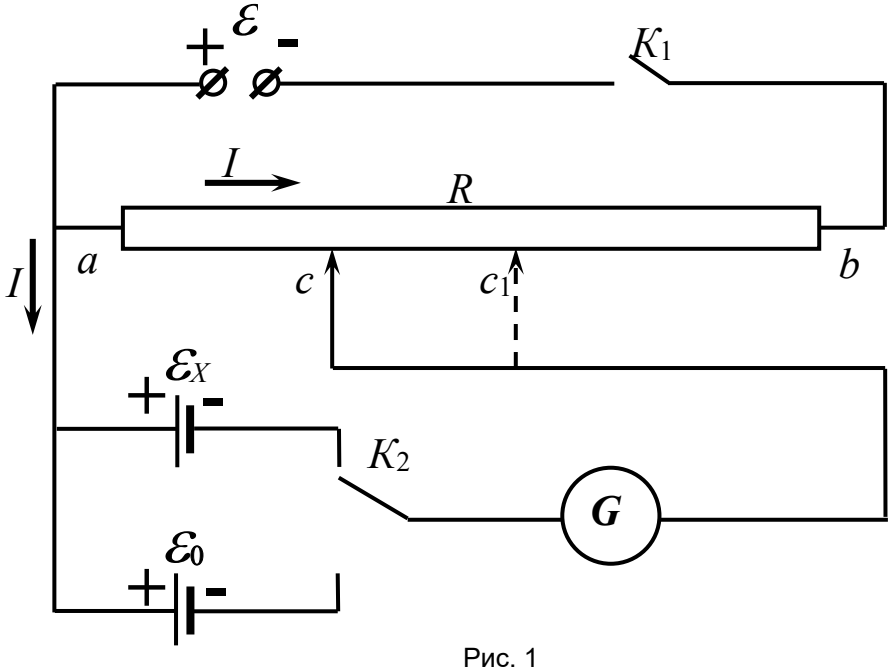


Рис. 1

4. Вимірюють довжину плеча реохорда l_x між точками a і c.

5. Перемикають ключ K_2 у коло з джерелом $\mathcal{E}_0$. Вимірюють l_0, повторюючи п. п. 3,4.

6. Виміри l_x та l_0, повторюють не менше трьох разів. Ключ K_2 замикають тільки на час визначення l_x і l_0,тобто на час встановлення стрілки гальванометра на нуль, після чого його розмикають .

7. Обчислюють е.р.с. досліджуваного джерела за формулою :

$$\langle \mathcal{E}_x \rangle = \mathcal{E}_0 \frac{l_x}{l_o} .$$

8. Визначають відносну похибку $\varepsilon_{\mathcal{E}_x}$ за формулою:

$$\varepsilon_{\mathcal{E}_x} = \varepsilon_{l_x} + \varepsilon_{l_0} + \varepsilon_{\mathcal{E}_0} .$$

9. Розраховують довірчу границю сумарної похибки при довірчій імовірності $P \geq 0{,}95$:

$$\Delta_{\mathcal{E}_x} = < \mathcal{E}_x > \varepsilon_{\mathcal{E}_x} .$$

10. Заносять дані до таблиці .

Таблиця

№ п/п	Табличні та задані величини	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	$\mathcal{E}_0$, В	l_0, м	l_x, м	$\mathcal{E}_x$, В

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Поясніть роль сторонніх сил у колі постійного струму.
2. Що називають електрорушійною силою?
3. Що називають напругою на ділянці кола?
4. Запишіть і сформулюйте закон Ома для неоднорідної ділянки кола і для замкнутого кола.
5. Запишіть і сформулюйте перше і друге правила Кірхгофа.
6. Сформулюйте суть методу компенсації.

РОБОТА 3 - 3.

ВИВЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ОПОРУ МЕТАЛІВ ВІД ТЕМПЕРАТУРИ

Мета роботи: набути навиків вимірювання опорів за допомогою містка Уїнстона, визначити температурний коефіцієнт опору металу.

Причиною електричного опору металу є розсіювання електронів на дефектах кристалічної решітки (дефект решітки – це будь-яке порушення періодичності її структури). Природним джерелом дефектів решітки є коливальний рух атомів. Тому при підвищенні температури опір металу зростає.

Температурний коефіцієнт опору провідника α визначає відносний приріст опору R при збільшенні температури T на один кельвін

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT}.$$

В загальному випадку α є функцією температури. Однак для металів зміна α з температурою незначна. Тому для температур, значно нижчих від температури плавлення, наближено можна вважати α сталим коефіцієнтом, який дорівнює його середньому значенню у досліджуваному температурному інтервалі. Отже, якщо R_0 – це опір металу при 0 °С, а R – його значення при t °С, то :

$$R = R_0(1 + \alpha t).$$

У цьому наближенні опір лінійно зростає із зростанням температури, а константа α визначається за формулою:

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot t}. \qquad (1)$$

Вивчення залежності опору металу від температури і визначення константи α становить зміст даної роботи. Опір провідника, що досліджується, визначають за допомогою містка Уїнстона (рис. 1). Він складається з реохорда ab, чутливого нуль-гальванометра G і двох опорів – відомого R (магазин опорів) і невідомого R_t (відрізок дроту, намотаний на каркас у вигляді котушки і поміщений у нагрівач – електричну піч). Реохорд ab – це однорідна дротина, укріплена на масштабній лінійці, вздовж якої може переміщуватись контактний повзунок c. Опори R_t, R, r_1, r_2 утворюють плечі містка.

Переміщаючи контакт c, можна знайти на реохорді таку точку, потенціал якої φ_c дорівнює потенціалу $\varphi_д$ у точці d. В цьому випадку сила струму I через гальванометр G зменшується до нуля ($I = 0$). Таке положення називається рівновагою містка, при якому падіння напруги на ділянках ac і ad однакові:

$$I_1 \cdot R_t = I_2 \cdot r_1. \qquad (2)$$

і падіння напруги на ділянках db і cb теж однакові:

$$I_1 \cdot R = I_2 r_2 . \qquad (3)$$

Розділивши (2) на (3), отримаємо умову рівноваги містка:

$$\frac{R_t}{R} = \frac{r_1}{r_2} . \qquad (4)$$

Для каліброваної дротини відношення r_1 / r_2 можна замінити відношенням плечей реохорда l_1 / l_2 ($l_1 = ac$, $l_2 = cb$).

Після цього рівність (4) набуває вигляду:

$$R_t = R \cdot \frac{l_1}{l_2} . \qquad (5)$$

Це співвідношення використовується для порівняння опору R_t, що досліджується, з відомим опором R. Найточнішими є вимірювання при $l_1 = l_2$ та $R_t = R$.

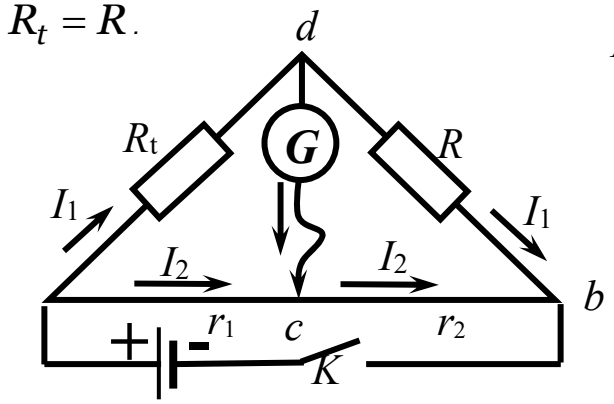


Рис.1

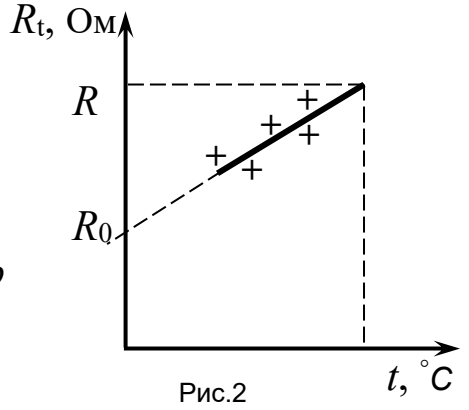


Рис.2

Порядок виконання роботи

1. Складають коло містка Уїнстона.

2. Вимірюють температуру провідника термометром і визначають його опір R_t. Для цього контакт c ставлять на середину реохорда ($l_1 = l_2$), а декади опорів магазину – на нульові відмітки. Замикають ключ K. Стрілка гальванометра відхилиться, бо $R_t \geq R$. Врівноважують місток, збільшуючи опір магазина R доти, поки сила струму через гальванометр G не стане дорівнювати нулю. У цьому випадку згідно з формулою (5) $R_t = R$. Значення l_1, l_2, R_t, R і t заносять до таблиці.

№ п/п	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань	
	l_1, см	l_2, см	t, °C	R, Ом	R_t, Ом	α, K^{-1}

3. Вмикають нагрівач і аналогічно визначають опір R_t при різних температурах t з інтервалом 5–10 °С. До таблиці заносять дані для 6–7 значень температури. Вимірювання проводять до температури 80 – 90 ^{0}С.

4. На міліметровому папері будують графік залежності $R_t = f(t)$, відкладаючи по осі абсцис значення температури, а по осі ординат – значення опору. Пряму лінію проводять так, щоб експериментальні точки розміщувались приблизно симетрично по обидва боки від неї.

5. За графіком знаходять значення R_0, продовжуючи пряму до перетину з віссю R_t при $t = 0\ ^{\circ}\mathrm{C}$ (рис.2), точка перетину визначає значення R_0. Користуючись даними графіка, обчислюють значення α за формулою:

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot t}.$$

Запитання для самоперевірки та контролю

I. Як і чому опір металу залежить від температури?

2. Навести означення температурного коефіцієнту опору. Порядок його величини для металів.

3. Чому гальванометр у містку Уїнстона повинен мати двобічну шкалу з нулем посередині?

4. Виведіть умову рівноваги містка Уїнстона.

5. Які переваги методу визначення опору містком Уїнстона порівняно з методом амперметра і вольтметра?

6. Сформулюйте правила Кірхгофа Застосуйте ці правила до вузлів і контурів містка Уїнстона.

3.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ
МОДУЛЬ 3. „ЕЛЕКТРИКА"

Приклад 1. Три точкових позитивних заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3$ закріплені у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд по величині та по знаку Q_4 потрібно розмістити в центрі трикутника, щоб ця система зарядів знаходилася в рівновазі.

Розв'язання. Між однойменними зарядами спостерігається відштовхування. Всі три заряди, що розміщені по вершинах трикутника, знаходяться в однакових умовах (рис. 3.3.1). Тому достатньо пояснити, який заряд треба розмістити в центрі трикутника, для того, щоб один із трьох зарядів, наприклад Q_1, знаходився б у рівновазі. Заряд Q_1 буде знаходитись в рівновазі, коли векторна сума діючих на нього сил буде дорівнювати нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \qquad (1)$$

де $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ – сили, з якими відповідно діють на заряд Q_1 заряди Q_2, Q_3, Q_4; $\vec{F}$ – рівнодіюча сил $\vec{F}_2$ та $\vec{F}_3$. Зрозуміло (див. рис.3.3.1), що сила, що зрівноважить силу $\vec{F}$, повинна бути силою притягування, тобто заряд Q_4 повинен бути негативним. Знайдемо його величину.

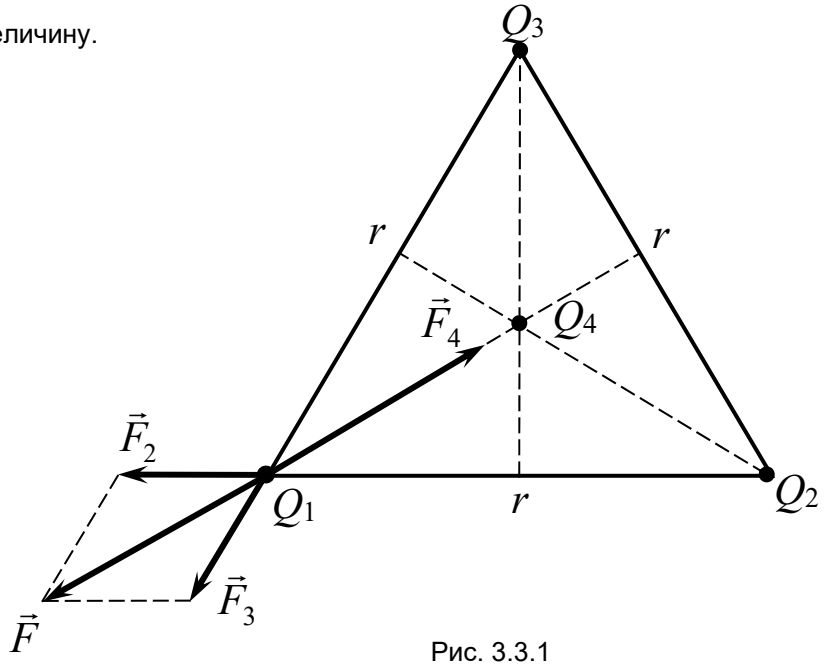


Рис. 3.3.1

Оскільки сили $\vec{F}$ та $\vec{F}_4$ направлені по одній прямій у протилежні сторони, то векторне рівняння (1) можна замінити скалярним : $F - F_4 = 0$, звідки $F = F_4$. Виразивши в останньому рівнянні F через F_2 та F_3 та приймаючи до уваги, що

$F_3=F_2$, одержимо $F_4 = 2F_2 \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$. Тут враховано, що паралелограм побудований на рівних по величині сторонах F_2 та F_3 є ромбом, в якого діагоналі взаємно - перпендикулярні і діляться пополам.

Запишемо закон Кулона, враховуючи, що всі заряди у вершинах трикутника рівні

$Q_2=Q_3=Q_1$:

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = 2 \cdot \frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (2)$$

Звідси:

$$Q_4 = 2 \cdot \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (3)$$

Враховуючи, що в рівносторонньому трикутнику усі кути рівні і $\alpha = 60^0$, отримаємо відстань r_1 між зарядами Q_4 та Q_1, яка дорівнює:

$$r_1 = \frac{\frac{r}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{2\cos 30^o} = \frac{r}{\sqrt{3}},$$

З врахуванням цього з формули (3) знайдемо величину заряду:

$$Q_4 = \frac{Q_1}{\sqrt{3}}.$$

Цей заряд – негативний. Треба також відмітити, що рівновага такої системи зарядів буде нестійкою.

Приклад 2. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, яку повинен пройти в електричному полі електрон, що має швидкість 10^6 м/с , для того, щоб швидкість його збільшилася в 2 рази.

Розв'язання. Прискорюючу різницю потенціалів можна знайти, якщо вирахувати роботу сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком заряду електрона на різницю потенціалів:

$$A=eU. \qquad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}, \qquad (2)$$

де T_1 та T_2 – кінетичні енергії електрона до та після проходження прискорюючої різниці потенціалів; m - маса електрона; V_1 та V_2 – початкова та кінцева швидкості. Прирівнявши праві частину рівнянь (1) та (2), одержимо:

$$eU = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mn^2V_1^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2},$$

де $n = V_2/V_1$. Звідси різниця потенціалів дорівнює:

$$U = \frac{mV_1^2(n^2-1)}{2e}. \qquad (3)$$

Провівши розрахунки, отримаємо:

$$U = \frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot\left(10^6\right)^2}{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}\left(2^2-1`\right)B = 8{,}53B.$$

Приклад 3. Знайти швидкість та кінетичну енергію (в Дж та еВ), якої набуде електрон, що пройшов різницю потенціалів $\Delta\varphi = 100\text{В}$.

Розв'язання. Робота електричного поля по переміщенню заряду між точками з різницею потенціалів $\Delta\varphi$ дорівнює:

$$A = e\cdot\Delta\varphi. \qquad (1)$$

Ця робота йде на збільшення кінетичної енергії електрона:

$$A = \Delta W_k. \qquad (2)$$

Якщо в початковий момент

$$V = 0,\ W_k = 0,\ \text{то}\ A = W_k = \frac{mV^2}{2}. \qquad (3)$$

Отже:

$$e\cdot\Delta\varphi = W_k\ , \qquad (4)$$

та

$$e\cdot\Delta\varphi = \frac{mV^2}{2}. \qquad (5)$$

Підставивши числові значення заряду електрона та напруги в (4), отримаємо:

$$W_k = 1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Кл}\cdot100\text{В} = 1{,}6\cdot10^{-17}\ \text{Дж}\ ; \qquad (\text{Дж} = \text{Кл}\cdot\text{В}).$$

Оскільки за визначенням 1 електрон-вольт (1еВ) – це енергія, яку отримає електрон, що пройде різницю потенціалів в 1 В, то при проходженні ним різниці потенціалів 100 В, маємо:

$$W_k = 1{,}6\cdot10^{-17}\ \text{Дж} = 100\ \text{еВ}.$$

З формули (5) знайдемо швидкість, яку отримає електрон:

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta\varphi}{m}} \ . \qquad (6)$$

Розрахуємо числові значення:

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ Кл}}} = \sqrt{\frac{320}{9{,}1} \cdot 10^{12}} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = 5{,}9 \cdot 10^{6} \frac{\text{м}}{\text{с}} .$$

Приклад 4. Сила струму в провіднику опором 20 Ом зростає протягом 2 с за лінійним законом від 0 до 6 А. Визначити теплоту, яка виділилася в цьому провіднику за першу та за другу секунду, а також знайти співвідношення теплоти, що виділилася за першу та другу секунди.

Розв'язання. Закон Джоуля-Ленца у вигляді $Q=I^2Rt$ справедливий для постійного струму ($I = \text{const}$). Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то вказаний закон справедливий для нескінченно малого інтервалу часу та записується у вигляді:

$$dQ=I^2Rdt. \qquad (1)$$

Тут сила струму I є деякою функцією часу. В даному випадку

$$I=kt, \qquad (2)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с}.$$

З урахуванням (2) формула (1) приймає вигляд:

$$dQ=k^2Rt^2dt. \qquad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділиться за інтервал часу Δt , вираз (3) потрібно проінтегрувати в межах від t_1 до t_2 :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2^3 - t_1^3 \right).$$

Проведемо розрахунки:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (1 - 0) = 60 \text{ Дж};$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$$

Значить $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7$, тобто за другу секунду виділиться теплоти в 7 раз більше, ніж за першу.

Приклад 5. Простір між пластинами плоского конденсатора має об'єм 375 см^3 і заповнений воднем, який частково іонізовано. Площа кожної пластини конденсатора 250 см^2. При якій напрузі сила струму, що проходить, досягне значення 2 мкА, якщо концентрація іонів у газі рівна 5,3 · 10^{7}см$^{-3}$?

Розв'язання. Напруга на пластинах конденсатора зв'язана з напруженістю електричного поля та відстанню між пластинами співвідношенням:

$$U = E \cdot d . \qquad (1)$$

З виразу для густини струму

$$j = \mathrm{Q}n(\mu_+ + \mu_-)E ,$$

де

Q - заряд іона;

n - концентрація іонів;

μ_+ і μ_- - рухливість позитивних та негативних іонів;

знайдемо:

$$E = \frac{j}{\mathrm{Q}n(\mu_+ + \mu_-)} = \frac{1}{\mathrm{Q}n(\mu_+ + \mu_-) \cdot S} .$$

Оскільки об'єм простору між пластинами дорівнює Sd, то, підставляючи вираз E та d у формулу (1), одержимо:

$$U = \frac{IV}{\mathrm{Q}n(\mu_+ + \mu_-)S^2} . \qquad (2)$$

Проведемо розрахунки, приймаючи до уваги, що рухливість іонів дорівнює μ_+ = 5,4 ·10^{-4} м^2/(с· В) та μ_- = 7,4 ·10^{-4} м^2/(с· В):

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}75 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{13} (5{,}4 + 7{,}4) \cdot 10^{-4} \cdot 6{,}26 \cdot 10^{-4}} \mathrm{В} = 110 \mathrm{В} .$$

Приклад 6. Електричне коло складається з двох гальванічних елементів, трьох опорів та гальванометра (рис. 3.3.2). У цьому колі R_1=100 Ом, R_2=50 Ом; R_3=20 Ом; е. р. с. елемента $\mathcal{E}_1$ = 2 В. Гальванометр реєструє силу струму I_3 = 50 мА, в напрямку, який вказано стрілкою. Визначити е. р. с. $\mathcal{E}_2$ другого елемента, а також струми I_1 та I_2. Опором гальванометра та внутрішнім опором елементів знехтувати.

Для розрахунку розгалужених кіл застосовують закони Кірхгофа. Нагадаємо деякі особливості складання рівнянь за цими законами.

1.Перед складанням рівняння довільно вибрати: а) напрямки струмів (якщо вони не задані умовою задачі) та показати їх стрілками на схемі; б) напрямки обходу контурів.

2.При складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа вважати струми, що входять у вузол позитивними, а струми, що виходять з вузла - негативними. Число рівнянь, складених за першим законом Кірхгофа, повинно бути на одиницю менше від числа вузлів, які знаходяться в колі.

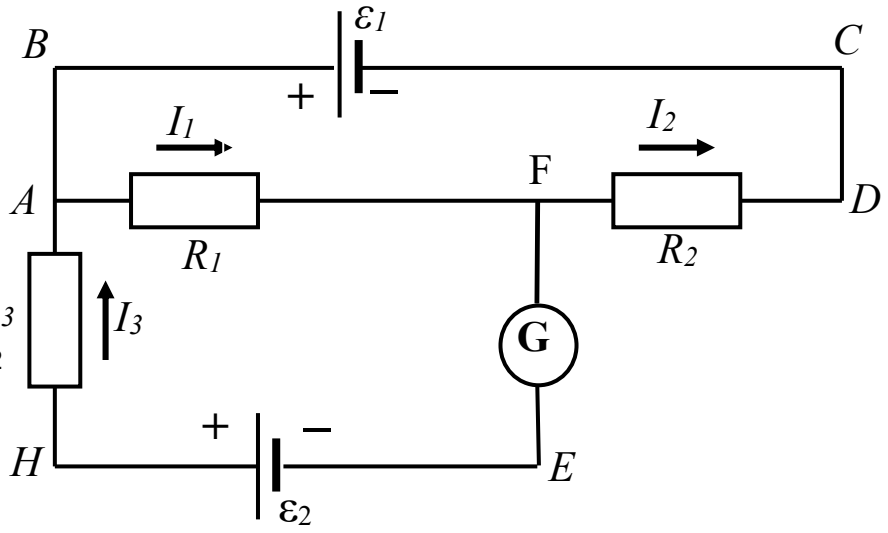


Рис. 3.3.2

3. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа треба вважати: а) падіння напруги (тобто добуток IR), що входить у рівняння зі знаком плюс, якщо напрямок струму на даній ділянці збігається з вибраним напрямком обходу контуру; в противному разі добуток IR входить у рівняння зі знаком мінус; б) е. р. с. входить у рівняння зі знаком плюс, якщо вона підвищує потенціал у напрямку обходу контуру, тобто при обході йдемо від мінуса до плюса джерела струму; в противному разі е. р. с. входить в рівняння зі знаком мінус.

Число незалежних рівнянь, які можуть бути складені за другим законом Кірхгофа, повинно бути менше числа замкнених контурів, які є в колі.

Для складання рівнянь перший контур можна вибрати довільно. Всі наступні контури слід вибирати так, щоб у кожний новий контур входила хоча б одна ділянка кола, яка б не брала участі ні в одному із раніше використаних контурів. Якщо при розв’язанні рівнянь, що складені вищевказаним способом, одержано від’ємні значення сили струму, то це означає, що струм через даний опір у дійсності тече в напрямку, протилежному довільно вибраному.

Розв’язання. Виберемо напрямки струмів так, як їх показано на рис.3.3.2, і умовимося обходити контури за годинниковою стрілкою.

За першим законом Кірхгофа для вузла *F* маємо:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \ . \qquad (1)$$

За другим законом Кірхгофа для контура *ABCDFA* маємо:

$$-I_1R_1-I_2R_2= -\varepsilon_1 \quad \text{або} \quad I_1R_1+I_2R_2= \varepsilon_1 \qquad (2)$$

Відповідно для контура *AFEHA*

$$I_1R_1+I_3R_3= \varepsilon_2 . \qquad (3)$$

Після підстановки числових значень у формули (1), (2) та (3) одержимо систему рівнянь:

$$I_1 - I_2 - 0,05=0; \qquad (4.1)$$

$$50\ I_1+25\ I_2=1; \qquad (4.2)$$

$$100\ I_1+0,05\cdot 20= \varepsilon_2 . \qquad (4.3)$$

Із рівняння (4.1) знайдемо величину струму I_1:

$$I_1= I_2+ 0,05; \qquad (5.1)$$

Підставивши значення (5.1) у формулу (4.2), отримаємо:

$$50(I_2+ 0,05)+ 25\ I_2=1.$$

Отже

$$75I_2 = 1- 2,5=-1,5,$$

а

$$I_2 = -1,5/75= - 0.02 \text{ A}.$$

Таким чином, в дійсності струм I_2 протікає в протилежному напрямку (за годинниковою стрілкою); у відповіді його потрібно брати зі знаком «+» і поміняти напрям протікання на протилежний.

Підставивши значення I_2 у співвідношення (5.1), знайдемо величину струму I_1:

$$I_1=-0,02 + 0,05= 0,03\ A.$$

А величину ε_2 визначимо за формулою (4.3):

$$\varepsilon_2 = 100\cdot 0,03+0,05\cdot 20= 4\ B.$$

3.4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №3

МОДУЛЬ 3. „ЕЛЕКТРИКА”

301. Точкові заряди 2 мкКл та 5 мкКл знаходяться на відстані 5 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, віддаленій на 3 см від першого і 4 см від другого заряду. Визначити силу, що діє в цій точці на точковий заряд 10 мкКл.

302. Три однакових точкових заряди по 5 нКл кожний знаходяться в вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 1 см. Визначити модуль і напрямок сили, що діє на один із зарядів зі сторони двох інших.

303. Чотири однакових точкових заряди по 10 нКл кожний закріплені в вершинах квадрата зі стороною 10 см. Знайти силу, що діє на один із цих зарядів зі сторони трьох інших.

304. Відстань між двома точковими однойменними зарядами 0,9 нКл та 1,6 нКл дорівнює 50 см. Визначити точку, в яку треба помістити третій заряд так, щоб система зарядів знаходилась в рівновазі. Визначити розмір і знак заряду. Стійка чи нестійка буде рівновага?

305. Заряджена пилинка масою 0,01 г перебуває в рівновазі в однорідному електричному полі плоского конденсатора. Напруга між пластинами 400 В, а відстань між пластинами 4 мм. Визначити величину заряду пилинки та напруженість поля.

306. На якій відстані один від одного потрібно розмістити два однойменні точкові заряди в воді, щоб вони відштовхувались з такою ж силою, з якою вони відштовхуються в вакуумі на відстані 9 см. Відносна діелектрична проникність води 81.

307. В теорії атома водню прийнято, що електрон обертається навколо протона (ядра) по коловій орбіті радіусу 0,53 10^{-10} м. Чому буде дорівнювати лінійна швидкість електрона при такому обертанні? Знайти силу взаємодії між електроном та протоном.

308. На тонкому провіднику, що зігнутий в кільце з радіусом 5 см, рівномірно розподілений заряд 10 нКл. Знайти напруженість та потенціал поля в центрі кільця (в площині кільця).

309. На тонкому стержні довжиною 10 см знаходиться рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною заряду 5 нКл/м. На продовженні осі стержня на відстані 20 см від ближнього кінця стержня розміщено точковий заряд 10 нКл. Знайти силу взаємодії точкового заряду з стержнем.

310. Точковий заряд 10 нКл розміщений в електричному полі, що створене прямим довгим (рахуємо - нескінченно довгим) циліндром радіуса 5 см, який рівномірно заряджений з поверхневою густиною заряду 1 мкКл/м^2. Визначити силу, що діє на заряд в точці, що відстоїть від осі циліндра на відстані 10 см.

311. Який заряд треба помістити на пластини конденсатора площею 200 см, щоб вони притягуються з силою 0,5 м? Електричне поле рахувати однорідним, а між пластинами діелектрик слюда.

312. Поле створене точковим диполем з електричним моментом 0,5 нКл м. Визначити напруженість поля в точках, що розміщені симетрично відносно центру диполя на його осі на відстані 50 см від центру диполя. Знайти різницю потенціалів між цими точками.

313. Електричне поле в повітрі створене прямим довгим (рахуємо нескінченно довгим) циліндром радіуса 10 см, який рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду 0,5 мкКл/м. Визначити поверхневу густину заряду циліндра та напруженість поля на відстані 20 см від осі циліндра.

314. На пластинах плоского конденсатора розміщений заряд 20 нКл. Площа кожної пластини 50 $см^2$, а діелектриком є фарфор. Вважаючи поле однорідним знайти силу, з якою притягуються пластини.

315. На тонкому стержні довжиною 25 см знаходиться рівномірно розподілений заряд. На продовженні осі стержня на відстані 25 см від ближнього кінця стержня розміщено точковий заряд 20 нКл . Знайти лінійну густину заряду на стержні, якщо сила взаємодії точкового заряду з стержнем дорівнює 10 мкН.

316. Електричне поле в повітрі створене прямим довгим (рахуємо - нескінченно довгим) циліндром радіуса 2 см, який рівномірно заряджений з поверхневою густиною заряду 1 $мкКл/м^2$. Визначити лінійну густину заряду циліндра та напруженість поля на відстані 10 см від осі циліндра.

317. Електричне поле в вакуумі створене нескінченно довгим тонким зарядженим провідником з лінійною густиною заряду 10 нКл/м. Визначити напруженість поля в точках, що знаходяться на відстані 5 см та 10 см від провідника, а також різницю потенціалів між цими точками.

318. В поле точкового заряду величиною 10 нКл поміщають на деякій відстані інший точковий заряд величиною 5 нКл. Під дією сил поля другий заряд перемістився так, що відстань до першого заряду збільшилась вдвічі. Виконана при цьому робота дорівнює 1 мкДж. На якій відстані розміщалися заряди?

319. Потенціал в деякій точці поля, що розміщена на відстані 1 см від точкового заряду в повітрі, дорівнює 200 В. Визначити величину цього заряду та напруженість поля в цій точці. Яку роботу потрібно виконати, щоб перемістити цей заряд в точку з потенціалом 100 В?

320. Визначити потенціальну енергію системи двох точкових зарядів 2 нКл та 5 нКл, що знаходяться на відстані 10 см один від одного. Як зміниться потенціальна енергія, якщо знак одного із зарядів поміняти на негативний.

321. Електрон влітає в однорідне електричне поле з напруженістю 100 В/м з початковою швидкістю 10^6 м/с так, що вектор швидкості перпендикулярний до ліній напруженості електричного поля. Визначити: а) силу, що діє на електрон; б) прискорення руху електрона; в) швидкість електрона через 10^{-7} с.

322. Електрон з енергією 1,6 10^{-17} Дж рухається з нескінченності вздовж силової лінії по напряму до металевої зарядженої кульки радіусом 1 см. Визначити мінімальну відстань, на яку наблизиться електрон до поверхні кульки, якщо її заряд-100 нКл.

323 Електрон, що пройшов в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, набув швидкість 10^5 м/с. Відстань між пластинами 10 мм. Знайти: 1) різницю потенціалів між пластинами; 2) поверхневу густину заряду на пластинах.

324. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти електрон, що має швидкість 10^6 м/с, щоб його швидкість зросла втричі?

325. Яку різницю потенціалів повинен пройти протон, що має швидкість 10^5 м/с, щоб його швидкість зросла вдвічі?

326. Знайти відношення швидкостей іонів Cu^{2+} та K^{+}, що пройшли однакову різницю потенціалів.

327. Іон атома літію Li^{+} пройшов різницю потенціалів 500 В, а іон атому натрію Na^{+} - різницю потенціалів 200 В. Знайти відношення швидкостей цих іонів.

328. Електрон, що має кінетичну енергію 1,6 10^{-18} Дж, влітає в однорідне електричне поле в напрямі силових ліній поля. З якою швидкістю буде рухатись електрон, що пройшов в цьому полі різницю потенціалів 10 В? Як зміниться швидкість руху, якщо електрон влітатиме в напрямі, протилежному силовим лініям поля.

329. Пилинка масою 10^{-8} кг, що несе на собі заряд рівний заряду 100 електронів, пройшла в вакуумі прискорюючу різницю потенціалів U=500 В. Яка кінетична енергія цієї пилинки? Яку швидкість набула пилинка?

330. Знайти швидкість та кінетичну енергію (в Дж та еВ), якої набуде електрон, що пройшов різницю потенціалів в 500 В.

331. Плоский конденсатор заряджений до різниці потенціалів 200 В, а потім відключений від джерела. Відстань між пластинами конденсатора 5 мм. Як зміниться напруга між пластинами, якщо відстань між ними зросте вдвічі? Вважати, що втрат заряду після відключення конденсатора немає.

332. Плоский конденсатор, що має площу пластин 100 см^2 та відстань між ними 5 мм, заряджений до різниці потенціалів 200 В. Визначити енергію електростатичного поля та її об'ємну густину. Відносна діелектрична проникливість діелектрика між пластинами дорівнює 7 (слюда).

333. Відстань між пластинами плоского конденсатора 5 мм, різниця потенціалів 500 В. Заряд кожної пластини 40 нКл. Визначити енергію поля конденсатора та силу взаємодії між пластинами.

334. Два однакових плоских повітряних конденсатора ємністю 200 пФ кожний з'єднані послідовно в батарею. Визначити на скільки зміниться ємність батареї, якщо простір між пластинами одного із конденсаторів заповнити слюдою з відносною діелектричною проникливістю 7.

335. Плоский конденсатор, відстань між пластинами якого дорівнює 5 мм, заряджений до різниці потенціалів 250 В. Площа кожної пластини 50 см^2. Знайти напруженість та об'ємну густину енергії поля конденсатора. Діелектрик – слюда, з відносною діелектричною проникливістю 7.

336. Напруга між пластинами плоского конденсатора 100 В. Площа кожної пластини 50 см^2, а заряд на пластині 5 нКл. Чому дорівнює відстань між пластинами, якщо між пластинами а) повітря, б) фарфор, з відносною діелектричною проникливістю 5.

337. Між пластинами плоского конденсатора знаходиться слюдяна пластинка, що щільно прилягає до пластин. Як зміниться напруга між пластинами конденсатора, що

заряджений до напруги 50 В, якщо слюдяну пластинку витягнути? Відносна діелектрична проникливість слюди - 7.

338. Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора 200 В, а відстань між ними 5 мм. Площа кожної пластини 100 $см^2$. Який заряд знаходиться на кожній пластині, якщо між пластинами а) повітря, б) фарфор, з відносною діелектричною проникливістю 5.

339. Плоский конденсатор з пластинами по 100 $см^2$ кожна та відстанню між ними в 3 мм заряджений до різниці потенціалів в 300 В. Знайти енергію та об'ємну густину енергії поля конденсатора якщо між пластинами а) повітря, б) фарфор, з відносною діелектричною проникливістю 5.

340. Конденсатор ємністю 5 мкФ заряджений до різниці потенціалів 100 В. Після відключення від джерела струму конденсатор підключили паралельно з іншим, незарядженим, конденсатором такої ж ємності. Яка енергія піде на створення іскри під час під'єднання другого конденсатора?

341. Електрорушійна сила джерела струму 12 В. Внутрішній опір менший зовнішнього в 5 разів. Визначити напругу на клемах джерела.

342. Акумулятор дає струм 2 А при замиканні на опір 4 Ом та 1А- при замиканні на 10 Ом. Визначити електрорушійну силу, внутрішній опір елемента та струм короткого замикання.

343. Гальванічний елемент з електрорушійною силою 1,5 В дає струм 0,1 А при замиканні його на опір 14 Ом. Визначити струм короткого замикання ?

344. Акумулятор дає струм 1 А при замиканні на опір 10 Ом та 0,5 А при замиканні на 22 Ом. Визначити електрорушійну силу, внутрішній опір елемента та струм короткого замикання.

345. Який повинен бути діаметр залізного провідника довжиною 5 м, щоб при замиканні ним елемента з електрорушійною силою 1,5 В та внутрішнім опором 0,2 Ом, одержати струм 0,6 А? Питомий опір провідника дорівнює $9{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом· м.

346. Лампа потужністю 500 Вт розрахована на напругу 110 В. Визначити опір лампи в робочому стані. Який додатковий опір необхідний для того, щоб ввімкнути цю лампу в мережу з напругою 127 В.

347. Котушка та амперметр підключені до джерела живлення послідовно. До клем котушки підключений вольтметр з опором 4 кОм. Амперметр показує силу струму 0,3 А, вольтметр - напругу 120 В. Визначити опір котушки. Визначити відносну
похибку, яка буде допущена при вимірюванні опору, якщо знехтувати силою струму, що проходить через вольтметр.

348. В коло з напругою 100 В підключили котушку з опором 2 кОм та вольтметр, що з'єднані послідовно. Покази вольтметра були 80 В. Коли котушку замінили іншою, вольтметр показав 60 В. Визначити опір другої котушки.

349. Електрорушійна сила батареї дорівнює 80 В. Внутрішній опір батареї 5 Ом. Зовнішнє коло споживає потужність 100 Вт. Визначити силу струму в колі, напругу, під яким знаходиться зовнішнє коло, та зовнішній опір.

350. Від джерела з електрорушійною силою 400 В, потрібно передати енергію на відстань 500 м. Потужність, що споживається, дорівнює 4 кВт. Знайти мінімальні втрати потужності в колі, якщо діаметр мідних провідників 0,4 см.

351. За час рівний 10 с струм в колі рівномірно виріс з 2 А до 5 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на опорі 4 кОм?

352. В провіднику за час 5 с при рівномірному зростанні сили струму від 2 А до 5 А виділилося кількість теплоти 10 кДж. Знайти опір провідника.

353. Визначити кількість теплоти, що виділилась за час 5 с в провіднику опором 1 кОм, якщо сила струму в ньому рівномірно зменшувалась від 10 А до 5 А.

354. Сила струму в провіднику з опором 100 Ом за 2 с лінійно зростає від 0 до 4 А. Визначити кількість теплоти, що виділиться за першу та другу секунди проходження струму.

355. Сила змінного струму змінюється по синусоїдальному закону з частотою 50 Гц. Знайти заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час рівний четверті періоду, якщо при цьому сила струму зросла з 0 до 5 А.

356. Сила змінного струму з частотою 50 Гц, зросла за четверть періоду від 0 до 4 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на провіднику з опором 1 кОм ?

357. Сила змінного струму з частотою 50 Гц, зменшилась за четверть періоду від 10 А до 0. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на провіднику з опором 2 кОм?

358. За час рівний 5 с струм в колі рівномірно зменшився з 10 А до 5 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на опорі 5 кОм?

359. За час рівний 15 с струм в колі рівномірно виріс з 2 А до 5 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на опорі 10 кОм?

360. Сила струму в провіднику з опором 1 кОм за 5 с лінійно зменшується від 5 А до 0. Визначити кількість теплоти, що виділиться за першу, другу та п’ять секунд проходження струму.

361. Простір між пластинами плоского конденсатора, що має об’єм 500 $см^3$, заповнено частково іонізованим воднем. Площа пластин конденсатора рівна 200 $см^2$. При якій напрузі сила струму, що проходить через конденсатор, досягне значення 1 мкА, якщо концентрація іонів в газі дорівнює $5 \cdot 10^7$ $см^{-3}$?

362. Водень іонізується в іонізаційній камері під дією рентгенівського випромінювання, так, що в кожному кубічному міліметрі газу знаходиться в умовах рівноваги 10^5 пар іонів. Знайти питому провідність азоту.

363. Посередині між електродами іонізаційної камери влетіла α-частинка. Рухаючись паралельно електродам, вона створила на своєму шляху ланцюжок іонів. За який час після прольоту α - частинки іони дійдуть до електродів, якщо відстань між електродами 2 см, різниця потенціалів 6 кВ і рухливість іонів обох знаків в середньому дорівнює 1, 5 $см^2/(В \cdot с)$?

364. Знайти опір трубки довжиною 0,5 м і площею поперечного перерізу 5 $мм^2$, що наповнена азотом, іонізованим так, що в об’ємі 1 $см^3$ його знаходиться при рівновазі 10^8 пар іонів. Іони одновалентні.

366. Повітря іонізується рентгенівським випромінюванням. Визначити питому провідність повітря, якщо в одному $см^3$ газу знаходиться в умовах рівноваги 10^8 пар іонів.

367. Азот між плоскими електродами іонізаційної камери іонізується рентгенівським випромінюванням. Сила струму, що проходить через камеру, 1,5 мкА. Площа кожного електрода 200 $см^2$, відстань між ними І,5 см, різниця потенціалів 150 В. Визначити концентрацію іонів між пластинами, якщо струм далекий від насичення. Заряд кожного іона дорівнює елементарному заряду.

368. Газ, що знаходиться в іонізаційній камері між плоскими пластинами, опромінюється рентгенівським випромінюванням. Визначити густину струму насичення, якщо іонізатор створить в об'ємі 1 $см^3$ газу $5 \cdot 10^6$ пар іонів в секунду. Рахувати, що кожний іон несе на собі елементарний заряд. Відстань між пластинами камери 2 см.

369. Об'єм газу, що знаходиться між електродами іонізаційної камери, дорівнює 1 літр. При іонізації рентгенівським випромінюванням сила струму насичення рівна 5 нА. Скільки пар іонів виникне за одну секунду в об'ємі рівному 1 $см^3$ газу? Заряд кожного іона рівний елементарному заряду.

370. На відстані 1 см одна від одної розміщені дві пластини площею 200 $см^2$ кожна. Водень між пластинами іонізують рентгенівським випромінюванням. При напрузі 100 В між пластинами проходить далекий від насичення струм силою 2 мкА. Визначити концентрацію іонів одного знаку між пластинами. Заряд кожного іона вважати рівним елементарному заряду.

МОДУЛЬ 4. «ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ»

4.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ

4.1.1. Магнітне поле

Магнітне поле – одна із складових електромагнітного поля, яка діє на рухомі електричні заряди (на нерухомі заряди ця складова не діє), в тому числі і на провідники зі струмом, а також на намагнічені тіла незалежно від стану їх руху.

Джерелами магнітного поля є: 1) рухомі електричні заряди. 2) намагнічені тіла (магніти), 3) змінні в часі електричні поля.

4.1.1.1. Індукція магнітного поля

Силовою (основною кількісною) характеристикою магнітного поля є векторна фізична величина – **магнітна індукція** $\vec{B}$.

Напрямок вектора магнітної індукції встановлюється за результатом дії магнітного поля на: 1) провідник зі струмом; 2) магнітну стрілку; 3) заряджену частинку, що рухається в магнітному полі; 4) рамку зі струмом.

За напрямок вектора $\vec{B}$ у даній точці магнітного поля приймається напрямок, вздовж якого розташовується позитивна нормаль $\vec{n}$ вільної рамки зі струмом, вміщеної у цю точку поля. В цьому ж напрямку вказує і північний полюс магнітної стрілки, вміщеної в цю точку поля.

Напрямок позитивної нормалі рамки зв'язаний з напрямком струму правилом правого гвинта (правилом свердлика): якщо обертальний рух головки гвинта збігається з напрямком струму в рамці, то поступальний рух вістря вказує напрямок нормалі $\vec{n}$, отже напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$, що проходить через дану точку поля. Вектор $\vec{B}$ у даній точці збігається з дотичною в цій точці до лінії магнітної індукції.

Дослід показує, що на замкнутий контур (рамку) зі струмом у магнітному поля діє момент сили, величина якого прямо пропорційна силі струму *I* у контурі та його площі *S* і залежить від орієнтації контуру відносно напряму вектора індукції $\vec{B}$ магнітного поля. Модуль вектора магнітної індукції в будь-якій точці поля дорівнює відношенню максимального обертального моменту сили $M_{\max}$ (який діє збоку магнітного поляна контур зі струмом коли його нормаль перпендикулярна до вектора магнітної індукції) до добутку сили струму *I* у контурі на його площу *S*

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}. \qquad (4.1.1)$$

Одиниця магнітної індукції – тесла (Тл). Тесла – магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє з силою 1 Н на кожний метр довжини прямолінійного провідника зі струмом, по якому протікає струм 1 А: $1\ \text{Тл} = 1\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}$ =1 кг $\text{с}^{-2}\,\text{А}^{-1}$.

В ізотропних матеріальних середовищах, які перебувають у слабких магнітних полях, магнітна індукція $\vec{B}$ (що є аналогом розглянутої нами в попередньому розділі (модуль 3, ч.1 посібника) силової характеристики електричного поля - напруженості електричного поля $\vec{E}$) зв'язана з напруженістю $\vec{H}$ магнітного поля (аналог електричної індукції D) наступним співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}\,, \qquad (4.1.2)$$

де μ – відносна магнітна проникність ізотропного середовища; μ_0 – магнітна стала, або магнітна проникність вакууму; добуток $\mu\,\mu_0$ називається абсолютною магнітною проникністю середовища. Про величину μ_0 та її значення буде сказано далі; аналогічна величина – електрична стала ε_0 була розглянута нами при записі закону Кулона в системі СІ (так звана раціоналізація системи одиниць СІ).

Для вакууму $\mu = 1$ (по визначенню поняття магнітної проникності середовища), тому магнітна індукція у вакуумі дорівнює:

$$\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}\,.$$

Напруженість магнітного поля $\vec{H}$ не залежить від магнітних властивостей середовища і вимірюється у СІ в А/м.

За своєю природою магнітне поле вихрове: його силові лінії замкнуті і завжди охоплюють провідник зі струмом. Характер поля (вихрове чи потенціальне) визначається циркуляцією вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$ (чи вектора $\vec{B}$).

Циркуляцією вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$ вздовж довільного заданого замкнутого контуру називають криволінійний інтеграл по заданому контуру від скалярного добутку вектора $\vec{H}$ на нескінченно малий елемент довжини контуру $d\vec{l}$.

Отже, за визначенням циркуляція Γ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$ запишеться у вигляді:

$$\Gamma = \oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint_l H_l \cdot dl\,,$$

де $H_l = H\cdot\cos(\vec{H}\cdot d\vec{l})$ – проекція вектора $\vec{H}$ на напрям $d\vec{l}$; l – замкнений контур, вздовж якого обчислюється циркуляція.

Якщо циркуляція вектора поля по довільному замкненому контуру дорівнює нулю, то поле називається **потенціальним або безвихровим** (прикладами таких полів є:

гравітаційне поле та електростатичне поле). Таке поле існує в усіх областях простору, де електричний струм відсутній. Магнітне поле є **вихровим або соленоїдальним** в тих областях простору, де протікає електричний струм (див. нижче – закон повного струму).

В основу сучасних методів розрахунку магнітних полів постійних струмів покладена теорема про циркуляцію вектора напруженості $\vec{H}$, яка ще називається **законом повного струму**. Для таких магнітних полів, як поле соленоїда, тороїда, прямолінійного та колового струму, цей закон дозволяє розрахувати напруженість без застосування закону Біо – Савара - Лапласа (див. нижче).

Закон повного струму: циркуляція вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля по довільному замкненому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром, тобто результуючому електричному струму через поверхню, яка «натягнута» на контур l:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N} I_i = I,$$

де N – кількість струмів, охоплених контуром.

Принцип суперпозиції. З досліду витікає, що в будь-якій точці магнітного поля, створеного замкненим провідником зі струмом довільної форми, магнітна індукція $\vec{B}$ залежить від форми провідника. Це означає, що в будь-якій точці поля магнітна індукція $\vec{B}$ створюється кожною ділянкою цього провідника, тобто для магнітних полів виконується принцип суперпозиції:

$$\vec{B} = \sum_i d\vec{B}_i \,. \qquad (4.1.3)$$

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ у будь – якій точці магнітного поля, створеного замкненим провідником зі струмом довільної форми, являє собою векторну суму індукцій $d\vec{B}_i$ полів, створених у цій точці кожною окремою нескінченно малою ділянкою даного провідника зі струмом. Знаходження суми нескінченно великої кількості таких $d\vec{B}_i$ з точки зори математики і є знаходження значення інтеграла вздовж кривої, що створена замкненим провідником зі струмом довільної форми (так званий криволінійний інтеграл). Таке інтегрування є порівняно простою математичною задачею тільки для деяких конкретних випадків – наприклад, проходження струму по прямолінійних відрізках провідника, по коловому провіднику (кільце зі струмом) тощо.

4.1.1.2. Закон Біо – Савара – Лапласа

Магнітні поля, що створюються у вакуумі малим елементом струму довжиною ***dl***, по якому протікає постійний електричний струм I, вивчали французькі вчені Ж.Біо та Ф. Савар (1820 р.). Вони установили, що 1) в усіх випадках індукція магнітного поля ***dB*** пропорційна величині електричного струму I, 2) магнітна індукція ***dB*** залежить від

геометричної форми і розмірів провідника, 3) магнітна індукція ***dB*** в довільній точці поля залежить від розміщення цієї точки відносно провідника зі струмом. Результати експериментів Ж.Біо та Ф. Савара проаналізував та узагальнив француз П. Лаплас. Він запропонував формулу

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^3}\left[\vec{dl}\times\vec{r}\right] = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\cdot dl\cdot\sin\alpha}{r^2}. \qquad (4.1.4)$$

яка отримала назву **закону Біо-Савара-Лапласа** .

У співвідношенні (4.1.4) ***r*** – радіус-вектор, проведений від елементу струму ***I·dl*** до точки А, α - кут між векторами ***dl*** та ***r***. Інші позначення розшифровані раніше.

Згідно формули (4.1.4) індукція магнітного поля ***dB***, створена елементом *dl* довільного провідника зі струмом, прямо пропорційна силі електричного струму I та довжині елемента провідника *dl*, обернено пропорційна квадрату відстані ***r*** до точки простору А, в якій визначається магнітна індукція, і залежить від орієнтації цього елементу *dl* в просторі.

Положення точки, в якій визначається магнітна індукція $d\vec{B}$, однозначно визначається радіус – вектором $\vec{r}$ - його напрямком та величиною (тобто модулем радіус – вектора r). Як слідує із визначення векторного добутку двох векторів напрямок вектора $d\vec{B}$ перпендикулярний до площини, в якій лежать вектори $d\vec{l}$ і $\vec{r}$, і співпадає з дотичною до силової лінії магнітної індукції (рис. 4.1.1). Іншими словами напрям вектора $d\vec{B}$ визначається за правилом правого гвинта, або для спостерігача, що знаходиться на вістрі вектора $d\vec{B}$ найменший кут повороту від вектора $d\vec{l}$ до вектора $\vec{r}$ має місце проти годинникової стрілки.

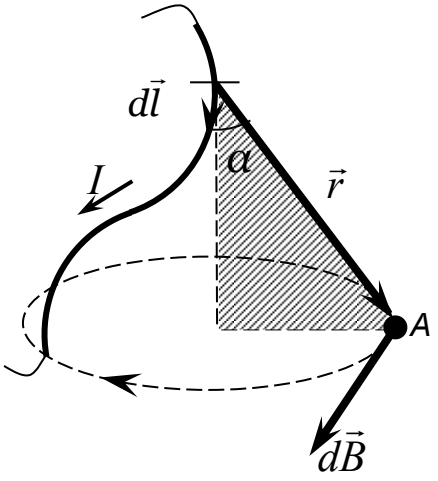


Рис. 4.1.1

Використання цього закону дозволило розрахувати магнітну індукцію магнітних полів у багатьох конкретних випадках, таких, як поле в центрі та на осі колового струму, поле прямого провідника зі струмом тощо. Нижче наводяться формули для магнітної індукції, що спостерігається в матеріальному середовищі з μ>1.

Так, магнітна індукція в центрі колового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \qquad (4.1.5)$$

де R – радіус колового витка зі струмом.

Магнітна індукція на осі колового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

(4.1.6)

де h – відстань від центра витка до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля створеного нескінченним прямолінійним провідником зі струмом:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}, \qquad (4.1.7)$$

де r_0 – найкоротша відстань від осі провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля всередині соленоїда (котушки зі струмом):

$$B = \mu\mu_0 nI, \qquad (4.1.8)$$

де $n = N/2\pi R$ – число витків на одиницю довжини соленоїда (у СІ – в 1/м), N — загальна кількість витків у соленоїді, R — його радіус.

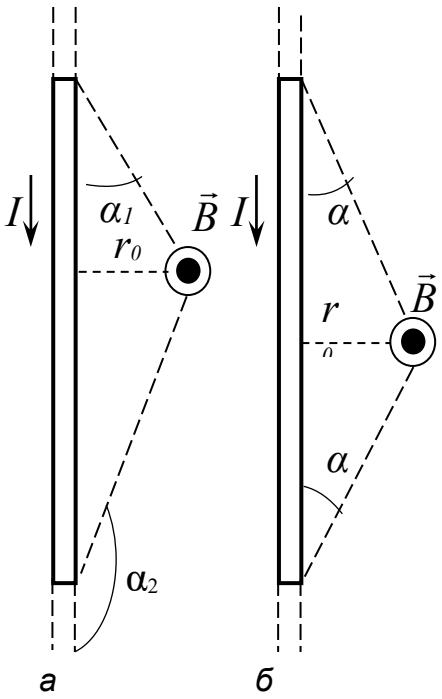


Рис. 4.1.2

Магнітна індукція поля, що створюється відрізком провідника зі струмом (рис. 4.1.2, а), визначається виразом:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \qquad (4.1.9)$$

Ця формула переходе у формулу (4.1.2) для нескінченно довгого провідника, коли $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$.

Тут напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$ позначено крапкою. Це означає, що вектор $\vec{B}$ направлений перпендикулярно до площини рисунка (в напрямку “на нас”). У випадку, коли вектор $\vec{B}$ направлений перпендикулярно до площини рисунка, але в напрямку „від нас”, вектор $\vec{B}$ позначаємо $\otimes$.

При симетричному розташуванні кінців провідника відносно точки, в якій визначається магнітна індукція (рис 4.1.2,б) будемо мати:

$$-\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1 = \cos\alpha.$$

Тоді:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\alpha\,. \qquad (4.1.10)$$

4.1.1.3. Сила Ампера

Сила Ампера – це сила, що діє з боку магнітного поля на прямолінійний елемент довжини $\Delta\vec{l}$ провідника зі струмом I, що поміщений у однорідне магнітне поле. Величина сили Ампера визначається (закон Ампера) виразом:

$$F = I\left[\Delta l \times B\right] = I \cdot B \cdot \Delta l \cdot \sin\alpha\,, \qquad (4.1.11)$$

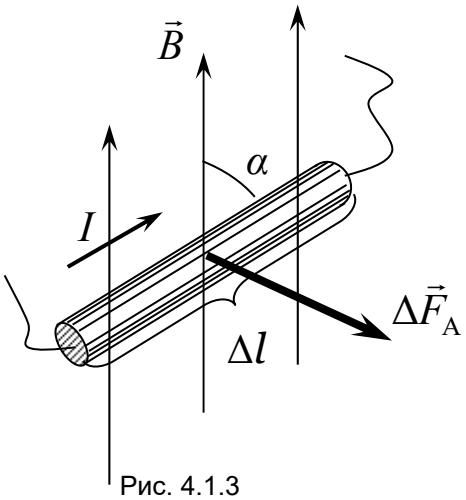


Рис. 4.1.3

де $\Delta l = \left|\Delta\vec{l}\right|$ – довжина провідника; α - кут між напрямком струму в провіднику та вектором магнітної індукції $\vec{B}$. Цей вираз дійсний для однорідного магнітного поля та прямого відрізка провідника. Напрямок сили Ампера є наслідком правила векторного добутку і визначається за ***правилом лівої руки:*** якщо долонь лівої руки розмістити так, щоб в неї входив вектор B, а чотири витягнутих пальці розмістити по напряму струму в провіднику, то відігнутий великий палець покаже напрям сили Ампера (рис. 4.1.3).

Визначити індукцію магнітного поля B у будь-якій точці можна, використовуючи закон Ампера:

$$B = \frac{F_A^{\max}}{I\Delta l}\,. \qquad (4.1.12)$$

У випадку, коли провідник не є прямим, то закон Ампера можна застосувати до кожного нескінченно малого елемента $d\vec{l}$ провідника окремо:

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l} \times \vec{B}]\,, \qquad (4.1.13)$$

або

$$dF_A = BIdl\sin\alpha\,, \qquad (4.1.14)$$

де α – кут між вектором $d\vec{l}$ і $\vec{B}$; напрямок вектора $d\vec{l}$ збігається з напрямком струму I в провіднику, а його модулем є нескінченно мала довжина провідника: $dl = \left|d\vec{l}\right|$.

4.1.1.4. Сила Лоренца

Магнітне поле діє не тільки на провідник зі струмом, але й на окремий заряд, що рухається. В дослідах з електронними пучками доказано, що в зовнішньому магнітному полі електрони відхиляються у напрямку, перпендикулярному до площини, в якій лежать вектори магнітної індукції та швидкості руху електронів. Отже на них діє сила, яка отримала назву сили Лоренца.

Сила Лоренца – це сила, яка діє з боку магнітного поля з індукцією $\vec{B}$ на одиничний електричний заряд q, що рухається в цьому полі зі швидкістю $\vec{V}$.

Величина сили Лоренца визначається з формули:

$$F_Л = q[V \times B] = qVB\sin\alpha\ , \qquad (4.1.15)$$

де α – кут між векторами $\vec{V}$ і $\vec{B}$.

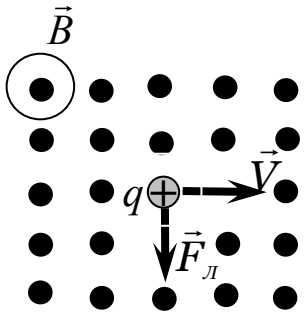


Рис. 4.1.4

Напрямок сили Лоренца $\vec{F}_Л$ для позитивно заряджених частинок визначається за правилом лівої руки (див. вище), (рис. 4.1.4), а для негативно заряджених частинок – за правилом правої руки. Отже, якщо носії заряду різних знаків рухаються в одному напрямку, то вони відхиляються в однорідному магнітному полі, напрям якого перпендикулярний напрямку швидкості, в діаметрально протилежних напрямах.

Сила Лоренца завжди перпендикулярна швидкості руху зарядженої частинки, отже вона змінює тільки напрямок швидкості, не змінюючи модуля. Отже, сила Лоренца роботи не здійснює. Під дією сили Лоренца траєкторія зарядженої частинки викривляється. Для прикладу розглянемо рух електрона в магнітному полі та визначимо радіус кривизни траєкторії. Цей розрахунок буде використаний нами в лабораторному практикумі.

Радіус кривизни траєкторії електрона визначимо, виходячи із наступних положень: на електрон, який рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца (дією сили тяжіння можна знехтувати). Сила Лоренца перпендикулярна до вектора швидкості, внаслідок чого надає електрону нормальне прискорення. За другим законом Ньютона

$$\vec{F}_Л = ma_n\ ,$$

де a_n – нормальне прискорення.

Замінивши $\vec{F}_Л$ та a_n їх значеннями, отримаємо співвідношення

$$eVB\sin\alpha = \frac{mV^2}{R}\ , \qquad (4.1.16)$$

де e – заряд електрону; V - швидкість електрона; B - магнітна індукція; m - маса електрона; R - радіус кривизни траєкторії; α - кут між векторами $\vec{V}$ та $\vec{B}$ (в даному випадку оскільки $\vec{V} \perp \vec{B}$, то α = 90^0, а $sin\ \alpha$ =1).

Із формули (4.1.16) отримаємо вираз для радіуса кола, по якому рухається електрон в однорідному магнітному полі

$$R = \frac{mV}{eB} = const\ . \qquad (4.1.16)$$

Видно, що радіус кола обернено пропорційний величині магнітної індукції та прямо пропорційний швидкості, з якою електрон влітає в магнітне поле.

Використовуючи рівняння (4.1.16), визначимо період

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi m}{eB}$$

та циклічну частоту

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{eB}{m}$$

обертання електрону, який влетів в однорідне магнітне поле зі швидкістю V⊥B. Видно, що параметри T та ω_c не залежать від швидкості руху електрона, а визначаються тільки індукцією магнітного поля.

В самій загальній формі, коли на рухомий заряд діє не тільки B=const, але й E=const (причому B⊥E), вираз для сили Лоренца запишеться у вигляді:

$$\vec{F}_{Л} = q\overrightarrow{E} + q[\vec{V} \times \vec{B}]. \qquad (4.1.17)$$

4.1.1.5. Взаємодія прямих паралельних провідників зі струмами

Два електричні струми I_1 і I_2 взаємодіють між собою. Ця взаємодія здійснюється через магнітне поле. Кожен з провідників створює у вакуумі (чи матеріальному середовищі) навколо себе магнітне поле. На інший провідник, що потрапляє в це поле, буде діяти сила Ампера. По третьому закону Ньютона, сили з якими взаємодіють провідники рівні за величиною і протилежні за напрямом. Величина цієї сили F, з якою взаємодіють два паралельних струми I_1 та I_2, прямо пропорційна добутку сил струмів, довжині l взаємодіючих провідників і обернено пропорційна відстані між ними:

$$F = k\frac{2I_1I_2}{d}l\ , \qquad (4.1.18)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який залежить від вибору одиниць вимірювання і магнітних властивостей середовища, в якому здійснюється взаємодія. Для вакууму k визначається експериментально і у СІ його зручно записати так:

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi},$$

де μ_0 = 4π·10^{-7} Гн/м – магнітна стала, що є однією з основних фізичних фундаментальних сталих. Одиниця 1 Гн (одиниця вимірювання індуктивності) буде розглянута нами нижче. Тому величина сили взаємодії двох прямих паралельних провідників зі струмами, що знаходяться на відстані d один від одного у матеріальному середовищі ($\mu > 1$), буде дорівнювати:

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}. \qquad (4.1.19)$$

Визначення сили струму в 1 ампер (1А), що є однією з семи основних одиниць системи СІ безпосередньо зв'язане з виразом (4.1.19) (див. в додатках глави 8.3, де дані визначення всіх основних одиниць системи СІ). Зважаючи на важливість цього визначення приводимо його також і тут.

1 ампер (1 А) – одиниця сили струму – дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини та дуже малої площі поперечного перерізу, які містяться у вакуумі на відстані 1 м один від одного, спричиняє виникнення на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює 2·10^{-7}Н.

Рамка зі струмом у магнітному полі. Для плоского замкнутого контуру, через який проходить сталий електричний струм, вводиться поняття **вектора магнітного моменту** плоского контуру зі струмом (рамки зі струмом):

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \qquad (4.1.20)$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі (позитивний) до площини контуру; I – сила струму, який протікає по контуру; S – площа контуру. Видно, що напрямок цього вектора співпадає з напрямком одиничного вектора нормалі до площини контуру, тобто вектор $\vec{p}_m$ перпендикулярний до площини, в якій лежить контур.

При внесенні замкнутого контуру зі струмом довільної геометричної форми в однорідне магнітне поле буде виникати механічний обертальний момент, що буде орієнтувати контур (виток) зі струмом в магнітному полі. Про це детальніше – в розділі 4.3, де дано приклади розв'язування подібних задач (задачі 3 та 5).

Механічний обертальний момент, який діє на контур зі струмом, що поміщений в однорідне магнітне поле можна представити у вигляді:

$$M = p_m B \sin\alpha, \qquad (4.1.21)$$

де α – кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$.

Момент M прагне повернути замкнутий контур, по якому протікає струм, таким чином, щоб його власний магнітний момент p_m установився по напряму магнітного поля, тобто щоб вектори $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ установилися паралельно один іншому. Отже, механічний обертальний момент M максимальний, коли $\vec{p}_m \perp \vec{B}$.

Контур зі струмом буде характеризуватись деяким запасом механічної енергії. Потенціальна (механічна) енергія контуру зі струмом у магнітному полі, або точніше - частина повної потенціальної енергії, яка обумовлена наявністю механічного обертального моменту задається виразом:

$$W_{мех} = -\vec{p}_m \vec{B} \quad \text{або} \quad W_{мех} = -p_m B\cos\alpha . \qquad (4.1.22)$$

4.1.1.6. Магнітний потік. Закон Фарадея – Максвела для електромагнітної індукції

Магнітним потоком вектора магнітної індукції $\vec{B}$ через площадку dS у випадку однорідного магнітного поля та плоскої поверхні називається скалярна фізична величина, що дорівнює

$$\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} = B_n \cdot dS = BdS\cos\alpha , \qquad (4.1.23)$$

де $B_n = B\cos\alpha$ – проекція вектора $\vec{B}$ на напрям нормалі до площадки dS; α – кут між нормаллю до площини контуру та вектором магнітної індукції:

У більш загальному випадку довільної (не плоскої) поверхні:

$$\Phi = \int_S B_n dS ,$$

де інтегрування ведеться по всій поверхні.

Одиниця магнітного потоку – вебер (Вб): 1Вб – це такий магнітний потік, який пронизує плоску поверхню площею 1 м^2, що розміщена перпендикулярно однорідному магнітному полю, індукція якого складає 1 Тл (1Вб=1Тл·м^2).

Теорема Гауса-Остроградського для магнітного поля у вакуумі. Магнітний потік через будь-яку (довільну) замкнуту поверхню дорівнює нулю:

$$\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} = B_n \cdot dS = 0.$$

Таке магнітне поле називається синусоїдальним.

Цей результат є матеріальним виразом того, що у природі не існує магнітних зарядів (магнітних мас) – джерел магнітного поля, на яких починались би та закінчувались лінії магнітної індукції.

Електромагнітна індукція. Закон Фарадея-Максвела-Ленца для електромагнітної індукції. Змінні електричні струми (рух електронів) створюють навкруги

себе магнітні поля. Існує і зворотний процес: магнітне поле, що змінюється у часі, викликає появу електричних струмів. Явище виникнення змінного струму у замкнутому контурі при будь-якій зміні магнітного потоку крізь поверхню цього контуру називається **електромагнітною індукцією** (М. Фарадей, 1831 р.). Струм, що виникає пр. и цьому, називається індукційним. Його величина не залежить від способу зміни магнітного потоку (ввімкнення чи вимкнення котушки зі струмом, механічний рух, зміна опору у контурі), а визначається лише швидкістю зміни магнітного потоку. Напрям індукційного струму визначається за законом Ленца:індукційний струм завжди має такий напрям, при якому його власне магнітне поле протидіє тій зміні магнітного потоку, в результаті якої він виникає. Це означає, що, наприклад, при зростанні зовнішнього магнітного потоку ($\Delta\Phi>0$) через нерухомий контур в останньому виникає індукційний струм, напрямлений таким чином, що створене ним магнітне полем перешкоджає зростанню зовнішнього магнітного поля (напрями зовнішнього магнітного поля і магнітного поля, обумовленого індукційним струмом, протилежні (рис. 4.1.5, зліва). При $\Delta\Phi<0$ – навпаки (рис. 4.1.5, справа).

Аналізуючи результати дослідів Максвел установив закон електромагнітної індукції: електрорушійна сила (е.р.с.) електромагнітної індукції ε_i, яку створює у замкненому контурі протікаючий струм, чисельно дорівнює і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром:

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

або

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (4.1.24)$$

Знак мінус у (4.1.24) є математичним виразом **правила Ленца** (рис. 4.1.5).

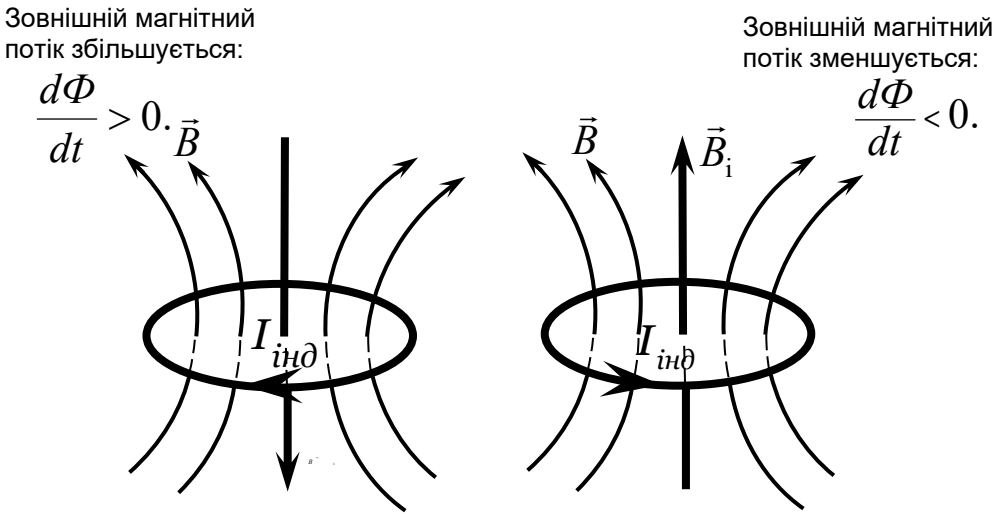


Рис. 4.1.5

Отож, закон Фарадея-Максвела-Ленца у зальному вигляді має таке формування: при будь-якій зміні магнітного потоку крізь поверхню, обмежену замкнутим провідним контуром, в останньому виникає індукційний струм такого напряму, що його власне

магнітне поле протидіє зміні зовнішнього магнітного поля, яке викликало цей індукційний струм.

Електрорушійна сила електромагнітної індукції виникає також при русі відрізка провідника. В провіднику, що рухається в однорідному магнітному полі, виникає е. р. с. індукції, що дорівнює:

$$\varepsilon_i = -B \cdot l \cdot V \cdot \sin\alpha$$

де B - модуль вектора магнітної індукції; l - довжина провідника; V - швидкість руху провідника; α - кут між вектором швидкості та вектором магнітної індукції. В цьому випадку виникнення е. р. с. індукції в провіднику зумовлене не вихровим електричним полем, а силою Лоренца, що діє на вільні заряди (вільні електрони), які рухаються разом з провідником.

4.1.1.7. Явище самоіндукції. Індуктивність

Струм, що протікає в замкнутому контурі створює в просторі навколо цього контуру магнітне поле. Це магнітне поле створює магнітний потік через поверхню охоплену контуром. В контурі, в якому сила струму змінюється, індукується електрорушійна сила електромагнітної індукції, що обумовлена цією зміною струму. Зміна сили початкового струму в контурі є причиною появи електрорушійної сили та додаткового індукційного струму в цьому ж контурі, тому це явище називають **явищем самоіндукції.** Самоіндукція - окремий випадок явища електромагнітної індукції.

Явище самоіндукції виникає тільки при зміні струму в контурі. Так, при зростанні сили струму виникає е. р. с. самоіндукції, яка у відповідності з правилом Ленца перешкоджає зростанню струму, тобто струм самоіндукції в контурі направлений проти основного струму. Якщо ж сила струму зменшується, то струм самоіндукції буде перешкоджати причині його виникнення (тобто перешкоджати зменшенню струму). Струм самоіндукції буде в цьому випадку співпадати по напрямку з основним струмом.

Власне магнітне поле струму в контурі створює магнітний потік Φ через поверхню, обмежену самим контуром. Цей магнітний потік пропорційний силі струму I в контурі:

$$\Phi = LI\,, \qquad (4.1.25)$$

де L - сталий для даного контуру коефіцієнт, який називають **індуктивністю** контуру.

Оскільки за законом електромагнітної індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}\,,$$

то е. р. с. самоіндукції ε_S , що виникає в самому цьому контурі прямо пропорційна швидкості зміни струму:

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}\,, \qquad (4.1.26)$$

де dI- зміна сили струму за інтервал часу dt.

Індуктивність L контура (котушки, провідника тощо) є його електричною характеристикою, що подібно електричному опору R чи електроємності провідника C. Вона залежить від геометричної форми і розмірів контура, кількості витків у ньому, а також від магнітної проникності μ середовища, в якому цей контур знаходиться. Наприклад, індуктивність одного витка визначається наступним чином:

$$L = \mu\mu_0 \frac{S}{l},$$

а індуктивність соленоїда дорівнює:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \qquad (4.1.27)$$

де S – площа поперечного перерізу, а l - довжина витка (соленоїда), μ_0 - магнітна стала; n - число витків на одиницю довжини соленоїда $(n = N/l,\ N$- загальне число витків соленоїда$)$; $V = Sl$ –об'єм соленоїда.

Одиниця індуктивності – 1 генрі (Гн); 1 Гн = 1 Вб/А – це індуктивність такого електричного контуру, в якому при силі струму в 1 А виникає магнітний потік самоіндукції в 1 Вебер.

Індуктивність контуру L, розміщеного в однорідному середовищі з магнітною проникністю μ, більше індуктивності L_0 цього самого контуру в вакуумі в μ разів:

$$L = \mu L_0$$

Явище самоіндукції аналогічне в деякому сенсі явищу інерції в механіці. Інерція приводить до того, що під дією сили тіло набуває певної швидкості не миттєво, а поступово. Так само внаслідок самоіндукції при замиканні кола струм не відразу набуває максимального значення.

Індуктивність контуру можна розглядати як міру його "інертності" відносно змін сили струму в котушці. При такій аналогії індуктивність L контуру в електромагнетизмі відіграє роль маси тіла в механіці (як міри інертності тіла).

4.1.1.8. Енергія магнітного поля

Магнітне поле є матеріальним носієм енергії. Енергія магнітного поля соленоїда зі струмом дорівнює тій роботі, яку треба виконати для того, щоб змінити в ньому струм від

0 до кінцевого значення I. Елементарна робота dA зв'язана зі зміною магнітного потоку в контурі співвідношенням:

$$dA = I \cdot d\Phi ,$$

тому робота з врахуванням (4.1.25) може бути записана у виді:

$$A = \int_0^I I d\Phi = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Таким чином, енергія магнітного поля буде дорівнювати:

$$W_B = \frac{LI^2}{2}, \qquad (4.1.28)$$

де L – індуктивність соленоїда.

Енергію магнітного поля соленоїда зі струмом можна визначити через характеристики поля.

Врахуємо, що для соленоїда індукція магнітного поля може бути записана у виді:

$$B = \mu\mu_0 nI , \qquad (4.1.29)$$

а його індуктивність дорівнює:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V , \qquad (4.1.30)$$

де n – кількість витків на одиницю довжини соленоїда; V – об'єм простору, охопленого полем (об'єм соленоїда).

Тоді формулу (4.1.28) можна записати:

$$W_B = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 V ; \qquad (4.1.31)$$

Якщо ввести поняття об'ємної густини енергії магнітного поля ω, як енергії одиничного об'єму, то з формули (4.1.31) отримаємо:

$$\omega = \frac{BH}{2}, \quad \text{або} \quad \omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \quad \text{або} \quad \omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \qquad (4.1.32)$$

де B – магнітна індукція; H – напруженість магнітного поля.

Ці вирази подібні відповідним виразам для об'ємної густини електростатичного поля (див. розділ 3.1.42).

Очевидно, що одиницею вимірювання величини об'ємної густини енергії магнітного поля (енергії одиничного об'єму) ω є 1 Дж / м^3 = 1 Дж · м$^{-3}$.

4.1.2 Електромагнітні коливання та хвилі

4.1.2.1. Вільні коливання в ідеалізованому коливальному контурі

Електричний коливальний контур – найпростіша електрична система, в якій виникають електромагнітні коливання. У загальному випадку він складається із послідовно з'єднаних конденсатора ємністю C, котушки індуктивності (L) та активного опору R. Якщо електричний коливальний контур складається з конденсатора ємністю C і котушки індуктивністю L (опір $R=0$), то такий контур називають ідеалізованим коливальним контуром.

Електромагнітні коливання в ідеалізованому коливальному контурі – це періодичні зміни взаємозв'язаних між собою електричного і магнітного полів шляхом переходу електричної енергії конденсатора в магнітну енергію котушки індуктивності.

Якщо конденсатор ідеалізованого коливального контура зарядити до напруги

$$U_m = Q_m / C,$$

де Q_m – максимальний заряд конденсатора, то між обкладками конденсатора створиться електричне поле з енергією

$$W_E = Q_m^2 / 2C.$$

На рис. 4.1.6 а зображено коливальний контур у момент часу, який приймемо за початковий $(t=0)$, конденсатор при цьому заряджений до величини Q_m.

Якщо замкнути коло, то конденсатор почне розряджатися через котушку і в замкнутому ідеалізованому коливальному контурі потече струм розряду конденсатора, який створює магнітне поле, магнітний потік якого перетинає витки котушки. При цьому в котушці збуджуватиметься електрорушійна сила самоіндукції, яка (за правилом Ленца) протидіятиме наростанню струму. Енергія електричного поля конденсатора W_E почне спадати, а енергія магнітного поля котушки W_B почне зростати так, що повна енергія

$$W = W_E + W_B$$

залишається незмінною.

Струм у контурі досягає свого максимального значення тоді, коли конденсатор повністю розрядиться, тобто

$$I = I_m,$$

коли $q = 0;\ U = 0;\ W_E = 0$ (див. рис. 4.1.6, б. Така ситуація станеться через час $t=T/4$ (T – період коливань).

При цьому енергія електричного поля конденсатора повністю перейде в енергію магнітного поля, зосередженого в котушці:

$$W_B = LI_m^2/2.$$

Оскільки

$$W_E = W_B,$$

то

$$Q_m^2/2C = W_B = LI_m^2/2.$$

Максимальне значення сили струму при цьому дорівнює:

$$I_m = q_m/LC.$$

У подальшому струм, не міняючи свого напрямку, почне повільно зменшуватися від I_{max} до 0. Зменшенню струму буде протидіяти е. р. с. самоіндукції, яка створює індукційний струм, що протікає в тому ж напрямку, що і спадаючий струм у контурі. Завдяки цьому конденсатор почне перезаряджуватися так, що знаки зарядів на його обкладинках зміняться на протилежні. Перезарядження закінчиться тоді, коли сила струму досягне нуля і вся енергія магнітного поля знов перейде в енергію електричного поля (рис. 4.1.6, в). Це станеться через час $t = T/2.$

У наступний момент часу знову почнеться процес розрядки конденсатора, але струм у контурі тепер буде мати зворотний, відносно початкового, напрямок (рис.4.1.6, г). Після досягнення максимального значення струму (протилежного початковому напрямку) вся енергія знову зосередиться у котушці індуктивності. Це станеться через час $t = 3T/4.$

У подальшому струм уже протилежного початковому напрямку, не міняючи свого напрямку, почне повільно зменшуватися від I_{max} до 0. При цьому стан коливального контуру повернеться у початковий стан – закінчиться одне повне коливання в контурі. Можна вважати, що пройшов час, рівний одному періоду коливань у коливальному контурі, $t = T.$. Далі процес буде повторюватися. Це так звані вільні коливання у елктричному контурі $L - C.$

Таким чином, у розглянутому ідеалізованому коливальному контурі відбуваються періодичні зміни електричних і магнітних величин $(q,\ U,\ I,\ W_E,\ W_B),$ тобто відбуваються електромагнітні коливання – перехід електричної енергії в магнітну і навпаки. В ідеальному контурі $(R=0)$ за відсутності втрат на нагрівання енергія в контурі зберігається, тому:

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}. \qquad (4.1.33)$$

Аналогією такому процесу є звичайні механічні коливання математичного маятника. Всі стадії цього процесу, що відповідають положенням маятника з максимальними значеннями потенціальної та кінетичної енергій, зображено на рис.4.1.6.

Період таких вільних електромагнітних коливань, тобто коливань значення величини заряду, струму та напруги в коливальному контурі, визначається за формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}\,. \qquad (4.1.34)$$

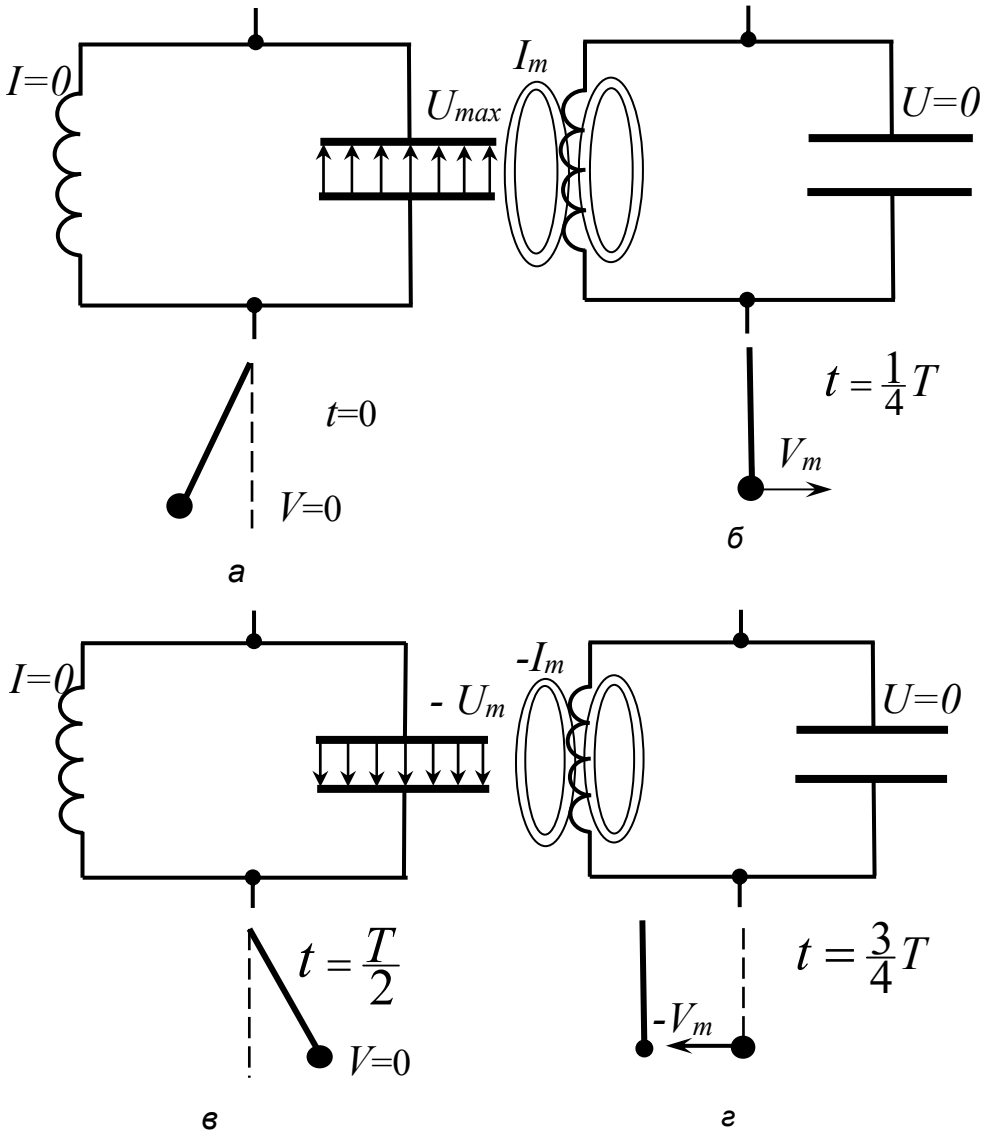


Рис. 4.1.6

Звичайно ж, існує аналогія з тим, як отримували формулу для періоду коливань пружинного та математичного маятників, та формулою (4.1.34) для періоду вільних електромагнітних коливань. Це зумовлено тим, що всі гармонічні коливання, як механічні, так і електромагнітні, описуються одним математичним рівнянням, в якому миттєве значення фізичної величини, що змінюється може приймати різний фізичний зміст – це може бути просте механічне відхилення від положення рівноваги, а може бути, наприклад, і значенням величини заряду, струму чи напруги в коливальному контурі. Значення величини заряду буде змінюватись за гармонічним законом:

$$Q = Q_m \cos(\omega t + \varphi). \qquad (4.1.35)$$

Така зміна заряду є розв'язком диференціального рівняння вільних гармонічних коливань заряду Q у контурі:

$$\frac{d^2Q}{dt^2}+\frac{1}{LC}Q=0. \qquad (4.1.36)$$

Позначимо

$$\omega=1/\sqrt{LC} \qquad (4.1.37)$$

Величина ω називається циклічною частотою власних коливань контуру.

При цьому частота, період та циклічна частота коливань зв'язані співвідношеннями:

$$\nu=\frac{1}{T},$$

та

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}.$$

Нагадаємо, що одиницями вимірювання частоти та циклічної частоти будуть, відповідно:

$1\ с^{-1} = 1$ Гц та 1 рад /с = 1 рад$\cdot с^{-1}$.

Як уже зазначалось, сила струму в коливальному контурі та напруга на обкладках конденсатора теж змінюється за гармонічним законом:

$$I=\frac{dQ}{dt}=\omega\,Q_m\sin(\omega t+\varphi)=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}) \qquad (4.1.38)$$

та

$$U_C=\frac{Q}{C}=\frac{Q_m}{C}\cos(\omega\,t+\varphi)=U_m\cos(\omega t+\varphi), \qquad (4.1.39)$$

де

$$I_{\mathrm{m}}=\omega Q_{\mathrm{m}} \qquad \text{та} \qquad U_{\mathrm{m}}=\frac{Q_{\mathrm{m}}}{C}$$

є амплітудними (максимальними) значеннями сили струму та напруги, відповідно. Кут $\frac{\pi}{2}$ виник із-за того, що електричний струм випереджає напругу на конденсаторі на 90^0.

Генератор електромагнітних коливань. Вільні електромагнітні коливання в реальному контурі, коли його опором не можна знехтувати, будуть **загасаючими**. Для створення незгасаючих коливань у LC - контурі потрібно створити умови для компенсації втрат енергії. В **генераторах електромагнітних коливань** на тріоді (трьохелектродна лампа, що має сітку між катодом та анодом) або на транзисторі створюється так званий **позитивний зворотний зв'язок**, який приводить до того, що струм, яким керує транзистор чи тріод поповнює втрати енергії в коливальному контурі. Це приводить до

виникнення **автоколивань**, амплітуда яких не зменшується. Опір між емітером та колектором транзистора змінюється внаслідок дії напруги зворотного зв'язку, що прикладена між базою та емітером. Причиною цього є те, що котушка $L_{зв}$ у колі бази та емітера перебуває поблизу котушки L коливального LC – контуру, тобто ці дві котушки індуктивності індуктивно зв'язані між собою (рис. 4.1.7).

Змінне магнітне поле котушки L, в якій генеруються коливання внаслідок явища електромагнітної індукції, спричиняє появу е.р.с. у котушці $L_{зв}$. Таким чином, зворотний зв'язок проявляється в тому, що коливання коливальної системи впливають на котушку $L_{зв}$, яка регулює передачу енергії від джерела струму до коливального контуру LC, а з другого боку, $L_{зв}$ впливає на коливання системи, оскільки забезпечує підведення енергії до LC–контуру. Подібні незгасаючі коливання будуть проходити і в випадку, коли котушка $L_{зв}$ буде включена в коло катода та сітки лампового тріода і індуктивно зв'язана з котушкою LC – контуру. Нагадаємо, що трьох електродна лампа (тріод) є аналогом напівпровідникового транзистора. Роль сітки в ламповому тріоді виконує база в напівпровідниковому тріоді (транзисторі).

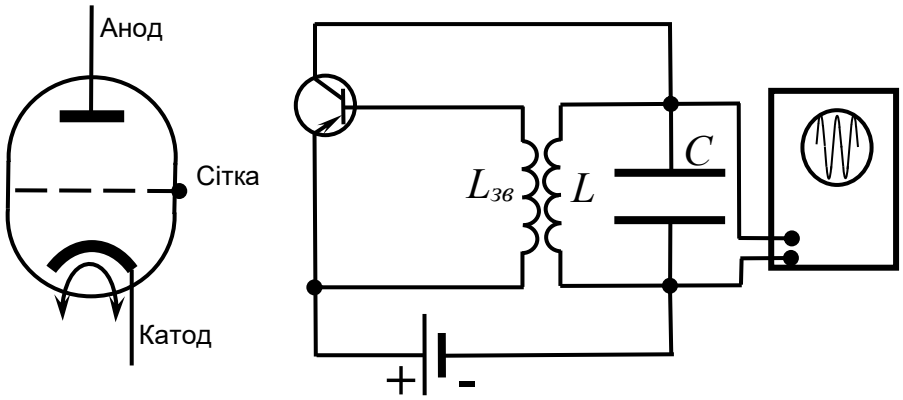


Рис. 4.1.7

4.1.2.2. Змінний струм

Розглянемо принцип дії **індукційного**, або **електромашинного генератора**, що базується на обертанні рамки (витка) в магнітному полі. При обертанні рамки з постійною кутовою швидкістю в замкнутому контурі, що знаходиться в постійному магнітному полі, за законам Фарадея – Максвела виникає електрорушійна сила електромагнітної індукції:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (4.1.40)$$

Магнітний потік при обертанні рамки площею S з постійною кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ буде рівний:

$$\Phi = BS\cos\omega t\ , \qquad (4.1.41)$$

де за початкове положення рамки $(t=0)$ вибрано її розміщення перпендикулярно до силових ліній магнітного поля. Принципову схему індукційного генератора наведено на рис. 4.1.8. Це і є принцип отримання **змінного електричного струму**.

Покажемо, що при такому обертанні рамки виникає електрорушійна сила, що змінюється за гармонічним законом. Для цього запишемо закон Фарадея – Максвела (4.1.40), підставимо (4.1.41) та знайдемо значення похідної магнітного потоку за часом:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= BS\omega\sin\omega t, \\ \varepsilon &= \varepsilon_m \sin\omega t, \\ \varepsilon_m &= BS\omega. \end{aligned} \qquad (4.1.42)$$

Якщо рамка буде містити N витків, то ε_m зросте в N разів:

$$\varepsilon_m = BS\omega N.$$

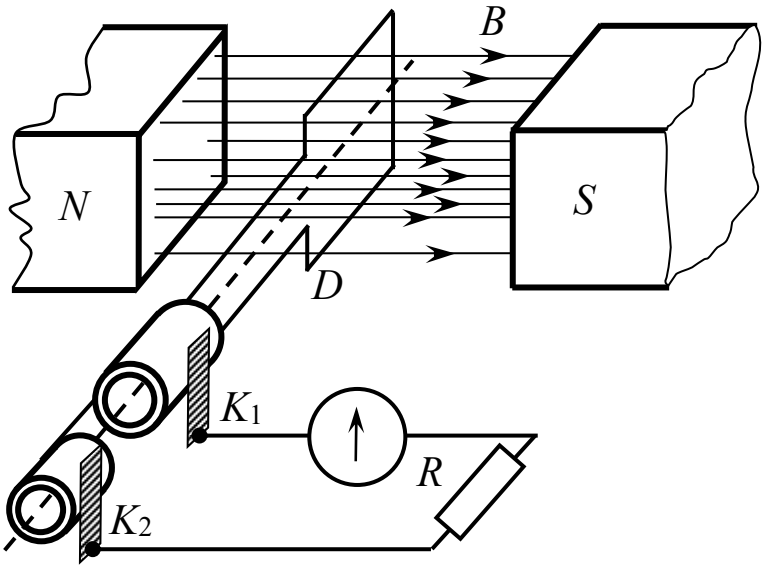


Рис. 4.1.8

У генераторах змінного струму обертається постійний електромагніт (**ротор**), а рамка (обмотка) розміщена в пазах **статора**.

На кінцях рамки (обмотки генератора) виникає синусоїдальна напруга, яка збігається за фазою з фазою коливань $\mathcal{E}$ (е. р. с.):

$$U = U_m \sin\omega t\ . \qquad (4.1.43)$$

При двополюсному електромагніті частота змінного струму (частота коливань $\mathcal{E}$) дорівнює частоті обертання електромагніта (частоті обертання ротора генератора).

Для одержання промислового змінного струму використовують генератори з багатополюсними магнітами. При N пар полюсів частота обертання турбіни в N разів менша від частоти одержаного струму.

У зовнішньому колі виникають вимушені електричні коливання заряду – змінний синусоїдальний струм. Фаза коливань значення сили струму не збігається з фазою коливань е. р. с. ε та напруги U ; між ними буде різниця фаз φ:

$$I = I_m \sin(\omega t + \varphi), \tag{4.1.44}$$

де $I_m = \dfrac{\varepsilon_m}{R}$

Величина цієї різниці фаз φ залежить від параметрів кола (значень активного опору, індуктивності та ємності):

Діюче (ефективне) значення змінного синусоїдального струму – це така сила постійного струму, при якому виділилося б стільки ж енергії (теплової) на певній ділянці, як і при даному змінному струмі. Діючі значення сили та напруги змінного струму, відповідно, рівні:

$$I_\partial = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \tag{4.1.45}$$

та

$$U_\partial = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \tag{4.1.46}$$

де I_∂ , U_∂ – діючі значення сили струму та напруги.

У промислових колах змінного електричного струму його частота – 50 Гц:

ν =50 Гц,

При цьому циклічна частота рівна:

$\omega = 2\pi\nu = 100\pi$ рад·с$^{-1}$.

Опір в колі змінного струму. В колі змінного струму звичайний опір R (опір провідника) називають **активним** опором, на відміну від **реактивного опору**, який створюють у колі змінного струму конденсатор та котушка індуктивності. Існує два види реактивного опору: індуктивний X_L та ємнісний X_C.

Індуктивний опір X_L**,** що створюється котушкою індуктивності, дорівнює:

$$X_L = \omega L. \tag{4.1.47}$$

Ємнісний опір X_C описується наступним виразом:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}. \qquad (4.1.48)$$

Повний (комплексний) опір або імпеданс електричного кола змінного струму Z визначається за формулою:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\ . \qquad (4.1.49)$$

Різниця $(X_L - X_C)$ називається реактивним опором послідовного R-L-C кола.

Зсув фаз у колах змінного струму. У реальному послідовному R-L-C – контурі падіння напруги на активному опорі R співпадає за фазою з електричним струмом, падіння напруги на котушці індуктивності L опереджає за фазою електричний струм на 90^0, а падіння напруги на конденсаторі C відстає за фазою від електричного струму на 90^0.

Якщо $X_L > X_C$, тобто у контурі переважає індуктивна складова реактивного опору, то падіння напруги в електричному колі опереджає за фазою електричний струм на кут, менший 90^0. Коли ж $X_L < X_C$, тобто у контурі переважає ємнісна складова реактивного опору, то падіння напруги в електричному колі відстає за фазою від фази електричного струму на кут, менший 90^0.

Зсув фаз визначається співвідношенням між активним і комплексним опором електричного контура:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}.$$

$\cos\varphi$ називається коефіцієнтом потужності електричного ланцюга, оскільки для отримання максимальної потужності в реальному R-L-C електричному колі необхідно максимально наближати $\cos\varphi$ до одиниці.

Закон Ома для змінного струму:

$$I = \frac{U}{Z}, \qquad I_m = \frac{U_m}{Z}. \qquad (4.1.50)$$

Електричний резонанс. Електричний струм у колі змінного струму – це вимушені електричні коливання з частотою е. р. с. джерела. Будь-яке електричне коло – це коливальний контур, який має певну частоту власних коливань ω_0. При малому значенні

активного опору $R \to 0$ власна частота коливань контуру визначається за формулою Томсона:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (4.1.51)$$

Резонансний режим – це режим, при якому опір електричного кола є чисто активним, Тому струм і напруга в такому контурі співпадають за фазою. Розрізняють резонанс напруг і резонанс струмів. Таким чином, електричний резонанс – явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань сили струму в колі I_{m} при наближенні циклічної частоти зовнішньої змінної е. р. с. ω до частоти власних коливань ω_0 кола. Чим менший активний опір контуру, тим більш чітко проявляється явище резонансу (рис. 4.1.9).

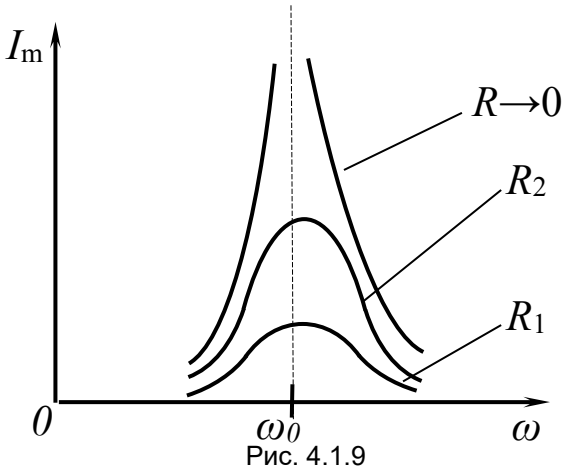


Рис. 4.1.9

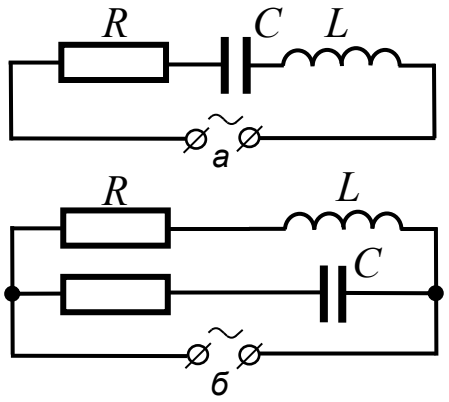


Рис. 4.1.10

Резонанс напруг. Цей резонанс спостерігається у коливальному контурі при послідовному з'єднанні $R, C, L.$ У випадку електричного резонансу напруг амплітуди спадів напруг на індуктивності та ємності однакові за величиною, але протилежні за фазою (рис. 4.1.10, *а*), тобто вони взаємно компенсуються.

$$U_L = -U_C; \qquad U_L + U_C = 0.$$

Отже, повне падіння напруги в колі дорівнює напрузі на активному опорі, оскільки $Z = R$ і струм визначається тільки активним опором. Зсув фаз між коливаннями зовнішньої е.р.с. та силою струму в колі дорівнює нулю. Отже, зміна струму і напруги здійснюється синфазно.

Амплітудне значення сили струму при цьому максимальне і дорівнює:

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}.$$

Така ситуація спостерігається на резонансній частоті (4.1.51).

При паралельному з'єднанні L і C $(R_1 \; i \; R_2 \to 0)$ має місце **резонанс струмів** (рис. 4.1.10, *б*). Сила струму в розгалуженнях можуть бути як завгодно великі ($R_1 = R_2 = 0$ – нескінченні) і рівні за величиною, але протилежні за фазою, при рівності реактивних опорів X_L і X_C**.** Струм у нерозгалуженій частині кола наближається до нуля:

$$I_m = I_{m_1} - I_{m_2} = \varepsilon_m \left(\left| \frac{1}{\omega L} - \omega C \right| \right).$$

При

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

наступає так званий резонанс струмів:

$$I_{m_1} = I_{m_2} \quad \text{і} \quad I_m = 0 \; .$$

Випрямлення змінного струму. Це процес перетворення змінного електричного струму у постійний. При однонапівперіодному випрямленні споживач і діод з'єднаються послідовно (рис. 4.1.11,а). При цьому електричний струм на споживачі змінний, пульсуючий однієї полярності, перервний (діод пропускає струм тільки півперіоду кожного з коливань напруги).

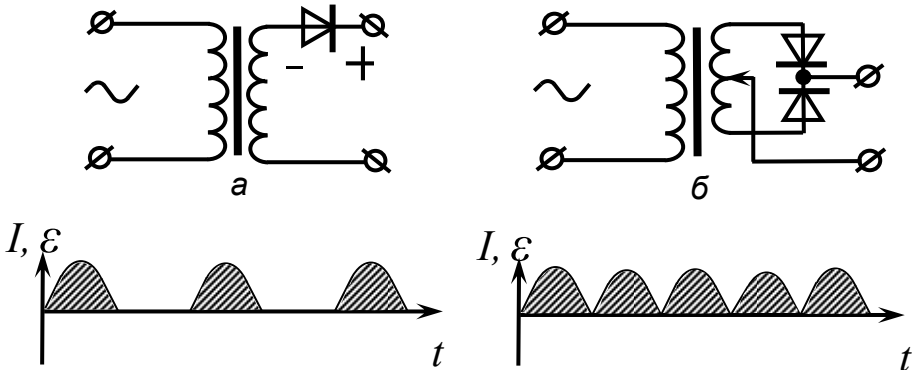


Рис. 4.1.11

При двонапівперіодному випрямленні струм на споживачі змінний, пульсуючий однієї полярності (в кожний із напівперіодів електричних коливань працює один із діодів, залежно від полярності напруги, рис. 4.1.11, б).

Трансформатор змінного струму. Це електромагнітний пристрій, що перетворює змінний струм однієї напруги у змінний струм іншої напруги. В основі дії трансформатора лежить явище електромагнітної індукції (взаємоіндукції). Трансформатор складається із магнітопроводу (осердя) і намотаних на ньому і індуктивно зв'язаних між собою однієї первинної і декількох вторинних обмоток. Напруга в первинній обмотці, що підключена до джерела живлення, може бути трансформована (перетворена) в напругу тієї ж частоти,

але збільшену чи зменшену до необхідного значення у вторинній обмотці, яка підключена до споживача енергії.

Коефіцієнт трансформації трансформатора (n) – це число, що визначає, у скільки разів е.р.с. у вторинній обмотці відрізняється (біла чи менша) від е.р.с. у первинній обмотці (рис. 4.1.12):

$$n = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Будемо вважати, що у вторинному колі немає споживача енергії (холостий хід трансформатора). Оскільки е.р.с. (ε) у кожному витку однакове, то можна записати:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon N_2}{\varepsilon N_1} = \frac{N_2}{N_1}; \qquad n = \frac{N_2}{N_1}.$$

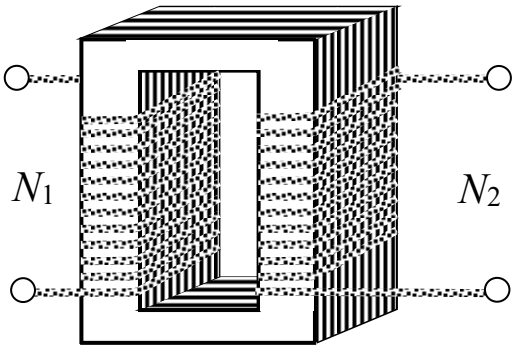


Рис. 4.1.12

Якщо $n<1$ – трансформатор понижувальний; якщо $n>1$ – підвищувальний.

При підключенні споживачів (навантаження) виникають навантажувальні струми, обернено пропорційні числу витків обмоток:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Коефіцієнт корисної дії трансформатора – це відношення корисної потужності (потужність, що потрапляє до споживача) до поданої на трансформатор:

$$\eta = \frac{P_{cn}}{P_{cn} + P_{Cu} + P_{Fe}},$$

де P_{cn} – потужність споживача; P_{Cu} та P_{Fe} – потужності втрат на обмотках трансформатора (як правило мідні) та втрат на пластинах осердя (виготовляється з магнітом'якого феромагнітного матеріалу з високою магнітною проникністю, умовно електротехнічної сталі, феритів тощо). Втрати на нагрівання обмоток дуже малі, оскільки мідний дріт має достатньо великий переріз і низьке значення питомого опору ρ_{cu}; втрати на перемагнічування осердя і на так звані струми Фуко теж малі, оскільки осердя складається із багатьох окремих ізольованих пластин.

ККД трансформатора високий - досягає 98 %.

У лініях передачі електричної енергії на великі відстані потужні трансформатори підвищують напругу до сотень тисяч вольт (сотні кВ), а для споживача понижають напругу до необхідних значень 220 В або 380 В.

Змінний струм високої частоти. У змінному електромагнітному полі електропровідність залежить від частоти $\omega=2\pi f$ і довжини хвилі λ електричного поля

(часова і просторова дисперсія). **Скін-ефект** - загасання електромагнітного поля у міру проникнення від межі розділу між провідним і непровідним середовищами вглиб провідного середовища. В результаті скін-ефекту щільність змінного електричного струму в провіднику розподіляється по перетину нерівномірно, а переважно в поверхневому шарі. Скін-ефект обумовлений тим, що відповідно до правила Ленца у провідному середовищі виникають струми, що перешкоджають проникненню електромагнітного поля вглиб зразка.

Відстань, на якій амплітуда електромагнітної хвилі зменшується в ***e*** разів в порівнянні з її значенням на поверхні, називається глибиною проникнення або товщиною скін-шару. Із збільшенням частоти f поля глибина проникнення поля зменшується. Наприклад, для міді при f = 50 Гц величина $1/\alpha$ = 9,4 мм, при f = 5 кГц величина $1/\alpha$ = 0,94 мм, а при f = 5 Ггц величина $1/\alpha$ = 0,94 мкм. На використанні скін-ефекту заснований високочастотний поверхневий гарт сталевих виробів.

4.1.2.3. Єдине електромагнітне поле

Індукційне електричне поле. В замкнутому провіднику при зміні магнітного поля (точніше, магнітного потоку) через площу, що обмежена цим провідником, виникає індукційний струм. Причиною цього струму є індукційне електричне поле. Таке індукційне електричне поле має такі особливості: 1) індукційне електричне поле не є електростатичним, воно створюється не зарядами, а змінним магнітним полем; 2) індукційне електричне поле, як і магнітне, є вихровим електричним полем. Силові лінії такого поля замкнуті, вони не починаються і не закінчуються на зарядах, як у випадку електростатичного поля; 3) індукційне електричне поле не являється потенціальним полем. Робота, що здійснюється в цьому полі при переміщенні електричного заряду вздовж замкнутого шляху, не дорівнює нулю.

Таким чином, змінне магнітне поле викликає виникнення індукційного вихрового електричного поля. Це фундаментальне положення електродинаміки було встановлено Дж. Максвеллом як узагальнення закону електромагнітної індукції М. Фарадея.

Дж. Максвелл висловив гіпотезу про те, що в природі існує явище, обернене електромагнітній індукції. Нагадаємо, що електромагнітна індукція в нерухомих провідниках пояснюється тим, що при будь-якій зміні магнітного поля виникає особливе, не пов'язане з зарядами індукційне електричне поле. Дж. Максвелл припустив, що існує й обернене явище: змінне в часі електричне поле породжує вихрове магнітне поле, не пов'язане з рухом зарядів (тобто з електричним струмом). Експериментально було встановлено існування такого вихрового магнітного поля. Сукупність нерозривно пов'язаних (зчеплених одне з одним) вихрових електричного і магнітного полів називається електромагнітним полем.

Такі електричне і магнітне поле (єдине електромагнітне) завжди нерозривно взаємопов'язані: будь-яка зміна магнітного поля породжує появу вихрового електричного поля (не зв’язаного із зарядами), а в просторі де є змінне електричне поле виникає магнітне поле (не зв’язане зі струмами). Таким чином, електромагнітне поле розповсюджується у просторі від точки до точки у вигляді електромагнітних хвиль, що

віддаляються від джерела їх виникнення. Основним наслідком теорії Дж. Максвела є висновок щодо існування ЕМХ, які розповсюджуються у вакуумі зі швидкістю світла.

Природно, що виникає питання - чому біля нерухомого заряду існує тільки постійне електричне поле (тобто незмінне в часі), а біля нерухомого магніту теж тільки постійне (незмінне в часі) магнітне поле? Справа у відносності будь-якого руху, адже заряджене тіло чи постійний магніт перебувають в спокої лише в певній системі відліку. В довільній іншій системі відліку, відносно якої заряд рухаються, створюється і електричне, і магнітне поле. Так само рухомий постійний магніт створює не лише магнітне, а й електричне поле.

4.1.2.4. Властивості електромагнітних хвиль

За електромагнітною теорією Дж. Максвела **електромагнітні хвилі (ЕМХ)** – це процес розповсюдження взаємопов'язаних змінних електричного та магнітного полів у просторі від джерела хвилі. Найпростішим джерелом ЕМХ може бути LC–контур, обкладки конденсатора якого розсунули так, щоб якомога більша енергія поля конденсатора випромінювалась у простір. Такий LC–контур на відміну від закритого LC–контуру (в ньому вся енергія поля сконцентрована між обкладками конденсатора) називають відкритим. **Відкритий коливальний контур** – це і є найпростіша передавальна антена. За теорією Максвела змінне електричне поле породжує змінне магнітне поле, а змінне магнітне, в свою чергу, породжує змінне електричне поле. Силові лінії цих змінних полів є замкненими, тобто ці поля – вихрові. Створюється своєрідний нерозривний ланцюжок електричних та магнітних полів (єдине електромагнітне поле), що розповсюджуються.

Важливою особливістю ЕМХ є те, що така хвиля може розповсюджуватись (на відміну від пружних хвиль) і в вакуумі, бо для її розповсюдження не потрібні частинки середовища. Таким чином, ЕМХ – новий вид хвиль, що не зводиться до пружних.

Відомо, що як і в випадку механічних (пружних) хвиль, рівняння хвилі записують, виходячи з таких міркувань. Якщо прийняти положення джерела $y=0$; відстань до довільної точки простору за *y*, то закон коливань цієї довільної точки буде:

$$x = x_m \sin \omega(t - \Delta t), \qquad (4.1.52)$$

де

$$\Delta t = \frac{y}{V}$$

час, який необхідний для того, щоб хвиля від джерела $y=0$ дійшла до точки з координатою у. Це рівняння, як і (4.1.), називають **рівнянням хвилі :**

$$x = x_m \sin \omega(t - \frac{y}{V}), \qquad (4.1.53)$$

де для ЕМХ x – миттєве значення величини вектора напруженості електричного або магнітного полів у точці середовища з координатою y в момент t ; V– швидкість розповсюдження коливань у середовищі.

Електромагнітні хвилі є **поперечними**. Це значить, що коливання векторів напруженості електричного та магнітного полів проходять перпендикулярно до напрямку розповсюдження. Напруженість електричного та магнітного полів змінюються за гармонічним законом у просторі та часі. Коливання векторів напруженості електричного та магнітного полів проходять у взаємно перпендикулярних площинах. Коливання цих векторів проходять у фазі (синфазно), тобто її максимальні та мінімальні значення (E_m та H_m) досягаються одночасно, як звичайно і нульові значення цих напруженостей.

Напруженість електричного та магнітного полів змінюються за гармонічним законом у просторі та часі. Рівняння ЕМХ, що розповсюджується вздовж осі y (рис. 4.1.13), буде мати вигляд монохроматичної плоскої хвилі:

$$E_z = E_m \cdot \sin(\omega t - ky);$$
$$H_x = H_m \sin(\omega t - ky), \qquad (4.1.54)$$

де

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

та

$$\omega = 2\pi\nu$$

хвильове число та циклічна частота відповідно.

Графічно “моментальну фотографію” розподілу величини та напрямку векторів напруженості електричного та магнітного полів у електромагнітній хвилі можна представити так, як показано на рис. 4.1.13.

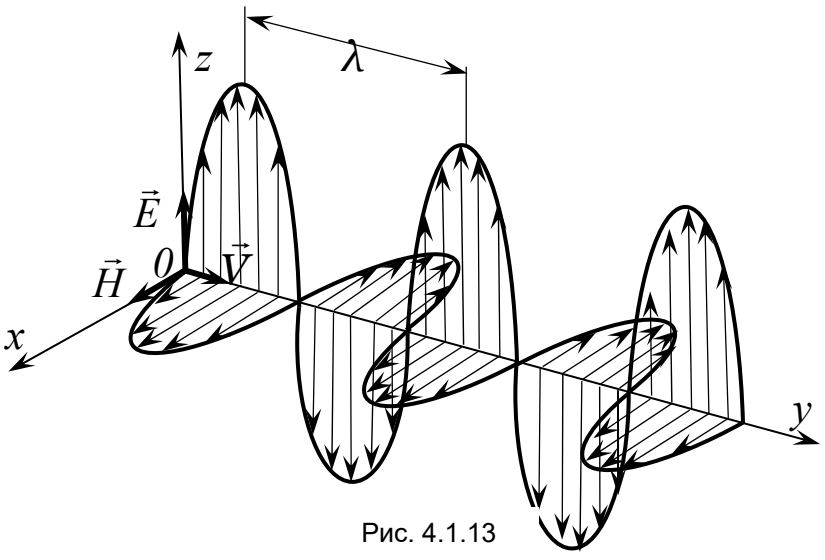


Рис. 4.1.13

За електромагнітною теорією Дж. Максвела швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль в ізотропному середовищі становить:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (4.1.55)$$

Значення швидкості електромагнітних хвиль у вакуумі згідно з теорією Максвела дорівнює:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8 \frac{м}{с}.$$

Цю швидкість часто називають швидкістю світла в вакуумі, хоча треба пам'ятати що це швидкість будь – якої електромагнітної хвилі, а не тільки видимого світла. Важливо зазначити, що це теоретично отримане Максвелом значення встановлено раніше, ніж було експериментально виміряне з достатньою точністю. Це свідчить про правильність теорії Максвела.

Абсолютним показником заломлення світла називається величина, яка показує в скільки разів швидкість світла у вакуумі c більша, ніж у даному середовищі:

$$n = \frac{c}{V}.$$

Характеристикою енергії, що переносить ЕМХ є густина потоку електромагнітного випромінювання – це енергія, що переносить хвиля за одиницю часу, через площадку одиничної площі, яка розміщена перпендикулярно до напрямку розповсюдження хвилі. Отже, одиницею вимірювання цієї величини у СІ буде 1 Дж /(с м^2), тобто 1 Вт /м^2 . З врахуванням напрямку розповсюдження будемо говорити про вектор густини потоку електромагнітної енергії (**вектор Пойнтінга**). Таким чином, він характеризує перенесення електромагнітної енергії в напрямку розповсюдження хвилі (вздовж осі *у* на рис. 4.1.8):

$$\vec{J} = [\vec{E}\times\vec{H}], \qquad (4.1.56)$$

а модуль вектора $\vec{J}$ дорівнює:

$$J = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2 + \frac{\mu\mu_0}{2}H^2\right)\cdot V = \omega V, \qquad (4.1.57)$$

де V – модуль швидкості розповсюдження електромагнітної хвилі в середовищі; ω – об'ємна густина енергії ЕМХ (енергія в одиниці об'єму, вимірюється в Дж/м^3).

4.1.2.5. Шкала електромагнітних випромінювань

(межа між діапазонами достатньо умовна)

Табл.4.1

Частота, Гц	Довжина хвилі, м	Назва діапазону	Джерела випромінювань
$10^{-3} – 3 \cdot 10^{3}$	$3 \cdot 10^{11} – 10^{5}$	Низькочастотні хвилі **(НЧХ**)	Генератори спеціальних конструкцій, промислові пристрої з частотою 50 – 60 Гц
$3 \cdot 10^{3} – 10^{12}$	$10^{5} – 3 \cdot 10^{-4}$	Радіохвилі **(РХ)**	Генератори РХ, генератори надвисоких частот НВЧ (радіопередавачі, телепередавачі, мобільні телефони, супутниковий зв'язок)
$10^{12} – 4 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{-4} – 8 \cdot 10^{-7}$	Теплове, інфрачервоне випромінювання **(ІЧ)**	Нагріті тіла, випромінювання молекул
$4 \cdot 10^{14} – 8 \cdot 10^{14}$	$8 \cdot 10^{-7} – 4 \cdot 10^{-7}$ (0,8– 0,4)мкм 800-400 нм	Видиме випромінювання **(видиме світло)** з довжинами хвиль від 800 нм до 400 нм	Випромінювання атомів при переході електронів з одного енергетичного рівня на інший
$8 \cdot 10^{14} – 1{,}5 \cdot 10^{17}$	$4 \cdot 10^{-7} – 2 \cdot 10^{-9}$	Ультрафіолетове випромінювання **(УФ)**	Випромінювання атомів при опромінюванні речовини електронами з енергіями до 20 кеВ
$1{,}5 \cdot 10^{17} – 5 \cdot 10^{19}$	$2 \cdot 10^{-9} – 6 \cdot 10^{-12}$	Рентгенівське випромінювання **(РВ)**	Рентгенівські трубки: енергетичні переходи, що збуджуються електронами з енергіями більше 20 кеВ
$>5 \cdot 10^{18}$	$<6 \cdot 10^{-11}$	Гамма-випромінювання **(γ – кванти)**	Розпад тяжких ядер, радіоактивні перетворення

4.1.2.6. Класифікація радіохвиль і особливості їх поширення

Електромагнітне коливання або, як його зараз називають, радіохвиля, що випромінюється передаючою антеною радіопередавача, характеризується наступними параметрами:

- частотою *f;*
- довжиною хвилі λ;
- потужністю *P*.

Частотою f називають кількість коливань, що створює радіохвиля в одну секунду. Основною одиницею частоти є герц (Гц) – одне коливання в секунду. У радіотехніці користуються похідними величинами: кілогерцами (1 кГц $=1\cdot10^3$ Гц), мегагерцами (1 МГц $=1\cdot10^6$ Гц), гігагерцами (1 ГГц $=1\cdot10^9$ Гц).

Довжина хвилі λ - це відстань, що проходить радіохвиля за час одного періоду коливань (період коливань $T = 1/f$). Оскільки електромагнітна енергія у вільному просторі поширюється зі швидкістю світла $c=3\cdot10^8$ м/с, то довжина хвилі, що залежить від частоти, дорівнює $\lambda = c / f$, м.

Потужність P радіохвилі – це її енергетична характеристика, що виражається у ватах (Вт) і її похідних – мікроватах (мкВт, 1мкВт= 10^{-6} Вт), міліватах (мВт, 1мВт = 10^{-3} Вт), кіловатах (кВт), мегаватах (МВт). Потужність радіохвилі визначається вихідною потужністю передавача й коефіцієнтом корисної дії антени й лінії, що з'єднує її з передавачем.

У вільному просторі радіохвилі поширюються прямолінійно в усі сторони. Потужність хвилі зменшується пропорційно квадрату відстані від передавальної антени через розсіювання в просторі. Так, на відстані R від антени передавача потужність буде дорівнювати: $P_R = P / R^2$. Застосування антен спрямованої дії дозволяє сконцентрувати більшу частину енергії радіохвилі в певному наперед заданому напрямку.

Як установив ще Г. Герц в своїх дослідах, радіохвилі здатні поглинатися, відбитися від провідних та інших середовищ, заломлюватися на неоднорідностях і огинати перешкоди (дифрагувати). Вони також, як і світлові хвилі, здатні інтерферувати та поляризуватися. Ці властивості значною мірою залежать від довжини хвилі.

В умовах Землі, з урахуванням кривизни її поверхні, різного рельєфу місцевості, неоднорідності провідності ґрунтів і морів, наявності атмосфери й атмосферних явищ (опадів, туманів), лісів, будов дальність радіозв'язку значною мірою залежить від діапазону застосовуваних довжин хвиль. В сучасному радіозв’язку весь діапазон освоєних радіохвиль розділений на частотні діапазони з спорідненими властивостями поширення (табл. 4.2).

Як видно з табл.4.2, зі зростанням частотного діапазону збільшується смуга частот, що лежить в ньому. Це означає, що зі збільшенням частоти кількість радіостанцій (з фіксованою смугою частот), що можуть працювати в конкретному частотному діапазоні збільшується, тобто пропускна здатність діапазону збільшується.

Табл.4.2
Параметри й властивості діапазонів радіохвиль

Діапазон	f	λ	Смуга частот	Властивості, застосування
Наднизькі частоти (ННЧ), Наддовгі хвилі	3 – 30 кГц	100 – 10 км	27 кГц	Добре огинають поверхню Землі, проникають на кілька метрів у ґрунт і товщу води. Застосовуються для підводного і підземного радіозв'язку.
Низькі частоти (НЧ), Довгі хвилі	30 - 300 кГц	10 - 1 км	270 кГц	Добре огинають поверхню Землі, використовуються для радіомовлення й передачі сигналів точного часу, еталонних частот.
Середні частоти (СЧ), Середні хвилі	300 - 3000 кГц	1000 – 100 м	2700 кГц	У денний час поширюються як низькі частоти на відстань у кілька сотень кілометрів, у нічне – відбиваються від іоносфери на відстань до 1, 5 тис. км. Застосовуються для радіомовлення, радіозв'язку й радіонавігації.
Високі частоти (ВЧ), Короткі хвилі	3 - 30 Мгц	100 - 10 м	27 МГц	Добре відбиваються від іоносфери, застосовуються для радіомовлення й радіозв'язку в межах усієї земної кулі. Відбивна здатність залежить від довжини хвилі й рівня сонячної активності.
Дуже високі частоти (ДВЧ), Метрові хвилі	30 - 300 Мгц	10 - 1 м	270 МГц	Пронизують іоносферу, сильно поглинаються ґрунтом. Використовуються для радіозв'язку в межах прямої видимості, застосовуються для радіозв'язку, теле- й радіомовлення та радіолокації.
Ультрависокі частоти (УВЧ), Дециметрові хвилі	300 - 3000 Мгц	100 - 10 см	2700 МГц	Слабко огинають перешкоди, але добре відбиваються від них. Використовуються для зв'язку в межах прямої видимості, у мобільному й радіорелейному зв'язку, телебаченні, радіонавігації.
Надвисокі частоти (НВЧ), Сантиметрові хвилі	3 - 30 Ггц	10 - 1 см	27 ГГц	Практично не огинають перешкоди, помітно поглинаються вологою атмосфери. Використовуються в межах прямої видимості в радіорелейному й супутниковому зв'язку, у телебаченні, радіолокації, радіонавігації.
Край високі частоти (КВЧ), Міліметрові хвилі	30 - 300 Ггц	10 - 1 мм	270 ГГц	Поширюються в межах прямої видимості, сильно поглинаються вологою атмосфери та іншими речовинами. Використовуються в спектроскопії твердих та газоподібних речовин, рідше - в радіорелейному зв'язку та радіолокації.
Гіпервисокі частоти (ГВЧ), Субміліметрові хвилі	300 - 3000 Ггц	1- 0,1 мм	2700 ГГц	Поширюються в межах прямої видимості, сильно поглинаються вологою атмосфери та іншими речовинами. Основне застосування - спектроскопія твердих та газоподібних речовин.

На рис. 4.1.14 схематично представлено розповсюдження різних РХ в атмосфері та поблизу поверхні Землі.

Радіохвилі, що використовуються в радіозв’язку – це електромагнітні хвилі високої несучої частоти, модульовані звуковим або телевізійним сигналом.

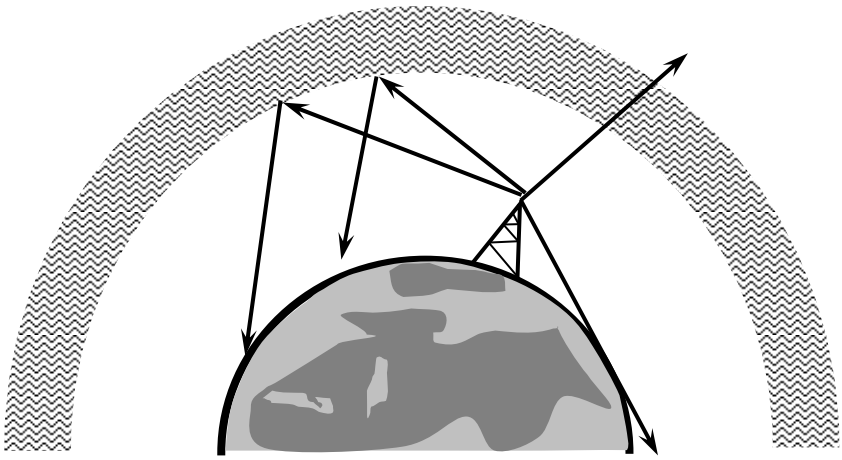


Рис. 4.1.14

Схема радіозв'язку проілюстрована на рис.4.1.15. Генератор несучої частоти задає робочу частоту. Радіопередавач генерує синусоїдальне коливання заданої частоти, що належить певному діапазону частот (див., табл.4.2) – так звану *несучу частоту*. Це коливання модулюється інформаційним сигналом (повідомленням, що передається) та підсилюється. Далі сигнал поступає в передаючу антену, яка випромінює електромагнітні коливання в навколишній простір. Незалежно від того, які саме несучі частоти використовуються, основою для передачі інформації при обміні радіосигналами залишається *модуляція.*

Модуляція – зміна в часі по заданому закону параметрів, що характеризують будь-який стаціонарний фізичний процес. Параметр коливань (амплітуда, частота фаза), що змінюється у процесі модуляції, визначає назву модуляції (амплітудна, частотна, фазова).

Модулятор накладає сигнал, породжений голосом, на високочастотну (*несучу*) синусоїдальну хвилю, за допомогою зміни амплітуди, частоти або фази високочастотного сигналу, що несе в собі корисну (в даному випадку звукову) інформацію.

Після того, як несучий сигнал піддався змінам у модуляторі, він подається в передавач, що задає рівень його потужності, і далі передається на антену, яка розповсюджує його в навколишнє середовище.

Антена - це електричне коло з розподіленими параметрами (індуктивністю, ємністю, опором), що здійснює перетворення електричної енергії в електромагнітні хвилі й навпаки з максимально можливим коефіцієнтом корисної дії (ККД). Для цього зазначені параметри антени електрично узгоджують із вихідними параметрами радіопередавача або вхідними радіоприймача (на

прийомному кінці радіолінії).

Коли це електромагнітне поле досягає приймальної антени, воно збуджує в ній електричний струм. Потужність цього струму пропорційна інтенсивності коливань електромагнітного поля, що досягло антени. Приймач приймає цей дуже слабкий сигнал, підсилює, видаляє ту його частину, що відповідає несучій частоті, і виділяє за допомогою демодуляції вихідний електричний сигнал, породжений голосом диктора. Демодульований сигнал підсилюється в більшій або меншій мірі залежно від положення регулятора гучності вашого радіо й подається на вхід динаміка-гучномовця. Це приводить до того, що мембрани динаміка починають вібрувати, викликаючи зміну тиску повітря, тобто обумовлює формування звука. Звукова хвиля рухається зі швидкістю звуку до вашого вуха. Незважаючи на те, що радіохвилі надзвичайно зручні, у процесі їх передачі можуть виникати різні завади.

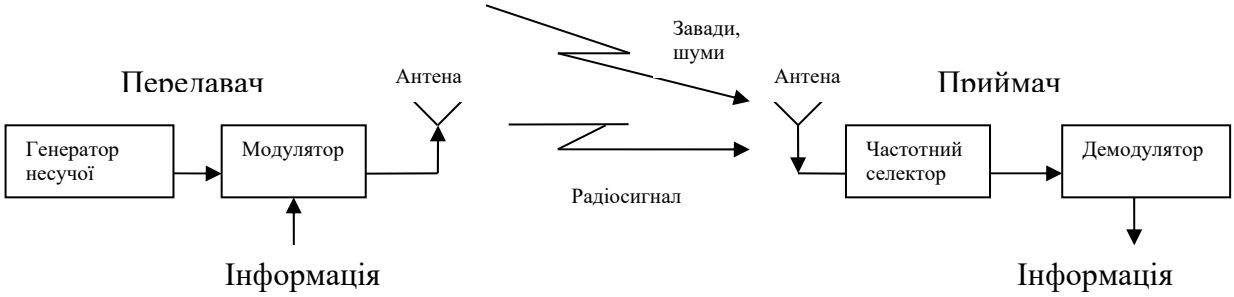


Рис. 4.1.15

Амплітудна модуляція (АМ)– це зміна амплітуди коливань несучої хвилі високої частоти (ВЧ) з частотою низькочастотних коливань звукової частоти (НЧ); цей процес здійснюється в передавальному пристрої (рис. 4.1.15 *а*).

Частотна модуляція - зміна параметрів несучої хвилі за частотою коливань звукової частоти, тобто низькочастотним сигналом. Широко відомі радіостанції FM (скорочення англійською мовою «частотна модуляція») в яких і використовується такий метод модуляції.

На прийомній стороні радіосигнали, що розповсюджуються, збуджують в приймальній антені електромагнітні коливання, які поступають далі в вигляді електричного струму на вхід радіоприймача. Приймальна антена також сприймає шуми й перешкоди з навколишнього простору. Приймач виконує селекцію сигналу по частоті, підсилює його й передає на демодулятор, де відбувається відновлення інформаційного сигналу. Далі сигнал поступає на електроакустичний

перетворювач, наприклад, гучномовець. Останній відтворює голос мовця на передавальному кінці радіолінії.

Демодуляція – процес, обернений модуляції; здійснюється в приймальному пристрої (рис. 4.1.15, справа). В приймачі радіосигналу з високочастотного сигналу шляхом детектування виділяють коливання звукової частоти, тобто низькочастотний сигнал, який людина сприймає вухом. Як правило, демодуляція здійснюється з використанням електронних приладів з нелінійною вольт-амперною характеристикою (діоди, транзистори тощо).

4.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 4 „ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ”

РОБОТА 4 - 1
ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОГО ЗАРЯДУ ЕЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА

Мета роботи: вивчення законів руху заряджених частинок в електричному і магнітному полях; визначення питомого заряду електрона методом магнетрона (індикаторної лампи).

У даній роботі потрібно визначити питомий заряд електрона (відношення заряду електрона до його маси – $\frac{e}{m}$).

Принцип визначення питомого заряду ґрунтується на відхиленні електрона, що рухається в радіальному електричному полі, магнітним полем (метод магнетрона).

Магнетроном називається високо - вакуумна електронна лампа з розжареним катодом, у якій потік електронів керується одночасно електричним і магнітним полями. Як магнетрон у даній роботі використовується ламповий діод з циліндричним анодом A і прямолінійним катодом K , розміщеним вздовж осі симетрії анода (індикаторна лампа, рис. 1). Лампа вміщена в аксіальне (спрямоване паралельно до осі анода) однорідне магнітне поле $\vec{B}$, створене соленоїдом.

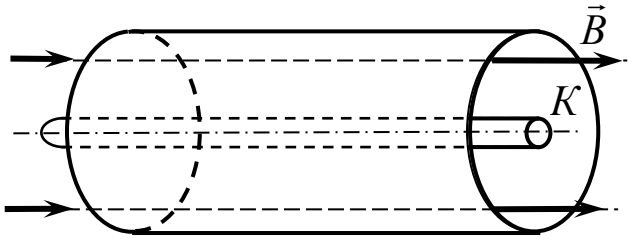


Рис. 1

На частинку із зарядом q, що рухається з швидкістю $\vec{\upsilon}$ в магнітному полі, діє сила Лоренца.

$$\vec{F} = q\,[\vec{\upsilon} \times \vec{B}]\ .$$

Сила Лоренца перпендикулярна вектору швидкості $\vec{\upsilon}$ частинки і вектору магнітної індукції $\vec{B}$, тому вона не виконує роботи, а лише змінює напрямок швидкості, не змінюючи її величини.

Якщо електрон рухається в однорідному магнітному полі перпендикулярно до ліній магнітної індукції, то величина сили Лоренца становить:

$$F = e\upsilon B\,,$$

де e – заряд електрона.

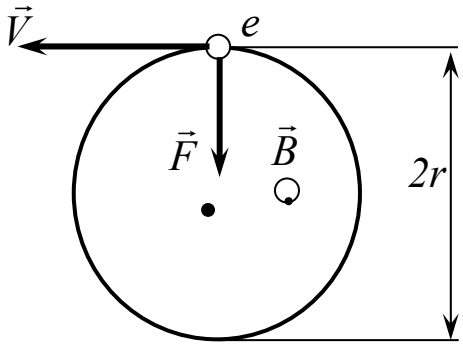


Рис. 2

В цьому випадку електрон рухається по колу (рис. 2, вектор $\vec{B}$ перпендикулярний площині рисунка і спрямований "до нас"), а сила Лоренца грає роль доцентрової сили. Радіус кола *r* визначається із рівності:

$$evB = \frac{mv^2}{r}. \qquad (1)$$

З формули (1) випливає, що радіус кола обернено пропорційний модулю вектора магнітній індукції :

$$r \sim \frac{1}{B}.$$

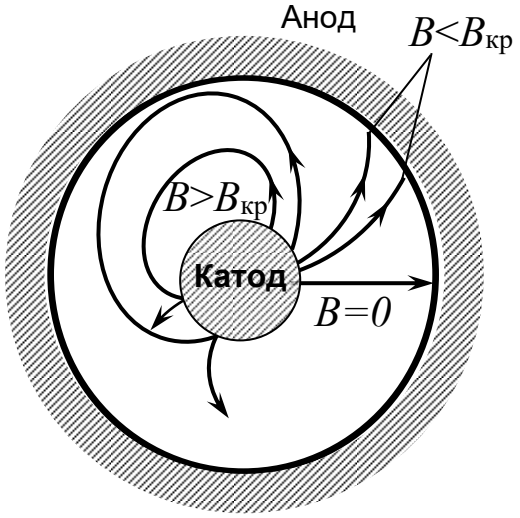


Рис.3

У магнетроні джерелом електронів є розжарений катод. Електрони, що вилітають з катода, під дією прискорюючої різниці потенціалів U (анодної напруги) рухаються до анода і набувають кінетичної енергії $\frac{mv^2}{2}$, що чисельно дорівнює роботі сил електричного поля:

$$\frac{mv^2}{2} = e \cdot U \,. \qquad (2)$$

За відсутності магнітного поля у соленоїді траєкторії цих електронів являють собою радіальні лінії. При включенні струму I через соленоїд у ньому виникає магнітне поле з індукцією

$$B = \mu_0 In \,, \qquad (3)$$

де μ_0 – магнітна стала ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$); n – число витків на одиниці довжини соленоїда.

Магнітне поле викривляє траєкторії електронів. Тепер форма траєкторії є більш складною, ніж коло (або частина кола), оскільки на шляху від катода до анода швидкість електрона не є сталою величина, а збільшується під дією радіального електричного поля.

У міру підсилення індукції магнітного поля траєкторії руху електронів все більше викривлятимуться і при деякому "критичному" значенні $B_{кр}$ вони не досягатимуть анода і по замкнених траєкторіях повертатимуться на катод.

Після точного розрахунку критичного значення магнітної індукції одержуємо співвідношення:

$$B_{кр}^2 = \frac{8U}{\frac{e}{m} \cdot r_A^2 \cdot (1 - \frac{r_к^2}{r_A^2})^2} \,, \qquad (4)$$

де r_K та r_A – відповідно радіуси циліндрів анода і катода. При $r_K << r_A$ відношенням r_K / r_A у формулі (4) можна знехтувати. В цьому наближенні з формули (4) знаходимо:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{B_{кр}^2 \cdot r_A^2} \,. \qquad (5)$$

Зазначимо, що останнє співвідношення формально можна одержати з формул (1) та (2), приймаючи $r = r_A$.

Критичну індукцію $B_{кр}$ визначають, поступово збільшуючи силу струму I через соленоїд за допомогою реостата (рис. 4). При цьому електронний пучок все більше закручується у просторі між катодом і анодом і при $I = I_{кр}$ перестає досягати внутрішніх стінок катода.

Підставивши у формулу (5) значення $B_{кр} = \mu_0 I_{кр} n$, знаходимо питомий заряд електрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{\mu_0^2 \cdot n^2 I_{\text{кр.}}^2 r_{\text{А}}^2}. \qquad (6)$$

Установка складається з двох незалежних електричних кіл: живлення соленоїда (рис. 4) і живлення та зміни анодного струму діода (рис. 5).

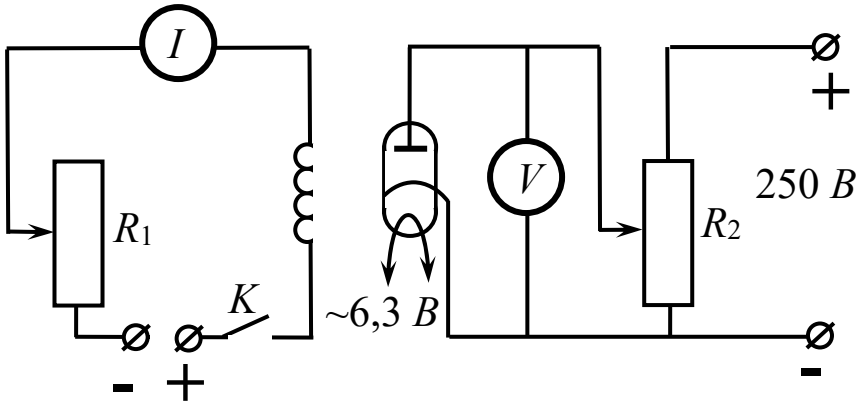


Рис. 4

Рис. 5

Порядок виконання роботи

1. Складають електричні кола за схемами (рис. 4 та 5).

2. Подають напругу розжарювання 6,3 В.

3. Включають анодну напругу 250 В. Потенціометром R_2 встановлюють напругу U, яку вимірюють вольтметром V.

4. Включають живлення соленоїда. Реостатом R_1 поступово збільшують силу струму I, стежачи за "вічком" лампи, щоб відмітити момент відриву пучка від внутрішніх стінок анода (анод темніє). Фіксують величину струму $I_{\text{кр}}$, що проходить через соленоїд.

5. Записують значення U та $I_{\text{кр}}$ до таблиці.

6. Дослід повторюють три рази для різних значень анодної напруги, змінюючи напругу потенціометром R_2.

7. Для кожного досліду визначають величину питомого заряду електрона за формулою (6).

8. Обчислюють середнє значення $<\frac{e}{m}>$ і порівнюють його з наведеним у довідниках.

9. Враховуючи лише систематичні похибки, визначають відносну похибку $\varepsilon_{e/m}$ одного з вимірювань:

$$\varepsilon_{e/m} = \varepsilon_u + 2\varepsilon_r + 2\varepsilon_I .$$

Визначають довірчу границю похибок:

$$\Delta_{e/m} = < \frac{e}{m} > \cdot \varepsilon_{e/m}.$$

10. Оформляють звіт і роблять висновки.

Таблиця

№ п/п	Задані величини		Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	n, м$^{-1}$	r_A, м	U, В	I, А	e/m, Кл/кг
1 2 3					
$<x>$					
$x_{гр}$, γ					
Δ					
ε					

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Дайте означення магнітної силової лінії і графічно зобразіть магнітне поле соленоїда.
2. Запишіть вираз для магнітної індукції поля всередині соленоїда, поясність зміст позначень. Одиниця її вимірювання в СІ.
3. Запишіть векторний вираз для сили Лоренца та вкажіть її напрямок.
4. Яку форму має траєкторія руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі?

РОБОТА 4 - 2

ВИЗНАЧЕННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ СКЛАДОВОЇ ІНДУКЦІЇ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ

Мета роботи: вивчити взаємодію магнітних полів колового струму та Землі; визначити горизонтальну складову індукції магнітного поля Землі за допомогою тангенс-гальванометра.

Прилади та обладнання: тангенс-гальванометр, джерело струму, реостат, перемикач.

Силовою характеристикою магнітного поля є вектор індукції магнітного поля $\vec{B}$. Індукція магнітного поля Землі невелика і змінюється від $0{,}4 \cdot 10^{-7}$ Тл на екваторі до $0{,}7 \cdot 10^{-7}$ Тл поблизу магнітних полюсів. Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ Землі можна розкласти на дві складові: горизонтальну $\vec{B}_г$ та вертикальну $\vec{B}_в$. Закріплена на вертикальній осі магнітна стрілка встановлюється в напрямку

Горизонтальну складову магнітного поля Землі $\vec{B}_г$ можна визначити за допомогою тангенс-гальванометра, що складається з тонкої котушки, в центрі якої розміщена стрілка (рис. І). Котушка має кілька колових вертикальних витків. Перед

початком роботи котушку встановлюють так, щоб магнітна стрілка розмістилась у площині витків. Якщо через котушку пропустити струм, то він створить магнітне поле $\vec{B}_к$.

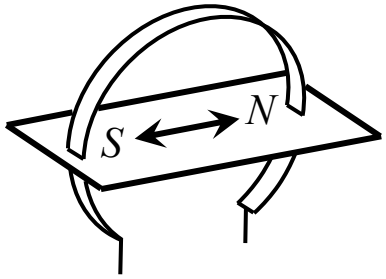


Рис.

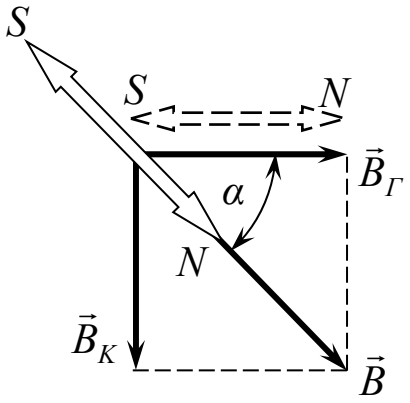


Рис.

Вектор магнітної індукції $\vec{B}_к$ цього поля в центрі котушки спрямований перпендикулярно до $\vec{B}_г$ – горизонтальної складової вектора індукції магнітного поля Землі. Стрілка приладу встановлюється вздовж рівнодійної $\vec{B}$ обох векторів. Із рис. 2 видно, що:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{B_к}{B_г},$$

отже,

$$B_г = \frac{B_к}{tg\,\alpha}. \qquad (1)$$

Магнітна індукція $\vec{B}_к$ у центрі тонкої котушки зі струмом визначається за виразом:

$$\vec{B}_к = \mu_0 \frac{I}{2r} N, \qquad (2)$$

де N – число витків котушки; r – її радіус; I – сила струму в котушці; μ_0 = 1,26·10^{-6} Гн/м – магнітна стала.

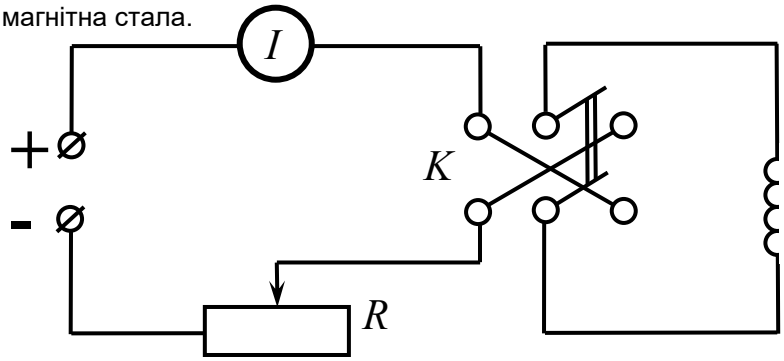


Рис. 3

З формул (1) і (2) випливає, що:

$$\vec{B}_г = \mu_0 \frac{I N}{2r \operatorname{tg}\alpha} . \qquad (3)$$

Порядок виконання роботи

1. Складають електричне коло за схемою, зображеною на рис. 3.

2. Повертаючи підставку тангенс-гальванометра, встановлюють його витки в площині магнітного меридіана. У цьому випадку один із кінців магнітної стрілки повинен знаходитись на відмітці 0° або 180°.

3. Вмикають джерело струму і встановлюють реостатом силу струму I. Для двох напрямків установленого струму (напрямок струму в колі змінюють на протилежний перемикачем K) за лімбом бусолі відмічають кути повороту магнітної стрілки α_1 і α_2, визначають α :

$$<\alpha>=\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}. \qquad (4)$$

4. Вимірювання повторюють для трьох різних значень струму I і двох його протилежних напрямків. Для кожного заданого струму знаходять середнє значення кута повороту $<\alpha>$.

Таблиця

№ п/п	Задані величини	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань		
	N	I, А	R, м	α_1	α_2	α	tg α	$\vec{B}_г$, Тл
1 2 3								
<x>								
$x_{гр}$, γ								
Δ								
E								

5. За формулою (3) для кожного значення струму знаходять горизонтальну складову магнітного поля Землі $\vec{B}_г$.

6. Для одного із вимірів $\vec{B}_г$ визначають відносну похибку:

$$\varepsilon_{B_г} = \varepsilon_r + \varepsilon_I + \varepsilon_{\operatorname{tg}\alpha} , \qquad \varepsilon_{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{2 \cdot \Delta_\alpha}{\sin 2\alpha}$$

де Δ_α виражається в радіанах.

7. Розраховують довірчу границю похибок:

$$\Delta_{B_\text{г}} = < B_\text{г} > \cdot \varepsilon_{B_\text{г}}$$

8. Оформляють звіт та роблять висновки.

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Визначення та одиниці вимірювання магнітної індукції в системі СІ.

2. Запишіть і сформулюйте Закон Біо-Савара-Лапласа, дайте ілюстрацію рисунком.

3. Отримайте вираз для напруженості та індукції магнітного поля в центрі колового витка зі струмом, використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа.

4. Виведіть робочу формулу.

РОБОТА 4 - 3

ВИМІРЮВАННЯ ЦИРКУЛЯЦІЇ ВЕКТОРА НАПРУЖЕНОСТІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ СОЛЕНОЇДА

Мета роботи: вивчити один з основних законів магнітного поля постійних струмів – закон повного струму; визначити циркуляцію вектора напруженості та напруженість магнітного поля соленоїда за допомогою пояса Роговського.

Прилади та обладнання: дзеркальний гальванометр, джерело постійного струму, міліамперметр, перемикач, соленоїд з відомим числом витків N_0, досліджуваний соленоїд, пояс Роговського.

Джерелом магнітного поля є електричний струм (струм провідності, струм зміщення, або окремий рухомий електричний заряд. За своєю природою магнітне поле вихрове: його силові лінії замкнуті і завжди охоплюють провідник зі струмом. Характер поля (вихрове чи потенціальне) визначається циркуляцією вектора відповідного поля.

Циркуляцією вектора поля називають криволінійний інтеграл по замкненому контуру від скалярного добутку вектора поля на нескінченно малий елемент довжини контуру.

Отже, за визначенням циркуляція вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$ запишеться у вигляді:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_l H_l \cdot dl\,, \qquad (1)$$

де

$H_l = H \cdot \cos(\vec{H} \cdot d\vec{l})$ – проекція вектора $\vec{H}$ на $d\vec{l}$; l – замкнений контур, вздовж якого обчислюється циркуляція.

Якщо циркуляція вектора поля по довільному замкненому контуру дорівнює нулю, то поле називається **потенціальним** (наприклад, гравітаційне поле, електростатичне); для вихрового поля (магнітного) циркуляція відмінна від нуля.

В основу сучасних методів розрахунку магнітних полів постійних струмів покладена теорема про циркуляцію вектора напруженості $\vec{H}$, яка ще називається **законом повного струму**. Для таких магнітних полів, як поле соленоїда, тороїда, прямолінійного струму, цей закон дозволяє розрахувати напруженість без застосування закону Біо-Савара-Лапласа.

Закон повного струму: циркуляція вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля по довільному замкненому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N} I_i \ , \qquad (2)$$

де

N – число струмів, охоплених контуром.

Метод вимірювання циркуляції вектора напруженості магнітного поля ґрунтується на явищі електромагнітної індукції. Якщо кінці невеликого дротяного витка замкнути на балістичний гальванометр і розмістити виток у магнітному полі (з витком у цьому випадку зчеплений магнітний потік Φ), то при зникненні магнітного поля згідно з законом Ома через виток пройде короткочасний індукційний струм:

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}, \qquad (3)$$

де R – повний опір електричного кола витка; $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ – е.р.с індукції, що виникає у витку.

Повний заряд, який пройде в електричному колі витка за час зникнення магнітного потоку Φ:

$$q = \int_0^{\Phi} I\mathrm{d}t = \frac{1}{R}\int_{\Phi}^{0} \mathrm{d}\Phi = \frac{\Phi}{R}. \qquad (4)$$

Відхилення m світлового покажчика гальванометра пропорційне заряду q:

$$q = cm, \qquad c = const. \qquad (5)$$

Тому це відхилення дозволяє визначати заряд, а отже і магнітний потік:

$$\Phi = qR = c\,R\,m. \qquad (6)$$

За означенням магнітний потік дорівнює:

$\Phi = B\,S = \mu\mu_0\,H \cdot S,$

де S – площа витка, розміщеного перпендикулярно лініям індукції однорідного магнітного поля; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; μ – магнітна проникність середовища.

Якщо замість витка в магнітне поле помістити довгу котушку, то за час зникнення поля в колі котушки протече заряд, обумовлений короткочасною е.р.с. індукції у витках усієї котушки. Тоді:

$$\Phi = \mu\mu_0 \int_l S\, n\, \vec{H}\, \mathrm{d}\vec{l}\ ,$$

де n – густина намотки котушки; $n\,dl$ – кількість витків на елементі довжини котушки dl.

Якщо кінці котушки з'єднати (утворити замкнений контур l) і значення S та n. вздовж усієї котушки вважати постійним, то:

$$\Phi = \mu\mu_0 Sn \int_l \vec{H}\, \mathrm{d}\vec{l}\ . \qquad (7)$$

Цей магнітний потік виміряється балістичним гальванометром так само , як і у випадку одного витка. Тобто, підставляючи у формулу (7) значення Φ із (6), знайдемо:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = km, \qquad k = \frac{cR}{\mu\mu_0 S n} = const\ .$$

Циркуляцію вектора $\vec{H}$ вимірюють за допомогою пояса Роговського (вузька двошарова котушка, намотана на гнучкий пас). Кінці обмотки приєднуються до балістичного гальванометра G (рис.1,а). Таку котушку можна представити як сукупність замкнутих витків і прямолінійних відрізків, що їх з'єднують (рис. 1,б та 1,в).

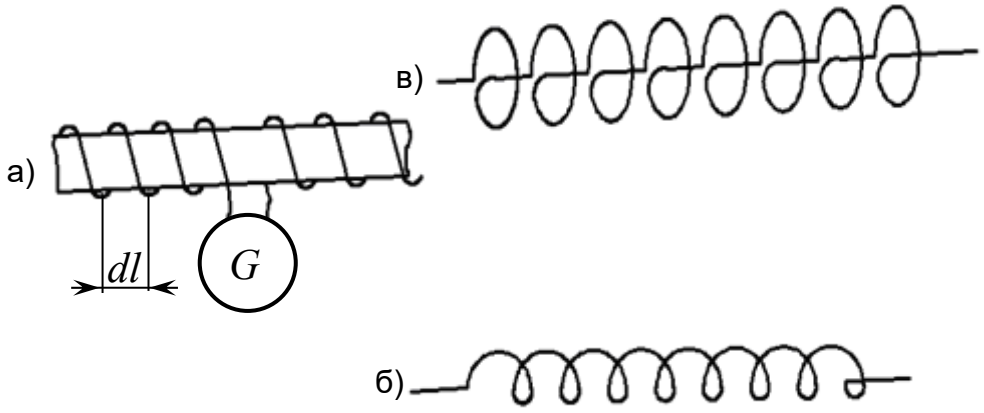


Рис. 1

Циркуляцію вектора $\vec{H}$ вимірюють за допомогою пояса Роговського (вузька двошарова котушка, намотана на гнучкий пас). Кінці обмотки приєднуються до балістичного гальванометра G (рис.1,а). Таку котушку можна представити як сукупність замкнутих витків і прямолінійних відрізків, що їх з'єднують (рис. 1,б та 1,в).

Оскільки обмотка котушки двошарова, усувається дія прямолінійних відрізків і підвідних проводів (магнітні поля їх взаємно компенсуються), а магнітне поле пояса

Роговського складається тільки з магнітних полів колових витків, які враховуються при визначенні потоку Φ (формула 6).

Для вимірювань пояс Роговського пропускають спочатку через еталонний соленоїд з числом витків N_0, по якому проходить струм силою I, потім через досліджуваний соленоїд з невідомим числом витків для того ж значення струму.

Фіксуючи відхилення m і m_0. світлового покажчика гальванометра, запишемо формулу (8) для обох соленоїдів:

$$\oint_l \vec{H}_0 d\vec{l} = km_0, \qquad (9)$$

та

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = km. \qquad (10)$$

Із закону повного струму (2), записаного для магнітного поля еталонного соленоїда, одержимо:

$$\oint_l \vec{H}_0 d\vec{l} = N_0 I, \qquad (11)$$

де контур l збігається з віссю пояса Роговського.

Враховуючи (11), із співвідношенням для циркуляції вектора напруженості магнітного поля досліджуваного соленоїда маємо:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_0 I \frac{m}{m_0}. \qquad (12)$$

Підрахуємо значення циркуляції вектора $\vec{H}$ магнітного поля досліджуваного соленоїда. Якщо соленоїд достатньо довгий, то його магнітне поле сконцентроване практично тільки всередині. А отже, в значення циркуляції вектора $\vec{H}$ для такого поля внесок зробить тільки активна частина контуру, рівна довжині соленоїда l.

Тоді для досліджуваного соленоїда, вважаючи його достатньо довгим, наближено можна записати:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot l, \qquad (13)$$

звідки напруженість $\vec{H}$ магнітного поля досліджуваного соленоїда дорівнює:

$$H = \frac{\oint_l \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}{l}. \qquad (14)$$

Порядок виконання роботи

І. Складають електричне коло за схемою рис. 2. Вмикають у коло еталонний соленоїд з відомим числом витків N_0.

2. Через соленоїд пропускають пояс Роговського, приєднуючи виходи його обмотки до дзеркального гальванометра G. Вимірюють довжину соленоїда l.

3. Встановлюють у колі соленоїда значення сили струму.

4. При розмиканні кола соленоїда ключем K відмічають максимальне відхилення m_0 світлового покажчика гальванометра G. Для даного значення сили струму I дослід повторюють тричі, обчислюють середнє значення $< m_0 >$.

5. Замінюють еталонний соленоїд досліджуваним. Для того ж самого струму I вимірюють максимальне відхилення m світлового показника гальванометра при розмиканні кола соленоїда. Дослід повторюють тричі. Обчислюють середнє значення $<m>$.

6. Вимірювання за п. 4 та п. 5 повторюють для трьох різних значень сили струму I. Результати дослідів заносять до таблиці.

Таблиця

№ п/п	Задані величини	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань	
	N_0	L, м	I, А	m_0	m	$\oint \vec{H} d\vec{l}$, А	H, А/м
1 2 3							
$<x>$							
Δ							
ε							
1 2 3							
$<x>$							
1 2 3							
<x>							

7. Для кожного із значень сили струму I обчислюють середнє значення циркуляції та напруженості поля всередині досліджуваного соленоїда за формулами (12) та (14).

8. Для одного із значень сили струму I оцінюють похибки вимірювань циркуляції та напруженості за формулами:

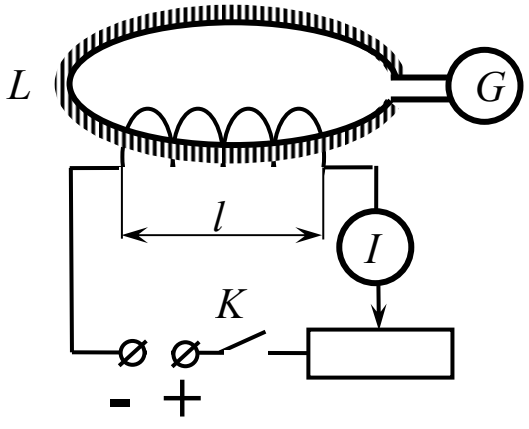


Рис. 2

$$\varepsilon_{\oint \vec{H}d\vec{l}} = \varepsilon_m + \varepsilon_{m_0} + \varepsilon_I + \varepsilon_{N_0}; \qquad \varepsilon_H = \varepsilon_{\oint \vec{H}d\vec{l}} + \varepsilon_I;$$

$$\Delta_{\oint \vec{H}d\vec{l}} = < \oint_L \vec{H}d\vec{l} > \cdot \varepsilon_{\oint \vec{H}d\vec{l}}; \qquad \Delta_H = < H > \cdot \varepsilon_H.$$

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Сформулюйте і запишіть закон Біо-Савара-Лапласа.
2. Дайте означення циркуляції вектора поля, поясніть рисунком.
3. Укажіть основну різницю між вихровим та потенціальним полями.
4. Сформулюйте закон повного струму та застосуйте його до розрахунку напруженості магнітного поля соленоїда.
5. В чому полягає явище електромагнітної індукції? Запишіть та сформулюйте основний закон електромагнітної індукції.
6. Поясніть необхідність подвійної намотки у поясі Роговського.
7. З означення циркуляції вектора $\vec{H}$ виведіть формулу (14).

РОБОТА 4 - 4

ВИЗНАЧЕННЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТОНКОЇ КОТУШКИ

Мета роботи: дослідити магнітне поле колового струму за допомогою осцилографа; визначити силову характеристику магнітного поля – магнітну індукцію $\vec{B}$.

Прилади та обладнання: тонка котушка діаметром 30–40 см з панеллю, датчик-котушка, джерело змінного струму, осцилограф, амперметр.

Силовою характеристикою магнітного поля є вектор магнітної індукції $\vec{B}$, величину і напрямок якого можна визначити за дією поля на розміщений у ньому достатньо малий елемент із струмом або замкнутий виток із струмом.

Одиницею вимірювання магнітної індукції в СІ є тесла (Тл):

$$1\,\text{Тл} = 1\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}.$$

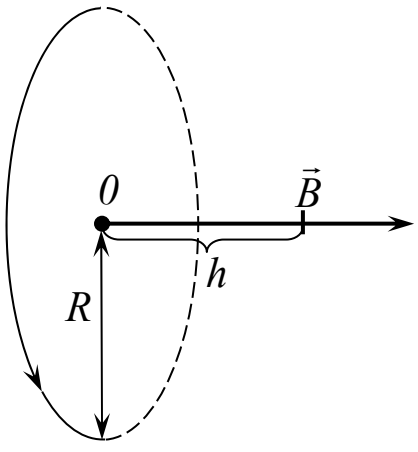


Рис. 1

Індукція магнітного поля колового струму на осі витка на відстані h від центра витка (рис. 1) спрямована вздовж цієї осі і виражається формулою:

$$B = \mu\mu_0 \frac{IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}. \qquad (1)$$

З формули (1) випливає, що в центрі витка (точка О, $h = 0$) індукція магнітного поля дорівнює:

$$B_0 = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}. \qquad (2)$$

Метод дослідження магнітного поля колового струму (тонка котушка зі струмом) за допомогою

датчик-котушки ґрунтується на явищі електромагнітної індукції. Якщо в котушці, магнітне поле якої досліджується, струм змінюється за гармонічним законом, то відповідно до закону електромагнітної індукції у датчик-котушці виникатиме електрорушійна сила індукції $\mathcal{E}_i$, амплітудне значення якої (в наближенні малого розміру датчик-котушки) пропорційне значенню вектора індукції магнітного поля $\mathcal{E}_i \sim B$. Величина $\mathcal{E}_i$ реєструватиметься підключеним до датчик-котушки осцилографом.

Очевидно, що величина індукції магнітного поля B у деякій точці на осі досліджуваної котушки буде зв'язана з величиною індукції в центрі котушки (в точці O, де $h = 0$) простим співвідношенням:

$$B = B_0 \frac{\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}_{iO}}. \qquad (3)$$

Із формули (3) випливає, що $\mathcal{E}_i$ та $\mathcal{E}_{iO}$ можна вимірювати як у вольтах, так і у відносних величинах сигналів на екрані осцилографа.

Тому: $$B = B_0 \frac{l}{l_0}, \qquad (4)$$

де l – довжина відповідної світової смужки на екрані осцилографа; l_0 – максимальна довжина смужки, що відповідав положенню датчика в центрі котушки.

Порядок виконання роботи

1. Складають електричну схему (рис.2). Підключають досліджувану котушку до блока живлення і встановлюють указану викладачем силу струму; підключають датчик-котушку до осцилографа.

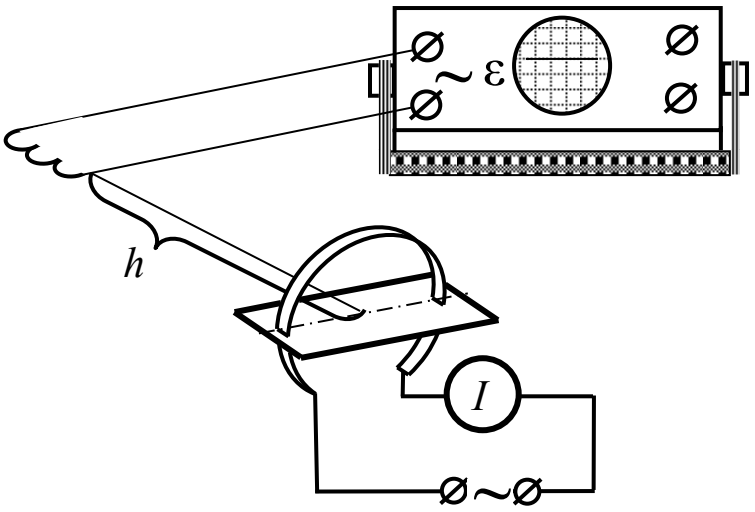


Рис.

2. Закріплюють на панелі досліджуваної котушки міліметровий папір.

3. Встановлюють датчик-котушку в центрі досліджуваної котушки в одній площині з нею.

4. За допомогою ручки "Підсилення" на осцилографі домагаються того, щоб максимальне значення е.р.с. $\mathcal{E}_{iO}$, що виникає в датчик-котушці, відповідало сигналу на всю шкалу на екрані осцилографа l_0.

5. Розраховують значення магнітної індукції в центрі досліджуваної котушки за формулою:

$$B_0 = \mu_0 \frac{I_0 N}{2R}, \qquad (5)$$

де μ_0 = 4π·10^{-7} Гн/м – магнітна стала; N – кількість витків у котушці; R – її радіус;
I_0 – амплітудне значення сили струму в досліджуваній котушці.

Значення I_0 розраховується за формулою:

$$I_0 = \sqrt{2} \cdot I_{еф.},$$

де $I_{еф}$ – ефективне значення сили струму, яке показує прилад.

5. Визначають значення е.р.с. електромагнітної індукції в датчик-котушці (довжину сигналу l на екрані осцилографа) на різних відстанях від центра досліджуваної котушки на її осі через 1 см. Результати вимірювань l заносять до таблиці.

6.

Таблиця

№ п/п	Прямі вимірювання					Непрямі вимірювання			
	R, м	N	$I_{еф.}$, А	h, м	l	l/l_0	I_0, А	B, Тл	$B_{теор}$, Тл

7. Визначають і заносять до таблиці значення магнітної індукції B у різних точках на осі досліджуваної котушки за формулою (4).

8. Будують графік залежності $B = f(h)$. На цьому ж графіку будують теоретично одержану за формулою (1) криву залежності $B_{теор} = f(h)$, враховуючи кількість витків у котушці.

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Дайте визначення векторів магнітної індукції та напруженості магнітного поля.
2. У чому полягає явище електромагнітної індукції?
3. Запишіть та сформулюйте закон електромагнітної індукції.
4. Запишіть та сформулюйте закон Біо-Савара-Лапласа.
5. Запишіть вираз для обчислення величини магнітної індукції в центрі колового струму.

4.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

МОДУЛЬ 4. „ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ"

Приклад 1. Два паралельних нескінченно довгих провідники, по яких протікає в одному напрямку електричний струм силою 60 А, розташовані на відстані 10 см один від одного. Визначити магнітну індукцію поля, яке виникає між провідниками зі струмом в точці, яка знаходиться від осі одного провідника на відстані 5 см та від осі іншого - 12 см.

Розв'язання. Для знаходження магнітної індукції $\vec{B}$ у точці A використовуємо принцип суперпозиції магнітних полів. Для цього визначаємо напрям магнітних індукцій $\vec{B}_1$ та $\vec{B}_2$ полів, які виникають у т. A на заданих відстанях від кожного провідника зі струмом окремо та складаємо їх геометрично:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 .$$

Модуль вектора $\vec{B}$ можна знайти за теоремою косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha} , \qquad (1)$$

де α - кут між векторами $\vec{B}_1$ та $\vec{B}_2$. Магнітні індукції у т. A можна виразити через силу струмів та відстані від провідників (рис. 4.3.1):

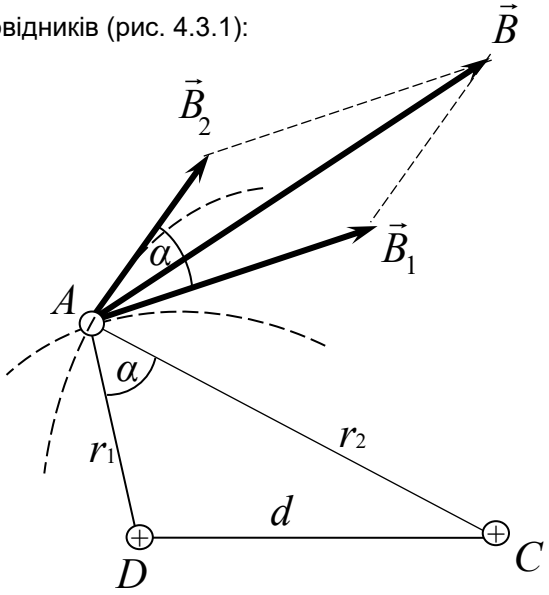


Рис. 4.3.1

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} \qquad (2)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} \qquad (3)$$

Підставляючи вирази (2) та (3) до формули (1), одержимо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_1 r_2} cos\alpha} . \qquad (4)$$

Враховуємо, що $\alpha = \angle DAC$ (як кути з відповідно перпендикулярними сторонами). За теоремою косинусів записуємо:

$$d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha},$$

де d - відстань між провідниками.

Звідси

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}.$$

Підставимо числові значення та отримаємо величину $\cos\alpha$:

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Підставивши в формулу (4) числові значення фізичних величин проводимо розрахунки :

$$B = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3{,}14} \sqrt{\frac{1}{0{,}05^2} + \frac{1}{0{,}12^2} \cdot \frac{1}{0{,}05 \cdot 0{,}12} \cdot \frac{23}{40}}\,\text{Тл} =$$

$$= 3{,}08 \cdot 10^{-4}\,\text{Тл} = 308\,\text{мкТл}.$$

Приклад 2. По провіднику, який зігнули у вигляді квадрата зі стороною 10 см, протікає струм силою 100 А. Знайти магнітну індукцію $\vec{B}$ в точці перетину діагоналей квадрата.

Розв'язання. Розташовуємо квадратний виток у площині рисунка (рис. 4.3.2). Згідно принципу суперпозиції магнітних полів

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4, \qquad (1)$$

де $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$, – магнітні індукції полів, що створені у центрі квадрата струмами, що протікають по кожній із сторін .

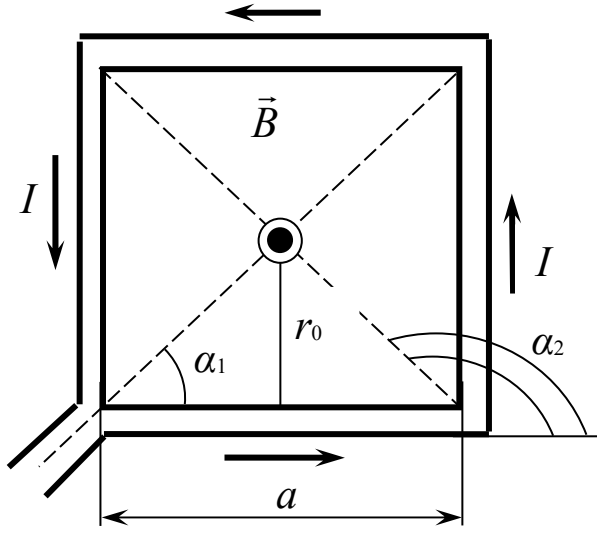


Рис. 4.3.2

У точці O перетину діагоналей квадрата всі вектори індукції будуть направлені перпендикулярно до площини витка “до нас” (за правилом буравчика). Крім того, із міркувань симетрії виходить, що модулі цих векторів однакові: $B_1=B_2=B_3=B_4$. Це дозволяє векторне рівняння (1) замінити скалярним:

$$B=4B_1. \qquad (2)$$

Магнітна індукція поля, яке відтворюється відрізком прямолінійного проводу зі струмом, має вираз:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}{4\pi r_0}. \qquad (3)$$

Враховуючи, що $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ і $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ (рис. 4.3.2), формулу (3) можна переписати у вигляді

$$B_1 = \frac{\mu_0 I\cos\alpha_1}{2\pi r_0}.$$

Підставивши вираз B_1 у формулу (2), знайдемо

$$B = \frac{2\mu_0 I\cos\alpha_1}{\pi r_0}.$$

Маючи на увазі, що $r_0 = \frac{a}{2}$ та $\cos\alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (так як $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$), одержимо:

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}.$$

Підставляючи числові значення фізичних параметрів, знайдемо величину магнітної індукції у центрі квадрата:

$$B = \frac{2\sqrt{2}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10^{2}}{\pi\cdot 0{,}1}\,\text{Тл} = 1{,}13\cdot 10^{-7}\,\text{Тл} = 1{,}13\,\text{мТл}.$$

Перевіримо, чи дає розрахункова формула одиницю магнітної індукції (в системі СІ – 1 Тл). Для цього в праву частину формули замість символів величин підставляємо значення їх одиниць:

$$\frac{[\mu_0]\cdot[I]}{[a]} = \frac{1\text{Гн/м}\cdot 1\text{А}}{1\text{м}} = \frac{\text{Гн}\cdot\text{А}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{Вб}}{1\text{м}^2} = 1\text{Тл}.$$

Приклад 3. Плоский квадратний контур зі стороною 10 см, по якому протікає струм силою 100 А, вільно розташувався в однорідному магнітному полі з індукцією 1Тл. Визначити роботу, яку виконують зовнішні сили при повороті контуру відносно осі, яка

проходить крізь середину його протилежних сторін, на кут: 1). $\varphi_1 = 90°$; 2). $\varphi_2 = 3°$. При повороті контуру сила струму в ньому підтримується незмінною.

Розв'язання. **Як відомо, на контур зі струмом в магнітному полі діє момент сили (рис. 4.3.3):**

$$M = p_m B \sin\varphi \qquad (1)$$

де $p_m = IS = Ia^2$ - магнітний момент контуру; B – магнітна індукція; φ - кут між напрямами векторів p_m (який направлений по нормалі до контуру) і $\vec{B}$.

За умовою задачі в початковому положенні контур вільно встановився в магнітному полі. При цьому момент сил дорівнює нулю $(M = 0)$, що означає, що кут $\varphi = 0$.

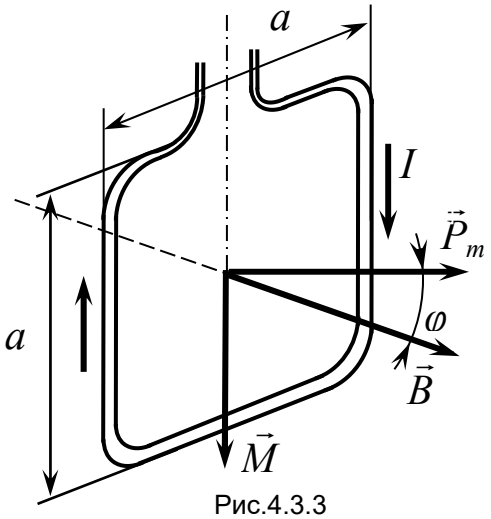


Рис.4.3.3

Якщо зовнішні сили виведуть контур із положення рівноваги, то виникає момент сил, що буде прагнути повернути контур у початкове положення. Проти цього моменту і буде виконуватись робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі $dA = Md\varphi$. Враховуючи формулу (1), одержуємо:

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi.$$

Взявши інтеграл цього виразу, знайдемо роботу при повороті на певний кут:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi \cdot \qquad (2)$$

1). Робота при повороті на кут 90^0

$$A = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 (-\cos\varphi)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = IBa^2. \qquad (3)$$

Виразимо числові значення фізичних величин в одиницях СІ :

I =100 А; B = 1 Тл; a =10 см = 0,1 м, та підставивши їх значення в співвідношення (3), отримаємо:

$$A_1=100\cdot 1\cdot(0,1)^2\text{Дж}=1\text{Дж}.$$

2). Робота при повороті на кут φ = +3^0. У цьому випадку, враховуючи, що кут дуже малий, замінимо у виразі (2)

$$A_2 = IBa^2\int_0^{\varphi_2}\varphi d\varphi = \frac{1}{2}IBa^2\varphi_2^2. \qquad (4)$$

Виразимо значення кута в радіанах. Після підстановки числових значень в (4) знайдемо:

$$A_2 = \frac{1}{2}100\cdot 1\cdot(0,1)^2\cdot(0,0523)^2\,\text{Дж} = 1,37\cdot 10^{-3}\,\text{Дж} = 1,37\text{мДж}.$$

Задачу можна розв'язати іншим способом. Робота зовнішніх сил по переміщенню контуру зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму в контурі на зміну магнітного потоку через контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

де Φ_1 - магнітний потік, який пронизує контур до переміщення; Φ_2 - теж саме після переміщення.

Якщо $\varphi_1 = 90°$, то $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = 0$. Отже $A=IBS=IBa^2$, що співпадає з (3).

Приклад 4. Електрон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів 400 В, попадає в однорідне магнітне поле напруженістю 1 кА/м. Визначити радіус кривизни траєкторії та частоту обертання електрона в магнітному полі. Вектор швидкості має перпендикулярний до силових ліній магнітного поля напрям.

Розв'язання. Радіус кривизни траєкторії електрона визначимо, виходячи із наступних положень: на електрон, який рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца (дією сили тяжіння можна знехтувати). Сила Лоренца $F_л$ перпендикулярна до вектора швидкості, внаслідок чого надає електрону нормальне прискорення. За другим законом Ньютона

$$F_л = ma_n,$$

де a_n – нормальне прискорення. Підставивши значення $F_л$ та a_n до цієї формули, перепишемо її у вигляді:

$$eVB\sin\alpha = \frac{mV^2}{R}, \qquad (1)$$

де e – елементарний заряд; V - швидкість електрона; B - магнітна індукція; m - маса електрона; R - радіус кривизни траєкторії; α - кут між векторами $\vec{V}$ та $\vec{B}$ (в даному випадку $\vec{V} \perp \vec{B}$, α = 90^0, а $sin\,\alpha$ =1).

Із формули (1) знайдемо:

$$R = \frac{mV}{eB}. \qquad (2)$$

Імпульс електрона, що входить у рівняння, може бути виражений через кінетичну енергію T електрона:

$$mV = \sqrt{2mT}. \qquad (3)$$

Але кінетична енергія електрона, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів U, визначається рівнянням

$$T=eU.$$

Підставивши вираз T у формулу (3), одержимо

$$mV = \sqrt{2meU}.$$

Магнітна індукція B може бути виражена через напруженість H магнітного поля у вакуумі:

$$B = \mu_0 H,$$

де μ_0 - магнітна стала.

Підставивши вирази B та mV у формулу (2), визначаємо

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 eH}. \qquad (4)$$

Проведемо розрахунки:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}\ \text{м} = 5{,}37 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 5{,}37\text{см}.$$

Для визначення частоти обертання використаємо формулу, що зв'язує частоту зі швидкістю та радіусом:

$$\nu = \frac{V}{2\pi R}. \qquad (5)$$

Підставивши у формулу (5) вираз (2), одержимо

$$\nu = \frac{eB}{2\pi m} = \frac{\mu_0 eH}{2\pi m}.$$

Проведемо числові розрахунки частоти:

$$\nu = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}} 10^3 (c^{-1}) = 3{,}52 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Приклад 5. У однорідному магнітному полі з індукцією 0,1 Тл рівномірно з частотою 10 $с^{-1}$ обертається рамка, що має 1000 витків, які щільно прилягають один до одного. Площа рамки дорівнює 150 $см^2$. Визначити миттєве значення е. р. с. індукції, для кута повороту рамки, що дорівнює 30°.

Розв'язання. Миттєве значення е. р. с. індукції визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея – Максвела:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}, \qquad (1)$$

де ψ - потокозчеплення.

Потокозчеплення ψ зв'язано з магнітним потоком Φ та числом N - витків, які щільно прилягають один до одного, співвідношенням:

$$\psi = N\Phi. \qquad (2)$$

Підставляючи вираз ψ у формулу (1), одержимо

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (3)$$

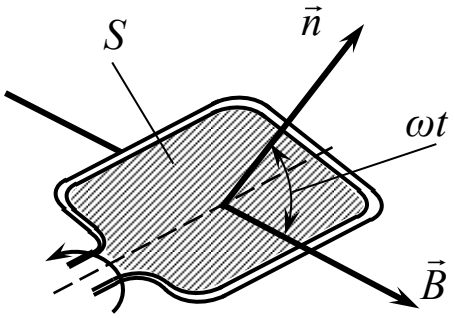


Рис. 4.3.4

При обертанні рамки (рис. 4.3.4) магнітний потік Φ, який пронизує рамку в момент часу t визначається виразом*:*

$$\Phi = BS\cos\omega t,$$

тому

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega\sin\omega t.$$

Оскільки

$$\omega = 2\pi\upsilon,$$

то

$$\varepsilon_i = 2\pi\upsilon NBS\sin\varphi .$$

Підставимо числові значення з умови задачі і отримаємо:

ε_i =2·3,14·10·10^3 ·0,1·1,5·10^{-2} ·0,5 В= 47,1 В.

Приклад 6. Магнітний потік у рамці, яка має 1000 витків та рівномірно обертається в однорідному магнітному полі, змінюється за законом $\Phi = 10^{-4}\cos 314t.$ Визначити максимальне та діюче значення е. р. с., частоту коливань струму.

Розв'язання. За законом електромагнітної індукції в одному витку створюється е. р. с.:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

або через похідну:

$$\varepsilon = -\Phi'(t).$$

Таким чином, для визначення е. р. с. потрібно знайти похідну від виразу, що описує залежність магнітного потоку від часу:

$$\varepsilon = -\Phi'(t) = 10^{-4}\cdot 314\sin 314t .$$

Для рамки, що має n витків, повна е. р. с. дорівнює

$$E = n\varepsilon ,$$

тобто:

$$E = 1000\cdot 10^{-4}\cdot 314\sin 314t = 31{,}4\cdot\sin 314t. \qquad (1)$$

Порівнюючи знайдений вираз (1) із законом гармонічних коливань: $x = A\sin\omega t$, визначаємо амплітудне значення е. р. с.:

$$E_m = 31{,}4\ B. \qquad (2)$$

Діюче значення е. р. с. за визначенням дорівнює:

$$E_\partial = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\cdot Em ; \qquad (3)$$

$$E_\partial = 0{,}707\cdot 31{,}4\ \text{В} = 22{,}2\ \text{В}. \qquad (4)$$

Циклічна частота зв'язана з періодом та частотою:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\cdot\nu = 314\ \text{рад/с}. \qquad (5)$$

З виразу (5) знаходимо, що частота дорівнює 50 Гц.

Приклад 7. На яку довжину хвилі буде резонувати контур, утворений котушкою з індуктивністю L = 4 мкГн і конденсатором ємністю C = 1 мкФ ?

Розв'язання. Період T електромагнітних коливань в коливальному контурі визначають за формулою Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad (1)$$

де L і C відповідно індуктивність і ємність контура.

Швидкість поширення електромагнітних коливань в повітрі дорівнює швидкості поширення світла у вакуумі:

$$c = \lambda \cdot \nu, \qquad (2)$$

де λ - довжина хвилі; ν - частота коливань.

$$\nu = \frac{1}{T},$$

де T - період коливань.

Отже , $$c = \frac{\lambda}{T}.$$

Звідси $$\lambda = c \cdot T. \qquad (3)$$

Враховуючи формулу (1), знаходимо формулу для розрахунку довжини хвилі λ, на яку буде резонувати даний контур:

$$\lambda = c 2\pi \sqrt{LC}. \qquad (4)$$

Запишемо в системі одиниць СІ числові значення величин, що входять в (4):

c = 3 · 10^8 м/с; π = 3,14; L = 4·10^{-6} Гн; C = 1·10^{-6} Ф.

Підставимо їх значення у формулу в (4) і вирахуємо :

$\lambda = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 3{,}14\sqrt{4 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}$ м=6·10^2·3,14·2 м =3,778·10^3 м ≈ 3,78·10^3 м.

Приклад 8. Залежність миттєвого значення електричного струму у коливальному контурі описується рівнянням $i = 0{,}6\ \sin(628t)$. Визначити амплітудне значення сили струму у колі, період власних коливань контуру і миттєве значення струму в момент t = 0,01 с.

Розв'язання. Частота вільних коливань визначається параметрами кола. Якщо знехтувати активним опором у колі, то коливання можна вважати незгасаючими. Порівнюючи залежність сили струму від часу з умови задачі із законом гармонічних коливань:

$$i = I_m \sin\ \omega t,$$

знаходимо:

$$I_m = 0{,}6\text{A}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 628\frac{рад}{с}, \quad T = 0{,}01\text{с}.$$

Для миттєвого значення струму в момент t = 0,01 с маємо:

$$i = 0{,}6\sin(628 \cdot 0{,}01) = 0{,}6\sin 2\pi = 0.$$

Таким чином, амплітудне значення сили струму у колі I_m = 0,6 *А;* період власних коливань контуру T = 0,01 с*;* миттєве значення струму в момент t = 0,01 с дорівнює нулю.

Приклад 9. У коливальному контурі до замикання кола конденсатор ємністю 50 нФ заряджено до напруги 100 В. Після замикання кола максимальне значення сили струму становило 0,2 А. Визначити частоту коливань у контурі. Активним опором кола і випромінюванням електромагнітних хвиль можна знехтувати.

Розв'язання. За законом збереження енергії (за відсутності втрат) максимальне значення енергії електричного поля (в конденсаторі) дорівнює максимальному значенню енергії магнітного поля (в котушці).

Прирівнюємо вирази для максимального значення енергії електричного поля конденсатора і магнітного поля котушки:

$$\frac{CU_м^2}{2} = \frac{LI_м^2}{2}. \qquad (1)$$

Із співвідношення (1) визначимо значення індуктивності коливального контуру:

$$L = C\frac{U_м^2}{I_м^2}. \qquad (2)$$

Частоту коливань визначимо, підставивши (2) у вираз для частоти вільних коливань контуру:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{I_м}{2\pi CU_м}. \qquad (3)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини:

$$[\nu] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}\cdot\Ф\cdot\text{В}} = \text{с}^{-1} = \text{Гц}.$$

Підставимо числові значення величин:

$$\nu = \frac{0{,}2}{2\cdot 3{,}14\cdot 5\cdot 10^{-8}\cdot 100}(\text{с}^{-1}) = 6{,}37\cdot 10^3 \text{ Гц}.$$

Таким чином, частота коливань (власна частота) в цьому контурі дорівнює $6{,}37\cdot 10^3$ Гц = 6,37 кГц.

Приклад 10. Яка довжина хвилі відповідає коливанням у контурі якщо індуктивність контуру становить 0,2 мГн, максимальна напруга на конденсаторі 200 В, максимальне значення сили струму – 0,1 А. Втратами на випромінювання та активним опором контуру знехтувати.

Розв'язання. Як і в попередній задачі запишемо:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = cT; \quad T = 2\pi\sqrt{LC};$$

Тому довжина хвилі дорівнює:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}.$$

За законом збереження енергії (за відсутності втрат на активному опорі) максимальне значення енергії електричного поля (в конденсаторі) дорівнює максимальному значенню енергії магнітного поля (в котушці):

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{CU^2}{2}; \quad C = L\frac{I^2}{U^2}.$$

Тому:

$$\lambda = 2\pi c\frac{I}{U}L.$$

Перевіримо розмірність отриманої величини:

$$[\lambda] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{А} \cdot \text{Гн}}{\text{В}} = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{А}}{\text{В}} \cdot \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{м}.$$

Підставимо числові значення величин:

$$\lambda = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{0{,}1}{200} 0{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ (м)} = 188{,}4 \text{ м}.$$

Приклад 11. Заряд конденсатора коливального контуру генератора незгасаючих електромагнітних коливань залежить від часу за законом: $Q = 4 \cdot 10^{-3} \sin 100\pi t.$ Описати залежність сили струму в контурі від часу, визначити значення сили струму в контурі у момент часу t = 0,01 с. Яку індуктивність має котушка контуру, якщо значення ємності конденсатора становить 1 мкФ?

Розв'язання. В генераторі незагасаючих коливань втратами енергії в контурі можна знехтувати. Тому розглядаємо вільні електромагнітні коливання в цьому коливальному контурі.

Залежність сили струму від часу описується похідною від залежності заряду на обкладках конденсатора. Тому:

$$i = Q' = (4 \cdot 10^{-3} \sin 100\pi t)' = 0{,}4\pi \cos 100\pi t = 1{,}26 \cos 100\pi t.$$

Порівнюючи опис залежності сили струму від часу із загальним виглядом закону гармонічних коливань без початкової фази $x = A \sin \omega t$, знаходимо:

$$\omega = 100\pi; \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{Гц}.$$

Враховуючи, що

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

знайдемо індуктивність контуру:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}.$$

Перевіримо розмірність отриманої величини:

$$[L] = \frac{c^2}{Ф} = \frac{c^2 \cdot В}{Кл} = Гн.$$

Підставивши числові значення величин, отримаємо:

$$L = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}(Гн) = 10 Гн.$$

Таким чином, сила струму в контурі в момент часу t = 0,01 с буде рівнятися:

$$i(0{,}01) = 0{,}4 \cdot 3{,}14 \cdot \cos 100\pi \cdot 0{,}01 = 1{,}26 \cdot (-1) = -1{,}26 A.$$

Це є амплітудне значення сили струму.

Приклад 12. Неонова лампа починає світитись, коли напруга на її електродах досягає певного значення (потенціал запалювання). Скільки часу за період буде світитись лампа, якщо її ввімкнули в промислову мережу, діюче значення напруги в якій дорівнює потенціалу запалювання лампи?

Розв'язання. З моменту часу, рівного нулю, лампа не загоряється протягом часу t. Це час, за який напруга досягне значення, рівного діючій напрузі (на рис. 4.3.5 цей час по осі t заштриховано), тобто:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot U_m. \qquad (1)$$

Внаслідок симетрії синусоїди час свічення за один період буде рівний:

$$t_{св.} = T - 4t.$$

У промисловій мережі частота зміни напруги та період коливань дорівнюють відповідно:

ν = 50 Гц та T = 1/50 с.

Визначимо t з рівняння гармонічних коливань напруги, враховуючи визначення діючого значення напруги (1):

$$U_m = U\sqrt{2}\sin\omega t. \qquad (2)$$

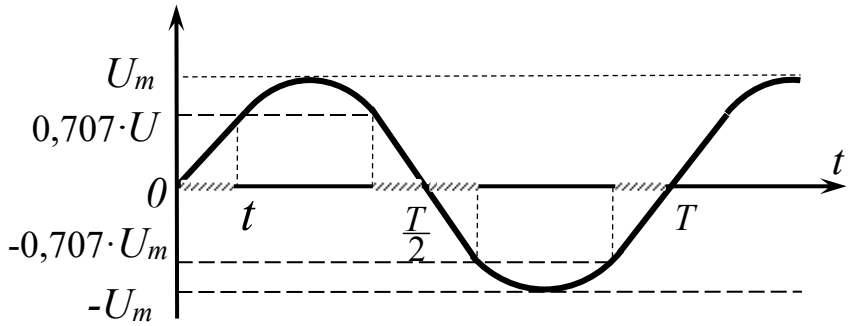


Рис. 4.3.5

Звідси:

$$\sin \omega t = \frac{U_m}{U\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \qquad (3)$$

Таким чином

$$\omega t = \frac{\pi}{4}. \qquad (4)$$

Виразимо значення циклічної частоти через період коливань та визначимо час t, протягом якого лампа не загоряється:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4}; \quad t = \frac{T}{8}. \qquad (5)$$

Тому час свічення за один період буде рівний:

$$t_{св.} = T - 4t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2\nu}. \qquad (6)$$

Перевіримо розмірність величини, що отримана:

$[t_{св}]$ =(с $^{-1}$)$^{-1}$ =с.

Підставимо числові значення і отримаємо час світіння:

$$t_{св} = \frac{1}{50 \cdot 2} = 0{,}01 \text{ с}.$$

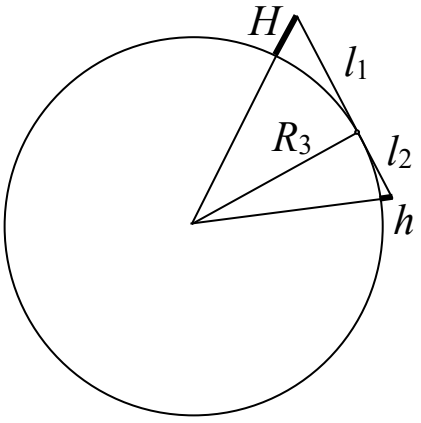


Рис. 4.3.6

Приклад 13. Висота випромінюючої (передавальної) антени телецентру над рівнем Землі 300 м, а висота приймальної антени телевізійного приймача 20 м. На якій граничній відстані від передавача можна вести прийом?

Розв'язання. Максимальна дальність прийому зумовлена тим, що антена приймача за горизонтом не приймає сигнал, оскільки ультракороткі хвилі, що використовуються у телезв'язку, поширюються прямолінійно. Тому з

рис. 4.3.6. видно, що:

$$l_{max} = l_1 + l_2.$$

За теоремою Піфагора:

$$l_1 = \sqrt{(R_3 + H)^2 - R_3^2}\text{ , та } l_2 = \sqrt{(R_3 + h)^2 - R_3^2}\ .$$

Враховуючи, що $R_3 =$ 6370 км = 6,37·10 ^{6} м, та підставляючи значення висоти передавальної та приймальної антен, отримаємо:

$$l_{max} = (61{,}8 + 16{,}0)\cdot 10^3 \text{ м} = 77{,}8\cdot 10^3 \text{ м} = 78 \text{ км}.$$

Приклад 14. Під час приймання радіопередач діапазону УКХ в автомобілі, що рухається, іноді (на значному віддаленні від передавача) спостерігається періодична зміна гучності (загасання), частота якої залежить від швидкості руху автомобіля. Поясніть можливу причину явища. Чому це явище виникає тільки в діапазоні УКХ? Визначити найвищу можливу частоту затухань радіопередавача, що працює на частоті 100 МГц, якщо швидкість автомобіля становить 30 м/с?

Розв'язання. Радіозв'язок здійснюється за допомогою радіохвиль. Електромагнітна хвиля може відбиватися від будівель, схилів, пагорбів тощо. Якщо перешкод на шляху електромагнітної хвилі багато (наприклад, у місті), то за рахунок дифракції та дифузного розсіювання розподіл енергії хвилі у просторі не має різко виражених мінімумів. При зменшенні інтенсивності хвилі (на значних відстанях від передавача) інтенсивність розсіяного електромагнітного поля менша за ту, яка необхідна для роботи приймача. Відбита від протяжних перешкод і падаюча хвилі є когерентними, тому можливе спостереження явища інтерференції, що призведе до підсилення сигналу в деяких точках простору. Значить, в деяких точках простору чутливості приймача буде вже достатньо для прийому радіосигналу.

Внаслідок явища інтерференції розподіл енергії хвилі описується умовами інтерференційних мінімумів і максимумів. Під час руху автомобіль переміщується у просторі, послідовно проходячи місця, для яких виконуються умови інтерференційних максимумів та мінімумів. Найменшою відстанню між інтерференційними мінімумами є половина довжини хвилі. Частота загасання сигналу буде максимальною в тому випадку, коли передавач і перешкода лежать на прямій, яка відповідає руху автомобіля. Довжина хвилі рівна:

$$\lambda = \frac{c}{\nu},$$

а час, за який автомобіль проходить половину цієї відстані (період загасань), буде рівний :

$$T = \frac{\lambda}{2V} = \frac{c}{2V\nu} = \frac{1}{\nu_1}.$$

Звідси:

$$\nu_1 = \frac{2\mathrm{V}v}{c}.$$

Перевіримо розмірність отриманої величини:

$$[\nu_1] = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = c^{-1} = \text{Гц}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин і отримаємо значення ν_1:

$$\nu_1 = \frac{2 \cdot 30 \cdot 1 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 20 \cdot \text{Гц}.$$

Таким чином, періодична зміна гучності (загасання), частота якої залежить від швидкості руху автомобіля дорівнює 20 Гц. У діапазонах радіохвиль з меншим частотами (ДХ, СХ, КХ) розміри більшості перешкод на місцевості зрівнянні з довжинами хвиль, тому відбувається огинання цих перешкод (відбувається дифракція) і описане явище не спостерігається.

Приклад 15. Радіолокатор під час роботи протягом t_1=10 мкс випромінює електромагнітну хвилю, а протягом t_2=1,5 мс приймає. Визначити максимальну і мінімальну відстані дії радіолокатора.

Розв'язання. Для того, щоб відбитий від перешкоди (наприклад літака) сигнал було зафіксовано радіолокатором, необхідно виконання умов:

$$\frac{2l_1}{c} \geq t_1$$

та

$$\frac{2l_2}{c} \leq t_2,$$

де l_1 — найменша можлива відстань до перешкоди і l_2 – найбільша можлива відстань до перешкоди. Розв'язавши нерівності, матимемо:

$$l_1 \geq \frac{1}{2}ct_1$$

та

$$l_2 \leq \frac{1}{2}ct_2.$$

Підставивши числові значення часу випромінювання та прийому електромагнітної хвилі, отримаємо відстані:

$$l_1 \geq \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-5}\,\text{м} = 1{,}5 \cdot 10^3\,\text{м} = 1{,}5\ \text{км.};$$

$$l_2 \leq \frac{1}{2} 3 \cdot 10^8 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{м} = 2{,}25 \cdot 10^5\,\text{м} = 225\ \text{км}.$$

Таким чином

$$1{,}5\ \text{км} \leq l \leq 225\ \text{км}.$$

Приклад 16. У скільки разів зменшуються втрати на нагрівання провідників лінії електропередачі, якщо вхідна напруга підвищувального трансформатора становить 11 кВ, а вихідна (напруга на лінії високовольтної електропередачі) – 110 кВ?

Розв'язання. Із закону Джоуля – Ленца кількість теплоти, що виділяється на лінії, та потужність втрат дорівнюють відповідно:

$$Q = I^2 Rt$$

та

$$P_в = I^2 R. \qquad (1)$$

Оскільки в трансформаторі можна вважати, що

$$I_1 U_1 = I_2 U_2, \qquad (2)$$

а потужність зв'язана з напругою та опором наступним виразом:

$$P = \frac{U^2}{R}, \qquad (3)$$

то враховуючи співвідношення (3), отримаємо, що зменшення втрат на нагрівання провідників лінії електропередачі при підвищенні напруги, зміниться у n разів (оскільки, якщо не враховувати температурних змін, опір провідників лінії електропередачі залишається незмінним):

$$n = \frac{P_{в1}}{P_{в2}} = \frac{U_2^2}{U_1^2}. \qquad (4)$$

Підставивши числові значення напруги на вході та виході трансформатора отримаємо:

$$n = \left(\frac{11 \cdot 10^3}{110 \cdot 10^3} \right)^2 = \frac{1}{100}.$$

Тобто втрати на нагрівання провідників лінії електропередачі зменшуються у 100 разів.

Приклад 17. Напруга на первинній обмотці трансформатора для живлення газосвітних ламп $U_1 =$ 220 В, сила струму в ній – $I_1 =$ 8 А. Визначити ККД

трансформатора, якщо напруга на вторинній обмотці трансформатора становить $U_2 =$ 3200 В, а сила струму в ній – $I_2 =$ 0,5 А.

Розв'язання. За визначенням ККД

$$\eta = \frac{A_к}{A_п},$$

де корисна робота виконується у колі вторинної обмотки, а повна – у колі первинної:

$$A_к = U_2 I_2 t;$$

$$A_п = U_1 I_1 t.$$

Тоді

$$\eta = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}.$$

Підставимо числові значення і отримаємо: $\eta = \frac{3200 \cdot 0{,}5}{220 \cdot 8} = 0{,}909.$

Таким чином ККД трансформатора рівний η = 0,91 або 91%.

4.4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ МОДУЛЮ 4 „ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ”

401. По контуру, що має форму рівностороннього трикутника проходить струм силою 10 А. Сторона трикутника дорівнює 5 см. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в центрі трикутника.

402. По провіднику, який зігнуто у вигляді прямокутника зі сторонами 3 см і 4см, протікає струм силою 20 А. Визначити напруженість та індукцію магнітного поля в точці перетину діагоналей прямокутника.

403. По провіднику, що зігнуто у вигляді кільця (кола), протікає струм. Напруженість магнітного поля в центрі кільця 20 А/м. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрату. Визначити напруженість та індукцію магнітного поля в точці перетину діагоналей цього квадрату.

404. Струм силою 10 А протікає по провіднику, що зігнуто під прямим кутом. Знайти напруженість та індукцію магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута на відстані 5 см від точки згину провідника. Вважати, що обидва кінці провідника знаходяться досить далеко від цієї точки.

405. По двох довгих, тонких, паралельних провідниках, що знаходяться на відстані 20см один від одного, протікають однакові по величині струми по 10 А в протилежних напрямах. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в точці, що віддалена від кожного провідника на відстань 10 см.

406. По двох паралельних, тонких, достатньо довгих провідниках в вакуумі протікають однакові струми силою 10 А. Відстань між провідниками 5 см. Визначити силу взаємодії розраховану на кожний метр довжини провідників. Яким чином направлені сили взаємодії в залежності від напрямку струмів в провідниках?

407. По двох довгих, тонких, паралельних провідниках, що знаходяться на відстані 10 см один від одного, протікають струми в 5 А та 10 А в одному напрямі. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в точці, що віддалена від кожного провідника на відстань 5 см.

408. По двох довгих, тонких, паралельних провідниках, що знаходяться на відстані 10см один від одного, протікають однакові по величині струми по 50 А в протилежних напрямках. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в точці, що віддалена від кожного провідника на відстань 10 см.

409. Два нескінченно довгих, тонких, прямих провідника схрещені під прямим кутом. По провідниках протікають струми силою 10 А та 20 А. Відстань між провідниками 10 см. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в точці, що лежить на середині спільного перпендикуляру до провідників.

410. По двох нескінченно довгих, тонких, паралельних провідниках, що знаходяться на відстані 5см один від одного, протікають однакові по величині струми по 20 А в одному напрямку. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в точці, що віддалена від кожного провідника на відстань 5 см.

411. Коловий виток з дроту радіусом 10 см розташований в площині магнітного меридіана. В центрі витка встановлена невеличка магнітна стрілка, що може обертатися навколо вертикальної осі. На який кут відхилиться стрілка, якщо по витку пустити струм

силою 20 А? Горизонтальну складову індукції магнітного поля Землі прийняти рівною 20 мкТл.

412. В центрі колового витка радіусом 20 см, що розташований в площині магнітного меридіана, встановлена невеличка магнітна стрілка, що може обертатися навколо вертикальної осі. Який струм необхідно пропустити через виток щоб стрілка відхилилась на 30^0? Горизонтальну складову індукції магнітного поля Землі прийняти рівною 20 мкТл.

413. Відрізок прямого провідника довжиною 30 см, по якому проходить струм силою 10 А, рухається в однорідному магнітному полі із індукцією 2 Тл. Яку роботу виконають сили, що діють на провідник з боку поля, перемістивши його на відстань 1 м? Напрямок переміщення провідника перпендикулярний до провідника та ліній індукції магнітного поля.

414. Котушка з тонким провідником площею поперечного перерізу 50 $см^2$, що містить 200 витків проводу, знаходиться в однорідному магнітному полі з напруженістю 10^3 А/м. Визначити магнітний момент котушки та обертальний механічний момент, що діє на котушку, якщо пропускати через неї струм в 2 А. Площина котушки складає кут 60° з лініями індукції магнітного поля.

415. Знайти магнітний момент рамки радіусом 5 см , якщо при проходженні через її витки струму в центрі рамки створюється індукція магнітного поля 0,5 Тл.

416. Напруженість магнітного поля в центрі колового витка рівна 100 А/м. Магнітний момент витка 5 $А·м^2$. Знайти радіус витка та силу струму в витку.

417. Вважаючи, що електрон в атомі водню рухається навколо ядра по коловій орбіті деякого радіусу, знайти відношення магнітного моменту еквівалентного колового струму до моменту імпульсу орбітального руху електрона p_m/L. Заряд електрона та його масу рахувати відомими (див. розд. 8). Показати на малюнку напрям векторів p_m та L.

418. Електрон в незбудженому атомі водню рухається навколо ядра по колу радіусом $0{,}53\cdot10^{-10}$ м. Визначити магнітний момент еквівалентного колового струму та механічний момент, що діяв би на цей струм, якщо атом знаходився б в магнітному полі з індукцією 0, 4 Тл. Вектор індукції магнітного поля направлений паралельно площині орбіти електрона.

419. Рамка площею 10 $см^2$ може обертатися в однорідному магнітному полі з індукцією 5 мТл. Визначити максимальний механічний обертальний момент, що діє на рамку, при проходженні в ній струму силою 5 А.

420. Протон рухається по колу в однорідному магнітному полі з індукцією 2Тл. Визначити силу еквівалентного колового струму, що створюється рухом протона.

421. Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі з напруженістю $5\cdot10^3$ А/м. Визначити частоту та період обертання електрона по орбіті.

422. Протон і альфа-частинка, що прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле. В скільки разів радіус кривизни траєкторії протона буде більшим, чим радіус кривизни траєкторії альфа-частинки?

423. Елементарна частинка, що несе один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле із індукцією 0, 01 Тл. Визначити момент імпульсу частинки L при русі в цьому магнітному полі, якщо радіус її траєкторії дорівнює 0,5 мм.

424. Електрон влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям індукції. Визначити силу, що діє на електрон з боку поля, якщо індукція поля 0,5 Тл, а радіус кривизни траєкторії 1 см.

425. Заряджена частинка з кінетичною енергією 10 кеВ рухається в однорідному магнітному полі по колу радіусом 5 мм. Визначити силу Лоренца, що діє на частинку з боку поля. Врахувати, що 1 еВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

426. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією 5 мТл по колу радіусом 1 см. Визначити кінетичну енергію електрона (в Дж та еВ).

427. Протон влетів в однорідне магнітне поле під кутом 60° до напрямку ліній індукції магнітного поля і рухається по спіралі, радіус якої 2 см. Індукція магнітного поля 0,1 Тл. Знайти кінетичну енергію протона (в Дж та еВ).

428. Два іони з однаковими зарядами, що пройшли одну і ту ж прискорюючу різницю потенціалів, влетіли в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям індукції. Перший іон, маса якого 12 а.о.м., описав дугу кола радіусом 2см. Визначити масу (в атомних одиницях маси) другого іона, якщо він описав дугу радіусом 2,31 см.

429. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 10 мТл по гвинтовій лінії, радіус якої 1,5 см і крок 10 см. Визначити період обертання електрона та його швидкість.

430. Елементарна частинка, що несе один елементарний заряд, влітає в однорідне магнітне поле з індукцією 0,2 Тл під кутом 30^0 до напряму ліній індукції магнітного поля. Визначити величину сили Лоренца, якщо швидкість частинки 10^5 м/с.

431. Перпендикулярно однорідному магнітному полю з індукцією 2 мТл створено однорідне електричне поле 5 кВ/м). Перпендикулярно полям влітає альфа-частинка зі швидкістю 2 Мм/с. Визначити нормальне та тангенціальне прискорення частинки в момент входження її в поля.

432. Перпендикулярно до магнітного поля з напруженістю 10^3 А/м створено електричне поле напруженістю 10^4 В/м . Перпендикулярно до обох полів рухається без відхилення від прямолінійної траєкторії заряджена частинка. Визначити швидкість частки.

433. Плоский конденсатор, між пластинами якого створено електричне поле напруженістю 1000 В/м, поміщений в магнітне поле так, що силові лінії полів взаємно перпендикулярні. Яка повинна бути індукція магнітного поля, щоб електрон з початковою енергією 5 кеВ, що влетів в простір між пластинами конденсатора перпендикулярно до силових ліній магнітного поля, не змінив напрямку руху?

434. Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів і влетіла в схрещене під прямим кутом електричне (з напруженістю 10^4 В/м) і магнітне (з індукцією 0,5 Тл) поля. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, якщо, рухаючись перпендикулярно полям, частинка не відхиляється від прямолінійної траєкторії.

435. Плоский контур площею 50 $см^2$ знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією 0,03 Тл. Визначити величину магнітного потоку, що пронизує контур, якщо площина його складає кут 60° до напрямку ліній індукції магнітного поля.

436. Всередині соленоїда, що містить 10 витків на один см, помістили коловий виток діаметром 5 см. Площина витка розташована під кутом 60º до осі соленоїда. Визначити магнітний потік, що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда протікає струм, силою 1 А.

437. На довгий картонний каркас діаметром 10 см вкладено в один шар обмотку (виток до витка) із дроту діаметром 0,3 мм. Визначити магнітний потік, що створюється таким соленоїдом при силі струму в 1А.

438. Магнітний потік через поперечний переріз соленоїда дорівнює 0,5 мВб. Довжина соленоїда 30 см. Знайти магнітний момент p_m соленоїда, якщо його витки щільно прилягають один до одного.

439. В однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції розташований плоский контур площею 200 см^2. Підтримуючи в контурі постійну силу струму в 10 А, його перемістили з магнітного поля в простір, де магнітне поле відсутнє. Визначити індукцію магнітного поля, якщо при переміщенні контуру була виконана робота 5 Дж.

440. Плоский контур зі струмом силою 10 А вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією 0,5 Тл. Площа контуру рівна 500 см^2. Підтримуючи струм в контурі незмінним, його повернули відносно осі, що лежить в площині контуру, на кут 60°. Визначити виконану при цьому роботу.

441. Квадратний контур зі стороною 5 см, в якому тече струм силою 2 А, знаходиться в магнітному полі з індукцією 0,1 Тл. Площина контуру розміщена під кутом 60° до ліній індукції магнітного поля. Яку роботу треба виконати, щоб при незмінній силі струму в контурі змінити його форму на коло ?

442. В витку, що має форму кола, підтримується постійна сила струму 10 А. Виток вільно встановився в однорідному магнітному полі з магнітною індукцією 5 мТл. Діаметр витка 20 см. Яку роботу треба виконати, щоб повернути виток відносно осі, що лежить в площині витка, на кут рівний 45^0?

443. Плоский квадратний контур зі стороною 20 см , по якому проходить струм силою 10 А, вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією 5 Тл. Яку роботу потрібно виконати при повороті контуру відносно осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут рівний 90^0.

444. Рамка площею 200 см^2 рівномірно обертається з частотою 10 обертів за секунду відносно осі, що лежить в площині рамки і перпендикулярна лініям індукції однорідного магнітного поля з індукцією 2 Тл. Визначити середнє значення е.р.с. індукції за час, протягом якого магнітний потік, що пронизує рамку, зміниться від нуля до максимального значення.

445. В однорідному магнітному полі з індукцією 1 Тл рівномірно обертається стержень довжиною 10 см, що робить 5 обертів за секунду. Вісь обертання паралельна лініям індукції і проходить крізь

один з кінців стержня перпендикулярно до його осі. Визначити різницю потенціалів, що виникатиме на кінцях стержня.

446. Рамка з дроту опором 0,05 Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,5 Тл. Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Площа рамки 100 см^2. Визначити заряд, що протече по рамці при зміні кута між нормаллю до рамки і лініями індукції: а) від 0 до 45°; б) від 45 до 90°.

447. Рамка, що містить 800 витків площею 50 см^2 рівномірно обертається з частотою 20 с$^{-1}$ в магнітному полі напруженістю 5000 А/м. Вісь обертання лежить в площині рамки і

перпендикулярна до ліній напруженості магнітного поля. Визначити максимальну е. р. с. індукції, що виникає в рамці.

448. В однорідному магнітному полі з індукцією 0,5 Тл рівномірно обертається з частотою 10 $с^{-1}$ рамка, що містить 500 витків, які щільно прилягають один до одного. Площа рамки рівна 200 $см^2$.Визначити миттєве значення е. р. с. індукції для кута повороту рамки 30^0 та 60^0.

449. В однорідному магнітному полі з індукцією 1 Тл рівномірно з частотою 5 $с^{-1}$ обертається стержень довжиною 20 см так, що площина його обертання перпендикулярна лініям напруженості магнітного поля, а вісь обертання проходить через один із його кінців. Визначити індуковану на кінцях стержня різницю потенціалів.

450. Виток з дроту діаметром 15 см і опором 0,03 Ом знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією 0,5 Тл. Площина витка складає кут 45° з лініями індукції. Який заряд пройде через виток при виключенні магнітного поля.

451. В кільце з дроту, що приєднане до балістичного гальванометру, вставили прямий постійний магніт. При цьому в колі пройшов сумарний заряд 0,01 мКл. Визначити зміну магнітного потоку через кільце, якщо опір кола з гальванометром рівний 8 Ом.

452. Соленоїд з сердечником з немагнітного матеріалу містить 1000 витків дроту, що щільно прилягають один до одного. При силі струму в 5 А магнітний потік рівний 10 мкВб. Визначити індуктивність соленоїда та енергію його магнітного поля.

453. Індуктивність соленоїда, обмотка якого намотана в один шар на немагнітний каркас, дорівнює 0,8 мГн. Довжина соленоїда 0,5 м, діаметр 5 см. Визначити відношення числа витків соленоїда до його довжини (число витків на одиницю довжини).

454. Соленоїд з поперечним перерізом 20 $см^2$ містить 1500 витків. Індукція магнітного поля всередині соленоїда при силі струму 10 А рівна 0,5 Тл. Визначити індуктивність соленоїда.

455. На немагнітному каркасі довжиною 1,0 м і діаметром 5 см намотаний в один шар дріт діаметром 0,2 мм так, що витки щільно прилягають один до одного. Обчислити індуктивність отриманого соленоїда.

456. Котушка, що намотана на немагнітний циліндричний каркас, має 400 витків і індуктивність 50 мГн. Щоб збільшити індуктивність котушки вдвічі, обмотку котушки зняли і замінили обмоткою з більш тонкого дроту з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишилась початковою. Скільки витків виявилось в котушці після перемотки?

457. Соленоїд містить 1000 витків. При силі струму 5 А магнітний потік становить 0,1 мВб. Визначити індуктивність соленоїда.

458. Соленоїд має стальний повністю розмагнічений сердечник об'ємом 400 $см^3$. Напруженість магнітного поля соленоїда при силі струму 0,6 А дорівнює 10^3 А/м. Визначити індуктивність соленоїда.

459. В котушці з індуктивністю 0,01мГн протікає струм силою 5 А. При виключенні струму його сила змінюється практично до нуля за час рівний 8 мс. Визначити середнє значення е. р. с. самоіндукції, що виникає в контурі.

460. Силу струму в котушці рівномірно збільшується за допомогою реостата на 0,5 А за одну секунду. Знайти середнє значення е. р. с. самоіндукції, якщо індуктивність котушки 10 мГн.

461. В замкнутому контурі з опором 10 Ом проходить струм. Через 10 мілісекунд після розмикання контуру сила струму в ньому зменшилась в 10 разів. Чому дорівнює індуктивність контуру?

462. Поперечний переріз сердечника соленоїда з немагнітного матеріалу 20 $см^2$. Соленоїд містить 1000 витків. В ньому проходить струм, що створює магнітне поле з індукцією 10 мТл. Визначити середнє значення е. р. с. самоіндукції соленоїда, якщо сила струму в соленоїді зменшується практично до нуля за час рівний 5 мілісекунд.

463. В замкнутому контурі, що має опір 15 Ом та індуктивність 50 мГн, проходить струм силою 10 А. Визначити силу струму через 0,1 мілісекунди після розмикання кола.

464. В котушці індуктивністю 10 мкГн проходить струм силою 15 А. При виключенні струму його сила зменшується практично до нуля за час рівний 6 мс. Визначити середнє значення е. р. с. самоіндукції, що виникає в контурі.

465. Коло складається з котушки індуктивністю 0,5 Гн та джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи кола. За 20 мілісекунд сила струму зменшилась в п’ятсот разів від початкового значення. Чому дорівнює опір котушки.

466. Джерело струму замкнули на котушку опором 10 Ом . Через час рівний 0,1с сила струму досягла 90% максимального значення. Визначити індуктивність котушки.

467. Джерело струму замкнули на котушку опором 20 Ом та індуктивністю 0,4 Гн. За який час сила струму в колі досягне 95% від максимального значення?

468. Магнітний потік в соленоїді, що містить 500 витків, дорівнює 0,5 мВб. Визначити енергію магнітного поля соленоїда, якщо сила струму, що проходить в соленоїді, дорівнює 5 А. Сердечник з немагнітного матеріалу. Магнітне поле у всьому об’ємі соленоїда вважати однорідним.

469. Соленоїд містить 25 витків на кожний сантиметр його довжини. При якій силі струму об'ємна густина енергії магнітного поля буде дорівнювати 0,5 $Дж/м^3$? Вважати, що сердечник виконаний з немагнітного матеріалу, а магнітне поле у всьому об'ємі соленоїда однорідне.

470. Визначити об'ємну густину енергії магнітного поля соленоїда, в якому створено магнітний потік 0,1 мВб. Площа поперечного перерізу соленоїда рівна 25 $см^2$. Сердечник відсутній. Магнітне поле у всьому об'ємі соленоїда вважати однорідним.

471-480. Коливальний контур містить котушку індуктивності 16 мГн, конденсатор ємністю 30 мкФ та резистор з опором 5 Ом. Конденсатор заряджений кількістю електрики 4 мКл. Визначити:

1) період коливань контуру;

2) логарифмічний декремент затухання контуру;

3) рівняння залежності зміни напруги на обкладках конденсатора від часу (миттєве значення напруги);

4) рівняння залежності зміни струму через котушку індуктивності від часу (миттєве значення сили струму).

МОДУЛЬ 5. «ОПТИКА»

5.1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ

Розділ фізики, в якому вивчають природу світла, світлові явища і взаємодію світла з речовиною, називається **оптикою**.

Під світлом в оптиці розуміють електромагнітні хвилі з частотою від $1{,}5\cdot10^{11}$ до $3\cdot10^{16}$ Гц, відповідають інфрачервоному, видимому та ультрафіолетовому випромінюванню. Це оптична область спектру електромагнітного випромінювання. Таке виділення цієї області спектру обумовлено атомною будовою речовин. В більш вузькому сенсі оптика вивчає особливості електромагнітних хвиль, які сприймає око людини, тобто видиме випромінювання, або ж видиме світло.

В залежності від кола питань, що аналізуються, оптику поділяють на **геометричну** (променеву), **хвильову** (фізичну) та **квантову** (корпускулярну).

5.1.1. Геометрична оптика

5.1.1.1. Видиме випромінювання (видиме світло)

Розвиток уявлень про світло. Історично перша теорія світла була **корпускулярною**. Ще Піфагор (приблизно VI сторіччя до н.е.) вважав, що світло – це потік дуже малих частинок (корпускул), що їх випромінюють тіла; при потраплянні в око людини ці частинки викликають відчуття кольору. Корпускулярна теорія, розвинута і вдосконалена Ньютоном, панувала до початку 19-го сторіччя. Це її панування, перш за все, обумовлено легким поясненням на основі корпускулярної теорії основної властивості світла – прямолінійності його розповсюдження. В її рамки також вписуються закони відбиття та заломлення світла. Засновником корпускулярної теорії світла вважається Ісаак Ньютон.

Паралельно корпускулярній розвивалась **хвильова теорія світла** (Гюйгенс, Юнг, Френель). Вона розглядала світло як хвильовий процес. На початку 19–го сторіччя відкриття явищ інтерференції та дифракції, які можна було пояснити тільки хвильовими властивостями світла, вирішило питання на користь хвильової теорії. Корпускулярну ж теорію було відкинуто наукою як таку, що суперечить експериментальним фактам. Пізніше були встановлені експериментальні дані, які теорія Максвела пояснити не може. Недостатність хвильових уявлень про світло вперше було виявлено при спробі пояснити загадковий характер теплового випромінювання розжарених тіл. Тоді було введено поняття про кванти електромагнітного випромінювання, з цього почалась квантова фізика. На сучасному рівні розвитку фізики говорять про корпускулярно–хвильовий дуалізм, світло – це одночасно і хвиля, і потік частинок (фотонів). Виявилось, що не тільки хвиля має переривичасту (дискретну) природу, тобто складається з найменших порцій енергії (квантів), але й мікрочастинки (електрони, протони, нейтрони) одночасно є і корпускулами, і хвильовим процесом (так звані хвилі де – Бройля) Але спочатку розглянемо явища, в яких світло розглядається як електромагнітна хвиля.

Природу світлових хвиль було встановлено Максвелом: у 1865 році він дійшов до висновку, що світло – це електромагнітне явище. Шкала довжин хвиль для різних типів електромагнітного випромінювання представлена на рис. 5.1.1.

Шкалу наведено в логарифмічному масштабі, нанесені на ній цифри є показниками степені числа 10; за одиницю прийнято довжину хвилі λ_1 = 1м. Видимому світлу на цій шкалі відповідає вузький інтервал довжин хвиль від 3,9·10 $^{-7}$ до 7,6·10 $^{-7}$ м.

Електромагнітна теорія світла Максвела дозволила пояснити велику кількість оптичних явищ і тому отримала загальне визнання.

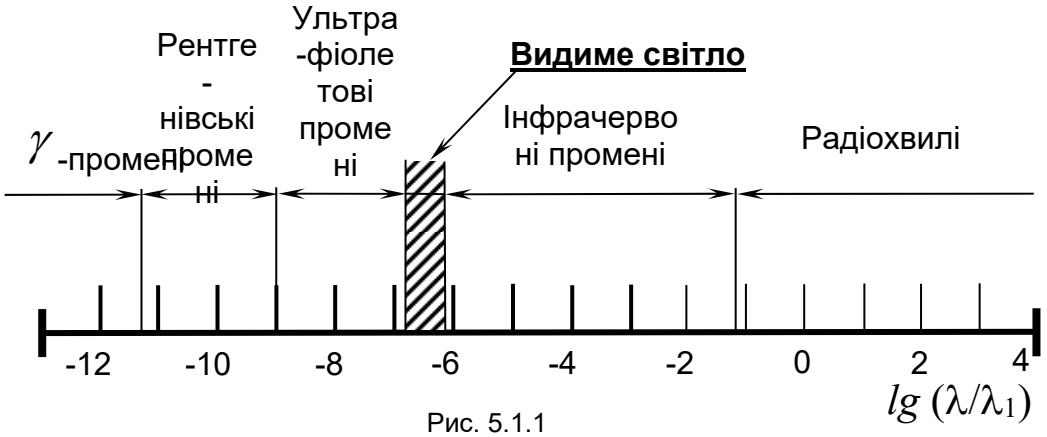


Рис. 5.1.1

Видиме світло (світлове випромінювання). Світлове випромінювання (видиме світло) є електромагнітними хвилями з діапазоном довжин хвиль у вакуумі від $\lambda_ф$ (фіолетовий колір) ≈ 390 нм до $\lambda_ч$ (червоний колір) ≈ 760 нм. Як правило, заокруглюючи, вважають цей діапазон рівним у нанометрах (400 – 800) нм; у мікрометрах (0,4 – 0,8) мкм або (0,4 – 0,8)·10 $^{-6}$ м. Нагадаємо, що 1 мкм = 10^{-6} м називають ще 1 мікроном.

Враховуючи зв'язок між довжиною хвилі, швидкістю розповсюдження c і частотою коливань ν , можна записати:

$$\lambda = \frac{c}{\nu},$$

де c = 3·10 ^{8} м/с – швидкість світла у вакуумі. Довжинам хвиль видимого діапазону відповідає частотний інтервал від 7,5·10^{14} Гц (фіолетовий колір) до 4·10^{14} Гц (червоний колір).

Швидкість світла в середовищі визначається за виразом:

$$\upsilon = \frac{c}{n},$$

де c – швидкість світла у вакуумі; n – абсолютний показник заломлення середовища.

Абсолютним показником заломлення світла називається величина, яка показує в скільки разів швидкість світла у вакуумі більша, ніж у даному середовищі:

$$n = \frac{c}{\upsilon}. \qquad (5.1.1)$$

Однак в дуже багатьох областях, що мають практичне застосування, зокрема, в питаннях формування світлових пучків і в питаннях створеня світлового зображення, результат можна отримати з використанням представлень **геометричної оптики**.

Геометрична оптика оперує поняттями окремих світлових променів, що розповсюджуються прямолінійно, і підпорядковані законам відбиття і заломлення світла на межі двох різнорідних середовищ, а також закону незалежності світлових пучків.

5.1.1.2. Закони геометричної оптики

В ізотропному середовищі світло поширюється прямолінійно. Лінія, вздовж якої переноситься енергія світлової хвилі, називається **світловим променем**. Отже, **геометричною оптикою** називають частину оптики, в якій вивчаються закони розповсюдження світла в прозорих середовищах на основі представлення щодо нього як про сукупність світлових променів.

Напрямок поширення світла змінюється на межі поділу середовищ з різними оптичними густинами (різними показниками заломлення) (рис. 5.1.2.).

Розглянемо закони, яким підлягають оптичні явища, що відбуваються на межі поділу двох прозорих середовищ. Ці оптичні явища описуються законами геометричної оптики.

Перш за все відзначимо, що всі закони геометричної оптики підпорядковані принципу взаємності (або зворотності) світлових променів: при зміні напрямку розповсюдження світлових променів їх взаємне положення не змінюється, тобто як у прямому, так і в зворотному напрямках вони йдуть по одному і тому ж шляху.

1. Закон відбивання світла: а) промінь падаючий, промінь відбитий і перпендикуляр, поставлений у точці падіння променя лежать в одній площині;

б) кут відбивання променя дорівнює куту його падіння, тобто $\beta = \alpha$ (рис. 5.1.2).

2. Закон заломлення світла: а) промінь падаючий і промінь заломлений лежать в одній площині з перпендикуляром, поставленим у точці падіння променя до поверхні поділу двох середовищ;

б) відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення для даних середовищ є величина стала і називається показником заломлення другого середовища відносно першого (відносний показник заломлення n_{21}):

$$n_{21} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (5.1.2.)$$

де

υ_1 і υ_2 – швидкості поширення світла в першому і другому середовищі;

n_1 і n_2 – абсолютні показники заломлення відповідно.

Оптична густина середовища характеризує залежність швидкості світла від природи середовища і вимірюється абсолютним показником заломлення. В оптично більш густому середовищі швидкість світла менша, а в менш густому – більша. Оптична густина вакууму дорівнює одиниці за визначенням, а для повітря з великим ступенем

точності можна теж вважати $n=1$. Всі інші матеріальні середовища мають *n>1* (наприклад, для води *n=1,33*).

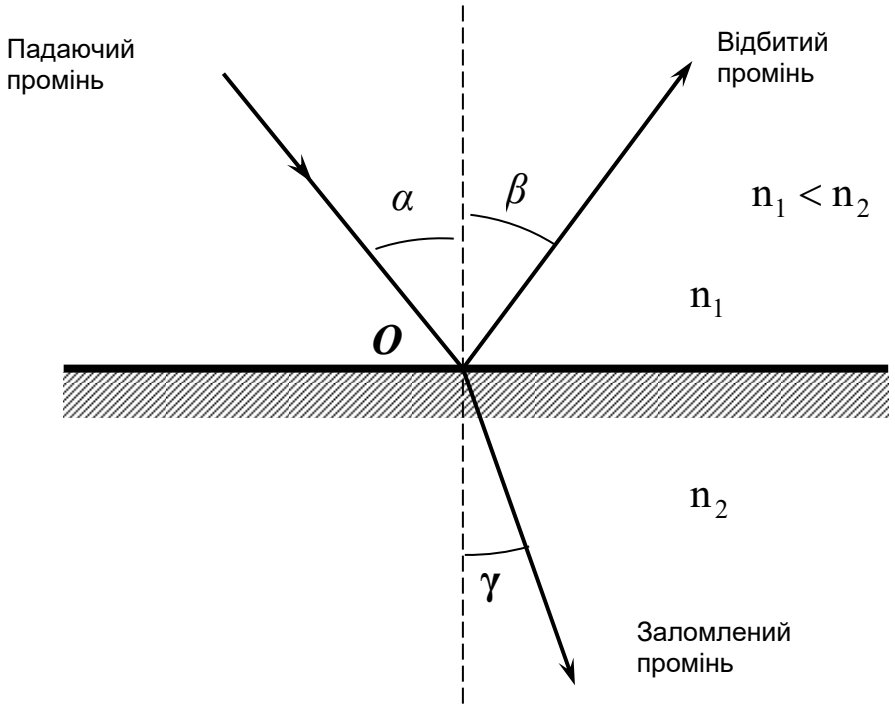


Рис. 5.1.2

5.1.1.3. Явище повного внутрішнього відбивання

При переході променя свіла із середовища з більшою оптичною густиною (з більшим показником заломлення n_1) в середовище з меншою оптичною густиною (з меншим показником заломлення n_2), наприклад, із скла у повітря, кут заломлення буде завжди більшим, ніж кут падіння. При деякому куті падіння, що отримав назву граничного кута падіння ($\alpha_{гр}$), кут заломлення α_2 стане рівним 90^0, тобто заломлений промінь *1O1'* буде ковзати вздовж поверхні розділу цих середовищ (рис. 5.1.3). При кутах падіння $\alpha_1 > \alpha_{гр}$ падаючий промінь не ввійде у друге середовище (з показником заломлення n_2) і повністю відіб'ється в середовище з показником заломлення n_1. Це явище повного внутрішнього відбиття світла.

Для ковзаючого променя *O1'* в точці O, тобто для визначення граничного кута падіння, маємо:

$$\sin\alpha_{гр} = \frac{n_2}{n_1}\cdot\sin\frac{\pi}{2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} < 1 .$$

Для системи будь-яке матеріальне середовище (наприклад, скло) – повітря граничний кут падіння визначається виразом :

$$\sin \alpha_{гр} = \frac{1}{n_1}.$$

Граничні кути повного внутрішнього відбивання для деяких матеріалів наступні: скло – 30° – 43°; вода – 49° ; алмаз – 24°.

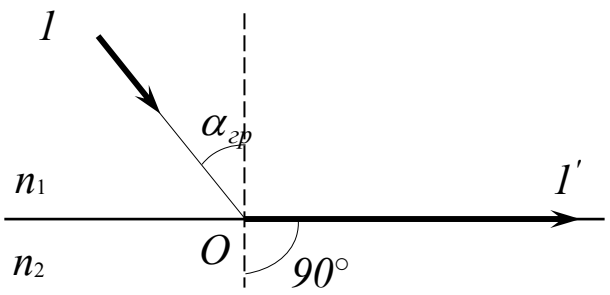


Рис. 5.1.3

Явище повного внутрішнього відбивання має широке застосування в оптиці. На ньому базується дія приладів для визначення коефіцієнта заломлення речовин - рефрактометрів.

Винайдення та виготовлення скловолокна, або волоконного світловода – у найпростішому випадку це гибка нитка з серцевиною з високопрозорого діелектрика, що охоплена оболонкою з показником заломлення меншим, ніж в серцевині - призвело до появи цілого напрямку – волоконної оптики. Діаметр серцевини лежить у межах 1-10 мкм (одномодовий світловод) до декількохх сотень мікрон (багатомодові світловоди). Направлена передача (каналювання) енергії в ньому здійснюється завдяки повному внутрішньому відбиттю на межі розділу між серцевиною та оболонкою. Промінь світла розповсюджується в серцевині по ломаній лінії.

Витягують волоконні світловоди довжиною до 100 км з диаметром 1- 125 мкм. Для передачі не тільки оптичного сигналу, але й зображення із световедучих жил (до 100000 штук) формують багатожильні світловоди діаметром до 3 мм і спікають, як правило, только по торцях.

Такі світловоди використовують для передачі інформації (світла та зображення) в оптоелектроніці, обчислювальній техніці, телебаченні, фототелеграфії, медицині (широко відоме використання так званого зондування шлунка та інших органів). Цікаво, що оброблення (огранювання) алмаза (тобто отримання діаманта) проводиться так, щоб для якомога більшої кількості променів світла, що падають на нього, відбувалось повне відбивання світла. Повне відбивання світла від оптично менш густих шарів нагрітого повітря, що знаходяться поблизу розігрітої поверхні Землі в пустині, є причиною появи так званих міражів.

Закони відбивання та заломлення світла пояснюють хід променів у **плоскому дзеркалі** та створення **дзеркального зображення** в ньому; хід променів через **плоско-паралельну пластинку, призму**. Всі ці використання законів відбивання та заломлення світла розглянуто нижче в розділі 5.3 посібника як приклади розв'язування задач з оптики.

5.1.1.4. Лінзи. Хід променів в лінзах

Лінзою називається прозоре тіло, обмежене з двох боків криволінійними поверхнями (в окремих випадках одна з них може бути плоскою - частина сферичної поверхні нескінченно великого радіуса).

Відбивання і заломлення світла використовують для того, щоб змінювати напрямок променів або, як кажуть, керувати світловими променями. На цьому ґрунтується дія оптичних приладів, таких як прожектор, лупа, мікроскоп, фотоапарат та ін. У більшості з цих приладів використовуються лінзи. Наприклад, окуляри – це лінзи, взяті в оправу. В оптиці найчастіше використовують сферичні лінзи, тобто тіла, виготовлені з оптичного або органічного скла, які обмежені двома сферичними поверхнями. На рис. 5.1.4, *а* зображені **опуклі лінзи**, а на рис. 5.1.4, *б* – **вгнуті** лінзи.

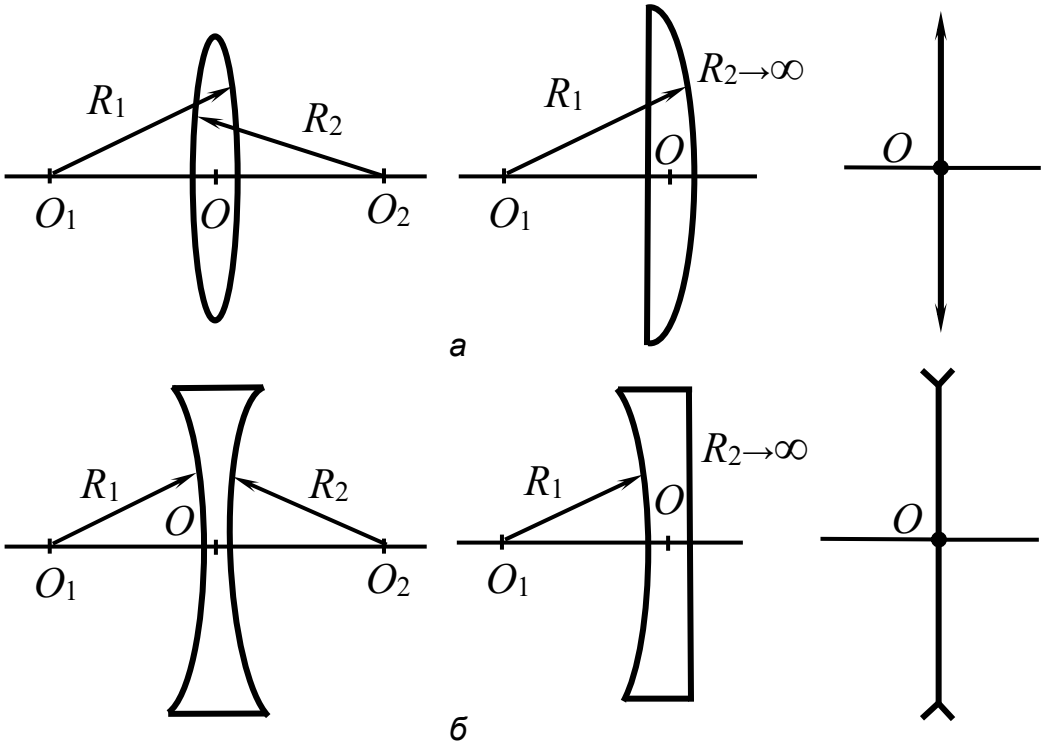


Рис. 5.1.4

Справа наведено позначення лінз на оптичних схемах. Пряма, що проходить через центри кривизни сферичних поверхонь, які обмежують лінзу, називається **головною оптичною віссю** лінзи. Точка, яка лежить на оптичній осі в центрі лінзи, називається **оптичним центром** лінзи (зазвичай позначається буквою О). Хід променів світла в опуклій і вгнутій лінзах різний. Промені, що проходять через оптичний центр лінз, не змінюють свого напрямку. Це справедливо для лінз, які можна вважати **тонкими лінзами.**

Промені, що падають на лінзу поблизу її центральної частини під деяким кутом до головної оптичної осі, будуть дещо зміщуватись (як в плоско-паралельній пластинці, див. приклад 1 в розд. 5.3). Якщо товщина лінзи мала настільки, щоб нехтувати цим зсувом, то можна вважати, що промені, які проходять через оптичний центр лінзи, не змінюють свого напрямку. Можна також сказати, що для тонких лінз товщина її в центральній частині

повинна бути набагато менша, ніж радіуси кривизни її поверхонь. Далі будемо розглядати хід променів у тонких лінзах.

Розглянемо спочатку властивості опуклої лінзи. При падінні паралельних променів на лінзу вони двічі заломлюються – при переході з повітря в лінзу і при виході з неї в повітря. В результаті цього вони змінять свій напрямок і перетнуться в одній точці, що лежить на оптичній осі лінзи. Цю точку називають **фокусом лінзи**. Відстань від оптичного центра лінзи до цієї точки називають **фокусною відстанню лінзи**; її також позначають буквою F. Таким чином опукла лінза перетворює пучок паралельних променів у збіжний, збирає його в одну точку. Тому опуклу лінзу називають **збирною (позитивною) лінзою**. У кожної лінзи є два фокуси – по одному з кожного боку (рис. 5.1.5, а та б).

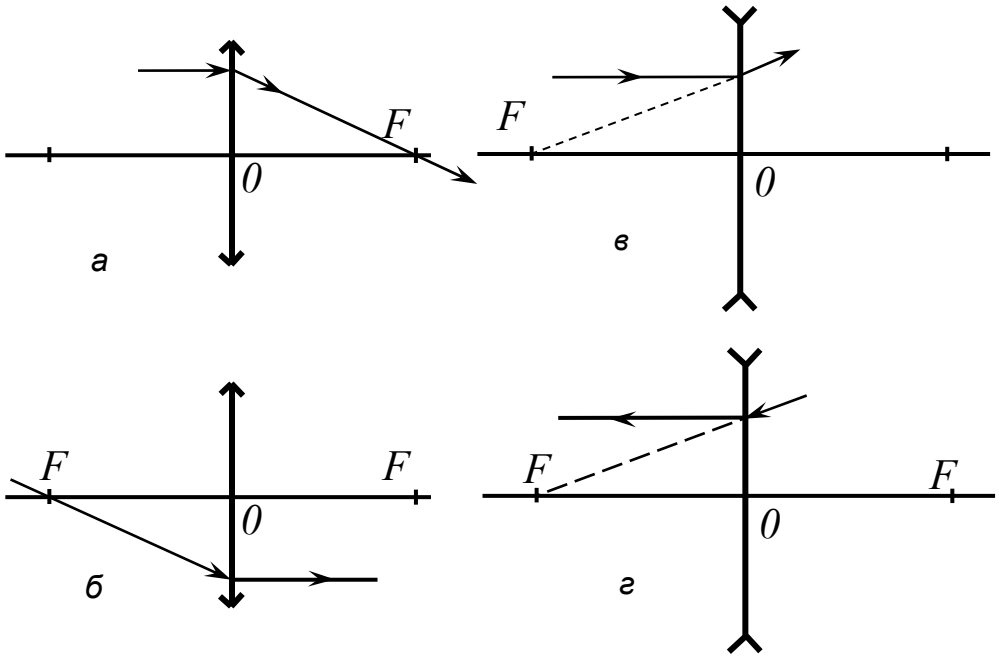


Рис. 5.1.5

Промені, що падають на вгнуту лінзу, заломившись на межі розділу повітря-скло, вийдуть з лінзи розбіжним пучком (рис. 5.1.5, *в*). Тому вгнуту лінзу називають **розсіювальною (негативною)** лінзою. Але й у вгнутої (розсіювальної) лінзи є фокус, тільки він уявний. Якщо розбіжний пучок променів, які виходять з такої лінзи, продовжити в бік, протилежний їхньому напрямку, то продовження променів перетнуться в точці F, що лежить на оптичній осі з того боку, з якого падає світло на лінзу. Цю точку називають **уявним фокусом розсіювальної лінзи**. Уявним його називають тому, що в ньому перетинаються не промені, які пройшли крізь лінзу, а їх продовження. Для людського ока створюється ілюзія, що промені, які розсіюються, виходять з однієї точки. Для всіх випадків виконується оборотність ходу променів. Якщо порівняти хід променів на рис. 5.1.5, *в* та *г* для розсіювальної лінзи то можна переконатись у цьому.

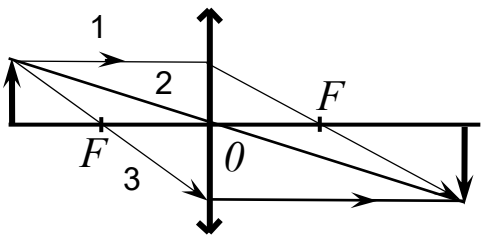


Рис. 5.1.6.

Прийнято не зображати заломлення променя на кожній з поверхонь лінз, а показувати тільки зміну його напрямку внаслідок цих двох заломлень. Від кожної точки предмета (наприклад, точки, що світиться – полум'я свічки чи спіралі лампочки) виходить розбіжний пучок променів, але накреслити хід кожного з них досить складно. Крім того, для побудови зображення точки **достатньо двох променів**. Тому вибирають два з трьох таких променів, хід яких відомий. Це промінь 1 (рис. 5.1.6), паралельний до оптичної осі лінзи; промінь 2 , що проходить через її центр та промінь 3 , що проходить через фокус лінзи. Перший промінь, пройшовши крізь лінзу, перетне її оптичну вісь у фокусі; другий пройде крізь лінзу, не змінюючи свого напрямку, а промінь 3, що йде через фокус лінзи, піде після проходження лінзи паралельно головній оптичній осі.

На рис. 5.1.7 та 5.1.8 продемонстровано принцип побудови зображень предметів, що найчастіше зустрічаються в різних простих оптичних приладах – проекційних апаратах, фотоапаратах, лупі.

Зображення предмета характеризують тим, яким воно є: 1) дійсним чи уявним; 2) збільшеним чи зменшеним; 3) прямим чи оберненим (перевернутим).

Позначимо відстань від лінзи до предмета буквою d. Зробимо висновки про основні випадки побудови зображень.

1. Предмет розміщується між збірною лінзою та її фокусом $d < F$ (рис. 5.1.7, *а*).

Отже, якщо предмет знаходиться між лінзою та її фокусом, то його зображення – збільшене, уявне, пряме, і розміщене воно по той же бік, що і предмет, але далі від лінзи, ніж предмет.

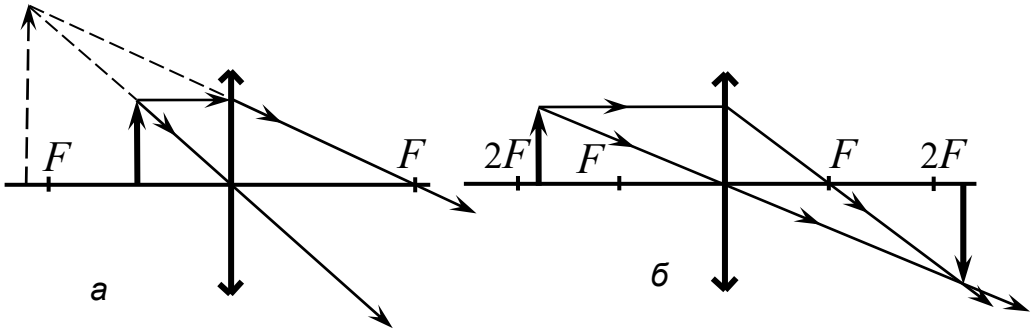


Рис. 5.1.7

Таке зображення одержують, коли користуються лупою (збільшувальним склом) при ремонті дрібних механізмів, читанні тексту тощо. В усіх цих випадках потрібно утворити саме збільшене зображення, і оскільки воно пряме, то його зручно розглядати.

1а. Якщо $d = F,$ то зображення предмету знаходится на нескінченності і його розмір також нескінченний.

2. Предмет розміщується між фокусом лінзи та її подвійним фокусом, тобто $F<d<2F$ (рис. 5.1.7, *б*).

Якщо предмет знаходиться між фокусом і подвійним фокусом лінзи, то лінза дає його збільшене, обернене, дійсне зображення; воно розміщене з другого боку лінзи відносно предмета, за подвійною фокусною відстанню.

Таке зображення використовують у проекційному апараті, кіноапараті. Щоб зображення на екрані вийшло прямим, діапозитиви або кінострічку встановлюють в апараті у перевернутому вигляді.

2а. Якщо предмет знаходиться точно у подвійному фокусі лінзи, то лінза дає його рівне, обернене, дійсне зображення; воно розміщене з другого боку лінзи відносно предмета, на подвійній фокусній відстані.

3. Предмет лежить за подвійною фокусною відстанню лінзи, тобто $d > 2F$. У цьому випадку лінза дає зменшене, обернене, дійсне зображення предмета, яке лежить з другого боку лінзи між її фокусом і подвійним фокусом (рис. 5.1.7, *б*). Таке зображення використовують у фотоапараті.

Отже, вигляд зображення, його розміщення залежить від взаємного розміщення предмета і лінзи. Наприклад, дійсне, збільшене зображення предмета можна одержати тільки тоді, коли предмет розміщений між фокусом і подвійним фокусом лінзи (другий випадок). При цьому збільшення буде тим більше, чим ближче до фокуса розміщений предмет. Тому за допомогою лінз можна утворювати зображення з невеликим і з дуже великим збільшенням Так само, розташовуючи предмет за подвійним фокусом, ближче або далі від нього, можна утворювати зображення з різним зменшенням. Такі різноманітні зображення дає двоопукла, збирна лінза.

Розглянемо тепер зображення, які дає розсіювальна лінза. Розсіювальна лінза не дає дійсних зображень, оскільки промені, пройшовши крізь неї, розходяться, що видно на рис. 5.1.8, а. Побудова підтверджує, що розсіювальна лінза при всіх положеннях предмета дає зменшене, уявне, пряме зображення, яке лежить з того самого боку лінзи, що й предмет.

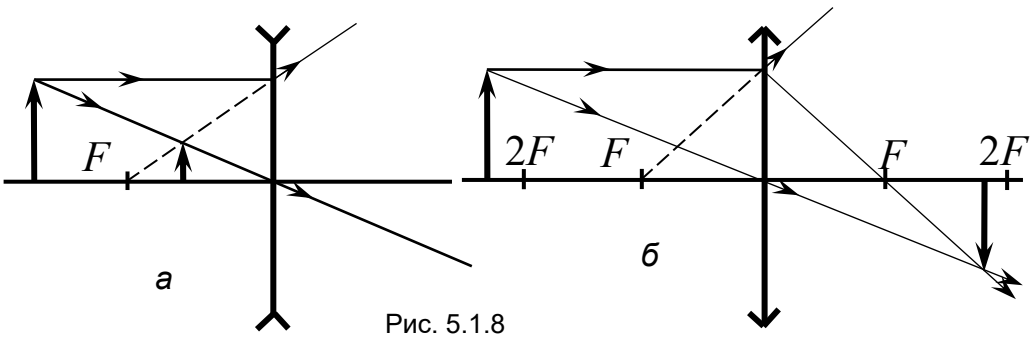


Рис. 5.1.8

5.1.1.5. Формула лінзи. Оптична сила лінзи

З геометричних міркувань та побудови зображень в лінзі випливає співвідношення між відстанями від лінзи до зображення та до предмета та фокусною відстанню лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \qquad (5.1.3.)$$

де f та d - відстань від лінзи до зображення та до предмета відповідно; F – фокусна відстань лінзи. Відзачимо, що для розсіювальної лінзи знаки перед першим та останнім членами співвідношення (5.1.3) повинні бути від'ємними.

Лінза з більш опуклими поверхнями заломлює промені сильніше, ніж лінза з меншою кривизною. Тому фокусна відстань лінзи з більшою кривизною буде меншою, ніж тієї, в якої кривизна менша. Лінза, в якої коротша фокусна відстань, дає більше збільшення, ніж довгофокусна лінза. Тому говорять, що вона **„оптично сильніша”** від інша лінзи. Заломлювальну здатність лінзи характеризує величина, яку називають оптичною силою лінзи. Таким чином, оптична сила більша в тієї лінзи, в якої фокусна відстань менша. Тому величину, обернену фокусній відстані лінзи, називають оптичною силою цієї лінзи.

Позначимо оптичну силу лінзи буквою D. Тоді зв'язок між D та F наступний:

$$D = \frac{1}{F}.$$

За одиницю оптичної сили взято діоптрію (1 дптр). 1 діоптрія – це оптична сила лінзи, фокусна відстань якої дорівнює 1 м. Отже, при визначенні оптичної сили фокусну відстань слід виражати в метрах.

$$1\,\text{дптр} = \frac{1}{1\text{м}} = \text{м}^{-1}.$$

Оптична сила лінз, фокусна відстань яких менша за 1 м, буде більшою за 1 дптр. Наприклад, оптична сила лінзи з фокусною відстанню 0,25 м дорівнює:

$$D = \frac{1}{0{,}25\,\text{м}} = 4\ \text{м}^{-1} = 4\ \text{дптр}.$$

Оптична сила лінзи, фокусна відстань якої більша за 1 м, буде менша 1 дптр. Наприклад, оптична сила лінзи з фокусною відстанню 2,5 м дорівнює:

$$D = \frac{1}{2{,}5\text{м}} = 0{,}4\ \text{м}^{-1} = 0{,}4\ \text{дптр}.$$

У розсіювальній лінзі фокус уявний, фокусну відстань вважають від’ємною величиною. Оптична сила розсіювальної лінзи як величина, обернена фокусній відстані, теж буде від’ємною. Оптичну силу збирної лінзи вважають додатною, а оптичну силу розсіювальної лінзи – від’ємною величиною. Наприклад, вираз „оптична сила лінзи дорівнює мінус 2,5 діоптрії” означає, що йдеться про розсіювальну лінзу з фокусною відстанню, яка дорівнює 0,4 м.

Лінійним збільшенням лінзи називають відношення розміру (висоти) його зображення до дійсного розміру предмета.

5.1.2.Хвильова оптика

5.1.2.1. Інтерференція світла

5.1.2.1.1. Явище інтерференції світла

Інтерференцією хвиль називають явище накладання двох (або більше) хвильових процесів, при якому спостерігається в залежності від співвідношення між фазами цих хвиль стійке у часі їх взаємне підсилення в одних точках простору та ослаблення в інших.

Загальна енергія у просторі при цьому залишається незмінною. Ці хвилі повинні мати однакові частоти і напрями коливань. Це явище для механічних (пружних) хвиль вже розглянуто в 1.1.8.4, тут же більш детально проаналізуємо накладання світлових хвиль, що не є пружними.

Для вияснення цієї фундаментальної проблеми згадаємо відомості щодо складання двох гармонічних коливань і хвиль.

Якщо у просторі існують два джерела світлових хвиль, то в кожній точці, куди приходять хвилі від обох джерел, відбувається складання коливань. Відомо, що два гармонічних коливання одного напрямку й однакової частоти,

$$x_1 = A_1 sin(\omega t + \varphi_1)$$

та

$$x_2 = A_2 sin(\omega t + \varphi_2), \qquad (5.1.4.)$$

при складанні дають гармонічне коливання тієї ж частоти ω. При цьому амплітуда A результуючого коливання $x = x_1 + x_2$ зв'язана з амплітудами A_1 і A_2 окремих гармонічних коливань, що складаються, співвідношенням:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (5.1.5)$$

а фаза результуючого коливання задається наступним виразом:

$$tg(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Зазначимо, що x_1 і x_2 у формулі (5.1.4.) може позначати будь-яку фізичну величину, яка змінюється за гармонічним законом при розповсюдженні хвиль (наприклад, для пружних хвиль – механічний зсув частинок середовища). Для світлових явищ маємо справу з гармонічними змінами **напруженості електричного та магнітного поля.**

Енергія (а також інтенсивність I) гармонічного коливання пропорційна квадрату його амплітуди ($W \sim I \sim A^2$). Тому на підставі співвідношення (5.1.5.) можна записати:

$$W = W_1 + W_2 + 2\sqrt{W_1W_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (5.1.6)$$

Із співвідношень (5.15) та (5.1.6) видно, що енергія W результуючого коливання не дорівнює, взагалі кажучи, сумі енергій W_1 і W_2 коливань, що складаються:

$$W \neq W_1 + W_2.$$

Така ситуація обумовлена тим фактом, що у співвідношеннях (5.15) та (5.1.6) з'являється інтерференційна складова (останній член у цих виразах), відмінність якого від нулю обумовлює інтерференцію.

З формули (5.1.6.) випливає, що в тих точках простору, де різниця фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ хвиль, що туди прийшли, задовольняє умові:

$$\Delta\varphi = 2k\pi \ (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots), \qquad (5.1.7)$$

тобто $\cos\Delta\varphi = +1$, амплітуда і енергія результуючого коливання є максимальними:

$$A = A_{\max} = A_1 + A_2;$$

і

$$W = W_{max} = \left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2 . \qquad (5.1.8)$$

В цих точках простору обидві хвилі знаходяться в однаковій фазі (синфазні) і отож, максимально підсилюються (рис. 5.1.9, *а*).

У тих точках, де різниця фаз хвиль задовольняє умові:

$$\Delta\varphi = (2k + 1)\pi,$$

тобто

$$cos\Delta\varphi = -1,$$

амплітуда і енергія результуючого коливання є мінімальною:

$$A = A_{\min} = \left|A_1 - A_2\right|;$$

$$W = W_{min} = \left(\sqrt{W_1} - \sqrt{W_2}\right)^2 . \qquad (5.1.9)$$

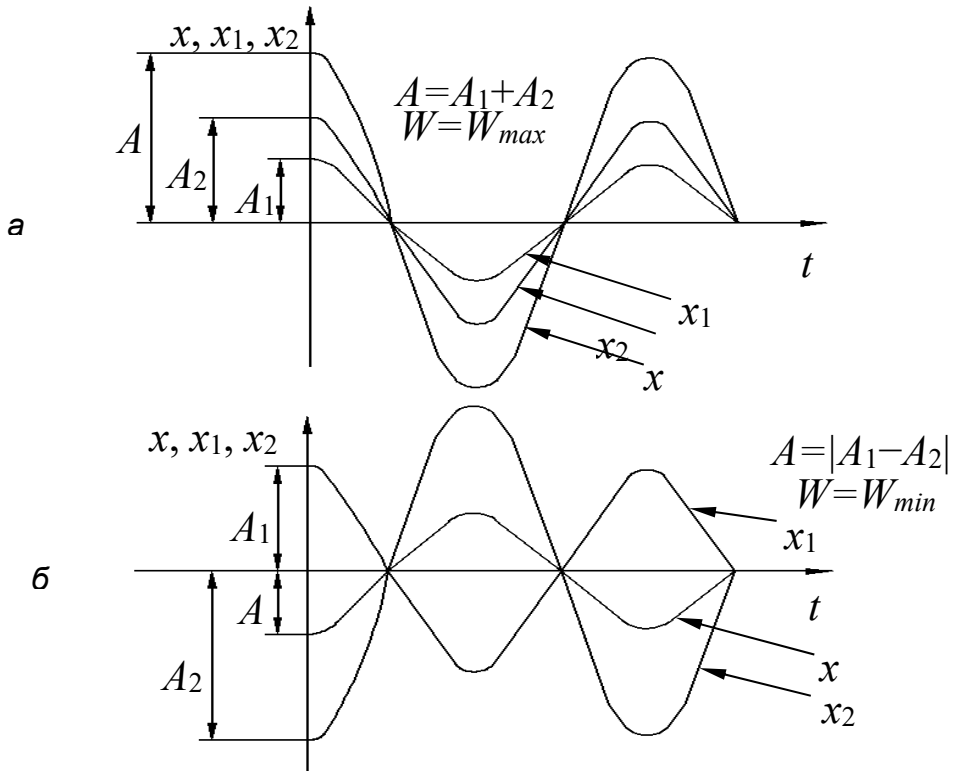


Рис. 5.1.9

В цьому випадку ці дві хвилі знаходяться у протифазі (максимум однієї хвилі співпадає з мінімумом іншої) і максимально послаблюють одна іншу (див. рис. 5.1.9,*б*). Зокрема, якщо амплітуди хвиль є однаковими, тобто $W_1 = W_2$, то $W_{max} = 4W_1$, а $W_{min} = 0$. В цьому випадку хвилі повністю гасять одна одну.

5.1.2.1.2. Когерентність

Повсякденний досвід показує, що вмикання двох джерел світла (наприклад, двох лампочок розжарення) не приводить до інтерференції – у будь-якій точці простору освітленість дорівнює сумі освітленостей, створюваних кожним окремим джерелом. Однак, це не є свідченням неспроможності хвильової теорії. Причина відсутності інтерференції в даному випадку пояснюється наявністю у світла квантових властивостей (детальніше в наступному розділі): випромінювання світла атомами відбувається не неперервно, а окремими короткими імпульсами. Хвиля, випущена в результаті одного акта випромінювання, має вид "куска" монохроматичної хвилі, названого хвильовим цугом. У загальному випадку **монохроматичні хвилі** – це необмежені у просторі хвилі певної і постійної в часі частоти. Миттєву картину випромінювання, яке йде від одного атома, схематично зображено на рис. 5.1.10 (вгорі); внизу дано "миттєвий профіль" вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля уздовж деякого напрямку x.

Когерентністю називають узгоджене у часу і просторі протікання декількох коливальних або хвильових процесів. Середню тривалість τ одного акта випромінювання називають **часом когерентності**; як правило τ не більше 10^{-8} с (для лазера - це долі секунд). Тільки протягом цього часу хвилі, що випромінюють атоми, мають постійні амплітуду і фазу електромагнітних коливань. Довжина цугу хвиль ($l = c\tau \cong$ 30 см), випромінюваного за час когерентності, як правило, не перевищує декількох десятків сантиметрів.

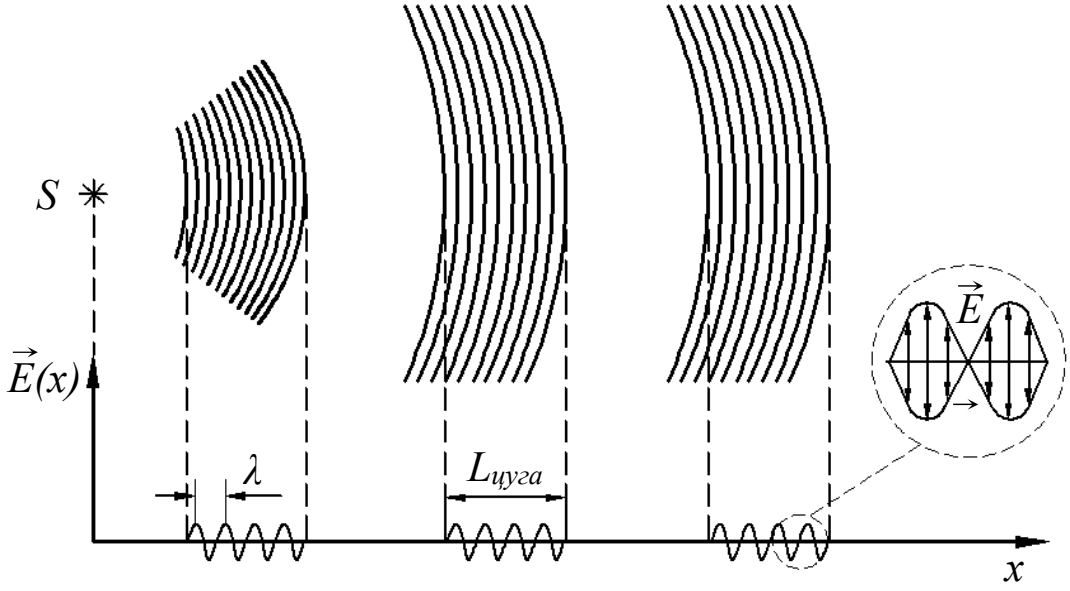


Рис. 5.1.10

Немонохроматичне світло можна представити у вигляді сукупності коротких гармонічних імпульсів, що змінюють один іншого – хвильових цугів. При цьому початкова

фаза електромагнітної хвилі, випромінюваної атомом, змінюється випадковим способом з кожним новим актом випромінювання, тобто з кожним новим цугом.

Нехай два абсолютно однакових атоми випромінюють світло незалежно один від одного. Для спрощення будемо вважати, що випромінювані ними хвилі мають однакові частоти і напрямки вектора $\vec{E}$.

У кожній точці простору, куди приходять цуги хвиль від обох атомів, у кожен момент часу має місце співвідношення (5.1.6.), де $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ – різниця фаз цугів, що інтерферують. Через час τ ці цуги пройдуть точку спостереження і на зміну їм прийдуть нові цуги, що теж інтерферують. Однак різниця фаз $\Delta\varphi$ тепер буде іншою. Через неузгодженість актів випромінювання обох атомів різниця фаз швидко (через час порядку 10^{-8} с) і безладно змінюється. Відповідно до цього швидко і безладно змінюють одна одну окремі інтерференційні картини. Людське око має здатність усереднювати світлове сприйняття, що відбувається за час приблизно рівний 0,1 с. Тому воно не в змозі розрізнити окремі інтерференційні картини і сприймає лише усереднений ефект, тобто рівномірний розподіл освітленості.

Дійсно, усереднюючи співвідношення (5.1.6.) і беручи до уваги, що $<\cos\alpha> = 0$, знаходимо:

$$<W> = W_1 + W_2 + 2\sqrt{W_1 W_2}\ <\cos(\varphi_1 - \varphi_2)> = W_1 + W_2. \qquad (5.1.10.)$$

Отриманий результат означає звичайне **додавання енергій** хвиль, тобто відсутність інтерференції (порівняємо формули (5.1.8.) і (5.1.10.)). Як бачимо, навіть два зовсім ідентичні атоми внаслідок переривчастого характеру і неузгодженості їхніх випромінювань не дають інтерференції. З цієї ж причини неможливо спостерігати інтерференцію і від двох незалежних макроскопічних джерел світла. Із сказаного випливає, що для одержання стійкої інтерференційної картини необхідно, щоб у кожній точці спостереження різниця фаз коливань не змінювалася з часом. **Когерентними** називають хвилі однакової частоти, якщо різниця їх фаз є незмінною у часі. Інтерферувати можуть лише когерентні хвилі. Таким чином, умову когерентності, виконання якої необхідне для спостереження результату інтерференції (проявляється в наявності максимумів та мінімумів в розподілі результуючої інтенсивності) можна записати скорочено так:

$$1)\ \nu_1 = \nu_2; \qquad 2)\ \Delta\varphi = \text{const}. \qquad (5.1.11)$$

Джерела таких хвиль називають когерентними. Джерела світла звичайного типу (не лазерні) не є когерентними. Звичайно, це не значить, що інтерференцію спостерігати не можна в принципі. Для цього потрібно створити якимось чином когерентні джерела, наприклад отримати їх від однієї хвильової поверхні, направивши їх різними шляхами в одну точку (метод поділу хвильового фронту).

5.1.2.1.3. Спостереження інтерференції світла

Забезпечити сталість різниці фаз коливань, необхідну для спостереження інтерференції світла, можна двома принципово різними способами. Один з них полягає

в тому, щоб узгодити фази випромінювань окремих атомів. Це досягається, наприклад у лазерах. Інший спосіб зводиться до того, щоб змусити інтерферувати хвилі, які приходять у точку спостереження від того ж самого атома, але різними шляхами. Найпростіший приклад – схема, що складається з джерела світла і дзеркала (рис. 5.1.11).

У кожну точку простору, наприклад B, коливання від кожного атома джерела S приходять двома шляхами: по прямому променю $SB = r_1$ і по променю $SAB = r_2$, відбитому від дзеркала. Оскільки $r_2 > r_1$, то коливання, що йде шляхом SAB, буде запізнюватися відносно того ж коливання, що йде шляхом SB, на час $\Delta t = |r_1 - r_2| / \upsilon$, де υ – швидкість світла. Різницю відстаней $r_1 - r_2 = \Delta r$, які проходять коливання від джерела до місця зустрічі, називають **різницею ходу променів**.

Якщо один із променів світла проходить через одне, а другий – через інше середовище (з різними показниками заломлення n), то $\Delta r = r_1 n_1 - r_2 n_2$ називають **оптичною різницею ходу променів**, а добуток rn - **оптичною довжиною шляху**.

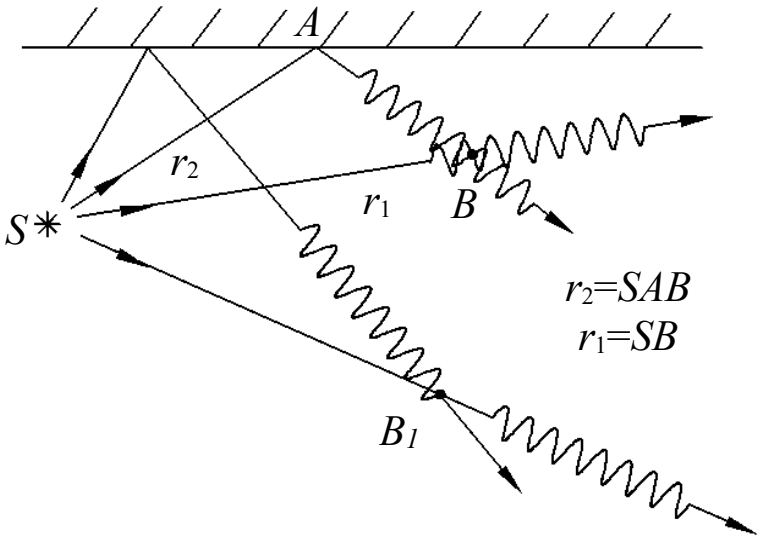


Рис. 5.1.11

У точках простору, для яких різниця ходу променів менша довжини цугу,

$$|r_1 - r_2| < L_{\text{цуг}}\ , \qquad (5.1.11)$$

(див., наприклад, точку B на рис. 5.1.11), то цуг, що приходить сюди довшим шляхом r_2, ще «застане» той же цуг, що йде коротшим шляхом r_1 – тут цуг "інтерферує сам із собою". При цьому різниця фаз $\Delta\varphi$ коливань визначається тільки часом запізнення, оскільки вони випромінюються джерелом одночасно. Вона є однаковою для всіх наступних цугів, що один за одним випускаються атомом, і тому є постійною у часі. Тому всюди, де виконується умова (5.1.11), коливання є когерентними і має місце їх інтерференція.

Оскільки на відстані, рівній довжині хвилі λ, фаза хвилі змінюється на 2π, то різниці ходу $\Delta r = r_1 - r_2$ відповідає різниця фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda}. \qquad (5.1.12)$$

Підставляючи у вираз (5.1.12.) значення $\Delta\varphi = 2k\pi$, одержуємо **умови інтерференційних максимумів:**

$$\Delta r = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots . \qquad (5.1.13)$$

Таким чином, взаємне підсилення хвиль (див. формулу (5.1.6) і рис. 5.1.9), *а*) має місце в тих точках простору, для яких різниця ходу променів дорівнює цілому числу довжин хвиль (парному числу півхвиль).

Аналогічно, підставляючи у (5.1.12.) $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$, одержуємо **умови інтерференційних мінімумів**:

$$\Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2\ldots . \qquad (5.1.14)$$

Згідно з співвідношенням (5.1.14) взаємне ослаблення хвиль (див. формулу (5.1.9) і рис. 5.1.9), *б*) має місце в тих точках простору, для яких різниця ходу дорівнює непарному числу півхвиль.

У точках простору, для яких $|\Delta r| > L_{\text{цуг}}$ (наприклад, у точці B_1 на рис. 5.1.11), цуг, що приходить сюди довшим шляхом, вже не зустрінеться з тим же цугом, що йшов коротким шляхом (як видно з рис. 5.1.11, останній вже пройде точку спостереження). Він може зустрітися з одним із наступних цугів, випущених атомом. При цьому різниця фаз коливань, що складаються, у міру приходу нових цугів хаотично змінюється (цуги випускаються безладно у часі). Таким чином, в області, де співвідношення (5.1.11) не виконується, коливання не є когерентними й інтерференція хвиль відсутня. У зв'язку з цим співвідношення (5.1.11) називають **умовою когерентності.** Там, де виконується умова когерентності, спостерігається інтерференційна картина – характерний нерівномірний розподіл інтенсивності світла.

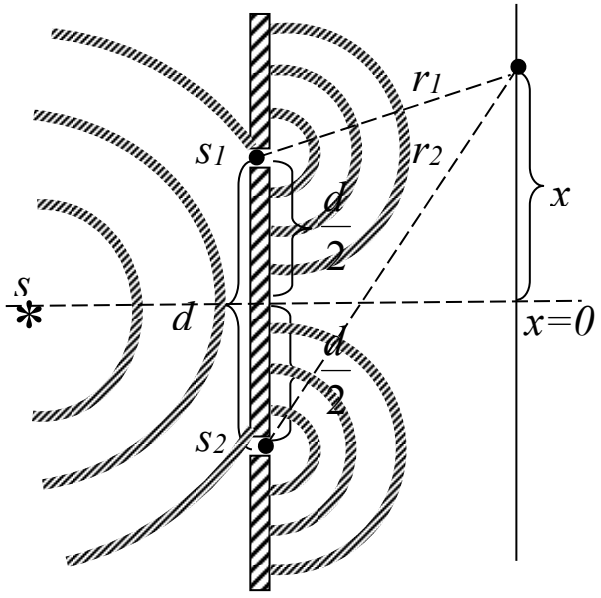


Рис. 5.1.12

Одним з перших дослідів з

інтерференції світла був **дослід Юнга.** Від яскравого джерела світла S розповсюджується сферична хвиля, на шляху якої розміщена перешкода. В ній зроблено два отвори S_1 та S_2, симетричних відносно осі симетрії (ось перпендикулярна до перешкоди). Отвори будуть двома джерелами когерентних хвиль, бо вони отримані від одного хвильового фронту. На екрані в різних точках (зверху та знизу) буде проходити накладання двох хвиль (рис. 5.1.12). Очевидно, що в точці $x=0$ буде спостерігатись центральний максимум, бо сюди хвилі завжди приходять з різницею фаз, рівною нулю (тобто в фазі або синфазно). Залежно від положення точки на екрані будуть спостерігатись плавний перехід від максимумів освітленості (інтенсивності світла) до мінімумів (темні смуги). В розділі 5.3 „Приклади розв'язування задач по модулю 5" детально розглянуто приклад розрахунку інтерференційної картини для такого випадку, а також інші приклади інтерференції, що допоможуть глибше вникнути в деталі цього важливого явища. Важливо зазначити, що в різних прикладах інтерференційна картина може мати вигляд системи концентричних кілець: світлі і темні кільця чергуються одне з одним (так звані кільця Ньютона); може складатися із світлих і темних паралельних смуг тощо.

5.1.2.2. Дифракція світла

5.1.2.2.1. Принцип Гюйгенса та Гюйгенса-Френеля

Дифракцією називають будь-яке відхилення при поширенні хвилі поблизу перешкод від законів геометричної оптики. Завдяки дифракції хвилі можуть огинати перешкоди, що зустрічаються на їхньому шляху, потрапляти в область геометричної тіні, проникати через малі отвори в екранах, тобто спостерігається при проходженні середовищ з сильно вираженими неоднорідностями. Найкраще вона проявляється для випадків, коли розміри перешкод порівнянні з довжиною хвилі світла, що дифрагує.

Формальне пояснення дифракції дає **принцип Гюйгенса.** Відповідно до цього принципу кожна точка середовища, до якої досягла хвиля, стає самостійним джерелом вторинних сферичних хвиль, а обвідна фронтів цих вторинних хвиль дає поверхню хвильового фронту в наступний момент часу.

Проілюструємо застосування принципу Гюйгенса до плоскої хвилі, що поширюється в однорідному середовищі. Рис. 5.1.13 демонструє поверхню фронту хвилі в момент часу t та в момент $t+\Delta t$, тобто відповідно при досягненні та проходженні хвильовим фронтом непрозорого екрану E; A – одна з точок хвильового фронту, а значить і одне з джерел вторинних хвиль (їх число є нескінченним). За час Δt збурення від кожного такого джерела поширюється в усі сторони на відстань $\boldsymbol{\upsilon}\Delta t$ ($\boldsymbol{\upsilon}$ – швидкість хвилі) утворюючи вторинну сферичну хвилю. З побудови видно, що біля краю екрана хвиля заходить в область геометричної тіні.

Френель вклав у принцип Гюйгенса фізичний зміст, звернувши увагу на те, що вторинні джерела є **когерентними**, оскільки вони відтворюють те ж саме збурення, що приходить від первинного джерела. Тому у будь-якій точці простору, куди приходять хвилі від нескінченної множини вторинних джерел, спостерігається результат їх **інтерференції**.

Принцип Гюйгенса, доповнений ідеєю Френеля про інтерференцію вторинних хвиль, отримав назву **принципу Гюйгенса-Френеля,** який формулюється наступним чином. **К**ожна точка хвильового фронту в даний момент часу являє собою фіктивне джерело вторинних сферичних хвиль, які є когерентними, тобто кожна точка середовища, яка включена в хвильовий процес, в свою чергу, стає джерелом нових сферичних хвиль, які інтерферують між собою. Новий фронт сферичної хвилі – це результат складання цих вторинних інтерферуючих хвиль. Вторинні хвилі гасяться всюди, крім напрямку розповсюдження оптичної хвилі.

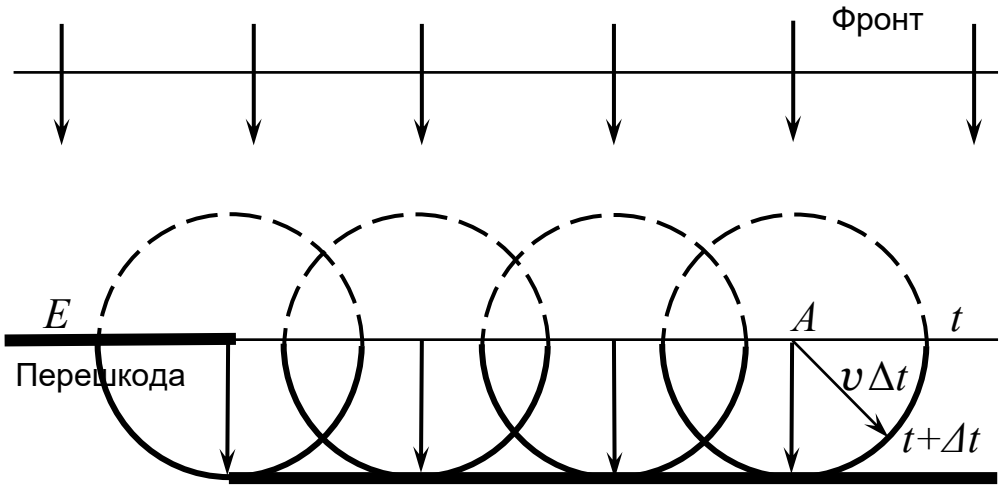


Рис. 5.1.13

Інтерференція вторинних хвиль лежить в основі явища дифракції – в області геометричної тіні і поблизу неї спостерігаються почергово ослаблення і підсилення освітленості такого ж характеру, що і при інтерференції.

Немає ніякої принципової різниці між дифракційною й інтерференційною картинами. З історичних причин **інтерференційною картиною** називають розподіл інтенсивності світла, що виникає при накладанні хвиль від скінченого числа когерентних джерел, а **дифракційною картиною** – розподіл інтенсивності світла, викликаний накладанням хвиль від нескінченної кількості когерентних джерел, розташованих "неперервно" одне за одним.

5.1.2.2.2. Дифракція на щілині

Освітимо діафрагму *Д* з вузькою довгою щілиною шириною a (рис. 5.1.14,а) паралельним пучком монохроматичного світла, який можна одержати, помістивши точкове джерело світла C у фокусі збирної лінзи $Л_1$. За щілиною поставимо збирну лінзу $Л_2$ і в її фокальній площині помістимо екран E. Вид зверху представлений схематично на рис. 5.1.14, *б* (ширина щілини *а* на цьому рисунку збільшена у сотні разів для ясності рисунка).

Згідно з принципом Гюйгенса кожна точка щілини є джерелом вторинних сферичних хвиль (на рис. 5.1.14, *в* стрілками позначені напрямки променів, що виходять з довільної точки щілини; пунктирною лінією зображений фронт вторинної хвилі). Вторинні хвилі інтерферують між собою і на екрані E спостерігається інтерференційна картина.

Розглянемо промені, які йдуть під кутом φ до напрямку світла, що падає на екран. Всі вони зберуться лінзою $Л_2$ у деякій точці P екрану E. Позначимо через Δ різницю ходу між крайніми променями. При цьому врахуємо, що лінза $Л_2$ не вносить додаткової різниці ходу.

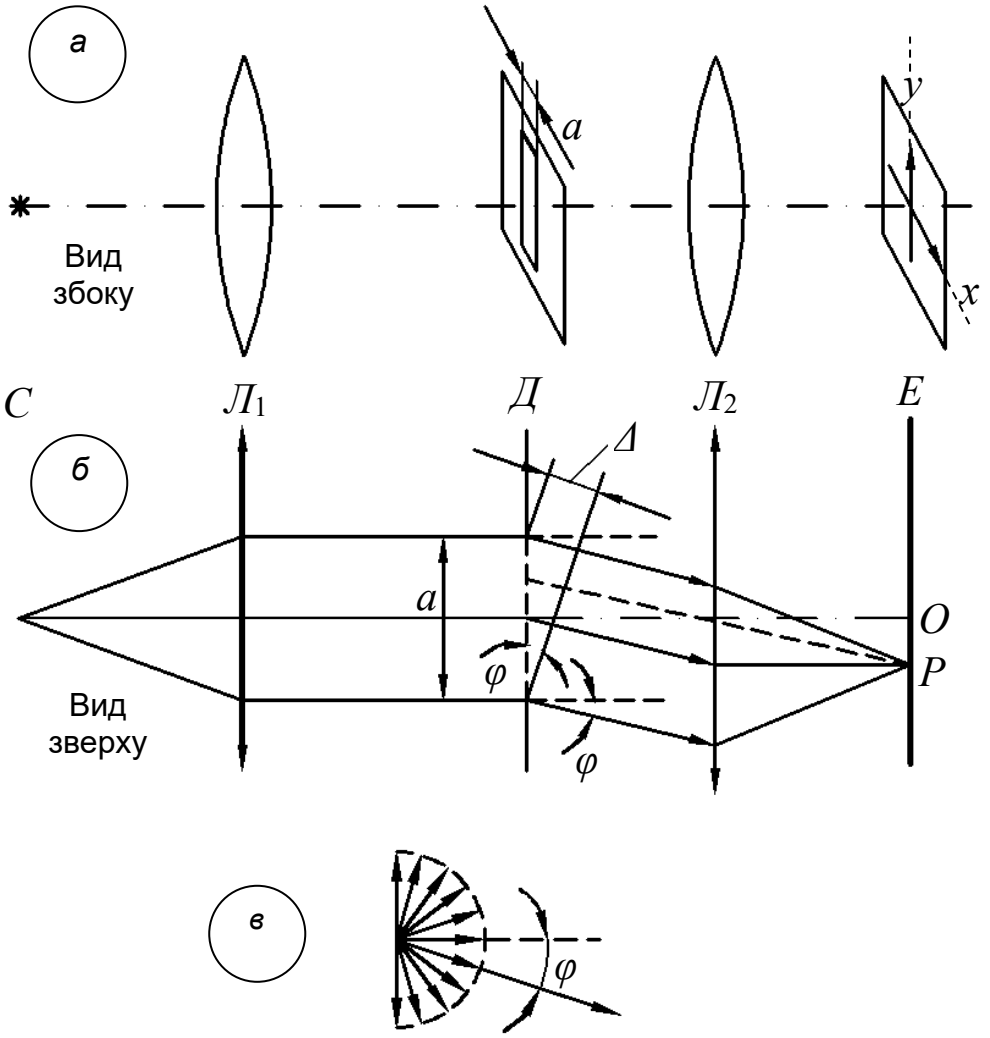


Рис. 5.1.14

У напрямку, де кут $\varphi = 0$, всі промені мають однакові фази і тому підсилюють один одного при накладанні у точці O – центрі екрана (рис. 5.1.14, *б*). Тут спостерігається центральний дифракційний максимум інтенсивності світла. Було показано за допомогою спеціального методу (метод зон Френеля), що **умовою дифракційних мінімумів** буде:

$$a\sin\varphi = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2}, \qquad k = \pm 1, \pm 2, \ldots . \tag{5.1.15}$$

а **умовою дифракційних максимумів:**

$$a\sin\varphi = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = \pm 1, \pm 2, \ldots . \tag{5.1.16}$$

Зазначимо, що на практиці замість точкового джерела C (рис. 5.1.14, *а*) звичайно використовують вузьку щілину, паралельну тій, на якій відбувається дифракція. Різні точки щілини дають дифракційні картини, зміщені вздовж осі *y* так, що картина, яка спостерігається, "витягується" уздовж осі *y* і являє собою чергування темних і світлих смуг. При цьому зі збільшенням *k* інтенсивність світла в максимумі зменшується. Найбільша частка, більше 90 % усієї світлової енергії припадає на центральний максимум, тобто на область, обмежену першими мінімумами (див. рис. 5.1.16, $N = 1$).

5.1.2.2.3. Дифракції на дифракційній решітці (гратці)

Дифракційна решітка – це сукупність великої кількості паралельних, рівновіддалених один від одного штрихів, нанесених на прозору (наприклад, скло) або непрозору (наприклад, метал) поверхню. Для скляної гратки штрихи повністю розсіюють падаюче на них світло і є для нього непрозорими ділянками, а проміжки між штрихами пропускають світло і виконують роль щілин. Штрихи можуть бути нанесені механічним, фото- та голографічним методами тощо. Кількість штрихів *N* на одиницю довжини визначає можливість застосування дифракційної решітки для роботи в різних областях спектра. Так, у рентгенівській області N = 60000, в ультрафіолетовій – 2000, у видимій – 300, а в інфрачервоній – 0,25 штрихів на 1 мм. Відстань d, через яку повторюються штрихи (рис. 5.1.15), називається постійною (або періодом) решітки, тобто d - це сума прозорої a та непрозорої b ділянок дифракційної гратки d =a+b, крім того $d = 1/N$.

Розглянемо проходження світла через дифракційну решітку з періодом d. Якщо в оптичній схемі, зображеній на рис. 5.1.14, замість щілинної діафрагми $Д$ розташувати

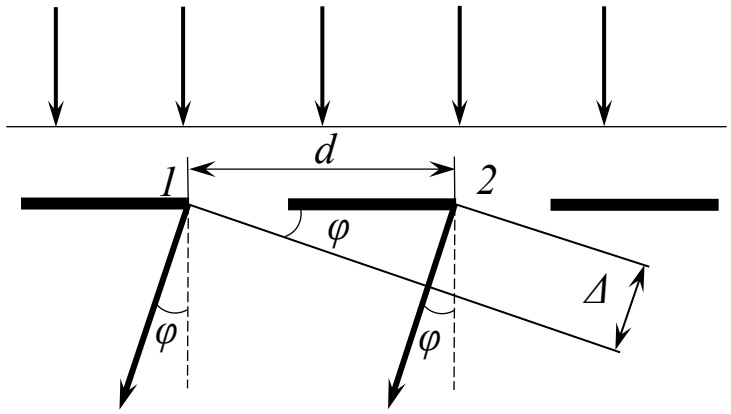


Рис. 5.1.15

дифракційну решітку, то дифракційна картина на екрані ускладнюється, тому що тепер має місце також багатопроменева інтерференція когерентних дифрагованих пучків світла, які виходять від усіх щілин решітки. Мінімуми інтенсивності в картині від окремої щілини, зберігаються і у картині дифракційної решітки згідно з співвідношенням (5.1.15).

Для того, щоб визначити положення максимумів у дифракційній картині, розглянемо дві сусідні щілини (рис. 5.1.15) і виберемо в першій щілині будь-яку точку 1. Другу точку 2 виберемо на відстані d від точки 1 (такі точки називають відповідними).

Промені, які виходять з відповідних точок і поширюються під кутом φ до напрямку падаючого світла, внаслідок інтегрування максимально підсилюють один одного при накладанні, якщо різниця ходу Δ цих променів $\Delta = d \cdot \sin\varphi$ вміщує ціле число довжин хвиль

$$d \sin\varphi = n\lambda . \qquad (5.1.17)$$

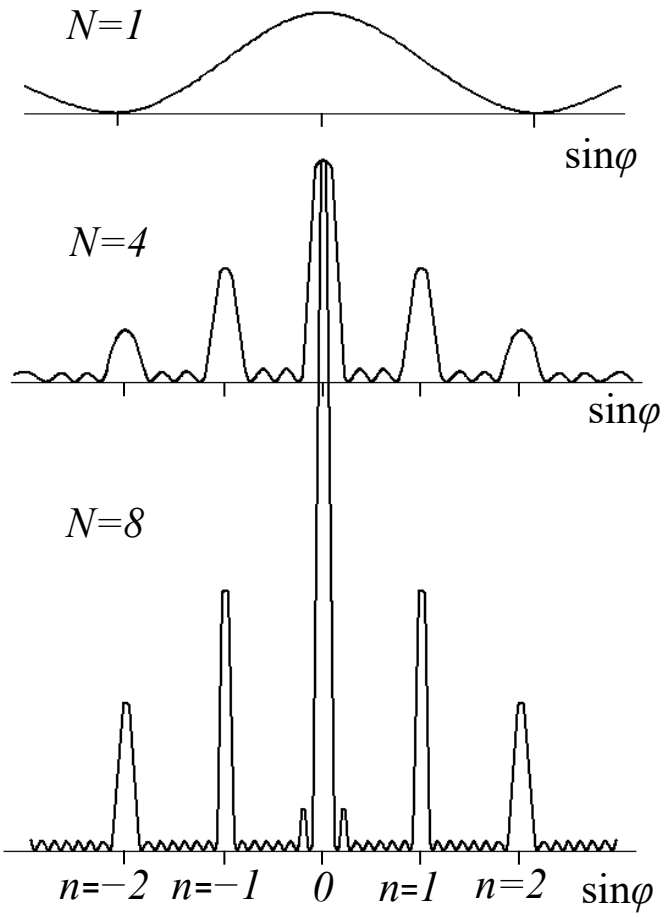


Рис. 5.1.16

Виконання цієї умови, наприклад для першої і другої щілин, автоматично означає виконання його для другої і третьої, третьої і четвертої щілин і т. д., тобто для всієї решітки в цілому. Тому формулу (5.1.17) називають **формулою дифракційної решітки (гратки)**. Вона визначає напрямок головних максимумів у дифракційній картині. Дифракційний спектр складається з центральної білої смуги і розміщених симетрично від неї максимумів першого, другого і більш високих порядків.

Ціле число n у формулі називається порядком максимуму спектра, оскільки воно визначає порядковий номер максимуму, відрахованого від центра екрана (не рахуючи центрального, $n = 0$). На рис. 5.1.16 зображено розподіл інтенсивності при зміні кількості щілин від 1 до 8. В дифракційній решітці, де щілин дуже багато, максимуми

будуть значно різкішими. Додаткових мінімумів

У загальному випадку між двома **головними максимумами** розміщується $N-1$ **додаткових мінімумів**, розділених **вторинними максимумами**, що створюють слабкий фон. Інтенсивність головного максимуму в N^2 разів більша інтенсивності, яка спостерінгається при дифракції від однієї щілини.

Положення головних дифракційних максимумів залежить від довжини хвилі світла. Тому при пропусканні через дифракційну гратку білого світла усі максимуми, крім центрального ($n=0$), що залишається білим, розкладуться у спектр, фіолетова частина якого (на відміну від призменого спектру) буде зміщена до центру дифракційної картинки, а червона – назовні. Така ситуація дозволяє використовувати гратку як спектральний прилад.

5.1.2.3. Поляризація світла

5.1.2.3.1. Природне і поляризоване світло

ЕМХ з тільки одним напрямком коливань вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ (або магнітного поля $\vec{H}$) називають **лінійно поляризованою (поляризованою)** або ще **плоскополяризованою**. Площини, в яких відбуваються коливання векторов $\vec{E}$ і $\vec{H}$ називають відповідно площиною коливань і площиною поляризації (рис. 5.1.17, а). Оскільки вектори $\vec{E}$ та $\vec{H}$ завжди коливаються у взаємно-перпендикулярних площинах, то достатньо знати поведінку одного з векторів. Як правило, для цього вибирають вектор $\vec{E}$. Цей вектор називають **світловим**, оскільки більшість оптичних явищ пов'язано з його дією (поглинання світла, фотоефект, розкладення бромистого срібла в фотографії тощо). Напрямок коливань світлового (електричного) вектора в поляризованій хвилі показано на рис. 5.1.17 а, зверху. Схематично поляризовану хвилю з вектором $\vec{E}$, розташованим у площині рисунка, зображують у вигляді променю з перпендикулярними до нього стрілками (рис. 5.1.17, а, внизу); якщо ж вектор $\vec{E}$ є перпендикулярним до площини рисунку, хвилю зображують у вигляді променю з крапками (рис. 5.1.17, б, внизу).

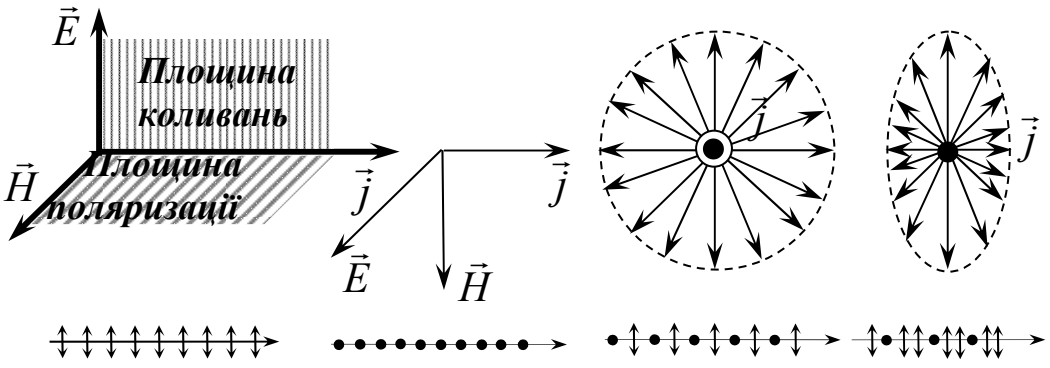


Рис. 5.1.17

Кожний цуг хвиль, випромінений окремим атомом, є плоскополяризованим. Цуги, випущені різними атомами (як і послідовні цуги, випущені одним і тим же атомом) мають різні площини коливань, орієнтовані випадково. Тому у сумарному випроміненні макроскопічного джерела світла коливання вектора $\vec{E}$ мають усі можливі напрямки, перпендикулярні напрямкові поширення хвилі. Якщо всі напрямки коливань вектора $\vec{E}$ представлені в однаковій мірі, або іншими словами - рівноймовірні, світло називають **природним** або **неполяризованим**, що зображається (рис. 5.1.17, в) рівною кількість стрілок і крапок. Пояснити це можна таким чином. Електричний вектор $\vec{E}$ кожного хвильового процесу (цуга) можна розкласти на дві перпендикулярні складові $\vec{E}_{\parallel}$ і $\vec{E}_{\perp}$. Хвилі природного світла можуть бути представлені у вигляді суми хвиль, що мають взаємно перпендикулярні напрямки коливань світлового вектора. На кожну з цих хвиль припадає половина інтенсивності світла, оскільки всі напрямки коливань у природному світлі є рівноправними.

Якщо ж один з напрямків коливань вектора $\vec{E}$ переважає, то світло називають **частково поляризованим** (рис. 5.1.17, г) і перевагу одного з напрямів відмічають різною кількістю стрілок і крапок. Так, в зображеному прикладі переважає напрямок коливань в площині рисунку; тому у схематичному зображенні на нижньому рисунку число стрілок перевищує число крапок.

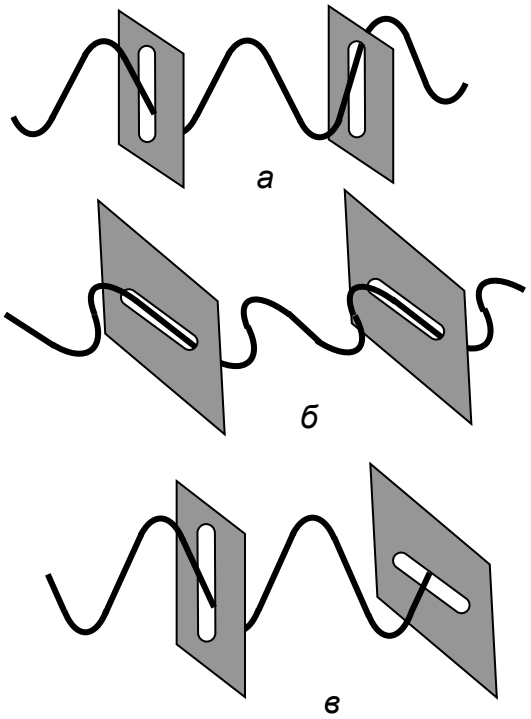


Рис. 5.1.18

5.1.2.3.2. Поляризатор та аналізатор. Закон Малюса

ЕМХ є поперечною, тобто напрямок коливань вектора $\vec{E}$ перпендикулярний до напрямку розповсюдження хвилі $\vec{j}$. Розглянемо механічну модель проходження поперечної хвилі через перешкоду. Нехай коливання натянутого шнура чи струни проходить через систему двох горизонтальних чи вертикальних отворів (рис. 5.1.18). Зрозуміло, що коливання проходять без зміни амплітуди (чи втрати енергії) в системі з двох горизонтальних чи двох вертикальних отворів, якщо вони співпадають з напрямком коливань шнура чи струни. Якщо ж два отвори взаємно перпендикулярні, то коливання не зможе пройти таку систему перешкод. Щось подібне буде спостерігатись і з проходженням світлової хвилі через систему спеціальних пристроїв.

Явище поляризації світла доводить, що світлові хвилі є поперечними. Відмітимо, що око людини не відрізняє поляризованого світла від природного, тому для виявлення

поляризованого світла потрібен інший пристрій. Не важко зрозуміти, що ним може бути будь-який з пристроїв, за допомогою яких отримують поляризоване світло.

Для отримання і дослідження поляризованого світла існують **поляризаційні пристрої** (наприклад, прозора пластинка, вирізана у певний спосіб із кристалу турмаліна). Такі пристрої (це може бути і система з двох призм), незалежно від конкретної будови, пропускають складові цугів тільки з певним напрямком коливань світлового вектора, що називають **напрямком пропускання.** На рис. 5.1.19 схематично зображено поляризаційний пристрій (ліва пластина), що пропускає лише складову ЕМХ уздовж напрямку пропускання AB. Зрозуміло, що природне світло після проходження через поляризаційний пристрій стає плоскополяризованим, оскільки із кожного цуга проходить складова з одним і тим же напрямком коливань світлового вектра (який знаходиться у площині пропускання - у нашому випадку напрямок коливань вектора $\vec{E}$ вертикальний). Перетворення природного (неполяризованого) світла у поляризованє і є **поляризацією світла**. Поляризаційний пристрій має властивість поляризувати світло і тому може бути використаний як **поляризатор**. Такий же другий пристрій (права пластина) можна застосовувати і для вияснення характеру поляризації світла, тобто як **аналізатор.** З цією метою досліджуване світло направляють на аналізатор і, обертаючи останній навколо напрямку променя, слідкують за інтенсивністю світла, що пройшло через аналізатор. Якщо світло, що падає на аналізатор, є плоскополяризованим, то зі зміною кута α між напрямками поляризації поляризатора і аналізатора періодично, через кожні 180^0, буде змінюватись інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор. Інтенсивність світла, що пройшла аналізатор, досягатиме максимального значення, коли напрямок коливань світлового вектора у ЕМХ, що падає на аналізатор, збігається з напрямком пропускання A_1B_1 (тобто при $\alpha = 0$, рис. 5.1.19 а), і буде падати до нуля, коли ці напрямки є взаємно перпендикулярними (тобто при $\alpha = 90^0$), 5.1.19 б.

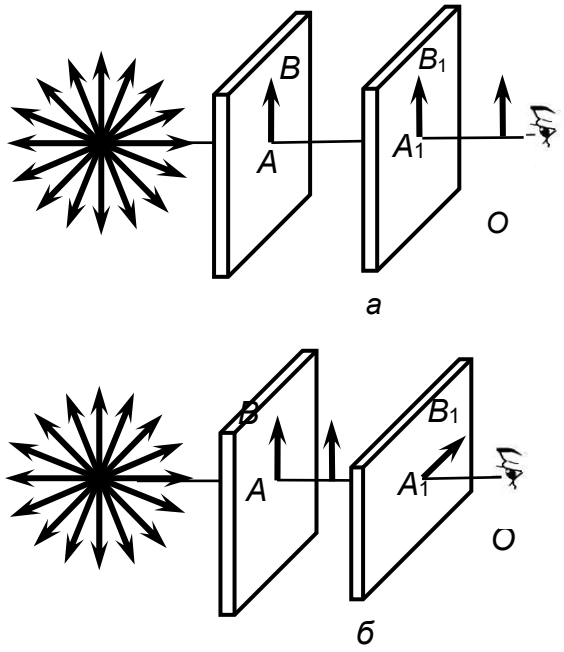


Рис. 5.1.19

Встановлений Малюсом закон, що описує таку зміну інтенсивності світла, що пройшло систему «аналізатор-поляризатор», можна записати у вигляді:

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha \qquad (5.1.18)$$

врахування втрат на поглинання в аналізаторі), тобто $I_0 = \frac{1}{2} I_{пр}$.

У випадку частково поляризованого світла інтенсивність буде періодично, через кожні 180^0, змінюватися, але не досягатиме нуля при максимальному затемненні.

5.1.2.3.3. Закон Брюстера

Поляризоване світло можна отримати при відбиванні та заломленні на границі поділу двох середовищ, або ж при проходженні світла крізь анізотропні середовища (це, наприклад, деякі кристалічні тіла, які мають різні властивості пропускання світлових хвиль залежно від напрямку їхніх коливань).

Розглянемо процес отримання поляризованого світло при його відбиванні та заломленні на межі розділу двох діелектриків. Нехай природний промінь AO падає на поверхню прозорого ізотропного діелектрика, наприклад на скляну пластину (рис. 5.1.20).

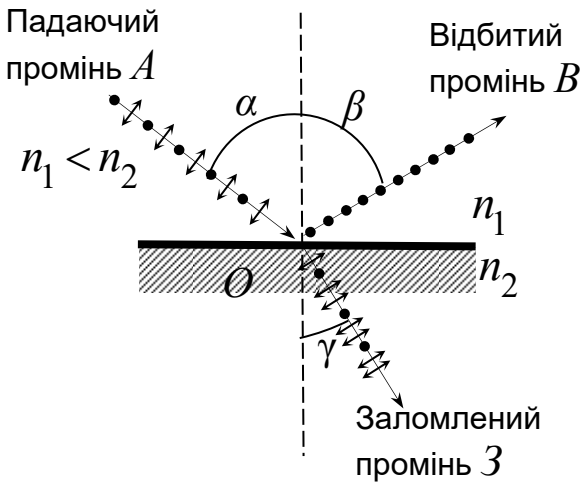


Рис. 5.1.20

Світлові коливання природного променя завжди можна розкласти у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Очевидно, результуючі вектори складових світлових коливань у цих напрямках у природному промені будуть за величиною однаковими. Тому природний промінь, що падає на пластинку, буде зображений коливаннями з рівною кількістю стрілок та крапок. Відбитий і заломлений промені на межі діелектрика стають частково поляризованими. У відбитому промені OB переважають коливання, позначені крапками (у площині поляризації; позначення на відбитому промені OB коливань крапками відноситься до випадку визначення кута Брюстера, див. нижче), а в заломленому промені $O3$ - коливання, позначені стрілками (у площині коливань). В цьому можна переконатися, взявши другу скляну пластинку або дзеркало. Якщо дзеркало-аналізатор розмістити перпендикулярно до площини рисунка, то за будь-яких кутів падіння промінь OB відбиватиметься від нього, помітно не змінюючи інтенсивність. Навпаки, коли дзеркало розміщувати під будь-якими іншими кутами до поверхні пластинки, то можна помітити різке зменшення інтенсивності відбитого променя. Аналогічно поводиться і заломлений промінь $O3$.

Англійський фізик Брюстер, досліджуючи поляризацію світла під час відбивання, встановив, що для будь-якого діелектрика є певний кут падіння, при якому відбитий промінь стає повністю поляризований. Такий кут падіння називають кутом повної поляризації світла (кутом Брюстера). Користуючись позначеннями рис. 5.1.20, величину цього кута визначають за **законом Брюстера** (1815 р.):

$$tg\alpha_{Б} = n_{21}, \qquad (5.1.19)$$

де $\alpha_Б$ – кут повної поляризації; на рис. 5.1.20 – це кут α у випадку повної поляризації відбитого світла; $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

Наприклад для скла, що має показник заломлення $n = 1{,}5$, $i_0 \approx 56^0$.

Заломлений промінь в цьому випадку поляризується максимально, але не повністю. При цьому відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні.

Для доведення цього запишемо закон Брюстера та закон заломлення світла:

$$tgi_0 = \frac{\sin\alpha_Б}{\cos\alpha_Б} = n_{21}; \qquad \frac{\sin\alpha_Б}{\sin\gamma} = n_{21}.$$

Співставивши ці закони, знайдемо, що

$$\cos\alpha_Б = \sin\gamma,$$

або $\alpha_Б + \gamma = 90^0$.

Оскільки $\alpha_Б = \beta_Б$, то $\beta_Б + \gamma = 90^0$.

$$\gamma = \alpha_Б + 90^0.$$

А отож, при повній поляризації відбитого променя кут між відбитим і заломленим променями дорівнює $180^0 - (\beta_Б + \gamma) = 90^0$.

Механізм поляризації світла в процесі відбивання та заломлення на межі вакуум – діелектрик в основних рисах зводиться до наступного. Досягнувши діелектрика, виділені нами складові падаючої хвилі спричинятимуть відповідні вимушені коливання електрично заряджених частинок атомів. З електромагнітної теорії відомо, що такі коливання заряджених частинок будуть джерелами випромінювання плоскополяризованих електромагнітних хвиль. Подібно для мініатюрної антени максимум випромінювання їх відбувається в напрямку, перпендикулярному до напрямку коливань. Вторинні хвилі з коливаннями світлового вектора, що перпендикулярні до площини коливань утворюють відбитий промінь; він буде переважно поляризованим (а при падінні під кутом Брюстера – повністю поляризованим). Вторинні хвилі з коливаннями світлового вектора, що паралельні площині коливань, наклавшись на падаючу хвилю, утворять заломлену хвилю. Ця хвиля буде частково поляризованою завжди, але при куті Брюстера – максимально частково поляризованою.

Щоб заломлений пучок променів мав максимальний ступінь поляризації, природне світло спрямовують під кутом повної поляризації не через одну, а через декілька плоскопаралельних пластин, складених у стопу.

5.1.2.3.4. Поляризація розсіяного світла

Явище поляризації розсіяного світла виникає також внаслідок проходження природного пучка світла крізь каламутне середовище, тобто таке середовище, показник заломлення якого нерегулярно змінюється від однієї точки то іншої внаслідок наявності в середовищі інородних малих частинок – туман, дим, суспезії, емульсії, колоїдний розчин, в

якому містяться завислі часточки, що зрівнянні з довжиною ЕМХ. Пучок світла з різними напрямками коливань світлових векторів $\vec{E}$ спричинює в частинках відповідні коливання електронів. Ці коливання стають джерелами випромінювання вторинних світлових хвиль. Коливання світлового вектора у вторинній хвилі відбувається в площині, що перетинає напрямок коливання зарядженої частинки. Тому розсіяне у будь-якому напрямку світло частково поляризоване, а розсіяне - у напрямку, перпендикулярному до променя, що проходить, буде повністю поляризованим. У цьому можна переконатися, спостерігаючи за допомогою поляроїда збоку за пучком світла, що проходить у кюветі з водою.

За законом Релея інтенсивність розсіяного світла для випадку частинок з розміром, меншим довжини хвилі, пропорційна частоті коливань у четвертому ступені:

$$I = av^4,$$

або ж обернено пропорційна довжині хвилі у четвертому ступені:

$$I = \frac{b}{\lambda^4}.$$

Тут a та b – коефіцієнти пропорційності. Тому при проходженні білого світла через мілкодисперсне каламутне середовище розсіяне світло (при спостереженні збоку) набуває синьо-блакитного відтінку, тобто збагачене короткохвильовим випромінюванням. Отже, короткохвильове випромінювання розсіюється каламутним середовищем сильніше, ніж довгохвильове. Світло на виході (те що пройшло каламутне середовище) стає жовто-червонуватим. Цим пояснюється блакитний колір неба і жовто-червонуватий колір Сонця, що сходе та заходе.

5.1.2.3.5. Оптична анізотропія двопроменезаломлювальних кристалів

Анізотропними називають середовища, фізичні властивості якого в різних напрямках є різними. Багатьом реальним кристалам притаманна анізотропія оптичних властивостей. Виняток складають кристали найвищої, кубічної симетрії (такими, наприклад, є кристали типу NaCl, наприклад, кристали всім відомої кухонної солі). Оптичні властивості речовин характеризуються, зокрема, показником заломлення n, який виражається через відносну діелектричну проникність ε: $n = \sqrt{\varepsilon\mu} = \sqrt{\varepsilon}$ (тут вважаємо відносну магнітну проникність речовини рівною одиниці (μ=1), бо більшість оптично анізотропних кристалів є діамагнетиками; вони практично не підсилюють і не ослабляють зовнішнє

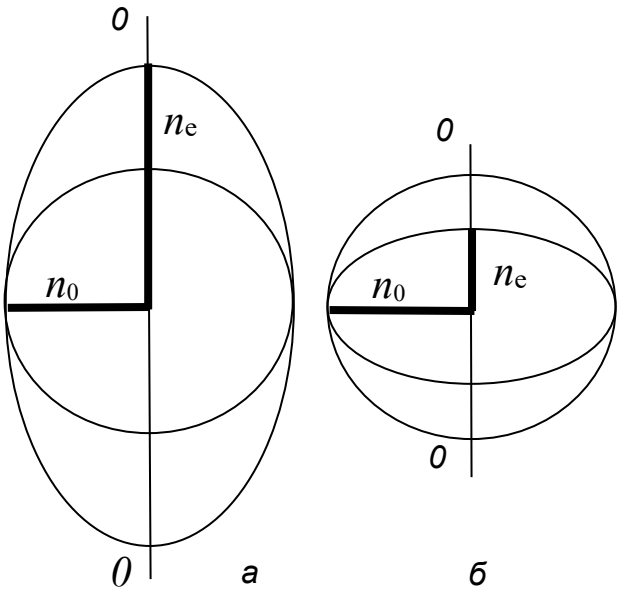


Рис.5.1.21

магнітне поле). Відзначимо, що зв'язок між n і променевою швидкістю v в оптично анізотропному кристалі обернено пропорційний.

Відносна діелектрична проникність ε характеризує реакцію середовища на дію електричного поля. Отже, показник заломлення n залежить від того, як діє на середовище електричний вектор $\vec{E}$ електромагнітного поля. Фізичні параметри ε і n в ізотропному середовищі мають однакові величини для всіх напрямків електричного вектора (вони є скалярними), у випадку ж анізотропного середовища значення ε і n залежать від напрямку вектора $\vec{E}$ (такі величини називаються тензорними).

Залежність показника заломлення від напрямку $\vec{E}$ стає наочною, якщо з будь-якої точки середовища в кожному напрямку відкласти відрізок, довжина якого чисельно дорівнює n для даного напрямку і через кінці відрізків провести поверхню. В одноосних кристалах хвильова поверхня для звичайної хвилі має вигляд сфери, а для незвичайної хвилі - еліпсоїда обертання навколо оптичної осі ОО (рис. 5.1.21). Точки стикування цих поверхонь лежать на оптичній осі. Кристали називають **позитивними**, якщо $n_o < n_e$ (еліпсоїд обертання при цьому описаний навколо сфери, рис. 5.1.21,а) і **негативними**, якщо $n_o > n_e$ (еліпсоїд обертання при цьому вписаний у сферу, рис. 5.1.21, б). Відзначимо, що аналогічна побудова хвильових поверхонь для швидкостей звичайного і незвичайного променів дає зворотний результат по відношенню до n. Показник заломлення, що відповідає малій півосі еліпсоїда у випадку позитивних кристалів і великої півосі – у випадку негативних кристалів, називається показником заломлення незвичайного променя.

Для обох випадків характерно, що в анізотропному кристалі існує фізично виділений напрямок (вздовж півосі n_e) . Його називають **оптичною віссю** кристала. Такі кристали називають одновісними.

Оптично анізотропні кристали бувають одноосні (наприклад, турмалін, кварц, ісландський шпат, натронна селітра тощо) та двохосні, тобто такі, що мають одну чи дві оптичні осі відповідно. Оптичною оссю кристалу називаються напрямок в оптично анізотропному кристалі, вздовж якого світло розповсюджується, не випробовуючи подвійного променезаломлення – це одноосні кристали. Відзначимо, що оптична ось кристалу – це певний напрям у кристалі, а не яка-небудь особлива лінія, як, наприклад, ось симетрії кристалу, чи земна вісь. Отже, через будь-яку точку одноосного кристалу можна провести оптичну ось. Промінь світла, що ввійшов у кристал вздовж оптичної осі не розщеплюється і розповсюджується у ньому з однією і тією ж швидкістю, як у звичайному ізотропному середовищі.

Значення n_o і n_e , а також орієнтація оптичної осі відносно характерних кристалографічних напрямків в кристалі визначається конкретною структурою кристалічної гратки. Наприклад, у кристалі кальциту (безбарвному мінералі, що називається також ісландським шпатом; хімічна формула $CaCO_3$) параметри n_o = 1,658 та n_e = 1,486 (для жовтого світла, λ = 0,5893 мкм), а напрямок оптичної осі збігається з напрямком найкоротшої просторової діагоналі елементарної комірки.

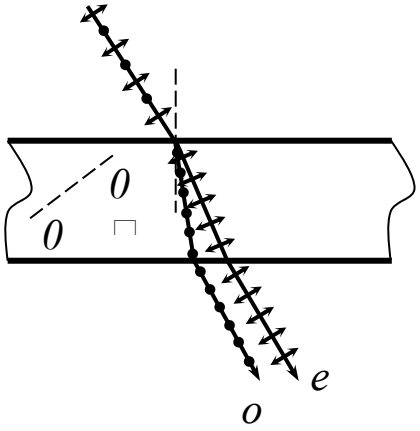


Рис. 5.1.22

Залежність показника заломлення від напрямку коливань світлового вектора приводить до того, що промінь природного світла, попадаючи у кристал, розщеплюється на два промені, що розповсюджюються по різних напрямках. Це явище отримало назву **подвійного променезаломлення.** Його ілюструє рис. 5.1.22, де зображено кристалічну пластинку з оптичною віссю OO', що лежить у площині рисунку. Коливання, перпендикулярні площині рисунку (їх зображено крапками), утворюють з оптичною віссю кут 90°; їм відповідає показник заломлення n_o. Коливання, що відбуваються у площині рисунку (зображені стрілками), утворюють з оптичною віссю кут, відмінний від 90°; їм відповідає показник заломлення $n \neq n_o$. Відмінність показників заломлення приводить до розщеплення променя у кристалі: із кристала виходять два плоскополяризованих промені світла. Вони отримали назву **звичайного** (o) і **незвичайного** (e).

Відмінність між звичайним та незвичайним променями всередині анізотропного кристалу відповідає відмінності у напрямку світлового вектора в цих променях по відношенню до оптичної осі. У звичайному промені коливання світлового вектора завжди перпендикулярні оптичній осі. Швидкість розповсюдження, а отож і показник заломлення для звичайного променя не залежить від напрямку його розповсюдження (він завжди дорівнює n_o – див. рис. 5.1.21); отже для нього має місце звичайний закон заломлення світла. У незвичайному промені електричний (світловий) вектор лежить у тій же плоскості, що і оптична ось. Тому кут між напрямком коливань світлового вектора і оптичною віссю може змінюватися від 0° до 90° в залежності від напрямку оптичного променя (див. рис. 5.1.21). Тому показник заломлення для незвичайного променя залежить від його напрямку і може змінюватися від n_o до n_{e0}. Значення n_e найбільш сильно відрізняється від величини n_o для напрямку, перпендикулярного оптичній осі: $n_e = n_{e0} = \text{const}$. Звичайний закон заломлення світла для незвичайного променя, таким чином, не виконується. Сталі величини n_o і n_{e0} називають відповідно звичайним і незвичайним показниками заломлення кристала. найбільш сильно відрізняється від величини n_o

Величину n_{e0} не слід плутати з показником заломлення незвичайного променя: останній залежить від напрямку променя, в той час як n_e – константа. Обидві величини збігаються, коли незвичайний промінь поширюється перпендикулярно оптичній осі кристалу.

5.1.2.3.6. Призма Ніколя

На явищі подвійного променезаломлення засновано більшість поляризаційних пристроїв. Типовим прикладом такого пристрою (поляризатора) є призма Ніколя (див. рис. 5.1.23).

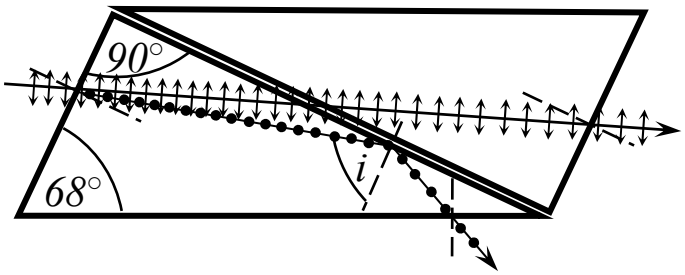


Рис. 5.1.23

Таку призму виготовляють із ісландського шпату, розпиляного під певним кутом і склеєного канадським бальзамом – прозорою ізотропною органічною речовиною з показником заломлення $n_б$ = 1,550. Отже, показник заломлення канадського бальзаму має проміжне значення між звичайним n_o=1,660 і незвичайним n_{e0}= 1,510 показниками заломлення ісландського шпату:

$$n_{e0} < n_б < n_o.$$

Розпил роблять таким, щоб кут падіння α звичайного променя на межу поділу був більшим граничного – тоді звичайний промінь зазнає повного внутрішнього відбиття (оскільки канадський бальзам для нього оптично менш густе середовище) і відхиляється у бік нижньої грані. Незвичайний же промінь без перешкод проходить через прошарок канадського бальзаму й іншу половину поляризаційної призми.

5.1.2.3.7. Дихроїзм двозаломлювальних кристалів. Поляроїди

Відмінність у поглинанні оптичних променів різної поляризації приводить до відмінності у поглинанні природного світла в залежності від напрямку його розповсюдження. У деяких кристалах, наприлад, у турмаліні, звичайний промінь поглинанається значно сильніше ніж незвичайний. Це явище називають **дихроїзмом**. При достатній товщині дихроїчних кристалів (для турмаліну ця товщина становить приблизно 1 мм) один із применів повністю поглинається, а інший дає на виході із кристалу плоскополяризоване світло.

Явище дихроїзму використовується при виготовлені поляроїдів – прозорих полімерних плівок, які містять велику кількість однаково орієнтованих дихроїчних кристалів, наприклад, герапатиту (сірчанокислого йодхініну) та інших сполук. В кристалах герапатиту звичайний промінь практично повністю поглинається на шляху приблизно 0,1 мм. Отже, такі одноосні кристали являються досконалими линійними поляризаторами для незвичайних променів. Поляроїдна плівка є порівняно недорогою, еластичною, може мати велику площу, майже однаково пропускає всі довжини хвиль видимого світла (в той час як турмалін пропускає в основному промені зеленого кольору). Недоліком поляроїдів із дихроїчних пластин є зменшена прозорість і деяка селективність у порівнянні з призмами із ісландського шпату, тобто залежність коефіцієнта поглинання від довжини хвилі світла, що поляризується.

Поляризоване світло використовується для багатьох наукових і практичних цілей. З його допомогою хіміки вивчають структуру молекул, геологи – будову мінералів,

інженери – деформацію матеріалів, біологи – властивості субклітинних утворень, фізики – характер міжмолекулярних взаємодій, зокрема, процеси переносу енергії; астрономи – атмосфери планет і міжзоряний простір, метеорологи – динаміку атмосфери.

Різноманітними є і чисто практичні застосування поляризованого світла у світлотехніці, оптичній обробці інформації, електричних вимірюваннях, аналітичній хімії, цукровому виробництві і багатьох інших галузях науки і виробництва.

5.1.2.4. Дисперсія світла. Спектри.

5.1.2.4.1. Явище дисперсії світла

Дисперсією називають явище залежності абсолютного показника заломлення світла даного середовища від довжини хвилі λ, тобто залежність $n(\lambda)$. Отже, дисперсія проявляється тільки при розповсюджені немонохроматичних хвиль.

Оскільки довжина хвилі зв`язана з частотою світла:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \qquad (5.1.20)$$

а швидкість розповсюдження світла в середовищі обернено пропорційна абсолютному показнику заломлення:

$$\upsilon = \frac{c}{n}, \qquad (5.1.21)$$

то можна сказати, що **дисперсія** – це явище залежності показника заломлення світла (або фазової швидкості розповсюдження світла у поглинаючому середовищі) від довжини (або частоти) хвилі. Ці залежності можна записати наступним чином:

$$n(\lambda), \quad n(\nu), \quad \upsilon(\lambda), \quad \upsilon(\nu).$$

Часто дисперсією називають величину похідної абсолютного показника заломлення світла даного середовища по довжині хвилі

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. \qquad (5.1.22)$$

В широкому діапазоні довжин хвиль залежність $\frac{dn}{d\lambda}$ нелінійна і немонотонна.

Якщо показник заломлення зменшується при збільшенні довжини хвилі видимого світла (або зростає з ростом частоти світла), то дисперсія називається **нормальною** ($\frac{dn}{d\lambda} < 0, \quad \frac{dn}{d\nu} > 0$). В області прозорості різних матеріалів залежність показника заломлення світла від довжини хвилі – це монотонне зменшення *n* при зростанні довжини світла. Тому для **фіолетового** світла (найменша довжина світла) будемо мати **найбільший показник заломлення,** а для **червоного – найменший**.

При нормальній дисперсії швидкість червоного світла, яке заломлюється найменше, буде найбільшою, а швидкість фіолетового – найменшою.

Якщо ж показник заломлення збільшується при збільшенні довжини хвилі видимого світла (або зменшується з ростом частоти), то дисперсія називається **аномальною** ($\frac{dn}{d\lambda} > 0$, $\frac{dn}{d\nu} < 0$).

Було встановлено, що нормальна дисперсія спостерігається для світла з довжинами хвиль, що далекі від довжин хвиль, на яких середовище поглинає світло, а аномальна дисперсія – в області довжин хвиль, де сильно тсередовище поглинає падаюче на нього світло (говорять, в смугах поглинання). На явищі нормальної дисперсії заснована робота призмових спектроскопів (див. розділ 5.1.2.4.2), в основу роботи яких покладена здатність призми розкладати падаюче на неї біле світло на кольорові складові.

Зрозуміло, що у вакуумі, де по визначенню показник заломлення дорівнює одиниці, швидкість світла для будь-якої довжини хвилі (тобто світла любого кольору - від фіолетового до червоного) буде одинаковою. Таким чином, у вакуумі дисперсія відсутня.

Перші експериментальні дослідження дисперсії світла належать Ньютону. Вони були виконані на призмі. Явище дисперсії приводить до того, що при проходженні через призму вузької полоски білого світла (де є всі довжини хвиль), паралельної заломлюючому ребру призми, завдяки залежності $n(\lambda)$ отримують зображення полоски розтягнуте у вигляді кольорої смуги (спектру). Тобто, промені різних довжин хвиль будуть по–різному відхилятись призмою. Оскільки кут відхилення світла призмою залежить від показника заломлення: $\varphi = \theta(n-1)$, (див. приклад розвязування задачі в п. 5.3., де отримано це співвідношення), то для фіолетового променя відхилення в напрямку основи призми після проходження призми буде найбільшим, а для червоного – найменшим (рис. 5.1.24). Всі інші кольори спектру будуть розміщені між цими крайніми і створять спектр білого світла (райдуга), тобто випромінювання буде розкладено по довжинах хвиль.

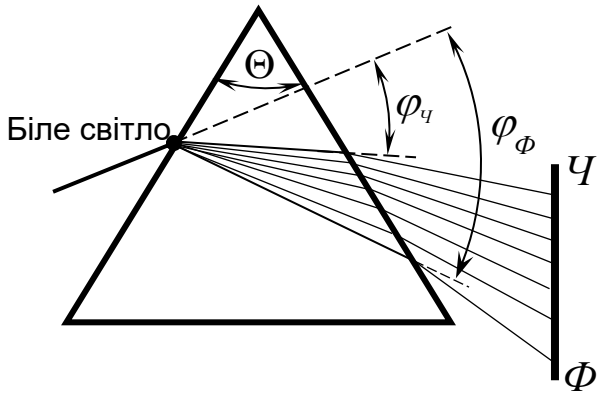


Рис. 5.1.24

Астрономічні дослідження свідчать про те, що міжзоряний простір можна вважати вакуумом. Якби дисперсія в міжзоряному просторі існувала, то це проявилось би, наприклад, при спостереженні затемнень подвійних зірок. Такі спостереження ведуться вже більш ніж два століття. На початку затемнення колір зірки змінювався б від нормального в сторону до фіолетового, бо відповідне світло поширювалось би в просторі з найменшою швидкістю. В кінці затемнення колір змінювався б від червоного до нормального, бо швидкість червоного світла найбільша. Те, що таких ефектів не спостерігається свідчить про відсутність дисперсії в міжзоряному просторі, який можна вважати вакуумом.

5.1.2.4.2. Спектральні прилади

Спектри вивчають з використанням спектральних приладів: спектроскопів, спектрометрів або спектрофотометрів. Їх назви відображають способи реєстрації спектрів. Розкладення світла в спектр лежить в основі роботи **призмових** спектральних приладів, які дозволяють досліджувати як спектри випромінювання, так і спектри поглинання різних матеріалів.

Як приклад розглянемо роботу спектроскопа.

Спектроскоп – найпростіший призмовий спектральний прилад, що використовується для дослідження спектрального складу світла, тобто спостереження спектрів. Тому він обов'язково містить у собі пристрій для розкладання світла за довжинами хвиль. У призмовому спектроскопі таким пристроєм є призма $П$ із скла з великою дисперсією. Відмітимо, що існують і інші спектральні прилади, в яких диспергуючим пристроєм є не призма, а дифракційна гратка, про що буде сказано нижче. Спрощену схему спектроскопа наведено на рис. 5.1.25, де $К$ - коліматорна труба (коліматор) із вузькою щілиною S на її вході та об'єктивом $О_1$ на її виході, $Т$ - зорова труба з об'єктивом $О_2$ та окуляром $О_к$. на виході

Призначення коліматора $К$ - створити паралельний пучок променів досліджуваного світла і направити його на призму $П$. Для цього вузьку щілину S встановлено у фокальній площині F_1 об'єктива $О_1$. Ширину щілини можна змінювати.

Якщо вузьку щілину освітлювати монохроматичним світлом (наприклад, червоним), то після колімації (перетворення в паралельний пучок світла) призма $П$ відхилить промені, а об'єктив $О_2$ зорової труби дасть у своїй головній фокальній площині F_2 зображення щілини - червону лінію $S_{чер}$.

Якщо джерело випромінює набір монохроматичних ліній з довжинами хвиль $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ …., то внаслідок дисперсії призма $П$ відхилить промені різних довжин хвиль на різні кути (як це представлено двома зображеннями щілини S у площині F_2) . Тому у фокальній площині объектива $О_2$ створюється стільки зображень щілини (тобто ліній відповідного забарвлення), скільки довжин хвиль випромінює джерело світла. Так у фокальній площині виникає так званий лінійчастий спектр (детальніше про типи спектрів буде сказано нижче). Його розглядають у збільшеному вигляді через складний окуляр $О_к$, що складається з лінз $О_3$ та $О_4$, закріплених на рухомих тубусах**.** Між лінзами знаходиться візирна нитка $Н$.

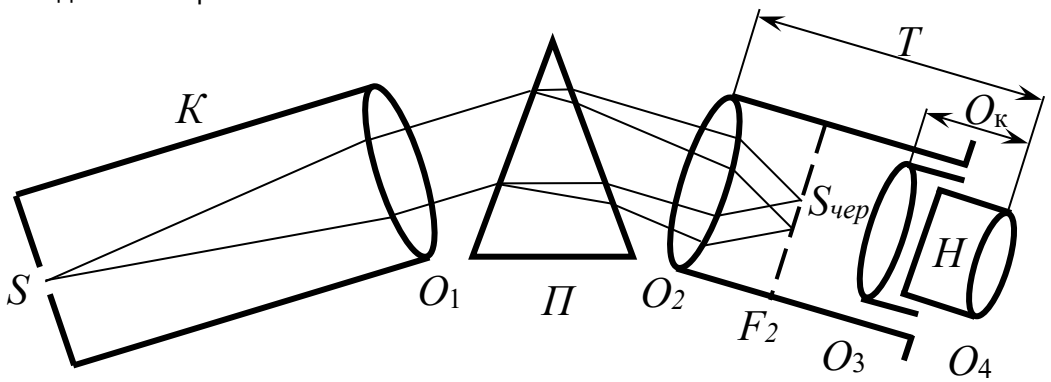


Рис. 5.1.25

Переміщенням лінзи O_4 добиваються її чіткого зображення, а переміщенням всього окуляру $O_к$ - чіткого зображення ліній спектру: такого зображення можна досягнути, якщо щілина S є досить вузькою і паралельною заломлюючому ребру призми. Зорову трубу можна переміщувати вздовж спектра спеціальним мікрометричним гвинтом (як правило з ціною поділки шкали 0,01 мм - 0,02 мм).

Для вимірювання довжини хвиль спектральних ліній за допомогою спектроскопа його потрібно попередньо проградуювати. Для цього використовуються спектри газів з наперед відомими довжинами хвиль ліній (визначеними, наприклад, за допомогою дифракційної гратки високої розділювальної здатності). Градуювання полягає в тому, що знаходять положення кількох цих ліній на шкалі мікрометричного гвинта спектроскопа, суміщаючи послідовно кожну з них з візирною ниткою H в окулярі $O_к$. Потім на осі абсцис відкладають знайдені положення ліній, а на осі ординат – довжини їх хвиль. Далі будують градуювальну криву. Отримавши її, можна визначити довжину хвилі будь-якої спектральної лінії, якщо знайти її положення на шкалі мікрометричного гвинта. Як правило в спектроскопії градуювання спектроскопа проводиться за спектрами водню, гелію, ртуті. Спектри всіх хімічних елементів в даний час описані з дуже великою точністю і містяться в так званих атласах спектральних ліній хімічних елементів.

Якщо реєстрацію спектру здійснюють на фотоплівку, то такий прилад називається спектрофотометром; якщо світловий сигнал перетворюється в електричний і записується, наприклад, на самописець, то такий прилад називається спектрометром. У сучасних спектральних приладах обробка сигналів здійснюється з використанням комп'ютерів.

Якість призмового спектрального приладу характеризують кутовою дисперсією $\frac{d\varphi}{d\lambda}$, яка залежить від заломлювального кута призми та матеріалу, з якого її виготовлено.

Іншим спектральним приладом для спектрального аналізу різних матеріалів є спектроскоп на основі дифракційної гратки.

Під час розгляду дифракційної гратки було показано, що при освітленні гратки складним світлом останнє розкладається за довжиною хвилі на складові у різних напрямках і на екрані утворюється дифракційний спектр. Отже, дифракційна гратка може бути, як і призма, основною частиною **дифракційного** спектрального приладу. Її якість характеризують роздільною здатністю. Якщо взяти відношення довжини хвилі двох близьких хвиль (λ та $\lambda + \Delta\lambda$) до величини інтервалу між цими двома лініями в спектрі $\Delta\lambda$ то така величина і буде роздільною здатністю гратки $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$. Ця величина пропорційна порядку спектра k та числу щілин у гратці N (або постійної гратки d), тобто:

$$R = kN .$$

Співставивши якості дифракційної гратки і призми, як основних складових частин спектральних приладів, відмітимо наступне. Спектральні прилади з дифракційною граткою мають 1) велику роздільну здатність; 2) прилад з однією й тією самою граткою придатний для дослідження спектра в різних його частинах – видимій, ультрафіолетовий, інфрачервоний (завдяки використанню спектрів вищих порядків і відповідних фільтрів).

Вони дуже прості у градуювання, оскільки при лінійній залежності $n(\lambda)$ достатньо проградуювати спектральний прилад в одній реперній точці, наприклад, на довжині хвилі, що випромінює гелій-неоновий, чи інший лазер видимого світла. Однак такі прилади не дуже чутливі і їх не можна використовувати для надслабких джерел світла. Спектральні прилади з призмою мають більшу чутливість. Але для досліджень у різних частинах спектру потрібні призми з різних матеріалів: для видимої – зі скла, для ультрафіолетової – з кварцу, для інфрачервоної – з хлористого натрію (кам'яної солі), хлористого калію, фтористого літію. Градуювати їх більш складно (потрібно використовувати багато джерел монохроматичного випромінювання), оскільки залежність $n(\lambda)$ для них нелінійна.

Сучасні спектрофотометри здатні сприймати та реєструвати випромінювання в інтервалі від вакуумного ультрафіолету ($\lambda = 190$ нм) до середнього інфрачервоного діапазону (десятки мкм). Нагадаємо, що діапазон видимого світла лежить в діапазоні приблизно від 400 нм до 800 нм.

Слід зауважити, що для визначення довжини хвиль на фотознімку дифракційного спектра досить знати сталу гратки та відстань від неї до фотопластинки. Для визначення ж довжини хвиль на спектрограмі призмового спектрографа потрібно заздалегідь проградуювати його шкалу за відомим спектром (наприклад, спектром випромінювання ртутної лампи, яка має у видимому діапазоні велику кількість вузьких ліній, положення яких відомо з великою точністю і приведено в атласі спектральних ліній).

5.1.2.4.3. Спектри випромінювання та поглинання. Спектральний аналіз

В оптиці розрізняють спектри випромінювання та поглинання.

Якщо на щілину спектрографа за допомогою освітлювальної лінзи спроектувати світло від газорозрядних трубок, наповнених, наприклад, неоном, воднем або парою ртуті чи натрію, то утвориться спектр, що складається з **окремих ліній**. Положення в спектрі цих ліній є характеристичним для даного хімічного елемента. Такі спектри називають **лінійчастими. Лінійчастий спектр** – сукупність окремих світлових ліній різних кольорів на темному фоні. Такі спектри дають речовини в газоподібному атомарному (але не в молекулярному) стані.

Для речовин, у яких атоми не взаємодіють один з одним, таких як гази, пари металів при невисокому тиску, коефіцієнт поглинання α для більшості частот ω (довжин хвиль) близький до нуля. Різкі максимуми виявляються для дуже вузьких областей частот поблизу резонансних частот щ0і коливань електронів в атомах. Якісно вид залежності α(ω) для цього випадку зображений на рис. 5.1.26.

Одержані за різних умов спектри пара або газу можуть складатися з окремих більш широких смуг, розділених темними проміжками. Деякі з них - із дуже густою сукупністю окремих ліній. Такі спектри називають **смугастими. Смугастий спектр** складаються з окремих смуг, розділених темними проміжками. Такі спектри утворюються молекулами, що слабо зв'язані між собою.

Якщо на щілину спектрографа спрямувати сонячне світло або світло від розпечених до білого світіння тіл, то їхній спектр матиме вигляд різнобарвної стрічки з безперервним переходом одного спектрального кольору в інший. Спектр випромінювання

від таких джерел світла називають **суцільним, або безперервним**. В такому спектрі представлені всі довжини хвиль, що йдуть безперервно.

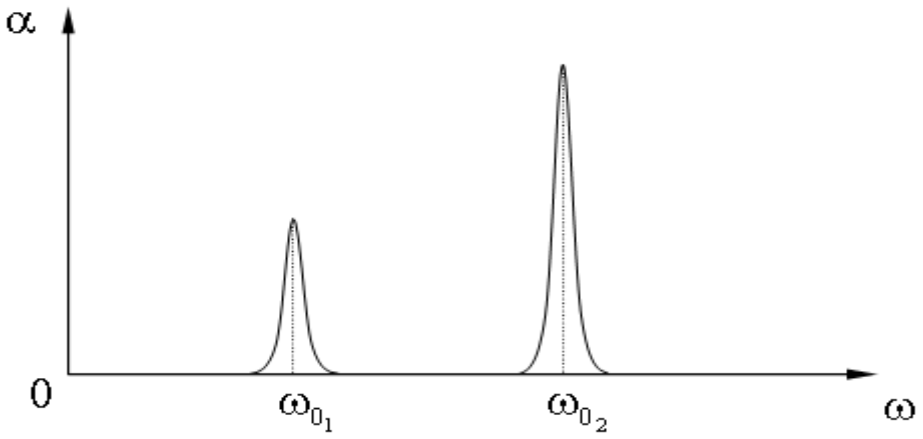


Рис. 5.1.26

Суцільний (неперервний) – спектр, в якому представлені всі довжини хвиль від червоного кольору до фіолетового. Вид такого спектра залежить в основному від температури тіла і мало залежить від роду речовини. Такі спектри дають тіла у нагрітому стані.

При збільшенні взаємодії між атомами, у міру підвищення тиску газів, максимуми поглинання розширюються. У твердих тілах і рідинах, де взаємодія між атомами велика, спостерігаються широкі смуги поглинання. Якісний вид залежності $\alpha(\omega)$ для цього випадку дає рис. 5.1.27.

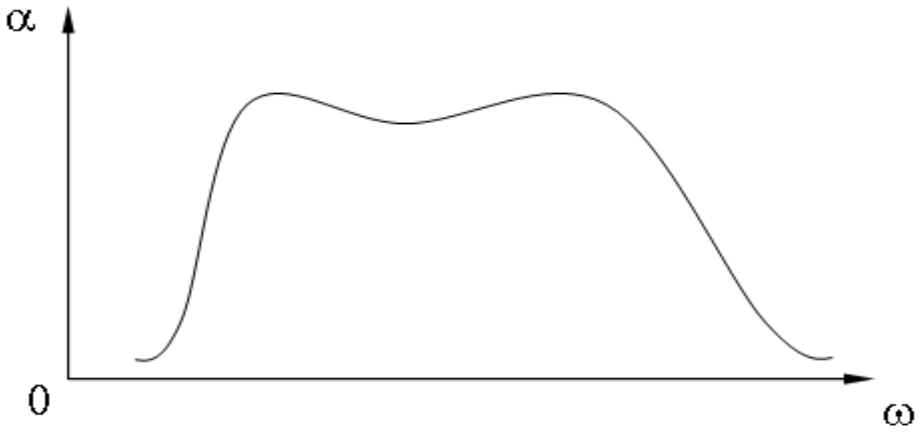


Рис.5.1.27

Спектри поглинання (спектри абсорбції). Такі спектри спостерігають тоді, коли пучок білого світла від джерела, що дає суцільний спектр, на шляху до спектроскопа проходить крізь шар газоподібного елемента чи пари металу (наприклад, водню, гелію чи натрію). Температура цього шару повинна бути нижча за температуру джерела світла, що

дає суцільний спектр. У цьому разі на фоні суцільного спектра видно темні лінії або смуги. Темні лінії на фоні неперервного спектра – це лінії поглинання, які в сукупності створюють **спектр поглинання**. Ці спектри використовуються для дослідження речовин, які не можна збудити шляхом електричного розряду або нагрівання до високих температур для отримання спектрів випромінювання. Наприклад, органічні речовини, як правило, руйнуються під дією високих температур, тому їх і досліджують за спектрами поглинання. В цьому випадку для отримання спектрів поглинання в спектральному приладі між джерелом світла та щілиною коліматора поміщають зразок або плоскопаралельну кювету з розчином досліджуваної речовини. Таким чином визначають молекулярний склад різних речовин. Спектр такого типу відкрив Фраунгофер ще в 19 ст. під час дослідження випромінювання Сонця. Фраунгофер встановив, що неперервний спектр випромінювання Сонця перетинається низкою темних ліній (їх називають **фраунгоферовими**). Ці лінії утворюються в результаті поглинання світлових хвиль з деякими довжинами хвиль в сонячній та земній атмосфері.

Поглинання світла речовиною підпорядковано закону Бугера-Ламберта, згідно з яким випромінювання інтенсивності I_o, що падає на тверде тіло, поглинається відповідно до закону:

$$I(x) = I_o(1-R)\exp(-\alpha x), \qquad (5.1.23)$$

де x - відстань від межі тіла до даної крапки уздовж променя, I_o –інтенсивність падаючого на тверде тіло світла, α- коефіцієнт поглинання (α^{-1} чисельно дорівнює товщині шару, в якому випромінювання ослабляється у е разів.

Коефіцієнт віддзеркалення (відбиття) R визначає частку випромінювання, що відбилася від межі розділу повітря - тверде тіло

$$R = IR/Io. \qquad (5.1.24)$$

У виразі (5.1.24) IR - інтенсивність відображеного світла.

Коефіцієнт поглинання а визначається ефективним перерізом $\sigma(h\nu)$ поглинання фотонів і концентрацією поглинаючих центрів N

$$\alpha(h\nu) = \sigma(h\nu)N. \qquad (5.1.25)$$

Залежність $\alpha(h\nu) = \sigma(h\nu)N$ називається спектром поглинання. Щоб обчислити $\alpha(h\nu) = \sigma(h\nu)N$ необхідно врахувати закони збереження енергії і імпульсу. Для грубої оцінки величини α припускають, що величина ефективного перерізу поглинання рівна площі геометричного перетину атома або дефекту ($\alpha \sim 10^{-17}$-10^{-16} см^2) для тих частот, які забезпечують виконання закону збереження енергії. Якщо поглинання здійснюється атомами основної речовини ($N \sim 10^{22}$ см$^{-3}$), то $\alpha \sim 10^5 - 10^6$ см$^{-1}$, що дає правильний порядок величини $\alpha(h\nu)$.

Для металів коефіцієнт поглинання має порядок 10^{10} см$^{-1}$. Це означає, що на відстані 10^{-10} см світло ослабляється в **е** = 2,73... раз, тобто метали практично непрозорі

для світла. Пояснюється це наявністю в металах вільних електронів, які під дією електричного поля світлової хвилі починають здійснювати коливальний рух. Якщо опір металу малий, то електрони майже повністю перевипромінюють отриману від світлової хвилі енергію (у срібла віддзеркалення досягає 99%). У металах з гіршою провідністю частка відбитої енергії менша, значна частина енергії світлової хвилі при цьому переходить в джоульове тепло (у заліза відбивається 30-40% енергії падаючої світлової хвилі). При збільшенні частоти світла ситуація змінюється: тонкі шари металів, абсолютно непрозорі для видимого світла стають прозорими для ультрафіолета.

Спектри люмінесценції. Люмінесценцією називають випромінювання світла тілами, що є надлишковим над тепловим. Люмінесценція може збуджуватись різними факторами; важливим є те, що таке випромінювання має тривалість більшу, ніж період коливань світлових хвиль, тобто більшу, а деколи на декілька порядків більшу, ніж 10^{-14}с. Люмінесценція – це нерівноважний процес; для її збудження потрібно передати речовині деякий запас енергії або, іншими словами, перевести її у збуджений (нерівноважний) стан. Речовини здатні люмінесцувати називаються люмінофорами. Люмінесценція відбувається в ІЧ, видимому та УФ діапазонах, в залежності від способу її збудження. Виникає вона як наслідок попереднього збудження атомів та молекул; має **квантовий характер**; пояснення механізму можливе з точки зору квантової механіки, що виходить за рамки нашого курсу. За типом збудження розрізняють: фотолюмінесценцію, хемілюмінесценцію, електролюмінесценцію, катодолюмінесценцію, радіолюмінесценцію, рентгенолюмінесценцію. За тривалістю свічення (післясвічення) її поділяють на флуоресценцію (короткочасне післясвічення з часами порядку 10^{-8} с - 10^{-10} с) та фосфоресценцію (довгочасне післясвічення).

Важливе відкриття відносно спектрів випромінювання та поглинання належить **Кірхгофу**. Він встановив, що будь-який елемент у газоподібному стані полинає світлові хвилі тієї ж довжини хвилі, які він і випромінює. Таким чином, газ поглинає найінтенсивніше світло саме тих довжин хвиль, які він випромінює в нагрітому стані (закон Кірхгофа).

Спектральний аналіз. Дослідження спектрів випромінювання та поглинання, а також спектрів люмінесценції є дуже ефективним методом якісного і кількісного аналізу складу речовини. Спектральний аналіз - це метод визначення хімічного складу речовини за її спектрами. Цей метод знайшов широке використання в науці та техніці. Головною перевагою методу є його надзвичайна чутливість, а також можливість визначити хімічний склад на великих відстанях. Таким методом можна виявити наявність домішки речовини, якщо її вміст не перевищує навіть мільярдної долі % в порівнянні з основною. З допомогою спектрального аналізу було встановлено хімічний склад зірок. Широко відомий історичний факт ідентифікації хімічного елементу гелію в спектрі поглинання світла сонячною короною до того, як цей елемент було знайдено в атмосфері Землі. Цей метод використовується в науці (спектроскопія), металургії, космонавтиці, при створенні нових матеріалів та виробництві чистих металів, в харчовій промисловості.

5.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 5 „ОПТИКА”

РОБОТА 5 - 1.
ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКА ЗАЛОМЛЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ МІКРОСКОПА

Мета роботи: вивчити принцип дії мікроскопа і за його допомогою визначити показник заломлення n скляної пластинки.

Прилади та обладнання: мікроскоп, скляна плоскопаралельна пластинка, мікрометр.

Обґрунтування методу вимірювання

Світловий промінь, який падає на межу поділу двох прозорих середовищ, частково відбивається, а частково заломлюється (рис.1).

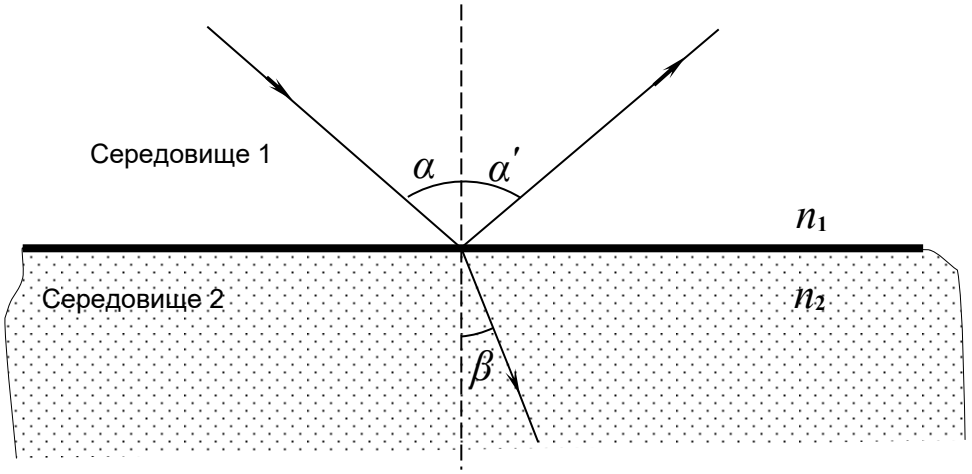


Рис. 1

Згідно з законом заломлення світла заломлений промінь лежить у площині падіння, а відношення синуса кута падіння α до синуса кута заломлення γ для двох даних середовищ з різною оптичною густиною є величиною сталою:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21} \ . \qquad (1)$$

Стала величина n_{21} називається **відносним показником заломлення другого середовища відносно першого.** Відносний показник заломлення n_{21} зв’язаний з абсолютними показниками першого і другого середовищ n_1 і n_2 співвідношенням:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \ . \qquad (2)$$

Абсолютним показником заломлення середовища називається величина n, яка вимірюється відношенням швидкості c світлових хвиль у вакуумі до їх фазової швидкості V у середовищі:

$$n = \frac{c}{V} \ . \qquad (3)$$

Оптична густина середовища характеризує залежність швидкості світла від природи середовища і вимірюється абсолютним показником заломлення. Оптична густина вакууму (повітря) дорівнює одиниці. Якщо предмет розглядати через плоскопаралельний шар прозорої речовини з більшою, ніж у повітря оптичною густиною, то зображення цього предмета спостерігається на відстані, ближчій до очей спостерігача, ніж сам предмет. Це явище використовується при вимірюванні показника заломлення скла.

На рис.2 показано як утворюється зображення світної точки O (мітка), яка знаходиться на нижній поверхні плоскопаралельної скляної пластинки. Зображення O_1 цієї точки спостерігається між нижньою і верхньою поверхнями пластинки. Це пояснюється заломленням світла на межі поділу “скло – повітря”. Промінь світла OA, пройшовши крізь пластинку, заломлюється і потрапляє в око спостерігача. Продовження заломленого променя (показано штриховою лінією) на перетині з променем OB дає уявну точку O_1. Ця точка знаходиться на відстані d_1 – уявній товщині пластинки.

З рис.2 видно, що $d_1 < d$, де d – дійсна товщина пластинки, а

$$tg\alpha = AB/d_1, \qquad tg\gamma = AB/d.$$

При малих кутах α і γ значення їх тангенсів можно замінити на синуси цих кутів:

$$tg\alpha \cong \sin\alpha, \qquad tg\gamma \cong \sin\gamma.$$

Таким чином, із закону заломлення і рис.2 випливає, що

$$n \equiv n_{21} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \cong \frac{tg\alpha}{tg\gamma} = \frac{d}{d_1},$$

тобто

$$n = \frac{d}{d_1} \qquad (4)$$

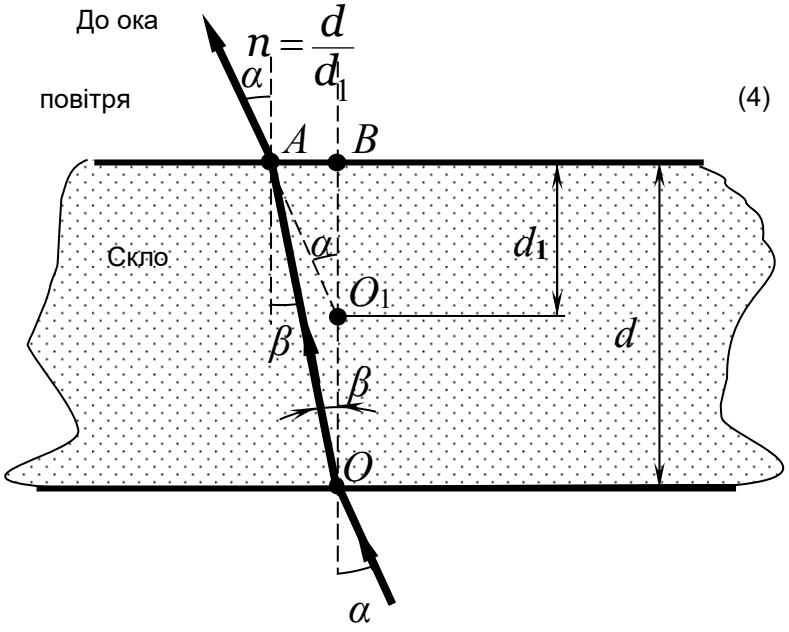


Рис. 2

Як бачимо, визначення показника заломлення n скла зводиться до вимірювання дійсної d і уявної d_1 товщини пластинки.

Порядок виконання роботи

1. Заносять до таблиці ціни поділок мікрометра (c =0,01 мм/под) і мікрометричного гвинта мікроскопа $(c_1$ =0,0028 мм/под $\cong$ 0,003 мм/под$)$.

2. Вимірюють мікрометром дійсну товщину d скляної пластинки не менше трьох разів. Результати заносять до таблиці.

3. Готують мікроскоп:

- за допомогою освітлювального дзеркала домагаються рівномірного освітлення поля зору (дивляться в окуляр і повертають дзеркало);

- обертають мікрометричний гвинт мікроскопа проти годинникової стрілки до крайнього положення (обертати слід плавно, без зусилля, щоб не зірвати різьбу);

- обертаючи мікрометричний гвинт кремальєри за годинниковою стрілкою, опускають трубу мікроскопа вниз.

4. Наносять на поверхню скляної пластинки чорнильну мітку.

5. Кладуть пластинку на предметний столик мікроскопа міткою ***догори*** і намагаються отримати різке її зображення, обертаючи макрогвинт проти годинникової стрілки. Забороняється опускати тубус, спостерігаючи в окуляр, бо при цьому можна пошкодити об'єктив і об'єкт.

6. Повертають пластинку міткою ***вниз.*** Добиваються різкого зображення мітки, обертаючи мікрометричний гвинт за годинниковою стрілкою. Визначають число поділок, на яке при цьому повертається гвинт. Перемноживши одержане число поділок на ціну поділки, визначають уявну товщину d_1. Вимірювання повторюють не менше трьох разів. Результати заносять до таблиці.

Таблиця

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	d, мм	d_1, мм	n
	c=	c=	
1 2 3			–
$< x >$			
$\Delta_c,\ P_c = 1$			–
$\overset{\circ}{\Delta},\ \overset{\circ}{P} = 0{,}95$			–

$\Delta,\ P \geq 0{,}95$			
$\varepsilon = \dfrac{\Delta}{< x >}$			

7. Використовуючи формулу (4), за середніми значеннями $< d >$ і $< d_1 >$ розраховують показник заломлення $< n >$ пластинки.

8. Розраховують довірчі границі і відносні похибки прямих і непрямих вимірювань при заданих довірчих ймовірностях. У даній роботі

$$\varepsilon_n = \varepsilon_d + \varepsilon_{d_1}, \qquad \Delta_n = < n > \cdot \varepsilon_n .$$

Запитання для самоконтролю

1.Назвіть основні експериментальні закони геометричної оптики, сформулюйте їх і поясніть.

2.Який фізичний зміст абсолютного і відносного показників заломлення?

3.Нарисуйте хід променів у мікроскопі, поясніть зображення, дане об'єктивом і окуляром.

4.Поясніть, чому уявна товщина скляної пластинки менша за істинну.

5.Опишіть розвиток уявлень про природу світла.

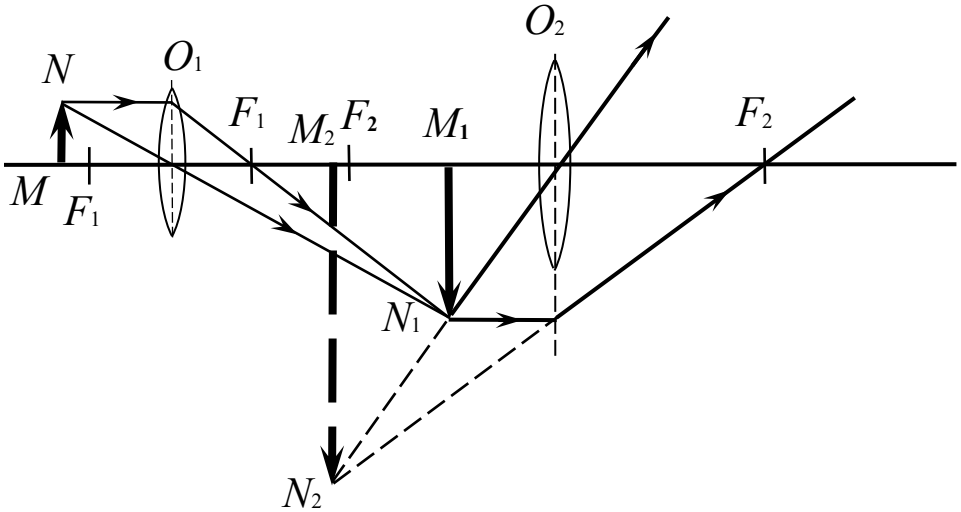
6.Який діапазон довжин хвиль видимого світла?

7.Поясніть залежність швидкості світла від фізичних характеристик середовища.

Додаток до роботи 5.1

Хід променів у мікроскопі

Мікроскоп – оптична система, що складається в найпростішому випадку із короткофокусної збиральної лінзи (об'єктива) O_1 і довгофокусної збиральної лінзи (окуляра) O_2. Хід променів у мікроскопі показано на рис.3.



Буквами F_1 і F_2 позначено фокуси об'єктива та окуляра. Об'єкт MN розміщують поблизу фокальної площини об'єктива на відстані трохи більшій за фокусну. Об'єктив дає дійсне, обернене і збільшене зображення M_1N_1, яке знаходиться в фокусі або майже в фокусі окуляра. При цьому окуляр використовується як лупа і дає уявне збільшене зображення M_2N_2 об'єкта на відстані найкращого бачення для очей.

РОБОТА 5 - 2

ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКА ЗАЛОМЛЕННЯ І КОНЦЕНТРАЦІЇ СУХИХ РЕЧОВИН У РОЗЧИНАХ ЗА ДОПОМОГОЮ РЕФРАКТОМЕТРА

Мета роботи: вивчити принцип роботи рефрактометра; навчитись визначати показник заломлення n і концентрацію C розчинів сахарози; встановити залежність між цими величинами.

Прилади та обладнання: рефрактометр, досліджувані розчини сахарози, піпетка, фільтрувальний папір.

Визначення процентного вмісту твердих речовин у розчинах, наприклад вмісту цукру в цукровому буряку, кількості розчинених сухих речовин у соках фруктів, овочів тощо, має велике практичне значення.

Відомо, що вміст розчинених речовин у розчинах (концентрація розчину C) пов'язаний з їх показником заломлення n, який залежить від концентрації розчину.

Прилади для вимірювання показника заломлення у твердих, рідких і газоподібних тілах називаються рефрактометрами.

Принцип дії рефрактометра для визначення показника заломлення рідин і концентрації розчинів побудований на явищі повного внутрішнього відбиття.

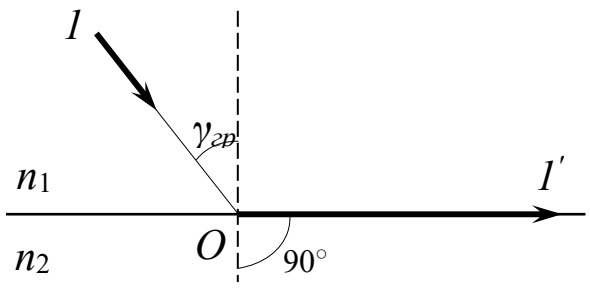


Рис. 1

Повне внутрішнє відбиття має місце при переході світлового променя із оптично більш густого середовища n_1 в оптично менш густе середовище n_2 ($n_1 > n_2$). При граничному куті падіння $\gamma_{гр}$ заломлений промінь $O1'$ ковзає вздовж поверхні поділу цих середовищ (рис.1).

Якщо промінь $O1'$ піде в зворотному напрямку (із оптично менш густого середовища n_2 в оптично густіше n_1), то на основі **принципу оборотності світлових**

променів картина залишається такою ж: падаючий і заломлений промені лише поміняються ролями. Для ковзаючого променя в точці O маємо:

$$\sin \gamma_{гр} = \frac{n_2}{n_1} . \qquad (1)$$

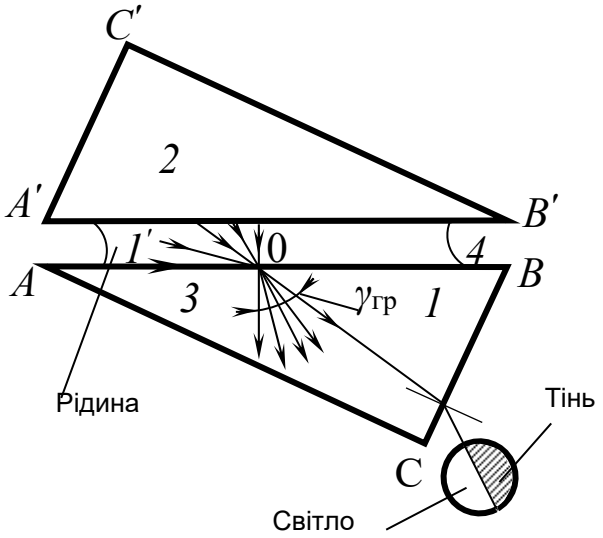


Рис. 2

Основною частиною рефрактометра (зовнішній вигляд якого наведено на рис.3) є дві призми $A'B'C'$ і ABC (рис.2), виготовлені із скла з великим показником заломлення ($n \cong 1{,}7$).

Між призмами вводиться декілька крапель досліджуваної рідини. При опусканні верхньої призми на нижню вони розпливаються тонким шаром по поверхні AB. У випадку прозорої рідини світло спрямовується в рефрактометр через віконце 1 (рис.3). Далі воно потраляє на матову грань $A'B'$ освітлювальної призми. Розсіяне на цій поверхні світло проходить через плоскопаралельний шар досліджуваної рідини 4 (рис.2 і рис.3) і під різними кутами (в межах від 0° до 90°) падає на діагональну грань AB нижньої призми. Промінь, кут падіння якого 90° (ковзаючий промінь $O1'$), у призмі заломиться під граничним кутом $\gamma_{гр}$ повного внутрішнього відбиття. Всі інші промені, що падають на грань AB під кутом, меншим 90°, заломляться у призмі під кутом меншим $\gamma_{гр}$.

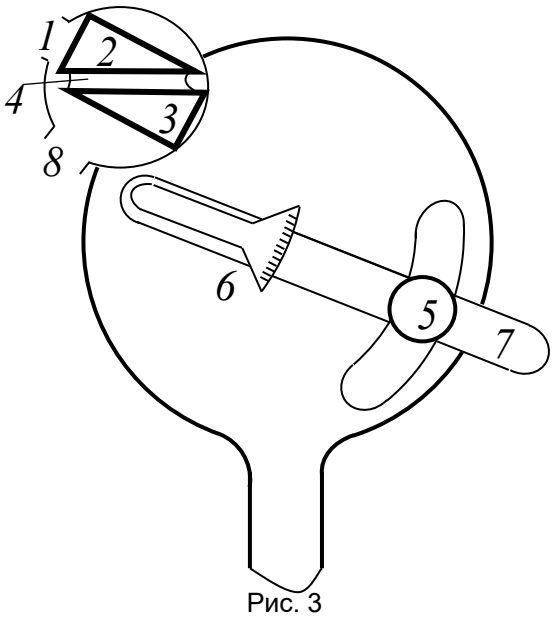


Рис. 3

Отже положення межі світло-тіні поля зору залежить від граничного кута $\gamma_{гр}$ і визначається виразом:

$$\sin \gamma_{гр} = \frac{n}{n_c}, \qquad (2)$$

де n – показник заломлення розчину; n_c – показник заломлення призми.

Показник заломлення призми n_c – величина стала, тому положення межі світло-тіні визначається лише показником заломлення розчину n, який, у свою чергу, однозначно пов'язаний з концентрацією C розчину. Це дозволяє створити шкалу (рис.4) не тільки для визначення показника заломлення n розчину, а і для визначення концентрації C сухих речовин у розчині.

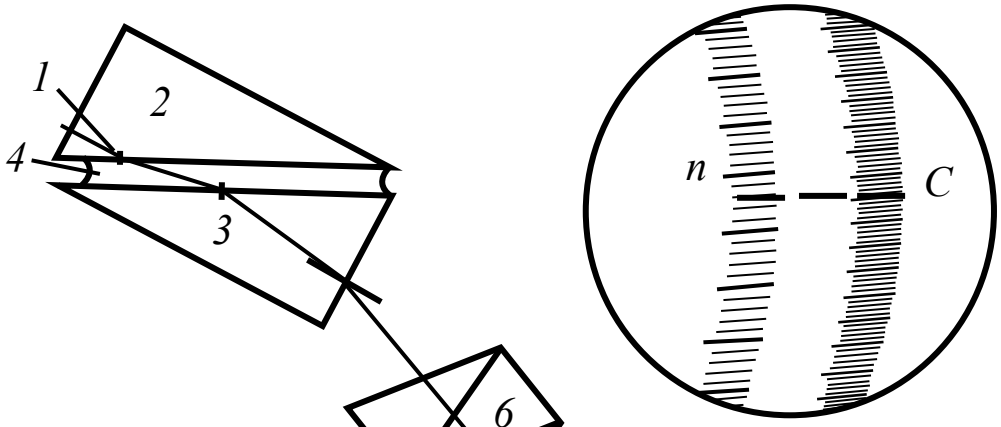


Рис. 4

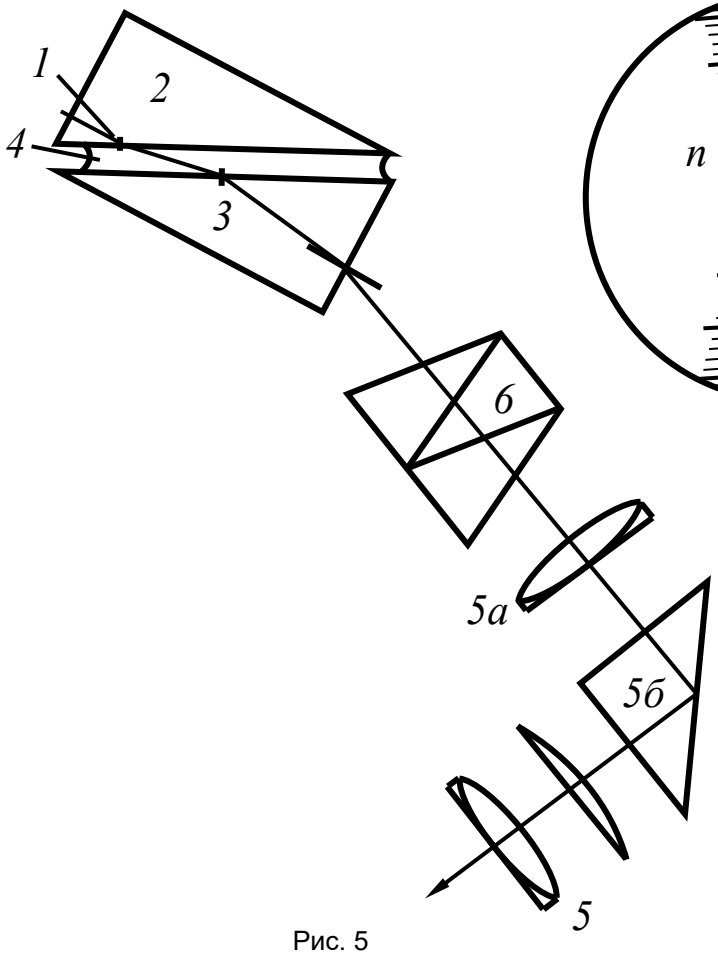


Рис. 5

Позначення на цих рисунках:

1 – віконце для освітлення з боку рідини; *2* – відкидна призма, що притискує рідину *4* до нижньої призми *3*; *5* – окуляр; *5а* – об'єктив; *5б* – поворотна призма зорової

труби; 6 – компенсаційна призма, яка обертається. Призма 6 дозволяє компенсувати дисперсію призм та розчину і працювати з джерелом білого світла. Без такої призми межа поділу світло-тіні була б різнобарвною і нечіткою, що значно знижувало б точність вимірів.

Порядок виконання роботи

1. Рисують табл. 1, в яку заноситимуться результати вимірів.

2. Освітлювальне віконце 1 рефрактометра (рис.3) розміщують біля джерела природного світла (вікна).

3. Відхиляють верхню призму 2 (рис.3). Піпеткою або оплавленою скляною паличкою наносять на поверхню призми 3 п'ять – шість крапель дистильованої води 4 і опускають призму 2 на своє місце. При цьому рідина рівномірно суцільним тонким шаром розподіляється між призмами.

4. Дивляться в окуляр 5 (рис.3) і, обертаючи його, настроюють зорову трубу до чіткого зображення шкали (рис.4).

5. У табл. 1 записують ціни поділок, відмічені відповідно на шкалі показника заломлення (зліва) і на шкалі концентрації (справа).

6. Дивляться в окуляр 5 (рис.3) і повертають ручку 6 компенсатора доти, поки не буде видно чіткого розділення межі "світло – тінь".

7. Дивляться в окуляр 5 і повертають ручку 7 (рис.3) доти, поки три поперечні риски (рис.4) не збігатимуться з межею розділення "світло – тінь".

8. Проти трьох рисок на шкалі зліва читають значення показника заломлення n, а на шкалі справа – концентрацією C. Для дистильованої води при t=20°С n=1.333; C=0.0%.

Результати записують до таблиці.

9. Відхиляють верхню призму 2 і фільтрувальним папером промокають вологу на її поверхні та поверхні призми 3.

Щоб не пошкрябати поверхні призм, рідину треба обов'язково лише промокати, а не витирати.

10. Наносять на призму 3 п'ять – шість крапель досліджувального розчину й опускають призму 2 на своє місце.

Виконавши пункти 6, 7, 8, визначають показник заломлення n і концентрації C. Так проводять дослідження 6 – 7 розчинів.

11.Вимірюють та записують значення кімнатної температури t. При $t \neq$20°С, відповідно до таблиці, що представлена в додатку, до одержаного значення концентрації

C вводиться поправка ΔC. Якщо поправка ΔC менша за ціну поділки шкали, то нею можна знехтувати.

12.Будують графік залежності n від C'.

13.Аналізують характер одержаної залежності між n і C'.

Таблиця

№ п/п	Результати прямих вимірювань			Температурна поправка	Результати непрямих вимірювань
	n	C,%	t, °C	ΔC,%	$C' = C \pm \Delta C$,%
	$c=$	$c=$	$c=$	–	–
1 2 3 4 5 6					

Запитання для самоконтролю

Запишіть і сформулюйте закони заломлення світла, дайте пояснюючий рисунок.

Поясніть явище повного внутрішнього відбиття світла; укажіть, де воно використовується; одержіть вираз для граничного кута падіння променів.

Поясніть принцип дії світловоду.

Поясніть принцип роботи рефрактометра.

Що таке дисперсія світла? Поясніть її причину.

РОБОТА 5 - 3

ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ СВІТЛОВОЇ ХВИЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ КІЛЕЦЬ НЬЮТОНА

Мета роботи: вивчити закономірності явища інтерференції світла; визначити довжину світлової хвилі, вимірюючи діаметри кілець Ньютона.

Прилади та обладнання: пристрій для одержання кілець Ньютона, вимірювальний мікроскоп, джерело монохроматичного світла.

Кільця Ньютона

Якщо на скляну пластинку покласти збирну лінзу (рис. 1, а), то у відбитому світлі спостерігаються концентричні кільця (кільця Ньютона), що оточують темну пляму з центром у точці дотику лінзи і пластинки (рис. 1, б). При використанні монохроматичного

світла спостерігаються лише темні і світлі кільця, якщо ж світло біле – кільця різнобарвні. Кільця Ньютона утворюються внаслідок інтерференції світлових хвиль, відбитих від верхньої і нижньої границь повітряного прошарку між лінзою і скляною пластинкою.

В даній роботі для їх отримання використовують плоскоопуклу лінзу з великим радіусом кривизни R. Світло від лампи розжарення проходить через світлофільтр $Ф$ (рис. 2) і, відбиваючись від напівпрозорої пластинки $П$, освітлює плоску поверхню лінзи. Інтерференційну картину (кільця Ньютона) у відбитому світлі спостерігають у мікроскопі (на рис. 2 позначення $Об$ – об'єктив мікроскопа)

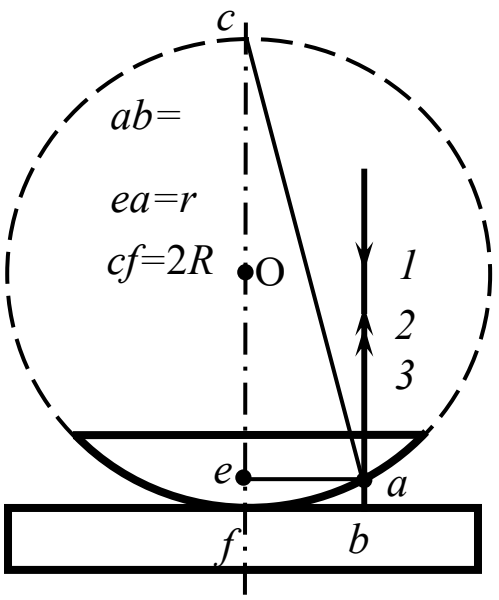


Рис. 1а

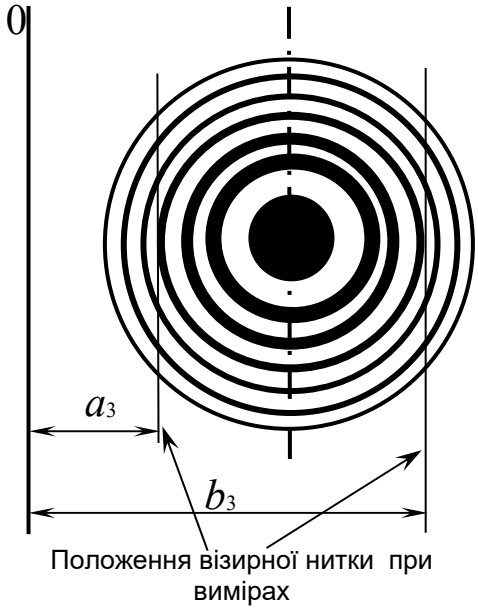


Рис. 1 б

Утворення кілець Ньютона пояснюється на рис. 1, а і рис. 3. Промені, відбиті від верхньої і нижньої границь повітряного прошарку – наприклад, промені 2 і 3, що виникають при відбиванні променя 1 від точок a і b – є когерентними, оскільки мають спільне походження: вони виникли **з одного і того ж** променя 1. Тому при накладанні у точці їх зустрічі (точка P на рис. 3 або точка a на рис. 1, а), розташованої поблизу опуклої поверхні лінзи, промені 2 і 3 інтерферують. При великому радіусі R кривизни лінзи промені 1, 2 і 3 поширюються практично вздовж однієї прямої, як це зображено на рис. 1, а. Геометрична різниця ходу променів 2 і 3 дорівнює $2h$, де $h = ab$ – товщина повітряного прошарку в місці падіння променя1.

Інтерференційний ефект, що спостерігається у точці a, залежить від того, скільки довжин хвиль λ укладається на відстані $2h$. Геометричним місцем точок, щовідповідають однаковій товщині h повітряного прошарку, є коло. Тому в даному досліді лінії однакової інтенсивності світла – інтерференційні смуги – мають вигляд концентричних кілець.

Як показують теорія і досвід, при відбитті від середовища з більшою оптичною густиною (тобто з більшим показником заломлення, в нашому випадку – від скла) фаза коливань електричного вектора світлової хвилі змінюється стрибком на π; це рівнозначно додатково пройденій відстані $\lambda / 2$. Таке явище називають “втратою півхвилі”. Внаслідок “втрати півхвилі” промені 2 і 3 при виконанні умови

$$2h = k\lambda$$

мають протилежні фази і при накладанні гасять один одного. З врахуванням “втрати півхвилі” умови максимумів і мінімумів при інтерференції променів 2 і 3 мають вигляд:

умова максимумів $-2h = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$,

$k = 1,\ 2,\ 3...;$ (1)

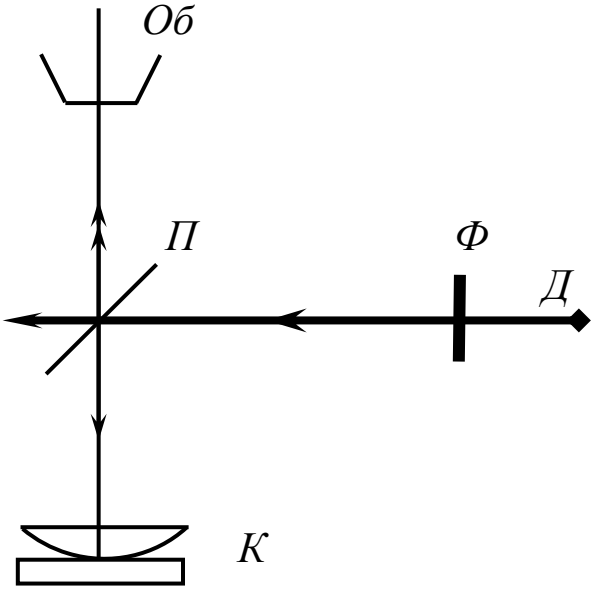


Рис. 2

умова мінімумів $-2h = 2k\frac{\lambda}{2}$,

$k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,....$ (2)

У місці щільного дотикання лінзи і скляної пластинки товщина h повітряного прошарку є набагато меншою довжини хвилі світла, тобто $h << \lambda$. Тут результат інтерференції визначається фактично лише “**втратою півхвилі“,** тому центральна пляма завжди темна.

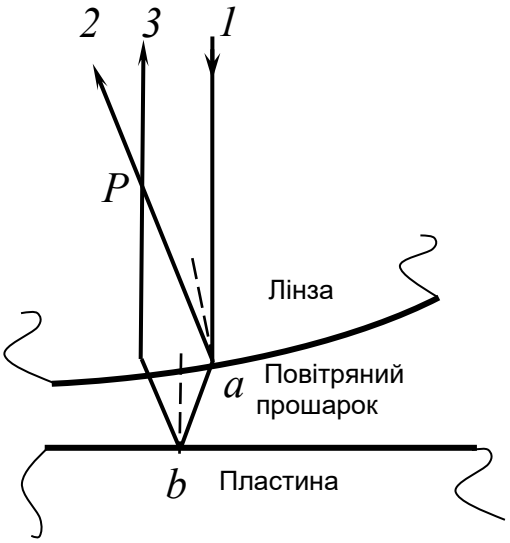


Рис. 3

Радіус r інтерференційного кільця можна визначити із подібності трикутників aef і ace (рис. 1, а). Якщо ввести позначення $ef = ab = h$, $ae = r$ і $cf = 2R$, то

$$\frac{h}{r} = \frac{r}{2R - h};$$

отже,

$$r^2 = (2R - h) \cdot h. \qquad (3)$$

Підставляючи у формулу (3) значення h, яке відповідає умові максимумів (1), і беручи до уваги, що $2R >> h$, одержимо співвідношення для визначення радіусів $r_k = r_k^{\max}$ світлих кілець:

$$(r_k^{\max})^2 = (k - \frac{1}{2}) \cdot \lambda \cdot R, \qquad k = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (4)$$

Аналогічно, використовуючи умову мінімумів (2), одержуємо співвідношення для визначення радіусів $r_k = r_k^{\min}$ темних кілець:

$$(r_k^{\min})^2 = k\lambda R, \qquad k = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (5)$$

Тут $k = 0$ відповідає центральній темній плямі.

Відповідно для діаметрів $d_k^{\max} = 2r_k^{\max}$ і $d_k^{\min} = 2r_k^{\min}$ світлих і темних кілець знаходимо:

$$(d_k^{\max})^2 = 4(k - \frac{1}{2}) \cdot \lambda \cdot R, \qquad (4a)$$

$$(d_k^{\min})^2 = 4k \cdot \lambda \cdot R. \qquad (5a)$$

У даній роботі при обробці експериментальних даних використовують графічний метод. Згідно з формулами (4а) і (5а) квадрат діаметра інтерференційного кільця (як темного, так і світлого) лінійно залежить від номера кільця k. При цьому коефіцієнт пропорційності A (кутовий коефіцієнт) обох залежностей визначається за формулою:

$$A = 4\lambda \cdot R. \qquad (6)$$

Вимірявши діаметри кілець, будують графік залежності $(d_k^{\max})^2$ або $(d_k^{\min})^2$ від k, який має бути прямою лінією.

Визначене за цим графіком значення A підставляють у формулу (6) і знаходять довжину світлової хвилі λ:

$$\lambda = \frac{A}{4R} \qquad (7)$$

Згідно з формулою (4) радіус k-го світлого кільця залежить від довжини світлової хвилі:

$$r_k^{\max} \sim \sqrt{\lambda}.$$

Тому при одному і тому ж k різним довжинам хвиль, тобто різним кольорам, відповідають кільця різних радіусів. Цим і пояснюється те, що інтерференційні кільця, утворені при використанні білого світла, є різнобарвними.

Порядок виконання роботи

1. Готують таблицю для запису результатів вимірювань.

Таблиця

$x \equiv k$	a_k, мм	b_k, мм	$d_k^{\min} = b_k - a_k$, мм	$y = (d_k^{\min})^2$, мм^2
	c =	c=	-	-
– 7 6 5 4 3 2 1				

2. Вмикають джерело світла. Переміщують предметний столик до появи в полі зору мікроскопа інтерференційних кілець. Обертаючи окуляр мікроскопа, добиваються чіткого зображення кілець.

3. Заносять до таблиці ціну поділки шкали барабана вимірювальної каретки мікроскопа, c = 0,01 мм.

4. Обертають барабан вимірювальної каретки і наводять візирну нитку окуляра на середину лівого краю 7-го або 6-го темного інтерференційного кільця. Записують до таблиці номер k цього кільця і значення a_k на шкалі барабана, що відповідає даному положенню візирної нитки.

5. Пересуваючи вимірювальну каретку до темної плями, послідовно виконують вимірювання a_k для решти кілець по перше кільце включно.

6. Продовжують пересувати вимірювальну каретку в тому ж напрямку, наводять візирну нитку на середину правого краю першого, потім другого і наступних темних кілець (аж до 7-го кільця включно) і заносять до таблиці відповідні значення b_k. Рис. 1, б ілюструє зняття вимірів a_k і b_k для третього (k = 3) темного кільця.

7. Обчислюють діаметри $d_k^{\min} = b_k - a_k$ темних кілець, їх квадрати $(d_k^{\min})^2$ і результати заносять до таблиці.

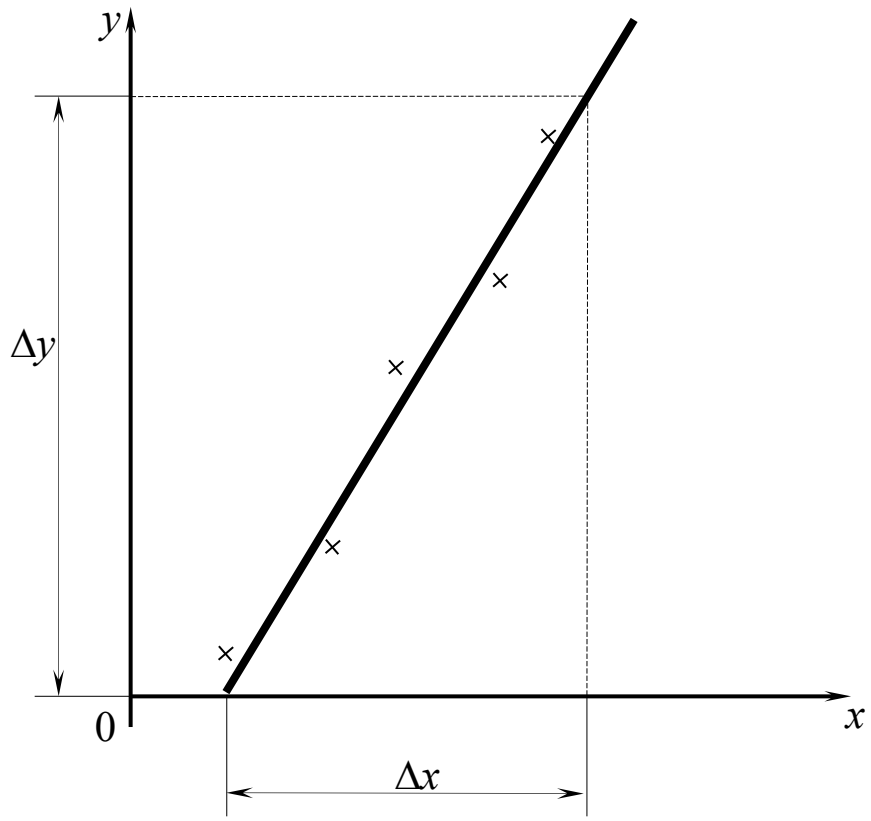


Рис. 4

8. Будують графік функції $y = Ax$, де $y = (d_k^{\min})^2$, $x = k$ (рис. 4).

Пряму лінію проводять так, щоб з обох боків від неї було приблизно однакове число експериментальних точок. Визначають кутовий коефіцієнт *A* за формулою:

$$A = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

9. Визначають довжину хвилі $< \lambda >$ за формулою (7) (значення R вказано на лінзі) і виражають її в метрах і у нанометрах.

10.Визначають відносну систематичну похибку вимірювання довжини хвилі за формулою:

$$\varepsilon_\lambda = 4\frac{C}{d} + \frac{\Delta R}{R}$$

(при цьому враховують, що c =0,01 мм, ΔR = 5 мм) і довірчу границю систематичних похибок за формулою:

$$\Delta_\lambda = < \lambda > \cdot \varepsilon_\lambda ;$$

записують результат вимірювання довжини хвилі у стандартній формі.

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Запишіть рівняння хвилі і поясніть зміст позначень; підкресліть фазу хвилі.

2. Як зв’язані між собою різниця фаз і різниця ходу хвиль?
3. Які хвилі називаються когерентними?
4. У чому суть явища інтерференції хвиль?
5. Сформулюйте умови максимумів і мінімумів при інтерференції.
6. Поясніть, чому випромінювання двох незалежних джерел світла не дає інтерференційної картини.
7. Поясніть, у чому полягає загальний принцип отримання когерентних джерел світла, і наведіть приклади інтерференційних схем.
8. Поясніть механізм утворення кілець Ньютона і наведіть інші приклади інтерференційних смуг рівної товщини.

РОБОТА 5 - 6

ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ СВІТЛОВОЇ ХВИЛІ
ЗА ДОПОМОГОЮ ДИФРАКЦІЙНОЇ РЕШІТКИ

Мета роботи: вивчити закономірності явищ інтерференції і дифракції світла, визначити граничні довжини хвиль видимого світла у червоній і фіолетовій областях за допомогою дифракційної решітки.

Прилади та обладнання: оптична лава, на якій встановлено джерело світла $Л$ (лампа розжарення), екран $Е$ з щілиною $Щ$ та дифракційна решітка $Д$.

Для спостереження дифракційної картини в даній роботі використовують схему зображену на рис.1.

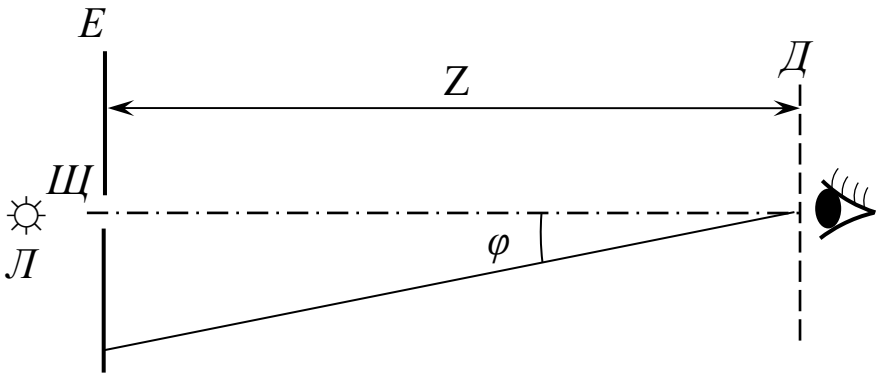


Рис. 1

Перед джерелом світла $Л$ (лампою розжарювання) розміщують екран $Е$, в центрі якого є вертикальна щілина $Щ$. Дифракційна решітка встановлюється між екраном та оком спостерігача так, щоб її штрихи були паралельні щілині $Щ$. Дифракційна картина проектується кришталиком на сітчатку ока, куди одночасно проектується і зображення міліметрової шкали, розміщеної на екрані в площині щілини. Складається враження, що дифракційний спектр розміщений на поверхні шкали. Але це не так, у площині шкали спектра немає. В цьому легко переконатись, розглянувши її збоку.

В площині шкали розміщено тільки уявне зображення, яке є повною копією дифракційного спектра.

Дифракційний спектр складається з центральної білої смуги і розміщених симетрично від неї максимумів першого, другого і більш високих порядків. Для розрахунків довжини хвилі λ будь-якої лінії у дифракційному спектрі використовується формула дифракційної решітки (рис.2). Вона визначає напрямок головних максимумів у дифракційній картині решітки:

$$d \sin \varphi = n\lambda . \qquad (1)$$

З формули решітки (1) випливає, що

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{n}, \qquad (2)$$

де d – період гратки; n – порядок спектра; φ – кут дифракції (див. рис.1,2). При малих його значеннях

$$\sin \varphi \cong tg\varphi = \frac{l}{z}, \qquad (3)$$

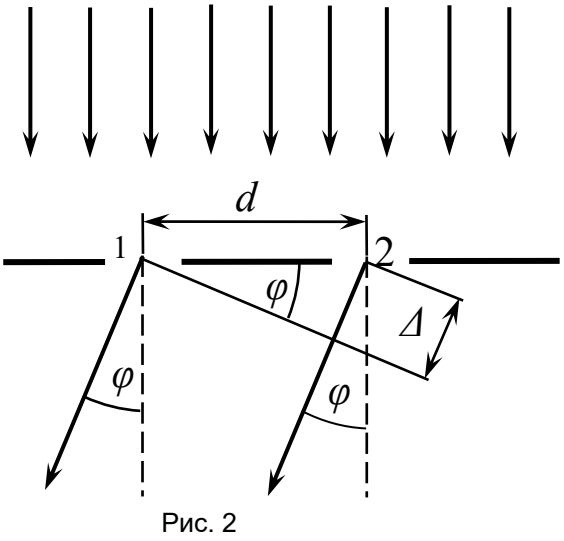


Рис. 2

де l – відстань від центрального максимуму до лінії в уявному спектрі; z – відстань від решітки до щілини.

Використовуючи останній вираз (3), отримаємо робочу формулу для визначення довжини хвилі:

$$\lambda = \frac{l \cdot d}{n \cdot z} \qquad (4)$$

Нами раніше детально розглянуто проходження світла через дифракційну решітку та отримано формулу головних максимумів дифракційної решітки:

$$d \sin \varphi = n\lambda \ . \qquad (5)$$

Виконання умови (5), наприклад для першої і другої щілин, автоматично означає виконання його для другої і третьої, третьої і четвертої щілин і т. д., тобто для всієї решітки в цілому. Тому формулу (5) називають **формулою дифракційної решітки.** Ціле число n у формулі (5) називається **порядком максимумів**, оскільки воно визначає порядковий номер максимуму, відрахованого від центра екрана (не рахуючи центрального, $n = 0$)

Порядок виконання роботи

1. Рисують таблицю.

2. Визначають постійну решітки за формулою $d = \frac{1}{N}$, де N - кількість штрихів, нанесених на 1 мм поверхні гратки (вказана на корпусі решітки). Наприклад, якщо $N = 100$, то d = 0,01 мм; при цьому $\Delta d = 5 \cdot 10^{-5}$ мм і $\varepsilon_d = 0{,}005$.

Джерело світла, щілину, дифракційну решітку та око розміщують на одній оптичній осі (див. рис.1.).

Таблиця

№ n/n	Задані величини		Результати прямих вимірювань			Результати непрямих вимірювань			
						Червоне світло		Фіолетове світло	
	d,м	n	z,м	$l_ч$,м	$l_ф$,м	$\frac{<l>}{<z>}$	$\lambda_ч$,м	$\frac{<l>}{<z>}$	$\lambda_ф$,м
	$c=$	$c=$	$c=$	$c=$	$c=$	–	–	–	–
1. 2. 3. 4. 5. 6.		–	0	0	0	–	–	–	–
$< x >$		2	–	–	–				
Δ_C									
ε									

3. Визначають постійну решітки за формулою $d = \frac{1}{N}$, де N - кількість штрихів, нанесених на 1 мм поверхні гратки (вказана на корпусі решітки). Наприклад, якщо $N = 100$, то d = 0,01 мм; при цьому $\Delta d = 5 \cdot 10^{-5}$ мм і $\varepsilon_d = 0{,}005$.

Джерело світла, щілину, дифракційну решітку та око розміщують на одній оптичній осі у послідовності, вказаній на рис.5. розд. 5.1 на с. 20.

4. Розглядають спектри другого порядку. Заносять у таблицю значення $n = 2$, ціни поділок шкал для виміру відстані z і l.

5. Визначають графічним методом відношення l/z для червоної границі видимого спектра. Для цього, змінюючи відстань z від нуля до кількох десятків сантиметрів, використовуючи шкалу екрана, вимірюють відстань $l_ч$ від центра дифракційної картини до червоного краю спектра другого порядку (лівого чи правого). Червоний край шукають в області, де на нього накладається фіолетова частина спектра

третього порядку. Дані записують у вищенаведену таблицю і наносять у вигляді точок на координатній площині, де по осі ординат відкладають значення l, а по осі абсцис – значення z. Графік залежності l від z повинен бути прямою лінією, яка проходить через початок координат ($z = 0$, $l = 0$), оскільки величини l і z при незмінному куті φ (рис.1) пропорційні один одному. Лінію проводять так, щоб відхилення точок від лінії було якнайменшим. Окремі експериментальні точки можуть не потрапляти на пряму лінію через наявність похибок вимірювання. Середнє значення відношення l/z знаходять, визначаючи координати крайньої правої точки побудованого графіка. Значення цих координат позначають через $< l >$ та $< z >$ і вносять у таблицю. Величина відносної похибки $\varepsilon_{l/Z} = \varepsilon_l + \varepsilon_Z = \frac{\Delta_l}{< l >} + \frac{\Delta_Z}{< z >}$. Вона є мінімальною, тому що для крайньої правої точки графіка мають місце максимальні значення l і z.

6. Підраховують довжину хвиль $\lambda_ч$ червоної границі видимого світла, підставляючи у формулу (4) замість l/z значення $\frac{< l >}{< z >}$, при цьому всі величини приводять до системи CI. Кінцевий результат виражають у нанометрах, враховуючи, що 1нм = 10^{-9}м.

7. Визначають похибки вимірів:

$$\varepsilon_\lambda = \varepsilon_d + \varepsilon_{l/z} = \varepsilon_d + \frac{\Delta_l}{< l >} + \frac{\Delta_Z}{< z >},$$

$$\Delta_\lambda = < \lambda > \cdot \varepsilon_\lambda$$

8. Повторюють виміри і розрахунки пп. 5-7 для фіолетової границі видимого спектра.

9. Порівнюють отримані в експерименті значення довжин хвиль червоної і фіолетової границь видимого спектра з табличними величинами.

Запитання для самоконтролю

1. Які хвилі називаються когерентними? Які способи отримання когерентних джерел світла вам відомі?

2. Яку відстань називають геометричною різницею ходу? Що називається фазою хвиль? Запишіть зв'язок між різницею фаз і різницею ходу хвиль.

3. У чому полягає явище інтерференції хвиль? Сформулюйте умови максимумів і мінімумів при інтерференції.

4. У чому полягає явище дифракції? Як воно пов'язане з явищем інтерференції?

5. Сформулюйте принцип Гюйгенса-Френеля і поясніть за його допомогою дифракційну картину, отриману від решітки.

6. Як побудована дифракційна решітка? Що називають постійною решітки? Виведіть формулу решітки.

7. Чим відрізняється дифракційний спектр від дисперсійного?

8. Де використовуються дифракційні решітки?

РОБОТА 5 - 7

ПЕРЕВІРКА ЗАКОНУ МАЛЮСА

Мета роботи: ознайомитися на досліді з явищем поляризації світла; перевірити на досліді закон Малюса; ознайомитись із способами одержання поляризованого світла та його застосуванням.

Прилади та обладнання: оптична лава, на якій встановлено освітлювач O, два поляроїди $П$ і A, фотоелемент $Ф$ з мікроамперметром.

У цій роботі поляризацію світла спостерігають за допомогою установки, схема якої наведена на рис. 1.

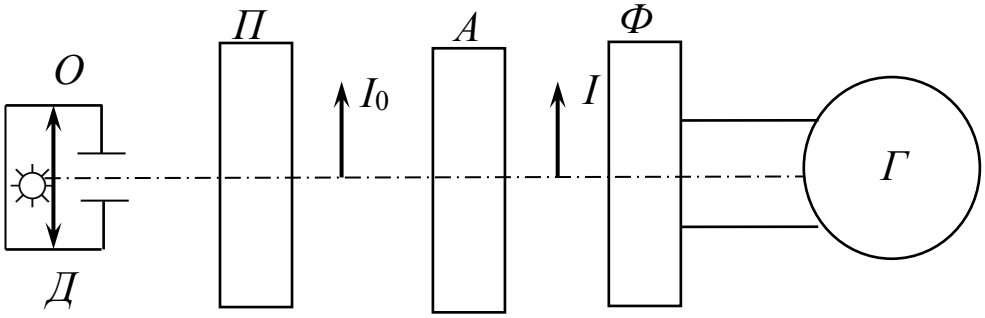


Рис. 1

Природне світло від освітлювача O, проходячи крізь перший поляроїд $П$ (поляризатор), перетворюється в плоскополяризоване світло з інтенсивністю I_0. Неозброєним оком неможливо відрізнити поляризоване світло від природного. Тому для спостереження поляризованого світла за поляризатором $П$ встановлено другий поляроїд A (аналізатор). Його можна повертати навколо напрямку розповсюдження поляризованого променя. Кут α, на який буде повернуто аналізатор A, читають на круговій шкалі. При обертанні аналізатора інтенсивність I світла, що пройшло крізь нього, періодично змінюється. Двічі за один оберт інтенсивність досягає свого максимального значення $(I = I_0)$ і двічі зменшується до нуля $(I = 0)$. У цьому проявляється ***закон Малюса***, згідно якого: інтенсивність I світла, яке пройшло через систему поляризатор–аналізатор, пропорційна квадрату косинуса кута α між напрямками пропускання світла поляризатора та аналізатора:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha . \qquad (1)$$

Співвідношення (1) можна записати як

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2 \alpha , \qquad (1а)$$

тобто у вигляді лінійної функції $f = f(x)$; тут $f = \frac{I}{I_0}$, а $x = \cos^2 \alpha$.

Графік цієї функції наведено на рис.2 .Для перевірки закону Малюса використовується явище фотоефекту: світло, що пройшло крізь систему поляризатор-аналізатор, потрапляє на фотоелемент Φ (рис.1) і викликає появу фотоструму i, який вимірюється мікроамперметром Γ.

Через те, що дослід проводитья в незатемненому приміщенні, крім світла, що пройшло систему поляризатор-аналізатор, на фотоелемент падає ще і стороннє розсіяне світло. Воно викликає фотострум i_T, який називають “темновий струм”. Його вимірюють мікроамперметром при вимкненому освітлювачі O.

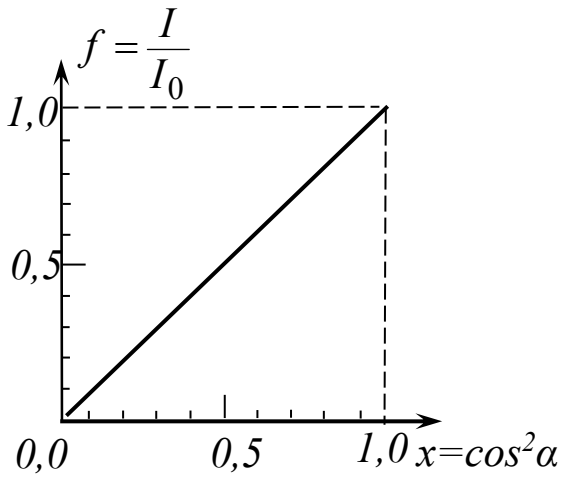


Рис. 2

Перевірка закону Малюса базується на припущенні, що сила фотоструму i пропорційна інтенсивності світла I, що падає на фотоелемент:

$$I \approx i \qquad (2)$$

.

Враховуючи темновий струм i_T, співвідношення пропорційності запишемо у вигляді :

$$I \approx i - i_T , \qquad (2,а)$$

де i – сила фотоструму при ввімкненому освітлювачі O.

Для максимальних значень інтенсивності світла I_0 та відповідної сили фотоструму i_0 маємо співвідношення:

$$I_0 \approx i_0 - i_T . \qquad (2,б)$$

Отже, з урахуванням (2,а) і (2,б), одержимо:

$$f = \frac{I}{I_0} = \frac{i - i_T}{i_0 - i_T} \quad . \qquad (3)$$

Функцію f розраховують за експериментальними даними для сил струмів i_0, i, i_T. Будують графік залежності $f = f(\cos^2 \alpha)$ і порівнюють його з теоретичним,

який зображений на рис.2. Порівняння графіків з урахуванням похибок вимірювань дозволяє зробити висновок про виконання закону Малюса.

Порядок виконання роботи

1. Рисують нижченаведену таблицю.

Вписують до таблиці значення $\cos^2\alpha$ для кутів α від 0° до 360° через кожні 10°. При цьому використовують співвідношення $\cos^2\alpha = \cos^2(180^\circ - \alpha)$.

Наприклад: $\cos^2 100^\circ = \cos^2(180^\circ - 100^\circ) = \cos^2 80^\circ$.

Вписують у таблицю значення Δ_x для кутів α від 0° до 360°, пам'ятаючи, що вони повторюються з періодом 90°. Довірча границя систематичних похибок величини $x = \cos^2\alpha$ визначається виразом $\Delta_x = \Delta_c = 2 \cdot c_\alpha \cdot |\sin 2\alpha|$, де $c_\alpha = 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад – ціна поділки шкали аналізатора в радіанах.

2. Освітлювач O, поляроїд – поляризатор $П$, поляроїд – аналізатор A і фотоелемент $Ф$ розміщують на одній оптичній осі (на одній висоті над оптичною лавою).

3.З'єднують в електричне коло фотоелемент $Ф$ і мікроамперметр $Г$.

4.Дивляться на шкалу мікроамперметра і записують у таблицю ціну поділки c_i його шкали та значення темнового струму i_T (струму при вимкненому освітлювачі O).

5.Настроюють установку: - вмикають освітлювач, попередньо прикривши діафрагму $Д$; встановлюють аналізатор A на 0°; повертаючи поляризатор $П$ навколо горизонтальної осі, одержують максимальне відхилення стрілки мікроамперметра вправо; відкривають діафрагму $Д$ освітлювача O настільки, щоб стрілка мікроамперметра відхилилась на всю шкалу (при цьому $i = i_0$). Покази записують у таблицю .

6.Повертаючи аналізатор A від $0°$ до $360°$, записують через кожні $10°$ значення фотоструму i.

7.Переконуються, що на проміжку $0° – 360°$ фотострум двічі буває максимальним ($i = i_0$), а двічі – мінімальним ($i = i_T$).

8.Розраховують $(i - i_T)$, $(i_0 - i_T)$ та $f = \dfrac{i - i_T}{i_0 - i_T}$.

9.Розраховують відносну похибку ε_f та довірчу границю повної похибки Δ_f:

$$\varepsilon_f = \frac{2 \cdot c_i}{i_0 - i_T}\left(\frac{1}{f} + 1\right), \quad \Delta_f = f \cdot \varepsilon_f,$$

де c_i – ціна поділки мікроамперметра.

Одержані результати заносять у таблицю.

Таблиця

α, град.	$x = \cos^2\alpha$	Δ_x	i, мкА	i_T, мкА	$i - i_T$, мкА	$f = \frac{i - i_T}{i_0 - i_T}$	ε_f	Δ_f
$c_\alpha =$	–	–	$c_i =$	$c_i =$	–	–	–	–
0	1.00	0.000	$i = i_0 =$					
10	0.97	0.006						
20	0.88	0.022						
30	0.75	0.030						
40	0.59	0.034						
50	0.41	0.034						
60	0.25	0.030						
70	0.12	0.022						
80	0.03	0.006						
90	0.00	0.000						
.	.	.						
360	1.00	0.000						

10.Рисують графік теоретичної залежності $f = f(x)$, як це показано на рис. 2.

На цьому ж графіку за даними таблиці будують експериментальні точки. Для кожного проміжку кутів α (0° - 90°; 90° - 180°; 180° - 270°; 270° - 360°) точки позначають по – різному (див., наприклад, рис.3).

11.На цьому ж графіку, за даними таблиці, для кожної експериментальної точки відкладають значення довірчих границь похибок Δ_x та Δ_f у вигляді горизонтальних та вертикальних розносок.

12.Аналізують побудований графік. Якщо розноски експериментальних точок перетинають теоретичну пряму, то це означає, що експериментальні дані у межах похибок збігаються з теоретичними, й експеримент підтверджує закон Малюса. Якщо ж ні, то слід подумати, чим викликаний незбіг: випадковими похибками, непаралельністю світлового пучка, нелінійністю фотоструму в даному фотоелементі чи з іншої причини. Запропонувати заходи щодо підвищення точності експерименту.

Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення плоскополяризованої, неполяризованої і частково поляризованої світлової хвилі.
2. Чому природне світло не є поляризованим?
3. У чому суть явища поляризації? Поясніть дослід зі спостереження поляризації світла.
4. Яка причина подвійного променезаломлення? Назвіть властивості звичайного та незвичайного променів.
5. Поясніть будову та принцип дії призми Ніколя.
6. У чому суть явища дихроїзму? Як і для чого використовується це явище?
7. Запищіть і сформулюйте закон Брюстера, поясніть його рисунком.
8. Запишіть і сформулюйте закон Малюса, поясніть його рисунком.

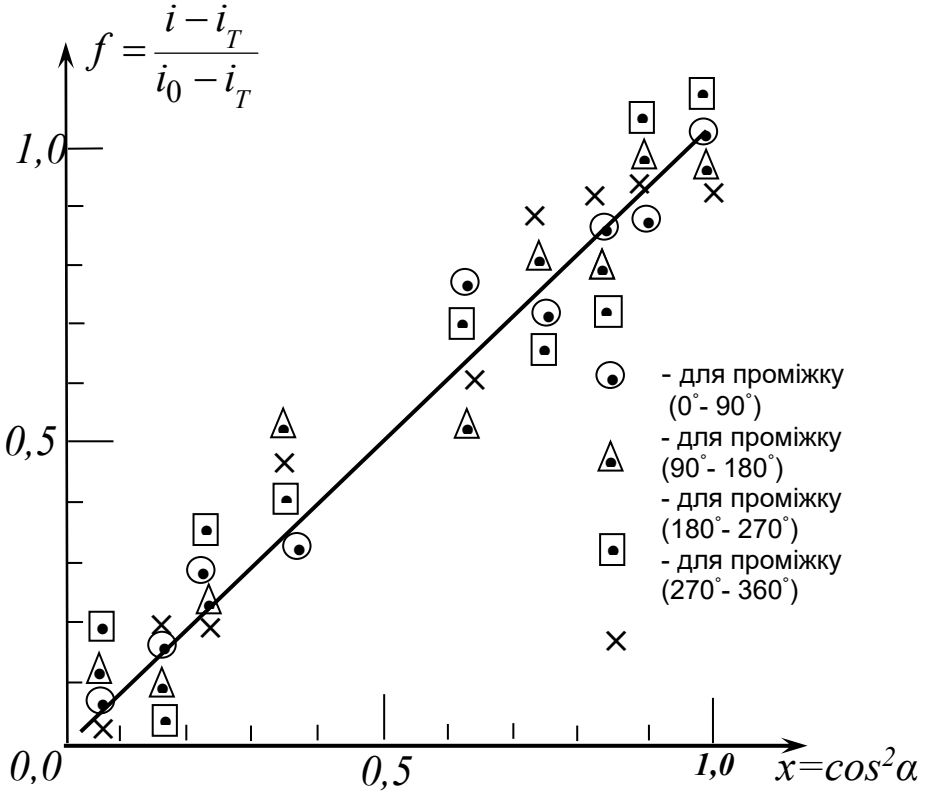


Рис. 3

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. Скляна пластинка товщиною 4,5 мм має подряпини на верхній та нижній поверхні. При наведенні мікроскопа з верхньої подряпини на нижню його тубус опустили на 3 мм. Чому дорівнює показник заломлення скла? Вважати кути відхилення променів від осі мікроскопа, що потрапляють в об'єктив, малими (до 5°).

Розв'язання. Якщо предмет розглядати через плоско - паралельний шар прозорої речовини з більшою, ніж у повітря оптичною густиною, то зображення цього предмета спостерігається на відстані, ближчій до очей спостерігача, ніж сам предмет.

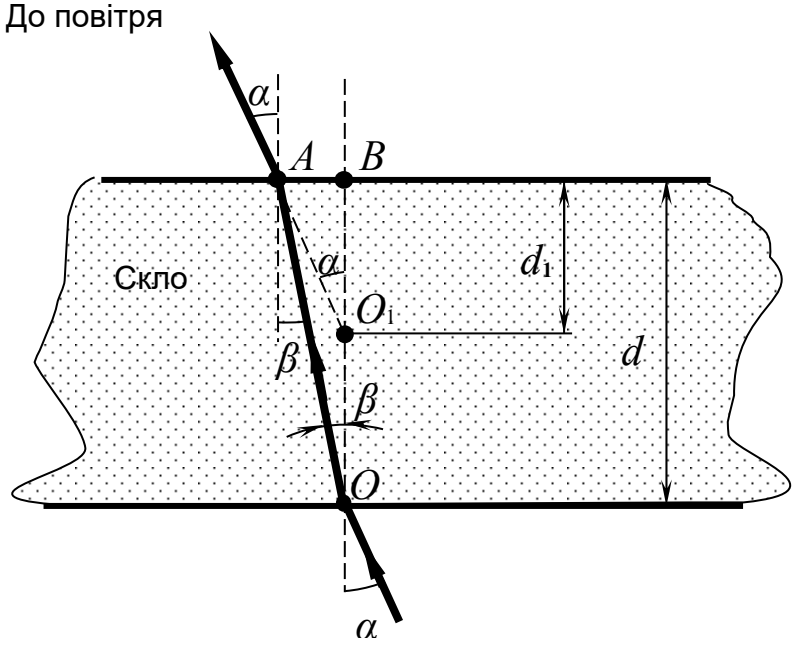


Рис. 5.3.1

На рис. 5.3.1 показано як утворюється зображення світної точки O (мітка), яка знаходиться на нижній поверхні плоско - паралельної скляної пластинки. Зображення O_1 цієї точки спостерігається між нижньою і верхньою поверхнями пластинки. Це пояснюється заломленням світла на межі поділу "скло – повітря". Промінь світла OA, пройшовши крізь пластинку, заломлюється і потрапляє в око спостерігача. Продовження заломленого променя (показано штриховою лінією) на перетині з променем OB дає уявну точку O_1. Ця точка знаходиться на відстані d_1 – уявній товщині пластинки.

З рис. 5.3.1 видно, що $d_1 < d$, де d – дійсна товщина пластинки, а

$$tg\alpha = \frac{AB}{d_1}, \qquad tg\beta = \frac{AB}{d}. \tag{1}$$

При малих кутах α і β значення їх тангенсів можна замінити на синуси цих кутів:

$$tg\alpha \cong \sin\alpha, \qquad tg\beta \cong \sin\gamma\ . \tag{2}$$

Із закону заломлення з врахуванням виразів (1) та(2) маємо:

$$n = n_{21} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \cong \frac{tg\alpha}{tg\gamma} = \frac{d}{d_1}, \qquad (3)$$

Таким чином, значення абсолютного показника заломлення скла дорівнює:

$$n = \frac{d}{d_1} \qquad (4)$$

Підставивши числові значення з умови задачі, отримаємо, що показник заломлення матеріалу пластинки (скло) дорівнює 1,5.

Отже, визначення показника заломлення n скла зводиться до вимірювання дійсної d та уявної d_1 товщини пластинки. Це використовується для вимірювання показника заломлення скла та інших прозорих матеріалів.

Приклад 2. Світло падає на призму з малим заломлювальним кутом γ (рис. 5.3.2). Призма виготовлена з матеріалу з показником заломлення n. Показати, що всі промені, що падають на призму, відхиляються незалежно від кутів падіння (при малих їх значеннях) на один і той же кут $\delta = \gamma\,(n - 1)$.

Розв'язання. Розглянемо хід променів у призмі (рис. 5.3.2). Кути падіння і заломлення при лівій грані призми позначимо через α_1 і β_1, при правій – через α_2 і β_2. Згідно із законом заломлення світла:

$$\sin\alpha_1 = n\sin\beta_1, \quad \sin\alpha_2 = n\sin\beta_2\,. \qquad (1)$$

Якщо кут α_1 є малим ($\alpha_1 << 1$), то малий і кут β_1. Тоді через малість заломлювального кута γ, малими є і кути α_2 і β_2. Тому синуси у співвідношеннях (1) можна замінити самими кутами; після цього отримуємо:

$$\alpha_1 = n\beta_1, \qquad \alpha_2 = n\beta_2\,. \qquad (2)$$

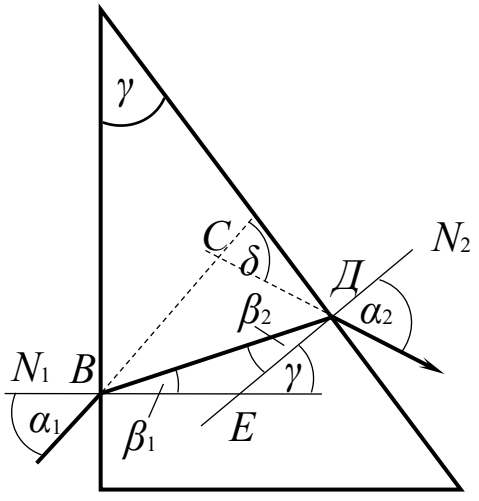


Рис. 5.3.2

Кут δ є зовнішнім кутом трикутника $ВСД$; отже, він дорівнює сумі двох суміжних з ним кутів трикутника:

$$\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2).$$

Звідси, враховуючи співвідношення (2), отримуємо:

$$\delta = \beta_1(n - 1) + \beta_2(n - 1) =$$

$$= (n - 1)(\beta_1 + \beta_2);$$

$$\delta = (n - 1)(\beta_1 + \beta_2). \qquad (3)$$

Кут, утворений у точці E перетином нормалей N_1 і N_2, дорівнює заломлювальному куту призми γ. Разом з тим він є зовнішнім кутом трикутника $ВЕД$.

Отже,

$$\beta_1 + \beta_2 = \gamma.$$

Підставляючи отримане значення $(\beta_1 + \beta_2)$ у формулу (3), знаходимо:

$$\delta = \gamma\,(n - 1). \qquad (4)$$

Таким чином, призма з малим заломлювальним кутом γ всі промені, що падають на неї, відхиляє незалежно від кутів падіння (при малих їх значеннях) на один і той же кут $\delta = \gamma\,(n - 1)$.

Приклад 3. Чи можуть промені світла різних кольорів мати однакові довжини хвиль? Розглянути на прикладі червоного та зеленого світла. Довжина хвилі червоного світла в повітрі – $\lambda_ч$ = 750 нм, зеленого – $\lambda_з$ = 500 нм.

Розв'язання. Колір світла визначається не довжиною світлової хвилі, а її частотою. Задача зводиться до визначення показника заломлення речовини, в якій довжина хвилі червоного світла дорівнюватиме довжині хвилі зеленого світла в вакуумі. Довжини хвилі світла в вакуумі та у середовищі для світла даної частоти дорівнюють відповідно:

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} \quad \text{та} \quad \lambda = \frac{V}{\nu}, \qquad (1)$$

де V – швидкість світла в данному середовищі.

Абсолютний показник заломлення визначається, як

$$n = \frac{c}{V}. \qquad (2)$$

З (1) та (2) можна записати, що довжина світла в середовищі буде в n разів менша, ніж в вакуумі тобто

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \qquad (3)$$

Таким чином, світло більшої довжини хвилі (наприклад, червоне світло з довжиною хвилі 750 нм) в деякому середовищі може зменшити це значення до значення довжини світла іншого кольору (наприклад, зеленого з довжиною хвилі 500 нм). За умовою задачі потрібно, щоб виконувалась рівність:

$$\lambda_з = \frac{\lambda_ч}{n}; \qquad (4)$$

$$n = \frac{\lambda_ч}{\lambda_з}; \quad n = \frac{750}{500} = 1{,}5. \qquad (5)$$

Таким чином, якщо червоне світло поширюватиметься в середовищі з показником заломлення 1,5 (наприклад, у склі), то його довжина хвилі дорівнюватиме довжині хвилі зеленого світла в вакуумі (повітрі).

Приклад 4. Визначити найменші товщини прозорого покриття (плівки) з показником заломлення 1,5, яке у білому світлі має здаватися червоним (довжина хвилі червоного світла 750 нм).

Розв'язання. У відбитому світлі покриття здаватиметься червоним тоді, коли для червоного світла оптична різниця ходу променів, відбитих від основи, на яку нанесене

покриття (тобто променів, що двічі пройшли крізь плівку), та падаючих дорівнює непарному числу півхвиль, тобто:

$$2dn = \frac{\lambda}{2}(2k+1), \quad \text{де} \quad k = 0, 1, 2, 3,.. \qquad (1)$$

Звідси:

$$d = \frac{\lambda(2k+1)}{4n}. \qquad (2)$$

Підставивши у формулу (2) числові значення парметрів, отримаємо найменші значення товщини покриття (при k = 0, 1):

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 1{,}5}\text{ нм} = 125\text{ нм};$$

$$d_1 = \frac{3\lambda}{4n} = 3d_0; \quad d_1 = 375\text{ нм}.$$

Приклад 5. Від двох когерентних джерел світла S_1 і S_2 (λ=0,8 мкм) промені попадають на екран. На екрані спостерігається інтерференційна картинка. Коли на шляху одного із променів перпендикулярно йому помістили мильну плівку (n=1,33), інтерференційна картинка змінилася на протилежну. При якій найменшій товщині d_{min} плівки це можливо.

Розв'язання. Зміна інтерференційної картинки на протилежну означає, що на цих ділянках екрану, де спостерігались інтерференційні максимуми, стали спостерігатися інтерференційні мінімуми. Такий зсув інтерференційної картинки можливий при зміні оптичної різниці ходу пучків світлових хвиль на непарне число половин довжини хвилі. Таким чином,

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{(2k+1)\lambda}{2}, \qquad (1)$$

де Δ_1 – оптична різниця ходу пучків світлових хвиль до внесення плівки; Δ_2 - оптична різниця ходу тих же пучків після внесення плівки; k = 0, $\pm 1, \pm 2$,...

Найменшій товщині d_{min} плівки відповідає значення k=*0*. При цьому формула (1) має вигляд:

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

Виразимо оптичні різниці ходу Δ_2 і Δ_1. З рисунка 5.3.3 видно:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2, \Delta_2 = \left[(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}\right] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1).$$

Підставимо вирази Δ_1 і Δ_2 у формулу (2):

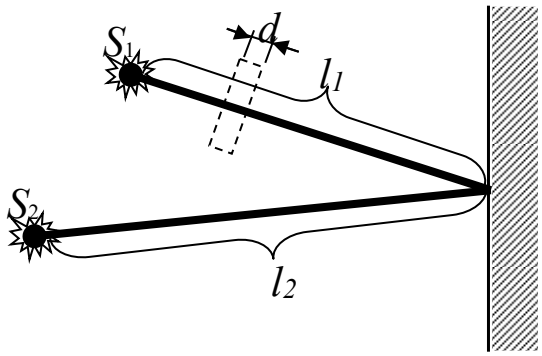


Рис. 5.3.3

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1) - (l_1 - l_2) = \frac{\lambda}{2}$$

чи $$d_{\min}(n-1) = \frac{\lambda}{2}$$

Звідси $$d_{\min} = \frac{\lambda}{[2(n-1)]}$$

Виконавши розрахунки, отримаємо числове значення $d_{\min}$:

$$d_{\min} = \frac{0{,}8}{2(1{,}33-1)} \text{ мкм} = 1{,}21 \text{ мкм}.$$

Приклад 6. У досліді по інтерференції двох світлових хвиль з довжиною хвилі λ відстань між когерентними джерелами дорівнює d, а відстань до екрана L . Знайти відстань між сусідніми максимумами (між центральним та першим, першим та другим і т.д.) та мінімумами.

Розв'язання. Розглянемо рис. 5.3.4, який показує хід двох променів, що інтерферують, при відповідному розташуванні джерел S_1, S_2 та екрана. На цьому рисунку $S_1P = r_1$ та $S_2P = r_2$ – відстані від точки спостереження P до джерел (промені S_1P та S_2P знаходяться в площині рисунка). Положення точки спостереження на екрані будемо характеризувати її відстанню $h = PO$ до площини симетрії системи OO.

Застосовуючи теорему Піфагора до трикутників S_2PB та S_1PA, отримуємо:

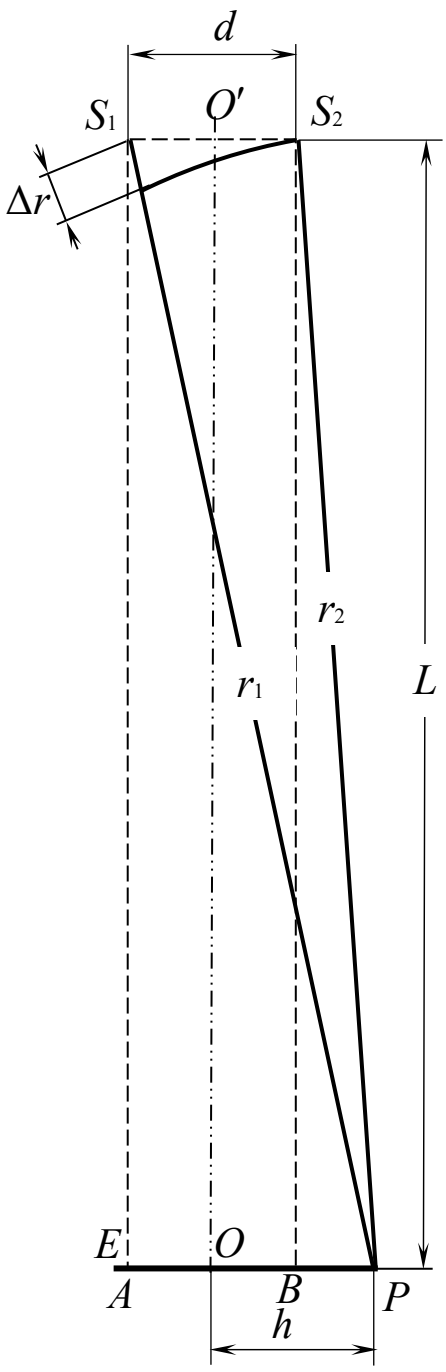


Рис. 5.3.4

$$r_1^2 = L^2 + (h - d/2)^2 .$$

Віднімаючи від першого рівняння друге, знаходимо:

$$r_2^2 - r_1^2 = 2dh. \qquad (1)$$

Ліву частину останнього рівняння представимо у вигляді:

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1). \qquad (2)$$

Тут

$$r_2 - r_1 = \Delta r, \qquad (3)$$

де Δr – різниця ходу хвиль, що приходять у точку спостереження P від когерентних джерел S_1 і S_2.

В будь – якій інтерференційній схемі відстань d між джерелами є малою у порівнянні з відстанню L від джерел до екрана, $d << L$. Тому можна скористатись наближенням:

$$R_1 \approx r_2 \approx L,\ r_1 + r_2 \approx 2L . \qquad (4)$$

Тоді із співвідношення (1) з використанням (4) отримуємо:

$$h = \frac{L}{d}\Delta r . \qquad (5)$$

Підставляючи у (5) значення Δr, що відповідає умові максимуму інтенсивності, $\Delta r = k\lambda$, знаходимо, що максимуми спостерігатимуться при

$$h \equiv h_k^{max} = k\frac{L}{d}\lambda . \qquad (6)$$

Аналогічно, підставляючи у (5) значення Δr, що відповідає умові мінімуму інтенсивності, $\Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, визначаємо положення мінімумів:

$$h \equiv h_k^{\min} = \frac{2k+1}{2}\cdot\frac{L}{d}\cdot\lambda . \qquad (7)$$

Згідно із співвідношенням (6) відстань

$$l = h_{k+1}^{\max} - h_k^{\max}$$

між сусідніми світлими смугами визначається виразом:

$$l = \frac{L}{d}\lambda . \qquad (8)$$

Такий же вираз визначає і відстань між сусідніми темними смугами (мінімумами).

Приклад 7. Як за допомогою дифракційної решітки та міліметрового паперу, лінійки визначити довжину світлової хвилі (наприклад, червоного або фіолетового світла)?

Розв'язання. Для спостереження дифракційної картини можна використати схему, зображену на рис. 5.3.5. Перед джерелом світла $Л$ (лампою розжарювання) розміщують екран E, в центрі якого є вертикальна щілина $Щ$. Дифракційна решітка встановлюється між екраном та оком спостерігача так, щоб її штрихи були паралельні щілині $Щ$. Дифракційна картина проектується кришталиком на сітчатку ока, куди одночасно проектується і зображення міліметрової шкали, розміщеної на екрані в площині щілини. Складається враження, що дифракційний спектр розміщений на поверхні шкали.

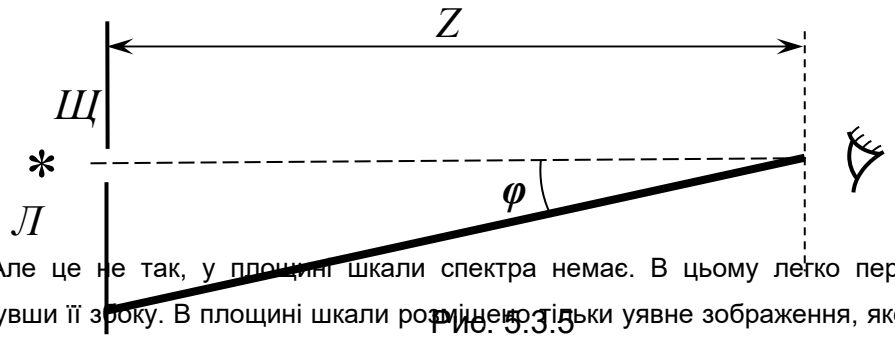


Рис. 5.3.5

Але це не так, у площині шкали спектра немає. В цьому легко переконатись, розглянувши її зроку. В площині шкали розміщено тільки уявне зображення, яке є повною копією дифракційного спектра.

Дифракційний спектр складається з центральної білої смуги і розміщених симетрично від неї максимумів першого, другого і більш високих порядків. Для розрахунків довжини хвилі λ будь-якої лінії у дифракційному спектрі використовується формула дифракційної решітки. Вона визначає напрямок головних максимумів у дифракційній картині решітки:

$$d \sin \varphi = n\lambda .$$

Використовуючи цю формулу визначаємо довжину хвилі :

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{n},$$

де d – період решітки; n – порядок спектра; φ – кут дифракції, представлений на рис. 5.3.5. При малих значеннях останнього $\sin \varphi$ можна представити таким чином:

$$\sin \varphi \cong tg\varphi = \frac{l}{z},$$

де l – відстань від центрального максимуму до лінії в уявному спектрі; z – відстань від решітки до щілини.

Використовуючи останній вираз, отримаємо формулу для визначення довжини хвилі:

$$\lambda = \frac{l \cdot d}{n \cdot z}.$$

Таким чином, за допомогою простих вимірів відстаней до екрана та від центрального максимуму до максимумів першого чи другого порядку можна, знаючи величину постійної решітки, визначити довжину хвилі видимого світла.

Приклад 8. Чи можуть дифракційні максимуми різного порядку від дифракційної решітки перекриватись? Яким повинно бути при цьому джерело світла?

Розв'язання. Перекриття дифракційних максимумів можливе у випадку, якщо джерело буде немонохроматичне, тобто дифракційна решітка освітлюється джерелом з кількома довжинами хвиль, або навіть білим світлом (де є всі довжини світла від червоного до фіолетового). На рис. 5.3.6 представлено дифракційну картину від **немонохроматичного** джерела, що випромінює світло з довжинами хвиль λ_1, λ_2, λ_3. Для цих хвиль головні максимуми визначаються умовами:

$$d\sin\varphi = n\lambda_1, \quad d\sin\varphi = n\lambda_2, \quad d\sin\varphi = n\lambda_3. \qquad (1)$$

У центрі екрана ($\varphi = 0$) виконується умова максимуму для всіх довжин хвиль – тут розташовується яскравий білий центральний максимум ($m = 0$). По мірі віддалення від центра розташовуються максимуми першого порядку ($m = \pm 1$), причому в порядку зростання довжини хвилі: чим більше λ, тим більше кут φ у формулах (1). Сукупність максимумів першого порядку утворює **спектр** першого порядку. Далі, у тій же послідовності розташовуються максимуми другого порядку ($m = \pm 2$), утворюючи спектр другого порядку, і т.д. Починаючи з деякого порядку, спектри будуть перекриватися (на рис. 5.3.6 це відбувається уже у другому порядку).

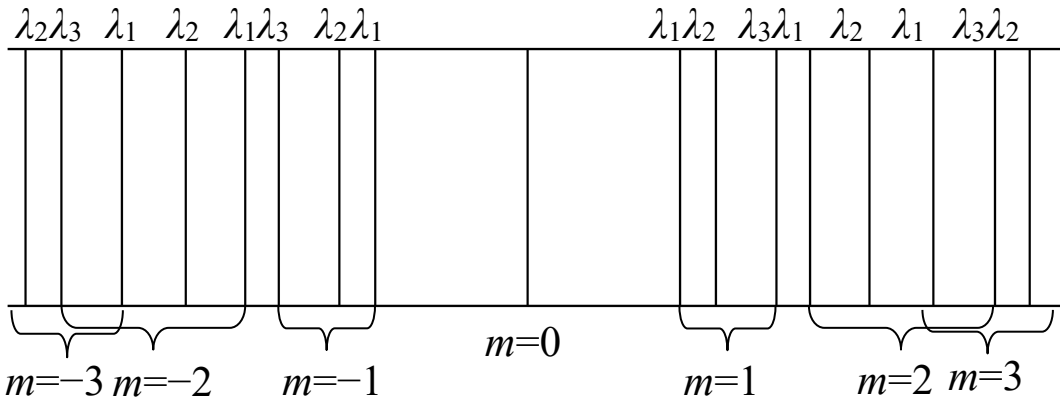


Рис. 5.3.6

Якщо використовується біле світло, наприклад сонячне випромінювання або світло від лампи розжарювання, то спектри всіх порядків виявляються суцільними з

чергуванням кольорів від фіолетового до червоного в міру віддалення від центральної білої смуги.

Приклад 9. На скляну пластинку (n =1,6) падає природний промінь світла. Визначити кут між падаючим та відбитим променем, якщо відбитий промінь максимально поляризований.

Розв'язання. Для розв'язання потрібно застосувати закон Брюстера, який визначає умову максимальної поляризації променів при відбитті:

$tgi = n$,

де i - кут падіння променя, при якому відбитий промінь максимально поляризований; n - коефіцієнт заломлення речовин, що відбиває промінь.

Кут між падаючим та відбитим променями у два рази більший за кут падіння, тому знаходимо спочатку кут падіння з умови $tgi = n$, а потім визначимо шуканий кут $\alpha = 2i$.
Так, як tgi = 1,6, то i = 58°, а шуканий кут $\alpha = 2i$ = 116°.

Приклад 10. Чому дорівнює кут між площинами поляризації двох призм Ніколя, якщо після проходження світла через них інтенсивність світла зменшилася у 4 рази ? Поглинання світла у призмах-ніколях не враховувати.

Розв'язання. Задачу розв'язуємо за формулою Малюса для поляризованого світла:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де I_0 - інтенсивність променя, що падає на аналізатор після проходження ніколя - поляризатора; I - інтенсивність променя, який пройшов через аналізатор; φ - кут між площинами поляризації двох ніколів.

При розв'язанні необхідно враховувати, що з ніколя-поляризатора виходить тільки поляризований (незвичайний) промінь, інтенсивність якого у 2 рази менша інтенсивності природного променя, що падає на ніколь - поляризатор. Звичайний промінь із ніколя не виходить. Якщо позначимо інтенсивність природного променя через I_1, то інтенсивність незвичайного променя, що падає на аналізатор, буде $\frac{I_1}{2} = I_0$, а інтенсивність променя, який пройшов через аналізатор, стане I або згідно з умовою задачі

$$I = \frac{I_1}{4}.$$

Підставивши у формулу Малюса замість I_0 рівний йому вираз $\frac{I_1}{2}$, а замість I рівний йому вираз $\frac{I_1}{4}$, одержимо:

$$\frac{I_1}{4} = \frac{I_1}{2} \cos^2 \varphi \ .$$

Звідки

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{2},$$

або

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

тому $\varphi = 45^0$.

Приклад 11. Визначити, в скільки разів буде ослаблений промінь природного світла, якщо пропустити його через дві призми-ніколі, площини поляризації яких становлять кут $\varphi = 45^0$. Вважати, що при проходженні через кожний ніколь інтенсивність світла внаслідок відбивання і поглинання зменшується на 10 %.

Розв'язання. Для розв'язання задачі потрібно застосувати закон Малюса, який встановлює залежність інтенсивності поляризованого променя I, що пройшов через поляризатор-аналізатор, від кута між площинами поляризації поляризатора та аналізатора і від інтенсивності I_0 променя, що падає на аналізатор:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

У задачі потрібно знайти відношення інтенсивностей природного променя і променя, що пройшов крізь аналізатор, тобто

$$\frac{I_{np}}{I}.$$

Якщо природний промінь пройде крізь поляризатор, то інтенсивність його зменшиться, по-перше, в 2 рази, тому що з призми вийде тільки незвичайний промінь I_0 (звичайний зазнає повне внутрішнє відбивання) і, по-друге, інтенсивність I_0 незвичайного променя зменшиться ще на 10%, при проходженні крізь поляризатор, внаслідок відбивання і поглинання.

Отже

$$I_0 = \frac{I_{np}}{2} \cdot 0{,}9.$$

Потім інтенсивність I променя, що пройшов ще раз крізь аналізатор, виявиться меншою від інтенсивності I_0 не тільки відповідно до закону $I = I_0 \cos^2 \varphi$, але й від втрат при відбиванні та поглинанні аналізатором (10%).

Тому формула Малюса з урахуванням інтенсивності світла внаслідок поглинання аналізатором набуде вигляду:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \cdot 0{,}9.$$

Але тому, що

$$I_0 = \frac{I_{пр}}{2} \cdot 0{,}9,$$

то

$$I = \frac{I_{пр}}{2} \cdot 0{,}9 \cdot \cos^2 45^o \cdot 0{,}9.$$

Знаходимо відношення:

$$\frac{I_{пр}}{I} = \frac{2}{0{,}9 \cdot \cos^2 45^o \cdot 0{,}9} = 5.$$

Отже, природний промінь світла при пропусканні його крізь дві призми-ніколі, відповідно до умов задачі, буде ослаблений в 5 разів.

5.4. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №5

МОДУЛЬ 5 „ОПТИКА. ”

501. Головна фокусна відстань збірної лінзи 25 см. Предмет знаходиться на відстані 75 см від лінзи. Яким вийде зображення предмета – збільшеним чи зменшеним (і в скільки разів), дійсним чи уявним , прямим чи перевернутим? Побудуйте зображення в масштабі 1:10.

502. Головна фокусна відстань збірної лінзи 20 см. Предмет знаходиться на відстані 25 см від лінзи. Яким вийде зображення предмета – збільшеним чи зменшеним (і в скільки разів), дійсним чи уявним , прямим чи перевернутим?

503. Головна фокусна відстань збірної лінзи 20 см. Предмет знаходиться на відстані 50 см від лінзи. Яким вийде зображення предмета – збільшеним чи зменшеним (і в скільки разів), дійсним чи уявним, прямим чи перевернутим? Побудуйте зображення в масштабі 1:10.

504. Головна фокусна відстань об'єктива проекційного апарату 12 см. Діапозитив розташований на відстані 12,5 см від об'єктива. Яке лінійне збільшення дає апарат?

505. Головна фокусна відстань розсіювальної лінзи 50 см. Зображення предмета отримали в 40 см від лінзи. Чому дорівнює відстань від предмета до лінзи? Яким було зображення предмета – збільшеним чи зменшеним (і в скільки разів), дійсним чи уявним , прямим чи перевернутим? Побудуйте зображення в масштабі 1:10.

506. Свічка горить на відстані 2 м від стіни. Між стіною та свічкою на відстані 0,4 м від свічки розмістили збірну лінзу, так що на стіні отримали чітке зображення свічки. Визначити фокусну відстань лінзи.

507. За допомогою двоопуклої лінзи з фокусною відстанню 5 см розглядають монету діаметром 1 см і одержують її уявне зображення діаметром 4 см. На якій відстані від лінзи знаходиться монета?

508. На якій відстані від збірної лінзи з фокусною відстанню 30 см буде зображення, якщо предмет помістити на відстані 10 см від лінзи? Яким буде зображення предмета – збільшеним чи зменшеним (і в скільки разів), дійсним чи уявним, прямим чи перевернутим? Побудуйте зображення в масштабі 1:10.

509. Чому дорівнює фокусна відстань лінзи, якщо для отримання дійсного зображення предмета в натуральну величину предмет помістили на відстані 30 см від лінзи? Побудуйте зображення в масштабі 1:10.

510. На якій відстані від збірної лінзи з фокусною відстанню 20 см буде зображення, якщо предмет помістити на відстані 5 см від лінзи? Яким буде зображення предмета – збільшеним чи зменшеним (і в скільки разів), дійсним чи уявним , прямим чи перевернутим? Побудуйте зображення в масштабі 1:10.

511. На скляну пластинку нанесено тонкий шар прозорої речовини з показником заломлення рівним 1,3. Пластинка освітлена паралельним пучком монохроматичного світла з довжиною хвилі 640 нм, що падає на пластинку нормально. Яку мінімальну

товщину повинен мати шар речовини , щоб відбитий пучок мав найменшу інтенсивність?

512. Відстань від щілин до екрану в досліді Юнга рівна 1 м. Визначити відстань між щілинами, якщо на відрізку довжиною 10 мм вкладається 10 темних інтерференційних смуг. Довжина хвилі дорівнює 600 нм.

513. Плоско-випукла лінза з фокусною відстанню 1 м лежить випуклою стороною на скляній пластинці. Радіус п'ятого темного кільця Ньютона в відбитому світлі 1мм. Визначити довжину світлової хвилі.

514. В досліді з дзеркалами Френеля відстань між уявними джерелами монохроматичного світла 0,6 мкм дорівнює 1мм. На відстані 5 м від джерел помістили екран. Визначити відстань між світлими інтерференційними смугами в центрі екрана.

515. Яка товщина мильної плівки, якщо при спостеріганні її у відбитому світлі вона має зелене забарвлення (0,5 мкм) при куті відбивання 35^0? Показник заломлення мильної води 1,33. Яке забарвлення буде мати ця плівка, якщо спостерігати її у світлі, що пройшло, при попередньому куті падіння?

516. Між двома плоско-паралельними пластинами лежить дротинка, від чого утворився повітряний клин довжиною 75 мм. Знайти діаметр дротинки, якщо при розгляді пластин у відбитому світлі 0,55 мкм відстань між світлими інтерференційними смугами дорівнює 2 мм.

517. Між скляною пластинкою і плоско-випуклою лінзою, що лежить на ній, знаходиться рідина. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус третього темною кільця Ньютона при спостереженні в відбитому світлі з довжиною хвилі 600 нм дорівнює 0,8 мм. Радіус кривизни лінзи дорівнює 50 см.

518. На тонку плівку в напрямку нормалі до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі 0,5 мкм. Відбите від плівки світло максимально підсилене внаслідок інтерференції. Визначити мінімальну товщину плівки, якщо показник заломлення матеріалу плівки дорівнює 1, 4.

519. На скляну пластину випуклою стороною покладена плоско-випукла лінза. Зверху лінза освітлена монохроматичним світлом з довжиною хвилі·600 нм. Знайти радіус лінзи, якщо радіус четвертого кільця Ньютона в відбитому світлі дорівнює 2 мм.

520. На тонкий скляний клин нормально падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі 600 нм. Відстань між сусідніми темними інтерференційними смугами в відбитому світлі дорівнює 0,5 мм. Показник заломлення скла, із якого виготовлений клин, дорівнює 1,6. Визначити кут між поверхнями клину.

521. На дифракційну решітку нормально падає світло з довжиною хвилі 0,59 мкм. Знайти період решітки, якщо кут між двома спектрами першого порядку дорівнює $13^0 34^/$.

522. На дифракційну решітку, яка має 430 штрихів на 1 мм, нормально падає пучок світла від натрієвої лампи з довжиною хвилі 0,589 мкм. Визначити кут відхилення променів світла, при якому спостерігається останній дифракційний максимум. Який порядок цього максимуму?

523. На дифракційну гратку з відстанню між штрихами 3 мкм падає нормально світло з довжиною хвилі 600нм. Максимуми яких порядків можна спостерігати в цій гратці та скільки всіх максимумів буде спостерігатись?

524. На дифракційну гратку, що містить 600 штрихів на міліметр, падає нормально біле

світло. Спектр проектується розміщеною поблизу гратки лінзою на екран. Визначити довжину спектра першого порядку на екрані, якщо відстань від лінзи до екрану 1 м. Вважати, що діапазон видимого світла лежить від 400 нм до 800 нм.

525. На дифракційну гратку падає нормально паралельний пучок білого світла. Спектри третього і четвертого порядку частково накладаються один на одного. На яку довжину хвилі в спектрі четвертого порядку накладається границя (0,78 мкм) спектра третього порядку?

526. На грань кристала кухонної солі падає паралельний пучок рентгенівського випромінювання. Відстань між атомними площинами дорівнює 280 пм. Під кутом 65^0 до атомної площини спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Визначити довжину хвилі рентгенівського випромінювання.

527. Кут падіння променя на поверхню скла дорівнює 60^0. При цьому відбитий пучок світла виявився максимально поляризованим. Визначити кут заломлення променя.

528. Кут між площинами пропускання поляроїдів дорівнює 50°. Природне світло, що проходить через таку систему, послаблюється в чотири рази. Нехтуючи втратою світла при відбиванні, визначити коефіцієнт поглинання світла в поляроїдах.

529. Пучок світла, що іде в скляній посудині з гліцерином, відбивається від дна посудини. При якому куті падіння відбитий пучок світла буде максимально поляризованим?

530. Пучок світла послідовно проходить через дві призми Ніколя, площини пропускання яких утворять між собою кут 45^0. Приймаючи, що коефіцієнт поглинання кожного поляроїда дорівнює 0, 15, знайти, в скільки разів пучок світла, що виходить із другого ніколя, послаблений в порівнянні з пучком, що падає на перший ніколь.

МОДУЛЬ 6. «ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ, ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА, АТОМА ТА ЯДРА»

6.1 ОСНОВИ ТЕОРІЇ

6.1.1. Квантова оптика

6.1.1.1. Закони теплового випромінювання. Поняття про кванти

Теплове випромінювання. Для того, щоб зрозуміти глибше, що призвело до квантової гіпотези та фактично до цілого напряму в фізиці – квантової фізики, необхідно, хоча б у загальних рисах описати те, як вчені прийшли до необхідності введення **поняття про кванти**.

На початку 19-го сторіччя відкриття явищ інтерференції та дифракції, які можна було пояснити тільки хвильовими властивостями світла, вирішило питання на користь хвильової теорії. Корпускулярну ж теорію було спростовано наукою як таку, що суперечить експериментальним фактам. Дещо пізніше були встановлені експериментальні дані, які електромагнітна теорія Максвела пояснити не в змозі. Недостатність хвильових уявлень про світло вперше було виявлено при спробі пояснити загадковий характер **теплового випромінювання** розжарених тіл. Тоді було введено поняття про **кванти електромагнітного випромінювання**, з цього почалась квантова фізика.

Тепловим (температурним) випромінюванням називають електромагнітне випромінювання тіла, що обумовлене збудженням атомів і молекул внаслідок їх теплового руху за рахунок зміни внутрішньої енергії. При цьому речовина знаходиться у стані термодинамічної рівноваги (при $T>0$) і не змінює своїх фізичних та хімічних властивостей. Отже, теплове випромінювання – це єдине випромінювання, яке може знаходиться у стані термодинамічної рівноваги з речовиною. До рівноважних станів і процесів застосовуються закони термодинаміки.

При термодинамічній рівновазі втрати енергії речовини на теплове випромінювання компенсуються за рахунок поглинання такої ж кількості енергії, що падає на нього. По мірі зменшення температури (за рахунок температурного випромінювання) у тепловому випромінюванні зменшується доля короткохвильового випромінювання.

Поверхня будь-якого розжареного твердого (або рідкого) тіла дає суцільний неперервний спектр випромінювання, в якому, взагалі кажучи, присутні хвилі всіх довжин від 0 до ∞ . Однак частка енергії, що припадає на різні ділянки спектра, залежить від температури тіла: при температурі 900–1000 К найбільша енергія випромінювання припадає на інфрачервону та червону ділянки спектра (червоний жар). У разі подальшого нагрівання частка енергії, що припадає на видимі промені; збільшується, зростає і світіння – воно стає білим (білий жар). Таким чином, у спектрі випромінювання спостерігається **нерівномірний розподіл** енергії за довжинами хвиль. У стані рівноваги енергія, що її забирає випромінювання, неперервно поповнюється за рахунок поглинання теплоти від

зовнішнього джерела; тому температура тіла не змінюється. Дослід свідчить, що навіть при однаковій температурі спектр випромінювання залежить від речовини нагрітого тіла. У цьому легко переконатися, нагріваючи в темноті дві однакові за розміром суцільні кулі – кам'яну і сталеву: кам`яна світиться набагато яскравіше. Але якщо замість суцільних куль нагрівати порожнисті, а їх випромінювання спостерігати через малий отвір у стінці кулі, то виявляється, що його спектральний склад вже **не залежить від речовини** кулі. Таке випромінювання назвали абсолютно чорним (а тіло, що його випромінює називають абсолютно чорним тілом), оскільки при зовнішньому освітленні кулі спостерігач завжди бачить перед собою однаково чорний отвір - незалежно від природи кулі. Чорний колір отвору зумовлений тим, що майже всі промені, які потрапили всередину порожнини кулі, багаторазово відбиваються там і назовні майже не виходять.

Для спрощення досліджень було запропоновано ідеалізоване теоретичне поняття – **абсолютно чорне тіло**, тобто тіло, яке повністю поглинає всю енергію падаючого на нього випромінювання будь-якої довжини хвилі, переводячи її у тепло. Такому визначенню добре задовольняє замкнута сферична порожнина з малим вхідним отвором (щілиною), стінки якої підтримуються при постійній температурі T. Внаслідок малих розмірів щілини промінь, що попав у порожнину після багатократних відбивань і поглинань практично повністю поглинається всередині порожнини. Наближеними до цього пристрою є поверхня, покрита платиновою черню або сажою.

Наведемо деякі характеристики теплового випромінювання.

Рівноважне випромінювання ізотропне, не поляризоване і всі його напрямки розповсюдження рівноймовірні. Всередині порожнини буде існувати електромагнітне поле з постійною об'ємною густиною енергії (розмірність Дж/м^3)

$$u = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) .$$

Внутрішня енергія тіла U і $u(T)$ зв'язані співвідношенням:

$$U = u(T)V ,$$

де V - об'єм речовини.

Для характеристики процесу теплового випромінювання вводять також поняття про випромінювальну та поглинальну здатність поверхні твердого тіла.

1. **Випромінювальна здатність** (або с**пектральна густина енергетичної світимості** тіла – це фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню енергії $dW^{випр.}_{\nu,\nu+d\nu}$, яка випромінюється за одну секунду з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот від ν до $\nu+d\nu$ ширини цього інтервалу $d\nu$

$$R_{\nu,T} = \frac{dW^{випр.}_{\nu,\nu+d\nu}}{d\nu} .$$

$R_{\nu,T}$ - функція не тільки частоти та температури, але й хімічного стану речовини та стану її поверхні.

Одиниця вимірювання спектральної густини енергетичної світимості - Дж/(с·м^2)=Вт/м^2

2. **Поглинальна здатність** (**спектральна поглинальна здатність або монохроматичний коефіцієнт поглинання)** безрозмірна величина, що показує яка доля енергії електромагнітних хвиль з частотами від ν до $\nu+d\nu$, що падає на поверхню тіла, поглинається ним і переходе у тепло

$$A_{\nu,T} = \frac{dW^{погл.}_{\nu,\nu+d\nu}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}} \le 1.$$

Тіло, яке здатне поглинати повністю при будь–якій температурі усе падаюче на нього випромінювання будь–якої частоти, називається **абсолютно чорним тілом.** Отже, спектральна поглинальна здатність абсолютно чорного тіла для усіх частот і температур тотожно рівна одиниці: $A^{чорне}_{\nu,T} \equiv 1$. Поряд з поняттям абсолютно чорного тіла використовують поняття сірого тіла. **Сіре тіло** – це тіло, поглинальна здатність якого менша одиниці, вона однакова для всіх частот і залежить тільки від температури, матеріалу і стану поверхні тіла $\left(A^{сіре}_{\nu,T} = A_T = const < 1\right)$.

Закон Кірхгофа. Відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від природи тіла і дорівнює спектральній випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла при тих же значення температури і частоти:

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}.$$

Значення $R_{\nu,T}$ та $A_{\nu,T}$ для різних тіл різні, але їх відношення для одного і того ж тіла завжди незмінне (постійне) і дорівнює $r_{\nu,T}$ – універсальній функції Кірхгофа. Отже, випромінювання тим вище, чим більше поглинання тіла в даній області спектру.

У стані термодинамічної рівноваги оскільки (при $A_{\nu,T} = 1$) маємо

$$R_{\nu,T} = r_{\nu,T}.$$

Використовуючи закон Кірхгофа, запишемо вираз для енергетичної світимості (інтегральної випромінювальної здатності) абсолютно чорного тіла.

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu .$$

Енергетична світимість тіла – це енергія, випромінювана з одиниці площі поверхні тіла, що світиться, за одиницю часу у всьому інтервалі частот (довжин хвиль) від 0 до ∞.

Теплове випромінювання абсолютно чорного тіла підлягає **закону Стефана – Больцмана і закону Віна,** а розподіл енергії в спектрі теплового випромінювання чорного тіла підлягає розподілу, що називається **функцією Планка.**

Закон Стефана - Больцмана:

Інтегральна енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його термодинамічної температури:

$$R_e = \sigma \cdot T^4, \qquad (6.1.1)$$

де σ- стала Стефана - Больцмана, що має значення $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2·К^4; T – термодинамічна температура, виражена в кельвінах (K).

Закон Стефана – Больцмана не відповідає на питання про спектральний розподіл випромінювання чорного тіла. Аналіз експериментальних кривих залежності $r_{\lambda,T}$ від довжини λ при різних температурах показав, що розподіл енергії в спектрі чорного тіла є нерівномірним. Всі криві мають явно виражений максимум, який зі зростанням температури зміщується в більш високочастотну область. Для максимуму кривої розподілу встановлений **закон зміщення Віна:**

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \qquad (6.1.2)$$

де λ_m -довжина хвилі, на яку приходиться максимум енергії випромінювання: b - стала Віна. Цей закон свідчить, що довжина хвилі λ_{max}, яка відповідає максимальному значенню спектральної густини енергетичної світимості $r_{\lambda,T}$ в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його термодинамічній температурі (рис. 6.1.1). Отже, з ростом температури λ_{max} зміщується в область коротких довжин хвиль.

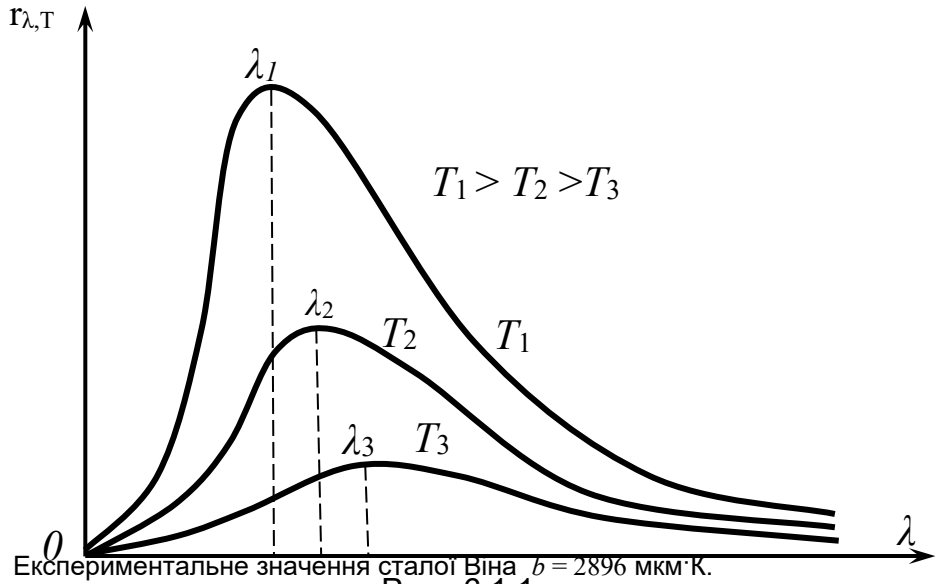


Рис. 6.1.1

Експериментальне значення сталої Віна $b = 2896$ мкм·К.

Закони Стефана – Больцмана і Віна були сформульовані на підставі експериментальних досліджень та теоретичних міркувань, які випливали з класичної фізики. Але виходячи з хвильових уявлень, нікому не вдавалося теоретично пояснити експериментально встановлені залежності r від λ, наведені на рис. 6.1.1.

6.1.1.2. Поняття про кванти. Квантова гіпотеза Планка

Формулу, що до найдрібніших подробиць відтворює спектр абсолютного чорного тіла, одержав у 1900 р. М. Планк, частково відмовившись від хвильових уявлень про

світло. Аналіз складу світлового випромінювання показав, що його розподіл за частотами коливань не відповідає законам випромінювання, виведеним із хвильової теорії світла. Планк був вимушений припустити **(квантова гіпотеза Планка)**, що енергія випромінювання та поглинання ЕМХ речовиною відбувається не неперервно, як цього вимагає класична фізика, а **переривчасто**, у вигляді окремих **порцій** – **квантів енергії**. При цьому величина кванта енергії E є пропорційною частоті ν електромагнітного випромінювання (формула Планка):

$$E = h\nu\,, \qquad (6.1.3)$$

де h = 6,62·10^{-34} Дж·с – стала Планка; ν – частота коливань електромагнітного випромінювання.

В запропонованій теоретичній моделі абсолютно чорне тіло представлялось у вигляді нескінченної системи гармонічних осциляторів з різними частотами.

Гіпотеза Планка про переривчастий характер випускання енергії речовиною вступала в протиріччя з усім попереднім досвідом фізики. “Із часів Юнга і Френеля ми знаємо, що світло – це хвильовий рух. Сумніватися в цих фактах більше неможливо; спростувати ці погляди незбагненно для фізики. З точки зору роду людського хвильова теорія є очевидність” – писав у 1889 р. Г. Герц (який своїми працями довів справедливість теорії Максвела). А якщо світло – це хвильовий процес, то енергія в такому процесі повинна передаватися **неперервно**, а не порціями (квантами): адже енергія, яку переносить хвиля, є пропорційною квадрату її амплітуди; амплітуда ж може змінюватися на будь-яке мале значення.

На основі квантової гіпотези, згідно з якою електромагнітна енергія випромінюється у вигляді квантів, Планк **теоретично** вивів формулу для спектральної густини енергетичної світності (випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла):

$$r_{\nu,\mathrm{T}} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\cdot\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\,.$$

Ця формула Планка не тільки узгоджується з експериментом, але містить усі окремі закони теплового випромінювання, а також дозволяє розрахувати сталі величини в законах теплового випромінювання та запобігає так званій «ультрафіолетовій катастрофі», згідно з якою в рамках класичної теорії випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла необмежено зростає з ростом частоти випромінювання, що повністю знаходиться у протиріччі з експериментом.

Ейнштейн в 1905 р. висунув гіпотезу щодо дискретної природи світлового випромінювання, тобто про можливість розповсюдження світлової хвилі в просторі окремими **квантами (**частинками світлового випромінювання, що названі **фотонами).**

Гіпотеза світлових квантів отримала підтвердження і подальший розвиток при поясненні явища **фотоефекту**.

6.1.1.3. Гіпотеза Ейнштейна. Фотони. Фотоефект

Випромінювання виникає всередині атома, але, покинувши його, існує незалежно від нього. Планк вважав, що світло лише випромінюється і поглинається квантами, але розповсюджується як хвиля.

Подальший розвиток ідеї Планка належить Ейнштейну. В 1905 р. він висловив припущення: світло не тільки випромінюється квантами, як того вимагала гіпотеза Планка, але і розповсюджується (і поглинається) так само – квантами. Згідно ***з гіпотезою світлових квантів***, висунутою Ейнштейном, випромінювання має дискретну структуру: воно складається з матеріальних частинок – "квантів випромінювання" (корпускул), кожна з них несе енергію $E = h\nu$ і летить у просторі, зі швидкістю світла. Щоб підкреслити схожість світлових квантів з частинками, Ейнштейн пізніше став називати їх фотонами. Фотони випромінюються і поглинаються атомами тільки цілком і не можуть поділятися на дрібніші частинки.

Справедливість своєї гіпотези Ейнштейн довів, аналізуючи закономірності, відкритого в 1885 р. нового явища – фотоелектричного ефекту.

Закони зовнішнього фотоефекту. Явище зовнішнього фотоефекту полягає у випусканні речовиною (поверхнею металу, наприклад калію, літію, цезію) електронів під дією падаючого світла. Електрони, що вилетіли з речовини при зовнішньому фотоефекті, називаються фотоелектронами, а струм, обумовлений ними, називається фотострумом. Закони, що були встановлені для фотоефекту (закони Столєтова):

- сила фотоструму насичення пропорційна освітленості фотокатоду (інтенсивності світла, що падає на нього);

- максимальна кінетична енергія фотоелектронів не залежить від інтенсивності падаючого світла, а визначається лише його частотою ν;

- для кожної речовини існує "червона межа" фотоефекту, тобто мінімальна частота ν_0 світла, нижче якої фотоефект неможливий (або, існує максимальна довжина хвилі, вище якої фотоефект неможливий). Важливо зазначити, що фотоефект є безінерційним.

Формула Ейнштейна для фотоефекту пояснила з точки зору гіпотези про кванти (як найменшої порції енергії електромагнітної хвилі) та існування світлових квантів (фотонів як частинок, що мають цю енергію) явище фотоефекту. Фактично - це закон збереження енергії в акті взаємодії кванта з електроном. У рамках квантової теорії фотоефекту кожний світловий квант (фотон) взаємодіє лише з **одним** електроном. Енергія падаючого фотона $h\nu$ витрачається на здійснення електроном роботи виходу A з речовини та на надання фотоелектрону кінетичної енергії:

$$h\nu = A + T_{\max} = A + mV_{\max}^2/2, \qquad (6.1.4)$$

де $h\nu$ – енергія фотона, що падає на поверхню металу; A – робота виходу електрона; $T_{\max}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектрона. Це співвідношення називають рівнянням Ейнштейна. Воно характеризує закон збереження енергії. З рівняння Ейнштейна випливає, зокрема, наявність "червоної границі" (довгохвильової межі) фотоефекту: якщо енергія кванта мала (червоне світло), так що $h\nu < A$, то фотоефект

неможливий при будь - якій великій інтенсивності світла. Червона границя фотоефекту (червона межа фотоефекту):

$$\nu_0 = A/h, \text{ чи } \lambda_0 = hc/A, \qquad (6.1.5)$$

де ν_0 – мінімальна частота світла, при якій фотоефект ще можливий; λ_0 – максимальна довжина хвиль світла, при якій ще можливий фотоефект; h – стала Планка; c – швидкість світла у вакуумі.

Жодну закономірність фотоефекту не можна ані зрозуміти, ані пояснити, якщо виходити з хвильових уявлень про світло. Показові в цьому відношенні досліди з фотоефекту на дуже дрібних частинках металевого пилу (Мейєр і Герлах, 1914). Припустимо, що світло - це електромагнітні хвилі. При перенесенні енергії хвилею вона (енергія) розподілена рівномірно (при постійній амплітуді) по всьому хвильовому фронту. Розрахунок показує, що внаслідок малих розмірів порошинки час, необхідний для накопичення електроном енергії, зрівняної з роботою виходу A, може становити кілька хвилин (якщо інтенсивність світла досить мала). Саме такий час повинен був би пройти між початком опромінення і моментом появи фотоелектронів. На досліді ж випускання фотоелектронів порошинками починається тієї ж самої миті, як починається опромінення. Цей результат не можна пояснити інакше, як на основі припущення, що світло - це потік світлових квантів, котрі можуть вибивати електрони безпосередньо в момент зіткнення з частинкою металу.

В явищах фотоефекту світло виявляє свої корпускулярні властивості. З рівняння Ейнштейна для фотоефекту випливає, що фотоефект може спостерігатись тільки тоді, коли енергія $h\nu$ світлового кванта (фотона), що падає на поверхню металу, не менша роботи виходу A. Отже, якщо освітлювати метал світлом різних частот, поступово переходячи від менших до більших (тобто від довших до коротших довжин хвиль), то фотоефект виникатиме тільки після досягнення червоної границі фотоефекту, $\nu_0 = A/h$ - межі, що відповідає нульовому значенню швидкості фотоелектронів. Як приклад, у таблиці наведено значення роботи виходу та червоної границі $\lambda_0 = c/\nu_0$ для деяких чистих металів.

Метал	*Cs*	*K*	*Na*	*Li*	*Ta*	*Hg*	*Au*	*Fe*	*Ag*
A, еВ	1,88	2,26	2,20	2,48	4,07	4,54	4,68	4,74	4,76
λ_0, нм	660	550	540	500	305	273,5	265	262	261

Оскільки червона межа фотоефекту і робота виходу конкретного металу взаємозв'язані величини, то ясно, що червона межа фотоефекту є характеристикою конкретного металу.

Енергія фотону, що падає на метал, *передається валентному електрону металу націло (неділимо)*. Це означає, що енергія $h\nu$, яка існувала до цього моменту у формі кванта світла (електромагнітна енергія), перетворюється в кінетичну енергію електрона. Якщо частота світла ν перевищує червону границю (тобто $\nu > \nu_0$), то за рахунок поглинутої енергії електрон може вилетіти з металу. Однак не всі, а лише деякі фотони дають такий ефект: один вирваний світлом електрон (фотоелектрон) припадає приблизно на тисячу фотонів, що падають на метал. Інші фотони поглинаються вільними електронами, не вириваючи їх з металу (навіть при $\nu > \nu_0$). Енергія, що отримується таким способом електронами, передається атомам металу і перетворюється в енергію теплового руху – метал нагрівається.

Позначимо через N_e число електронів, які вириваються щосекунди світлом з одиниці площі поверхні металу, а через $N_Ф$ – число фотонів, які падають щосекунди на одиницю площі тієї ж поверхні. Природно вважати, що ці величини пропорційні одна одній:

$$N_e \sim N_ф . \qquad \textbf{(6.1.6)}$$

Інтенсивність світла I визначається кількістю електромагнітної енергії, що переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну напрямку розповсюдження енергії. Отже, для монохроматичного світла $I = h\nu \cdot N_ф$, таким чином,

$$N_e \sim I . \qquad (6.1.7)$$

Співвідношення (6.1.7) виражає одну з перелічених закономірностей фотоефекту: кількість фотоелектронів пропорційна інтенсивності світла.

Для спостереження фотоефекту використовується схема, продемонстрована на рис. 6.1.2. Тут K - пластинка металу, що освітлюється; A - друга пластинка, яку приєднано разом з першою до відповідних полюсів батареї $Б$.

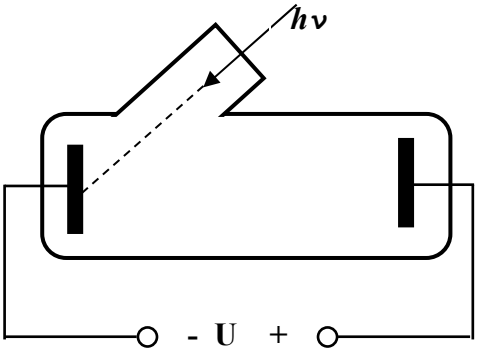


Рис. 6.1.2

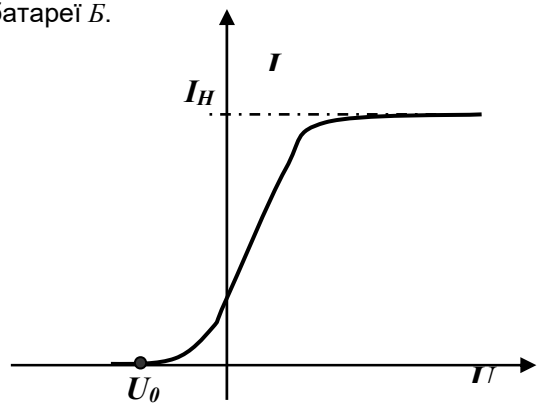


Рис. 6.1.3

Для забезпечення пробігу електрону між катодом і анодом без зіткнення з молекулами газу, система K - A поміщена у відпаяну скляну трубку з високим вакуумом, так званий **вакуумний фотоелемент**. Електрони, що звільняються світлом частотою

$\nu > \nu_0$ з пластини К (катода), під дією різниці потенціалів летять до пластини A (анода) і далі проходять по провідниках через гальванометр, замикаючи струм батареї $Б$. Як бачимо, фотоефект дозволяє перетворювати енергію світла в електричну. Таке перетворення відбувається в будь-якому фотоелементі.

На рис. 6.1.3 наведено типову вольт-амперну характеристику вакуумного фотоелемента – залежність сили струму, що проходить через фотоелемент I (фотоструму), від прикладеної до нього напруги U, $I = I(U)$. Існування фотоструму при напругах $U < 0$ свідчить про те, що незначна кількість електронів у металі має кінетичну енергію достатню для виходу із нього навіть у відсутності зовнішнього електричного поля. Максимальна початкова швидкість фотоелектронів зв'язана з тією від'ємною напругою, при якій з'являється фотострум (затримуючим потенціалом), U_0 наступним співвідношенням:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0 \cdot$$

У разі збільшення прискорюючої (на катоді " - ", на аноді " + ") напруги фотострум *I* зростає, досягаючи постійного значення $I_{НАС}$ (струм насичення). Насичення струму настає, коли всі звільнені за одиницю часу світлом електрони досягають анода. Якщо ж поле буде направлене так, щоб гальмувати рух електронів від катода до анода (на катоді " + ", на аноді " – "), то збільшення такої гальмівної напруги зменшує струм і навіть може звести його до нуля.

6.1.1.4. Корпускулярно – хвильовий дуалізм

Корпускулярно-хвильовий дуалізм відображає найважливіші та найнесподіваніші властивості об'єктів квантового світу. Під корпускулярно-хвильовим дуалізмом розуміють такі властивості квантових об'єктів, коли ці об'єкти в одних ситуаціях виявляють хвильові властивості, а в інших ситуаціях — корпускулярні властивості.

Найбільш вражаючим ствердженням квантово-хвильового дуалізму виявилось те, що квантові частинки, наприклад, електрони, можуть бути розглянуті як хвилі, а світло, навпаки, може бути розглянуте як потік окремих частинок. Такі несподівані висновки про властивості квантових систем викликали тривалі дискусії не тільки серед фізиків, але й серед представників інших наук, включаючи філософів. Парадоксальність (на перший погляд) квантово-хвильового дуалізму в кінцевому рахунку обумовлена тим, що ми намагаємося властивості об'єктів одного світу (квантового світу) описати за допомогою понять іншого світу (макроскопічного світу). Однак поняття макроскопічного світу часто є непридатними для квантових систем. Таким чином, перехід від макрооб'єктів до мікрооб'єктів приводе до якісних змін, до проявлення нових фізичних властивостей, які притаманні тільки мікротілам.

Важливо підкреслити, що після усвідомлення і глибокого зрозуміння природи корпускулярно-хвильового дуалізму це явище, як і всі інші незвичайні (чудові) явища, втрачає свою незвичайність і стає природним і неминучим явищем квантового світу.

Маса, імпульс фотона. Частинка (корпускула) і хвиля – це об'єкти, що мають протилежні властивості. Так, частинка (електрон, молекула, порошинка) локалізована в певній ділянці простору, а для хвилі характерна відсутність чіткої локалізації – гармонічна хвиля, наприклад синусоїда, має нескінченну протяжність. З частинкою перш за все пов'язано уявлення про дискретність (переривчастість), а з хвилею – уявлення про неперервність.

Історія розвитку оптики тривалий час була історією боротьби корпускулярних і хвильових уявлень про світло. Ця боротьба була відбиттям внутрішньої реальної суперечливості, що властива природі світлових явищ (як і всім явищам природи взагалі). Природа світла суперечлива: інтерференція і дифракція переконливо показують, що в цих явищах світло поводить себе як хвильовий процес; фотоефект же (і ще ряд інших явищ, пов'язаних із взаємодією світла і речовини) з неменшою переконливістю доводять, що світло певної частоти ν поводить себе як потік однакових частинок (фотонів). Отже, світло в один і той же час має і хвильові, і корпускулярні властивості; світло – це складне електромагнітне явище, якому притаманна двоїстість властивостей. Ця двоїстість, або дуалізм, є експериментальним фактом, вона існує об'єктивно, незалежно від нашої свідомості. Якщо все це підсумувати та врахувати енергію квантів, то можна сказати, що енергія фотона рівна:

$$E = h\nu \quad \text{або в іншій формі} \quad E = \hbar\omega, \qquad (6.1.8)$$

де h – стала Планка; $\hbar = h/2\pi$; ν – частота фотона; ω – циклічна частота.

Маса фотона визначається універсальним співвідношенням Ейнштейна для маси та енергії:

$$m_\gamma = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \qquad (6.1.9)$$

Фотон – елементарна частинка, яка рухається зі швидкістю світла c і має масу спокою, що дорівнює нулю.

Імпульс фотона P_γ визначається співвідношенням:

$$P_\gamma = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \qquad (6.1.10)$$

де c – швидкість світла у вакуумі; λ – довжина хвилі фотона.

Із наведених формул витікає, що фотон, як і будь-яка інша частинка речовини, характеризується енергією, масою та імпульсом. Ці формули зв'язують корпускулярні характеристики фотона – масу, імпульс, енергію – з хвильовою характеристикою світла – його частотою ν.

Фотони, які характеризуються імпульсом, будуть створювати тиск при падінні на поверхню. **Тиск світла** при нормальному падінні на поверхню:

$$p = E_0(1+\rho)/c = \omega(1+\rho), \qquad (6.1.11)$$

де E_0 – кількість енергії, що падає нормально на 1 м^2 за 1 с, енергетична освітленість; ω – об'ємна густина енергії випромінювання; ρ – коефіцієнт відбивання.

Світловий тиск був виявлений на досліді і вперше виміряний П.М. Лебедєвим.

Отже, для світла, як і будь–якого електромагнітного випромінювання притаманні одночасно корпускулярні і хвильові властивості – **корпускулярно – хвильовий дуалізм**.

Важливо зрозуміти, що протилежні властивості (хвильові і корпускулярні), притаманні світлу, існують в єдності - вони нерозривно пов'язані одна з одною. Щоб пояснити сказане, звернемось до формули Планка $E = h\nu$. Вона саме і є тим містком між хвильовими і корпускулярними уявленнями про світло, котрий зв'язує воєдино його хвильові і корпускулярні властивості. Дійсно, у лівій частині цієї формули знаходиться характеристика частинки світла – фотона, його енергія E; у правій частині – характеристика хвильового процесу, його частота ν. Тобто, енергія частинки визначається частотою хвильового процесу, що їй відповідає.

Повернемося до шкали електромагнітних хвиль, розглянутій нами раніше, і пройдемо по всіх діапазонах, починаючи із самих великих довжин хвиль. З урахуванням співвідношення $\nu = c/\lambda$ неважко оцінити енергію фотонів для кожного діапазону довжин хвиль. Для довгохвильового випромінювання енергія фотонів настільки малі, що його переривчаста, дискретна структура майже не проявляє себе. Тому практично інфрачервоні промені і радіохвилі виявляють лише хвильові властивості (наприклад, при $\lambda = 10^{-4}$ м енергія фотона становить всього $E \approx 0{,}01$ еВ, що можна порівняти з енергією, яка припадає на одну ступінь свободи молекули при T =100 К).

Для видимого світла енергії фотонів більші і промені видимого світла (а тим більш фіолетового) проявляють як хвильові, так і корпускулярні властивості (свідчення тому – фотоефект). Енергії фотонів видимого світла знаходяться в інтервалі від 1,6 еВ (червоне світло) до 3 еВ (фіолетове світло).

Як бачимо, зі зміною довжини хвилі (тобто кількісної характеристики) виникають якісні зміни у властивостях електромагнітного випромінювання: чим менша довжина хвилі (чим більша частота), тим все виразніше проявляють себе квантові (корпускулярні) властивості випромінювання. Особливо яскраво проявляються квантові властивості γ-випромінювання радіоактивних ядер: енергії γ- квантів величезні, вони можуть перевищувати 10^6 еВ. Таку енергію отримав би електрон, що пройшов би різницю потенціалів в 1 млн. вольт.

6.1.1.5. Хвильові властивості мікрочастинок. Хвилі де Бройля

Французький вчений де Бройль висунув гіпотезу (1924 р.) про універсальність корпускулярно–хвильового дуалізму, тобто твердження, що не тільки електромагнітне випромінювання являє собою хвильовий процес і потік частинок (квантів випромінювання, фотонів) одночасно, але й мікрочастинки аналогічно зв’язані з хвильовим процесом. Якщо частинка має енергію ε та імпульс P, то з нею пов’язується хвиля з частотою:

$$\nu_Б = \frac{\varepsilon}{h} \qquad (6.1.12)$$

та довжиною хвилі

$$\lambda_{Б} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad (6.1.13)$$

або

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \; . \qquad (6.1.13')$$

Формула хвилі де Бройля, яка описує вільний рух мікрочастинки, має вигляд:

$$\Psi(\vec{r},t) = A\,exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right] = Aexp\left[-i(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t)\right],$$

де $\Psi(\vec{r},t)$ - хвильова функція (псі функція), E — енергія, $\vec{r}$ — радіус-вектор, A — нормувальний множник, що визначає амплітуду плоскої монохроматичної хвилі, t — час, ***i*** — уявна одиниця.

Енергія хвилі де Бройля дорівнює $\mathrm{E} = \hbar\,\omega$, ω - циклічна частота, $\vec{\mathrm{p}} = \vec{\mathrm{k}}\hbar$ - її імпульс, $\vec{\mathrm{k}} = \frac{2\pi}{\lambda}$ = — хвильовий вектор.

$\Psi(\vec{r},t)$ - це аналог траєкторії у класичній фізиці. У класичній механіці наявність або відсутність частинки у деякій точці простору може бути визначена достовірно. Тобто імовірність знаходження класичної частинки у деякому об'ємі простору ΔV дорівнює або одиниці (частинка присутня у даному об'ємі), або нулю (частинка відсутня у даному об'ємі). Для квантових частинок має місце зовсім інша ситуація. Імовірність dP того, що частинка знаходиться у об'ємі dV, визначається за формулою:

$dP = A\,|\Psi|^2 \cdot dV,$

де $|\Psi|^2$ — квадрат модуля хвильової функції, а A — коефіцієнт пропорційності. Таким чином, імовірність того, що частинка знаходиться у об'ємі dV, визначається квадратом модуля хвильової функції частинки у цьому об'ємі. Це ствердження визначає фізичний зміст хвильової функції. Квадрат модуля хвильової функції можна уявити як добуток двох функцій

$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^{**},$

де Ψ^{*} —функція, яка є комплексно спряженою до функції Ψ.

Таким чином, висновки квантової механіки про знаходження частинки у тій чи іншій точці простору носять імовірнісний або статистичний характер. Для квантової частинки її місце знаходження та поведінка не можуть бути визначені точно. Поведінка квантової

частинки може бути тільки передбаченою з якоюсь степеню вірогідності. Але це не означає, що квантова механіка є менш точнішою, ніж класична механіка. Суть у тому, що квантова частинка не має точних значень координати та імпульсу, тому однозначно описати поведінку квантової частинки та її положення в просторі є неможливим у принципі. Неоднозначність поведінки квантової частинки виникає тому, що ми намагаємося описати квантову частинку за допомогою класичних параметрів, таких як координата та імпульс, але для квантової частинки ці параметри не мають точних значень.

Відзначимо, що А. Ейнштейн не був згодний з тим, що події у квантовому світі мають імовірнісний характер. Він вважав, що цей висновок є пов'язаним з недосконалістю методів опису та методів спостереження квантових об'єктів. Однак в подальшому, при розвитку квантової механіки, більш доскональні методи розроблені не були, тому у наш час висновки про імовірнісний характер результатів квантової механіки являються загальноприйнятими.

Хвильові властивості елементарних частинок були доведені за допомогою багатьох експериментів (дифракція електронних та нейтронних пучків на кристалах).. Зокрема була отримана дифракційна картина за допомогою пучка електронів, які проходять скрізь кристалічну ґратку. Якщо потік електронів проходить скрізь металеву пластинку (МП), то на екрані, який є фотопластинкою (ФП), можна отримати дифракційну картину. Ця дифракційна картина є аналогічною до картини, яку створюють електромагнітні хвилі, що мають довжину хвилі у відповідності з формулою. За допомогою прямих експериментів було доведено також, що хвильовими властивостями володіють не тільки потоки частинок, але й окремі частинки.

Таким чином, у світі квантових явищ як світло, так і елементарні частинки в різних експериментальних ситуаціях можуть проявляти як хвильові, так і корпускулярні властивості. Наявність корпускулярно-хвильового дуалізму є фундаментальною особливістю об'єктів квантового світла.

Хвильові властивості електронних пучків використовуються в роботі електронного мікроскопа. Довжина хвилі де Бройля для електронів значно менша довжини світлової хвилі, що обумовлює дуже велику роздільну здатність електронного мікроскопа, що дає можливість одержати інформацію про окремі атоми і молекули речовини, що неможливо отримати за допомогою оптичного мікроскопа.

6.1.1.6. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

Завдяки корпускулярно-хвильовому дуалізму властивості квантових частинок суттєво відрізняються від властивостей класичних частинок. Стан класичної частинки може бути точно визначеним за допомогою таких величин як координата — x, імпульс — p та енергія — E. Сукупність послідовних переміщень частинки задає її траєкторію. Однак для квантових частинок існує обмеження на одно часове визначення точних значень координат і імпульсу мікрочастинки, тобто властивості квантових частинок не можуть бути точно описані за допомогою класичних понять і величин.

Застосування класичних понять для опису властивостей квантових частинок призводить до невизначеностей. У 1927 р. В. Гейзенберг показав, що для квантових

частинок має місце таке співвідношення

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$.

Це співвідношення називається співвідношенням невизначеностей Гейзенберга (для координат **y** та **z** має місце аналогічне співвідношення). У цій формулі Δx і Δp є невизначеності координати і імпульсу частинки відповідно. Видно, що якщо невизначеність Δx скільки завгодно мала ($\Delta x \to 0$), то невизначеність імпульсу стає дуже великою ($\Delta p \to \infty$). Співвідношення невизначеностей має місце також для енергії і часу:

$E \cdot \Delta t = \Delta E \cdot \tau \geq \hbar/2.$

У цій формулі величину $\Delta t = \tau$ слід розглядати як час перебування (або час життя) частинки у квантовому стані з енергією E. Якщо час перебування частинки у квантовому стані є малий, то цей енергетичний стан (енергетичний рівень) буде розширеним на величину $\Delta E \geq (\hbar/2)/\tau$. Розширення енергетичних рівнів завдяки малому часу перебування частинки на цих рівнях пояснює рис. 6.1.4. На цьому рисунку E_1 та E_2 — енергетичні рівні частинки, яка перебуває на кожному рівні на протязі часу τ, а потім переходить з одного рівня на інший. Криві ліворуч від енергетичних рівнів ілюструють розширення цих рівнів завдяки співвідношенню невизначеностей.

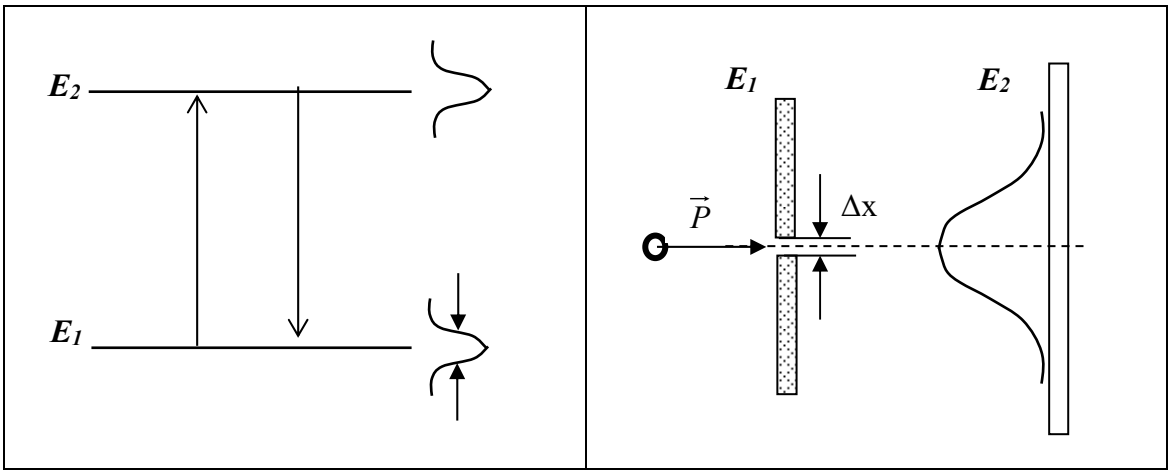


Рис.6.1.4 а

Справедливість співвідношення невизначеностей підтверджується за допомогою різних експериментів. Схема одного із можливих експериментів для перевірки співвідношення (6.1.4 а) проілюстрована на рис. 6.1.4 б.

На цьому рисунку стрілкою з літерою $\vec{p}$ позначено потік електронів, що рухаються зі швидкістю $\vec{V}$ у напрямку першого екрану E_1. Ці частинки мають імпульс $\vec{p} = m\vec{V}$. Для електронів цього потоку, які знаходяться зліва від екрану E_1, координата x виявляється цілком невизначеною ($\Delta x \to \infty$), тому імпульс цих електронів, відповідно до (6.1.4 а), є точно визначеною величиною ($\Delta p \to 0$). Екран E_1 має вузьку щілину з розміром Δx. Тому

невизначеність координати для електронів поза екраном E_1 стає малою і дорівнює Δx. Тоді, згідно з (6.1.4а), поза екраном E_1 невизначеність імпульсу електронів зростає та стає рівною $\Delta p \geq (\hbar/2)/\Delta x$. Відповідно, напрямок руху електронів поза екраном E_1 змінюється. Крива, що зображена на рис. 6.1.4 б біля екрану E_2, характеризує кількість електронів, які долітають до різних ділянок екрану E_2.

Вважаючи, що $\Delta p = m\Delta V$, співвідношення для імпульсів можна переписати у вигляді

$$\Delta x \cdot \Delta V \geq \hbar/2m,$$

тобто, якщо маса частинки є великою, то $\Delta x \cdot \Delta V \rightarrow 0$ та співвідношенням невизначеностей можна знехтувати. Таким чином, співвідношення невизначеностей є суттєвим тільки для частинок, маса яких є малою. Для макроскопічних частинок, що мають велику масу, співвідношення невизначеностей є не суттєвим.

6.1.1.7. Квантові постулати Бора

Досліди Резерфорда з розсіювання альфа–частинок. Важливу роль у з'ясуванні будови атома зіграли досліди Резерфорда щодо вивчення проходження альфа–частинок через тонкі плівки золота та інших металів. Досліди виявили, що деяка кількість альфа–частинок, розсіюючись атомами золота, відхилялись на великі кути (більше 90°). Було зроблено висновок, що весь позитивний заряд атома зосереджений в центрі атома – ядрі, яке займає дуже малий об'єм порівняно з усім об'ємом атома. Більшість альфа-частинок визнає незначного розсіяння, бо ймовірність влучення їх у ядро мала. Однак ті альфа-частинки, що проходять поблизу ядра різко відхиляються, бо на малих відстанях діють дуже великі сили відштовхування між позитивними альфа-частинками та ядром.

На підставі результатів своїх дослідів Резерфорд запропонував **ядерну (планетарну) модуль будови атома**, згідно з якою можна припустити таке:

1) весь позитивний заряд атома і майже вся його маса зосереджені в атомному ядрі з зарядом + Ze розміром 10^{-15} – 10^{-14} м;
2) навколо ядра з великою швидкістю обертаються електрони по замкнутих орбітах розмірами на 4-5 порядків більшими, ніж розміри ядра, подібно до планет, що обертаються навколо Сонця;
3) електрон утримується на орбіті силою кулонівського притягання до ядра, яка згідно з другим законом Ньютона забезпечує доцентрове прискорення

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r}, \qquad (6.1.14)$$

де Z– номер хімічного елемента; e – елементарний заряд; ε_0 – електрична стала; r – радіус орбіти; m – маса електрона; υ – швидкість руху електрона.

Квантові постулати Бора. Будь-який хімічний елемент, знаходячись у газо - або у пароподібному стані, під час нагрівання (або іншого збудження) випромінює спектр, що складається з набору окремих різких ліній; кожній з них відповідає цілком певна довжина

хвилі λ (і частота $\nu = c/\lambda$). Такий спектр називають **лінійчастим**. Важливо, що цей набір ліній є унікальним для кожного елемента таблиці Менделєєва. Більш того, лінійчаті спектри елементів не залежать від виду хімічних сполук, до яких вони входять (на цьому засновано спектральний аналіз - метод визначення хімічного складу речовини з аналізу його оптичного спектра). Встановлено, що хімічний елемент може поглинати світло лише тих довжин хвиль, котрі присутні в його спектрі випромінювання (правило обернення спектральних ліній).

У розріджених газах атоми, знаходячись на великих відстанях один від одного, практично не взаємодіють між собою. Тому лінійчатий спектр випромінюється окремими ізольованими атомами. В результаті випромінювання світла частотою ν внутрішня енергія атома стрибком зменшується на величину енергії $h\nu$ випущеного фотона. Відповідно, у разі поглинання фотона атомом його внутрішня енергія зростає на величину $h\nu$. З факту існування різних спектральних ліній поглинання і випромінювання, з одного боку, і з гіпотези світлових квантів Ейнштейна, з другого, можна зробити висновок: внутрішня енергія атома може мати тільки цілком певні **дискретні** значення. Позначимо їх через

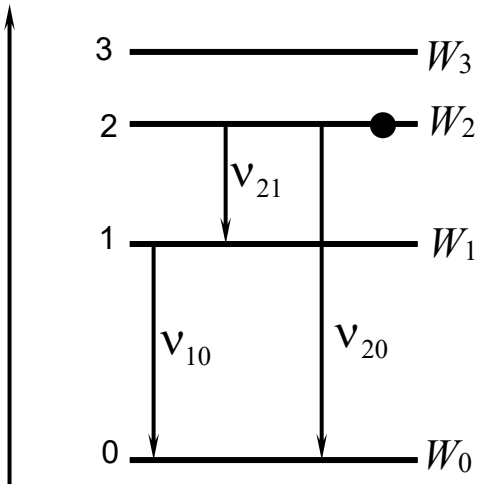


Рис. 6.1.5

$$W_0 \ldots W_1 \ldots W_2 \ldots W_n \ldots .$$

Бор припустив, що цим значенням енергії відповідають **стаціонарні** (тобто такі, що не змінюються із часом) стани атома, в яких він не випромінює енергію. Їх можна перенумерувати – індекс $n = 1,2,3,\ldots$, що супроводжує позначення енергії у (6.1.15) є номер стану. Стаціонарний стан з найменшою енергією називають основним, решту – збудженими. На рис. 6.1.5 у символічній формі показано, що деякий атом знаходиться в збудженому стані з енергією W_2 (чорний кружок).

Атом у другому стаціонарному стані може випромінювати енергію або у вигляді одного кванта з частотою ν_{20}, або у вигляді двох квантів, сума частот яких $(\nu_{10} + \nu_{21})$ має точно дорівнювати ν_{20}

Отже, атом може поглинати випромінювання лише тих частот, для яких величини $h\nu$ якраз дорівнюють порціям енергії, необхідним для переведення його (атома) із стану з меншою енергією в другий, більш високий (за шкалою енергій) стан. Тому частоти ліній поглинання визначаються рівняннями $W_1 - W_0 = h\nu_{10}$, $W_2 - W_0 = h\nu_{20}$ де W_0 - енергія основного стану.

Якщо з якоїсь причини атом збуджується, тобто переходить у стан з енергією $W_n > W_0$, то він може повернути цю енергію у вигляді випромінювання. У цьому разі

можуть бути випущені будь-які світлові кванти, енергія яких точно дорівнює різниці енергій якихось стаціонарних станів. Тому частоти ліній випромінювання визначаються рівнянням $W_n - W_m = h\nu_{nm}$, де $W_m < W_n$.

Всі ці міркування, що представлені вище у розділі 6.1.1.7, дозволили Бору сформулювати постулати, названі його іменем.

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів): у атомі існує набір стаціонарних станів (що не змінюються у часі), знаходячись в яких атом не випромінює електромагнітних хвиль. Стаціонарним станам відповідають стаціонарні орбіти, по яких електрони, що прискорено рухаються, всупереч законам класичної фізики не випромінюють енергію. У цих станах атому електрон, що рухається по круговій орбіті, має не будь-які, а тільки квантовані значення моменту імпульсу, що задовольняють умові:

$$L_k = mvr = k\hbar \qquad (k = 1,2,3...). \qquad (6.1.15)$$

Тут m - маса електрона, v- його швидкість, r - радіус k - тої орбіти. Ціле число k дорівнює числу довжин хвиль, що укладаються на довжині кругової орбіти:

$$2\pi r/\lambda = 2\pi rmv/h = k. \qquad (6.1.15')$$

Другий постулат Бору (правило частот): при переході атома з одного стаціонарного стану в інший випромінюється або поглинається один фотон. Випромінювання фотона відбувається під час переходу атома із стану з більшою енергією в стан з меншою енергією. При зворотному переході відбувається поглинання фотона. Енергія фотона рівна різниці енергій електрона у двох станах атома:

$$W_n - W_m = h\nu. \qquad (6.1.16)$$

Сформульовані твердження були висловлені Бором у 1913 р. спочатку як гіпотеза (постулати Бора), а згодом вони лягли в основу його теорії атома.

Експериментальне підтвердження постулатів Бора. У 1913 р. Д. Франк і Г. Герц пропускали через ртутну пару пучок швидких електронів, швидкість яких можна було змінювати. При цьому вони спостерігали цікаве явище: поки енергія електронів була довільною, число електронів, що пройшли через атоми ртуті, дорівнювало числу електронів у вихідному пучку. Однак, коли енергія їх досягала певної величини (у досліді вона дорівнювала 4,9 еВ, або 7,84 10^{-19}Дж), число електронів у пучку, що пройшов, різко зменшувалось. Вони віддавали свою енергію атомам ртуті і втрачали свою швидкість – аж до зупинки. У той же час у спектрі ртутної пари спалахувала ультрафіолетова лінія з довжиною хвилі λ = 253,6 нм, тобто з частотою $\nu = c/\lambda = 1{,}18 \cdot 10^{15} c^{-1}$. Енергію

кванта з такою частотою легко обчислити – вона дорівнює $h\nu = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 1{,}18 \cdot 10^{14} = 7{,}82 \cdot 10^{-19}$ Дж, тобто майже така, як вихідна енергія електрона. Очевидно. що енергію електрона (4,9 еВ) було витрачено на збудження атома ртуті, а випромінювання виникало при зворотному переході атома ртуті зі збудженого стану до основного.

Картина, що спостерігається - пряме експериментальне підтвердження обох постулатів Бора: в атомі реально існують стаціонарні стани, і тому він не здатний поглинати довільні порції енергії. Переходи електрона між енергетичними рівнями в атомі можливі тільки стрибками, а частота ν випромінювання визначається різницею енергій ΔW стаціонарних станів і обчислюється за формулою Ейнштейна.

6.1.1.8. Теорія атома за Бором. Спектр атома водню. Природа спектральних ліній

У 1913 р. Нільс Бор створив теорію атома водню на основі двох постулатів, які суперечили класичній механіці і електродинаміці. Ці постулати торкались дискретних стаціонарних орбіт (знаходячись на цих орбітах електрон не випромінює енергію) і закономірностей поглинання її випромінювання енергії (при переході з однієї на іншу стаціонарну орбіту електрон поглинає або випромінює квант енергії $\hbar\omega$). Приблизно через 10 років була розроблена квантово-механічна теорія атома водню. Ця теорія підтвердила висновки теорії Бора і дала змогу уявити сутність і фізичний зміст постулатів Бора.

Зараз ми розглянемо елементи квантово-механічної теорії атомів водню і воднеподібних іонів. Воднеподібним іоном зветься система, яка має нерухоме ядро з позитивним зарядом Ze (Z — ціле число) та електрон, що рухається навколо цього ядра. Якщо Z = 1, то ця система відповідає атома водню.

1. Відомо, що спектри випромінювання газів – **лінійчасті**. Вимірювання частот спектральних ліній показало, що вони розміщуються групами (серіями) і підпорядковуються певним закономірностям; їх було встановлено емпірично. Самий простий спектр належить самому простому хімічному елементу – водню. Частота ν будь-якої лінії спектра водню описується формулою Бальмера-Рідберга:

$$\nu = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (6.1.17)$$

де $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\, c^{-1}$ – константа, що називається сталою Рідберга (вона визначається як емпіричним шляхом, так і теоретично), а цілі додатні числа k та n – отримали назву головних квантових чисел, причому $n>k$.

Група ліній з однаковим k отримала назву серії. Так при k=1 і n = 2,3,4... серія розміщується в ультрафіолетовій частині спектру і отримала назву серії Лаймана. Групу ліній, для якої k=2 і n = 3,4,5,.., названо серією Бальмера. Чотири її лінії знаходяться у

видимій області спектра, інші – в ультрафіолетовій. При k=3,4,5,… отримуємо відповідно серії Пашена, Брекета, Пфундта та інші; вони знаходяться в інфрачервоній області.

2. Оскільки частоти ліній визначаються різницями енергій стаціонарних станів атома,

$$h\nu = W_n - W_k, \qquad W_n > W_k, \tag{6.1.18}$$

то знаючи лінійчатий спектр, можна визначити енергії стаціонарних станів. Для подальшого зручно, помноживши співвідношення (6.1.17) на h, представити його у вигляді, подібному до (1.5.18):

$$h\nu = \frac{W_Б}{k^2} - \frac{W_Б}{n^2}; \quad \text{або} \quad h\nu = \frac{W_Б}{n^2} - \left(-\frac{W_Б}{k^2}\right), \tag{6.1.19}$$

де $W_Б = \dfrac{me^4}{n^2 8h^2 \varepsilon_0^2} = h \cdot R$ =13,55 еВ – константа, що називається борівською енергією.

Формулу для борівською енергії вперше отримав Н.Бор, виходячи з постулатів, запропонованих ним. В подальшому у квантовій механіці цей вираз отримано без будь-яких постулатів.

Згідно з планетарною моделлю атома, запропонованою Резерфордом, електрон обертається навколо ядра атома водню по коловій орбіті. При цьому сила кулонівського притяжіння електрона та ядра $F_{кул}$ відіграє роль доцентрової сили, $F_{доц} = \dfrac{mv^2}{r}$ (тут r – радіус орбіти, υ – швидкість електрона, що рухається по цій орбіті):

$$\boldsymbol{F_{кул} = F_{доц}} \ . \tag{6.1.20}$$

Кулонівська сила визначається за виразом

$$F_{кул} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}, \tag{6.1.21}$$

де ε_0 – електрична стала.

Підставляючи у співвідношення (6.1.20) значення обох сил, отримаємо співвідношення

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}, \tag{6.1.22}$$

із якого з використанням умови квантування імпульсу (6.1.15) можна отримати радіуси стаціонарних орбіт та енергії електронів, що обертаються на них.

Повна енергія атома водню W складається з кінетичної енергії електрона $W_{кін} = m\upsilon^2/2$ і взаємної потенціальної енергії електрона та ядра

$$W_{пот} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}. \qquad (6.1.23)$$

Таким чином, повна енергія атома буде дорівнювати:

$$W = W_{кін} + W_{пот}\ . \qquad (6.1.24)$$

Підставляючи у формулу (6.1.24) значення кінетичної і потенціальної енергій, знаходимо, що повна енергія атома є від'ємною:

$$W = -\frac{1}{2}\cdot\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}. \qquad (6.1.25)$$

Тепер, порівнюючи (1.1.25) та (6.1.19), знаходимо енергію стаціонарних станів атома

$$W = W_n = -W_Б / n^2. \qquad (6.1.26)$$

Параметр n у формулі (6.1.26) може приймати будь–які цілі значення від 1 до ∞; його називають **головним квантовим числом**, воно визначає номер стаціонарного стану. Як бачимо, зі збільшенням n енергія стаціонарного стану зростає (бо $W < 0$). Стан $n=1$ є **основним**, йому відповідає мінімальна енергія атома водню, W_1 = - 13,55 еВ; усі інші стани – **збуджені**. Максимальна енергія $W_\infty = 0$ при $n = \infty$ називається **енергія іонізації** атому водню (при $W = W_\infty$ спостерігається відрив електрона від атома – перехід його у вакуум) . Для цього потрібно затратити енергію -W_1= 13,55 еВ.

3. Співвідношення (6.1.25) отримано для будь-якої колової орбіти електрона. Згідно з цим співвідношенням енергія атома визначається радіусом орбіти електрона. Оскільки енергія атома може приймати тільки суворо визначені дискретні значення, то і електронні орбіти можуть бути не будь-якими, а тільки суворо визначеними – стаціонарним станам відповідають стаціонарні орбіти. Радіуси стаціонарних орбіт $r = r_n$ знаходимо, прирівнюючи праві частини виразів (6.1.25) і (6.1.):

$$r_n = r_Б \cdot n^2\ , \qquad (6.1.27)$$

де

$$r_Б = \frac{1}{2}\cdot\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 W_Б} = 0{,}53\cdot 10^{-10}\text{м}\ . \qquad (6.1.28)$$

Константа $r_Б$ – називається радіусом першої орбіти електрону (першим борівським радіусом). Як видно із (6.1.27) радіус стаціонарної орбіти пропорційний квадрату головного квантового числа. Із співвідношення $r_n = r_Б \cdot n^2$ випливає, що значення $n \to \infty$ відповідає нескінченно великій відстані електрона від ядра. Це означає, що атом водню іонізовано (електрон відірвано від атома). Разом з тим, відповідно до (6.1.26) при $n \to \infty$ прямує до нуля повна енергія W атома. Отже, для іонізації атома водню, що знаходиться в основному стані (тобто такому, що має енергію: $W=W_1=-W_Б$) йому необхідно надати енергію, що дорівнює $W_Б$. Таким чином, борівська енергія має зміст енергії іонізації атома

водню.

4. Електрон, що обертається по коловій орбіті, характеризується моментом імпульсу L, який дорівнює $m\upsilon r$ (див. рис. 6.1.6). Момент імпульсу електрона, який рухається по n - й стаціонарній орбіті дорівнює mV_nr_n (тут υ_n – швидкість електрона при русі по *n*-й орбіті), тобто пропорційний *n*:

$$m\upsilon_n r_n = n\hbar\,, \qquad (6.1.29)$$

де $\hbar = h/2\pi$=1,054·10^{-34} Дж·с (константу $\hbar$ як і h, називають сталою Планка).

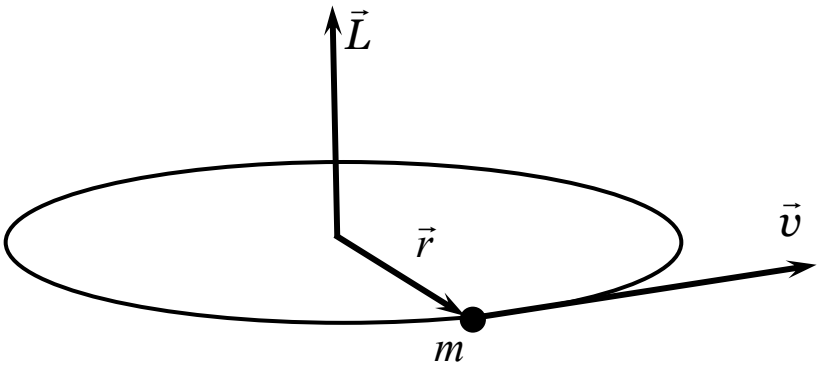


Рис.6.1.6.

Таким чином, **стаціонарними є такі орбіти, для яких момент імпульсу електрона є кратним величині** $\hbar$. Це твердження отримало назву **правила квантування орбіт.** Його вперше сформулював Бор (1913 р.).

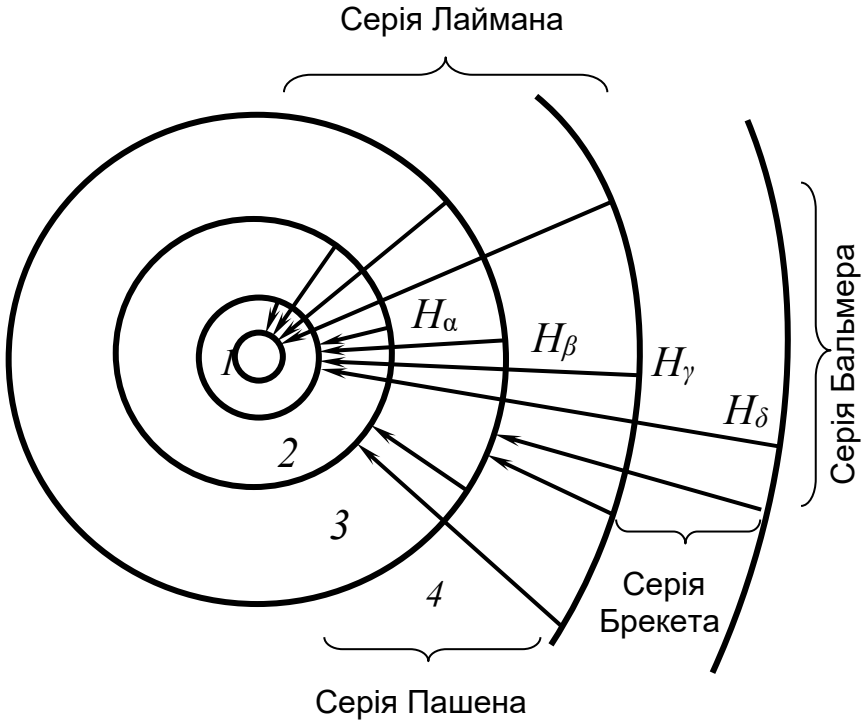


Рис. 6.1.7

5. Перехід атома водню з одного стаціонарного стану n (з енергією $W_n = -W_Б / n^2$) до іншого $k<n$ (з меншою енергією $W_k = -W_Б / k^2$) означає перехід електрона із стаціонарної орбіти номер n на орбіту номер k, яка ближче розташована до ядра. Рис. 6.1.7 ілюструє борівську інтерпретацію водневих ліній. Ультрафіолетова серія Лаймана (k=1), серія Бальмера у видимій області спектра (k=2), інфрачервона серія Пашена (k=3) і ще більш зсунута в інфрачервону область серія Брекета (k=4) показані стрілками відповідних електронних переходів.

Для градуювання спектроскопа, тобто найпростішого приладу для спостереження спектрів випромінювання, використовують чотири видимі лінії серії Бальмера, що отримали назви H_α (червона, λ = 656,3 нм), H_β (зелена, λ =486,7 нм), H_γ (синя, λ =434,0 нм) і H_δ (фіолетова, λ =410,2 нм).

6.1.1.9. Спонтанне та вимушене випромінювання. Підсилення світла. Лазер

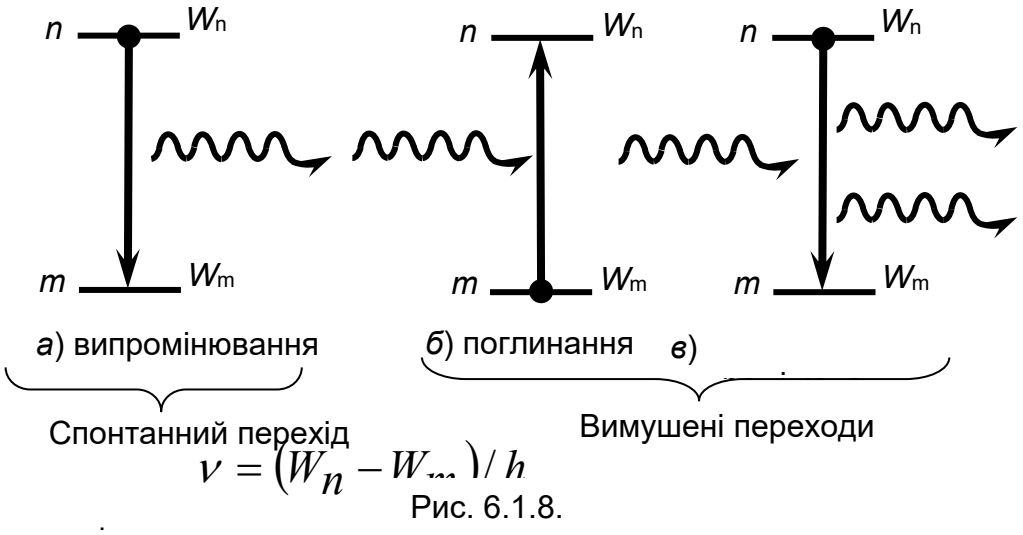
При звичайних температурах більшість атомів знаходяться в основному стані. При дії на систему фотоном з енергією $h\nu_{nm}$ атом в стані W_m поглинає фотон і переходить в стан W_n (це процес поглинання світла). Збуджений стан нестабільний і через короткий проміжок часу (зазвичай в межах 10^{-9} - 10^{-3} с ; збуджені стани, в яких „час життя" складає 10^{-6} - 10^{-3} с називаються метастабільними) без якої-небудь зовнішньої дії атом переходить в основний стан, випускаючи фотон з енергією $h\nu_{nm}$ (рис.6.1.8 а).

Атом, що знаходиться в одному зі збуджених станів (наприклад, у стані n з енергією W_n), може сам собою перейти в один зі станів з меншою енергією, випускаючи фотон з енергією

$$h\nu_{nm} = W_n - W_m \,. \qquad (6.1.30)$$

Такі переходи, що відбуваються без будь-якої зовнішньої дії, називають самочинними, або **спонтанними,**а сам процес називається **спонтанною емісією**.

На відміну від спонтанних природно називати **вимушеними (стимульованими)** переходи атомів з одного енергетичного стану до іншого, які відбуваються під дією світла, що падає на речовину (рис. 6.1.8 б,в). Вимушені переходи може викликати тільки світло резонансної частоти, що визначається співвідношенням (6.1.30):



$$\nu = (W_n - W_m)/h$$

Рис. 6.1.8.

Під дією світла резонансної частоти атом, що має енергію W_m , може перейти в стан з більшою енергією, $W_n > W_m$, поглинаючи при цьому фотон. Якщо ж атом мав енергію W_n, то світло резонансної частоти "звалює" збуджений електрон у атомі на нижчий енергетичний рівень. Атом при цьому випромінює фотон (з енергією, що визначається також співвідношенням (6.1.18)) додатково до того первинного фотона, який викликав вимушений перехід. Це додаткове випромінювання називають **вимушеним, стимульованим або індукованим**. Істотно, що ймовірності вимушених переходів $n \to m$ і $m \to n$ строго однакові. Особливість вимушеного випромінювання полягає в тому, що випромінений у цьому разі фотон абсолютно не відрізняється від первинного фотона. Ейнштейн показав, що вимушене випромінювання і випромінювання, що викликало цей перехід за своїми властивостями є тотожними: їхні частоти, фази поляризації і напрямки розповсюдження збігаються. Отже, вимушене випромінювання і те, що його вимушує, **когерентні.**

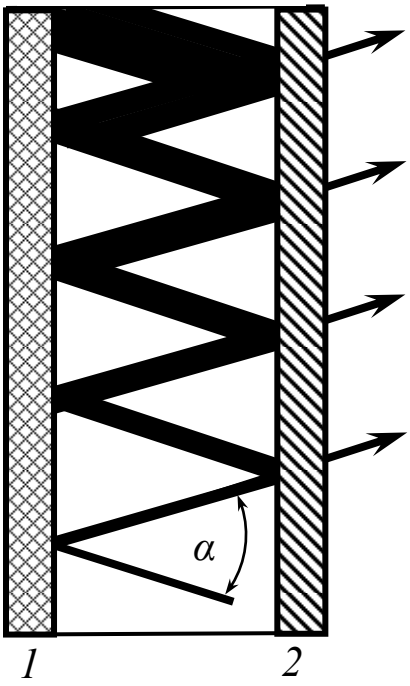


Рис.6.1.9

Явище вимушеного випромінювання використовується для підсилення світла в **оптичних квантових генераторах (ОКГ)** або **лазерах**.

У системі атомів, що знаходиться в стані термодинамічної рівноваги, поширення світла резонансної частоти супроводжується його послабленням. Розрахунки показують, що "заселеність" N_i рівня зменшується зі збільшенням його енергії. Тому кожної миті число переходів "вгору" виявляється більшим від числа переходів "вниз", тобто

переходи типу $m \to n$, що відбуваються з поглинанням світла, переважають (речовина поглинає світло).

У деяких середовищах можна штучно створити умови, за яких заселеність рівня *n* (з енергією $W_n > W_m$) буде більшою, ніж рівня m. У цьому випадку кажуть, що має місце **інверсія** (обернення) **заселеностей** рівнів n та m. Такий розподіл атомів за енергетичними станами буде мати місце в середовищі, що називають інверсним, або **активним**. В активному середовищі поширення світла резонансної частоти супроводжується його підсиленням, тому що кожної миті число переходів “вниз” виявляється більшим від числа переходів “вгору”, тобто переважають переходи, що відбуваються з випромінюванням світла. Для збільшення ефекту підсилення активне середовище розміщують між двома дзеркалами (1 ~100% відбиванням світла, 2 – напівпрозоре дзеркало) – це оптичний резонатор (рис. 6.1.9).

Дзеркала (вони можуть мати різну форму –плоску, сферичну, параболічну) забезпечуютьбагаторазове відбиття світла, отже і його багаторазове проходження через активне середовище.

Активне середовище підсилює світло, що проходить через нього, початок якому дає спонтанне випромінювання одного з атомів. Більшого підсилення досягаємо, коли кут α малий, так що світло зазнає багатьох відбивань. Випромінювання виходить назовні через дзеркало 2. (рис. 6.1.9.).

Активне середовище може не тільки підсилювати світло, але і само здатне випромінювати без зовнішнього джерела (тобто бути генератором світлових квантів): фотон, що виникає спонтанно, викличе появу точно такого ж фотона, а далі їх число буде лавиноподібно зростати в міру розповсюдження через речовину. У символічній формі цей процес представлено на рис. 6.1.10, де крапками зображено атоми, що заселяють верхній енергетичний рівень n.

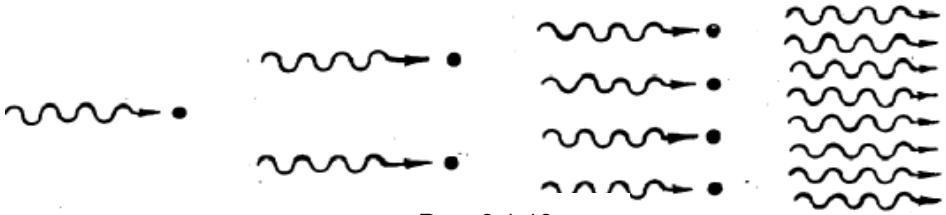


Рис. 6.1.10

ОКГ, або лазером називають прилад, в якому здійснюється генерація монохроматичних електромагнітних хвиль оптичного діапазону в результаті вимушеного (індукованого) випромінювання. Кожний лазер містить активне середовище, в яке накачується енергія для створення інверсії заселеностей, де і відбувається вимушене випромінювання. Різні типи лазерів відрізняються типами активного середовища і методами накачування та режимами генерації.

В лабораторному практикумі (див. розділ 6.2, робота 6-1) розглянуто принцип дії конкретного ОКГ – **гелій - неонового лазера.** Ці лазери генерують випромінювання у видимому та інфрачервоному діапазонах спектру. В загальних рисах охарактеризуємо

принцип роботи такого лазера, бо багато в чому він подібний до роботи інших ОКГ, особливо газових. Активним елементом гелій - неонового лазера є газорозрядна трубка, в якій проходить електричне **накачування** лазера (накачуванням називають процес надання робочій речовині лазера енергії для переведення атомів у збуджений стан). У трубці, де тиск гелію складає величину приблизно 1 мм рт.ст. , а неону – 0,1 мм рт.ст., створюється газорозрядна плазма, що складається з електронів та іонізованих атомів гелію і неону. В роботі наведено спрощену схему енергетичних рівнів гелію та неону. Розігнані електричним полем (U = 1-2,5 кВ) електрони зіштовхуються з атомами неону та гелію і збуджують їх. Показано роль **метастабільних** рівнів та створення **інверсії заселеностей рівнів.** Так, у трубці створюється **активне середовище** - сукупність збуджених атомів неону. Спонтанний перехід між двома рівнями деяких атомів неону призводить до лавиноподібної генерації фотонів з енергією 1,94 еВ. Їй відповідає довжина хвилі 632,8 нм (червона лінія неону). Отже, гелій є накопичувачем енергії збудження, а неон - джерелом вимушеного випромінювання.

Для того, щоб активне середовище стало **генератором** світлових хвиль, потрібен **зворотний зв'язок**. А саме, необхідно, щоб частина світла, яке випромінюється, весь час знаходилась у зоні активного середовища і викликала вимушене випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище лазера розміщується між двома дзеркалами, повернутими одне до одного; одне з дзеркал непрозоре, друге - частково прозоре. Тоді промінь світла, багаторазово відбиваючись від дзеркал, буде проходити багато разів через активне середовище, підсилюючись кожного разу в результаті вимушених переходів атомів з вищого енергетичного рівня на нижчий.

Для електромагнітних хвиль система дзеркал є **резонатором.** Цей резонатор не тільки **підсилює світло**, але і забезпечує його сувору **монохроматичність** і гостру **направленість** лазерного променя (кутове розходження променя на 4 порядки менше, ніж у традиційних оптичних освітлювальних систем, наприклад, прожекторів).

Крім того, лазерне випромінювання має високу часову і просторову когерентність (на 7 порядків вищу, ніж у звичайних джерел світла). Його когерентність обумовлена тим, що вимушено випромінене світло є суворо узгодженим з вимушуючим світлом і не відрізняється від нього. Якщо на шляху лазерного пучка поставити дві паралельні щілини (які відстоять одна від одної, на скільки дозволяє ширина пучка), то можна спостерігати на екрані за щілинами сукупність інтерференційних смуг.

Гелій-неоновий лазер описаного типу працює в неперервному режимі, тому пучок його світла має невелику потужність – усього декілька десятків мілівat. Однак потужність випромінювання лазерів інших типів, що працюють у режимі коротких імпульсів, може досягати 10^{10} Вт і більше.

Лазери знайшли широке застосування для цілей зв'язку як в атмосфері, так і захищених від зовнішніх дій протяжних штучних середовищах для розповсюдження світла. Наприклад, різного вигляду хвилеводи (діафрагмовані, з діелектричними і газовими лінзами тощо). У метрології лазери використовуються для вимірювання довжин з високою

точністю (до доль мікрона). У хімії лазери використовуються для розриву деяких (визначених) зв'язків в молекулі і ведення хімічної реакції в потрібному напрямі, тобто для зміни її структури по своєму плану. З появою лазерів вдалося отримати високоякісні тривимірні зображення предметів (голограми). Перспективне застосування лазерів в швидкодіючих оптичних електронно-обчислювальних машинах, високоточних лазерних далекомірах і багатьох інших областях техніки.

6.1.2. Елементи фізики твердого тіла

6.1.2.1. Основні фізичні властивості і характеристики напівпровідників

Напівпровідниками називають речовини, які за своїми електричними властивостями займають проміжне місце між металами і діелектриками: метали мають питомий опір порядку 10^{-6}-10^{-8} Ом·м, діелектрики – порядку 10^{9}-10^{19} Ом·м, а питомий опір напівпровідників змінюється в широкому інтервалі від 10^{-6} до 10^{9} Ом·м.

Характерною загальною властивістю напівпровідників є різка зміна їх **електропровідності** під дією різних зовнішніх факторів – температури, освітленості, тиску тощо. Крім того, електропровідність напівпровідників може сильно змінюватися під впливом мізерної кількості домішки.

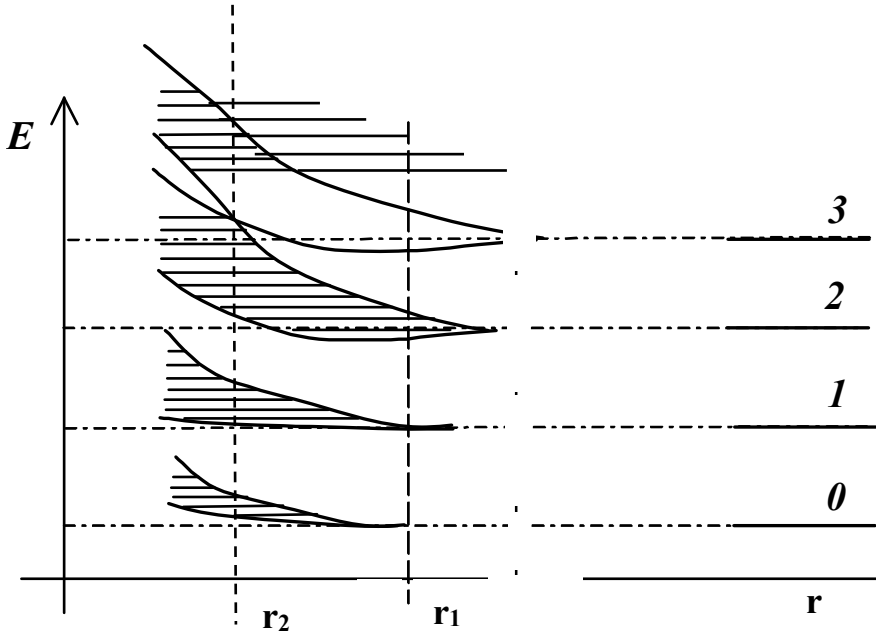


Рис.6.1.11

Таким чином, напівпровідники – це речовини, що мають при кімнатній температурі питому електричний опір в інтервалі від 10^{-6} до 10^{9} Ом·м, який залежить у значній мірі від виду та кількості домішок, структури речовини та від зовнішніх умов: температури, тиску, зовнішніх полів, освітлення, опромінення ядерними частинками тощо.

Це визначення дозволяє відрізнити напівпровідники від металів (стан провідності металів є не збудженим, більш слабка і протилежна температурна залежність електроопору). Відмінність між напівпровідниками і діелектриками чисто кількісна і в значній мірі умовна.

Всі ці властивості можна описати, користуючись зонною теорією твердого тіла. Нижче наведено пояснення основних положень цієї теорії та елементарні відомості про механізм провідності у напівпровідниках.

Енергетичний спектр електрона в кристалі. Електронні стани у твердих тілах мають суттєву подібність з станами електронів у вільних атомах, оскільки взаємодія між електронами не може повністю зруйнувати вихідну структуру електронних рівнів окремих атомів. З іншого боку, взаємодії між атомами все ж достатньо сильні для того, щоб викликати серйозні збурення електронних рівнів вільних атомів, і тому у кристалі спостерігається ряд специфічних нових ефектів. Найбільш суттєвим із них є розщеплення енергетичних рівнів електронів зовнішніх оболонок (для вільних атомів) у майже неперервні енергетичні смуги (у кристалі). Виникнення смуг енергетичних рівнів можна легко продемонструвати, аналізуючи зміну енергетичних рівнів електронів, які здійснюються у процесі створення твердого тіла при поступовому зближенні атомів.

Розглянемо умовний процес об'єднання атомів або іонів у кристалі (рис. 6.1.11).

Поки атоми будуть ізольованими (невзаємодіючими), то ми будемо

Нехай спочатку ми маємо *N* ізольованих деяких атомів або іонів, що знаходяться на значній відстані один від іншого. Кожен ізольований атом (або іон) має деяку картину енергетичних рівнів, яка зображена у правій частині рис. 6.1.11. Можливі енергетичні рівні різних атомів будемо вважати тотожними. Рівні енергії, які ми розглядаємо, будемо розрізняти на три типи. На внутрішні рівні, які є повністю заповнені електронами (рівні 1 на рис. 6.1.11), на валентні рівні (рівні 2), які можуть бути заповнені або частково, або повністю та на зовнішні рівні (рівні 3), які не заповнені електронами, тобто ці зовнішні рівні є порожніми.

Поки атоми будуть ізольованими (не взаємодіючими), то будемо мати *N* наборів однакових дискретних енергетичних рівнів. По мірі зближення атомів проміж ними виникає взаємодія, яка призводить до розщеплення рівнів та до зсуву положення цих рівнів. Замість кожного одного, однакового для всіх *N* атомів рівня, виникає *N* близько розташованих, незбіжних рівнів. Таким чином, кожний енергетичний рівень атома, завдяки зближенню атомів при формуванні кристала, розщепиться в кристалі на *N* близько розташованих рівнів, які утворюють смугу або зону.

Величина розщеплення для рівнів 1, 2 і 3, яка виникає при зближенні атомів, є неоднаковою. Найбільш суттєво будуть розщеплюватися зовнішні та валентні рівні, атомні орбіталі яких розташовані далеко від ядра. Внутрішні енергетичні рівні 1, що відповідають орбіталям, які розташовані поблизу до ядра, будуть обурюватися при зближенні атомів слабо. Таким чином, при зближенні атомів, в першу чергу, будуть розщеплюватися

зовнішні (порожні) енергетичні рівні та рівні, які заповнені валентними електронами. Розщеплення внутрішніх енергетичних рівнів, як правило, є не суттєвим.

В результаті розщеплення енергетичних рівнів, яке обумовлено взаємодією між іонами, в кристалі замість дискретних енергетичних рівнів будуть формуватися енергетичні зони. Кожна енергетична зона відповідає N близько розташованим енергетичним рівням, які належать всім іонам, які формують кристал. Дозволена зона тим ширша, чим слабше електрон зв'язаний зі своїм атомом. Дозволені енергетичні зони розділені ділянками заборонених значень енергії – забороненими зонами (рис. 6.1.11).Таким чином, для електронів в кристалі є інтервали енергій, які відповідають дозволеним та забороненим значенням енергії.

В залежності від конкретних властивостей кристалів (відстані між іонами або атомами) розщеплення та перекриття зон можуть бути різними. Якщо відстань між іонами дорівнює r_1 (рис. 6.1.11), то енергетичні зони, які відповідають валентним та зовнішнім рівням, не перекриваються. Відповідно між валентною та вільною зоною є заборонена зона. Якщо реалізується ситуація, яка відповідає відстані між атомами r_2 (рис. 24.1), то валентна та вільна зони перекриваються.

Ширина енергетичних зон не залежить від розмірів макроскопічного кристала. Тому зазор між сусідніми енергетичними рівнями в дозволеній зоні зменшується при збільшенні кількості атомів в кристалі. Ширина дозволених енергетичних зон має величину порядку декількох електрон-вольт. Тому, якщо кристал має 10^{23} атомів, тобто має розміри порядку сантиметрів, то зазор між сусідніми енергетичними рівнями в дозволеній зоні дорівнює приблизно 10^{-23} еВ. Відповідно, можна вважати, що енергія електронів в межах дозволених зон змінюється квазінеперервно.

Провідники і непровідники (напівпровідники, діелектрики). Наявність дозволених та заборонених енергетичних зон для електронів, які локалізовані в кристалах, дозволяє з єдиних позицій пояснити існування металів, напівпровідників та діелектриків.

У кристалі, як і в ізольованому атомі, розподіл електронів за енергетичними рівнями визначається двома фундаментальними принципами – принципом Паулі і принципом мінімуму енергії. Отже, якщо енергетичний рівень електрона в атомі не був заповнений, то йому в кристалі відповідатиме незаповнена зона. Якщо ж рівень електрона в атомі був повністю заповнений (двома електронами з протилежно направленими спінами), то відповідна енергетична зона буде також повністю заповненою (і вміщатиме $2N$ електронів). Частково заповненому енергетичному рівню в атомі відповідатиме частково заповнена енергетична зона в кристалі (що вміщатиме N електронів).

Дозволену зону, яка виникає з енергетичних рівнів, що відповідають валентним електронам, називають валентною зоною. Дозволену енергетичну зону, яка відповідає порожнім (вільним від електронів) енергетичним рівням, називають вільною зоною або зоною провідності. Енергетична зона, яка розташована поміж валентною та вільною зонами, називають забороненою зоною ΔE, оскільки електрони не можуть мати енергії, які відповідають цій зоні. Ця величина - один із найважливіших параметрів кристалу.

Класифікація кристалів на метали, напівпровідники та діелектрики визначається двома факторами. Перший фактор пов'язаний з характером заповнення електронами енергетичних рівнів у валентній зоні. Другий фактор пов'язаний з величиною енергетичного зазору між валентною та вільною зонами, тобто з шириною забороненої зони.

Заповнення дозволених зон електронами починаючи з самої нижньої (і найбільш вузької) здійснюється цілком (електронами внутрішніх оболонок). Тільки зона, утворена від валентних електронів, може опинитися в ряді випадків заповненою неповністю. Якщо при Т=0К всі зони, що містять електрони, заповнені електронами цілком, а наступна «порожня» дозволена зона відокремлена від даною достатньо широкою забороненою зоною, то кристал називається діелектриком (ΔE > 3 ев) або напівпровідником (ΔE < 3 ев). Якщо при Т=0К верхня зона, що містить електрони, заповнена електронами частково, то кристал називається металом. При цьому вони повинні проводити електричний струм. Металевий стан виникає і тоді, коли перекриваються заповнені і порожні зони.

Можлива ситуація, коли при абсолютному нулі зони трохи перекриваються. Такого роду об'єкти називаються напівметалами (наприклад, вісмут, олово) і поводяться при низьких температурах як метали, а при високих як напівпровідники. Речовини, у яких ці дві зони стикуються, називаються безщілинними напівпровідниками (наприклад, сіре олово, КРТ певного складу).

Якщо всі стани деякої дозволеної зони повністю заповнені, то така система електронів не може брати участі в утворенні електричного струму. Дійсно, електричне поле, діючи на електрон у кристалі, повинно було б надати йому додаткової швидкості, збільшуючи його енергію, тобто “підняти” його на більш високий енергетичний рівень. Але, якщо всі рівні даної дозволеної зони зайняті, то це не відбудеться. Отже, в утворенні електричного струму можуть брати участь тільки електрони частково заповненої зони, в якої над рівнями, заповненими електронами, існують близькі незаповнені рівні.

Відповідно до цього всі речовини поділяють на два класи – **провідники та непровідники.** До провідників відносять речовини, які при будь-якій температурі мають частково заповнені дозволені зони, до непровідників – речовини, в яких поблизу абсолютного нуля існує кілька повністю заповнених зон, а решта зон – порожні. Зонні схеми провідника зображено на рис. 6.1.12, а, б та не провідника – на рис. 6.1.12, в, г.

До напівпровідників відносять речовини з порівняно невеликою шириною забороненої зони – не більше 2 еВ. Це більшість елементів IV, V, VI груп таблиці Менделєєва (бор, кремній, германій, фосфор, селен та інші), сполуки елементів III та V груп, II і VI груп, більшість окисів, сполуки металів із сіркою, телуром, селеном, велика кількість органічних сполук (нафталін, антрацен, нафтацен тощо).

Напівпровідники за характером механізму електропровідності прийнято розділяти на **власні** та **домішкові**. Власні напівпровідники не мають скільки-небудь значної кількості домішок, а домішкові напівпровідники, навпаки, мають спеціально введені домішки, які визначають їхні властивості. Електропровідність власних напівпровідників називається власною провідністю, а домішкових напівпровідників — домішковою провідністю.

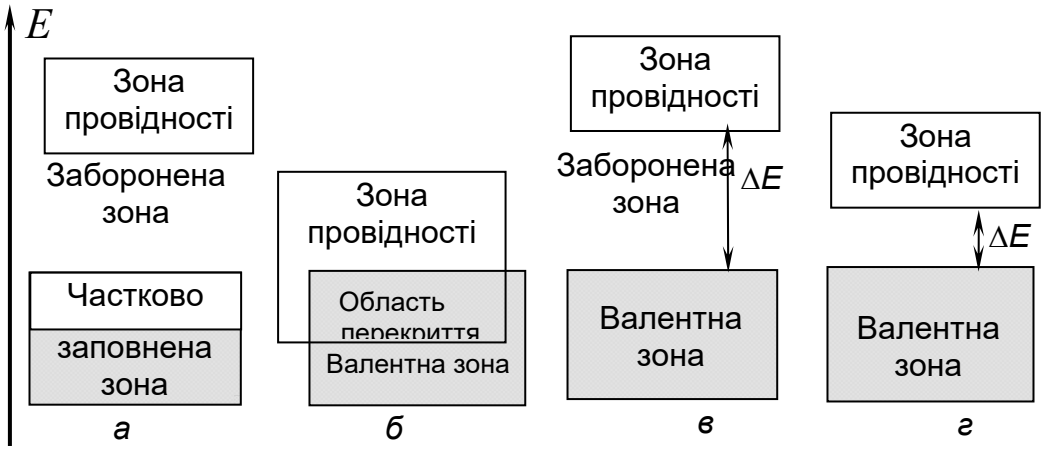


Рис. 6.1.12

Власні напівпровідники. Механізм провідності. Власними напівпровідниками є хімічно чисті напівпровідники. Їх електропровідність називається **власною.**

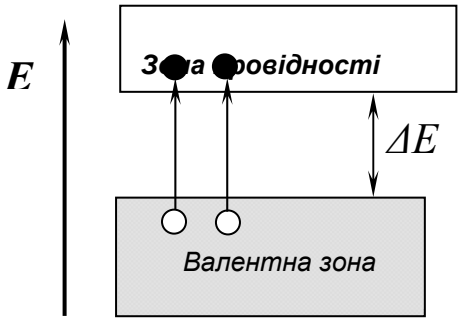


Рис. 6.1.13

Специфіку механізму **власної провідності** пояснює зонна структура енергетичного спектра електронів у кристалі напівпровідника. При низьких температурах (і відсутності інших зовнішніх факторів) власні напівпровідники ведуть себе як діелектрики (зовсім не проводять електричний струм).

При підвищенні температури напівпровідника ситуація змінюється: електрон валентної зони, одержавши енергію більшу, ніж ΔE за рахунок теплового збудження, переходить у зону провідності, тобто стає вільним (рис. 6.1.13). Це означає, що при накладанні на кристал зовнішнього електричного поля електрони будуть переміщуватися проти напрямку електричного поля і таким чином створювати електричний струм.

Однак цим не вичерпується механізм електропровідності власного напівпровідника.

З точки зору зонної теорії твердого тіла при переході електрону з валентної зони у зону провідності у валентній зоні з'являється незаповнений (вакантний) енергетичний рівень, який має позитивний заряд (оскільки на ньому раніше знаходився негативно заряджений електрон). Це «вільне місце» отримало назву "дірка". Дірка має позитивний заряд, що дорівнює по величині заряду електрона. На рис. 6.1.13, чорні точки – електрони, світлі кружечки – "дірки". Це вільне місце ("дірка") створює у валентній зоні можливість естафетного ("діркового") механізму провідності: будь-який електрон із більш низького рівня під дією електричного поля отримує додаткову енергію і займає рівень, що вивільнився (заповнює "дірку"), а це рівнозначно переміщенню позитивної дірки – вона з'явиться у тому місці, звідки перейшов електрон. Такий процес заповнення дірок електронами рівнозначний переміщенню дірки в напрямку, протилежному напрямку руху електрона, так, ніби дірка мала позитивний заряд, рівний за величиною заряду електрона.

Таким чином, у власних напівпровідниках спостерігається власна електропровідність, яка обумовлена двома типами носіїв заряду. Одна із складових власної електропровідності обумовлена електронами зони провідності, а інша - дірками валентної зони, які утворилися внаслідок переходу електрону із валентної зони у зону провідності: **електронний і дірковий** механізми електропровідності.

При зростанні температури концентрація електронів n у зоні провідності збільшується. Одночасно збільшується і концентрація дірок p у валентній зоні. Число електронів у зоні провідності дорівнює числу дірок у валентній зоні, оскільки дірки відповідають електронам, збудженим у зону провідності. Таким чином, $n=p=n_i$ (параметр n_i отримав назву концентрації власних носіїв заряду у напівпровіднику) .

Якщо $\Delta E > kT$, то кількість електронів в зоні провідності та дірок у валентній зоні власного напівпровідника, відповідно до статистики Больцмана, буде визначатись за формулою (6.1.31)

$$n_i = Ae^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \qquad (6.1.31)$$

де A - температуро залежна константа, величина якої для германію і кремнію при Т=300 К приблизно дорівнює 10^{19} см$^{-3}$, k=1,38·10 $^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

Електропровідність напівпровідника (σ) є величиною, яка пропорційна кількості електронів та дірок, тому для неї можна записати вираз:

$$\sigma = \sigma_o \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2k}\frac{1}{T}},$$

де σ_0 – коефіцієнт, що залежить від природи напівпровідника і слабо залежить від температури.

Величина σ_0, яка фігурує у цьому виразі, змінюється з температурою набагато повільніше, ніж експонента. Тому величину σ_0 у формулі можна вважати приблизно постійною величиною. Логарифмуючи останній вираз для σ, отримаємо

$$ln\sigma = ln\sigma_0 - \frac{\Delta E}{2k}\cdot\frac{1}{T}. \qquad (29.6)$$

Залежність $ln\sigma$ від ($1/T$) в області власної електропровідності напівпровідника продемонстрована на рис. 6.1.14.

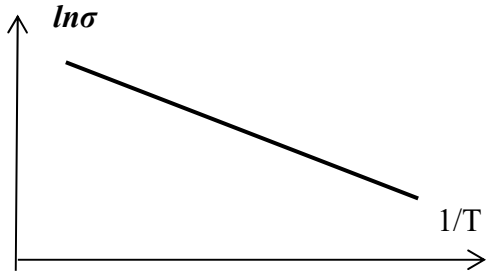


Рис. 6.1.14

Таким чином, вивчаючи залежність електропровідності власного напівпровідника від температури, легко знайти ширину забороненої зони ΔE. Відзначимо, що залежності електропровідності від температури для напівпровідників та для металів суттєво протилежні.

Отже, з феноменологічної точки зору напівпровідники відрізняються від металів не тільки величиною електропровідності, але і, перш за все, тим, що в металах при зростанні температури електропровідність відносно повільно падає, а у напівпровідниках – дуже швидко (експоненціально) зростає.

6.1.2.2. Домішкові напівпровідники

Поряд з власними напівпровідниками існує широкий клас напівпровідників, у яких концентрація носіїв електричного заряду визначається домішками.

Провідність напівпровідників, обумовлена домішками, називається **домішковою,** а самі напівпровідники – **домішковими.**

Домішками вважаються як атоми та іони сторонніх хімічних елементів, включених у кристалічну решітку напівпровідника, так і різні дефекти та викривлення решітки: порожні вузли, зсуви при деформаціях кристала, тріщини тощо.

Домішки, які спеціально вводять в кристалічну решітку, вносять зміну в електричне поле кристала, що призводить до зміни його енергетичного спектра. За рахунок домішкових атомів у зонній схемі напівпровідника виникають домішкові енергетичні рівні електронів, розташовані в забороненій зоні між валентною зоною і зоною провідності. Енергія збудження таких енергетичних рівнів (енергія іонізації) порівняння з тепловою енергією кристалічної гратки (~kT). Домішки по-різному впливають на концентрацію носіїв заряду у напівпровідниках.

З одного боку, атоми-домішки можуть легко віддавати свої електрони в зону провідності, спричиняючи електронний (n-тип) провідності напівпровідника. Такі домішки називаються “донорами” (donare- дарувати). Найбільш типовими донорами для елементарних напівпровідників IV групи є домішки хімічних елементів V групи таблиці Менделєєва.

З іншого боку – атоми-домішки здатні приєднувати до себе електрони з валентної зони, створюючи тим самим дірковий (p-тип) провідності напівпровідника. Такі домішки є “акцепторами” (acceptor – той, що приймає). Найтиповішими акцепторами для елементарних напівпровідників є домішки елементів III групи таблиці Менделєєва. Відповідно розрізняють домішкові напівпровідники n-типу і напівпровідники p-типу.

Напівпровідники n-типу. Прикладом електронної провідності (електропровідності n-типу) є провідність типового напівпровідника германія (Ge) – елемента IV групи, в який вводяться п’ятивалентні атоми миш’яку (As). При заміщенні атома Ge виникає **домішкова електронна провідність** (**електропровідність *n*-типу),** а напівпровідники такого типу називаються **напівпровідниками *n*-типу.**

Напівпровідники *p*-типу. Якщо в кристалічну решітку германія ввести домішковий атом з трьома валентними електронами, наприклад, індій (*In*), то в кристалі виникне **діркова провідність (електропровідність *p*-типу).**

Концентрація *n* електронів, які потрапили в зону провідності, і концентрація дірок p у валентній зоні для випадків напівпровідників *n*-типу та напівпровідників p-типу відповідно визначається з застосуванням статистики Фермі-Дірака і експоненціально залежить від температури (зростає з підвищенням температури). Теоретичні вирази для визначення концентрацій *n* та p у домішкових напівпровідниках дещо подібні виразу (6.1.31) для визначення n_i.

Таким чином, вводячи домішки в певній кількості, можна одержати напівпровідники з заданим типом електропровідності: електронної - у випадку домішок донорного типу і діркової - у випадку домішок акцепторного типу.

Важливо зазначити, що на відміну від металів, де концентрація електронів порівняно велика і не залежить від температури, у напівпровідниках при будь-якому характері їх електропровідності концентрація носіїв заряду дуже сильно залежить від температури. Це створює можливість керування концентрацією носіїв заряду у напівпровідникових приладах у широких межах.

6.1.2.3. Залежність електропровідності домішкових напівпровідників від температури

На відміну від власної провідності, яка здійснюється одночасно електронами і дірками, домішкова електропровідність напівпровідників обумовлена носіями одного знаку. Ці носії заряду, представлені у домішковому напівпровіднику в більшості, одержали назву **основних носіїв заряду;** носії заряду іншого знаку, що знаходяться у меншості, названі **неосновними носіями заряду** для даного напівпровідника**.** При невисоких температурах неосновні носії заряду істотної ролі в електропровідності не відіграють. При підвищенні температури рівні домішки поступово спустошуються; при достатньо високій температурі всі носії заряду з домішкових рівнів (наприклад, електрони з донорних рівнів) перейдуть у зону провідності, а отже, концентрація вільних носіїв заряду буде постійною аж до температур, при яких помітно проявиться власна електропровідність.

При подальшому збільшенні температури власна електропровідність (інтенсивна генерація пар “дірка-електрон”) стає переважаючою і концентрації основних і неосновних носіїв заряду стають практично однаковими, провідність за типом стає власною (змішаною – електронно-дірковою). Отже, у загальному випадку, електропровідність напівпровідника забезпечують два джерела носіїв заряду: домішки (доки вони повністю не іонізовані) та атоми решітки кристалу. Загальна концентрація вільних носіїв заряду, таким чином, являє собою суму відповідних концентрацій. Відповідно і електропровідність напівпровідника з домішкою одного типу (наприклад, донорною) складається з двох електропровідностей, які домінують у тому чи іншому температурному інтервалі

$$\sigma = \sigma_{власн} + \sigma_{дом}.$$

Температурну залежність електропровідності зручно подати у вигляді залежності $ln\sigma$ від $\frac{1}{T}$. Теоретичну залежність $ln\sigma$ від $\frac{1}{T}$ для домішкового напівпровідника має вигляд, представлений на рис. 6.1.15.

Ділянка AB описує домішкову електропровідність напівпровідника. Зростання $ln\sigma$ при підвищенні температури обумовлено в основному зростанням концентрації основних носіїв заряду. Ділянка BC відповідає області виснаженню домішок: усі електрони з донорних рівнів уже перейшли у зону провідності, а отже, концентрація домішкових електронів буде постійною аж до температури, при якій починає суттєво проявлятися власна електропровідність напівпровідника – ділянка CD. Ця ділянка аналогічна залежності $ln\sigma(\frac{1}{T})$ для власного напівпровідника, що представлена на рис. 6.1.14.

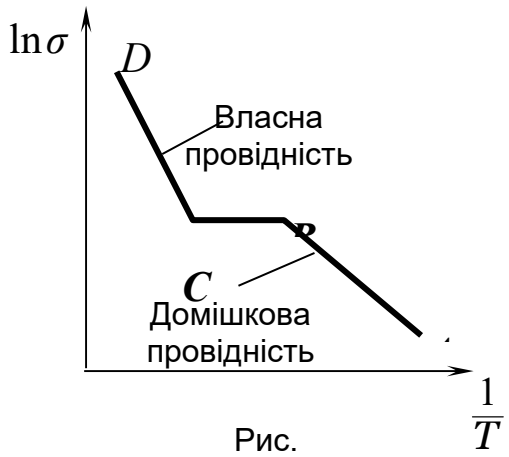


Рис.

При подальшому збільшенні температури зростання концентрація носіїв заряду буде здійснюватися за рахунок теплових переходів електронів валентної зони у зону провідності, тобто носіями заряду обох знаків. Це область власної електропровідності домішкового напівпровідника.

Отже, переважно діркова або електронна провідність у напівпровідників зберігається лише до температур переходу їх до власної провідності. Наприклад, для германію температура переходу до власної електропровідності складає величну близько 100 ^{0}C.

6.1.2.4. Рухливість носіїв заряду. Електропровідність напівпровідника

У межах класичної електронної теорії електрони провідності за відсутності зовнішнього електричного поля у металах і напівпровідниках ведуть себе як молекули одноатомного ідеального газу, тобто рухаються хаотично. Теплові швидкості вільних електронів мають різноманітні напрямки і отже тепловий рух електронів не може привести до виникнення струму.

За наявності зовнішнього електричного поля, окрім теплового руху електронів провідності, виникає їх упорядкований рух, тобто виникає електричний струм. Густина струму j_n, що обумовлена направленим рухом електронів, виражається через концентрацію електронів n і середню швидкість $<\upsilon>$ їх упорядкованого руху (швидкість дрейфу електронів)

$$j_n = e \cdot n < \upsilon > .$$

Згідно з класичною теорією провідності електрон у кінці вільного пробігу, зіткнувшись з іонами решітки, віддає їм накопичену в полі енергію, швидкість його впорядкованого руху стає рівною нулю, після чого увесь процес повторюється. Отже, середня швидкість направленого руху електрона, тобто швидкість дрейфу електронів пропорційна напруженості електричного поля

$$<\upsilon>=\mu E,$$

де коефіцієнт пропорційності називається **рухливістю носіїв** заряду (електронів)

$$\mu_n=\frac{e\langle\tau_n\rangle}{2m_n}.$$

Рухливість електронів чисельно дорівнює швидкості їх дрейфу в електричному полі одиничної напруженості.

Густину струму в електронному напівпровіднику представимо наступним виразом:

$$j_n = e\, n\, \mu E.,$$

Звідки видно, що густина струму прямо пропорційна напруженості електричного поля. Тобто маємо закон Ома в диференціальній формі, де коефіцієнт пропорційності між j_n і E є питома електропровідність напівпровідника з електронною провідністю

$$\sigma_n = e\, n\, \mu_n.$$

Аналогічно визначається рухливість дірки μ_p, питома електропровідність σ_p діркового напівпровідника:

$$\mu=\frac{e\langle\tau_p\rangle}{2m_p}.$$

та

$$\sigma_p = e\, p\, \mu. .$$

Загальна густина струму напівпровідника визначається сумою електронної j_n та діркової j_p складових

$$j = j_n + j_p = \sigma E.$$

Питома електропровідність напівпровідника відповідно дорівнює:

$$\sigma=\sigma_n+\sigma_p=e(n\mu_n+p\mu_p).$$

Таким чином, електропровідність напівпровідника залежить від концентрації носіїв заряду та їх рухливості.

Температурна залежність електропровідності напівпровідників, як і будь-яких провідників, визначається температурними залежностями концентрації і рухливості носіїв заряду.

Однак рухливість носіїв заряду зі зміною температури змінюється за порівняно слабким степеневим законом:

$$\mu \approx T^{a} \text{ (для напівпровідників } -\frac{3}{2} \le a \le 3 \text{),}$$

а концентрація носіїв заряду – за сильним експоненціальним законом. Тому наближено можна вважати, що електропровідність напівпровідників зростає з температурою за тим же законом, що і концентрація електронів (дірок).

Рухливість і концентрація носіїв заряду в напівпровіднику визначається з експериментального дослідження ефекту Холла і розраховується за значенням питомого опору напівпровідникового зразка.

Контакт електронного і діркового напівпровідників. Межа стику двох напівпровідників, один із яких має електронну, а інший – діркову електропровідність, називається електронно-дірковим переходом (або p - n**- переходом**). Внаслідок дифузії електронів із n-області (де їх набагато більше, ніж дірок) у p – область (де їх набагато менше, ніж електронів) і дірок у зворотному напрямку між цими областями виникає тонкий шар, який має підвищений опір – область об'ємного просторового заряду, у якій концентрація носіїв заряду сильно зменшена. Контакт двох напівпровідників (електронного і діркового) з p - n-переходом має уніполярну (односторонню) електропровідність: струм легко проходить в одному напрямку (пропускному) і майже не проходить в зворотному. Ця властивість p - n-переходу покладена в основу роботи **напівпровідникових діодів, транзисторів та багатьох інших напівпровідникових дискретних та інтегральних приладів.**

Якщо зовнішнє електричне поле направлене від напівпровідника ***p*** - типу до напівпровідника ***n***–типу, опір граничного шару різко зменшується, прямий електричний струм різко зростає. При протилежному напрямку електричного поля опір граничного шару різко зростає. Тому напівпровідниковий прилад (діод) з одним p-n**-** переходом – це елемент з односторонньою провідністю, тобто такий перехід працює як випрямляч, пропускаючи струм в одному напрямку.

Напівпровідниковий прилад, що має два p – n- або n - p – переходи, називають **транзистором**. Дірки в p-n-p транзисторі створюють емітерний струм, в області емітера вони надходять у дуже вузьку n - область бази і звідти більша частина (96-99%) дірок проходить у p - область до колектора, утворюючи колекторний струм. Такий принцип покладено в основу підсилення сигналів малої потужності, тому він є основним елементом електричних схем.

Прилад, побудований на сильній залежності опору напівпровідника від температури, називається **термістором** або **терморезистором**.

Термістор – це напівпровідник, що вміщений у балончик зі скла, кераміки чи металу (для запобігання механічним пошкодженням). Невеликі габарити, мала маса, механічна міцність і висока чутливість визначають широке практичне застосування термісторів. Вони використовуються для реєстрації зміни температури навколишнього середовища, вимірювання потужності електромагнітного випромінювання тощо (детальніше про роботу термісторів див. лабораторну роботу 6-2, розділ 6.2)**.**

6.1.2.5. Ефект Холла

Фізичне явища, виникнення у речовині зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, електричного поля, перпендикулярного напрямку як струму, так і магнітного поля, називається ефектом Холла.

Якщо провідну пластину, що має форму паралелепіпеда, по якій протікає постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями пластини, паралельними струму $\vec{j}$ і полю $\vec{B}$, виникає різниця потенціалів $U_H=\varphi_1-\varphi_2$ (рис. 6.1.16). Це і є суттю ефекту Холла.

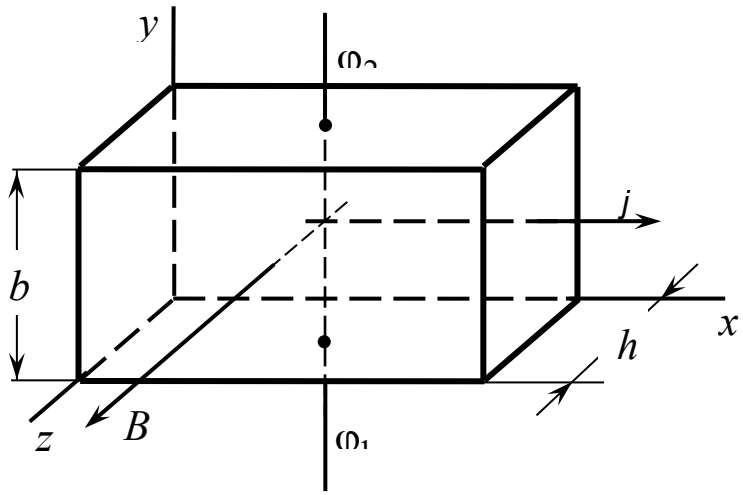


Рис.6.1.16

Ефект Холла пояснюється за допомогою електронної теорії. Спочатку розглянемо випадок, коли електричний струм у пластині створений носіями одного знаку, наприклад, електронами. За відсутності магнітного поля струм у пластині обумовлений електричним полем $\vec{E}_0$, створеним джерелом струму, направленим вздовж осі x. Еквіпотенціальні поверхні цього поля утворюють систему перпендикулярних вектору $\vec{E}_0$ площин (рис. 6.1.17, суцільні вертикальні лінії).

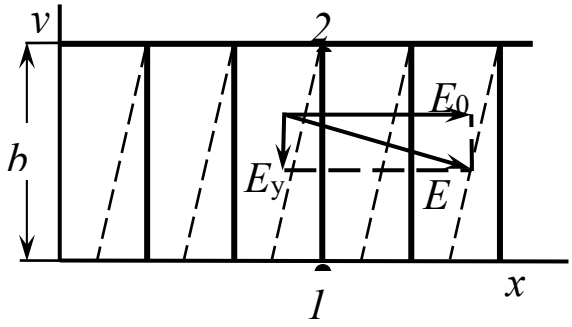


Рис.6.1.17

Різниця потенціалів між точками 1 і 2, які належать одній і тій же еквіпотенціальній поверхні, дорівнює нулю. Під дією поля з напруженістю $\vec{E}_0$ електрони рухаються вздовж пластини з середньою швидкістю упорядкованого руху $\vec{\upsilon}$ (швидкість дрейфу).

При вмиканні магнітного поля з індукцією $\vec{B}$, направленою вздовж осі Z, (перпендикулярно рис. 5.1.17, в нього) на кожний електрон діє сила Лоренца:

$$\vec{F}_л = -e\left[\vec{\upsilon}\times\vec{B}\right].$$

Ця сила перпендикулярна до напрямів векторів швидкості $\vec{\upsilon}$ та індукції $\vec{B}$ та відхиляє електрони донизу. Внаслідок цього нижня грань пластини заряджається негативно, а верхня – позитивно. Оскільки електрони і дірки під дією Е поля рухаються у різних напрямах, то й напрям сили Лоренца не залежить від знаку носіїв заряду. Як відомо, напрям сили Лоренца визначається напрямом векторів Е і В: для електронів він визначається із застосуванням правила правої руки, а для дірок – лівої. Таким чином, вони відхиляються в одну і ту ж сторону, якщо їх швидкість визначається електричним полем.

Електричне поле, що виникає у вертикальному напрямку з напруженістю $\vec{E}_y$, перешкоджає відхиленню електронів, викликаному магнітним полем.

Процес накопичення електронів на гранях пластини припиняється, коли електрична сила

$$F_e = eE_y$$

буде зрівноважувати силу Лоренца

$$F_л = e\upsilon B,$$

тобто при

$$eE_y = e\upsilon B.$$

Звідси знаходимо

$$E_y = \upsilon B. \qquad (6.1.32)$$

Поле $\vec{E}_y$, що виникає у вертикальному напрямку (рис. 6.1.17), складається з полем $\vec{E}_x$ у результуюче поле з напруженістю

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y.$$

Еквіпотенціальні поверхні результуючого поля $\vec{E}$ (вони перпендикулярні вектору $\vec{E}$ в будь-якій точці поля) зображені на рис. 6.1.17 пунктиром. Як бачимо, точки *1* і *2* розташовані за відсутності магнітного поля (B=0) на одній і тій же еквіпотенціальній поверхні, а при $B \neq 0$ ці точки належать різним еквіпотенціальним поверхням і тому мають різні потенціали φ_1 і φ_2. Таким чином і виникає ефект Холла.

Розрахуємо величину поперечної різниці потенціалів

$$U_H = \varphi_1 - \varphi_2,$$

що виникає в провідній пластині зі струмом при включенні магнітного поля. Густина струму j у пластині може бути виражена через концентрацію n електронів і середню швидкість їх руху υ (швидкість дрейфу):

$$j = en\upsilon. \qquad (6.1.33)$$

З урахуванням (6.1.33) співвідношення (6.1.32) набуває вигляду:

$$E_y = \frac{1}{ne} \cdot jB = R_H jB. \qquad (6.1.34)$$

Отже, напруженість поперечного (холлівського) поля E_y пропорційна густині струму j і магнітній індукції B. Зазначимо, що це твердження має загальний характер і справедливе для випадку декількох сортів носіїв заряду.

Введений коефіцієнт пропорційності $R_н$ між напруженістю холлівського поля E_y і добутком $j \cdot B$ залежить від природи матеріалу; він називається сталою Холла і для випадку носіїв заряду одного сорту має вираз:

$$R_н = \frac{1}{ne}.$$

Видно, що коефіцієнт Холла обернено пропорційний концентрації носіїв заряду, а знак його співпадає із знаком носіїв заряду. Співвідношення (6.1.34) дозволяє визначити концентрацію носіїв заряду, що важливе для фізики і техніки напівпровідникових приладів.

Якщо ширину пластини позначити через b, а її товщину – через h, то холлівська різниця потенціалів матиме вигляд:

$$U_H = E_y b = R_H jBb = R_H \frac{IB}{h},$$

де $I = j \cdot S$ – сила струму; $S = b \cdot h$ – площа поперечного перерізу пластини. З останнього рівняння знаходимо:

$$R_H = \frac{U_H h}{IB}.$$

Більш точно значення сталої Холла для напівпровідників типу германій, кремній та інших, в яких носіями заряду є носії одного типу (n чи p), визначається наступним виразом:

$$R_H = 3\pi/(8en),$$

де n – концентрація носіїв заряду (детальніше про визначення сталої Холла див. лабораторну роботу 6-3, розділ 6.2).

Застосування ефекту Холла. 1. Добуток коефіцієнту Холу на провідність визначає такий важливий параметр напівпровідникового матеріалу як холлівська рухливість носіїв заряду

$$R_H \sigma = \mu .$$

2. Ефект Холла знайшов також широке застосування в датчиках індукції (напруженості) магнітного поля - магнітометрах, установках для контролю параметрів магнітних матеріалів, безконтактних амперметрах, аналогових перемножуючих пристроях, вимірниках лінійних і кутових переміщень, безконтактних перетворювачах постійного струму в змінний тощо.

6.1.3. Елементи фізики ядра

6.1.3.1. Склад та розміри ядра

Ядром називається центральна частина ядра, у якій зосереджена уся маса атома і його позитивний електричний заряд.

Атомне **ядро** складається з елементарних частинок – **протонів** і **нейтронів,** які вважаються двома зарядними станами однієї частинки, що отримала назву нуклона.

У 1919 р**.** Резерфорд здійснив першу ядерну реакцію, яка здійснювалася шляхом бомбардування ядра азоту ${}^{14}_{7}N$ α - частинками ${}^{4}_{2}He$, і відкрив протон (*p*). Це була реакція наступного вигляду:

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}p .$$

Позначення, що використовуються в написанні ядерних реакцій буде описано в подальшому біль детально.

Протон (p) – елементарна частинка з масою спокою 1,6726485·10^{-27} кг і елементарним позитивним зарядом + e (+1,6021892·10^{-19} Кл). Маса спокою протона, що виражена в атомних одиницях маси (1а.о.м.=1,6605655·10^{-27} кг) дорівнює:

m_p = 1,6726·10^{-27} кг = 1,0073 а.о.м.

Отже, маса електрона значно менша, ніж маса протона, а саме:

m_p = 1,0073 а.о.м.≈ 1836 m_e, де m_e – маса електрона.

В 1932 р. Чедвіком було встановлено існування нейтрона (n):

$$^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n.$$

Нейтрон (*n*) :– елементарна частинка з масою спокою трохи більшою маси спокою протона. Нейтрон (*n*) – електрично нейтральна частинка з масою спокою m_n = 1,6749543·10^{-27} кг =1,0087 а.о.м.≈ 1839 m_e.

Після відкриття цих частинок була створена теорія будови атомного ядра (Іваненко, Гейзенберг та інші):

Ядро кожного атома складається тільки з протонів та нейтронів (нуклонів). У ядрах деяких атомів ці частинки можуть взаємно перетворюватись одна в іншу:

- при перетворенні протона у нейтрон випромінюються **позитрон (антиелектрон) і нейтрино:**

$$^{1}_{1}p \rightarrow ^{1}_{0}n + e^{+} + \nu;$$

- при перетворенні нейтрона у протон випромінюються електрон і **антинейтрино** (нейтральна частинкам з дуже малою масою спокою):

$$^{1}_{0}n \rightarrow ^{1}_{1}p + e^{-} + \bar{\nu}.$$

У ядрі протони і нейтрони міцно зв'язані **внутрішньоядерними силами**.

Ядерні сили – це короткодіючі сили; вони діють на відстані 10^{-14} – 10^{-15} м. Ядерні сили між двома протонами в атомному ядрі в сотні разів більші за кулонівські, тому їх називаються **сильними** взаємодіями. Вони забезпечують стійкість ядра не дивлячись на електричне відштовхування однойменно заряджених протонів.

Протони і нейтрони в ядрі безперервно обмінюються частинками π **– мезонами** (π^{+}, π^{-}, π^{0},) – так звана обмінна взаємодія.

Ядро хімічного елемента позначається символом $^{A}_{Z}X$, де X – символ хімічного елемента; A – **масове число атома** (заокруглена до цілого відносна атома маса), що дорівнює числу нуклонів у ядрі ; Z – **число протонів у ядрі** (порядковий номер елемента в таблиці у Періодичній системі Менделєєва), тобто

:

$$Z = N_p.$$

Отже**, число нейтронів** в атомному ядрі складає величину

$$N_n = A - Z.$$

Загальне число нуклонів в атомному ядрі називають ще **масовим числом** A. Оскільки маса нейтрона і протона дуже близькі за значенням до 1 атомної одиниці маси (1 а.о.м. =1,66057·10^{-27} кг), то заокруглена до цілого відносна атомна маса дорівнює числу нуклонів у ядрі. Відомо, що основна маса атома зосереджена в ядрі, оскільки маса

електрона (що рухається навколо ядра) приблизно у 1840 разів менша, ніж маса протона або нейтрона .

Атомне ядро характеризується зарядом Ze, де Z – **зарядове число ядра**, рівне числу протонів в ядрі. Воно збігається з порядковим номером хімічного елемента у Періодичній системі елементів Менделєєва.

Оскільки атом електрично нейтральна система, то заряд ядра визначає і число електронів в електронній оболонці атома. Таким чином, зарядове число Z визначає хімічні властивості атома.

Різні типи атомів мають загальну назву – **нуклід,** тобто терміни ядро атома і нуклід тотожні поняття. Нуклід – вид атомів і ядер, що мають певне число протонів та нейтронів. Нукліди характеризуються будь – якими двома із трьох фундаментальних параметрів: A – масове число, Z – зарядове число (число протонів), $N=A-Z$ – число нейтронів у ядрі. Нукліди, що належать одному хімічному елементу (з однаковим числом протонів Z), але відрізняються числом нейтронів N (або A), називаються **ізотопами.** Наприклад, добре відомі ізотопи водню: ${}_1^1H$ – протій ($Z=1, N=0$), ${}_1^2H$ – дейтерій ($Z=1, N=1$), ${}_1^3H$ – тритій ($Z=1, N=2$). Ядра з однаковим масовим числом A, але різними Z називаються **ізобарами**. Наприклад, ${}_{81}^{210}Tl$, ${}_{82}^{210}Pb$, ${}_{83}^{210}Bi$.

$$R = R_0\sqrt[3]{A}\ ,$$

де

$$R_0 \approx 1{,}3\cdot 10^{-15}\text{м}.$$

Густина ядерної речовини приблизно однакова для всіх ядер і становить близько 10^{17} кг/м^3.

Дефект маси та енергія зв'язку ядра. З експерименту випливає, що маса ядра $m_я$ менша, ніж сума мас нуклонів, з яких воно складається. Із взаємозв'язку між масою та енергією ($E=mc^2$, де c=3·10^8 м/с – швидкість світла у вакуумі) випливає, що будь-якій зміні маси відповідає зміна енергії; отже при утворенні ядра з окремих нуклонів виділяється певна енергія. Із закону збереження енергії випливає: при розділенні ядра на складові частини необхідно затратити таку ж кількість енергії, яка виділяється при його утворенні.

$$E_{зв.}=[\ Z\cdot m_p+(A-Z)\cdot m_n-m_я\ ]\cdot c^2, \qquad (6.1.32)$$

де величина $m_я$ - маса ядра.

Маса Δm, що відповідає енергії зв'язку ядра

$$\Delta m = \frac{E_{\text{зв}}}{c^2} = Zm_p + (A-Z)m_n - m_я \qquad (6.1.41)$$

називається **дефектом маси** ядра. Вона характеризує зменшення сумарної маси частинок (протонів і нейтронів) при створенні з них ядра атома і пояснюється виділенням енергії зв'язку.

$$E_{зв.} = (Z \cdot m_н + (A - Z) \cdot m_n - m) \cdot c^2, \qquad (6.1.42)$$

де $m_н$ – маса атома водню; m – маса відповідного атома.

Енергію зв'язку ядра можна записати і в такому вигляді:

$$E_{зв} = \Delta m c^2. \qquad (6.1.43)$$

У позасистемних одиницях енергія зв'язку ядра дорівнює $E_{зв} = 931\,\Delta m$, де дефект маси Δm в а.о.м.; 931,5 – коефіцієнт пропорційності (1 а.о.м. ≈ 931,5 МеВ, тобто 1 атомній одиниці маси відповідає 1 атомна одиниця енергії). Відзначимо, ще раз, що 1МеВ $=10^6$ еВ = $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Дж.

6.1.3.2. Радіоактивність

Радіоактивність була відкрита у 1896 році французьким фізиком Анрі Беккерелем при дослідженні люмінесценції солей урану. Виявилося, що уранові солі спонтанно (самодовільно, без зовнішнього збудження) випускають випромінювання невідомої природи, яке, зокрема, засвічує фотоплівку. Така ситуація обумовлена тим, що ізотопи кожного хімічного елемента розділяються на стійкі та нестійкі. Ядра нестійких ізотопів здатні спонтанно (самовільно) розпадатися з випромінюванням деяких частинок, перетворюючись при цьому в ядра інших більш стійких хімічних елементів. Такі ізотопи називаються **радіоактивними**, а явище спонтанного перетворення ядер радіоактивних ізотопів – **радіоактивністю.**

Можливість радіоактивного перетворення ядер нестійких ізотопів зумовлена внутрішніми причинами і супроводжується випромінюванням γ-квантів, α- і β-частинок. Умовно радіоактивність поділяється на природну і штучну, залежно від того, як утворено нестійкий ізотоп – штучно, чи він існує в природі.

Природна радіоактивність супроводжується α, β^- - розпадом та γ – випромінюванням.

1. ***α* –розпад** пов'язаний з викиданням частинок з ядра, які являють собою потік ядер гелію ${}^4_2He$. У деяких важких ядрах два протони і два нейтрони вступають у взаємодію та виштовхуються з ядра. Первинне ядро випромінює α–частинку (ядро ${}^4_2He$) і перетворюється в нове ядро елемента, який стоїть на дві клітини ближче до початку таблиці Менделєєва:

$${}^{239}_{94}Pu \rightarrow {}^4_2He + {}^{235}_{92}U\,.$$

2. β **- розпад**. У деяких ядрах нейтрон спонтанно перетворюється в протон з випромінюванням електрона і антинейтрино. Утворюється нове ядро елемента, який знаходиться у таблиці Менделєєва за вихідним (материнським) елементом, тобто новий

хімічний елемент зміщується на одну клітинку до кінця таблиці Менделєєва. Виникаючий потік електронів називають β-випромінюванням:

$$^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + e^{-} + \bar{\nu}\,.$$

3. γ **–випромінювання**. Надлишок енергії збуджених ядер радіоактивних елементів звільняється при розпаді у вигляді γ -випромінювання, яке супроводжує усі типи радіоактивності та являє собою електромагнітне випромінювання з дуже короткою довжиною хвилі ($\lambda < 10^{-10}$ м). Тобто γ–випромінювання не є самостійним типом радіоактивності; воно супроводжує процеси α- та β- розпадів.

Наприклад:

$$^{239}_{92}U^{*} \rightarrow \downarrow \qquad ^{239}_{92}U\,.$$

γ–квант

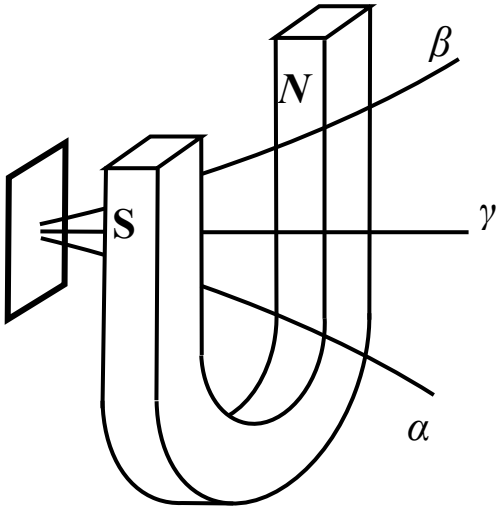


Рис. 6.1. 18

Три компоненти радіоактивного розпаду в магнітному полі повинні вести себе по–різному. Так, γ-кванти, як нейтральні частинки, в магнітному полі не будуть відхилятись, α- і β-частинки, що мають різні знаки зарядів, будуть відхилятися у протилежні сторони (рис. 6.1.18). При цьому α- частинки, як більш важкі, відхиляються у магнітному та електричному полях на менші кути, ніж β-частинки. Після відкриття радіоактивності такі траєкторії руху (треки) спостерігались у камері Вільсона, що й допомогло в поясненні природи цього явища.

Закон радіоактивного розпаду. Ізотопи кожного хімічного елемента розділяються на стійкі та нестійкі. Ядра нестійких ізотопів здатні спонтанно (самовільно) розпадатися, перетворюючись при цьому в ядра інших елементів.

Спонтанний розпад нестійких атомних ядер, або кількість радіоактивного препарату змінюється з часом за експоненціальним законом (рис. 6.1.19):

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (6.1.39)$$

де N – кількість атомів радіоактивної речовини, що не розпалися на момент часу t; N_0 – початкова їх кількість, або число материнських ядер (при $t = 0$).

Ця формула виражає **закон радіоактивного розпаду**, λ – постійна для даної радіоактивної речовини величина, що називається **сталою радіоактивного розпаду**, і дорівнює долі ядер, які розпалися в одиницю часу. Вона зв'язана з періодом $T_{1/2}$ піврозпаду, тобто з часом, за який вихідна кількість радіоактивних атомів зменшилася у два рази, наступним виразом:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}} \quad \text{або} \quad T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}. \qquad (6.1.40)$$

Закон радіоактивного розпаду можна записати також і в наступному вигляді:

$$dN = -\lambda N dt, \qquad (6.1.41)$$

де dN – число ядер, що розпадаються за інтервал часу.

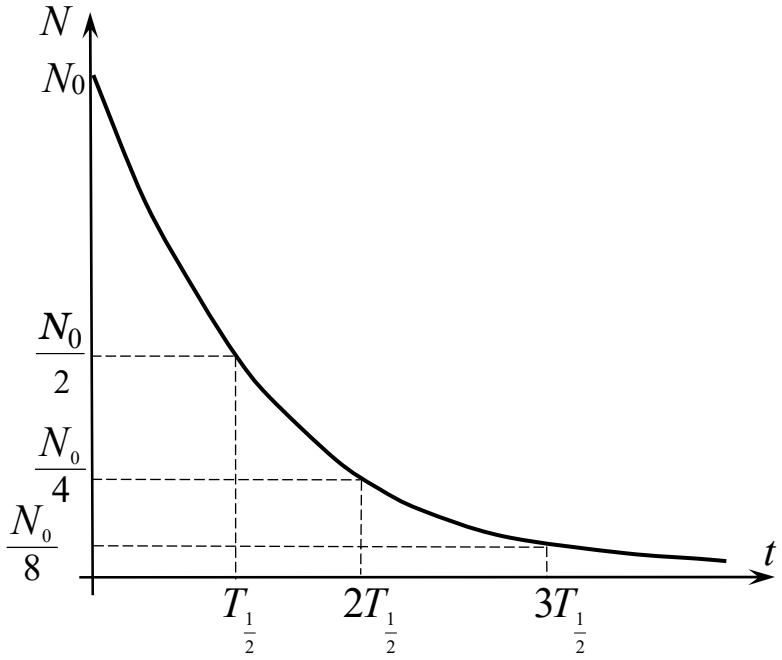


Рис. 6.1.19

Період піврозпаду $T_{1/2}$ характеризує швидкість розпаду радіоактивного ізотопу і вимірюється часом, протягом якого число атомів ізотопу зменшується наполовину.

Число ядер, які розпалися за час t :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right). \qquad (6.1.42)$$

У випадку, коли інтервал часу Δt , за який визначається число ядер, що не розпалися, набагато менше періоду піврозпаду $T_{1/2}$, то число ядер, що розпалися, можна визначити за формулою:

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t \, .$$

Середній час τ життя радіоактивного ядра – це інтервал часу, за який число ядер, що залишились, зменшиться в e $(\approx 2{,}7)$ раз. Параметр τ зв'язаний з λз виразом:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \qquad (6.1.43)$$

Число N атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі можна представити у наступному вигляді:

$$N = \frac{mN_A}{M},$$

де m – маса ізотопу; M – молярна маса; N_A – число Авогадро.

Характеристики радіоактивних джерел. Важливою характеристикою радіоактивного джерела є фізична величина – **активність**. Вона дозволяє судити про його радіаційну безпеку, про кількість радіоактивних ядер тощо.

Активністю нукліда або швидкістю розпаду в радіоактивному джерелі називається величина, яка вимірюється числом ядер, що розпалися за одиницю часу:

$$A = \frac{-dN}{dt} = \lambda N ,$$

або

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} ,$$

де dN – число ядер, які розпадаються за інтервал часу dt; A_0 – активність ізотопу в початковий момент часу.

Питома активність ізотопу даної маси m може бути представлена виразом:

$\hat{A}_{пит} = A/m.$

Одиниця активності в СІ – беккерель (Бк): 1 Бк – активність нукліда, при якій за 1 с відбувається один акт розпаду. Позасистемна одиниця активності – кюрі (Ku):

$$1 \text{ Ku} = 3{,}7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

Виробники радіоізотопів вказують його активність на певну дату, адже через розпад атомів активність ізотопу з часом зменшується.

Різні ядерні перетворення (ядерні реакції, радіоактивний розпад) супроводжуються випусканням різних видів радіоактивного випромінювання, яке несе в собі енергію і викликає іонізацію атомів середовища, через яке воно проходить. Найчастіше зустрічаються такі різновиди іонізуючих випромінювань як рентгенівське та γ – випромінювання, потоки α-частинок, електронів, нейтронів, протонів. Дія всіх видів іонізуючого випромінювання на речовину характеризується **дозою випромінювання**. Розрізняють такі дози випромінювання.

1. **Поглинута доза** випромінювання.

Вважається, що зміни, які відбуваються в опроміненій речовині, повністю визначаються поглинутою енергією радіоактивного випромінювання.

Поглинута доза випромінювання – це фізична величина, яка вимірюється енергією будь-якого виду випромінювання, поглинутого одиницею маси опроміненої речовини.

Одиниця поглинутої дози випромінювання – **грей (Гр):**

1 Гр=1 Дж/кг – це доза випромінювання, при якій опроміненій речовині масою 1 кг передається енергія будь-якого іонізуючого випромінювання в 1 Дж. Крім одиниці грей, використовують одиницю поглинутої дози випромінювання – **рад**:

$$1 \text{ рад} = 0{,}01 \text{ Гр}.$$

2. Експозиційна доза випромінювання характеризує іонізуючу здатність рентгенівського і γ – випромінювання у повітрі. Експозиційна доза – фізична величина, яка вимірюється сумою електричних зарядів усіх іонів одного знаку, створених іонізуючим випромінюванням в одиниці маси опроміненого повітря.

Одиниця експозиційної дози в СІ – **кулон на кілограм (Кл/кг**), позасистемною одиницею є **рентген (Р) :**

$$1Р = 2{,}58 \cdot 10^{-4}\ Кл/кг.$$

3. Біологічна (еквівалентна) доза характеризує дію іонізуючого випромінювання на організм людини. При однаковій поглинутій дозі різних видів випромінювання біологічні наслідки опромінення живих систем різні. Для порівняння впливу різних типів радіації на біологічні об'єкти вводять коефіцієнт якості Q або відносну біологічну ефективність (ВБЕ). Ця велична визначається як доза в радах рентгенівського, β- чи, γ -випромінювання (для них $Q=1$), що спричиняє такий же біологічний ефект, що й рад даного випромінювання.

Наприклад, α- випромінювання в 20 разів небезпечніше, ніж γ - випромінювання (а також рентгенівське випромінювання, β- випромінювання, опромінення швидкими протонами); $Q \leq 20$ – **коефіцієнт якості випромінювання** α-частинок та інших важких іонів. Для швидких нейтронів $Q \leq 20$.

Одиницю еквівалентної (біологічної) дози в СІ називають **зіверт (Зв)**. Позасистемною одиницею біологічної дози є **бер (біологічний еквівалент рентгена)**: 1 бер – доза будь-якого виду іонізуючого випромінювання, що спричиняє таку ж біологічну дію, що й доза рентгенівського або γ - випромінювання в один рентген (1 бер = 10^{-2} Дж/кГ). Біологічна доза – це фізична величина, яка визначається як добуток поглинутої дози на коефіцієнт якості випромінювання Q. Отже, 1 бер = 1 рад х Q. Для рентгенівського випромінювання (Q=1) один рад поглинутої дози відповідає одному беру.

При кількісних оцінках дії радіаційного опромінення радіаційними приладами вимірюється, як правило, **потужність (інтенсивність)** дози випромінювання і **потік** радіаційного випромінювання.

Поглинута доза, утворена в речовині за одиницю часу, називається потужністю поглинутої дози і вимірюється в одиницях **рад/с, Гр/с, рад/хв**. тощо. Потужність D експозиційної дози вимірюється в СІ в **амперах на кілограм (А/кг)**. Позасистемна одиниця потужності експозиційної дози – **рентген за годину (Р/год).**

Потік γ - випромінювання – фізична величина, яка вимірюється енергією випромінювання, що проходить через поверхню детектора за одиницю часу. Детальніше зупинимося на методах визначення активності радіонукліда та коефіцієнта поглинання γ– випромінювання.

Активність радіонукліда.

Експериментально встановлено, що γ - випромінювання не є самостійним видом радіоактивності. Воно супроводжує процеси α і β – розпадів і не викликає зміни заряду і масового числа ядер.

γ- випромінювання випускається дочірніми ядрами, які в момент свого утворення виявляються збудженими. Надлишок енергії збуджених ядер звільняється у вигляді γ – випромінювання, що представляє собою короткохвильове електромагнітне

випромінювання з гранично малою довжиною хвилі $\lambda \le 0{,}01$ нм і внаслідок цього проявляє чітко виражені корпускулярні властивості, тобто воно є потоком частинок – γ - квантів (фотонів).

На практиці зручно визначати активність радіоактивного нукліда за потоком γ - випромінювання, враховуючи, що одному акту розпаду ядра відповідає виліт одного γ – кванта (фотона).

Для потужності експозиційної дози γ - випромінювання, як і для будь-якого електромагнітного випромінювання, має місце закон

$$D = K_\gamma \cdot \frac{a}{r^2},$$

де a – активність радіонукліда; r – відстань від джерела випромінювання до детектора; K_γ – постійна, яка визначає тип радіонукліда, рівна потужності експозиційної дози γ - випромінювання від точкового джерела з одиничною активністю на одиничній відстані від нього. Наприклад, для радію-226

K_γ=8,4·10^6 мкР·см^2/год·мКu.

Зменшення дози опромінення від радіоактивних речовин може бути досягнуто: 1) зменшенням часу перебування в зоні дії випромінювання; 2) збільшенням відстані від джерела випромінювання; 3) застосуванням захисних екранів.

γ - випромінювання, будучи найбільш жорстким (короткохвильовим) електромагнітним випромінюванням, є найбільш проникаючим випромінюванням (наприклад, вони проходять через шар свинцю, товщиною 5 см). γ - кванти, маючи нульову масу спокою, не можуть гальмуватися в середовищі. Тому при проходженні γ - випромінювання крізь речовину вони або поглинаються, або розсіюються нею. γ - кванти не несуть електричного заряду і тому не зазнають впливу кулонівських сил. Отже, вони викликають в основному тільки слабку іонізацію і збудження атомів речовини, а тому радіаційна дія на біологічні об’єкти γ - випромінювання набагато менша, ніж корпускулярного (α-, β- випромінювання, потоків протонів, нейтронів).

Одним з ефективних засобів захисту від γ - випромінювання є захисні екрани із речовин з великим поглинанням γ - квантів.

Теоретичне вивчення процесів поглинання γ- випромінювання речовиною показує, що ефективність цього поглинання залежить від енергії γ- квантів і пропорційний атомному номеру Z речовини, що поглинає. Тому при радіаційному захисті використовують для захисних екранів відповідні матеріали (свинець, залізобетон).

Штучна радіоактивність. Це активність радіоізотопів, що отримані в результаті ядерних реакцій. Деякі штучно одержані радіоактивні речовини зазнають β^+ -розпаду. В ядрах цих атомів один із протонів перетворюється в нейтрон з випромінюванням позитрона і нейтрино. Новий елемент зміщується на одну клітинку вліво (до початку таблиці Менделєєва):

$$^{13}_{7}N \rightarrow ^{13}_{6}C + e^+ + \nu,$$

$$^{30}_{15}P \rightarrow ^{30}_{14}Si + e^{+} + \nu .$$

Ізотоп $^{30}_{15}P$ отримують бомбардуванням ядер алюмінію Al α –частинками:

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n .$$

Ядерними реакціями називаються перетворення ядер при взаємодії з елементарними частинками (у тому числі і з γ – *квантами)* або одне з одним.

Ядерна реакція протікає за такою схемою: ядро захоплює бомбардуючу частинку, поглинає її енергію, переходить у нестійкий стан та розпадається. Реакція, що протікає з поглинанням енергії, називається ендотермічною, а з виділенням енергії – екзотермічною.

Вивільнення внутрішньоядерної енергії при екзотермічних ядерних реакціях. Характеристикою стійкості, стабільності ядер є не просто значення енергії зв'язку їх ядер, а значення енергії зв'язку на один нуклон, тобто величина $\frac{E_{зв}}{A}$, що має назву - питома енергія зв'язку ядра. Розраховані значення цієї величини наведені на рис. 6.1.20.

Із рис.6.1.20 видно, що елементи, розташовані у середній частині таблиці

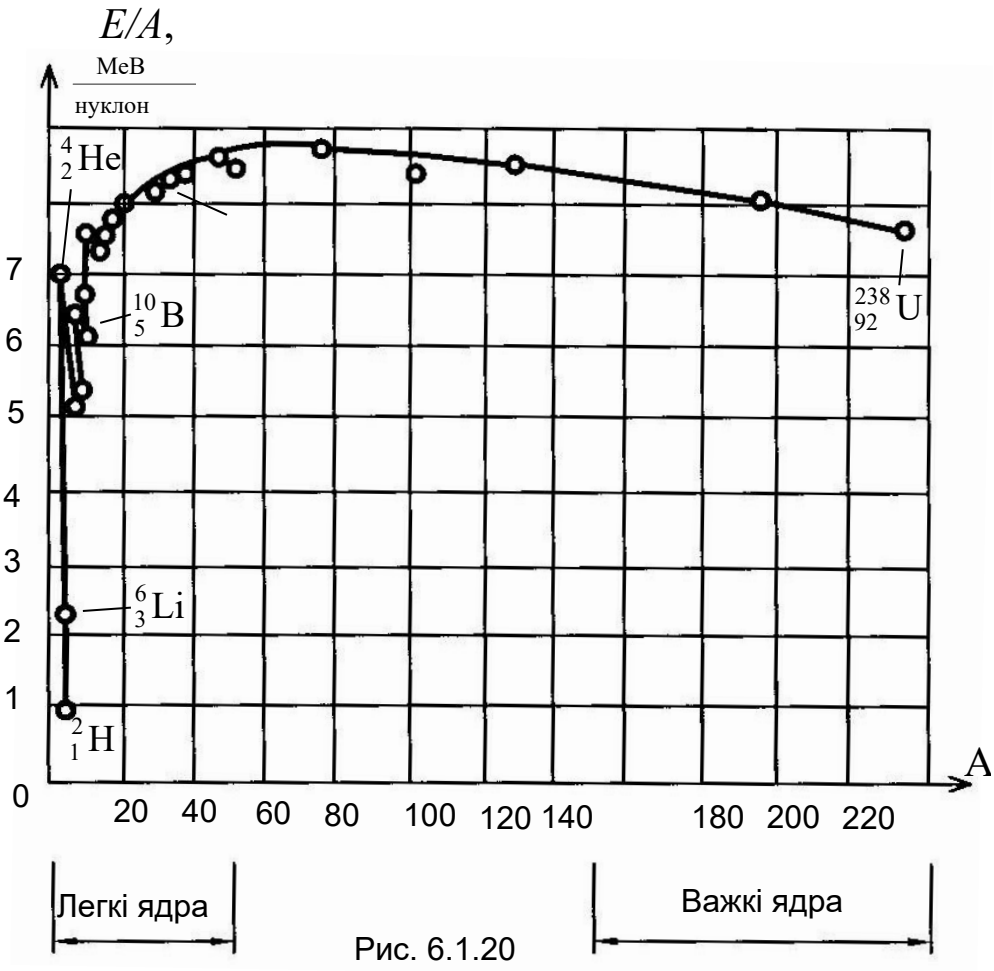


Рис. 6.1.20

Звідси видно, що хімічні елементи, які розташовані у середній частині таблиці Менделєєва, мають більшу питому енергію зв'язку ядер (а отже вони більш стабільні), ніж легкі (Z<28) та важкі (Z>136) ядра. Тому, енергія звільнюється: 1) при з'єднанні легких ядер

в більш масивне (реакція термоядерного синтезу); 2) при поділу важких ядер на більш легкі (наприклад, ланцюгова реакція поділу). Проаналізуємо ці реакції.

1. Термоядерний синтез легких ядер відбувається при температурах в 10^8- 10^9 К. Енергія, що виділяється при цьому (екзотермічна ядерна реакція) – це кінетична енергія утворених ядер і частинок. Реакція синтезу супроводжується γ –випромінюванням. Прикладами таких реакцій є наступні:

$$^2_1D+^3_1T\rightarrow ^4_2He+^1_0n,$$ виділяється 17,6 МеВ;

$$^7_3Li+^1_1H\rightarrow 2\cdot ^4_2He$$, виділяється 14,6 МеВ.

Енергія, що виділяється, дорівнює добутку величини дефекту маси ядерної реакції на квадрат швидкості світла:

$$\Delta E=\Delta mc^2.$$

Дефект маси ядерної реакції – це різниця між сумою маси спокою ядер і мас частинок до і після ядерної реакції. При ендотермічній ядерній реакції дефект мас від'ємний, $\Delta m < 0$ (поглинання енергії), при екзотермічній – позитивний, $\Delta m > 0$.

2. Поділ важких ядер.

Ядерні реакції особливо легко зумовлюються повільними нейтронами, які за відсутності заряду вільно проникають в атомні ядра та спричиняють їх перетворення.

Наприклад, ядро урану–235 при захопленні нейтрона розщеплюється на два приблизно рівні частини (осколки ділення) X_1 і X_2 з утворенням 1-3 нейтронів (нейтрони ділення) за схемою:

$$^{235}_{92}U+^1_0n\rightarrow X_1+X_2+(1-3)\cdot ^1_0n,$$

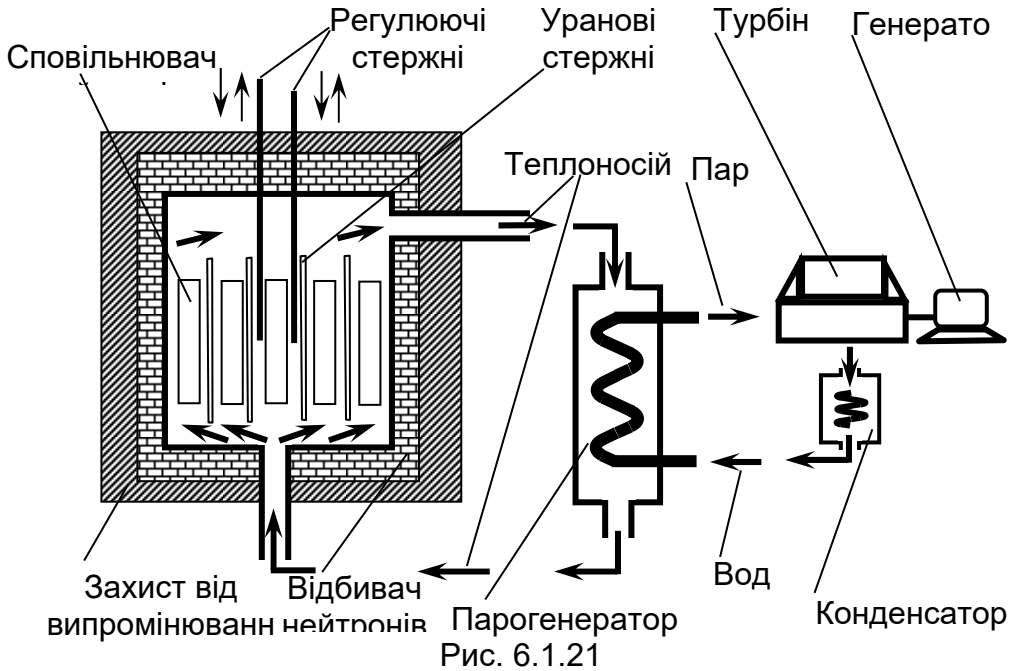


Рис. 6.1.21

При цьому виділяється приблизно 200 МеВ енергії при кожному поділу (порядку 1 МеВ на кожний нуклон). Така реакція проходить тільки при захопленні ядром $^{235}_{92}U$ повільних (теплових) нейтронів. Тут X_1 і X_2 – ядра, уламки поділу важкого ядра (наприклад, $^{139}_{54}Xe$ та $^{95}_{38}Sr$). При розпаді (діленні) певного елемента можливе утворення будь-якої пари різних осколків з різним числом нейтронів, наприклад:

$$Xe \text{ і } Sr\ ;\ Zr \text{ і } Te;\ Sb \text{ і } Nb \text{ та інші.}$$

Нестійкість важких атомів обумовлена великою кількістю протонів у ядрі такого атома, між якими діють сили електричного відштовхування.

Ланцюгові ядерні реакції. За певних умов кожний звільнений у результаті розщеплення важкого ядра нейтрон може бути захоплений сусіднім ядром $^{235}_{92}U$ і звільнити ще 2 – 3 нейтрони. Якщо процес повторюється, то спостерігається лавиноподібне наростання числа актів ділення - виникає самопідтримуюча ланцюгова ядерна реакція.

Коефіцієнт розмноження нейтронів – це відношення числа нейтронів, звільнених на даному етапі поділу ядра, до числа нейтронів, які спричиняють цей поділ у даній масі ядерного пального.

Для протікання ланцюгової ядерної реакції необхідно, щоб коефіцієнт розмноження нейтронів у даній масі урану був $k > 1$.

Ланцюгова ядерна реакція $^{235}_{92}U$ та $^{239}_{94}Pu$ здійснюється в атомних бомбах, де критична маса радіоактивної речовини обумовлює $k \geq 1{,}01$, тобто **ядерний вибух**.

Ядерний реактор – це пристрій, у якому створені умови для проходження керованої ядерної реакції. Керують реакцією введенням у реактор стержнів з бору або кадмію, які поглинають теплові нейтрони. На рис. 6.1.21 представлено принципову схему реактора атомної електростанції на повільних нейтронах.

В активній зоні реактора розміщені уранові стержні (твели) та сповільнювачі нейтронів (графіт, важка вода, сполуки берилію тощо). Підтримка стаціонарного режиму ядерного реактора здійснюється з застосуванням регулюючих стержнів, які можуть повільно опускатися або підніматися у зоні реакції. Активна зона реактора обмежена відбивачами нейтронів. За рахунок енергії, що виділяється при ядерній реакції, твели розігріваються. Тому вони постійно знаходяться в потоці теплоносія (вода, рідкий натрій тощо). Теплоносій переходячи до парогенератора віддає свою енергію пару, який направляється у турбіну. Турбіна обертає генератор, електричний струм від якого поступає у мережу, що споживає електроенергію.

У **паливі** ядерних реакторів кількість $^{235}_{92}U$ менша, ніж кількість $^{238}_{92}U$, який захоплюючи повільний нейтрон, перетворюється в плутоній $^{239}_{94}Pu$ за наступною схемою:

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow \ ^{239}_{92}U^{*} \rightarrow e^{-} + \bar{\nu} + ^{239}_{93}Np^{*}_{\downarrow \gamma_1};$$

$$^{239}_{93}Np^{*} \rightarrow e^{-} + \underset{\downarrow \gamma_2}{} \bar{\nu} + ^{239}_{94}Pu\,.$$

Тут зірочкою позначені збуджені (короткоживучі) ядра, які досить швидко розпадаються. Завдяки ефективному діленню під дію теплових нейтронів плутоній, період піврозпаду якого складає 24 тис. років, відіграє важливу роль в отриманні ядерної енергії. Випромінюючи α- частинки він перетворюється у стійкий ізотоп урану $^{235}_{92}U$.

6.1.3.3. Методи реєстрації іонізуючих випромінювань

Методи реєстрація і спостереження іонізуючого випромінювання (частинок) базуються на його здатності збуджувати і іонізувати атоми середовища. Спалахи світла, електричний струм, електризація, люмінесценція, дія на фотоплівку, іонізуюча дія випромінювання при проходженні його через речовину тощо, дозволяють реєструвати пролітаючі частинки, підраховувати їх потоки, відрізняти одну від іншої, вимірювати їх енергію.

Газорозрядний лічильник (лічильник Гейгера - Мюллера) складається з наповненої газом скляної колби (трубки), покритої всередині шаром металу (катод), і тонкої металевої нитки, розміщеної вздовж осі трубки (анод). Схематично будову лічильника зображено на рис. 6.1.22. Трубка заповнена аргоном і підключена до джерела струму через резистор. При попаданні в трубку електрони або інші заряджені частинки прискорюються електричним полем, іонізують атоми аргону, що призводить до виникнення самостійного розряду - електронно-іонної лавини (коефіцієнт підсилення ~ 10^6). Таким чином, заряджена частинка іонізує газ і викликає самостійний розряд. Лавина замикає електроди – виникає струм, а на кінцях резистора – напруга. Імпульс напруги з резистора навантаження подається до реєструючого пристрою. Після кожного імпульсу лічильник Гейгера забезпечує гасіння самостійного розряду, що виникнув від пролітаючої частинки – в противному випадку він не зможе реєструвати нові частинки. Лічильник Гейгера виявляє заряджені частинки і лічить їх за кількістю замикань кола за одиницю часу.

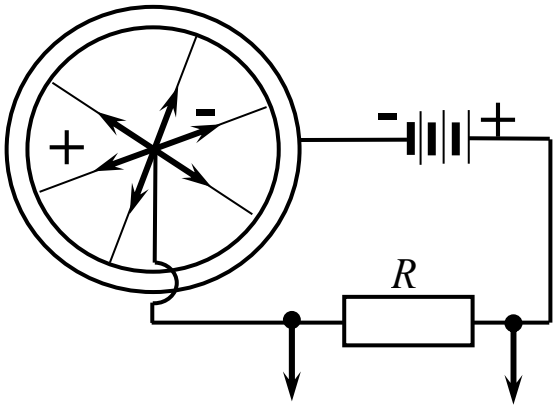


Рис. 6.1.22

Камера Вільсона – циліндрична просвічувана джерелом світла камера, закрита тонким шаром скла. Камеру промивають для видалення пилинок і слабким електричним полем забирають із камери теплові іони – центри конденсації. Потім камеру заповнюють нейтральним газом (гелій, аргон тощо) і насичують парою води або парою суміші спирту з

водою (так, щоб ці пари були близькими до насичення). При різкому адіабатичному розширенні об'єму (завдяки руху поршня) парова суміш охолоджується нижче точки роси і, оскільки немає центрів конденсації, пара залишається пересиченою. Цей стан нестійкий, пара легко конденсується.

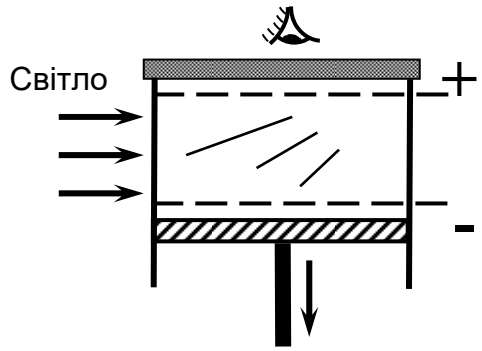


Рис. 6.1.23

Якщо в цей момент у камеру влітає частинка (наприклад, α - частинка), то вона іонізує газ, провокуючи тим самим конденсацію пари вздовж траєкторії свого руху. Утворюється ланцюжок іонів (центри конденсації), на яких конденсується спирт і формується ланцюжок крапель спирту. Світло, яке пропускають через камеру, відбивається цими краплями. Це дає можливість візіалізувати і фотографувати цей ланцюжок, названий **треком**, – слід частинки, що пролетіла. Важкі частинки залишають жирний слід, більш легкі (наприклад, електрони) – тоненький. Довжина пробігу частинки свідчить про її енергію, кількість треків, що виникли в одиницю часу, про інтенсивність потоку.

Схематично будову камери зображено на рис. 6.1.23. Якщо помістити камеру в магнітне поле, то можна отримати інформацію про знак заряду частинки, що створила трек. Так, після відкриття радіоактивності такі досліди дозволили встановити природу α, β та γ– випромінювання.

Бульбашкова камера працює аналогічно камері Вільсона, тільки в ній використовується перегріта прозора рідина. Бульбашкова камера заповнюються легко киплячою рідиною (рідкий водень, фреон, ксенон тощо) під високим тиском, тому рідина і не закипає – перегріта. Запускається бульбашкова камера, як і камера Вільсона, різким скиданням тиску, що переводить рідину у нестійкий стан. Пролітаюча в цей момент заряджена частинка викликає різке скіпання перегрітої рідини. В результаті у рідині залишається ланцюжок іонів, які є центрами кипіння і зразу ж обкутуються парами рідини – формується трек. Частинка, що реєструється, створює на своєму шляху ланцюжок іонів, на яких виникають бульбашки закипілої рідини.

Метод товстошарових фотоемульсій. Якщо частинка потрапляє в товстошарову фотоемульсію, то вона розщеплює молекули $AgBr$, утворюючи ланцюжки атомів срібла. Після проявлення плівки ланцюжки видно у збільшувачі як темні лінії, що дозволяє після проявлення судити про енергію частинки за фото – слідом треком, який вона залишає в товстому фоточутливому шарі. Оскільки фотоемульсія – середовище біль густе, ніж пара чи рідина, то треки у ній більш короткі. Тому фотоемульсії використовуються в якості детекторів частинок високих енергій (наприклад, в дослідженні космічних променів).

Найпростіший **сцинтиляційний лічильник** заснований на реєстрації слабких світлових спалахів, які виникають при ударі зарядженої частинки в сірчистий цинк (ZnS) - спінтарископ з фотопомножувачем (підсилювачем потоку фотоелектронів). Сцинтиляційний лічильник має дуже високу роздільну здатність (10^{-10} – 10^{-9}), тобто він може реєструвати до 10^{10} частинок.

Лічильник Черенкова: фотопомножувач, реєструючий свічення заряджених частинок, що рухаються в середовищі (наприклад, у склі) зі швидкістю, що перевищує швидкість світла в даному середовищі (свічення Вавілова – Черенкова). Застосовується в якості детекторів космічного випромінювання.

Мас-спектрограф – прилад з допомогою якого розділяють заряджені частинки незалежно від їхньої швидкості за величиною відношення q/m за допомогою одночасно прикладених електричного і магнітного полів.

Іскрова камера – поєднує у собі переваги лічильників (висока швидкість реагування) та трекових датчиків (повна інформація про треки). Це фактично набір, наприклад, мініатюрних напівпровідникових елементів, дають інформацію про кількість частинок та конфігурацію їх треків.

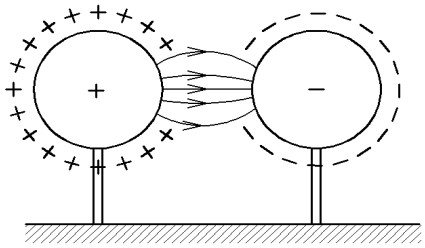


Рис. 6.1.24

6.1.3.4. Прискорювачі заряджених частинок

Прискорювачі заряджених частинок – пристрої для отримання частинок з великою кінетичною енергією (циклотрон, бетатрон, синхрофазотрон, генератор Ван-де-Граафа).

Електростатичний генератор Ван - де - Граафа – лінійний прискорювач з одноразовим проходженням зарядженої частинки електростатичного поля з величезною різницею потенціалів (до 10 МВ = 10^7 В). Схематично будову генератора зображено на рис. 6.1.24.

Циклотрон – плоска циліндрична камера з двох половинок (дуантів), які розміщені в сильному магнітному полі. На дуанти подається напруга, тому електричне поле між ними прискорює рух заряджених частинок. Під дією магнітного поля частинки рухаються по спіралі (в результаті дії сили Лоренца). Між дуантами створюється змінне електричне поле, яке прискорює рух частинок із одного дуанта в інший. У міру зростання швидкості частинки, збільшується частота напруги на дуантах для подальшого прискорення частинки. Схематично будову циклотрона зображено на рис. 6.1.25.

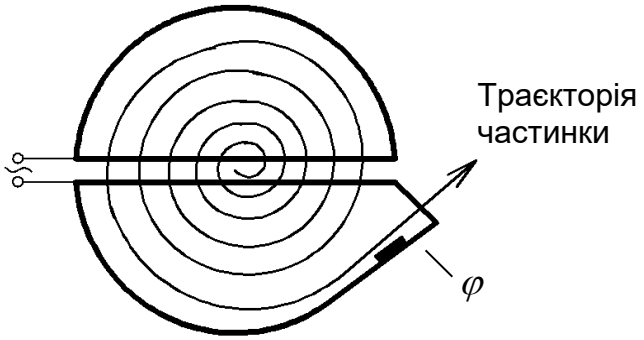


Рис. 6.1.25

У **бетатроні** відбувається прискорення електронів вихровими електричним полем, створюваним змінним магнітним потоком, що пронизує дуанти кільцевої камери. Магнітна індукція поля змінюється відповідно до збільшення маси прискорюваного електрона, і електрон утримується на сталій кільцевій траєкторії.

Синхрофазотрон – кільцева камера із кількох дуантів між полюсами електромагнітів. Електричне поле, створюване в розривах кільцевої камери, прискорює рух частинок. Змінне магнітне поле утримує частинки на сталій орбіті. Зі зростанням швидкості частинок синхронно збільшується частота змінної напруги і магнітна індукція. На синхрофазотронах досягнуто прискорення протонів до енергії 75 ГеВ. Схематично будову синхрофазотрона зображено на рис. 6.1.25.

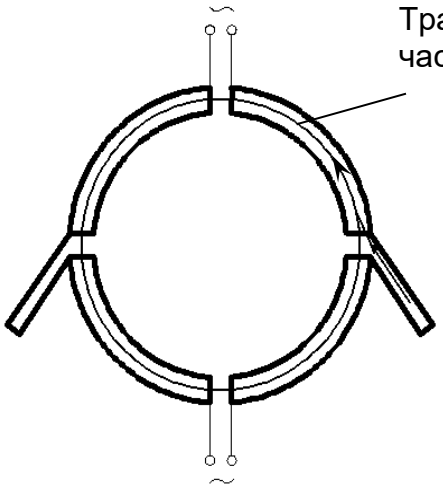


Рис. 6.1.26

6.1.3.5. Елементарні частинки

Частинки, яким на даному етапі розвитку ядерної фізики не можна приписати певну внутрішню будову, називають **елементарними.**

Відкрито 38 елементарних частинок і більше 350 так званих **резонанс-частинок** (короткоживучі частинки із середнім часом життя близько 10^{-23} с). „Резонанси" існують настільки малий час, що навіть, рухаючись зі швидкістю світла, їх довжина вільного пробігу становить величину, зрівняну з розмірами ядра, тобто 10^{-15} м.

Класифікація елементарних частинок:

1) Фотони ($m_0 = 0$).Позначаються - γ.

2) Лептони (легкі частинки, що не беруть участь у сильних взаємодіях, наприклад таких взаємодіях, що проходять в ядрі між нуклонами). Це електрони, мюони, нейтрино: $e^-, e^+, \nu, \bar{\nu}, \mu^+, \mu^-, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$, τ^-, τ^+.

3) Мезони (середні):

4) Баріони (важкі): нуклони (p, n) і серія гіперонів (Λ, Σ, Ω).

Кожна частинка має свою античастинку, тобто частинку тієї ж маси спокою, але з деякими протилежними квантовими властивостями (e^- і e^+, ν і $\bar{\nu}$. p і p^- тощо). Фотон та π^0 – мезон античастинок не мають.

Стабільні і нестабільні частинки

Стабільні частинки (їх дев'ять) – живуть у вільному стані як завгодно довго: $\gamma, e^-, e^+, p, p^-, \nu, \bar{\nu}, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$. Інші нестабільні. Наприклад, ${}^1_0 n$ стабільний у ядрі, а у вільному стані його середній час життя 15 хв., після чого нейтрон перетворюється в стабільні частинки:

$$ {}^1_0 n \rightarrow {}^1_1 p + e^- + \bar{\nu} .$$

При будь-якому перетворенні елементарних частинок виконуються **закони збереження** маси, енергії, електричного заряду, імпульсу, моменту імпульсу.

Анігіляція частинок: $e^- + e^+ \to 2\gamma$ (можливе 3γ); кожний фотон забирає енергію $h\nu = m_0c^2$ = 0,511 МеВ.

Фотонародження (утворення пар):

γ –квант з енергією ≥ 1,022 МеВ утворює пару $\gamma \to e^- + e^+ (2m_0c^2 = 1{,}022\ MeB)$.

Фундаментальні взаємодії. На сьогодні відомо чотири типи фундаментальних взаємодій: **сильна** (баріони та інші важкі частинки); **електромагнітна** (між зарядженими частинками); **слабка** (лептони); **гравітаційна** (між тілами великих мас).

Фундаментальні характеристики взаємодій можна порівнювати за інтенсивністю та радіусами дії:

Взаємодія	Радіус дії, м	Порівняльна величина взаємодії (інтенсивність)
Сильна	10^{-16}	1
Електромагнітна	∞	1/137
Слабка	10^{-18}	10^{-10}
Гравітаційне	∞	10^{-38}

Зараз прийнято вважати електромагнітну та слабку взаємодії проявом єдиної електрослабкої взаємодії.

Космічні промені – потік елементарних частинок високої енергії, в основному протонів, ядер гелію і гамма-квантів, а також інших частинок, які утворюють їх потік в атмосфері.

Проблеми кваркової теорії частинок

У пошуках способів більш простого опису взаємодії елементарних частинок і зведення їх різноманітності до обмеженої кількості більш простих елементарних частинок, триває розвиток **кваркової гіпотези** та теорії квантової хромодинаміки

Адрони – частинки, що беруть участь у всіх взаємодіях (нуклони та всі „резонанси"). Припускають, що всі адрони складаються з кварків – частинок з дрібним електричним зарядом 1/3 та 2/3 заряду електрона. Вважається, що існує 6 сортів або «ароматів» кварків, що створюють з дублети, чи три покоління:

- верхній – нижній,
- дивовижний – зачарований,
- істинний – чарівний.

Гіпотеза існування кварків знаходить непряме дослідне підтвердження:

1) виявлені **партони Фейнмана** (точкові утворення в нуклонах);
2) відкрита частинка **джей-псі мезон**, яка обґрунтовує існування **шармованого** (зачарованого) **кварка**.

Згідно з теорією квантової хромодинаміки, кварки взаємодіють шляхом обміну **глюонами**, при цьому сила взаємодії збільшується зі збільшенням відстані між кварками,

звідки витікає проблема неможливості виявити кварк у вільному стані (дуже велика енергія зв'язку між кварками). Квантова хромодинаміка розрізняє 3 кварки, 3 антикварки в 3-х кольорах (так називається їх квантова властивість) і шармований кварк: 19 кварків і антикварків, а також фотон і 8 лептонів. Наприклад, мезони складаються з двох кварків і антикварків, баріони – з 3-х кварків, антибаріони – із 3 антикварків. Усі частинки речовини складаються із „p" і „n" кварків , електронів і антинейтрино.

6.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 6

РОБОТА 6-1.

ВИВЧЕНННЯ ОПТИЧНОГО КВАНТОВОГО ГЕНЕРАТОРА

Мета роботи. Вивчення принципу дії квантового генератора на прикладі гелій-неонового лазера і дослідження монохроматичності, когерентності. направленості та поляризації лазерного випромінювання.

Прилади та обладнання. Оптична лава, на якій встановлено гелій-неоновий лазер ЛГН-105, поляроїд, екран із щілиною, дифракційна решітка, екран з двома щілинами, суцільний екран (аркуш білого паперу), лінійка.

Гелій – неоновий лазер

Оптичним квантовим генератором (лазером) називають прилад, в якому здійснюється генерація монохроматичних електромагнітних хвиль оптичного діапазону в результаті вимушеного (індукованого) випромінювання.

Активним елементом гелій-неонового лазера є газорозрядна трубка з внутрішнім діаметром 1-10 мм і довжиною до 1,5-2 м. Її заповнено гелієм з домішкою неону (тиск гелію - 1 мм рт. ст., тиск неону - 0,1 мм рт. ст.). Схему лазера представлено на рис. 6.2.1. При цьому використані такі позначення: схема лазера: *1* – трубка; *2,* $2'$ – віконця Брюстера; *3,* $3'$ – дзеркала; *4,* $4'$ – електроди; *5* – блок живлення.

На електроди трубки подають змінну напругу високої частоти або високу (1-2 кВ) постійну напругу, що збуджує газ до світіння – це електричне ***накачування*** лазера (накачуванням називають процес надання робочій речовині лазера енергії для переведення атомів у збуджений стан). У трубці створюється газорозрядна плазма, що складається з електронів та іонізованих атомів гелію та неону.

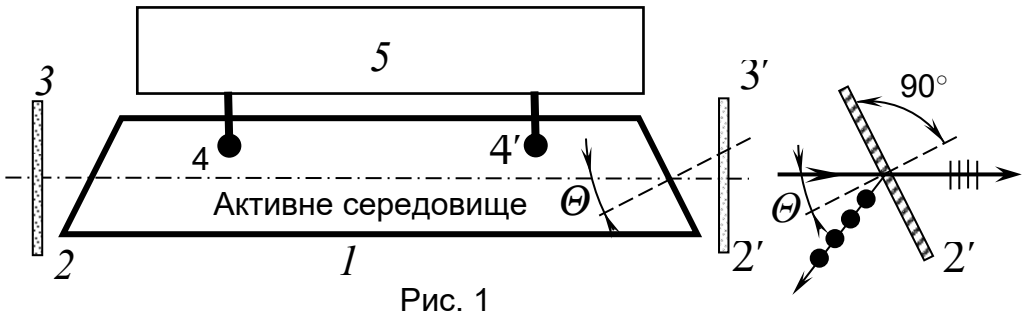


Рис. 1

Спрощену схему енергетичних рівнів гелію та неону наведено на рис.2.

Розігнані електричним полем електрони зіштовхуються з атомами неону та гелію і збуджують їх відповідно до рівнів 3 та 4. Через метастабільність рівня 4 гелію відбувається накопичення збуджених атомів гелію. Знаходячись у метастабільному стані протягом часу 10^{-2} с, атоми гелію беруть участь у тепловому русі і час від часу зіштовхуються з атомами неону. Особливість спектрів гелію та неону полягає в тому, що метастабільний рівень 4 гелію та метастабільний рівень 3 неону мають близькі значення енергії. Тому при зіткненнях збуджені атоми гелію передають енергію збудження

незбудженим атомам неону, переводячи їх на рівень 3 і цим самим додатково збільшуючи заселеність цього рівня.

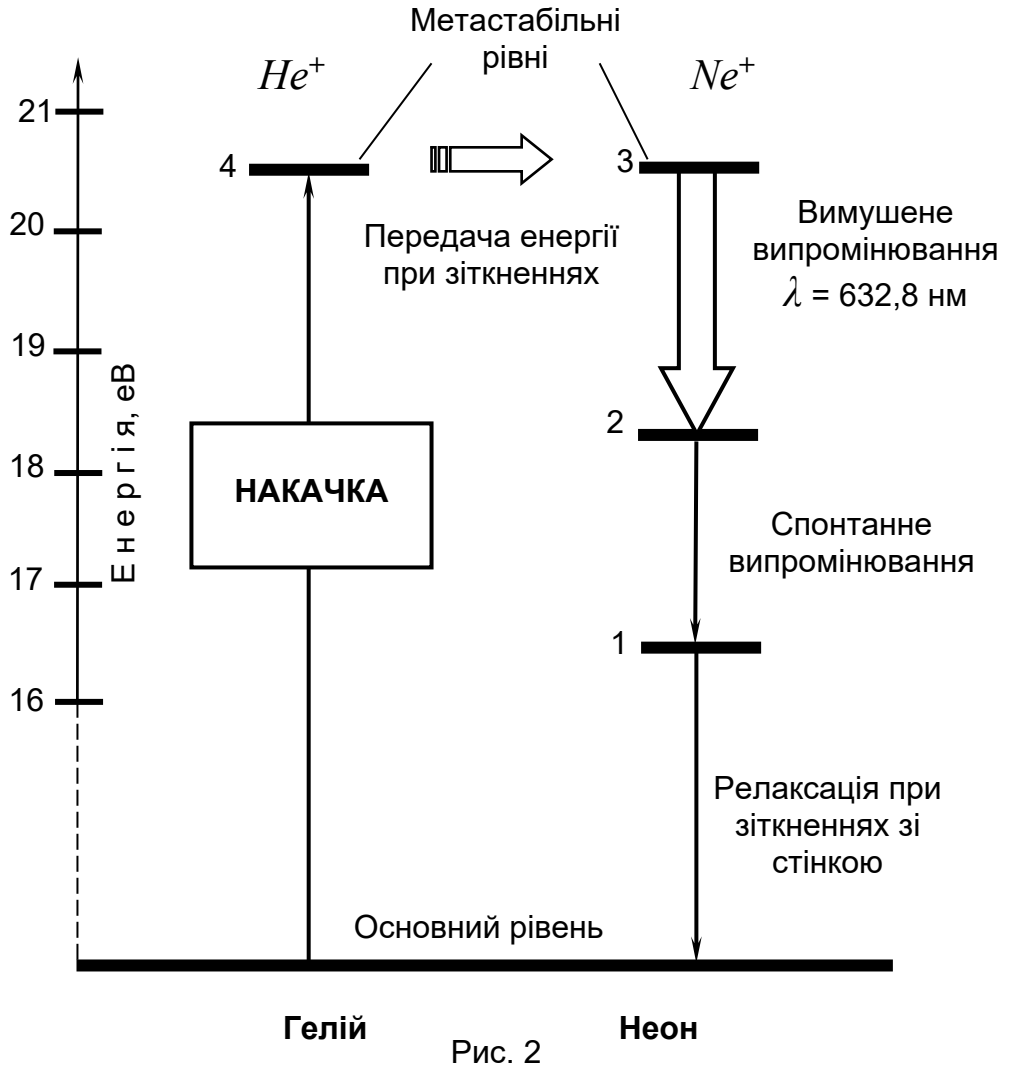


Рис. 2

У результаті це дає ***інверсію заселеностей рівнів 2 та 3***, оскільки рівень 2 через малий час життя (порядку 10^{-8} с) практично порожній. Так, у трубці створюється ***активне середовище*** - сукупність збуджених атомів неону. Спонтанний перехід $3 \rightarrow 2$ деяких атомів неону веде до лавиноподібної генерації фотонів з енергією 1,94 еВ. Їй відповідає довжина хвилі λ = 632,8 нм (червона лінія неону). Отже, гелій є накопичувачем енергії збудження, а неон – джерелом вимушеного випромінювання.

Для того, щоб активне середовище стало ***генератором*** світлових хвиль, потрібен ***зворотний зв'язок***. А саме, необхідно, щоб частина світла, яке випромінюється, весь час знаходилась у зоні активного середовища і викликала вимушене випромінювання все нових і нових атомів. Для цього активне середовище лазера розміщується між двома дзеркалами, обернутими одне до одного; одне з дзеркал непрозоре, друге – частково прозоре (див. рис. 1). Тоді промінь світла, багаторазово відбиваючись від дзеркал, буде проходити багато разів через активне середовище, підсилюючись кожного разу в результаті вимушених переходів атомів з вищого енергетичного рівня на нижчий (переходи $3 \rightarrow 2$ на рис. 2).

Для електромагнітних хвиль система дзеркал 3 та 3' є ***резонатором.*** Цей резонатор не тільки ***підсилює світло***, але і забезпечує його сувору ***монохроматичність*** і гостру ***направленість*** лазерного променя.

Високий ступінь направленості лазерного променя обумовлений великим відношенням відстані між дзеркалами *3 і 3′* до діаметра трубки. До того ж багаторазово пройти через активне середовище та підсилитись можуть лише промені, що розповсюджуються під дуже малими кутами до осі трубки або є паралельними осі. Інші ж промені врешті-решт попадають на бокову поверхню трубки, де вони розсіюються або виходять назовні. У гелій-неоновому лазері реальний розбіг пучка становить, як правило, одну-дві кутових минути.

Для розуміння ролі резонатора в монохроматизації світла розглянемо світлову хвилю, що розповсюджується вздовж осі трубки. Позначимо через b довжину резонатора, тобто відстань між дзеркалами *3* і *3′*. Нехай

$$2b = m\lambda, \qquad (1)$$

тобто на довжині b вкладається ціле число напівхвиль, що дорівнює m (число m>>1; так, при b = 1 м і $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м отримуємо для m значення порядку 10 ^{6}). Тоді світлова хвиля, що йде від дзеркала туди і назад, повернеться до цього дзеркала в тій же самій фазі (відмітимо, що рівність фаз є умовою максимуму при інтерференції прямої та відбитої хвиль). Така хвиля підсилиться при другому, третьому і всіх наступних проходженнях через активне середовище. Найближча довжина хвилі $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, для якої відбувається таке ж підсилення, визначається з умови:

$$2b = (m-1)(\lambda + \Delta\lambda). \qquad \textbf{(2)}$$

Звідси, беручи до уваги рівність (1), знаходимо:

$$\Delta\lambda = \lambda/(m-1) \cong \lambda/m. \qquad (3)$$

Враховуючи оцінку, виконану для m, отримаємо для величини $\Delta\lambda$ значення порядку 10^{-15} м: $\Delta\lambda \cong 2\cdot10^{-15}$ м. Хвилі з довжинами в проміжку між λ і $\lambda + \Delta\lambda$ практично повністю гасяться резонатором.

Врахуємо тепер, що енергетичні рівні атомів (а, значить, і спектральні лінії, які виникають під час переходів між ними) не є нескінченно тонкими, а ***мають скінчену ширину***. Якщо остання менша від $\Delta\lambda$, то з усіх довжин хвиль вимушеного випромінювання умові $2b = m\lambda$ задовольнятиме лише єдина довжина хвилі. Така хвиля підсилиться максимально. Це і призводить до звуження спектральних ліній, що генеруються лазером. При якісних відбиваючих поверхнях дзеркал лазер дає дуже тонку, практично монохроматичну лінію. Якщо розігнані електричним полем електрони зіштовхуються з атомами неону та гелію і збуджують їх відповідно до рівнів 3 та 4. Через метастабільність рівня 4 гелію відбувається накопичення збуджених атомів гелію. Знаходячись у метастабільному стані протягом часу 10^{-2} с, атоми гелію беруть участь у тепловому русі і час від часу зіштовхуються з атомами неону. Особливість спектрів гелію

та неону полягає в тому, що метастабільний рівень 4 гелію та метастабільний рівень 3 неону мають близькі значення енергії. Тому при зіткненнях збуджені атоми гелію передають енергію збудження незбудженим атомам неону, переводячи їх на рівень 3 і цим самим додатково збільшуючи заселеність цього рівня. о ширина лінії, що випромінюється атомами активного середовища, більше, ніж $\Delta\lambda$, то замість однієї підсилюються декілька ліній. У цьому випадку світло лазера складається з близьких, практично монохроматичних ліній.

Випромінювання лазера є лінійно поляризованим. Поляризація забезпечується тим, що розрядна трубка замкнута з торців плоско - паралельними скляними (або кварцевими) пластинами (вікнами), зорієнтованими так, що світло падає на них під кутом Брюстера θ. На рис.1 справа показано, що коливання електричного вектора у випромінюванні лазера відбуваються в площині рисунка.

Випромінювання лазера є когерентним. Його когерентність обумовлена тим, що вимушено випромінене світло є суворо узгодженим з вимушуючим світлом і не відрізняється від нього. Якщо на шляху лазерного пучка поставити дві паралельні щілини (які відстоять одна від одної, наскільки дозволяє ширина пучка), то можна спостерігати на екрані за щілинами сукупність інтерференційних смуг. У даній роботі дві щілини отримано за допомогою лез бритв, що приклеєні до скла. Між лезами прокладено дротину (див. рис.3). Гелій-неоновий лазер описаного типу працює в неперервному режимі, тому пучок його світла має невелику потужність – усього декілька міліват. Однак потужність випромінювання лазерів інших типів, що працюють у режимі коротких ($\sim 10^{-9}$ с) імпульсів, може досягати 10^{10} Вт і більше. Лазери широко використовуються в науці, техніці, медицині. Завдяки відкриттю лазера створено голографію (голографія – метод отримання об'ємних зображень).

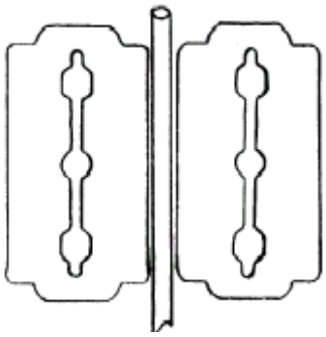


Рис. 3

Порядок виконання роботи

УВАГА! ЛАЗЕРНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ, НАВІТЬ ВІДБИТЕ ВІД СТІН, НЕБЕЗПЕЧНЕ ДЛЯ ЗОРУ. ДЖЕРЕЛО ЖИВЛЕННЯ ЛАЗЕРА ПОВИННО БУТИ ЗАЗЕМЛЕНИМ. ПІД ЧАС РОБОТИ З ЛАЗЕРОМ БІЛЯ УСТАНОВКИ ПОВИННО ЗНАХОДИТИСЬ НЕ МЕНШЕ ДВОХ ЧОЛОВІК.

1. Включають тумблер на щитку живлення лазера. Через 1-2 хв з'являється світіння червоного кольору. Якщо воно періодично гасне, то збільшують значення розрядного струму.

2. Визначають експериментально довжину хвилі випромінювання лазера, використовуючи методику, описану в роботі 5.6, і наведену там робочу формулу (5.2.2). Переконуються в тому, що спектр випромінювання лазера містить тільки одну лінію. Порівнюють отримане значення довжини хвилі з наведеним вище.

3. Визначають кутову розбіжність пучка випромінювання. Для цього направляють промінь на екран (аркуш білого паперу), закріплений на відстані кількох метрів на стіні, вимірюють діаметр плями $Д_1$ і відстань L_1 від екрана до лазера. Потім розміщують екран на відстані 30-40 см від лазера і знову вимірюють відстань L_2 від екрана до випромінюючого кінця трубки та діаметр плями $Д_2$**.** Використовуючи формулу

$$\varphi = \frac{Д_1 - Д_2}{L_1 - L_2},$$

визначають кут розбіжності пучка випромінювання φ в радіанах і переводять результат у кутові минути.

домогтися практично повного згасання світлової плями на екрані. Переконуються в тому, що при повному обороті поляроїда світлова пляма двічі гасне. Це свідчить про те, що випромінювання лазера є лінійно поляризованим. Визначають положення площини коливань випромінювання лазера (положення площини пропускання поляроїда задано).

5. Переконуються в когерентності лазерного випромінювання. Для цього на шляху лазерного променя ставлять екран з двома паралельними щілинами і на якомога більшій від нього відстані L (3-4 м) спостерігають на білому екрані (аркуш паперу) інтерференційні смуги. Дослід демонструють викладачеві. Визначають лінійкою відстань H між крайніми світлими смугами і підраховують число k проміжків між ними (число темних смуг). Знаходять відстань $l=H / k$ між сусідніми світлими (темними) смугами. Порівнюють це значення із значенням l, розрахованим за формулою (5.2.1) з роботи 5.4,

$$l = \frac{L}{d}\lambda,$$

де d – відома відстань між щілинами, вказана на екрані.

6. Розраховують максимальне значення густини потужності випромінювання досліджуваного лазера за формулою

$$j = \frac{P}{S},$$

де P – паспортне значення потужності лазера (для ЛГН-105 Р=1 мВт).

Площу перерізу пучка розраховують за формулою:

$$S = \frac{\pi a^2}{4},$$

де a – діаметр перерізу пучка (його вимірюють). Виражають розраховану величину j у Вт/см^2 і порівнюють її з гранично допустимим для ока значенням $j_{гран}$. Для лазерів, що працюють у неперервному режимі, $j_{гран.}$= $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ Вт/см^2.

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Опишіть властивості спонтанного та вимушеного випромінювань.

2.Що таке резонансна частота?

3.Поясніть зміст термінів “інвересія заселеностей" та “накачування”.

4.Опишіть, як саме активне середовище генерує і підсилює світло.

5.Опишіть принцип роботи гелій-неонового лазера.

6.Сформулюйте закон Брюстера та дайте рисунок із зображенням напрямків коливань електричного вектора у відбитому та заломленому променях.

7.Перерахуйте властивості лазерного випромінювання і поясніть, чим кожна з них обумовлена.

8.Перерахуйте відомі вам використання лазерів.

РОБОТА 6-2

ВИВЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ОПОРУ НАПІВПРОВІДНИКІВ ВІД ТЕМПЕРАТУРИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ШИРИНИ ЗАБОРОНЕНОЇ ЗОНИ

Мета роботи: вивчити залежність опору напівпровідника від температури і визначити параметри термістора – ширину забороненої зони, температурний коефіцієнт опору, коефіцієнт температурної чутливості, сталу часу.

Прилади та обладнання: термістор, міст постійного струму, термометр, секундомір, термостат.

Як зазначалося раніше, з підвищенням температури електропровідність напівпровідників різко зростає (за експоненціальним законом). Практично при дослідженні температурної залежності провідності напівпровідників зручно користуватися не електропровідністю, а просто опором напівпровідника. Відповідно до формул (1) – (4) у вступній частині для залежності опору напівпровідника від температури можна записати такі вирази:

а) в області власної провідності

$$R = R_o \cdot e^{\frac{\Delta E}{2kT}}; \qquad (1)$$

б) в області домішкової провідності відповідно для напівпровідників n- і p - типу:

$$R_n = R_n^o e^{\frac{\Delta E_n}{2kT}}; \qquad (2)$$

$$R_p = R_p^o e^{\frac{\Delta E_p}{2kT}}, \qquad (3)$$

де $R_{0,} R_n^0, R_p^0$ – умовні опори напівпровідника відповідного типу при $T \longrightarrow \infty$.

Прилад, побудований на сильній залежності опору напівпровідника від температури, називається **термістором** або **терморезистором**.

Термістором служить зразок, виготовлений із напівпровідникового матеріалу і вміщений у балончик зі скла, кераміки чи металу (для запобігання механічним пошкодженням). Невеликі габарити, мала маса, механічна міцність і висока чутливість

визначають широке практичне застосування термісторів. Вони використовуються для реєстрації зміни температури навколишнього середовища, вимірювання потужності електромагнітного випромінювання тощо.

Область застосування кожного типу термістора визначається його властивостями та параметрами.

У даній роботі термістор служить об'єктом дослідження, на якому вивчається його температурна характеристика та визначаються його параметри: коефіцієнт температурної чутливості B, ширина забороненої зони ΔE, температурний коефіцієнт опору α, час релаксації термістора τ.

1. **Температурною характеристикою термістора** називають залежність опору напівпровідникового матеріалу термістора від температури.

Для власного напівпровідника вона має вигляд

$$R = R_o e^{\frac{\Delta E}{2kT}} = R_o e^{\frac{B}{T}}, \qquad (4)$$

де

$$B = \frac{\Delta E}{2k}. \qquad (5)$$

Коефіцієнт температурної чутливості, який характеризує фізичні властивості матеріалу термістора; ΔE – параметр, що називається шириною забороненої зони напівпровідника. Ця величина є найбільш важливою характеристикою електричних властивостей напівпровідника. Дійсно, щоб перекинути електрон із верхнього рівня валентної зони на нижній рівень зони провідності, за рахунок різних зовнішніх факторів (температури, опромінення, сильних електричних полів тощо) витрачається **енергія активації**, рівна ширині забороненої зони ΔE для власного напівпровідника.

2. **Коефіцієнт температурної чутливості** B визначає, як швидко зменшується опір напівпровідника при підвищенні його температури.

Згідно з (4)

$$lnR = lnR_o + B \cdot \frac{1}{T},$$

а отже, B визначає нахил температурної характеристики, зображеної графічно в координатах

$$x = \frac{1}{T}, \qquad y = lnR$$

Коефіцієнт B може бути визначений з даних щодо вимірювання опору термістора при будь-яких двох температурах T_1 і T_2:

$$R_1 = R_o e^{\frac{B}{T_1}}, \qquad R_2 = R_o e^{\frac{B}{T_2}}. \qquad (6)$$

При почленному діленні першого з виразів (6) на другий і логарифмуванні результату, знаходимо:

$$B = \frac{lnR_2 - lnR_1}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} \qquad (7)$$

Знаючи B, визначимо ширину забороненої зони напівпровідника

$$\Delta E = 2\,k\,B \qquad (8)$$

3. **Температурний коефіцієнт опору** матеріалу α чисельно дорівнює відносній зміні опору при зміні температури на один кельвін.

Тобто за визначенням

$$\alpha = \frac{1}{R}\frac{dR}{dT}.$$

Враховуючи (4), знаходимо

$$\alpha = \frac{1}{R}\left(-\frac{B}{T^2}R_0 e^{\frac{B}{T}}\right) = -\frac{B}{T^2} \qquad (9)$$

4. **Стала часу** τ (час релаксації) визначається як проміжок часу, після закінчення якого температура термістора при його охолодженні в спокійному повітрі зменшується на 63% від різниці температур термістора і навколишнього середовища (це відповідає зменшенню різниці температур в e разів). Стала часу характеризує теплову інерційність термістора.

Порядок виконання роботи

1. Збирають електричну схему містка Уітстона (рис.1), включаючи термістор у коло містка.

2. Вміщують термістор у термостат на одному рівні з головкою ртутного термометра.

3. Вимірюють опір термістора R_t при різних температурах, починаючи від кімнатної до температури 80-90^{0}С (див. доповнення).

4. Заносять одержані значення температури t і опору R_t до таблиці, враховуючи, що при $l_1=l_2$

$$R_t=R.$$

Таблиця

№ п/п	Результати прямих вимірювань.	Результати непрямих вимірювань.

	t, ^0C	R, Ом	T, К	$1/T$, $К^{-1}$	$ln\ R$	B, К	ΔE, еВ	α, $К^{-1}$	τ, с

5. За даними таблиці будують графік залежності $y = lnR$ від $x = \frac{1}{T}$. Проводять пряму лінію, намагаючись, щоб експериментальні точки розташувалися приблизно симетрично по обидва боки від прямої (рис.2)

6. За двома довільними точками 1 і 2, максимально віддаленими на графіку, визначають коефіцієнт температурної чутливості B за формулою:

$$B = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}.$$

7. Визначають ширину забороненої зони ΔE за формулою (8), виражаючи її в електрон-вольтах:

k=1,38·10 $^{-23}$ Дж / К, 1 еВ = 1,6·10 $^{-19}$ Дж.

8. Визначають температурний коефіцієнт опору при кімнатній температурі:

$$\alpha = -\frac{B}{T_{кімн}^2}.$$

9. Визначають сталу часу τ. Для цього попередньо при знятті температурної характеристики вимірюють опір термістора при температурі $t_н = t_в - 0{,}63(t_в - t_{кімн.})$, де $t_в$ – максимальна температура, до якої мають намір нагрівати термістор. Потім доводять температуру в термостаті до значення $t_в$ і знову вимірюють опір. Після цього термістор швидко виймають із термостата, вмикають секундомір і вимірюють час τ, за який опір термістора зростає до значення, що відповідає температурі $t_н$.

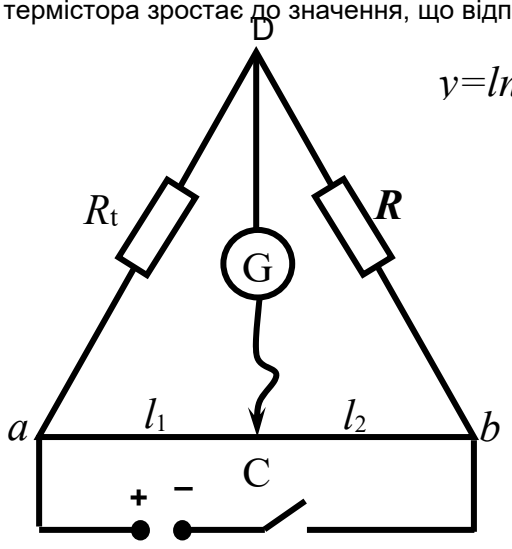


Рис. 1

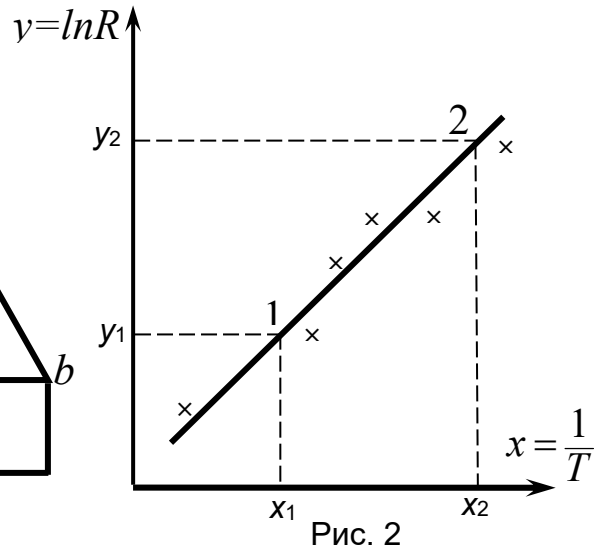


Рис. 2

Доповнення. Місток Уітстона

На рис.1 зображена електрична схема містка Уітстона. R – опір, який набирається на магазині опорів; R_t – опір напівпровідника; ab – реохорд.

Порядок вимірювання

1. Виставляють повзунок реохорда так, щоб $l_1 = l_2$.

2. Змінюючи опір магазина R, досягають того, щоб струм через гальванометр був відсутній, тобто $I = 0$. У цьому випадку

$$R_t = R\frac{l_1}{l_2}$$

Запитання для самоконтролю

1. Поясніть якісно механізм утворення енергетичних зон у твердому тілі.
2. Як відрізняються між собою зонна структура ізолятора, провідника, напівпровідника?
3. Що таке “дірка” з точки зору зонної теорії?
4. Поясніть механізм власної і домішкової провідності напівпровідника.
5. Чим пояснюється різний хід температурної залежності електропровідності (опору) металів і напівпровідників?
6. Поясніть фізичний зміст енергії ΔE і параметрів термістора B, α, τ. Як вони знаходяться експериментально?
7. Назвіть основні області застосування термісторів.

РОБОТА 6-3
ВИЗНАЧЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ТА РУХЛИВОСТІ НОСІЇВ СТРУМУ В НАПІВПРОВІДНИКАХ (ВИВЧЕННЯ ЕФЕКТУ ХОЛЛА)

Мета роботи: вивчити ефект Холла, визначити основні параметри електропровідності напівпровідників (концентрацію електронів та їх рухливість у германії) за допомогою ефекту Холла.

Прилади та обладнання: зразок германієвого напівпровідника з відомими розмірами, постійний магніт з відомим значенням магнітної індукції B у просторі між полюсами, цифровий вольтметр, міліамперметр.

У роботі вивчається ефект Холла – одне з найцікавіших фізичних явищ, що спостерігається в твердих тілах. Його експериментальне дослідження дає можливість визначити найважливіші характеристики електропровідності напівпровідників: 1) концентрацію; 2) рухливість носіїв струму; 3) тип провідності.

Суть ефекту Холла детально викладено в розд. 6.1.2.5. Нагадаємо тільки, що якщо провідну пластину, по якій тече постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне їй магнітне поле, то між гранями пластини, паралельними струму $\vec{j}$ і полю $\vec{B}$, виникає різниця потенціалів $U_H = \varphi_1 - \varphi_2$. Було показано, що напруженість поперечного (холлівського) поля E_y пропорційна густині струму j та величині магнітної

індукції B. Зазначимо, що це твердження має загальний характер і справедливе для випадку декількох сортів носіїв струму.

Введений в розд. 6.1.2.5 коефіцієнт пропорційності $R_н$ між напруженістю холлівського поля E_y і добутком $j \cdot B$ залежить від природи матеріалу; він називається сталою Холла і для випадку носіїв одного сорту має вираз:

$$R_н = \frac{1}{ne}. \tag{1}$$

Якщо ширину пластини позначити через d, її товщину – h, то холлівська різниця потенціалів матиме вигляд:

$$U_H = E_y d = R_H jBd = R_H \frac{jdh}{h} B = R_H \frac{IB}{h}, \tag{2}$$

де $I = j \cdot S$ – сила струму; $S = d \cdot h$ – площа поперечного перерізу пластини. З останнього рівняння знаходимо:

$$R_H = \frac{U_H h}{IB}. \tag{3}$$

Холлівська різниця потенціалів може бути безпосередньо виміряна на досліді. Отже, вимірюючи $U_н$, h, I і B, можна за формулою (3) визначити значення сталої Холла $R_н$, а отже, концентрацію носіїв струму:

$$n = \frac{1}{R_H e} \tag{4}$$

Якщо одночасно зі сталою Холла визначити питому електропровідність σ матеріалу пластини, то, використавши співвідношення

$$\sigma = enb^- = \frac{1}{R_H} \cdot b^-,$$

можна визначити рухливість електронів:

$$b^- = R_н \sigma. \tag{5}$$

Зауважимо, що у випадку носіїв струму одного сорту знак холлівської різниці потенціалів $U_н = \varphi_1 - \varphi_2$ визначається знаком носіїв струму. Так, у розглянутому нами випадку, коли носіями є електрони, $U_н$ від'ємна ($\varphi_1 < \varphi_2$). Якщо ж носіями струму є дірки, то $U_н$ буде позитивною ($\varphi_1 > \varphi_2$). Стала Холла при цьому зв'язана з концентрацією дірок p співвідношенням:

$$R_н = \frac{1}{pe}. \tag{6}$$

Отже, визначивши знак холлівської різниці потенціалів при вибраних напрямках струму і магнітного поля, можна визначити тип носіїв струму в зразку, тобто встановити, є досліджуваний напівпровідник електронним чи дірковим.

Зазначимо також, що вирази (4) і (6) справедливі лише тоді, коли у створенні електричного струму приймають участь тільки носії одного знаку. У цьому випадку стала Холла, а отже і холлівська різниця потенціалів, обернено пропорційні концентрації носіїв струму. А тому при інших рівних умовах ефект Холла в напівпровідниках (де концентрація носіїв мала) проявляється набагато сильніше, ніж у металів (де концентрація носіїв велика).

Якщо ж у струмі приймають участь носії обох знаків (як це, наприклад, має місце у власних напівпровідниках), то співвідношення (4) і (6) не мають місця.

Дійсно, у цьому випадку і електрони, і дірки під дією магнітного поля рухаються в одному і тому ж напрямку – до нижньої грані пластини. При цьому надлишкові позитивні і від'ємні заряди, які утворюються на нижній грані пластини, частково компенсують одне одного.

Стала Холла в цьому випадку, як показує розрахунок, визначається виразом:

$$R_H = \frac{n\left(b^+\right)^2 - p\left(b^-\right)^2}{e\left(nb^+ + pb^-\right)^2} \quad . \tag{7}$$

У власних напівпровідниках концентрація електронів і дірок однакова і вираз (7) приймає вигляд:

$$R_H = \frac{1}{ne} \cdot \frac{b^- - b^+}{b^- + b^+} \quad . \tag{7a}$$

Таким чином, у власному напівпровіднику знак холлівської різниці потенціалів φ_1-φ_2 визначається знаком носіїв заряду, які мають більшу рухливість.

При рівності рухливостей електронів і дірок ($b^-=b^+$) стала Холла у власному напівпровіднику дорівнює нулю, тобто ефект Холла не спостерігається.

У даній роботі для вимірювання холівської різниці потенціалів і напруги на напівпровідниковому зразку використовується цифровий вольтметр.

Порядок виконання роботи

2. Перемикач Π_1 переводять у положення $U_н$. Встановивши за допомогою реостата R певне значення сили струму I через зразок, вимірюють вольтметром значення різниці потенціалів між зондами 1 і 2, U_1. Потім перемикачем Π_2 змінюють напрямок струму в зразку і знову при тій самій силі струму вимірюють значення різниці потенціалів між зондами 1 і 2, U_2.

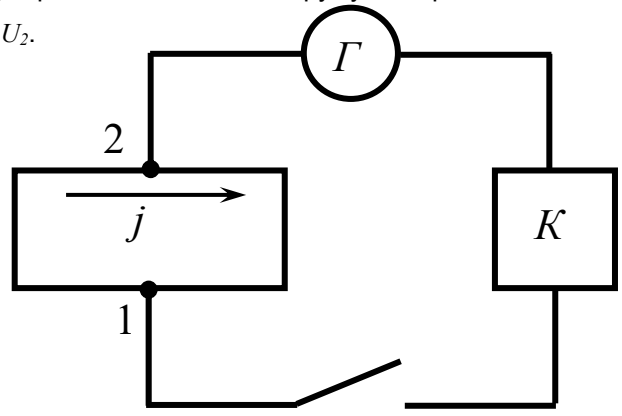


Рис. 1

Виміри при різних напрямках струму проводять для усунення впливу несиметричного розташування контактів 1 і 2. За даними U_1 і U_2 визначають значення холлівської різниці потенціалів

$$U_н = \frac{U_1 + U_2}{2}.$$

Виміри повторюють 3-5 рази при різних значеннях сили струму I. Дані заносять у робочу таблицю.

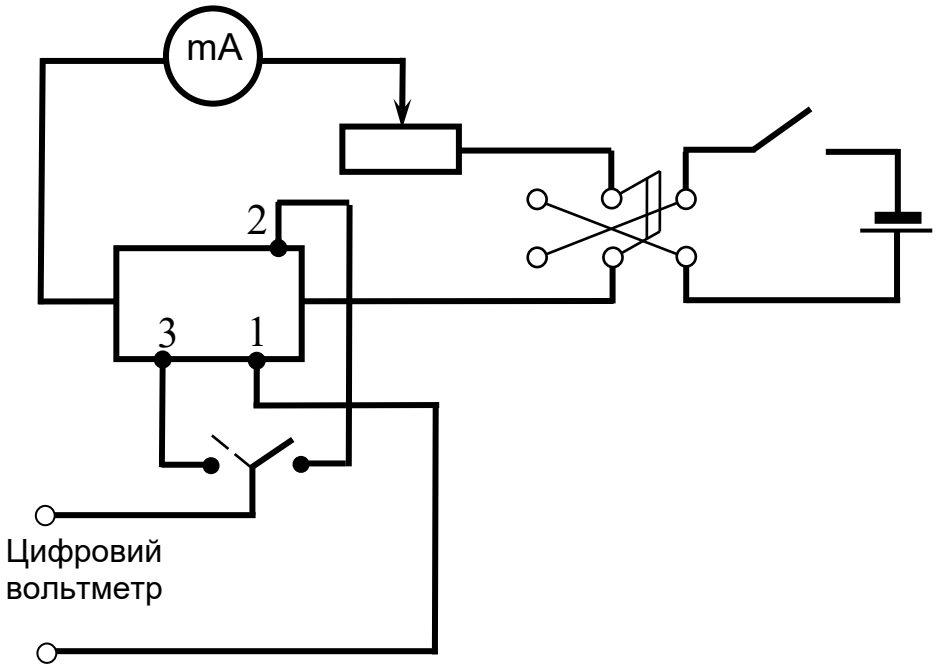


Рис. 2

3. Обчислюють сталу Холла $R_н$ за формулою (3). Визначають середнє значення $< R_н >$.

4. Використовуючи отримане значення $<R_н>$ і формулу (4), визначають концентрацію n електронів провідності.

5. Перемикач Π_1 переводять у положення U. Вимірюють різницю потенціалів вздовж осі X між зондами 1 і 3 для декількох різних значень сили струму в зразку. Дані заносять у робочу таблицю.

6. Розраховують питому електропровідність за формулою

$$\sigma = \frac{Il}{Udh},$$

де l – довжина зразка. Визначають середнє значення $<\sigma>$.

7. Використовуючи результати п.4 та п.6 за формулою (5) розраховують рухливість електронів b.

Таблиця

№ п/п	Задані та табличні величини	**Результати прямих вимірювань**	Результати непрямих вимірювань
	$h,\ d,\ l,\ B,\ e$ м м м Тл Кл	$I,\quad U_1\quad U_2$ А, В, В	$U,\ R,\ n,\ \sigma,\ b,$ В $\frac{м^3}{Кл}$ $м^{-3}$ $Ом^{-1}м^{-1}$ $\frac{м^2}{cB}$

Запитання для самоконтролю

1. Дайте визначення магнітної індукції та одиниці її вимірювання в СІ.
2. Поясніть, у чому полягає ефект Холла і чим він обумовлений?
3. Дайте визначення рухливості носіїв заряду.
4. Виведіть робочі формули (3) та (4).
5. Поясніть, від чого залежить величина і знак холлівської різниці потенціалів.
6. Чи буде змінюватися постійна Холла домішкового напівпровідника при його нагріванні? Якщо буде, то як і чому?

РОБОТА 6-4
ВИЗНАЧЕННЯ АКТИВНОСТІ РАДІОНУКЛІДА

Мета роботи: визначити активність радію-226 радіометром СРП-68.

Принцип дії радіометра СРП-68

Радіометр СРП-68 (сцинтиляційний геологорозвідувальний прилад) призначений для пошуку радіоактивних руд за їх γ-випромінюванням.

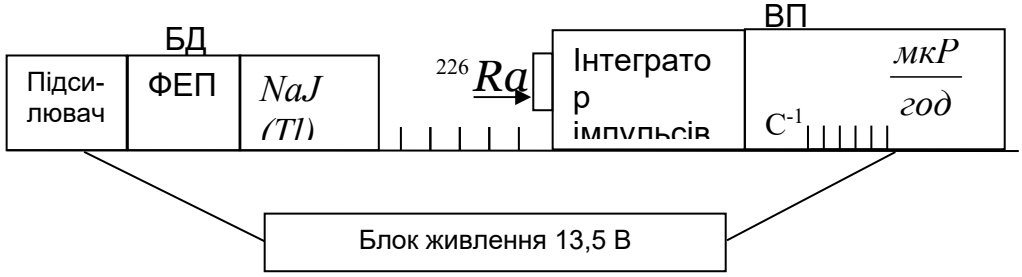


Рис. 1

Радіометр вимірює потужність експозиційної дози D (шкала в мкР/год) і потік γ-випромінювання радіоактивних речовин n (шкала в $с^{-1}$).

Радіометр складається з двох основних блоків:

1) вимірювального пульта ВП ,

2) блока детектування БД, з'єднаних кабелем (рис.1).

Радіонуклід знаходиться в передній частині ВП під закрученим ковпачком.

У блоці детектування розміщені кристал-сцинтилятор NaJ, активований талієм (Tl) і фотоелектронний помножувач (ФЕП) з підсилювачем, які розміщені всередині циліндричного кожуха. Світлові сигнали, що виникають у сцинтиляторі під дією радіоактивного випромінювання, перетворюються ФЕП в електричні і через підсилювач по кабелю йдуть на вхід інтегратора імпульсів ВП. У ВП імпульси, що надходять, сумуються в неперервний струм, пропорційний швидкості лічення імпульсів, який реєструється мікроамперметром.

Шкала приладу проградуйована в одиницях потоку γ - випромінювання від 0 до 10000 $с^{-1}$ і потужності експозиційної дози від 0 до 3000 мкР/год.

Експериментально установлено, що γ - випромінювання не є самостійним видом радіоактивності. Воно супроводжує процеси α і β- розпадів і не викликає зміни заряду і масового числа ядер.

γ-випромінювання випускається дочірніми ядрами, які в момент свого утворення виявляються збудженими. Надлишок енергії збуджених ядер звільняється у вигляді γ - випромінювання, яке являє собою короткохвильове електромагнітне випромінювання з гранично малою довжиною хвилі $\lambda \leq 0{,}01$нм і внаслідок цього – чітко вираженими корпускулярними властивостями, тобто є потоком частинок – γ - квантів (фотонів).

На практиці зручно визначати активність радіоактивного нукліда за потоком γ-випромінювання, враховуючи, що одному акту розпаду ядра відповідає виліт одного γ-кванта (фотона).

Для потужності експозиційної дози γ-випромінювання, як і для будь-якого електромагнітного випромінювання, має місце закон

$$D = K_\gamma \cdot \frac{a}{r^2}, \qquad (1)$$

де a – активність радіонукліда; r – відстань від джерела випромінювання до детектора; K_γ – постійна, яка визначає тип радіонукліда, рівна потужності експозиційної дози γ-випромінювання від точкового джерела з одиничною активністю на одиничній відстані від нього. Для радію-226 $K_\gamma = 8{,}4 \cdot 10^6$ мкР·см^2/год·мКu.

Порядок виконання роботи

1. Підключають радіометр до джерела живлення. Переводять нижній перемикач ВП у положення "БА", потім через 1-3 хв у положення "2,5" (робочий режим радіометра).

2. Визначають радіометром природний радіаційний фон, обумовлений космічною та земною радіацією. Для цього розташовують ВП на максимальну відстань від БД. Верхній перемикач діапазонів ВП переводять на мінімальну границю потужності експозиційної дози (шкала – мкР/год) і через кожні 5 с записують 3–5 показів мікроамперметра. Дані заносять у табл.1. Розраховують $<D_\phi>$.

3. Зменшуючи через 2 см (починаючи з 10-15 см) відстань між радіонуклідом і детектором, вимірюють потужність експозиційної дози D' для кожного r. Як і в п.2 для кожного r (6–8 точок) записують 3–5 показів і розраховують $<D'>$. Дані заносять у табл.1.

4. Віднімаючи "фон" від $<D'>$, визначають потужність експозиційної дози випромінювання радіонукліда для кожного r:

$$D=<D'>-<D_\phi>.$$

Заносять дані до табл.2.

5. За експериментальними даними будують графік залежності D від r^{-2}, що характеризує закон (1). Слід використовувати осі: $y=D$, $x=^{-2}$.

З цього графіка за двома довільними точками, максимально віддаленими одна від одної, розраховують кутовий коефіцієнт B:

$$B=y_2-y_1/x_2-x_1.$$

Середнє значення активності радіонукліда знаходимо за формулою:

$$<a> = B/K_\gamma.$$

Таблиця 1

N п/п	Результати прямих вимірювань				
	$D_\phi, \frac{мкР}{год}$	$D', \frac{мкР}{год}$			
	$R=$	$r_1=$	$r_2=$	…	$r_n=$
1 2 3					
$<x>$					

Таблиця 2

N п/п	Табличні величини та результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань			
	$K_\gamma, \frac{мкР \cdot см^2}{год \cdot мКи}$	$r, см$	$r^{-2}, см^{-2}$	$D, \frac{мкР}{год}$	$B, \frac{мкР}{год \cdot см^2}$	$a, мКи$
с	-		-	-	-	-
1 2 3	–				–	–
$<x>$		–	–	–		
Δ, P						
ε						

6. Розраховують довірчі границі Δ_{D_ϕ} і $\Delta_{D'}$ за формулою:

$$\Delta = \frac{\gamma \cdot I_{гр}}{100},$$

де γ – клас точності приладу; $I_{гр.}$ – граничне значення відповідної вибраної шкали мікроамперметра.

7. Розраховують довірчі границі та відносні похибки одного із результатів вимірів:

$$\Delta_D = \Delta_{D_\phi} + \Delta_{D'}; \qquad \varepsilon_D = \frac{\Delta_D}{D};$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{K_\gamma} + \varepsilon_D + 2\varepsilon_r; \qquad \Delta_a = \varepsilon_a \cdot < A >$$

Примітка. Щоб зменшити похибку вимірювань, треба підібрати оптимальний режим вимірювань так, щоб покази мікроамперметра були не менше 1/3 усієї шкали.

Після закінчення вимірювань нижній перемикач ВП переводять у положення “вимк.”, а верхній – у нейтральне положення. Відключають прилад СРП-68 від загального джерела живлення.

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Опишіть будову атомного ядра. Що таке ізотопи, радіонукліди?
2. Що являє собою явище радіоактивності?
3. Назвіть і охарактеризуйте види радіоактивного випромінювання.
4. Сформулюйте і запишіть закон радіоактивного розпаду, дайте визначення сталої радіоактивного розпаду λ і періоду піврозпаду $T_{1/2}$.
5. Що таке активність радіонукліда? За яким законом змінюється з часом активність? Назвіть одиниці вимірювання активності.
6. Дайте визначення поглинутої і біологічної доз іонізуючого випромінювання. Визначить їх одиниці вимірювання.
7. Що називається експозиційною дозою випромінювання, які її одиниці вимірювання? Дайте визначення рентгена.

РОБОТА 6-5
ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОГЛИНАННЯ γ–ВИПРОМІНЮВАННЯ

Мета роботи: вивчити умови захисту від випромінювання, дослідити залежність потоку γ- випромінювання від товщини захисту, визначити коефіцієнт поглинання μ і півпоглинаючу товщину d_n речовини.

Зменшення дози опромінення від радіоактивних речовин може бути досягнуто: 1) зменшенням часу перебування в зоні дії випромінювання; 2) збільшенням відстані від джерела випромінювання; 3) застосуванням захисних екранів.

У даній роботі вивчаються умови захисту від γ - випромінювання.

γ - випромінювання, будучи найбільш жорстким (короткохвильовим) електромагнітним випромінюванням, є одним з найбільш проникаючих випромінювань. γ - кванти, маючи нульову масу спокою, не можуть гальмуватися в середовищі. Тому при проходженні γ - випромінювання крізь речовину вини або поглинаються, або розсіюються нею. γ - кванти не несуть електричного заряду і тому не зазнають впливу кулонівських сил. Отже вони викликають в основному тільки іонізацію і збудження атомів речовини, а тому радіаційна дія на біологічні об'єкти γ - випромінювання набагато менша ніж корпускулярного (α-, β-випромінювання, потоків протонів, нейтронів).

Одним із ефективних засобів захисту від γ - випромінювання є захисні екрани із речовин з великим коефіцієнтом поглинання.

При проходженні пучка γ - квантів крізь речовину їх енергія не змінюється, але в результаті зіткнень (поглинання і розсіювання γ - квантів атомами речовини) послаблюється інтенсивність пучка. Зменшення інтенсивності γ - випромінювання в речовині описується експоненціальним законом:

$$I = I_o e^{-\mu d}, \tag{1}$$

де I_o і I – інтенсивність γ - випромінювання на вході і виході шару поглинаючої речовини товщиною d; μ – коефіцієнт поглинання, який залежить від хімічної природи поглинаючої речовини та від енергії γ - квантів. При

$$d = 1/\mu$$

інтенсивність випромінювання *I* порівняно з I_o зменшується в e=2,7 рази.

Логарифмуючи вираз (1), знаходять:

$$\mu = \frac{ln(I_0 / I)}{d}. \tag{2}$$

Шар d_n речовини, котрий зменшує інтенсивність випромінювання в 2 рази, називається півпоглинаючою товщиною:

$$d_n = \frac{ln2}{\mu} = \frac{0{,}693}{\mu}. \tag{3}$$

Оскільки швидкість підрахунку n імпульсів лічильником пропорційна інтенсивності I γ - випромінювання, на практиці знімають залежність числа імпульсів n, які реєструються лічильником за одиницю часу, від товщини поглинача d. Тоді коефіцієнт поглинання μ визначається виразом:

$$\mu = \frac{ln(n_0/n)}{d} \quad . \qquad (4)$$

Теоретичне вивчення процесів поглинання γ- випромінювання речовиною показує, що μ залежить від енергії γ- квантів і пропорційний атомному номеру Z поглинача.

Тому при радіаційному захисті для захисних екранів використовують матеріали з достатньо великим коефіцієнтом поглинання μ (свинець, залізобетон).

У даній роботі визначають коефіцієнт поглинання для алюмінію і свинцю.

Порядок виконання роботи

1.Підключають радіометр СРП-68 до джерела живлення.

2.Мікроамперметр ВП переключають на вимірювання потоку γ-випромінювання (шкала C^{-1}).

3.Вимірюють природний радіаційний фон. Для цього встановлюють блоки БД і ВП на максимальну відстань, перемикач діапазонів ВП переводять на мінімальну границю потоку і через кожні 5 с записують 3–5 показів мікроамперметра. Дані заносять у табл.1. Розраховують середнє значення $<n_ф>$.

Таблиця 1

N п/п	Результати прямих вимірювань					
	$n_ф$, c^{-1}	n', c^{-1}				
		$d_o=$	$d_1=$	$d_2=$	...	$d_n=$
1 2 3						
$<x>$	$<n_ф>$	$<n'_o>$				

Таблиця 2

N п/п	Прямі вимірювання	Результати непрямих вимірювань				
	d, мм	$<n>$, c^{-1}	$\frac{<n_o>}{<n>}$	$ln\frac{<n_o>}{<n>}$	μ, $мм^{-1}$	d, мм
1 2 3 . . .	0 2 4 . . .				-	-

4. Установлюють блоки БД і ВП на відстань, рівну товщині кювети з поглинаючими пластинами.

5. Вимірюють потік γ - випромінювання n'_0 без поглинача, записуючи 3–5 показів мікроамперметра через 5 с. Дані записують у табл.1 у колонку $d_0=0$. Розраховують $<n'_0>$.

6. Розташовують між БД і ВП кювету з поглинаючими пластинами і вимірюють потік γ- випромінювання n', як і в п.5 для різних товщин d (d_1=2мм, d_2=4мм,...). Результати заносять у табл.1. Розраховують $<n'>$.

7. Для різних товщин поглинача *d* визначають середнє значення потоку:

$$<n> = < n' > - n_ф$$

8. Будують графік залежності

$$ln(n_0/n) = f(d).$$

За кутовим коефіцієнтом B, знайденим із графіка за 2-ма довільними точками, максимально віддаленим одна від одної, визначають середнє значення $<\mu>$:

$$\mu = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$

де

$$y = ln(n_0/n), \quad x = d.$$

9. Розраховують півпоглинаючу товщину d_n речовини за формулою (3) і вказують її на графіку.

Питання і вправи для самоконтролю

1. Які існують види радіоактивного випромінювання, яка їх природа?

2.Які причини великої проникаючої здатності γ-випромінювання?

3. Опишіть закон поглинання радіоактивного випромінювання, охарактеризуйте величини, що входять у закон.

4. Сформулюйте фізичний зміст коефіцієнта поглинання. Від чого залежить μ, в яких одиницях вимірюється коефіцієнт поглинання?

6.3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. Скільки тепла випромінює абсолютно чорне тіло за 1 с з 1 м^2 поверхні, якщо максимум енергії в його спектрі припадає на довжину хвилі λ = 0,725 мкм ?

Розв'язання. Згідно з законом Стефана - Больцмана випромінювана за 1 с абсолютно чорним тілом енергія з поверхні 1 м^2 обчислюється за формулою:

$$E = \sigma T^4,$$

де E - випромінювальна здатність; σ - стала Стефана -Больцмана (наводиться в таблицях); T - абсолютна температура тіла.

Для розв'язання необхідно визначити абсолютну температуру за формулою, що виражає закон Віна:

$$\lambda T = b,$$

де λ - довжина хвилі в спектрі абсолютно чорного тіла, на яку припадає максимум енергії; b - стала Віна (наводиться в таблицях).

Із закону Віна можна записати:

$$T = \frac{b}{\lambda},$$

і тому закон Стефана - Больцмана можна переписати у виді:

$$E = \sigma \frac{b^4}{\lambda^4}.$$

Виражаємо всі числові значення в одиницях системи СІ:

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4};\ b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{м} \cdot \text{К};\ \lambda = 0{,}725 \cdot 10^{-6}\ \text{м}.$$

Отже

$$E = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{(2{,}9 \cdot 10^{-3})^4}{(0{,}725 \cdot 10^{-6})^4} \approx 1{,}5 \cdot 10^7\ \text{Дж/м}^2 \cdot \text{с} = 1{,}5 \cdot 10^7\ \text{Вт/м}^2 \cdot$$

Перевіримо розмірність:

$$[E] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{К}^4}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4 \cdot \text{м}^4} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Приклад 2. Визначити роботу виходу електрона з металу, якщо фотоефект спостерігається, починаючи з довжини хвилі світла $\lambda = 0{,}4$ мк.

Розв'язання. Для розв'язанння задачі застосуємо закон Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{mV^2}{2},$$

де $h\nu$ - енергія фотона; A - робота виходу електрона; $\frac{mV^2}{2}$ - кінетична енергія, що набувається фотоелектроном.

Фотоефект спостерігається, починаючи з енергії фотона, що дорівнює роботі виходу електрона, тобто при умові:

$$h\nu_1 = A .$$

Виразимо енергію фотона через довжину хвилі та швидкість світла:

$$\lambda = cT ,$$

звідки

$$\lambda = \frac{c}{\nu_1},$$

або

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda}.$$

Отже

$$A = h\frac{c}{\lambda}. \qquad \textbf{(1)}$$

Задачу розв'язуємо в системі СІ, тому h = 6,62·10 $^{-34}$ Дж·с; c= 3·10 ^{8} м/с; λ = 0,4 мкм = 0,4 ·10 $^{-6}$ м.

Підставляючи у формулу (1) числові значення величин, знайдемо:

$$A = \frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{0{,}4\cdot 10^{-6}}\ \text{Дж} = 4{,}95\cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Звичайно робота виходу визначається в електрон-вольтах. Так як 1 еВ =1,6 ·10^{-19} Дж, то робота виходу приблизно дорівнюватиме 3 еВ.

Перевіримо розмірність:

$$[A] = \frac{\text{м}}{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\text{м}} = \text{Дж} .$$

Приклад 3. Скільки квантів випромінювання довжиною хвилі λ = 1 мкм має енергію E = 1 Дж ?

Розв'язання. Кількість квантів

$$n = \frac{E}{\varepsilon}, \qquad (1)$$

де ε - енергія одного кванта.

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}, \qquad (2)$$

де h - стала Планка, ν - частота, λ - довжина хвилі, c- швидкість світла у вакуумі.

Враховуючи (2), перепишемо (1)

$$n = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot c} \ . \qquad (3)$$

Перевіримо правильність формули (3)

$[n] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}$ - безрозмірна величина – кількість квантів n.

Запишемо в СІ числові значення величин :

E = 1 Дж; λ = 1 · 10^{-6} м; h = 6,626 · 10^{-34} Дж · с; c = 3·10^8 м/с.

Підставивши їх у вираз (3), вирахуємо

$$n = \frac{1 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = \frac{1 \cdot 10^{20}}{6{,}626 \cdot 3} = 5{,}03 \cdot 10^{18} .$$

Отже, енергію E = 1 Дж мають 5,03 · 10^{18} квантів випромінювання, довжиною хвилі λ = 1 мкм.

Приклад 4. Метал, робота виходу з якого A = 2 еВ, освітлюється світлом з довжиною хвилі λ = 500 нм. Чи буде мати місце фотоефект ?

Розв'язування. За рівнянням Ейнштейна для фотоефекту, він припиняється тоді, коли енергія фотона падаючого світла ε дорівнює роботі виходу металу A.

$\varepsilon = A$, а $\varepsilon = h\nu$.

Тоді $$h\nu = A, \qquad (1)$$

де $h\nu$ - червона границя фотоефекту; h – стала Планка, ν - частота падаючого світла; A – робота виходу.

Частоту падаючого світла знаходимо за формулою:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \qquad (2)$$

де c– швидкість світла в вакуумі, λ - довжина хвилі падаючого світла.

Отже, енергія фотона $\varepsilon = h\frac{c}{\lambda}$. (3)

Фотоефект буде мати місце за умови, що $\varepsilon > A$.

Запишемо в СІ числові значення величин, що входять до рівняння (3): h = 6,626·10 $^{-34}$ Дж с; c = 3·10^8 м/с; λ= 5 ·10^{-7}м.

Підставивши ці значення h, c та λ в рівняння (3), вирахуємо енергію фотона

$$\varepsilon = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{5 \cdot 10^{-7}} \text{Дж} = \frac{6{,}626 \cdot 3}{5} \cdot 10^{-19} \text{Дж} = 3{,}98 \cdot 10^{-19} \text{Дж} =$$

$$= \frac{3{,}98 \cdot 10^{-19}}{(1{,}6 \cdot 10^{-19})} \text{еВ} = 2{,}48 \text{еВ}.$$

Порівнюємо з роботою виходу A = 2 Ев, $\varepsilon > A$, отже, фотоефект буде мати місце.

Приклад 5. Випромінювання з густиною потоку енергії $\omega = 600 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ нормально падає на зачорнену поверхню. Визначити тиск світла на цю поверхню .

Розв'язання. Тиск світла визначається за формулою

$$P = \frac{\omega}{c}(1+\rho), \tag{1}$$

де $\omega = \frac{W}{St}$ - густина потоку енергії – тобто енергія випромінювання W, що падає на одиницю площі S за одиницю часу t; c – швидкість світла у вакуумі; ρ - коефіцієнт відбивання світла.

Зачорнена поверхня повністю поглинає падаючі на неї промені, значить ρ=0, c = $3 \cdot 10^8$ м/с; ω = 600 Вт/м^2 .

Підставивши значення величин c та ω в рівняння (1), вирахуємо тиск світла:

$$\rho = \frac{600}{3 \cdot 10^8}(1+0) = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Па} = 2\text{мкПа}.$$

Приклад 6. Використовуючи теорію Бора вирахувати:

1) радіуси двох перших орбіт електрона в атомі водню;
2) швидкості електрона на цих орбітах;
3) прискорення на них.

Розв'язання.

1) З постулатів Бора: електрони можуть рухатись в атомі тільки по визначеним орбітам, радіуси яких визначаються умовою:

$$mV_n r_n = n\frac{h}{2\pi} \tag{1}$$

де n = 1,2,3... – головне квантове число; m – маса електрона; h – стала Планка.

З другого закону Ньютона :

$$\frac{mV_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} \tag{2}$$

З формул (1) та (2) одержимо значення r_n :

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h}{\pi m e^2} \tag{3}$$

при n = 1 одержимо значення

r_1 =0,53·10 $^{-10}$ м,

а при n = 2

r_2 = 2,1·10 $^{-10}$ м.

2) З формул (1-3) одержимо:

$$V_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 nh}; \qquad (4)$$

при n = 1 одержимо значення

$$V_n \approx 2{,}2\cdot 10^6 \text{ м/с}$$

при n = 2 одержимо значення

$$V_n \approx 1{,}1\cdot 10^6 \text{ м/с}$$

3) значення прискорення отримуємо з відомої формули для нормального (доцентрового) прискорення та формул (3,4) :

$$a_n = \frac{V_n^2}{r_n} = \frac{\pi m e^6}{4\varepsilon_0 n^4 h^4}$$

$a_1 = 9\cdot 10^{22}$ м/с^2; $a_2 = 5{,}6\cdot 10^{21}$ м/с^2.

Приклад 7. Визначить максимальну енергію фотона, який випромінюється атомом водню в ультрафіолетовій серії.

Розв'язання. При розв'язку цієї задачі потрібно використати формулу Лаймана для ультрафіолетової серії: $\nu = R(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2})$,

де v – частота, R – стала Рідберга, 1 – номер орбіти, на яку переходить електрон при випромінюванні ультрафіолетових променів, n – номер орбіти, яку при цьому покидає електрон (n може бути рівною 2,3,4 і т.п.). Чим більше n, тим більше значення має частота v.

Найбільша частота випромінювання можлива при $n = \infty$, тоді $v_{max} = R$.

Енергія фотона пропорційна частоті: $\varepsilon = hv_{max} = hR$.

Підставивши числові позначення величин :

$h = 6{,}62\cdot 10^{-34}$ Дж·с; $R = 3{,}3\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$;

одержуємо

$$\varepsilon = 6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3{,}3\cdot 10^{15} = 21{,}8\cdot 10^{-19} \text{ Дж},$$

або

$$\varepsilon = \frac{21{,}8\cdot 10^{-19}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} \approx 13{,}6 \text{ (еВ)}.$$

Приклад 8. Найбільша довжина хвилі спектральної лінії водню серії Лаймана дорівнює 121,6 нм. Розрахуйте найбільшу довжину хвилі в серії Бальмера.

Розв'язання. Серіям Лаймана та Бальмера відповідають числа k, що дорівнюють 1 та 2 відповідно. Найбільша довжина хвилі в кожній серії відповідає числу $n = k + 1$.

Тому $\frac{1}{\lambda_1} = R\left[\frac{1}{k_1^2} - \frac{1}{(k_1+1)^2}\right]$; $\frac{1}{\lambda_2} = R\left[\frac{1}{k_2^2} - \frac{1}{(k_2+1)^2}\right]$.

Звідки

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{\frac{1}{k_1^2} - \frac{1}{(k_1+1)^2}}{\frac{1}{k_2^2} - \frac{1}{(k_2+1)^2}} = 656{,}6\text{нм} = 656{,}6\cdot 10^{-9}\ \text{м}$$

Приклад 9. Рентгенівське випромінювання падає на природну грань кристалу кам'яної солі $NaCl$, від якої проходить відбивання. Знайти довжину хвилі рентгенівського випромінювання, якщо кут між пучком рентгенівських променів і поверхнею кристала $11^0 36'$.

Розв'язання. Спочатку визначимо сталу гратки d. Об'єм 1 моль кам'яної солі $V_M = \frac{M}{\rho}$. В цьому об'ємі V_M є $2N_A$ іонів (N_A – число Авогадро).

Тоді об'єм, який приходиться на один іон

$$V = \frac{M}{2\rho N_A}.$$

Сталу гратки знайдемо із умови

$$V = d^3;\ d = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}}.$$

Звідси

$$\lambda = d\sin\varphi = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}}\ \sin\varphi = 0{,}56\cdot 10^{-10}\ \text{м}.$$

Приклад 10. Обчислити довжину хвилі де Бройля для протона з кінетичною енергією в 100 еВ.

Розв'язання. Енергія фотона $\varepsilon = h\nu$, але та ж енергія з формули Ейнштейна дорівнює $\varepsilon = mc^2$; звідси випливає, що $h\nu = mc^2$, або після скорочення $\frac{h}{\lambda} = mc$.

Довжина хвилі λ із останнього рівняння може бути виражена так: $\lambda = \frac{h}{mc}$ або для частинки, яка рухається зі швидкістю V:

$$\lambda = \frac{h}{mV}.$$

Це і є вираз, який визначає довжину хвилі де Бройля. Оскільки $W = \frac{mV^2}{2}$, то

$$V = \sqrt{\frac{2W}{m}},$$

Тому формулу хвилі де Бройля можна записати через кінетичну енергію частинки наступним чином:

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2W}{m}}};$$

Підставивши числові значення величин

h = 6,62·10^{-34} Дж·с; m = 1,67·10^{-27} кг (маса протона) та

W = 100 еВ =100·1,6·10^{-19} Дж = 1,6·10^{-17} Дж,

у формулу для визначення λ, отримаємо:

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-17}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}}}} \approx 3 \cdot 10^{-12}\ \text{м},$$ або λ = 3·пм.

Приклад 11. Два тіла рухаються відносно нерухомого спостерігача рівномірно і прямолінійно у протилежних напрямках зі швидкостями $V_1 = 0{,}8\ c$ та $V_2 = 0{,}5\ c$. Визначити відносні швидкості цих тіл за класичними і релятивістськими співвідношеннями. Пояснити результати.

Розв'язання. Оберемо систему відліку так, щоб додатний напрямок осі збігався з напрямком руху першого тіла, і спроектуємо швидкості на цю вісь.

За класичними законами додавання швидкостей:

$$u_k' = V_1 - V_2.$$

Таким чином, з точки зору класичної механіки відносна швидкість руху одного тіла відносно другого дорівнює:

$$u_k' = 0{,}8c + 0{,}5c = 1{,}3c.$$

Цей результат суперечить постулату теорії відносності, згідно з яким у результаті додавання швидкостей відносна швидкість матеріального об'єкта не може перевищувати швидкість світла в вакуумі c.

За релятивістським законом додавання швидкостей:

$$u_p' = \frac{V_1 - V_2}{1 - \frac{V_1 V_2}{c^2}}.$$

Обчислення:

$$u_p' = \frac{0{,}8c + 0{,}5c}{1 + \frac{0{,}8 \cdot 0{,}5c^2}{c^2}} = \frac{1{,}3c}{1{,}5} = 0{,}93c = 2{,}79 \cdot 10^8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Приклад 12. У циклічному прискорювачі електрон набуває швидкості $0{,}8\ c$. Для утримання його на розрахованій траєкторії індукція магнітного поля визначається за класичною і релятивістською теорією. Визначити відношення $B_p / B_к$.

Розв'язання. Для утримання зарядженої частинки у циклічному прискорювачі (циклотроні) на коловій траєкторії, використовується магнітне поле. Зі збільшенням швидкості частинки, відповідно до постулатів теорії відносності, її маса збільшується.

Зі збільшенням маси повинно збільшуватися і значення доцентрової сили, яка в даному випадку є силою Лоренца. Оскільки $\overline{B} \perp \overline{V}$, то значення сили Лоренца можна записати у вигляді:

$$F = B_k e V \sin\alpha,$$

або

$$F = B_k e V. \tag{1}$$

За другим законом Ньютона доцентрова сила рівна:

$$F = \frac{m_0 V^2}{R}. \tag{2}$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (1) та (2), отримаємо:

$$\frac{m_0 V^2}{R} = B_k e V. \tag{3}$$

Звідси знайдемо (класичний випадок):

$$B_k = \frac{m_0 V}{\mathrm{Re}}.$$

З врахуванням зміни маси (в релятивістському випадку) маємо:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}.$$

Відповідно:

$$B_p = \frac{mV}{\mathrm{Re}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \cdot \frac{V}{\mathrm{Re}}.$$

Отже:

$$\frac{B_p}{B_k} = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}.$$

Підрахунок дає значення відношення

$$\frac{B_p}{B_k} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0{,}8c)^2}{c^2}}} = 1{,}67\,.$$

Таким чином, порівняно з розрахованою без врахування релятивістських ефектів індукція магнітного поля в прискорювачі повинна бути значно більшою.

Приклад 13. Яка енергія зв'язана з масою електрона, який знаходиться у спокої?

Розв'язання. Для розв'язання цієї задачі скористаємося формулою Ейнштейна:

$$\varepsilon = mc^2.$$

Підставивши числові позначення величин: m = 9,1·10^{-31} кг – маса електрона, який знаходиться у спокої; $c^2 = (3\cdot10^8)^2 = 9\cdot10^{16}$ м^2/с^2, одержимо:

$$\varepsilon = 9{,}1\cdot10^{-31}\cdot9\cdot10^{16}\ \text{Дж} = 8{,}2\cdot10^{-14}\ \text{Дж},$$

або

$$\varepsilon = \frac{8{,}2\cdot10^{-14}}{1{,}6\cdot10^{-19}}\ \text{еВ} = 5\cdot10^5\ \text{еВ} = 0{,}5\ \text{МеВ}\cdot$$

Приклад 14. Ядро $^{232}_{90}Th$ зазнає чотири α - розпади і два β^- - розпади. Ядро якого атома утворюється?

Розв'язання. Після чотирьох α - розпадів ядро торію покинуть чотири ^4_2He, тобто 8 протонів і 8 нейтронів (16 нуклонів).

Після двох β^-- розпадів два нейтрони перетворюються у два протони, тобто число нуклонів не змінюється, а число протонів збільшується на два.

Таким чином, утворюється ядро із Z = 84 і масовим число A = 216. За таблицею Менделєєва визначимо, що це ядро ізотопу полонію $^{216}_{84}Po$.

Приклад 15. Скільки енергії треба затратити, щоб ядро гелію $^2_4\mathrm{He}$ розділити на нуклони?

Розв'язання. Енергія, необхідна для того, щоб розділити ядро на нуклони, з яких воно складається, називається енергією зв'язку ΔW.

Для визначення енергії зв'язку скористаємось формулою:

$$\Delta W = 931\left[Zm_p + (A-Z)m_n - m_я\right], MeB \text{ (мегаелектронвольт)} \quad (1)$$

де Z – зарядове число; $m_\text{р}$ – маса протона; A – масове число; m_n –маса нейтрона; $m_я$ – маса ядра атома.

Визначимо масу ядра атома за формулою:

$$m_я = m_\text{а} - Zm_\text{е}, \quad (2)$$

де $m_\text{а}$ - маса нейтрального атома; Z – зарядове число; $m_\text{е}$ –маса електрона.

З таблиць (див. Додаток) випишемо числові значення величин, що входять у рівняння (1) і (2):

$Z = 2$; $A = 4$; $m_{\text{р}} = 1{,}00728$ а.о.м.; $m_{\text{n}} = 1{,}00867$ а.о.м.; $m_{\text{е}} = 0{,}00055$ а.о.м.; $m_a = 4{,}00260$ а.о.м.

Підставивши наведені вище числові значення у рівняння (2), вирахуємо $m_{\text{я}}$:

$$m_{\text{я}} = 4{,}00260 - 2 \cdot 0{,}00055 = 4{,}00260 - 0{,}0011 = 4{,}00150 \text{ а.о.м.}$$

За формулою (1) розрахуємо енергію зв'язку:

$$\Delta W = 931\left[2 \cdot 1{,}00728 + (4-2)1{,}00867 - 4{,}0015\right] =$$
$$= 931(2{,}01456 + 2{,}01734 - 4{,}0015)\text{M}{,}0 = \cdot$$
$$931(4{,}0319 - 4{,}001) = 931 \cdot 0{,}0304 = 28{,}3 \text{ МеВ}.$$

Приклад 15. Ядро ізотопу фосфору ${}^{32}_{15}P$ викинуло від'ємно заряджену β - частинку. В яке ядро перетворилось ядро фосфору? Написати реакцію і вирахувати дефект маси нового ядра.

Розв'язання. При викиданні β - частинки (β^-) заряд ядра збільшується на одиницю, а маса практично не змінюється (через малу масу β^-). При цьому елемент перетворюється в інший, з атомним номером на одиницю більшим і з тим же масовим числом:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^- . \qquad (1)$$

Тобто, в періодичній системі Менделєєва елемент зміщується на один номер вправо без зміни масового числа. Отже, ядро фосфору перетворюється в ядро сірки S (за таблицею Менделєєва). Таким чином

$$ {}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + \beta^- . \qquad (2)$$

Дефект маси Δm дорівнює різниці маси нуклонів (протонів і нейтронів), з яких складається ядро, і маси ядра.

$$\Delta m = Z m_{{}^{1}_{1}H} + (A - Z)m_n - m_a , \qquad (3)$$

де Z – зарядове число; A – масове число; m_{n} – маса нейтрона; m_{a}-маса нейтрального атома; $m_{{}^{1}_{1}H}$ - маса нейтрального атома водню.

Із таблиці (див. Додаток) випишемо сталі:

$m_{{}^{1}_{1}H} = 1{,}00783$ а.о.м.; $m_{\text{n}} = 1{,}00867$ а.о.м;

$$m_a({}^{32}_{16}S) \approx m_a({}^{32}_{15}P) = 32{,}02609 \text{ а.о.м.}$$

$Z = 16$; $A = 32$.

Підставивши ці значення в рівняння (3), вирахуємо дефект маси ядра сірки ${}^{32}_{16}S$:

Δm=16·1,00783+(32-16)1,00867-32,02609=16,12528+16,13872–32,02609 = 32,26400-32,02609 = 0,238 а. о. м.

Приклад 16. Атомний реактор потужністю P=25·10^6 Вт (25 МВт) має к. к. д. рівне 25%. Яка маса урану-235 витрачається у реакторі за добу, якщо при одному акті поділу ядра цього ізотопу урану виділяється енергія рівна 200 МеВ?

Розв'язання. Підрахуємо кількість актів поділу за 1 добу (так, як саме за цей час роботи реактора згідно умові задачі потрібно визначити затрату ядерного пального):

$$N = \frac{Pt_0}{\eta W},$$

де

t_0 – 1 доба, t_0 = 24·3600 с = 8,64·10^4 с;

η = 0,25,

W =200 МеВ=2·10^8·1,6·10^{-19} Дж =3,2·10^{-11} Дж.

Маса витраченого урану буде дорівнювати добутку маси 1 моль урану (M = 235·10^{-3} кг/моль) на кількість моль речовини, що витрачено за 1 добу:

$$m = \frac{MN}{N_A} = \frac{M}{N_A}\frac{Pt_0}{\eta W},$$

де N_A – число Авогадро.

Підставивши числові значення у формулу для визначення m , отримаємо:

m = 0,105 кг

6.4. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

МОДУЛЬ 6 „ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ, ФІЗИКИ АТОМА, ТВЕРДОГО ТІЛА ТА ЯДРА”

601. Вирахувати енергію, що випромінюється з поверхні в 1 $см^2$ абсолютно чорного тіла при температурі 1000 К за час рівний одній секунді.

602. Визначити концентрацію фотонів на відстані 1 м від точкового монохроматичного джерела потужністю 10 Вт, що випромінює хвилі довжиною 0,76 мкм.

603. Скільки фотонів падає за 1 секунду на 1 $см^2$ поверхні, якщо вона опромінюється з потужністю 10^{-3} $Вт/см^2$ гама-променями з довжиною хвилі 10^{-14} м ?

604. Із оглядового віконця печі площею 10 $см^2$ випромінюється енергія 250 кДж за одну хвилину. Визначити довжину хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності.

605. Абсолютно чорне тіло має температуру 500 К. Яка буде температура тіла, якщо в результаті нагрівання потік випромінювання збільшиться 5 разів?

606. Температура абсолютно чорного тіла 2000 К. Визначити довжину хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінювання та спектральну густину енергетичного випромінювання для цієї довжини хвилі.

607. Вирахувати енергію, яку випромінює 1 $м^2$ поверхні Сонця за 1 хвилину, якщо прийняти температуру його поверхні рівною 5800 К. Рахувати, що Сонце випромінює, як абсолютно чорне тіло.

608. На якій довжині хвилі спостерігається максимум випромінювання Сонця, якщо температура його поверхні рівна 5800 К? Рахувати, що Сонце випромінює, як абсолютно чорне тіло.

609. Температура абсолютно чорного тіла змінилась при нагріванні від 1600 К до 2000 К. Як при цьому зміниться довжина хвилі, на якій спостерігається максимум його випромінювальної здатності?

610. Абсолютно чорне тіло має температуру 1000 К. Яка буде температура тіла, я кщо в результаті нагрівання потік випромінювання збільшиться в десять разів?

611. Червона межа (границя) фотоефекту для калію дорівнює 620 нм. Знайти роботу виходу електронів з калію (в джоулях та електрон-вольтах).

612. Червона границя (межа) фотоефекту для цинку 310 нм. Визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів в джоулях та електрон-вольтах, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі 200 нм.

613. На поверхню калію падає світло з довжиною хвилі 150 нм. Визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів. Червона межа (границя) фотоефекту для калію дорівнює 620 нм.

614. На фотоелемент з катодом, виготовленим з літію, падає світло з довжиною хвилі 200 нм. Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів, яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фотострум. Червона межа (границя) фотоефекту для літію дорівнює 517 нм.

615. На поверхню нікелю падає монохроматичне світло з довжиною хвилі 200 нм.

Червона межа фотоефекту для нікелю дорівнює 248 нм. Визначити енергію падаючих фотонів, роботу виходу електронів, їх швидкість та кінетичну енергію.

616. Робота виходу електронів з молібдену дорівнює 4,2 електрон-вольта (еВ). Чому дорівнюватиме швидкість електронів, що вилітатимуть з поверхні молібдену при освітленні його промінням з довжиною хвилі 200 нм?

617. Червона межа фотоефекту для заліза дорівнює 262 нм. Знайти роботу виходу електронів з заліза (в джоулях та електрон-вольтах).

618. На фотоелемент з катодом, виготовленим з рубідію, падає ультрафіолетове світло з довжиною хвилі 100 нм. Червона межа фотоефекту для рубідію дорівнює 810 нм. Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів, яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фотострум.

619. Яка повинна бути довжина хвилі □-випромінювання, що падає на платинову пластинку, якщо максимальна швидкість фотоелектронів дорівнює 3 10^{6} м/с?

620. На поверхню платини падає монохроматичне світло з довжиною хвилі 170 нм. Червона межа фотоефекту для платини дорівнює 198 нм. Визначити енергію падаючих фотонів, роботу виходу електронів, їх швидкість та кінетичну енергію.

621. Елементарна частинка рухається зі швидкістю рівною половині швидкості світла в вакуумі. Яку долю від енергії спокою складає кінетична енергія частки?

622. При якій відносній швидкості руху релятивістське зменшення довжини рухомого тіла дорівнює 25%.

623. При якій швидкості (в долях від швидкості світла) релятивістська маса будь-якої частинки в 3 рази більше маси спокою?

624. Швидкість електрона складає 80% від швидкості світла в вакуумі. Знаючи енергію спокою електрона в мегаелектрон-вольтах (0,511 МеВ), визначити в цих же одиницях кінетичну енергію електрона.

625. На скільки збільшується маса α – частинкою (ядро атома гелію) із збільшенням швидкості її руху від нуля до швидкості, що становить 0,9 швидкості поширення світла у вакуумі? Маса спокою α – частинки дорівнює $6{,}644 \cdot 10^{-27}$ кг.

626. З якою швидкістю має рухатись тіло, щоб його поздовжні розміри зменшились удвоє?

627. При якій швидкості руху маса електрона вдвічі більша за його масу спокою?

628. Якою має бути різниця потенціалів двох точок електростатичного поля, щоб швидкість руху електрона, який пролітає між ними, становила 95% швидкості поширення світла у вакуумі ?

629. Швидкість руху електрона збільшилась від нуля до $2 \cdot 10^{8}$ м/с. Визначити, на скільки збільшилась при цьому маса електрона.

630. Яку швидкість (в долях швидкості світла в вакуумі) треба надати елементарній частинці, щоб її кінетична енергія була рівна подвоєнні енергії спокою?

631. Протон з кінетичною енергією 3000 МеВ при гальмуванні втратив третину цієї енергії. Визначити, в скільки разів змінився релятивістський імпульс протона.

632. При якій швидкості руху маса електрона вдвічі більша за його масу спокою?

633. Гама - квант має енергію1,35 МеВ. Визначити масу та імпульс (кількість руху) гама-кванта.

634. Визначити енергію, масу та імпульс (кількість руху) фотона рентгенівського проміння з довжиною хвилі 10^{-10} м.

635. Визначити довжину хвилі де Бройля для частинки масою 1 грам, що рухається зі швидкістю 10 м/с. Чи потрібно враховувати в цьому випадку хвильові властивості частинки? Пояснити, для яких частинок та при яких швидкостях потрібно враховувати їхні хвильові властивості.

636. Визначити довжини хвиль де Бройля α-частинки та протона, що пройшли однакову різницю потенціалів 1 кВ.

637. Електрон має кінетичну енергію 1,02 МеВ. В скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля, якщо кінетична енергія електрона зменшиться вдвоє?

638. Визначити довжини хвиль де Бройля електрона, що рухається на першій та другій боровській орбіті в атомі водню.

639. Заряджена частинка пройшла різницю потенціалів 200 В і має довжину хвилі де Бройля 2пм ($2\cdot10^{-12}$ м). Знайти масу цієї частинки, якщо відомо, що її заряд рівний заряду електрона.

640. Знайти довжину хвилі де Бройля для електронів, що пройшли різницю потенціалів в 500 В, 1 кВ, 5 кВ?

641. Для визначення мінімальної довжини хвилі в рентгенівському спектрі користуються формулою $\lambda = \frac{1{,}23}{U}$ (де λ – мінімальна довжина хвилі, виражена в нанометрах. U – напруга на трубці в кіловольтах). Вивести цю формулу. Яка мінімальна довжина хвилі рентгенівського випромінювання, якщо анодна напруга трубки дорівнює 20 кВ? 50 кВ?

642. Електрони досягають анода рентгенівської трубки з швидкістю $1{,}25\cdot10^{8}$ м/с. Визначити анодну напругу.

643. Яку кінетичну енергію мають електрони, що досягають анода рентгенівської трубки, якщо анодна напруга становить 50кВ? 100 кВ?

644. З якою швидкістю досягають електрони анода рентгенівської трубки, що працює під напругою 50 кВ?

645. Натреноване око, тривалий час перебуваючи в темряві, може сприймати світло з довжиною хвилі 0,5 мкм (відповідає максимуму чутливості людського ока), що має потужність $2\cdot10^{-17}$ Вт. Верхні межа потужності, що її око сприймає безболісно, становить $2\cdot10^{-5}$ Вт. Скільки фотонів потрапляє на сітківку за 1 секунду в кожному випадку?

646. Під якою напругою працює рентгенівська трубка, якщо “найжорсткіші” промені в рентгенівському спектрі цієї трубки мають частоту 10^{19}Гц?

647. Рентгенівська трубка, що працює від напругою 50 кВ та струмі 2 мА, випромінює $5\cdot10^{13}$ фотонів за секунду. Вважаючи, що середня довжина хвилі випромінювання становить 0,1 нм, визначити к. к. д. трубки (відношення потужності споживаного струму до потужності рентгенівського випромінювання).

648. Визначити, на яку найменшу відстань α – частинка, що має швидкість $1{,}9\cdot10^{7}$ м/с, може наблизитися до ядра атома золота, рухаючись по прямій, яка проходить через центр ядра. Маса α – частинки $6{,}6\cdot10^{-27}$ кг, заряд α – частинки $3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл, а заряд ядра золота $1{,}3\cdot10^{-27}$ Кл.

649. Визначити перший потенціал збудження та енергію іонізації атома водню, що знаходиться в основному стані.

650. При поглинанні світла атомом водню електрон перейшов з першої стаціонарної орбіти на третю, а повертаючись у початковий стан, перейшов з третьої орбіти на другу, а потім – з другої на першу. Порівняйте енергію квантів, що їх поглинав та випромінював атом.

651. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона, що перебуває на п'ятій орбіті в атомі водню.

652. Для іонізації атома кисню необхідна енергія близько 14 еВ. Визначити частоту випромінювання, що спричиняє іонізацію.

653. Незбуджений атом водню поглинає квант випромінювання з довжиною хвилі 102,6 нм. Визначити, користуючись теорією Бора, радіус електронної орбіти збудженого атому водню.

654. Для одноразової іонізації атома неону потрібна енергія 21,6 еВ, для дворазової – 41 еВ, а для триразової – 64 еВ. Який ступінь іонізації можна дістати, опромінюючи неон рентгенівськими променями, найменша довжина хвилі якого становить 25 нм?

655. Визначити по теорії Бора радіус другої стаціонарної орбіти та швидкість електрона на цій орбіті для атома водню.

656. Обчислити (з точністю до двох значущих цифр) значення сталої Ридберга R у формулі Бальмера, якщо найменша частота випромінювання у видимій частині спектра водню $4{,}6\cdot10^{14}$ Гц.

657. Визначити по теорії Бора період обертання електрону в атомі водню, що знаходиться в збудженому стані і визначається головним квантовим числом 2.

658. Досліджуючи спектри поглинання водню Фраунгофер в 1814 році виявив чотири лінії поглинання водню у видимій частині спектра. Найбільша довжина хвилі з цих чотирьох ліній поглинання становила 656 нм. Визначити довжини хвиль трьох інші лінії.

659. Визначити максимальну енергію фотона серії Бальмера в спектрі випромінювання атомарного водню.

660. Лазер, що працює в імпульсному режимі, споживає потужність 1 кВт. Тривалість одного імпульсу 4 мкс, а число імпульсів за 1 с дорівнює 250. Визначити енергію випромінювання та потужність одного імпульсу, якщо на випромінювання витрачається 0,2 % споживаної потужності.

661. Визначити енергію фотона, який був випущений атомом водню при переході електрона з третьої орбіти на другу.

662. Гелій-неоновий *(He+Ne)* газовий лазер, що працює в неперервному режимі, дає випромінювання монохроматичного світла з довжиною хвилі 630 нм, розвиваючи потужність 50 мВт. Скільки фотонів випромінює лазер за 1 с?

663. Знайти найбільшу $\lambda_{\max}$ та найменшу $\lambda_{\min}$ довжини хвиль в ультрафіолетовій серії водню (серія Лаймана).

664. Фотон вибиває з атома водню, що знаходиться в основному стані, електрон з кінетичною енергією 10 еВ. Визначити енергію фотона.

665. Потужність імпульсу рідинного лазера 100 кВт, тривалість одного імпульсу 1 мкс, а число імпульсів за секунду 400. Розбіжність випромінювання 2 мрад. Вважаючи джерело точковим та нехтуючи втратами енергії, визначити енергію, що потрапляє на поверхню площею 10 мм^2, яка розташована перпендикулярно до променя на відстані 5 м, за 1 імпульс та за 1 с? Втратами енергії знехтувати.

666. Електрон в атомі водню знаходиться на другому енергетичному рівні. Визначити кінетичну, потенціальну та повну енергію електрона. Відповідь виразити в джоулях та електрон-вольтах.

667. Альфа-частинка, вилетівши з ядра радію з швидкістю 20 Мм/с зупинилась, пролетівши в повітрі 5 см. Визначити кінетичну енергію частинки, час гальмування та її прискорення.

668. Розрахуйте енергію зв'язку ядра атома гелію, що складається з двох протонів і двох нейтронів.

669. Розрахуйте енергію зв'язку ядра атома бора $^{10}_{5}B$.

670. Атомна маса хлору 35,5. Хлор має два ізотопи $^{35}_{17}Cl$ та $^{35}_{17}\mathrm{Cl}$. Знайти їх процентний вміст

671. Який склад ядер натрію $^{23}_{13}\mathrm{Na}$, фтору $^{19}_{9}\mathrm{F}$, срібла $^{107}_{47}\mathrm{Ag}$, кюрію $^{247}_{93}\mathrm{Cm}$, менделєвію $^{257}_{101}\mathrm{Md}$?

672. Розрахуйте енергію зв'язку ядра атома літію $^{7}_{3}Li$.

673. У процесі ядерного синтезу 50 кг водню перетворилося в 49,644 кг гелію. Скільки енергії при цьому виділилося? Відповідь виразіть у Дж та кВт - год.

674. 1 грам радію випускає 3,7 ·10^{10} α-частинок за 1 сек. Енергія кожної альфа-частинки дорівнює 6·МеВ. Яку кількість теплоти виділяє 1г радію за одну добу?

675. Під час бомбардування азоту $^{14}_{7}\mathrm{N}$ нейтронами з утвореного ядра викидається протон. Ядро ізотопу вуглецю виявилося β – радіоактивним. Написати рівняння реакції.

676. Який склад мають ізотопи неону $^{20}_{10}\mathrm{Ne}$, $^{21}_{10}\mathrm{Ne}$ та $^{22}_{10}\mathrm{Ne}$? Чому дорівнює енергія зв'язку якогось (на вибір) із них?

677. Визначити дефект маси (в відносних атомних одиницях - а.о.м.) та енергію зв"язку (в МеВ) ядра атома азоту $^{14}_{7}N$. Яка енергія припадає на один нуклон?

678. Написати рівняння ядерної реакції, яка відбувається під час бомбардування бору $^{11}_{5}B$ α – частинками і супроводиться вибиванням нейтронів.

679. Під час опромінювання ізотопу міді $^{63}_{29}\mathrm{Cu}$ протонами реакція може проходити кількома шляхами: з виділенням одного нейтрона; з виділення двох нейтронів; з виділенням протона і нейтрона. Ядра яких елементів утворюються в кожному випадку?

680. Визначити дефект маси (в відносних атомних одиницях - а.о.м.) та енергію зв"язку (в МеВ) ядра атома берилія $^{9}_{4}Be$. Яка енергія припадає на один нуклон?

681. Написати рівняння ядерної реакції, яка відбувається під час бомбардування алюмінію ${}^{27}_{13}Al$ α – частинками і супроводиться вибиванням протона.

682. Визначити дефект маси (в відносних атомних одиницях - а.о.м.) та енергію зв"язку (в МеВ) ядра атома літія ${}^{7}_{3}Li$. Яка енергія припадає на один нуклон?

683. Написати реакцію α – розпаду радію ${}^{226}_{88}Ra$. Порівняти імпульси і кінетичні енергії утворених ядер, вважаючи, що до розпаду ядро радію було в спокої.

684. Визначити дефект маси (в відносних атомних одиницях маси - а.о.м.) та енергію зв"язку (в МеВ) ядра атома бору ${}^{10}_{5}B$. Яка енергія припадає на один нуклон?

685. Визначити дефект маси (в відносних атомних одиницях - а.о.м.) та енергію зв"язку (в МеВ) ядра атома літія ${}^{6}_{3}Li$. Яка енергія припадає на один нуклон?

686. Як змінюються масове число та номер елемента при викиданні з ядра протона? нейтрона? Обґрунтуйте.

687. Ядро бора ${}^{10}_{5}B$ може захватити нейтрон, в результаті чого проходить розщеплення ядра бора на ядра літію та гелію. Написати ядерну реакцію та визначити енергію, що виділяється в цій реакції.

688. Вирахувати енергію ядерної реакції: ${}^{9}_{4}Be+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{10}_{5}B+{}^{1}_{0}n$. Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

689. Чи змінюються масове число, маса та порядковий номер елемента при випусканні ядром γ –кванта? Обґрунтуйте.

690. Вирахувати енергію ядерної реакції: ${}^{2}_{1}H+{}^{3}_{1}H\rightarrow{}^{4}_{2}He+{}^{1}_{0}n$. Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

691. Вирахувати енергію ядерної реакції: ${}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{3}_{1}H+{}^{1}_{1}H$. Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

692. **Під час опромінювання вуглецю** ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ **протонами утворюється ізотоп вуглецю** ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$**. Написати ядерну реакцію Яка при цьому викидається частинка?**

693. Вирахувати енергію ядерної реакції: ${}^{6}_{3}Li+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H$. Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

694. Вирахувати енергію ядерної реакції: ${}^{6}_{3}Li+{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{4}_{2}He+{}^{3}_{1}H$.Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

695. Під час бомбардування ядер ізотопу бора ${}^{11}_{5}\mathrm{B}$ нейтронами з утвореного ядра викидається α – частинка. Написати рівняння реакції.

696. Вирахувати енергію ядерної реакції:

$$ {}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{3}_{1}H+{}^{1}_{1}p $$

Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

697. Вирахувати енергію ядерної реакції:

$$^{7}_{3}Li+^{1}_{1}p\rightarrow^{7}_{4}Be+^{1}_{0}n$$

Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

698. Визначити енергію зв'язку, яка припадає на один нуклон у ядрах $^{7}_{3}Li$, $^{16}_{8}O$.

699. Вирахувати енергію ядерної реакції:

$$^{10}_{5}B+^{1}_{0}n\rightarrow^{7}_{3}Li+^{4}_{2}He.$$

Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

700. Яка частка радіоактивних ядер елемента розпадається за час, що дорівнює половині періоду напіврозпаду?

701. Радіоактивний марганець $^{54}_{25}\mathrm{Mn}$ дістають двома способами. Перший спосіб полягає в опромінюванні ізотопу заліза $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ дейтронами, другий – в опромінюванні ізотопу заліза $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ нейтронами. Написати ядерні реакції.

702. Вирахувати енергію ядерної реакції:

$$^{7}_{3}Li+^{1}_{1}p\rightarrow^{4}_{2}He+^{4}_{2}He$$

Який склад кожного ядра, що приймає участь в реакції? Випромінюється чи поглинається енергія?

703. Активність радіоактивного елемента зменшилась в 4 рази за 8 днів. Визначити період піврозпаду.

704. Визначити, яка доля радіоактивного ізотопу $^{225}_{89}Ac$ розпадається за 6 діб та за 18 діб.

708. Скільки процентів радіоактивних ядер кобальту лишиться через місяць, якщо період піврозпаду 71 день?

709. Активність деякого ізотопу за 10 діб зменшилась на 20 %. Визначити період напіврозпаду цього ізотопу. На скільки зменшиться активність через t=15 діб?

710. Визначити число ядер, що розпадаються за час: 1) t_1=1 хв; 2) t_2=5 діб, в радіоактивному ізотопі фосфору $^{32}_{15}P$ масою 1 мг.

711. З кожного мільйона атомів радіоактивного ізотопу кожну секунду розпадається 200. Визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ ізотопу.

712. В скільки разів зменшиться активність препарату фосфору $^{32}_{15}P$ через 20 діб?

713. За який час розпадається 7/8 початкової кількості атомів ізотопу, якщо період його піврозпаду дорівнює T?

714. Визначити сталу розпаду, якщо відомо, що число атомів радону зменшується за добу на 18,2%.

715. Період піврозпаду ізотопу йоду $^{131}_{53}J$ становить 8 діб. Чому дорівнює середній час життя цього ізотопу?

716. Визначити, скільки атомів розпадеться за 1 секунду в 1 грамі радію, якщо стала розпаду цього ізотопу рівна $1{,}42\cdot10^{-11}$ с$^{-1}$.

717. Чому дорівнює активність радону, що утворився з 1 грама радію за одну годину?

718. Скільки атомів з одного мільярда атомів полонію розпадеться за одну секунду?

719. Середній час життя радіоактивного кобальту $^{60}_{27}Co$ становить 7,35 року. Чому дорівнює період піврозпаду?

720. В ядерному реакторі атомної електростанції виділяється 10^{11}Дж енергії за годину. Корисна потужність електростанції дорівнює 5·МВт. Обчислити витрати ядерного пального за добу. Під час поділу одного ядра атома урану виділяється 200 МеВ енергії.

721. Обчислити к. к. д. реактора, якщо його потужність дорівнює 5,2·МВт, а атомний ректор витрачає 20 г урану-235 на добу. Внаслідок поділу одного ядра урану виділяється енергія 200 МеВ. Поясніть фізичний зміст обчисленої величини.

722. Яку потужність має атомна електростанція, що витрачає на добу 220 г урану-235, і має к. к. д. 25%? Під час поділу одного ядра урану виділяється енергія 200 МеВ.

723. Обчисліть витрати за добу урану-235 на атомній електростанції, що має потужність $7\cdot10^{6}$ Вт і к. к. д 20%. При поділі одного ядра урану виділяється 200 мегаелектрон-вольт енергії.

724. Обчисліть к. к. д. атомної електростанції, якщо електрична потужність її дорівнює $5\cdot10^{3}$ кВт, а витрата урану - 30 г на добу. Внаслідок поділу одного ядра атома урану виділяється енергія 200 МеВ.

725. Атомний реактор потужністю $P=2{,}5\cdot10^{6}$ Вт (2,5 МВт) має к. к. д. рівне 20%. Яка маса урану-235 витрачається у реакторі за добу, якщо при одному акті поділу ядра цього ізотопу урану виділяється енергія рівна 200 МеВ?

726. Яку потужність має атомна електростанція, що витрачає на добу 120 г урану-235, і має к. к. д. 25%? Під час поділу одного ядра урану виділяється енергія) 0,2 ГеВ (гігаелектрон-вольт).

727. Яка кількість урану -235 витрачається за добу на атомній електростанції , що має потужність 15 МВт? К. к. д прийняти рівним 27%.

728. Яку потужність має атомна електростанція, що витрачає на добу 100 г урану-235, і має к. к. д. 25%? Під час поділу одного ядра урану виділяється 200 мегаелектрон - вольт енергії.

729. В установках для γ – опромінювання у сільському господарстві використовують β – радіоактивний ізотоп цезію $^{137}_{55}Cs$. Написати реакцію β- розпаду. Визначити максимальну частоту γ-випромінювання, якщо найбільша енергія γ – квантів дорівнює 0,66 МеВ. Обчислити релятивістську швидкість β – частинок, якщо вони мають енергію 1,18 МеВ.

7. МАТЕМАТИЧНИЙ ДОДАТОК

7.1.Вектори. Дії з векторами

7.1.1. Проекція вектора

7.1.1.1. Проекції векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ на вісь x – це довжини відрізків a_x, b_x, c_x відповідно, що визначаються так, як показано на рис. 7.1.1.

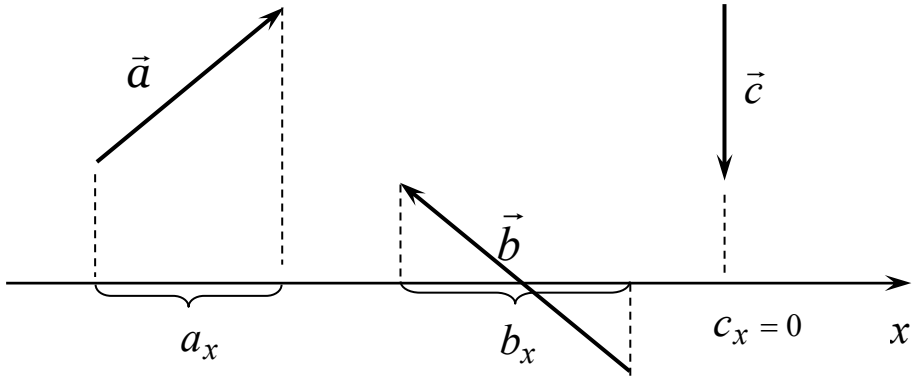


Рис. 7.1.1

7.1.1.2. Проекція вектора $\vec{a}$ на осі x та y знаходять так, як це продемонстровано на рис.7.1.2. Величини проекцій на осі x та y дорівнюють відповідно:

$a_x = a\cos\alpha$ та $a_y = a\sin\alpha$.

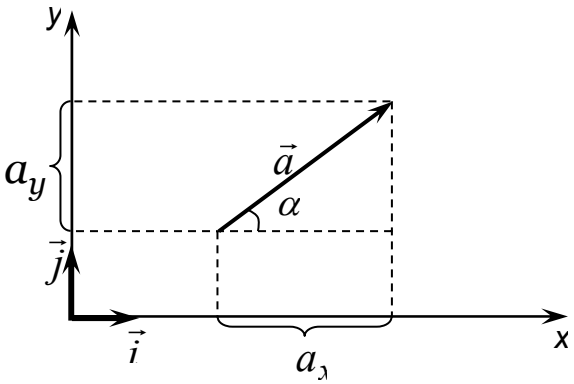


Рис. 7.1.2

Використовуючи одиничні вектори $\vec{i}, \vec{j}$ (вектори одиничної довжини, що направлені вздовж осей x та y, так звані направляючі орти), у векторній формі можна записати:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}\ .$$

Приклад. Використаємо значення проекцій сил, що діють на осі x та y при русі тіла по похилій площині вниз (рис. 7.1.3). У векторній формі другий закон Ньютона для тіла на похилій площині має вигляд:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тер}.$$

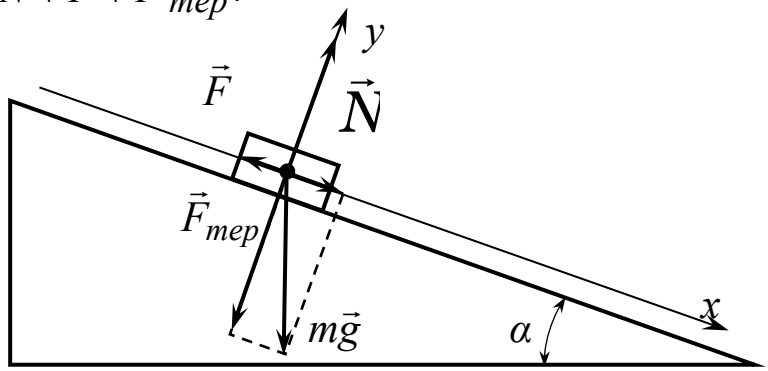


Рис. 7.1.3

У проекціях на осі:

на вісь x: $ma = mg\sin\alpha - F - F_{тер}$;

на вісь y: $0 = -mg\cos\alpha + N$.

7.1.1.3. У просторі довільний вектор $\vec{a}$ можна виразити через його проекції на осі, використовуючи поняття про одиничні вектори $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ вздовж цих осей:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}.$$

Приклад. У механіці використовується поняття радіус - вектор матеріальної точки. Радіус-вектор є вектором, що направлений з початку координат у точку, в якій знаходиться матеріальна точка в даний момент часу (рис. 7.1.4). Таким чином, радіус-вектор $\vec{r}$ має початок у точці $(0,0,0)$; (x_1, y_1, z_1) - координати його кінця. З іншого боку x, y, z є проекціями вектора $\vec{r}$ на осі x, y, z. Можна записати:

$$\vec{r} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}.$$

Величина модуля вектора $\vec{r}$ може бути виражена через величини проекцій радіус-вектора на осі $x,\ y,\ z$:

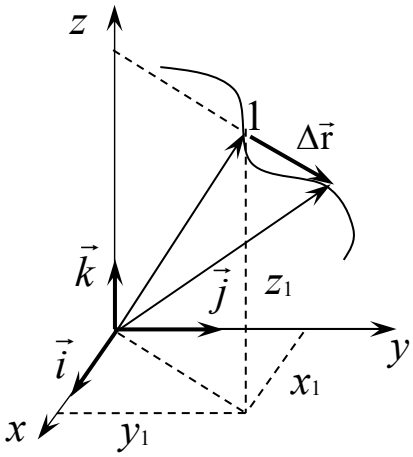


Рис. 7.1.4

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\,.$$

7.1.2. Добуток вектора на скаляр

Добутком скалярної величини c на вектора $\vec{a}$ є вектор $c \cdot \vec{a}$, що має напрямок вектора $\vec{a}$, а його величина (модуль) дорівнює добутку скаляра c на модуль вектора $\vec{a}$, тобто: $\left|c \cdot \vec{a}\right| = c\left|\vec{a}\right|$. На рис. 7.1.5 показано, що залежно від величини c модуль вектора $c \cdot \vec{a}$ може приймати значення як менше, ніж модуль вектора $\vec{a}$ $(c<1)$, так і більше, ніж модуль вектора $\vec{a}$ $(c>1)$. Зрозуміло, що в випадку $c=1$ вектор $c \cdot \vec{a} = \vec{a}$.

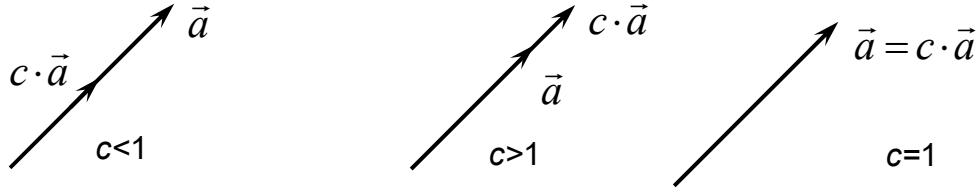


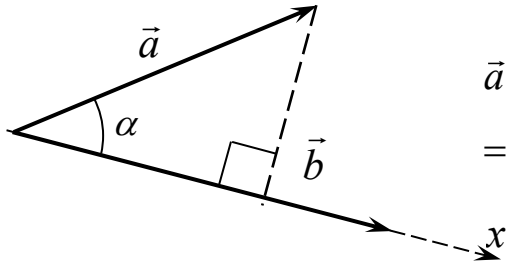
Рис. 7.1.5

7.1.3. Скалярний добуток двох векторів

Скалярним добутком двох векторів є скалярна величина, що чисельно дорівнює добутку абсолютних значень векторів $\vec{a}$ та $\vec{b}$, помноженому на косинус кута між ними (рис. 7.1.6):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \left|\vec{b}\right| \cos\alpha .$$

Можна переписати визначення скалярного добутку в іншому вигляді:



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\alpha =$$
$$= a \cdot b \cdot \cos\alpha = a_x \cdot b.$$

Рис. 7.1.6

Тут a_x – проекція вектора $\vec{a}$ на вісь, що збігається з напрямком вектора $\vec{b}$.

У загальному випадку двох векторів у просторі їх скалярний добуток виражається через проекції цих векторів на всі три осі координат:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z .$$

Приклади. 1. Елементарна механічна робота є скалярним добутком вектора сили на вектор переміщення (рис. 7.1.7):

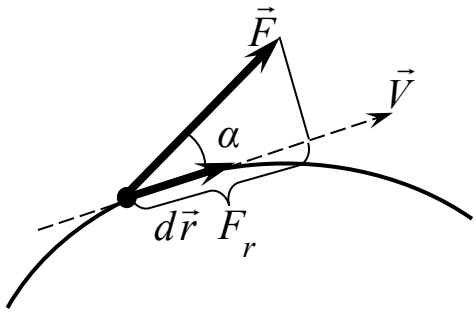


Рис. 7.1.7

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_r dr .$$

Тут $F_r = F\cos\alpha$ – проекція сили на напрямок переміщення.

2. Миттєва потужність – це відношення елементарної роботи до часу, за який ця робота виконана:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

З іншого боку, використовуючи визначення роботи, отримаємо вираз, що свідчить про те, що миттєва потужність є скалярним добутком векторів сили та миттєвої швидкості (див. рис. 7.1.7):

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V}.$$

7.1.4. Векторний добуток двох векторів

Векторним добутком двох векторів є вектор, який позначається $[\vec{a}\times\vec{b}]=\vec{c}$ або $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$ на відміну від позначення скалярного добутку $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$.

Векторним добутком двох векторів називається третій вектор, що знаходиться так:

а) величина вектора $\vec{c}$, тобто модуль векторного добутку (модуль вектора $\vec{c}$) дорівнює:

$$|\vec{c}|=\left|\left[\vec{a}\times\vec{b}\right]\right|=|\vec{a}||\vec{b}|\cdot\sin\alpha;$$

б) за напрямком вектор $\vec{c}$ направлений перпендикулярно до площини, в якій лежать вектори $\vec{a}$ та $\vec{b}$. Напрямок вектора $\vec{c}$ визначається за правилом правого гвинта (рис. 7.1.8).

Таким чином важливо, який вектор в добутку стоїть першим, тобто:

$$[\vec{a}\times\vec{b}]=c,\ [\vec{b}\times\vec{a}]=-\vec{c}.$$

На відміну від скалярного добутку, для якого виконується умова:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a},$$

векторний добуток характеризується властивістю:

$$[a\times b]=-[\vec{b}\times\vec{a}],$$

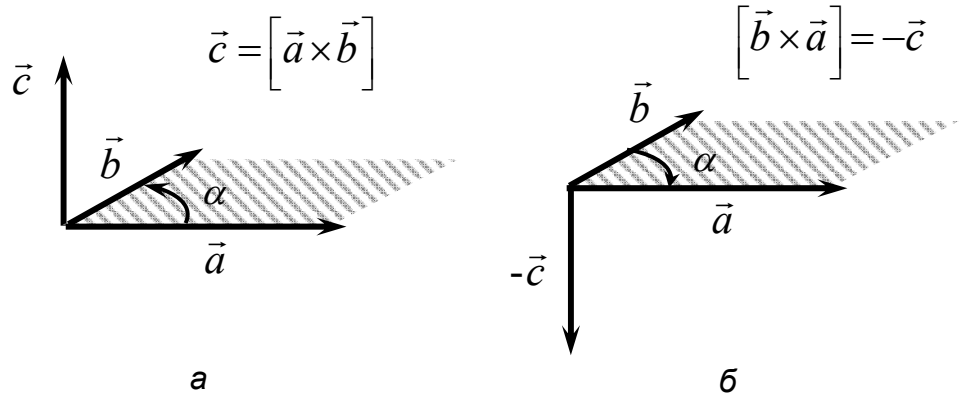


Рис. 7.1.8

тобто переставлення місцями векторів у векторному добутку змінює напрям вектора векторного добутку на протилежний.

Приклади: 1. Лінійна швидкість зв'язана з кутовою швидкістю співвідношенням, яке в векторній формі є векторним добутком кутової швидкості на радіус – вектор:

$$\vec{V} = \left[\vec{\omega} \times \vec{r}\right].$$

На рис. 1.1.6 розд.1 показано, яким чином знаходять напрямок вектора лінійної швидкості, що є векторним добутком двох інших векторів – кутової швидкості та радіус-вектора.

2. У загальному випадку силу Лоренца можна записати, використавши векторний добуток:

$$\vec{F}_{л} = q\left[\vec{V} \times \vec{B}\right].$$

З останнього виразу видно, що вектор $\vec{F}_{л}$ перпендикулярний до площини, в якій лежать вектори $\vec{B}$ та $\vec{V}$.

3. Вектор, що показує напрямок розповсюдження електромагнітної хвилі (так званий вектор Пойнтінга) є векторним добутком векторів напруженостей електричного та магнітного поля:

$$\vec{j} = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right].$$

Легко переконатись (рис. 7.1.9), що зміна взаємного розміщення векторів $\vec{E}$ та

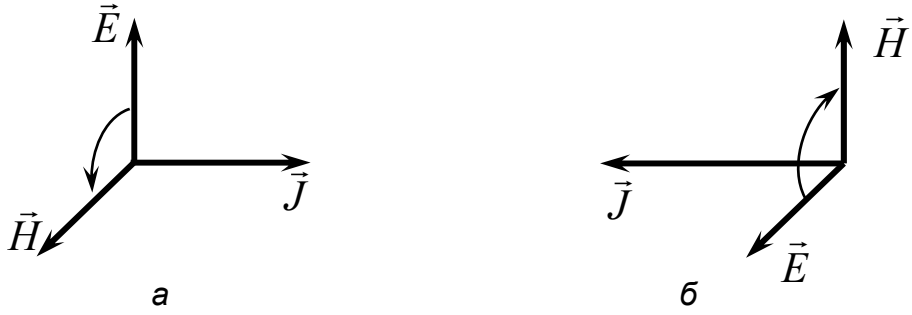


Рис. 7.1.9.

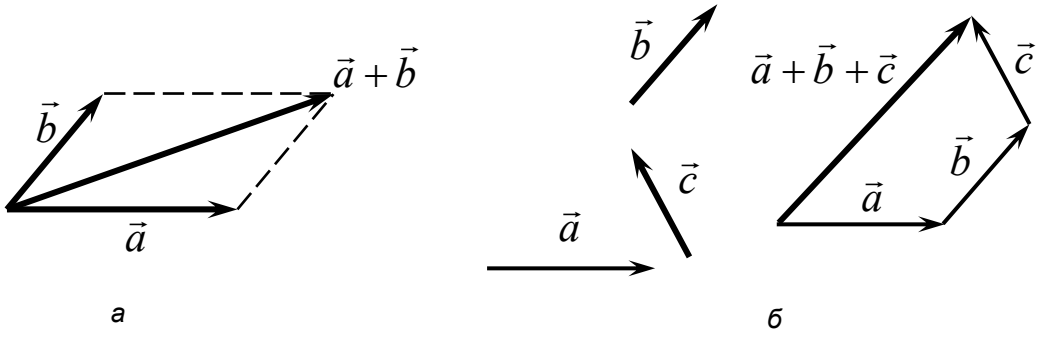
$\vec{H}$ призводить до зміни на протилежний напрямку розповсюдження електромагнітної хвилі. Це узгоджується з властивістю векторного добутку (як

вектора) змінювати його напрямок на протилежний при переставленні місцями векторів у добутку.

7.1.5. Сума та різниця векторів

Сума двох векторів – це третій вектор, що знаходиться за „правилом паралелограма” (рис. 7.1.10, а).

Таким чином, сумою двох векторів є третій вектор, що побудований, як діагональ паралелограма, сторонами якого є ці два вектори. У випадку, коли є більш, ніж два вектори, можна користуватись ще й таким правилом: у кінець першого вектора переміщають (паралельним перенесенням) початок другого, в кінець другого, аналогічно, поміщають початок третього і т.д. Сумою векторів буде вектор, що з’єднає початок першого з кінцем останнього вектора. На рис. 7.1.10, б продемонстрована процедура знаходження суми трьох векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$ та $\vec{c}$.



а *б*

Рис. 7.1.10

Різниця векторів – це третій вектор, що з’єднує кінці двох векторів, які виходять з однієї точки. Напрямок вектора різниці двох векторів вибирають у бік того вектора, від якого віднімають. Це видно з рис. 7.1.11, а та б.

а *б*

Рис. 7.1.11

Різниця двох векторів за величиною (модулем) може бути більшою, ніж кожен з векторів, різницю яких знаходять. У багатьох фізичних задачах йдеться про зміну векторної фізичної величини за якийсь відрізок часу, яка є різницею кінцевого та початкового значення даної фізичної векторної величини.

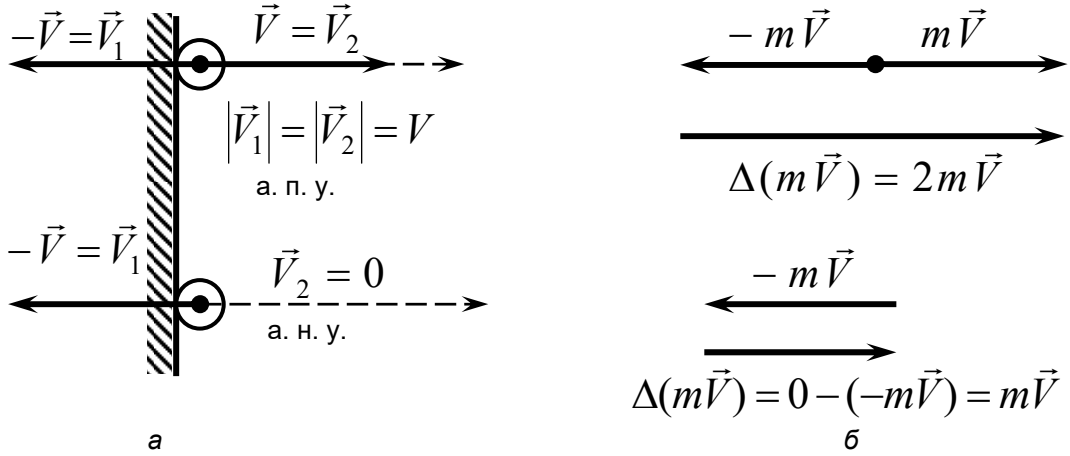
Приклади. 1. У процесі руху положення матеріальної точки характеризується радіус-вектором. При переході від одного значення радіус-вектора $\vec{r}_1$ у момент часу t_1 до $\vec{r}_2$ у наступний момент часу t_2 вектор $\vec{r}$ змінився на

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення радіус-вектора називається вектором **переміщення** (див. рис. 7.1.4). Вектор переміщення, таким чином, є зміною радіус-вектора чи **приростом радіус-вектора.**

2. При абсолютно пружному ударі (а. п. у.) кулька масою m відбивається від перешкоди зі швидкістю, що за величиною дорівнює швидкості падіння на перешкоду. При падінні перпендикулярно поверхні вектор швидкості змінюється на вектор, рівний за величиною та протилежний за напрямком (рис. 7.1.12, а).

$$\left|\Delta(m\vec{V})\right| = 2mV.$$



а *б*

Рис. 7.1.12

Зміна імпульсу матеріальної точки $\Delta(m\vec{V})$ дорівнює різниці векторів імпульсу після удару та до удару (рис. 7.1.12, б). Модуль цієї різниці (зміна імпульсу) буде вдвічі більшим, ніж величина імпульсу mV, тобто:

$$\left|\Delta(m\vec{V})\right| = 2mV.$$

При абсолютно непружному ударі (а. н. у.) кулька зупиняється (як пластилінова кулька, що прилипла до стінки при ударі), а її швидкість стає рівною нулю (рис. 7.1.12 а та б). В цьому випадку величина зміни імпульсу буде вдвічі менша, ніж при абсолютно пружному ударі: $\Delta(m\vec{V}) = 0 - (-m\vec{V}) = m\vec{V}$, тобто $\left|\Delta(m\vec{V})\right| = mV$.

Висновки цієї простої механічної задачі на визначення зміни імпульсу, що базуються на знаходженні різниці двох векторів, неодноразово використовуються в різних розділах фізики, наприклад при підрахунку тиску ідеального газу; тиску, що створює світло на поверхні з різними відбивальними властивостями тощо.

7.2. Похідна функції

Нехай y є функцією аргументу x. Цю функціональну залежність запишемо в вигляді $y(x)$. При зміні аргументу на величину Δx значення функції зміниться на величину Δy. **Похідною** називається границя, до якої наближається відношення приросту функції до приросту аргументу, при якому пройшов цей приріст (при наближенні Δx до нуля)

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}.$$

Похідна характеризує швидкість зміни функції y при зміні аргументу x.

Найпростіші похідні, якими користувалися у навчальному посібнику:

$y = c$, постійна величина, що не залежить від x $\qquad y' = 0$

$y = cx$, лінійна залежність $y' = c$

$y = cx^2$ квадратична залежність $y' = 2cx$

$y = cx^n$ показникова функція (загальний випадок) $y' = ncx^{n-1}$

$y = \frac{c}{x}$ (тобто n=-1 у попередній формулі) $y' = -\frac{c}{x^2}$

$y = e^x$ $y' = e^x$

$y = \sin x$ $y' = \cos x$

$y = \cos x$ $y' = -\sin x.$

Приклади. 1. Миттєва швидкість – це похідна радіус-вектора за часом, тобто границя , до якої наближається відношення приросту радіус-вектора до часу Δt , за який цей приріст відбувся, при $\Delta t \to 0$.

$$\vec{V} = \lim \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \text{при} \quad \Delta t \to 0 \quad \text{або} \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'.$$

Значення проекції швидкості на одну з осей, наприклад на вісь x :

$$V_x = \frac{dx}{dt}.$$

Зазначимо, що тут функцією є радіус-вектор $\vec{r}$, координатами – $x, y, z,$ а аргументом – час t. Тому похідну беремо за часом t.

2. У загальному випадку довільного криволінійного руху вводиться поняття вектора миттєвого прискорення в довільній точці траєкторії. Миттєве **прискорення** – це похідна вектора швидкості за часом:

$$\vec{a} = \lim \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} \quad \text{при} \quad \Delta t \to 0 \quad \text{або} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}.$$

Значення проекції прискорення на одну з осей, наприклад на вісь x :

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Таким чином, прискорення $\vec{a}$ є похідною $\vec{V}$ за часом та другою похідною $\vec{r}$ за часом.

3. Миттєва потужність є похідною роботи за часом, характеризує швидкість виконання роботи:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

4. Напруженість електричного поля зв'язана з потенціалом цього поля співвідношенням, що характеризує швидкість зміни потенціалу, тобто є похідною потенціалу вздовж якоїсь осі:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

7.3. Невизначений та визначений інтеграл

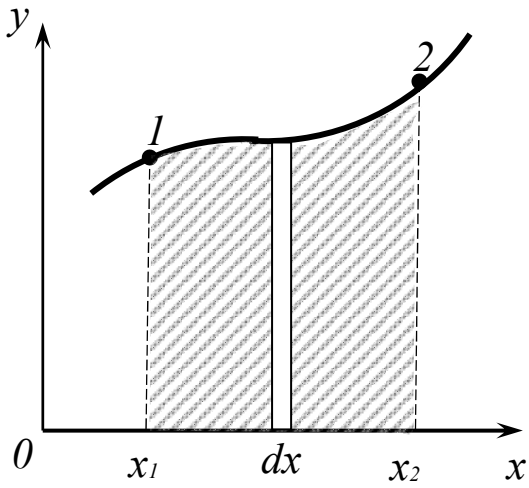


Рис. 7.1.13

Інтегрування – операція, зворотна до диференціювання. Інтегрування полягає в знаходженні суми нескінченно малих величин, внаслідок чого отримують скінчену величину. Так, довжина дуги довільної кривої дорівнює сумі нескінченно малих відрізків $\Delta l \to 0$, які називають диференціалами та позначають dl. Довжина дуги кривої може бути виражена сумою нескінченно великої кількості відрізків: $L = \sum_{i=1}^{n} \Delta l_i$,або через позначення інтеграла $L = \int_0^L dl$.

Визначений інтеграл від неперервної функції $y(x)$ – це площа під кривою, що заштрихована на рис. 7.1.13. Значення аргументу x_1 та x_2 називають нижньою та верхньою межею інтегрування. Очевидно, що ця площа складається з площ нескінченно вузьких прямокутників $y(x)dx$.

Визначений інтеграл, що чисельно рівний площі під кривою $y(x)$, записують у вигляді: $\int_{x_1}^{x_2} y(x)dx$.

Для визначеного інтеграла можна записати:

$$\int_{x_1}^{x_2} y(x)dx = F(x)\Big|_{x_1}^{x_2} = F(x_2) - F(x_1),$$

де знаходження значення функції $F(x)$ і є суттю інтегрування.

Оскільки інтегрування є дією зворотною до знаходження похідної та диференціала, то невизначений інтеграл (без меж інтегрування) буде рівний функції $F(x)$ з точністю до довільної константи, тобто:

$$\int y(x)dx = F(x) + const.$$

У курсі фізики найчастіше використовують інтеграли від показникової функції x^n. Такий інтеграл дорівнює:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + const; \quad n \neq -1.$$

У випадку n=-1 отримують функцію, що називається натуральним логарифмом (логарифм з основою $e \approx 2{,}7$): $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + \text{const}$.

8. ДОДАТКИ

8.1. Фізичні величини та одиниці їх вимірювання

Фізичні закони встановлюють найсуттєвіші взаємозв'язки між фізичними поняттями, що описують важливі явища в фізиці. Ці взаємозв'язки подаються у вигляді математичних співвідношень між фізичними величинами, що вводяться для характеристики даного фізичного явища чи групи таких явищ.

Фізичні величини – це властивість, яка є спільною в якісному відношенні до багатьох матеріальних об'єктів, та індивідуальною для кожного з них у кількісному відношенні. Так, властивість всіх матеріальних тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, що має назву **„інерція"** має міру, фізичну величину **„маса".** Тому можна сказати, що **маса є мірою інертності матеріальних тіл.** Аналогічно, тепловий рух молекул характеризується фізичною величиною **„температурою по термодинамічній шкалі температур (або абсолютною температурою)",** тобто **температура є мірою кінетичної енергії теплового руху молекул.** Однорідними фізичними величинами є такі, що характеризують ту ж саму властивість. Наприклад, маса Землі, комбайна чи автомобіля – однорідні, а швидкість автомобіля та його маса – неоднорідні величини.

Значення фізичної величини є кількісною характеристикою даної фізичної величини з позначенням одиниці її вимірювання. Число, яким виражається значення фізичної величини, отримується в результаті вимірювання. Фізичну величину вимірюють, тобто порівнюють (зіставляють) зі значенням однорідної їй фізичної величини, що прийнята за одиницю. Таке порівняння (вимірювання) проводиться з використанням технічних засобів (засобів вимірювання).

Наприклад, число, яке виражає значення довжини предмета, отримується порівнянням його довжини зі значенням довжини еталона метра. Ця ж довжина може бути подана іншим числом, отриманим порівнянням її з еталоном дюйма, ярда. Тому для однозначності подання значення фізичної величини число дають з обов'язковим позначенням відповідної одиниці вимірювання. Для того, щоб можна було виконувати дії над значеннями фізичних величин, вони повинні бути виражені через одиниці, які пов'язані між собою за певними правилами, тобто утворюють **систему одиниць вимірювання фізичних величин.** У більшості країн світу нині обов'язковою для використання є система одиниць СІ (Система Інтернаціональна), що прийнята на XI Генеральній конференції по мірах і вагах? одиниці якої мають назву - **одиниці СІ**.

Система одиниць будується так, що для кількох різнорідних фізичних величин обумовлюються матеріальні об'єкти або явища, які можуть бути відтворені з достатньою точністю. Ці об'єкти або явища використовуються для зберігання та відтворення певних значень фізичних величин, тобто вони є **еталонами** одиниць. Одиниці величин, для яких обумовлено відтворення за допомогою еталонів, називаються **основними.**

Кожна фізична величина характеризується розмірністю, яка виражає зв'язок даної фізичної величини з величинами, які є основними у певній системі одиниць. Запис розмірності величини прийнято виконувати за правилами запису алгебраїчних виразів, позначаючи основні величини великими літерами: довжину, шлях, відстань – L, масу – M, час – T, силу електричного струму – I, термодинамічну температуру – θ, кількість речовини – N, силу світла – J. Наприклад, розмірність сили $[F] = LMT^{-2}$.

На практиці частіше використовують позначення основних величин системи СІ і записують розмірність, наприклад сили в вигляді $[F]$ = м· кг ·с$^{-2}$.
Над розмірностями фізичних величин можна виконувати деякі алгебраїчні дії. Правила роботи з розмірностями такі: 1) ліва частина алгебраїчного рівняння повинна мати таку ж розмірність, як і права; 2) при додаванні (відніманні) значень величин вони можуть бути тільки однорідними, тобто мати однакові розмірності (при запису вказується спільна розмірність); 3) множення, ділення, піднесення до степеня виконується як із звичайними змінними; 4) відношення однорідних величин є безрозмірним, тобто не має розмірності Це значить, що до алгебраїчного виразу розмірності в цьому випадку основні величини входять у нульовому ступені.

Використання методу розмірностей дозволяє досить просто знайти грубі помилки у математичних описах фізичних моделей. Якщо при запису розмірностей величин, які входять до рівняння порушуються правила 2) або 3); то при опису модуля явища допущено помилку. За правилом 4) тригонометричні функції безрозмірні. Значення безрозмірної величини не залежить від вибору системи одиниць.

При розв'язуванні задач дії над розмірностями можна замінити діями над одиницями, записуючи похідні одиниці через основні одиниці системи. Позначення одиниць слід застосовувати після числових значень величин і поміщати їх в одному рядку (без перенесення всього або частини позначення в наступний рядок). Між останньою цифрою числа і позначенням одиниці слід залишати пропуск.

Якщо числове значення величини є десятковим дробом, то позначення одиниці слід записувати після усіх цифр. Стандартом не допускається поміщати позначення одиниць в один рядок з формулою, що виражає залежність між величинами. При необхідності пояснень величин розмірностей у формулі запис їх виконується окремо.

Літерні позначення одиниць, які входять у добуток, слід відокремлювати крапками на середній лінії (як знаками множення). У літерних позначеннях відношень одиниць як знак ділення має застосовуватися лише одна похила або горизонтальна риска. Допускається використовувати позначення одиниць у вигляді добутку позначень одиниць, піднесених до степеня (додатних і від'ємних).

При використанні похилої риски позначення одиниць у чисельнику та знаменнику слід поміщати в рядок, добуток позначень одиниць у знаменнику необхідно брати в дужки.

При використанні похідної одиниці, що складається з двох і більше одиниць, не допускається комбінувати літерні позначення та найменування одиниць, тобто для одних одиниць наводити позначення, а для інших – найменування.

8.2. Вказівки щодо розв'язування задач

1. При оформленні розв'язаної задачі вказувати основні закони та формули, на яких базується розв'язок та давати письмове обґрунтування цих законів. Потрібно пояснювати буквені позначення у формулах. Якщо при розв'язку задачі використовується формула, яка отримана для часткового випадку, що не виражає який-небудь фізичний закон, чи не є визначенням якої-небудь фізичної величини, то її необхідно отримати.

2. Дати рисунок, що пояснює зміст задачі (у тих випадках, коли це можливо). Виконати його треба ретельно (за допомогою олівця, лінійки, циркуля).

3. Супроводжувати розв'язок задач короткими, але вичерпними поясненнями.

4. Всі початкові значення величин в умові задачі потрібно перевести у СІ. Наприклад, потрібно переводити км/год у м/с, градуси в радіани, градуси °С у градуси Кельвіна (К)

5. Отримати розв'язок задачі в загальному вигляді, тобто виразити величину, яку знаходимо, в буквених позначеннях величин, що задані в умові задачі. При такому способі розв'язку не проводяться обчислення проміжних величин.

6. Підставити в праву частину отриманої робочої формули замість символів величин позначення одиниць вимірювань, провести з ними відповідні дії і переконатись у тому, що результат відповідає тій одиниці, яку знаходимо (дивись приклади розв'язків типових задач нижче).

7. Підставляти в робочу формулу числові значення величин можна лише тоді, коли вони виражені у СІ. Недотримання цього правила призводить до невірного результату.

8. При підстановці в робочу формулу, а також при запису відповіді, числові значення величин потрібно записувати, як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідну ступінь десяти. Наприклад, радіус Землі 6400 км потрібно записати у вигляді $6{,}4\cdot10^{6}$ м, а замість 0,00123 потрібно записати $1{,}23\cdot10^{-3}$.

9. Оцінити, де це можливо, правдоподібність чисельної відповіді. В ряді випадків така оцінка допоможе знайти хибність отриманого результату. Наприклад, коефіцієнт корисної дії теплової машини не може бути більше одиниці, електричний заряд не може бути менше елементарного заряду електрону, швидкість тіла не може бути більше швидкості світла та тощо.

8.3. Визначення основних одиниць системи СІ

У системі СІ прийнято **сім основних** та **дві додаткові** одиниці. **Одиниця вимірювання** – це значення фізичної величини, взяте за основу порівняння кількісного оцінювання однорідних величин.

Основні:

1 метр (1 м) – одиниця довжини, що дорівнює відстані, яку проходить у вакуумі плоска електромагнітна хвиля за 1/299 792 458 частку секунди (або дорівнює 1650763,73 довжин хвиль ($\lambda = 6{,}057802105938\cdot10^{-7}$ м) у вакуумі випромінювання, що відповідає переходу між рівнями $2p_{10}$ і $5d_5$ атома криптону – 86).

1 кілограм (1 кг) – одиниця маси – дорівнює масі міжнародного прототипу кілограма ціна поділки вагів $4\cdot10^{-8}$.

1 секунда (1 с) – одиниця часу – інтервал часу, що дорівнює 9 192 631 770 періодам випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома стронцію – 133.

1 Кельвін (1 К) – одиниця термодинамічної температури – дорівнює 1/273,16 частині термодинамічної температури потрійної точки води (точка рівноваги води у твердій, рідкій та газоподібній фазах).

1 моль (1 моль) – одиниця кількості речовини – дорівнює кількості речовини термодинамічної системи, яка містить стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглеці – 12 масою 0,012 кг. Структурні елементи повинні бути специфіковані і можуть бути атомами, молекулами, іонами, електронами й іншими частинками або специфікованими групами частинок.

1 ампер (1 А) – одиниця сили струму – дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини та дуже малої площі поперечного перерізу, які містяться у вакуумі на

відстані 1 м один від одного, спричиняє виникнення на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$Н.

1 кандела (**1 кд) – одиниця сили світла –** дорівнює силі світла, що випромінюється з поверхні площею 1/600000 м^2 повного випромінювача в перпендикулярному до цієї площі напрямку при температурі випромінювача, яка дорівнює температурі твердіння платини (Т = 2042 К) при тиску 101525 Па (або дорівнює силі світла, що випромінюється в заданому напрямку джерелом, що випромінює монохроматичне світло частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямку становить 1/683 Вт/ср) **.**

Додаткові

1 радіан (1 рад) – одиниця плоского кута – дорівнює куту між двома радіусами кола, довжина дуги між якими дорівнює радіусу.

1 стерадіан (1 ср) – одиниця тілесного кута – дорівнює тілесному куту з вершиною в центрі сфери, який вирізує на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, що дорівнює радіусу сфери.

Всі інші одиниці вимірювань фізичних величин є похідними від наведених вище основних фізичних величин.

8.4. Основні фізичні сталі (округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с^2
Гравітаційна стала	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг· с^3)
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}025 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Універсальна газова стала	R	8,31 Дж / (моль ·К)
Стала Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж / К
Елементарний заряд	e	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Атомна одиниця маси	$а.\ о.\ м.$	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса електрона	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса нейтрона	m_n	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса протона	m_p	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Електрична стала	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$1{,}257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Стала Планка	h	$6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

8.5. Множники і приставки для утворювання кратних та часткових одиниць і їх найменування

Приставка	Множник	Приставка	Множник

Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
екса	Е	10^{18}	деці	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^{9}	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кіло	К	10^{3}	піко	п	10^{-12}
гекто	Г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

8.6. Позасистемні одиниці, які допущені до застосування в навчальному процесі з фізики

Величина	Одиниця		
	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Час	хвилина година доба	хв год доб	60 с 3600 с 86400 с
Плоский кут	градус хвилина секунда	.....° .....' ……"	(π/180) рад=1,74·10^{-2} рад (π/10800) рад=2,91·10^{-4}рад (π/648000) рад=4,85·10^{-6} рад
Об'єм, місткість	літр	л	$10^{-3}м^3$
Енергія	електрон-вольт	еВ	1,60·10^{-19}Дж
Маса	тонна атомна одиниця маси	т а.о.м.	1000 кг 1,66·10^{-27}кг
Оптична сила	діоптрія	дптр	1 $м^{-1}$
Відносна величина	процент проміле мільйонна частка	% ‰ $млн^{-1}$	10^{-2} 10^{-3} 10^{-6}
Логарифмічна величина	бел децибел	Б дБ	- -

8.7. Густина рідин (при нормальних умовах)

Рідина	Густина, кг/м^3
Азот рідкий(77К)	$0{,}79\cdot10^3$
Бензин	$0{,}70\cdot10^3$
Вода (при 4 °С)	$1{,}00\cdot10^3$
Вода морська	$1{,}03\cdot10^3$
Гліцерин	$1{,}26\cdot10^3$
Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$
Спирт	$0{,}80\cdot10^3$

8.8. Густина газів

Газ	Густина, кг/м^3
Водень	0,09
Гелій	0,18
Кисень	1,43
Повітря	1,29
Озон	2,14
Окис вуглецю	1,25
Хлор	3,21

8.9. Густина твердих тіл

Тверде тіло	Густина, кг/м^3	Тверде тіло	Густина, кг/м^3
Алюміній	$2{,}70\cdot10^3$	Мармур	$2{,}70\cdot10^3$
Алмаз	$3{,}50\cdot10^3$	Мідь	$8{,}93\cdot10^3$
Барій	$3{,}50\cdot10^3$	Нікель	$8{,}90\cdot10^3$
Ванадій	$6{,}02\cdot10^3$	Свинець	$11{,}30\cdot10^3$
Вісмут	$9{,}80\cdot10^3$	Срібло	$10{,}50\cdot10^3$
Залізо	$7{,}88\cdot10^3$	Сталь	$7{,}8\ 0\cdot10^3$
Золото	$19{,}3\cdot10^3$	Скло	$2{,}6\ 0\cdot10^3$
Літій	$0{,}53\cdot10^3$	Цезій	$1{,}90\cdot10^3$
Лід	$0{,}90\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

8.10. Молярна маса і відносна молекулярна маса газів

Газ	Молярна маса, кг/моль	Відносна молекулярна маса
Азот	$28\cdot10^{-3}$	28
Водень	$2\cdot10^{-3}$	2
Повітря	$29\cdot10^{-3}$	29
Гелій	$4\cdot10^{-3}$	4
Кисень	$32\cdot10^{-3}$	32

Вуглекислий газ	$44 \cdot 10^{-3}$	44

8.11. Діелектрична проникність

Речовина	Проникність
Вода	81,0
Масло трансформаторне	2,2
Парафін	2,0
Скло	7,0
Слюда	7,0
Ебоніт	3,0
Фарфор	5,0

8.12. Енергія іонізації

Речовина	E_i, Дж	E_i, еВ
Водень	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелій	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Літій	$1{,}21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-18}$	10,4

8.13. Відносні атомні маси (заокруглені значення) A, та порядкові номера Z деяких елементів

Елемент	Символ	*A*	***Z***	Елемент	Символ	*A*	***Z***
Азот	N	14	7	Літій	Li	7	3
Алюміній	Al	27	13	Магній	Mg	24	12
Аргон	Ar	40	18	Марганець	Mn	55	25
Барій	Ba	137	56	Мідь	Cu	64	29
Берилій	Be	9	4	Молібден	Mo	96	42
Ванадій	V	51	23	Натрій	Na	23	11

Водень	H	1	1	Неон	Ne	20	10
Вольфрам	W	184	74	Нікель	Ni	59	28
Вуглець	C	12	6	Олово	Sn	119	50
Гелій	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Залізо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сірка	S	32	16
Калій	K	39	19	Срібло	Ag	108	47
Кальцій	Ca	40	20	Уран	U	238	92
Кисень	O	16	8	Хлор	Cl	35	17

8.14. Показник заломлення

Речовина	Показник	Речовина	Показник
Алмаз	2,42	Гліцерин	1,47
Вода	1,33	Скло	1,29

8.15. Робота виходу електронів

Метал	*A*, Дж	*A*, еВ
Калій	$3{,}5\cdot10^{-19}$	2,2
Літій	$3{,}7\cdot10^{-19}$	2,3
Платина	$10\cdot10^{-19}$	6,3
Рубідій	$3{,}4\cdot10^{-19}$	2,1
Срібло	$7{,}5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезій	$3{,}2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4\cdot10^{-19}$	4,0

8.16. Маси атомів легких ізотопів

Ізотоп	Символ	Маса, а.о.м.	Ізотоп	Символ	Маса, а.о.м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бор	${}^{10}_{5}B$ ${}^{11}_{5}B$	10,01294 11,00930
Водень	${}^{1}_{1}H$ ${}^{2}_{1}H$	1,00783 2,01410	Вуглець	${}^{12}_{6}C$ ${}^{13}_{6}C$	12,00000 13,00335

	${}^{3}_{1}H$	3,01605		${}^{14}_{6}C$	14,00324
Гелій	${}^{3}_{2}He$ ${}^{4}_{2}He$	3,01603 4,00260	Азот	${}^{14}_{7}N$	14,00307
Літій	${}^{6}_{3}Li$ ${}^{7}_{3}Li$	6,01513 7,01601	Кисень	${}^{16}_{8}O$ ${}^{17}_{8}O$	15,99491 16,99913
Берилій	${}^{7}_{4}Be$ ${}^{9}_{4}Be$	7,01693 9,01219			

8.17. Період піврозпаду радіоактивних ізотопів

Ізотоп	Символ	Період піврозпаду	Ізотоп	Символ	Період піврозпаду
Актиній	${}^{225}_{89}Ac$	10 діб	Іод	${}^{131}_{53}I$	8 діб
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 роки	Стронцій	${}^{90}_{38}Sr$	27 років
Магній	${}^{27}_{12}Mg$	10 хв	Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 діб
Радій	${}^{226}_{86}Ra$	1620 років	Церій	${}^{144}_{58}Ce$	285 діб
Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,8 діб			

8.18. Маса та енергія спокою деяких частинок

Частинка	m_0		E_0	
	кг	а. о. м.	Дж	МеВ
Електрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	239
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частинка	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733
Нейтральний π-мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14498	$2{,}16\cdot10^{-11}$	135

8.19. Грецький алфавіт

Літера	*Назва*	*Літера*	*Назва*
Α,α	**альфа**	$N\ \nu$	**ню**
Β,β	**бета**	***Ξ,ξ***	**ксі**
Γ,γ	**гамма**	***Ο,ο***	**омікрон**
Δ,δ	**дельта**	***Π,π***	**пі**
Ε,ε	**епсилон**	***Ρ,ρ***	**ро**
Ζ,ζ	**дзета**	***Σ,σ***	**сигма**
Η,η	**ета**	***Τ,τ***	**тау**
Θ,θ	**тета**	***Υ,υ***	**іпсилон**
Ι,ι	**йота**	***Φ,φ***	**фі**
Κ,κ	**капа**	***Χ,χ***	**хі**
Λ,λ	**лямбда**	***Ψ,ψ***	**псі**
Μ,μ	**мю**	***Ω,ω***	**омега**

8.20. Латинський алфавіт

Літера	*Назва*	*Літера*	*Назва*
Aa	**а**	***Nn***	**ен**
Bb	**бе**	***Oo***	**о**
Cc	**це**	***Pp***	**пе**
Dd	**де**	***Qq***	**ку**
Ee	**е**	***Rr***	**ер**
Ff	**еф**	***Ss***	**ес**
Gg	**ге, жє**	***Tt***	**те**
Hh	**га, аш**	***Uu***	**у**
Ii	**і**	***Vv***	**ве**
Jj	**йот, жи**	***Ww***	**дубль-ве**
Kk	**ка**	***Xx***	**ікс**
Ll	**ель**	***Yy***	**ігрек**
Mm	**ем**	***Zz***	**зет(зета)**

9. ПРИКЛАДИ ТИПОВИХ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ

В тестах потрібно дати правильну відповідь на поставлене питання, або для продовження фрази вибрати **найбільш вірний та повний варіант** із 4-5 запропонованих. В лівому стовпчику у верхньому рядку проставляється рейтинг питання. Це 50,75 або 100, що визначається ступенем складності питання і відповідає 2,3 або 4 балам по 100 бальній шкалі.. В сумі правильні відповіді на всі 30 питань дають 100 балів. Мінімальний рівень, що оцінюється задовільно відповідає 60 балам.

МОДУЛЬ 1

75	**Питання 1. Що називається інерціальною системою відліку?**
1	Система відліку, що рухається рівномірно по колу або рівномірно прямолінійно вздовж прямої
2	Система відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно, або знаходиться в стані спокою
3	Тіло відліку із зв’язаною з ним системою координат та система відліку часу
4	Тіло відліку зі зв’язаною з ним система координат, що знаходиться в спокої, або рівномірно обертається по колу
5	Система відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно або рівномірно обертається по колу

50	**Питання 2. Переміщенням матеріальної точки називають:…**
1	вектор, проведений з початкового положення матеріальної точки у її положення у даний момент часу
2	довжину шляху, пройденого точкою вздовж траєкторії
3	відстань між початковим положенням матеріальної точки та її положенням у даний момент часу
4	стан, при якому модуль вектора миттєвої швидкості матеріальної точки не дорівнює нулю

75	**Питання 3. Як рухається одна інерціальна система відліку по відношенню до іншої інерціальної системи?**
1	Рівномірно прямолінійно, або рівномірно обертається по колу
2	Системи відліку рухаються тільки з доцентровим прискоренням
3	Тіло відліку і зв’язана з ним система координат рухається прямолінійно, або рівномірно обертається по колу
4	Рухаються рівномірно і прямолінійно, або знаходяться в стані спокою одна відносно іншої

100	**Питання 4. Вектор швидкості матеріальної точки в випадку довільного криволінійного руху це** ..
1	$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$
2	..границя, до якої наближається відношення приросту радіус-вектора до відрізку часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізку до нуля)
3	$V = s / t$
4	..границя, до якої наближається приріст радіус-вектора
5	$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

100	**Питання 5. Вектор прискорення матеріальної точки в випадку довільного криволінійного руху це …**
1	..границя, до якої наближається відношення приросту радіус - вектора до відрізку часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізку до нуля)
2	$\vec{a} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
3	вектор повного прискорення, що дорівнює векторній сумі нормального (доцентрового) та тангенціального прискорення
4	..границя, до якої наближається відношення приросту вектора швидкості до відрізку часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізку до нуля)
5	відношення зміни швидкості до часу, за який ця зміна пройшла

75	**Питання 6. Кутовою швидкістю називається...**
1	..границя, до якої наближається приріст кута повороту
2	$\omega = \frac{ds}{dt}$
3	..границя, до якої наближається відношення приросту вектора швидкості до відрізку часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізку до нуля)
4	векторна величина, яка дорівнює першій похідній кута повороту точки по часу $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$

100	**Питання 7. Матеріальна точка рівномірно рухається по колу і за 0,5 секунди робить повний оберт. ЇЇ кутова швидкість дорівнює….**
1	3,14 рад/с.

2	6,28 рад/с.
3	1,57 рад/с.
4	12,56 рад/с.

75	**Питання 8. Якщо при русі матеріальної точки по колу модуль її лінійної швидкості зростає, то матеріальна точка рухається ….**
1	лише з нормальним прискоренням
2	лише з тангенціальним прискоренням
3	з нормальним, тангенціальним та кутовим прискоренням
4	з нормальним та кутовим прискоренням

100	**Питання 9. Матеріальна точка рухається по колу радіуса R з лінійною швидкістю υ та кутовою швидкістю ω. Нормальне прискорення точки визначається за формулою….**
1	$a_n = \omega^2 R$
2	$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$
3	$a_n = \upsilon \omega R^2$
4	$a_n = \upsilon R^2$

75	**Питання 10. Матеріальна точка рухається криволінійною траєкторією, має нормальне прискорення $3\frac{м}{с^2}$, тангенціальне прискорення $4\frac{м}{с^2}$. Повне прискорення матеріальної точки становить**		
1	$7\frac{м}{с^2}$	3	$3\frac{м}{с^2}$
2	$5\frac{м}{с^2}$	4	$1\frac{м}{с^2}$

100	**Питання 11. Як направлена кутова швидкість, як вектор, при рівномірному русі матеріальної точки по колу?**
1	По дотичній до траєкторії, в сторону руху точки
2	По радіусу до центра кола
3	За правилом правого гвинта
4	За правилом правого гвинта, перпендикулярно площині обертання
5	В площині кола в сторону ввігнутості траєкторії

75	**Питання 12. Сила, це**..
1	векторна фізична величина, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше
2	фізична величина, що проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
3	дія одного тіла на інше
4	екторна фізична величина, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше та проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
5	величина, що проявляється в деформації тіла

100	**Питання 13 Вираз другого закону Ньютона для поступального руху матеріальної точки має вид:**
1	$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$
2	$\sigma = E\varepsilon$
3	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
4	$\vec{M} = J\vec{\beta}$

100	**Питання 14. Які із названих формулювань є формулюванням закону всесвітнього тяжіння?**
1	Сила, з якою два довільних тіла притягуються одна до одної, прямо пропорційна добутку їх мас і обернено пропорційна відстані між ними
2	Вага тіла чисельно дорівнює силі тяжіння, а як вектор направлена в протилежну сторону.
3	Сила тяжіння прикладена до тіла, а вага тіла – до опори на якій тіло лежить, або до підвісу, на якому воно висить.
4	Сила, з якою дві матеріальні точки притягуються одна до одної, прямо пропорційна добутку їх має і обернено пропорційна квадрату відстані між ними
5	Сила, з якою дві матеріальні точки притягуються одна до одної, обернено пропорційна добутку їх мас і пропорційна квадрату відстані між ними

100	**Питання 15. Яке формулювання відповідає другому закону Ньютона:**
1	Сили взаємодії між двома матеріальними точками рівні за величиною, протилежні за напрямком, і направлені вздовж прямої, що з'єднує ці точки
2	Прискорення матеріальної точки прямо пропорційне діючій на неї силі, співпадає за напрямком з цією силою і обернено пропорційне масі матеріальної точки
3	В інерціальній системі відліку матеріальна точка зберігає стан спокою,

	або рівномірного прямолінійного руху, якщо рівнодійна усіх сил прикладними до неї дорівнює нулеві.
4	Прискорення матеріальної точки обернено пропорційне діючій на неї силі, співпадає за напрямком з цією силою і прямо пропорційне масі матеріальної точки
5	Сила–це фізична векторна величина, яка є кількісною мірою дії одного тіла на інше і дія якої проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформаціях

100	**Питання 16**. **Яка різниця між вагою $\vec{P}$ тіла і силою $\vec{F}$ тяжіння, що діє на нього?**
1	Сила тяжіння $\vec{F}$ прикладена тільки до тіла, а вага $\vec{P}$ – до опори, підвісу та до тіла
2	Сила тяжіння $\vec{F}$ прикладена до тіла, а вага $\vec{P}$ –до опори, або до підвісу. Виконується третій закон Ньютона: $\vec{P} = -\vec{F}$
3	Немає ніякої різниці, бо це одна й та ж сила
4	Сила тяжіння прикладена тільки до тіла, а вага $\vec{P}$ – до опори, підвісу та до тіла

75	**Питання 17. Чому дорівнює повний імпульс механічної системи ?**
1	може бути рівним нулю, якщо на систему не діють зовнішні сили
2	є величина стала, тобто така, що не змінюється з часом
3	може змінюватися лише під дією зовнішніх сил
4	визначається швидкістю її центру мас
5	дорівнює векторній сумі імпульсів всіх її частинок та являється сталою величиною, якщо система замкнута

100	**Питання 18. Моментом *M* сили (обертальним моментом) називається величина, що дорівнює…**
1	добутку величини сили на плече сили
2	добуток обертальної сили на радіус кола, яке описує точка прикладання сили
3	добуткові сили на відстань до центру мас
4	роботі зовнішніх сил

50	**Питання 19. Чому дорівнює момент інерції матеріальної точки?**
1	половині добутку його маси на квадрат швидкості
2	добутку маси на квадрат відстані до осі обертання
3	добутку сили на плече

4	половині добутку маси на квадрат відстані до осі обертання

100	**Питання 20. Як формулюється основний закон динаміки обертання, або другий закон Ньютона для обертального руху**
1	Момент обертальної сили, прикладеної до тіла є величина, що дорівнює добуткові маси на квадрат відстані до обраної осі
2	Момент обертальної сили, прикладеної до тіла є величина, що дорівнює добутку маси тіла на відстань до осі обертання
3	Момент обертальної сили, прикладеної до тіла, дорівнює добутку момента інерції тіла на кутове прискорення
4	Момент обертальної сили, прикладеної до тіла є добуток прикладеної сили на плече прикладання
5	Момент обертальної сили, прикладеної до тіла є добуток імпульса на кутову швидкість обертання

75	**Питання 21. Що являється універсальною кількісною мірою механічної форми руху та взаємодії?**
1	Векторна фізична величина , що вимірюється добутком маси тіла на його швидкість
2	Фізична величина , що вимірюється добутком моменту інерції тіла на кутову швидкість
3	Векторна фізична величина , що вимірюється добутком маси тіла на прискорення
4	Така фізична величина, що називається кінетичною енергією; величина зміни її визначається виконаною механічною роботою
5	Така фізична величина, що називається механічною енергією; величина зміни її визначається виконаною механічною роботою

100	**Питання 22. Момент інерції твердого тіла..**
1	є мірою інертності тіла при обертальному русі, та дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок твердого тіла на величину відстані їх від осі обертання
2	є мірою інертності тіла при обертальному русі, та дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок твердого тіла на квадрат відстані їх від осі обертання
3	визначається розподілом мас відносно обраної осі
4	дорівнює добуткові маси на квадрат відстані до обраної осі
5	це величина, що дорівнює добутку маси тіла на відстань до осі обертання

100	**Питання 23. На тверде тіло, яку має момент інерції J і обертається**

	навколо нерухомої осі з кутовою швидкістю ω , діє момент сили M . Закон динаміки обертального руху можна записати у вигляді
1	$M = J\frac{d\omega}{dt}$
2	$\frac{d\omega}{dt} = MJ$
3	$M = J\omega$
4	$J = M\frac{d\omega}{dt}$

100	**Питання 24. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху**
1	*M=Ja/2*
2	*M=J* β
3	*M=Fl*
4	*M=J* β^2

75	**Питання 25. Елементарна механічна робота дорівнює ..**
1	добутку сили на переміщення точки прикладання сил
2	величині, що проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
3	*A = (F cos*α*) s*
4	векторній фізичній величині, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше та проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
5	скалярному добутку вектора сили на вектор елементарного переміщення $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

75	**Питання 26. Матеріальна точка масою 1 кг рухається з швидкістю 4 м/с. Її кінетична енергія дорівнює…**
1	2 Дж
2	8 Дж
3	4 Дж
4	0,5 Дж

75	**Питання 27. Кінетична енергія твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, дорівнює…..**
1	половині добутку його маси на квадрат швидкості центру мас
2	половині добутку його моменту інерції відносно осі обертання на квадрат кутової швидкості
3	добуткові моменту сили на плече

4	роботі зовнішніх сил
5	сумі кінетичних енергій всіх його частинок

100	**Питання 28. Тіло, що обертається навколо нерухомої осі з кутовою швидкістю 5 рад/с і має момент інерції 4 кг·м ^{2}, має кінетичну енергію**
1	20 Дж
2	40 Дж
3	80 Н
4	50 Дж

100	**Питання 29. Пружина жорсткістю 2000 Н/м, розтягнута на 3 см має потенціальну енергію**		
1	120 Дж	3	0,9 Дж
2	30 Дж	4	1,8 Дж

100	**Питання 30. На тверде тіло, яку має момент інерції J і обертається навколо нерухомої осі з кутовою швидкістю ω , діє момент сили M. Момент імпульсу тіла в будь-який момент часу можна обчислити за формулою**
1	$L = MJ$
2	$L = J\omega$
3	$L = J\frac{d\omega}{dt}$
4	$L = \frac{J}{\omega}$

100	**Питання 31. Закон збереження моменту імпульсу можна записати у виді….**
1	*L = 0*
2	*L =Jβ*
3	*L = Mω*
4	*L = Jω*
5	*L = Jω= const*

100	**Питання 32. Які закони збереження в механіці вам відомі?**
1	Закони збереження: повної механічної енергії, повного імпульсу системи, механічного моменту, моменту імпульсу системи
2	Закони збереження: механічної енергії, повного імпульсу системи, імпульсу центру мас системи, механічного моменту, моменту імпульсу, моменту інерції системи

3	Закони збереження: повної механічної енергії, повного імпульсу системи, моменту імпульсу системи
4	Закони збереження: механічної енергії, повного імпульсу системи, імпульсу центру мас системи, механічного моменту, моменту імпульсу
5	Закони збереження: імпульсу та кількості руху, механічного моменту, моменту інерції, механічної енергії

100	**Питання 33. Робота яких сил з переміщення тіла не залежить від форми траєкторії, вздовж якої вона виконується, а залежить тільки від кінцевого та початкового положення тіла?**
1	Сил внутрішнього тертя
2	Сил тертя ковзання
3	Сил тертя та опору
4	Гравітації (тяжіння)
5	Сил опору при русі твердого тіла в рідини або газі

75	**Питання 34. Позасистемна одиниця 1 кВт-год. це…**
1	одиниця вимірювання роботи механічного пристрою, що чисельно дорівнює 10^3 Дж
2	одиниця вимірювання потужності, яка чисельно дорівнює 3,6 МВт
3	одиниця вимірювання роботи, яка чисельно дорівнює 3,6 МДж
4	одиниця вимірювання потужності, яка чисельно дорівнює 3,6 МДж

100	**Питання 35. Закон Гука виконується для сил, обумовлених...**
1	гравітацією
2	тертям
3	пружними деформаціями
4	силами тяжіння
5	залишковими деформаціями

100	**Питання 36. Що вказує на стійку рівновагу тіла у гравітаційному полі Землі?**
1	Будь-яке зміщення тіла супроводжується зменшенням його потенціальної енергії
2	Будь-яке зміщення тіла супроводжується зростанням його потенціальної енергії
3	Будь-яке зміщення не призводить до зміни потенціальної енергії
4	Будь-яке зміщення не призводить до зміни кінетичної енергії тіла
5	Будь-яке зміщення не супроводжується зміною повної енергії тіла

75	**Питання 37. Чому дорівнює гідростатичний тиск стовпа атмосфери**

	на поверхні Землі (нормальний атмосферний тиск)?
1	$1{,}013\cdot10^3$ Па
2	$0{,}98\cdot10^5$ Па
3	$1{,}013\cdot10^5$ Па
4	$1{,}013\cdot10^5$ Н/м
5	$1{,}01\cdot10^5$ Н/м^3

75	**Питання 38. Чому дорівнює позасистемна одиниця вимірювання тиску 1 фізична атмосфера (1атм) в одиницях системи СІ?**
1	$1{,}013\cdot10^3$ Па
2	$0{,}98\cdot10^5$ Па
3	$1{,}01\cdot10^5$ Н/м^3
4	$1{,}013\cdot10^5$ Н/м
5	$1{,}013\cdot10^5$ Па

50	**Питання 39. Період гармонічного коливання – це час, за який:**
1	фаза коливання зростає на $1{,}5\pi$
2	фаза коливання зростає на π
3	фаза коливання зростає на $0{,}5\pi$
4	відбувається одне повне коливання

50	**Питання40. Амплітуда коливання**
1	може мати будь-яке значення
2	може виражатися лише цілим числом
3	може мати лише додатні значення
4	може мати лише від'ємні значення

100	**Питання 41. Період гармонічних коливань вантажу масою 0,2 кг , закріпленого на невагомій пружині жорсткістю 20** $\frac{H}{м}$ **, становить:**
1	6,28 с
2	0,628 с
3	4 с
4	0,01с

100	**Питання 42. Записати математичний вираз для власної частоти гармонічного осцилятора (пружинного маятника)**
1	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

2	$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$
3	$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}$
4	$\omega=\frac{2\pi}{T}$

75	**Питання 43. При складанні гармонічних коливань одного напряму та однакової частоти, які мають однакову амплітуду, можуть виникнути коливання…..**
1	з вдвічі більшою частотою
2	з вдвічі більшою амплітудою
3	з вдвічі меншою частотою
4	з вдвічі меншою амплітудою

75	**Питання 44. Матеріальна точка масою m , що виконує гармонічні коливання з амплітудою A та циклічною частотою ω , має повну енергію**
1	$E = \frac{1}{2}mA^2\omega$
2	$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$
3	$E = \frac{1}{2}m^2A^2\omega^2$
4	$E = \frac{1}{2}mA\omega^2$

100	**Питання 45. Амплітуда згасаючих коливань змінюється з часом за законом…..**
1	$A = A_0e^{\delta t}$
2	$A = A_0e^{-\frac{\delta}{t}}$
3	$A = \frac{A_0}{e^{\delta t}}$
4	$A = A_0e^{-\delta t}$

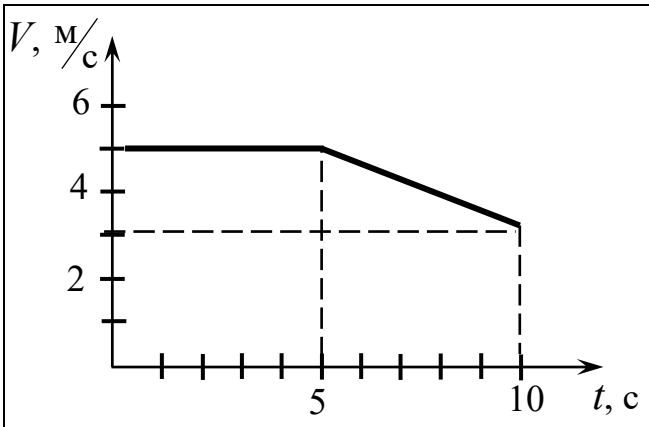
100	**Питання 46. У середовищі розповсюджується хвиля. Різниця фаз коливань у точках, розташованих на промені на відстані, що дорівнює довжині хвилі, становить…..:**
1	π
2	2π
3	3π
4	$1{,}5\pi$

100	**Питання 47. Записати закон гармонічних коливань…**
1	$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0$
2	$x=A\cos(\omega t+\varphi)$
3	$\frac{dx}{dt}+\omega_0 x=0$
4	$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2 x=0$
5	$x=A\sin(\omega t+\varphi)$

100	**Питання 48. Записати диференціальне рівняння гармонічних коливань**
1	$x=A\sin(\omega t+\varphi)$
2	$x=A\cos(\omega t+\varphi)$
3	$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2 x=0$
4	$\frac{dx}{dt}+\omega_0 x=0$
5	$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0$

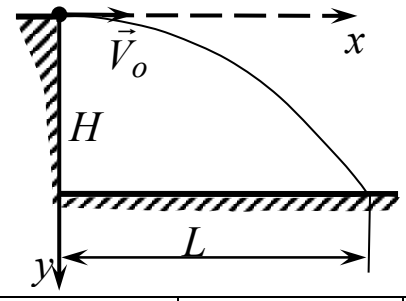
100	**Питання 49. Вкажіть характерну ознаку явища резонансу**
1	Різко зростає амплітуда вимушених коливань при наближенні частоти періодичної зовнішньої сили до резонансної частоти системи
2	Частота вимушених коливань дорівнює частоті періодичної зовнішньої сили

3	Амплітуда вимушених коливань пропорційна амплітуді зовнішньої періодичної сили
4	Робота зовнішньої періодичної сили іде на збільшення енергії системи
5	Амплітуда вимушених коливань при резонансі зростає зі зменшенням тертя



Питання 50. На рисунку наведено графік залежності швидкості тіла від часу. Чому дорівнює шлях, пройдений тілом за 10 с руху?

1 - 25 м	2- 30 м	3-35 м	4 - 45 м	5- 55 м



Питання 51. Тіло кинуто горизонтально, як показано на рисунку. На якій висоті воно знаходилось у початковий момент?

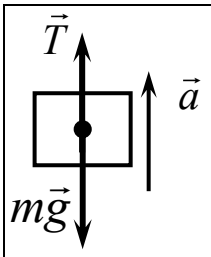
1- $H=\frac{gL^2}{2V_0^2}$	2 – $H=\frac{gL^2}{2V_0}$	3 - $H=\frac{gL}{2V_0^2}$	4 - $H=\frac{gL^2}{V_0^2}$	5 - $H=\frac{gL}{2V_0}$

Питання 52. З якою швидкістю рухатиметься тіло через 5,5 с після початку вільного падіння? Початкова швидкість дорівнює нулю, вважати, що прискорення вільного падіння дорівнює 10 м/с².

1-45 м/с	2- 50 м/с	3- 55 м/с	4- 60 м/с	5- 25 м/с

Питання 53. Координата матеріальної точки тіла змінюється за законом: *x = 5 - 2t +0,5 t²*.Чому дорівнює прискорення тіла?

1-1,0 $\frac{м}{с}$	2- 0,5 $\frac{м}{с^2}$	3- 1,0 $\frac{м}{с^2}$	4- 2 $\frac{м}{с^2}$	5-1,5 $\frac{м}{с^2}$

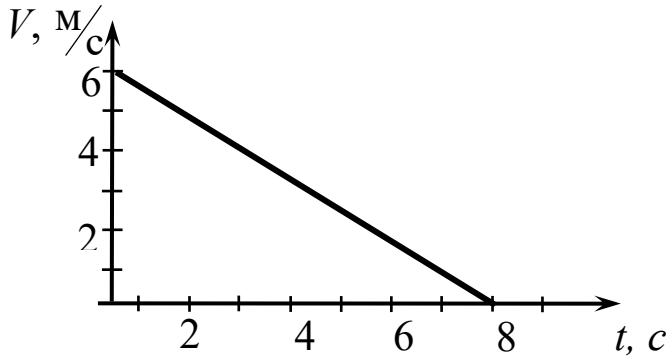


Питання 54. Чому дорівнює сила натягу троса при підніманні вантажу з прискоренням, направленим вертикально вверх?

1-	2-	3-	4-	5 -
$T = 2ma$	$T = m(a-g)$	$T = ma$	$T = mg$	$T = m(g+a)$

Питання 55. Який шлях пройде тіло при вільному падінні за 5 с? Початкова швидкість дорівнює нулю, вважати, що прискорення вільного падіння дорівнює 10 м/с^2.

1-100 м	2-110 м	3-125 м	4- 75 м	5- 250 м

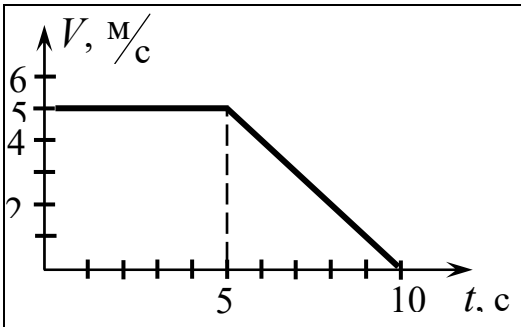


Питання 56. На рисунку наведено графік залежності швидкості тіла від часу. Чому дорівнює прискорення при такому русі?

1 - 0,75 м/с^2	2- 0,5 м/с^2	3 - 0,75 м/с	4 - 0,5 м/с^2	5 - 0,55 м/с^2

Питання 57. Координата матеріальної точки тіла змінюється за законом: *x = 5 – 10 t +5 t^2*.Чому дорівнює прискорення тіла?

1 - (-10 м/с^2)	2 - 5 м/с^2	3 - (-15 м/с^2)	4 - 10 м/с	5 - 10 м/с^2



Питання 58. На рисунку наведено графік залежності швидкості тіла від часу. Чому дорівнює шлях, пройдений тілом за 10 с руху?

1 - 25,5 м	2 - 37,5 м	3 - 35,5 м	4 - 27,5 м	5- 40,5 м

Питання 59. Тіло вільно падає без початкової швидкості. З якої висоти впало тіло, якщо воно падало 3 с. Прийняти прискорення вільного падіння рівним 10 м/с^2.

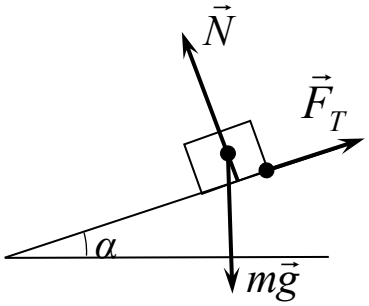
1 - 25 м	2 - 30 м	3 - 45 м	4 - 50 м	5 - 15 м

Питання 60. На поверхні Землі на тіло діє сила всесвітнього тяжіння, що дорівнює 100 Н. Чому дорівнює сила, яка діє на це тіло на висоті над поверхнею Землі, що дорівнює радіусу Землі?

1 - 50 Н	2 - 200 Н	3 - 20 Н	4 - 10 Н	5 - 25 Н

Питання 61. Сила гравітаційної взаємодії між двома кульками масою $m_1 = m_2 = 1$ кг на відстані R дорівнює F. Чому дорівнює сила гравітаційної взаємодії між цими кульками на відстані $R/3$ одна від одної?

1- $6F$	2 - $15F$	3 - $9F$	4 - $4F$	5 - $3F$



Питання 62. Тіло масою m лежить на похилій площині. Коефіцієнт тертя μ. При збільшенні кута нахилу похилої площини тіло почне сковзати вниз рівномірно. При якому куті це станеться?

1 - $ctg\alpha = \mu$	2 – $tg\alpha = \mu - 1$	3 – $tg\alpha = 1 - \mu$	4 – $tg\alpha = 1$	5 – $tg\alpha = \mu$

Питання 63. Якої маси причеп з вантажем може везти трактор, що розвиває силу тяги 5 кН, якщо коефіцієнт опору руху дорівнює 0,05 ?

1 - $1{,}02\cdot10^3$ кг	2 - $1{,}02\cdot10^4$ кг	3 - $5\cdot10^3$ кг	4 - $5{,}02\cdot10^3$ кг	5 - $1{,}2\cdot10^5$ кг

Питання 64. Автомобіль масою 2 т проїжджає зі швидкістю 36 км/год по опуклому мосту з радіусом кривизни 50 м. З якою силою тисне автомобіль у верхній точці моста? Прискорення вільного падіння рахувати 10 м/с^2.

1 - $5 \cdot 10^4$ Н	2 - $3{,}6 \cdot 10^3$ Н	3 - $1{,}6 \cdot 10^4$ Н	4 - $3{,}2 \cdot 10^4$ Н	5 - $2 \cdot 10^4$ Н

Питання 65. Вантажна машина масою 3 т їде зі швидкістю 36 км/год. Якої величини гальмівна сила може зупинити її на відстані 50 м ?				
1 - $3 \cdot 10^4$ Н	2 - $36 \cdot 10^4$ Н	3 - $3 \cdot 10^3$ Н	4 - $3{,}6 \cdot 10^3$ Н	5 - $5 \cdot 10^3$ Н

Питання 66. У скільки разів зменшиться сила притягання до Землі космічної ракети при віддаленні її від поверхні Землі на відстань, що дорівнює трьом радіусам Землі?				
1 - у 4 рази	2 - у 9 разів	3 - у 8 разів	4 - у 32 рази	5 - у 16 разів

Питання 67. Якою має бути мінімальна частота обертання диска (в обертах за секунду) в дисковому розкидачі добрив, щоб добриво, яке падає на відстані 10 см від осі, розкидалося по полю? Коефіцієнт тертя 0,83.				
1 - 1,4 об./сек.	2 - 4 об./сек.	3 - 2 об./сек.	4 - 2,4 об./сек.	5 – 0,7 об./сек.

Питання 68. Трактор масою 6 т рушає з місця і протягом 5 с досягає швидкості 18 км/год. Яку силу тяги розвиває мотор трактора при такому русі, якщо коефіцієнт опору руху 0,05? Рух можна вважати рівноприскореним. Прискорення вільного падіння прийняти рівним 10 м/с^2.				
1 - $9 \cdot 10^3$ Н	2 - 6 кН	3 - $5 \cdot 10^3$ Н	4 - 12 кН	5 - $10 \cdot 10^3$Н

Питання 69. Підйомник елеватора масою 1 т починає підніматися з прискоренням 2 м/с^2. Визначити роботу, що виконується за перші 5 с підйому.				
1 - 295 Дж	2 - 2,95 $\cdot 10^5$ Дж	3 - $25 \cdot 10^3$ Дж	4 - $29 \cdot 10^3$ Дж	5 - 2,95 кДж

Питання 70. При будівництві ферми вантаж масою 200 кг було піднято за допомогою канату вертикально вгору протягом 5 с на висоту 25 м. Визначити силу натягу канату, якщо рух був рівноприскореним. Яку роботу при цьому було виконано?				
1 - 6,6 кН; 9,2 кДж	2 - 2,2 кН; 5,9 кДж	3 - 2,36 кН; 59 кДж	4 - 5,36 кН; 80 кДж	5 - 9,67 кН; 99 кДж

Питання 71. Математичний маятник робить 30 повних коливань за 1 хв. Чому дорівнює частота коливань, циклічна частота коливань та їх період?			
1 - 2 Гц; 31,4 $с^{-1}$; 0,2 с	2 - 1 Гц; 3 $с^{-1}$; 1 с	3 - 0,5 Гц; 3,14 $с^{-1}$; 2 с	4 - 1,5 Гц; 31,4 $с^{-1}$; 0,2 с

МОДУЛЬ 2

75	**Питання 1. Скільки молекул знаходиться в одному моль речовини?**
1	$1{,}38\cdot10^{26}$ моль$^{-1}$
2	$6{,}02\cdot10^{23}$ кг/м^3
3	$8{,}31\cdot10^{23}$
4	$6\cdot10^{26}$ моль$^{-1}$
5	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$

100	**Питання 2. Ідеальний газ має температуру +27^0 С. До якої температури необхідно нагріти газ при постійному об'ємі, щоб його тиск збільшився в 2 рази?**
1	54^oC
2	327^oC
3	$600K$
4	$300K$

100	**Питання 3. Якщо ідеальний газ має темпера-туру 1000 К і концентрація частинок газу** $1\cdot10^{25}\frac{1}{м^3}$**, то тиск газу становить**
1	$1{,}38\cdot10^5\,Па$
2	$1{,}38\cdot10^2\,Па$
3	$8{,}31\cdot10^5\,Па$
4	$8{,}31Па$

75	**Питання 4 .Які відомі експериментальні закони описують ізороцеси в газах?**
1	Закони Бойля – Маріотта, Шарля, Гей - Люсака
2	Закон Авогадро та Больцмана
3	Закон Менделєєва – Клапейрона, Авогадро
4	Закон Клапейрона та Дальтона
5	Закон Фіка, Фур'є, Ньютона.

100	**Питання 5. Середня квадратична швидкість руху молекули ідеального газу дорівнює..**
1	$V_{кв}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$

2	$V_{кв} = \sqrt{\frac{kT}{m}}$
3	$V_{кв} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
4	$V_{кв} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
5	$V_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\pi m}}$

100	**Питання 6. Найбільш імовірна швидкість руху молекули ідеального газу дорівнює..**
1	$V = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$
2	$V = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
3	$V = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
4	$V = \sqrt{\frac{kT}{m}}$
5	$V = \sqrt{\frac{3RT}{\pi m}}$

75	**Питання 7. Які закони описують перенесення в газах?**
1	Закони Бойля – Маріотта, Шарля, Гей - Люсака
2	Закон Авогадро та Больцмана
3	Закон Менделєєва – Клапейрона, Авогадро
4	Закон Клапейрона та Дальтона
5	Закон Фіка, Фур'є, Ньютона.

75	**Питання 8. Яке з цих явищ не відноситься до явищ перенесення і не описується законом, в який входить градієнт відповідної фізичної одиниці?**
1	явище дифузії
2	явище поверхневого натягу
3	явище внутрішнього тертя
4	явище теплопровідності

75	**Питання 9. Перерахуйте видите теплообміну**
1	теплопровідність, випромінювання конвекція
2	теплопровідність, дифузія
3	пароутворення, кипіння, теплопровідність
4	випаровування, кипіння, теплопровідність
5	конвекція, внутрішнє тертя, теплопровідність, дифузія

75	**Питання 10. Внутрішня енергія двохатомного газу дорівнює…**
1	$U = \frac{m}{M}\frac{5}{2}RT$
2	$U = \frac{m}{M}RT$
3	$U = C_V T$
4	$U = \frac{m}{M}\frac{3}{2}RT$
5	$U = RT$

75	**Питання 11. Внутрішня енергія довільного багатоатомного газу дорівнює..**
1	$U = C_V T$
2	$U = RT$
3	$U = \frac{m}{M}\frac{3}{2}RT$
4	$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$
5	$U = \frac{m}{M}RT$

75	**Питання 12. Ідеальний газ має тиск** p**, об'єм** V**, температуру** T**, кількість речовини** ν**. Його внутрішня енергія визначається за формулою….**
1	$U = \nu pVR$
2	$U = \frac{i}{2}\nu RT$
3	$U = \frac{i+2}{2}\nu RT$

4	$U = \frac{i+2}{2} pV$
5	$U = \frac{i+2}{2} \nu pV$

75	**Питання 13. Чому дорівнює робота газу при ізобарному процесі?**
1	нулю
2	$A = p\ V$
3	добутку тиску на об'єм газу
4	$A = p\ \Delta V$
5	$A = cm\Delta T$

100	**Питання 14. В деякому процесі термодинамічна система виконала роботу A, при цьому її внутрішня енергія зросла на ΔU. В цьому процесі система одержала кількість теплоти….**
1	$Q = \Delta U$
2	$Q = \Delta U - A$
3	$Q = \Delta U + A$
4	$Q = A - \Delta U$

100	**Питання 15.Кількість теплоти, надана термодинамічній системі, повністю іде на зміну внутрішньої енергії системи**
1	в ізотермічному процесі
2	в ізобарному процесі
3	в ізохорному процесі
4	в адіабатному процесі

100	**Питання 16. Молярні теплоємності ідеального газу при постійному об'ємі C_V та при постійному тиску Cp зв'язані між собою за формулою**
1	$C_p + C_V = R$
2	$C_p - C_V = R$
3	$\frac{C_p}{C_V} = R$

4	$\frac{C_p}{C_V}=\frac{i+2}{i}$

75	**Питання 17. Позначаючи тиск p, об'єм V, температуру T, кількість речовини ν, роботу ідеального газу в ізотермічному процесі можна обчислити за формулою**
1	$A=\frac{i}{2}\nu RT(p_2-p_1)$
2	$A=\frac{i}{2}\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}$
3	$A=\frac{i}{2}\nu RT(V_2-V_1)$
4	$A=\frac{i}{2}\nu RT(P_2V_2-p_1V_1)$

75	**Питання 18. Яке із названих формулювань є формулюванням першого закону термодинаміки?**
1	Кількість теплоти, передана тілу при нагріванні пропорційна масі тіла і зміні температури тіла
2	Вічний двигун другого роду неможливий
3	Кількість теплоти , що передана тілу при теплообміні, є мірою зміни внутрішньої енергії тіла і пропорційна масі тіла та зміні температури тіла
4	Робота і кількість теплоти є дві можливі форми зміни і передачі енергії
5	Зміна внутрішньої енергії термодинамічної системи дорівнює сумі кількості теплоти, переданій системі, та роботі зовнішніх сил

75	**Питання 19. Написати формулу першого закону термодинаміки**
1	$\eta = (T_1 - T_2) / T_1$
2	$A = p\,dV$
3	$Q = cm\Delta T$
4	$\partial Q = dU + \partial A$
5	$\Delta U = Q \pm A$

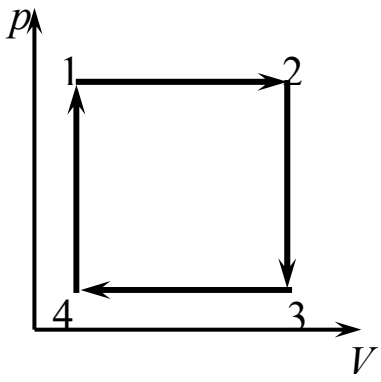
75	**Питання 20. З яких процесів складається цикл Карно?**
1	двох ізотермічних та двох ізохорних процесів
2	двох ізобарних та двох ізохорних процесів
3	двох ізохорних та двох адіабатних процесів

4	двох ізотермічних та двох адіабатних процесів
5	двох ізобарних та двох адіабатних процесів

100	**Питання 21. Максимальне значення ККД ідеальної теплової машини ...**
1	$\eta = 1$
2	може досягати $\eta = 1$, (тобто 100 %), якщо робочим тілом є ідеальний газ
3	завжди рівний 100 % ($\eta = 1$) для ідеального газу
4	завжди менше чи дорівнює 100 % ($\eta \le 1$)
5	завжди менше 100 % , тобто η < 1

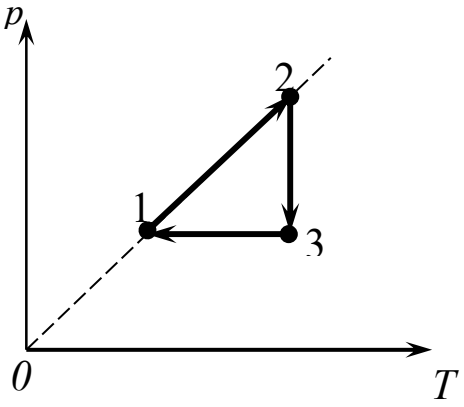
100	**Питання 22. Коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини...**
1	наближається до одиниці
2	$\eta = \frac{A_k}{A_n}$
3	дорівнює відношенню різниці температур нагрівника та холодильника до температури нагрівника , тобто $\eta = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1}$
4	завжди більший нуля
	$\eta \to 1$, при $T \to 0$ *K*

100	**Питання 23. Визначити коефіцієнт корисної дії теплової машини, яка працює за циклом Карно. Температура нагрівника $t_1 = 127^o C$, температура холодильника $t_2 = 27^o C$.**
1	0,25
2	0,50
3	0,82
4	1,33



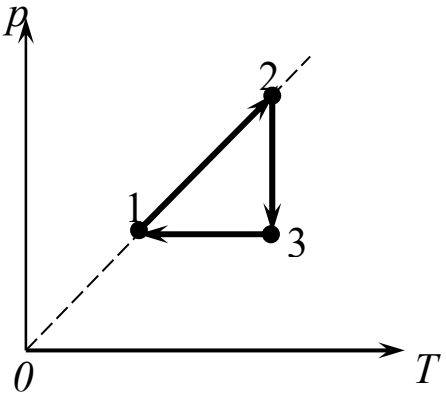
Питання 24. На рисунку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах *p,V*. Якій точці на графіку відповідає найменша температура?

1 - 1 та 3	2 - 1 та 4	3 - 2	4 - 4	5 - 3



Питання 25. На рисунку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах *p,T*. Якій точці, чи точкам, на графіку відповідає найменший об'єм ?

1 - 1	2 - 3	3 - з 3 в 1	4 - з 1 в 2	5 - з 2 в 3



Питання 26. На рисунку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах *p,T*. Якій точці, чи точкам, на графіку відповідає найбільший об'єм ?

1 - 2	2 - 3	3 - з 2 в 3	4 - з 1 в 2	5 - з 3 в 1

Питання 27. Ідеальний газ має температуру + 27 C^0. До якої температури необхідно нагріти газ при постійному об'ємі, щоб його тиск збільшився в 2 рази?

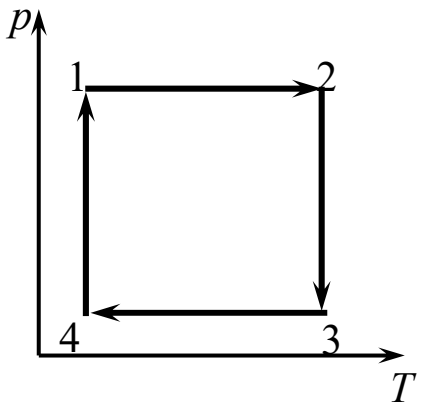
1 - 54 0 C	2 - 227 ^{0} C	3 - 600 K	4 - 300 K

Питання 28. Якщо ідеальний газ має температуру 1000 К і концентрація частинок газу становить 10^{25} $м^{-3}$, то тиск газу дорівнює...

1 - 1,38·10 ^{5} Па	2 - 1,38·10 ^{3} Па	3 - 8,31·10 ^{4} Па	4 - 6,02·10 ^{5} Па

Питання 29. Маса газоподібного водню в посудині дорівнює 2 г. Скільки молекул водню міститься в посудині?				
1 - 6·10 ^{19} молекул	2 - 6·10 ^{20} молекул	3 - 2·10 ^{23} молекул	4 - 6·10 ^{23} молекул	5 - 12·10 ^{23} молекул

Питання 30. Як зміниться середня кінетична енергія теплового руху молекул ідеального газу, якщо абсолютна температура газу збільшиться у 2 рази?			
1 - Збільшиться в 2 рази	2 - Збільшиться в 4 рази	3 - Збільшиться в 3 рази	4 - Збільшиться в 1,5 раза



Питання 31. На рисунку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах *p,T*. Якій точці, чи точкам, на графіку відповідає найменший об'єм ?

1 - 1 та 2	2 - 1 та 4	3 - 1	4 - 4	5 - 3

Питання 32. В одній посудині міститься кисень, у другій – водень. Чому дорівнює співвідношення тиску p_1 кисню до тиску p_2 водню при однакових значеннях концентрації молекул і температури?				
1 - 8	2 - 32	3 - 16	4 - 2	5 - 1

Питання 33. Як зміниться внутрішня енергія даної маси ідеального газу, якщо тиск і абсолютна температура зросли вдвічі?			
1 - Збільшиться в 2 рази	2 - Збільшиться в 4 рази	3 - Збільшиться в 8 разів	4 - Збільшиться в 1,5 раза

Питання 34. Як зміниться тиск даної маси ідеального газу внаслідок збільшення його об'єму в 2 рази і зменшення абсолютної температури в 2 рази?

1 - Зменшиться в 2 рази	2 - Зменшиться в 4 рази	3 - Збільшиться в 2 рази	4 - Залишиться незмінним

Питання 35. Як зміниться тиск даної маси ідеального газу внаслідок зменшення його об'єму в 2 рази і збільшення абсолютної температури в 2 рази?			
1 - Збільшиться в 2 рази	2 - Зменшиться в 4 рази	3 - Збільшиться в 4 рази	4 - Залишиться незмінним

Питання 36. Теплова машина за один цикл отримує від нагрівника кількість теплоти 200 кДж і віддає холодильнику 150 кДж. Чому дорівнює ККД машини?			
1 - 15 %	2 - 25 %	3 - 50 %	4 - 75 %

Питання 37. Температура холодильника ідеальної теплової машини рівна –23 ^{0} С , а температура нагрівника 227 ^{0} С. Чому дорівнює ККД машини?			
1 - 75 %	2 - 25 %	3 - 50 %	4 - 10 %

МОДУЛЬ 3

75	**Питання 1. Закон Кулона описує взаємодію……..**
1	Двох тіл довільної форми, що несуть електричні заряди
2	Двох заряджених тіл, що знаходяться в вакуумі
3	Двох рухомих зарядів сферичної форми в вакуумі
4	Двох нерухомих зарядів довільної форми, що взаємодіють в вакуумі або середовищі
5	Двох точкових нерухомих зарядів

100	**Питання 2. Що є силовою характеристикою електростатичного поля?**
1	Напруженість електростатичного поля
2	Заряд, потенціал, електроємність
3	Еквіпотенціальні поверхні (в просторі) або лінії рівного потенціалу (в площині)
4	Градієнт потенціала електростатичного поля
5	Заряд та потенціал

75	**Питання 3. Силу взаємодії двох рівних по величині зарядів можна визначити з формули…..**
1	$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$
2	$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
3	$F = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$
4	$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
5	$F = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$

75	**Питання 4. Вираз для визначення величини напруженості поля, створеного точковим зарядом, має вид…..**
1	$E = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
2	$E = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
3	$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

4	$E = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$
5	$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$

100	**Питання 5. Що є енергетичною характеристикою електростатичного поля?**
1	Напруженість електростатичного поля
2	Потенціал електростатичного поля
3	Еквіпотенціальні поверхні (в просторі) або лінії рівного потенціалу (в площині)
4	Градієнт потенціала електростатичного поля
5	Заряд, потенціал, електроємність

75	**Питання 6. Вираз для визначення потенціалу точкового заряду має вид…..**
1	$\varphi = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
2	$\varphi = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
3	$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$
4	$\varphi = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

100	**Питання 7. Який зв'язок між вектором напруженості та потенціалом електричного поля**
1	$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$
2	вектор напруженості електричного поля дорівнює градієнту потенціалу електричного поля
3	вектор напруженості електричного поля дорівнює різниці потенціалів двох точок поля
4	$\vec{E} = -grad\varphi$

75	**Питання 8. Електроємність провідника C, який має заряд q та потенціал φ, дорівнює**
1	$C = \frac{\varphi}{q}$, і залежить від розмірів і форми провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища.

2	$C = \frac{\varphi}{q}$, і залежить від матеріалу провідника, розмірів і форми провідника.
3	$C = q\varphi$, і залежить від розмірів і форми провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища.
4	$C = q\varphi$, і залежить від матеріалу провідника, розмірів і форми провідника.

75	**Питання 9. При послідовному з'єднанні двох конденсаторів з однаковими номіналами 10 нФ отримаємо ємність, що дорівнює…**
1	10^{-8} Ф
2	$5 \cdot 10^{-9}$ Ф
3	5 мкФ
4	10^{-7} Ф
5	5 мкФ

75	**Питання 10. При паралельному з'єднанні двох конденсаторів з однаковими номіналами 10 нФ отримаємо ємність, що дорівнює…**
1	10^{-9} Ф
2	$2 \cdot 10^{-8}$ Ф
3	20 мкФ
4	10^{-8} Ф
5	10 мкФ

50	**Питання 11. Робота A, яку виконує електростатичне поле при переміщенні точкового заряду q визначається за формулою…**
1	$A = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{q}$
2	$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)R$
3	$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$
4	$A = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)}$

100	**Питання 12. Запишіть закон Ома для ділянки кола, що не містить е.р.с.**
1	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ *I = jS*
2	$I = \frac{U}{R}$

3	$I = \frac{dq}{dt}$
4	$I = jS$
5	$I = \frac{E}{R + r}$

75	**Питання 13. Що є кількісною характеристикою електричного струму**?
1	Електрорушійна сила
2	Різниця потенціалів
3	Сила струму
4	Опір
5	Напруга

100	**Питання 14. Запишіть закон Ома для повного кола**
1	$I = jS$
2	$I = \frac{E}{R + r}$
3	$I = \frac{dq}{dt}$
4	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$
5	$I = \frac{U}{R}$

100	**Питання 15. Запишіть закон Ома в диференціальній формі**
1	$I = jS$
2	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$
3	$I = \frac{dq}{dt}$
4	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$

75	**Питання 16. При паралельному з'єднанні двох опорів з однаковими номіналами 50 кОм отримаємо опір, що дорівнює…**
1	$5 \cdot 10^4$ Ом
2	$5 \cdot 10^3$ Ом
3	$2{,}5 \cdot 10^4$ Ом
4	2,5·кОм

5	5· кОм

75	**Питання 17. При послідовному з'єднанні двох опорів з однаковими номіналами 50 кОм отримаємо опір, що дорівнює……**
1	$5 \cdot 10^5$ Ом
2	$5 \cdot 10^4$ Ом
3	10^5 Ом
4	25·кОм
5	10· кОм

75	**Питання 18. Робота електричного струму на ділянці кола, що не містить е.р.с., дорівнює……..**
1	$A = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$
2	$A = \frac{\varepsilon}{R + r}$
3	$A = I^2 R = IU$
4	$A = I \cdot R^2 \cdot t$

75	**Питання 19. Позасистемна одиниця 1 кВт-година це…**
1	одиниця вимірювання роботи електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 кДж
2	одиниця вимірювання потужності електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 МВт
3	одиниця вимірювання роботи електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 МДж
4	одиниця вимірювання потужності електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 МДж

100	**Питання 20. В провіднику з електричним опором 3 Ом тече електричний струм силою 2 А. За час 1 с в провіднику виділиться кількість теплоти**
1	6 Дж
2	18 Дж
3	12 Дж
4	1,5 Дж

75	**Питання 21. Потужність електричного струму на ділянці кола, що не містить е.р.с., дорівнює……..**
1	$N = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$
2	$N = \frac{\varepsilon}{R + r}$
3	$N = I^2 \cdot R = I \cdot U$

4	$N = I \cdot R^2 \cdot t$

100	**Питання 22. Який математичний вираз відповідає першому закону Кірхгофа ?**
1	$I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$
2	$I = \dfrac{dq}{dt}$
3	$\sum I_i = 0$
4	$\sum \varepsilon_i = \sum I_i R_i$

100	**Питання 23. Який математичний вираз відповідає другому закону Кірхгофа ?**
1	$\sum I_i = 0$
2	$\sum \varepsilon_i = \sum I_i R_i$
3	$I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$
4	$I = \dfrac{dq}{dt}$

Питання 24. Пилинка масою 10 мг перебуває в рівновазі в однорідному електричному полі напруженістю 980 В/м. Визначити величину заряду пилинки.				
1 - 10^{-6} Кл	2 - 10^{-8} Кл	3 - 10^{-4} Кл	4 - 10^{-5} Кл	5 - 10^{-7} Кл

Питання 25. Акумулятор дає струм 2 А при замиканні на опір 4 Ом та 1 А – при замиканні на 10 Ом. Визначити е.р.с. та внутрішній опір.				
1 - 10 В, 1 Ом	2 - 8 В, 3 Ом	3 - 12 В, 2 Ом	4 - 11 В, 1 Ом	5 - 9 В, 4 Ом

Питання 26. Який повинен бути діаметр залізного провідника довжиною 5 м, щоб при замиканні ним елемента з е. р. с. 1,5 В і внутрішнім опором 0,2 Ом одержати струм 0,6 А ? $\rho = 9{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ом·м				
1 - 0,55 мм	2 - 0,95 мм	3 - 1,5 мм	4 - 2,5 мм	5 - 2,55 мм

Питання 27. Лампа потужністю 500 Вт розрахована на напругу 110 В. Визначити опір лампи в робочому стані. Який додатковий опір необхідний для того, щоб ввімкнути цю лампу в мережу з напругою 127 В?				
1 - 2,2 Ом; 1,1 Ом	2 - 20,2 Ом; 8,9 Ом	3 - 24,2 Ом; 8,1 Ом	4 - 2 Ом; 8 Ом	5 - 20 Ом; 10 Ом

Питання 28. Гальванічний елемент з електрорушійною силою (е. р. с.) 1,5 В дає струм 0,1 А при замиканні його на опір 14 Ом. Визначити струм короткого замикання.				
1 - 0,5 А	2 - 1,0 А	3 - 1,5 А	4 - 2,0 А	5 - 2,5 А

Питання 29. Електрорушійна сила джерела струму (акумулятора) 12 В. Внутрішній опір менше зовнішнього в 5 разів. Визначити напругу на клемах джерела.				
1 - 5В	2 - 7,5В	3 - 10 В	4 - 12 В	5 - 15 В

Питання 30. Гальванічний елемент дає струм 0,3 А при замиканні на опір 6 Ом і струм 0,15 А при замиканні на опір 14 Ом. Визначити струм короткого замикання.				
1 - 0,3 А	2 - 0,6 А	3 - 1,2 А	4 - 1,5 А	5 - 1.0 А

МОДУЛЬ 4

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

75	**Питання 1. Які з перерахованих факторів створюють магнітне поле?**
1	нерухомі електричні заряди на металічній поверхні
2	рухомі електричні заряди, струми, змінні електричні поля
3	нерухомі електричні заряди, електричні поля
4	магнітне поле створюється при обертанні рамки зі струмом
5	створюється між обкладками плоского конденсатора

100	**Питання 2. Який вираз можна використати для визначення індукції магнітного поля?**
1	$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}$
2	$B = \frac{\Phi}{S\cos\alpha}$
3	$B = \mu\mu_0 In$
4	$B = \frac{F_A}{I \cdot \Delta l \cdot \sin\alpha}$
5	$B = \frac{2\pi m}{TQ}$

75	**Питання 3. Силовою характеристикою магнітного поля є …….**
1	вектор індукції магнітного поля , величина якого в системі СІ вимірюється в одиницях1 $Н{\cdot}А^{-1}{\cdot}м^{-1}$ =1 $кг{\cdot}с^{-2}{\cdot}А^{-1}$, що має позначення 1 Вб (1 Вебер)
2	вектор індукції магнітного поля , величина якого в системі СІ вимірюється в одиницях1 $Н{\cdot}А^{-1}{\cdot}м^{-1}$ =1 $кг{\cdot}с^{-2}{\cdot}А^{-1}$, що має позначення 1 Гн (1 Генрі)
3	вектор індукції магнітного поля , величина якого в системі СІ вимірюється в одиницях1 $Н{\cdot}А^{-1}{\cdot}м^{-1}$ =1 $кг{\cdot}с^{-2}{\cdot}А^{-1}$, що має позначення 1 Тл (1 Тесла)
4	вектор напруженості магнітного поля, величина якого в системі СІ вимірюється в одиницях1 $кг{\cdot}А^{-1}{\cdot}м$ =1 $м{\cdot}с^{-2}{\cdot}А^{-1}$, що має позначення 1 Тл (1 Тесла)

100	**Питання 4. Вектор магнітної індукції поля, створеного відрізком провідника dl, в якому тече електричний струм силою I, на відстані r визначається за формулою…**

1	$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{r}$
2	$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{r^2}$
3	$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{r^3}$
4	$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{r^3}$

75	**Питання 5. Що є ознакою того, що магнітне поле є вихровим?**
1	Те, що циркуляція вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля дорівнює нулю
2	Те, що для магнітних полів застосовується принцип суперпозиції
3	Те, що магнітне поле діє лише на рухомі електричні заряди
4	Те, що його силові лінії замкнені і магнітних зарядів не існує
5	Те, що індуктивність магнітного поля залежить від магнітних властивостей середовища

50	**Питання 6. Індукція магнітного поля в центрі кільцевого провідника зі струмом силою I визначається за формулою….**		
1	$B = \mu_0 \mu \frac{2I}{R^2}$	3	$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}$
2	$B = \mu_0 \mu \frac{I^2}{2R}$	4	$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2\pi R}$

100	**Питання 7. Енергія магнітного поля, створе-ного навколо провідника з індуктивністю L, в якому тече струм силою I, дорівнює**		
1	$W = \frac{LI}{2}$	3	$W = \frac{LI^2}{2}$
2	$W = \frac{L^2 I}{2}$	4	$W = \mu\mu_0 \frac{L\,I}{2}$

100	**Питання 8. Яке твердження, чи вираз свідчить про те, що силові лінії магнітного поля є замкнутими?**
1	Магнітні силові лінії замкнуті, бо виконується умова

	$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl\cos\alpha = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$
2	Магнітні силові лінії замкнуті, бо виконується умова $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_S BdS\cos\alpha = 0$
3	Магнітні силові лінії замкнуті, бо виконується умова $\oint_L \vec{B}d\vec{l} = 0$
4	Магнітні силові лінії замкнуті, бо виконується умова $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_L \vec{B}d\vec{l} = 0$
5	Магнітні силові лінії замкнуті, бо вони починаються та закінчуються на магнітних зарядах і виконується умова $\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl\cos\alpha = 0$

100	**Питання 9. Вираз для сили Лоренца має вид..**
1	$F = qVB\cos\alpha$
2	$\vec{F} = q[\vec{V} \times \vec{B}]$
3	$F = qVB$
4	$\vec{F} = m\vec{a}$
5	$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$

100	**Питання 10. Частинка пилу має електричний заряд** $2\cdot10^{-6}$ Кл **і рухається в магнітному полі з індукцією** 1 Тл **зі швидкістю** $2000\frac{\text{м}}{\text{с}}$ **паралельно до ліній магнітної індукції. Величина сили Лоренца, що діє на неї дорівнює…**		
1	0	3	8Н
2	$1{,}0\cdot10^{-9}$ Н	4	$4\cdot10^{-3}$ Н

100	**Питання 11. Вираз для сили Ампера має вид..**
1	$F = qVB\cos\alpha$
2	$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$
3	$F = IVB\sin\alpha$

4	$F = qVB\sin\alpha$
5	$\vec{F} = q[\vec{V} \times \vec{B}]$

Питання 12. По провіднику проходить струм 2 А. Визначити довжину провідника, який внесли в магнітне поле з магнітною індукцією 1,0 Тл перпендикулярно до силових ліній поля , якщо провідник виштовхується полем з силою 0,5 Н.				
1 - 1,5 м	2 - 1,25 м	3 - 0,25 м	4 - 0,5 м	5 - 0,2 м

100	**Питання 13. Закон електромагнітної індукції (закон Фарадея-Максвела) записується, або формулюється в виді..**
1	$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$
2	е. р. с. електромагнітної індукції, що виникає в замкнутому контурі, пропорційна швидкості зміни магнітної індукції через цей контур
3	$\varepsilon_i = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$
4	е. р. с. індукції пропорційна швидкості зміни магнітної індукції
5	е. р. с. індукції пропорційна зміні магнітної індукції

100	**Питання 14. За 5 мс у соленоїді, що містить 500 витків проводу, магнітний потік рівномірно зменшується з 7 до 3 мВб. Визначити е. р. с. індукції в соленоїді.**				
	1 - 40 В	2 - 400 В	3 - 20 В	4 - 40 В	5 - 4 В

100	**Питання 15 Записати закон Біо–Савара**
1	$dF_A = BIdl\sin\alpha$
2	$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}$
3	$B = \mu\mu_0 H$
4	$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$
5	$\varepsilon_c = -L\frac{dI}{dt}$

Питання 16. Рамка, що містить 25 витків, перебуває у магнітному полі. Визначити е. р. с. індукції, яка виникає у рамці при зміні магнітного потоку в ній від 0,098 Вб до 0,013 Вб за 0,16 с.

1 - 3 В	2 - 25 В	3 - 12 В	4 - 13 В	5 - 4 В

100	**Питання 17. Величина індукційного струму в замкнутому контурі визначається……**
1	швидкістю руху постійного магніту у котушці
2	швидкістю зміни потоку магнітної індукції через замкнутий контур
3	швидкістю зміни магнітного поля через замкнутий контур
4	величиною магнітного поля, створеного котушкою зі струмом
5	значенням зміни струму через котушку

75	**Питання 18. Який закон визначає електрорушійну силу електромагнітної індукції**
1	Закон Ома для електромагнітної індукції
2	Закон Фарадея - Максвела
3	Закон Джоуля–Ленца
4	Закон Кірхгофа для електромагнітної індукції
5	Закон Ампера

100	**Питання 19. Сила струму в один ампер (1 А) це**
1	сила такого постійного струму, який проходячи по двох нескінченно довгих, тонких паралельних провідниках в вакуумі, що розміщені на відстані в 1 метр один від одного, приводить до взаємодії з силою $2\pi\ 10^{-7}$ Ньютон
2	сила такого постійного струму, який проходячи по двох нескінченно довгих, тонких паралельних провідниках в вакуумі, що розміщені на відстані в 1 метр один від одного, приводить до взаємодії з силою 2 Н на 1 метр довжини провідника
3	сила такого постійного струму, при якому через поперечний переріз провідника за одну секунду проходить заряд в один кулон (1Кл)
4	сила такого постійного струму, який проходячи по двох нескінченно довгих, тонких паралельних провідниках в вакуумі, що розміщені на відстані в 1 метр один від одного, приводить до взаємодії з силою $2\ 10^{-7}$ Н на кожен метр довжини провідника
5	сила струму, який проходячи по двох нескінченно довгих, тонких паралельних провідниках в вакуумі, що розміщені на відстані в 1 метр один від одного, приводить до взаємодії з силою 10^{-7} Н

100	**Питання 20**. **Записати основний закон електромагнітної індукції – закон Фарадея - Максвела**
1	$$B = \sum_{i=1}^{m} Bi$$

2	$dB = \oint\limits_s BdS\cos\alpha = \oint\limits_s B_n dS = 0$
3	$\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$
4	$\varepsilon_i \sim \dfrac{d\Phi}{dt}$
5	$dA = I\,d\Phi$

100	**Питання 21. Записати формулу закону повного струму**
1	$\oint\limits_s \vec{B}d\vec{S} = \oint\limits_s BdS\cos\alpha = 0$
2	$\oint\limits_L \vec{B}\vec{dl} = \oint\limits_L Bdl\cos\alpha \neq 0$
3	$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \oint\limits_L Bdl\cos\alpha = \mu_0 \sum\limits_{i=1}^{n} I_i$
4	$I = I_m \sin\omega t$
5	$\sum\limits_{i=3}^{n} I_i = 0$

50	**Питання 22. Е. р. с. змінюється по закону $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$ з частотою 50 Гц, а амплітудне значення дорівнює 300 Вольт. Чому буде дорівнювати значення е. р. с. через 0,015 секунди?**
1	150 В
2	300 В
3	- 300 В
4	0 В
5	- 150 В

50	**Питання 23. Трансформатор - це електромагнітний перетворювач з двома або більше нерухомими обмотками, які ..**
1	перетворюють параметри змінного струму з первинної обмотки у вторинну обмотку: напругу та струм
2	перетворюють параметри постійного струму: напругу, струм, частоту, кількість фаз – у змінний струм у вторинній обмотці
3	перетворюють параметри змінного струму: напругу, струм, частоту, кількість фаз – у постійний струм у вторинній обмотці

4	перетворюють параметри змінного струму у постійну напругу між вихідними клемами

50	**Питання 21. Діюче значення напруги в колі змінного струму 220 В. Чому дорівнює амплітудне значення напруги в колі?**
1	300 В
2	380 В
3	310 В
4	200 В
5	280 В

50	**Питання 22. При гармонічних коливаннях у коливальному контурі за гармонічним законом не змінюється....**
1	заряд конденсатора
2	напруга на конденсаторі
3	сила струму у колі
4	амплітуда коливань напруги на конденсаторі

50	**Питання 23. При гармонічних коливаннях у коливальному контурі період коливань визначається формулою….**
1	$T = \sqrt{LC}$
2	$T = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$
3	$T = 4\pi\sqrt{LC}$
4	$T = 2\pi\sqrt{LC}$

50	**Питання 24. Циклічна частота гармонічних коливаннях у коливальному контурі визначається формулою….**
1	$\omega = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$
2	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
3	$\omega = 4\pi\sqrt{LC}$
4	$\nu = 2\pi\sqrt{LC}$
	$\omega = \sqrt{LC}$

100	**Питання 25. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, що розповсюджується вздовж позитивного напрямку осі ОХ:**
1	$E_x = E_0 \cos(\omega t - kx)$
2	$E_y = E_0 \cos(\omega x - kx)$
3	$E_x = E_0 \cos(\omega k - xt)$
4	$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx)$

100	**Питання 26. Довжина електромагнітної хвилі, що розповсюджується в середовищі зі швидкістю *V*, зв'язана з частотою коливань джерела хвилі співвідношенням…**
1	$\lambda = 2\pi \cdot \frac{V}{\nu}$
2	$\lambda = \frac{V}{\nu} \cdot T$
3	$\lambda = \frac{V}{\nu}$
4	$\lambda = \frac{V}{\nu} \cdot \frac{2\pi}{\omega}$
	$\lambda = \frac{V}{T} \cdot \nu$

75	**Питання 27. У середовищі розповсюджується хвиля. Різниця фаз коливань у точках, розташованих на промені на відстані, що дорівнює половині довжини хвилі, становить:**
1	π
2	2π
3	3π
4	$1{,}5\pi$

Питання 28. Якої довжини хвилі створює у вакуумі коливальний контур з ємністю 25 пФ та індуктивністю 1 мкГн ?				
1 - 9,2 м	2 - 94,2 м	3 - 0,9 м	4 - 9,42 м	5 - 942 м

50	**Питання 29. До основних властивостей електромагнітних хвиль відноситься те, що..**
1	електромагнітна хвиля буває поперечною та повздовжньою, а коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять зі зсувом по

	фазі рівним $\pi/2$
2	коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять в фазі
3	електромагнітна хвиля буває тільки поперечною, а коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять в фазі
4	коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять зі зсувом по фазі рівним $\pi/2$

75	**Питання 30. Різниця фаз коливань у точках, розташованих на промені на відстані, що дорівнює половині довжині хвилі, становить:**
1	π
2	2π
3	3π
4	$1{,}5\pi$

100	**Приклад 31. Назвіть порядок величини частоти електромагнітних хвиль видимого випромінювання (видимого світла)**
1	10^{12} Гц
2	10^{14} Гц
3	10^{16} Гц
4	10^{-14} Гц
5	10^{10} Гц

75	**Питання 32. Скільки хвиль з довжиною хвилі 500 нм поміститься на відрізку в 1 метр?**
1	$2\cdot10^{6}$ (2 мільйона довжин хвиль)
2	5000 (5 тисяч довжин хвиль)
3	$5\cdot10^{6}$ (5 мільйонів довжин хвиль)
4	2000 (2 тисячі довжин хвиль)

Питання 33. На якій відстані від радіолокатора перебуває літак, якщо відбитий від нього сигнал приймають через 10^{-4} с після того, як його послали?

1 - 600 м	2 - 600 км	3 - 60 км	4 - 15 км	5 - 300 км

100	**Питання 34. Електромагнітна хвиля з частотою $6\cdot10^{14}$ Гц у вакуумі має довжину хвилі**
1	$18\cdot10^{22}$ м
2	$18\cdot10^{-22}$ м
3	$5\cdot10^{-7}$ м

4	$6 \cdot 10^7$ м

75	**Питання 35. Скільки хвиль з довжиною хвилі 500 нм поміститься на 1 міліметрі?**
1	$2 \cdot 10^6$ (2 мільйона довжин хвиль)
2	5000 (5 тисяч довжин хвиль)
3	$5 \cdot 10^6$ (5 мільйонів довжин хвиль)
4	2000 (2 тисячі довжин хвиль)

МОДУЛЬ 5

100	**Питання 1. Електромагнітна хвиля з частотою $5 \cdot 10^{14}$ Гц у вакуумі має довжину хвилі**
1	$6 \cdot 10^{-8}$ м
2	$3 \cdot 10^{-8}$ м
3	$6 \cdot 10^{-7}$ м
4	$6 \cdot 10^{7}$ м

75	**Питання 2. Скільки хвиль зеленого світла з довжиною хвилі 500 нм поміститься на 1 метрі?**
1	$2 \cdot 10^6$ (2 мільйона довжин хвиль)
2	5000 (5 тисяч довжин хвиль)
3	$5 \cdot 10^6$ (5 мільйонів довжин хвиль)
4	2000 (2 тисячі довжин хвиль)

50	**Питання 3. Якщо предмет розміщений на відстані рівній подвійній фокусній відстані від збірної лінзи, то його зображення буде…..**
1	прямим, уявним і знаходитиметься на такій же відстані від збірної лінзи з її протилежної сторони
2	перевернутим, дійсним і знаходитиметься на такій же відстані від збірної лінзи з її протилежної сторони
3	матиме той же розмір; буде перевернутим, дійсним і знаходитиметься на такій же відстані від збірної лінзи з її протилежної сторони
4	матиме той же розмір; буде прямим, дійсним і знаходитиметься на такій же відстані від збірної лінзи з її протилежної сторони
5	прямим, уявним і знаходитиметься на вдвічі більшій відстані від збірної лінзи з тієї ж сторони, що і предмет

50	**Питання 4. Якщо предмет розміщений на відстані рівній *1,5F* від збірної лінзи, то його зображення буде…..**
1	прямим, уявним, зменшеним та знаходитиметься на такій же відстані від збірної лінзи з її протилежної сторони
2	перевернутим, дійсним, збільшеним та знаходитиметься на відстані *3F* від збірної лінзи з її протилежної сторони
3	матиме той же розмір; буде перевернутим, дійсним і знаходитиметься на такій же відстані ***1,5F*** від збірної лінзи з її протилежної сторони
4	буде прямим, дійсним, зменшеним і знаходитиметься на відстані *3F* від збірної

	лінзи з її протилежної сторони
5	прямим, уявним і знаходитиметься на вдвічі більшій відстані від збірної лінзи з тієї ж сторони, що і предмет

Питання 5. Предмет знаходиться на відстані *1,5 F* від збирної лінзи (*F* – фокусна відстань лінзи). На якій відстані від лінзи буде знаходитись зображення предмета?				
1 - *0,5 F*	2 - *1,5 F*	3 - *2 F*	4 - *3 F*	5 - *4 F*

Питання 6. Предмет знаходиться на відстані *2 F* від збирної лінзи (*F* – фокусна відстань лінзи). На якій відстані від лінзи буде знаходитись зображення предмета?				
1 - *0,5 F*	2 - *1,5 F*	3 - *2 F*	4 - *3 F*	5 - *4 F*

Питання 7. Предмет знаходиться на відстані *2,5 F* від збирної лінзи (*F* – фокусна відстань лінзи). На якій відстані від лінзи буде знаходитись зображення предмета?				
1 - *0,5 F*	2 - *1,5 F*	3 - *2 F*	4 - *5/3 F*	5 - *4/3 F*

Питання 8. Світло падає на поверхню скляної пластинки так, що кут між променем та поверхнею скла становить 20^0°. Чому дорівнюватиме кут відбивання?			
1 – 20^0	2 – 40^0	3 – 70^0	4 – 80^0

Питання 9. Як зміниться кут між падаючим і відбитим променями світла, якщо кут падіння зменшиться на 10^0°?			
1 - Зменшиться на 10^0	2 - Збільшиться на 10^0	3 - Збільшиться на 20^0	4 - Зменшиться на 20^0

50	**Питання 10. Абсолютний показник заломлення середовища:**
1	дорівнює швидкості світла у середовищі і завжди є величиною більшою або рівною одиниці
2	дорівнює квадрату діелектричної проникності середовища
3	дорівнює відношенню швидкості світла у середовищі до швидкості світла у вакуумі.
4	дорівнює відношенню швидкості світла у вакуумі до швидкості світла у середовищі і завжди є величиною більшою або рівною одиниці
5	дорівнює відношенню швидкості світла в даному середовищі до швидкості світла в вакуумі і завжди є величиною меншою або рівною одиниці

50	**Питання 11. До основних властивостей електромагнітних хвиль відноситься те, що..**
1	електромагнітна хвиля буває поперечною та повздовжньою, а коливання

	векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять зі зсувом по фазі рівним $\pi/2$
2	коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять в фазі
3	електромагнітна хвиля буває тільки поперечною, а коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять в фазі
4	коливання векторів напруженостей електричного та магнітного полів проходять зі зсувом по фазі рівним $\pi/2$

100	**Приклад 12. Назвіть порядок величини частоти електромагнітних хвиль видимого випромінювання (видимого світла)**
1	10^{12} Гц
2	10^{14} Гц
3	10^{16} Гц
4	10^{-14} Гц
5	10^{-10} Гц

75	**Питання 13. Когерентними називають хвилі, які:**
1	мають однакові частоти, однаковий напрям коливань і різницю фаз, що не залежить від часу
2	мають однакові частоти і однакові фази
3	мають однакові частоти і різницю ходу, що дорівнює цілому числу хвиль
4	мають однакові частоти, однаковий напрям коливань і різницю фаз рівну π
5	мають однакові частоти, однаковий напрям коливань і різницю фаз рівну $\pi/2$

100	**Питання 14. Скільки довжин хвиль з частотою коливань $6\cdot10^{14}$ Гц монохроматичного світла вкладається на відрізку довжиною 1 міліметр у склі з показником заломлення 1,5 ?**
1	$3\cdot10^6$
2	300
3	3000
4	$2\cdot10^6$
5	30

75	**Питання 15. Дати визначення відносного показника заломлення світла (одного середовища відносно другого)**
1	$$n_{21}=\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

2	$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$
3	$n_{21} = \frac{V_2}{V_1}$
4	$n = \sqrt{\mu\varepsilon}$
5	$n_{21} = tg\alpha$

75	**Питання 16. Скільки довжин хвиль з частотою коливань $6 \cdot 10^{14}$ Гц монохроматичного світла вкладається на відрізку довжиною 1 міліметр у вакуумі?**
1	$3 \cdot 10^6$
2	200
3	2000
4	$2 \cdot 10^6$
5	3000

75	**Питання 17. В чому заключається явище інтерференції?**
1	в перерозподілі енергії при накладанні когерентних світлових хвиль.
2	в накладенні когерентних світлових хвиль.
3	в накладені світлових хвиль.
4	в незалежності дії світлових пучків.
5	в прямолінійності поширення світлових променів.

100	**Питання 18 Суть явища інтерференції полягає у тому, що при накладанні когерентних хвиль:**
1	амплітуда коливань зростає квадратично
2	амплітуда коливань зростає в одних точках простору і зменшується в інших точках простору
3	інтенсивності окремих хвиль додаються векторно.
4	амплітуда коливань завжди є алгебраїчною сумою амплітуд хвиль

75	**Питання 19. Умова когерентності променів, що можуть дати інтерференційну картину, це..**
1	однакова поляризація цих променів
2	монохроматичність (рівність частот або довжин хвиль) та постійність різниці фаз променів, що інтерферують
3	рівність початкових фаз цих променів
4	постійність різниці фаз променів, що інтерферують

5	рівність амплітуд цих коливань

100	**Питання 20 . Яке з перерахованих нижче висловлювань виражає сутність явища інтерференції?**
1	Освітленість поверхні дорівнює сумі освітленостей, створених кожним окремим джерелом
2	Явище, що полягає в огинанні хвилею перешкод, які зустрічаються на її шляху
3	Явище, що виникає при накладенні хвильових процесів з однаковими періодами коливань і виражається у перерозподілі енергії хвиль у просторі
4	Явище проникнення хвилі в область геометричної тіні
5	Інтенсивність світла в точці спостереження залежить від різниці ходу хвиль

75	**Питання 21. Для виникнення інтерференцій-ного максимуму оптична різниця ходу Δ світлових хвиль має становити:**
1	$m\lambda$, де m – маса фотона, λ – довжина хвилі.
2	$m\lambda$, де m – ціле число, λ – довжина хвилі.
3	ml , де m – ціле число, l – довжина шляху хвилі.
4	$m\lambda$, де $m = 2k+1$, λ – довжина хвилі.

100	**итання 22. При який різниці фаз когерентних хвиль матиме місце інтерференційний максимум?**
1	$\Delta\varphi = 2m\pi$, $m = 0, 1, 2, 3$ ...
2	$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3$ ...
3	$\Delta\varphi = (2m + ½)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3$..
4	$\Delta\varphi = (2m + 1)\ \pi/2$, $m = 0, 1, 2, 3$

75	**Питання 23. Умова максимумів інтерференційної картини для різниці ходу променів записується у виді...**
1	$\Delta = m\lambda/2$, де $m=0,\pm1, \pm2\ldots$
2	$d\sin\theta = (2m+1)\lambda/2$
3	$\Delta = (m+1)\lambda$, де $m=0,\pm1,\pm2, \ldots$
4	$\Delta = (2m+1)\lambda$, де $m=0,\pm1, \pm2, \ldots$
5	$\Delta = m\lambda$, де $m=0,\pm1, \pm2, \ldots$

100	**итання 24. При який різниці фаз когерентних хвиль матиме місце інтерференційний мінімум?**
1	$\Delta\varphi = 2m\pi$, $m = 0, 1, 2, 3$ ...
2	$\Delta = (2m+1)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3$ ...
3	$\Delta\varphi = (2m+½)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3$..

4	$\Delta\varphi = (2m+1)\pi/2$, m = 0, 1, 2, 3…

75	**Питання 25. Умова мінімумів інтерференційної картини для різниці ходу променів записується у виді...**
1	$\Delta = m\lambda/2$, де $m=0,\pm1, \pm2$…
2	$\Delta = (2m+1)\lambda/2$
3	$\Delta = (m+1)\lambda$, де $m=0,\pm1,\pm2, ...$
4	$\Delta = (2m+1)\lambda$, де $m=0,\pm1, \pm2, ...$
5	$d\sin\theta\ \Delta = m\lambda$, де $m=0,\pm1, \pm2, ...$

75	**Питання 26. Записати умову дифракційних максимумів на дифракційній решітці (гратці)**
1	$d\sin\theta = m\lambda$
2	$d\sin\theta = (2m+1)\lambda/2$
3	$d = 1/N$
4	$d\sin\theta = \lambda$
5	$x = A\sin(\omega t + \varphi)$

75	**Питання 27. Яке з перерахованих тверджень виражає закон Брюстера?**
1	світло, випромінене окремим атомом є поляризованим
2	інтенсивність природного світла, що пройшло поляризатор, зменшується вдвічі
3	інтенсивність природного світла, що пройшло систему поляризатор – аналізатор, є пропорційною квадратові косинуса кута між їх площинами пропускання
4	світло, що відбите від границі розділу двох діелектриків, є повністю поляризованим, якщо тангенс кута падіння дорівнює відносному показникові заломлення цих середовищ
5	інтенсивність природного світла, що пройшло поляризатор, не залежить від кута повороту поляризатора

75	**Питання 28. Яке з перерахованих нижче положень виражає закон Малюса?**
1	світло, випромінене окремим атомом є поляризованим
2	інтенсивність природного світла, що пройшло поляризатор, зменшується вдвічі
3	інтенсивність природного світла, що пройшло систему поляризатор – аналізатор, є пропорційною квадратові косинуса кута між їх площинами пропускання
4	світло, що відбите від границі розділу двох діелектриків, є повністю поляризованим, якщо тангенс кута падіння дорівнює відносному показникові заломлення цих середовищ
5	інтенсивність природного світла, що пройшло поляризатор, не залежить від

	кута повороту поляризатора

75	**Питання 29. Кут, при якому відбитий промінь стає повністю поляризованим (лінійно поляризованим) можна визначити з виразу…..**
1	$I = I_0 \cos^2 \alpha$
2	$E = E_0 \cos \alpha$
3	$I = I_0 \, tg\alpha$
4	$n_{21} = tg\alpha$
5	$I = \frac{I_0}{2} cos^2 \alpha$

Питання 30. Дифракційна решітка (гратка) має 200 штрихів на 1 мм. Чому дорівнює стала решітки?				
1 - 10 мкм	2 - 1 мкм	3 - 0,5 мкм	4 - 5 мкм	5 - 10 мм

Питання 31. Під яким кутом буде спостерігатись максимум першого порядку в дифракційній решітці, що має 200 штрихів на 1 мм, для зеленого світла з довжиною хвилі 0,5 мкм?				
1 - $\varphi = \arcsin\frac{1}{10}$	2 - $\varphi = \arcsin\frac{1}{2}$	3 - $\frac{\pi}{4}$	4 - $\frac{\pi}{6}$	5 - $\varphi = \arcsin\frac{1}{5}$

Питання 32. Хвилі від двох когерентних джерел приходять до даної точки в однаковій фазі. Чому дорівнює амплітуда результуючого коливання в цій точці, якщо амплітуда коливань у кожній хвилі дорівнює *A*?			
1 - *A*	2 – *4A*	3 – *3A*	4 – *2A*

Питання 33. Хвилі від двох когерентних джерел приходять до даної точки в однаковій фазі. Чому дорівнює інтенсивність результуючої хвилі в цій точці, якщо інтенсивність кожної хвилі дорівнює *I* ?			
1 - *2I*	2 - *3I*	3 - *4I*	4 - *I*

Питання 34. При падінні світла під кутом Брюстера $\alpha_б$ кут між відбитим і заломленим променями буде рівний:				
1 - $2\alpha_б$	2 - $\pi - \alpha_б$	3 - $\frac{\pi}{4}$	4 - $\frac{\pi}{2}$	5 - $\alpha_б$

75	**Питання 35. Дисперсія світла це явище**
1	залежності абсолютного показника заломлення середовища від довжини хвилі світла, або її частоти

2	явище розкладення білого світла в спектр при проходженні дифракційної гратки (решітки)
3	залежності показника заломлення середовища від кута падіння променя на поверхню розділу двох середовищ
4	залежності показника заломлення середовища від співвідношення кутів падіння та заломлення променя на поверхню розділу двох середовищ
5	явище розкладення білого світла в спектр при проходженні призми

75	**Питання 36. При нормальній дисперсії…….**
1	абсолютний показник заломлення середовища монотонно зростає при збільшенні довжини хвилі світла
2	спостерігається явище розкладення білого світла в спектр при проходженні призми
3	залежність абсолютного показника заломлення середовища від довжини хвилі світла є прямолінійною
4	спостерігається явище розкладення білого світла в спектр при проходженні через дифракційну гратку
5	абсолютний показник заломлення середовища монотонно зменшується при збільшенні довжини хвилі світла

75	**Питання 37. Лінійчаті спектри спостерігаються для…..**
1	речовини в газоподібному атомарному або молекулярному стані
2	речовини в якій молекули слабо зв’язані між собою
3	речовини в газоподібному атомарному (але не в молекулярному) стані
4	речовини в рідкому або кристалічному стані, якщо молекули слабо зв’язані між собою

75	**Питання 38. Спектр випромінювання Сонця є…..**
1	лінійчатим
2	суцільним, неперервним
3	смугастим
4	спектром люмінесценції

75	**Питання 39. Явище подвійного променезаломлення полягає в тому, що пучок світла переходячи з вакууму у кристал:**
1	розділяється на два пучки, світло в яких поляризоване у взаємно перпендикулярних напрямах
2	двічі заломлюється на першій і другій поверхнях кристалу
3	розділяється на два пучки, світло в яких поляризоване в однакових напрямах
4	містить лише поздовжні електромагнітні хвилі.

МОДУЛЬ 6

100	**Питання 1. При зростанні абсолютної температури максимум кривої розподілу енергетичної світимості (випромінювальної здатності) чорного тіла...**
1	здвигається в сторону менших довжин хвиль, положення максимуму обернено пропорційне абсолютній температурі
2	здвигається в сторону більших довжин хвиль, положення максимуму пропорційне абсолютній температурі
3	здвигається в сторону менших частот, положення максимуму пропорційне абсолютній температурі
4	здвигається в сторону менших довжин хвиль, положення максимуму пропорційне абсолютній температурі
5	здвигається в сторону більших довжин хвиль, положення максимуму пропорційне абсолютній температурі

75	**Питання 2. Яке з висловлювань розкриває фізичний зміст поняття "світимість"?**
1	Кількість промінистої енергії, що відбивається за одиницю часу від одиниці площі поверхні тіла.
2	Світимість – це інтегральні випромінювальна здатність, пропорційна квадрату абсолютної температури
3	Світимість обернено пропорційна четвертій степені абсолютної температури.
4	Відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності є однаковою для всіх тіл і залежить лише від довжини і температури.
5	Кількість енергії, що випромінюється за одиницю часу з одиниці площі поверхні тіла.

75	**Питання 3. Квантова гіпотеза Планка дозволила пояснити…**
1	явища інтерференції та дифракції світла
2	явище поляризації світла та закон Малюса
3	явище поляризації світла та закон Брюстера
4	явище дисперсії світла та розкладення білого світла в спектр
5	експериментальні закони теплового випромінювання (закони Стефана-Больцмана та Віна) та явище фотоефекту

75	**Питання 4. Яке з наведених нижче стверджень може бути використано для визначення частоти світла, випущеного атомом?**
1	Енергія фотона пропорційна частоті світла
2	Довжина хвилі де Бройля визначається імпульсом частинки
3	Енергія фотона, випущеного атомом, дорівнює різниці енергій двох його

	стаціонарних станів
4	Енергія фотона витрачається на виконання роботи виходу і на надання фотоелектрону кінетичної енергії
5	Добуток частоти хвилі на її довжину дорівнює швидкості поширення хвилі.

100	**Питання 5. При зростанні термодинамічної температури абсолютно чорного тіла в 2 рази його інтегральна випромінювальна здатність**
1	не змінюється
2	зростає у 4 рази
3	зменшується у 8 разів
4	зростає у 16 разів
5	зростає у 2 рази

75	**Питання 6. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту, яке пов'язує частоту світла ν, роботу виходу A та кінетичну енергію фотоелектронів $W_к$:**
1	$h\nu = W_к = A$
2	$h\nu = A - W_к$
3	$h\nu = A + W_к$
4	$h\nu = W_к - A$

75	**Питання 7. Енергія фотона з частотою ν визначається за формулою**
1	$\varepsilon = m\lambda$
2	$\varepsilon = h\nu$
3	$\varepsilon = \frac{hc}{\nu}$
4	$\varepsilon = \frac{h\nu}{\lambda}$

75	**Питання 8. Чим визначається червона границя фотоефекту?**
1	Максимальною швидкістю фотоелектронів
2	Силою фотоструму насичення
3	Інтенсивністю світла
4	Роботою виходу електрона з речовини
5	Прискорюючою різницею потенціалів.

Питання 9. При освітленні катода вакуумного фотоелемента потоком монохроматичного світла відбувається виривання фотоелектронів. Як зміниться максимальна кінетична енергія фотоелектронів при збільшенні частоти світла в 2 рази?

1	Зменшиться в 2 рази
2	Зменшиться більш, ніж в 2 рази
3	Збільшиться в 2 рази
4	Збільшиться більш, ніж в 2 рази

100	**Питання 10. Написати формулу залежності опору напівпровідників від температури**
1	$R = R_0(1+\alpha t)$
2	$R = R_0 e^{\Delta E/(2kT)}$
3	$R = \alpha R_0 T$
4	$R = R_0 e^{-B}$
5	$R = R_0 e^{-\Delta E}$

75	**Питання 11. Згідно теорії Бора атом випромінює електромагнітні хвилі**
1	при перебуванні електрона на стаціонарній орбіті.
2	при переході електрона зі стаціонарної орбіти на ядро.
3	при переході електрона з стаціонарної орбіти на іншу орбіту ближчу до ядра.
4	при переході електрона з стаціонарної орбіти на орбіту більш віддалену від ядра.

75	**Питання 12. При переході електрона в атомі на орбіту, ближчу до ядра….**
1	випромінюється один фотон
2	поглинається один фотон
3	випромінюється один протон
4	поглинається один нейтрон

100	**Питання 13. В спектрі поглинання та випромінювання атома водню в діапазоні видимого світла спостерігаються**…
1	чотири лінії, що відповідають переходам з другого стаціонарного енергетичного рівня на більш високі рівні (поглинання), або з більш високих на другий енергетичний рівень (випромінювання).Це так звана серія Бальмера.
2	лінії, що відповідають переходам з одного стаціонарного енергетичного рівня на більш високі рівні, або з більш високих на цей енергетичний рівень
3	одна спектральна лінія, що відповідає енергії іонізації атома водню
4	Чотири лінії, що відповідають переходам з першого стаціонарного енергетичного рівня на більш високі рівні, або з більш високих на перший енергетичний рівень (серія Лаймана)

100	**Питання 14. В спектрі поглинання та випромінювання атома водню в діапазоні видимого світла спостерігаються чотири лінії, що називаються серією....**
1	серією Бальмера.
2	серією ліній атому водню, або серією Лаймана
3	серією Пашена
4	серією Пфундта

100	**Питання 15. Записати узагальнену серіальну формулу Бальмера**
1	$\nu = R(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}), (n = 4,5,6...)$
2	$\nu = R(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}), (n = 2,3,4...)$
3	$\nu = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}), (m = 1,2,3,45,6,..)$
4	$\nu = R(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}), (n = 6,7,8...)$
5	$\nu = R(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}), (n = 7,8,9...)$

75	**Питання 16. Що визначає головне квантове число *n* в борівській теорії атома?**
1	Номер стаціонарної орбіти електрона і його енергію
2	Число фотонів
3	Розмір великої напівосі еліптичної орбіти електрона
4	Концентрація електронів
5	Кількість вимірів

100	**Питання 17. Радіус орбіти електрона в атомі водню пов'язаний з радіусом першої боровської орбіти r_1 та головним квантовим числом n співвідношенням:**
1	$r_n = n^2 r_1$
2	$r_n = n r_1$
3	$r_n = r\sqrt{n}_1$

4	$r_n = \frac{r_1}{n^2}$

50	**Питання 18. Між масою та енергією, згідно з теорією Ейнштейна, існує співвідношення:**
1	ці величини зв'язані співвідношенням *E=Δm c*
2	ці величини пропорційні одне одному з коефіцієнтом пропорційності *c*
3	$E=m\,c^2$
4	$E=m\,c^3$
5	*E= m c*

100	**Питання 19. Довжина хвилі де-Бройля дорівнює…**
1	$\lambda = \frac{h}{p}$
2	характеризує хвильові властивості мікрочастинок і є величиною, пропорційною імпульсу частинки
3	$\lambda = mV$
4	$\lambda = \frac{c}{p}$

75	**Питання 20. Довжина хвилі де Бройля частинки масою** $6{,}6$ **грамів, яка рухається з швидкістю** $0{,}1\frac{м}{c}$**, становить:**
1	$1\cdot 10^{-30}\,м$
2	$1\cdot 10^{-33}\,м$
3	$1\cdot 10^{30}\,м$
4	$1\cdot 10^{33}\,м$

Питання 21. Два автомобілі рухаються назустріч один одному. Швидкість кожного автомобіля відносно Землі дорівнює *V*. Чому дорівнює швидкість квантів світла (фотонів) від фар першого автомобіля в системі відліку, пов'язаний з другим автомобілем? Швидкість світла в системі відліку, пов'язаній із Землею, дорівнює *c*.				
1 - *2V*	2 - *V+ c*	3 – *2V+ c*	4 - *c*	5 - *2c*

75	**Питання 22. Ядерні сили діють на відстанях порядку розміру ядра, тобто на відстанях ..**
1	10^{-6} м
2	10^{-12} м

3	10^{-10} м
4	10^{-15} м
5	10^{-8} м

100	**Питання 23**. **Які з названих ознак не характерні для ядерних сил?**
1	короткодія
2	центральний характер
3	насиченість
4	зарядова незалежність
5	залежність від орієнтації спінів протонів та нейтронів, з яких складається ядро

50	**Питання 24. Яке з висловлювань виражає найбільш істотну властивість *n – p* переходу?**
1	Здатність підсилювати струм
2	Залежність опору від напрямку струму
3	Здатність підсилювати напругу
4	Однополярна провідність
5	Мікроскопічні габарити

Питання 25. Скільки електронів міститься в електронній оболонці нейтрального атома, в атомному ядрі якого є 16 протонів і 15 нейтронів?				
1 - 15	2 - 16	3 - 31	4 - 32	5 - 30

Питання 26. Скільки нейтронів входить у склад ядра ізотопу урану $^{238}_{92}U$ **?**				
1 - 92	2- 246	3 - 238	4 - 148	5 - 146

75	**Питання 27. До складу ядра заліза** $^{56}_{26}Fe$ **входять:**
1	26 нейтронів, 56 протонів
2	26 протонів, 56 нейтронів
3	26 протонів, 30 нейтронів
4	26 протонів, 82 електрони

75	**Питання 28. Ядерні сили це..**
1	сили, що діють між протонами та електронами
2	сили гравітації, що втримують нуклони в ядрі
3	сили, що діють між протонами, нейтронами та електронами
4	сили, що діють між протонами та нейтронами в ядрі
5	сили електростатичної взаємодії, що втримують нуклони в ядрі

50	**Питання 29. В склад ядра входять..**
1	протони, нейтрони, електрони
2	протони та нейтрони, які мають назву-нуклони
3	протони, нейтрони, фотони
4	протони, нейтрони, нейтрино, мезони

100	**Питання 30. Енергія зв'язку ядра – це енергія яку:**
1	має атомне ядро
2	треба витратити, щоб змінити зарядове число ядра на одиницю
3	треба витратити, щоб розділити ядро на окремі нуклони
4	треба витратити, щоб відділити від ядра один нуклон

100	**Питання 31. Дефект маси ядра атома – це різниця між:**
1	сумою мас нуклонів, що входять до складу ядра, та масою ядра
2	масою атома та масою ядра
3	масою ядра та масою електронів, що входять до складу атома
4	масою атома сумою мас нуклонів, що входять до складу ядра

75	**Питання 32. Що з названих частинок не являється елементарною частинкою?**
1	протон
2	нейтрон
3	α - частинка
4	β - частинка
5	електрон

75	**Питання 33. Яке співвідношення між енергією зв'язку та дефектом маси ядра атома?**
1	зв'язані співвідношенням $E_{зв}=\Delta m\, c$
2	пропорційні одне одному з коефіцієнтом пропорційності c^3
3	не зв'язані між собою
4	енергія зв'язку дорівнює дефекту маси ядра
5	зв'язані співвідношенням $E_{зв}=\Delta m\, c^2$

50	**Питання 34. Ядерні сили – це :**
1	особливі сили, яки утримують протони і нейтрони в ядрі
2	сили гравітації, яки утримують протони і нейтрони в ядрі
3	електростатичні сили, яки утримують протони і нейтрони в ядрі
4	особливі сили, яки діють між ядром та електронами в атомі

75	**Питання 35. Радіоактивність – це** :
1	перетворення одних ядер в інші при взаємодії ядер між собою
2	перетворення одних ядер в інші при взаємодії з нейтронами
3	самодовільне перетворення одних ядер в інші, при якому відбувається викидання елементарних частинок
4	випромінювання ядрами гамма-квантів

100	**Питання 36**. **Які з названих ознак не характерні для ядерних сил?**
1	короткодія;
2	центральний характер;
3	насиченість;
4	зарядова незалежність;
5	залежність від орієнтації спінів протонів та нейтронів, з яких складається ядро.

100	**Питання 37. Записати закон радіоактивного розпаду**
1	$N = N_0 e^{-\lambda t}$
2	$N = N_0 / e^{-\lambda t}$
3	$N = N_0 e^{\lambda t}$
4	$N = kN_0$
5	$N = N_0 \cdot \lambda t$

50	**Питання 38. В склад ядра не входять….**
1	електрони
2	протони
3	нейтрони
4	протони та нейтрони, які мають назву-нуклони

Питання 39. Яка частинка чи ізотоп X **виділяється в ядерній реакції**

$_1^2H + _1^2H \rightarrow _1^3H + X$ **?**

1 - $_1^1p$	2 - $_0^1n$	3 - $_2^4He$	4 - Електрон

Питання 40. Яка частинка чи ізотоп X **виділяється в ядерній реакції**

$_3^7Li + _1^1p \rightarrow _4^7Be + X$ **?**

1 - $_2^4He$	2 - $_0^1n$	3 - Електрон	4 - $_1^1p$

Питання 41. Який порядковий номер у таблиці Менделєєва має елемент, що утворюється в результаті альфа - розпаду ядра елемента з порядковим номером *Z*.			
1 - *Z + 2*	2 - *Z – 4*	3 - *Z + 4*	4 - *Z – 2*

Питання 42. Яка частинка чи ізотоп *X* виділяється в ядерній реакції $^{10}_{5}B+^{1}_{0}n\rightarrow^{7}_{3}Li+X$			
1 - $^{1}_{0}n$	2 - Електрон	3 - $^{1}_{1}p$	4 - $^{4}_{2}He$

Питання 43. Під час опромінювання вуглецю $^{12}_{6}\mathrm{C}$ **протонами утворюється ізотоп вуглецю** $^{13}_{6}\mathrm{C}$**. Яка при цьому викидається частинка?**				
1 - Електрон	2 - $^{4}_{2}He$	3 - Позитрон	4 - $^{1}_{0}n$	5 - $^{1}_{1}p$

Питання 44. Яка частинка чи ізотоп *X* виділяється в ядерній реакції $^{9}_{4}Be+^{2}_{1}H\rightarrow^{10}_{5}B$ **+X ?**			
1 - $^{4}_{2}He$	2 - Електрон	3 - $^{1}_{1}p$	4 - $^{1}_{0}n$

Питання 45 . Атомний реактор потужністю *P*=50·10⁶ Вт (50 МВт) має ККД 25%. Яка маса урану-235 витрачається у реакторі за добу, якщо при одному акті поділу ядра цього ізотопу урану виділяється енергія 200 МеВ?			
1 - 21 кг	2 - 0,21 кг	3 - 2,1 кг	4 - 210 кг

100	**Питання 46. Внаслідок альфа-розпаду ядро** $^{238}_{92}U$ **перетворюється у ядро**
1	$^{234}_{90}Th$
2	$^{234}_{92}U$
3	$^{234}_{88}Ra$
4	$^{231}_{91}Pa$

50	**Питання 47. Ядерні сили діють на відстанях порядку……**
1	10^{-10} м
2	мікронів, тобто 10^{-6} м
3	нанометрів, тобто 10^{-9} м
4	10^{-15} м
5	10^{10} м