Міністерство освіти і науки України

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Механіко-технологічний факультет

НДІ техніки і технологій

Кафедра транспортних технологій та засобів у АПК

Представництво Польської академії наук в Києві

Польська академія наук відділення в Любліні

Академія інженерних наук України

Українська асоціація аграрних інженерів

# ЗБІРНИК ТЕЗ
# доповідей
# III Міжнародної
# науково-практичної конференції
# «Автомобільний транспорт та інфраструктура»

AutoTransport and Infrastructure

**23-25 квітня 2020 року**

**м. Київ**

УДК 517.9

# АНАЛІЗ ЛОГІСТИЧНОЇ МОДЕЛІ З МАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕННЯМИ ТА ЗОВНІШНІМ ІМПУЛЬСНИМ ВПЛИВОМ

**Нікітін Анатолій Володимирович,** д.ф.-м.н., доц.
*Київський національний університет імені Тараса Шевченко*
nikitin2505@nubip.edu.net

Логістична модель задається звичайним диференціальним рівнянням першого порядку

$$\frac{du(t)}{dt} = au(t) - bu^2(t),\ u(t_0) = u_0, \tag{1}$$

яке має розв'язок у явному вигляді

$$u(t) = \frac{a}{b-(b-a/u_0)e^{-at}}$$

При $t \to \infty$ рівняння виходить на стаціонарне значення $a/b$, $a > 0$.

З допомогою такої логістичної моделі можна дати відповідь, наприклад, на таке запитання: через який проміжок часу з початку виробництва, обсяг випуску автотранспортних засобів збільшиться в $k$ разів в умовах конкурентного ринку.

Однак, як відомо, звичайні диференціальні рівняння – це лише перше наближення до реальності, оскільки навколишній світ не є детермінованим, а говорить з нами мовою теорії ймовірностей, і важко передбачити, які фактори вплинуть на розвиток ситуації в майбутньому. Тому більш адекватним інструментом дослідження є стохастичні рівняння. До аналізу пропонується логістична модель, яка враховує стохастично малі додатки у вигляді марковських переключень та імпульсного процесу у некласичній схемі апроксимації Леві:

$$du^\varepsilon(t) = C(u^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^2))dt + d\eta^\varepsilon(t), \qquad u^\varepsilon(t) \in \mathrm{R} \tag{2}$$

де $u^\varepsilon(t)$ – випадкова еволюція, $t \geq 0$;

$\varepsilon > 0$ – малий параметр серій;

$C(u,x) = a(x)u - b(x)u^2$ – функція регресії;

$x(t)$ – рівномірно ергодичний марковський процес у стандартному фазовому просторі $(X, \mathbf{X})$, який визначений генератором [2]

$$\mathbf{Q}\varphi(x) = q(x)\int_X P(x,dy)[\varphi(y) - \varphi(x)], \tag{3}$$

на банаховому просторі $B(X)$ дійснозначних обмежених функцій $\varphi(x)$ з супремум-нормою $\|\varphi\| = \sup_{x\in X}|\varphi(x)|$ [3].

Імпульсний процес збурень $\eta^\varepsilon(t)$, $t \geq 0$, у схемі апроксимації Леві визначається співвідношенням

$$\eta^{\varepsilon}(\mathrm{t}) = \int_{0}^{t} \eta^{\varepsilon}(ds, x(s/\varepsilon^2)), \qquad (4)$$

де сукупність процесів з незалежними приростами $\eta^{\varepsilon}(t,x), t \geq 0, x \in X$, визначається генераторами

$$\mathbf{\Gamma}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-2}\int_{R}(\varphi(\omega+v)-\varphi(\omega))\Gamma^{\varepsilon}(dv,x), x \in X \qquad (5)$$

та задовольняють відповідним умовам апроксимації Леві.

Складність такої еволюційної системи полягає насамперед в тому, що система перебуває в умовах зовнішнього випадкового впливу, який моделюється за допомогою перемикаючого процесу *x*.

Основна умова, що накладається на перемикаючий процес – це рівномірна його ергодичність, тобто, існування стаціонарного розподілу π. Процеси з незалежними приростами $\eta^{\varepsilon}(t)$ між моментами відновлення перемикаючого процесу мають певні характеристики, а у моменти відновлення ці характеристики змінюються. Тому відбувається певна так звана «склейка» траєкторій процесів з незалежними приростами. За певних умов [1-4] можна побудувати явно граничний генератор для визначення еволюції складної стохастичної системи (2), що є процесом Леві, який враховує окрім детермінованої частини (1), малі стрибки з великими ймовірностями і рідкісні великі стрибки. В термінах нашої задачі це означає, що модель враховує як повсякденні часті малі неперервні збурення, наприклад, подорожчання енергоносіїв, курс валют і т.і., так і рідкісні катастрофічні стрибкоподібні збурення (наприклад, епідемія Covid-19).

**Література**

1. Korolyuk V.S. Stochastic Models of Systems / V.S. Korolyuk, V.V.Korolyuk // Kluwer, Dordrecht. – 1999. – 185 с.

2. Koroliuk V.S. Stochastic Systems in Merging Phase Space / V.S. Koroliuk, N. Limnios // World Scientific, Singapore, 2005. – 330 с.

3. Koroliuk V.S. Lévy and Poisson approximations of switched stochastic systems by a semimartingale approach / V.S. Koroliuk, N.Limnios, I.V. Samoilenko // Comptes Rendus Mathématique, 354, 2016, 723-728.

4. Nikitin A.V. Asymptotics of normalized control with Markov switchings / A.V. Nikitin, U.T. Khimka // Ukrainian Mathematical Journal, 2017, Vol.68, №8, P. 1252 – 1262.