



УДК 631.362:004.94:519.63

**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ СИМУЛЯЦІЇ МЕХАНІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ КОРМОВИРОБНИЦТВА МЕТОДОМ ДИСКРЕТНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

**Алієв Е. Б.**, д.т.н., старший дослідник, [aliiev@meta.ua](mailto:aliiev@meta.ua)  
*Дніпровський державний аграрно-економічний університет*

Сучасне кормовиробництво характеризується високим рівнем механізації та автоматизації, що зумовлює необхідність глибокого вивчення механіко-технологічних процесів переробки та підготовки кормів. Від ефективності цих процесів залежить якість готової продукції, енергоємність технологій та довговічність обладнання. Традиційні методи експериментальних досліджень дозволяють отримати важливу інформацію про роботу машин і знарядь, однак вони потребують значних матеріальних і часових витрат та не завжди дають можливість відстежити детальну картину руху частинок у робочих органах [1–2].

У цьому контексті дедалі більшої актуальності набувають комп'ютерні методи моделювання, зокрема метод дискретних елементів (DEM). Його використання відкриває нові можливості для аналізу динаміки сипких матеріалів, що є характерними для процесів подрібнення, змішування, транспортування та дозування кормів. DEM дає змогу описувати поведінку окремих частинок з урахуванням їхньої форми, розмірів, сил взаємодії та умов контакту, що робить його ефективним інструментом для оптимізації конструкцій машин і вдосконалення технологічних схем [3–4].

Застосування методу дискретних елементів у дослідженнях кормовиробництва дозволяє прогнозувати вплив робочих параметрів обладнання на якість кінцевого продукту, визначати критичні режими роботи та мінімізувати енергетичні витрати. Це сприяє створенню більш надійних і ресурсозберігаючих технологій у тваринницькій галузі, що відповідає сучасним вимогам сталого розвитку та раціонального використання ресурсів.

Для реалізації сучасних принципів аграрного машинобудування, згідно підручника [5], програмний продукт CAE-системи Simcenter STAR-CCM+ дозволяє виконувати наукові дослідження на більш високому рівні, що скорочує час на проведення і підготовку до експериментальних досліджень розроблених технічних засобів за рахунок чисельного моделювання процесу на персональному комп'ютері.

Узагальнена методика проведення чисельного моделювання включає наступні етапи (рис. 1): концепція (конструктивно-технологічна схема) технічного засобу (робочого органу); визначення основних геометричних розмірів технічного засобу (робочого органу); створення 3D-моделі технічного засобу (робочого органу) в CAD-системі; визначення фізико-механічних властивостей середовища з яким взаємодіє технічний засіб (робочий орган); аналіз технологічного процесу; створення моделі в CAE-системі; визначення факторів чисельного моделювання; визначення критеріїв чисельного моделювання; планування чисельного експерименту; проведення моделювання; кореляційний, дисперсійний, регресійний аналізи результатів моделювання; статистичний аналіз адекватності отриманих результатів моделювання.

Процес взаємодії робочих органів сільськогосподарських машин із гранульованими матеріалами (насіння, компонентів комбікормів тощо) можна описати з використанням методу дискретних елементів (DEM). Згідно книги [5] створена Джонсоном-Кендаллом-Робертом, модель DEM є розширенням методології моделювання Лагранжа для включення щільних потоків частинок. Відмінною характеристикою DEM є те, що контактні сили між частинками включені в рівняння руху. Simcenter STAR-CCM+ використовує метод класичної механіки для моделювання DEM і базується на формулі пружино-демпферної контактної моделі Герца-Міндліна, де частинкам дозволяється розвивати перекриття. Розрахована контактна сила пропорційна перекриттю, а також фізико-механічним властивостям матеріалу частинок і геометричним розмірам.

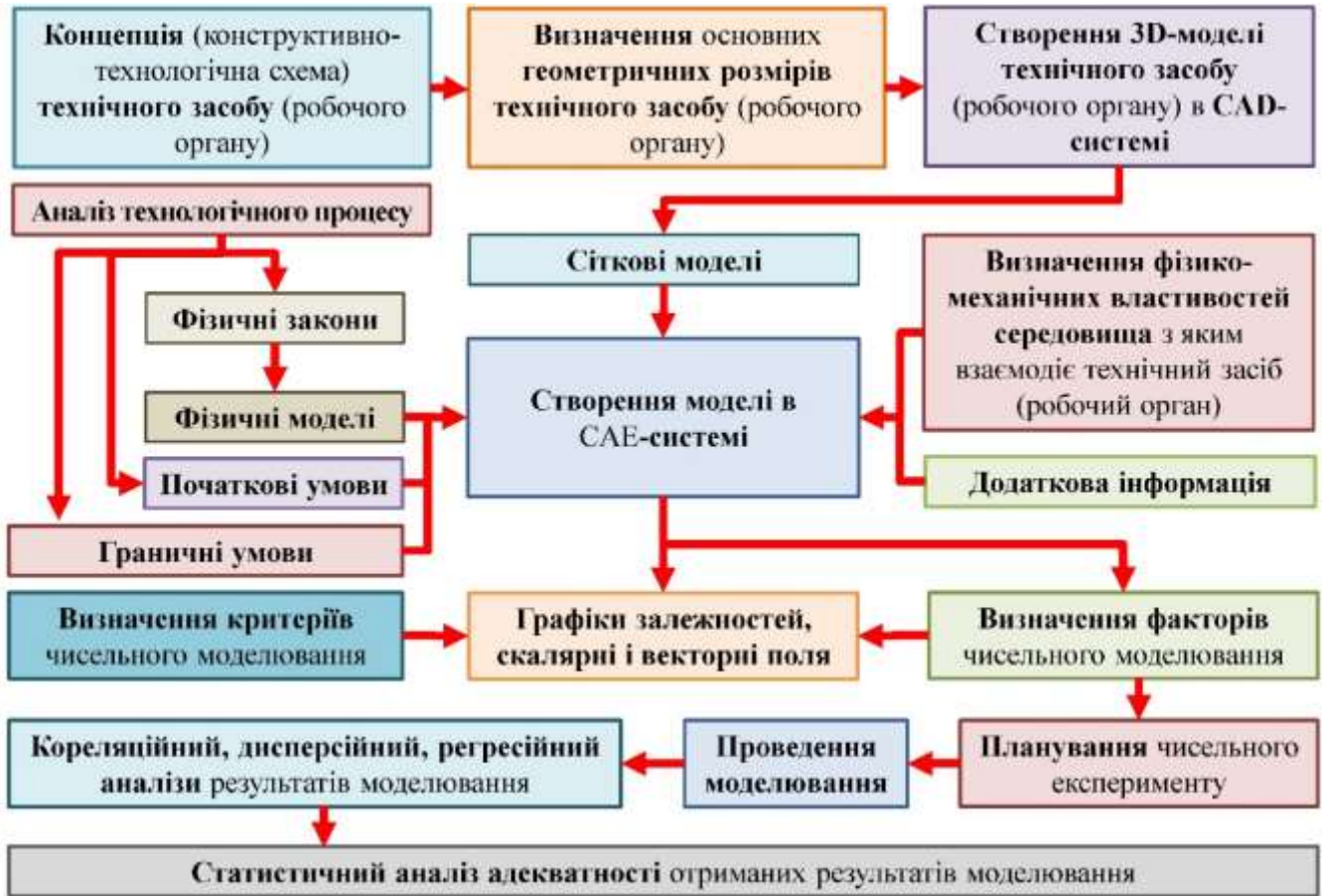


Рисунок 1 – Узагальнена методика проведення чисельного моделювання

Для визначення сили контактної взаємодії частинок між собою методом DEM складено відповідну розрахункову схему (рис. 2).

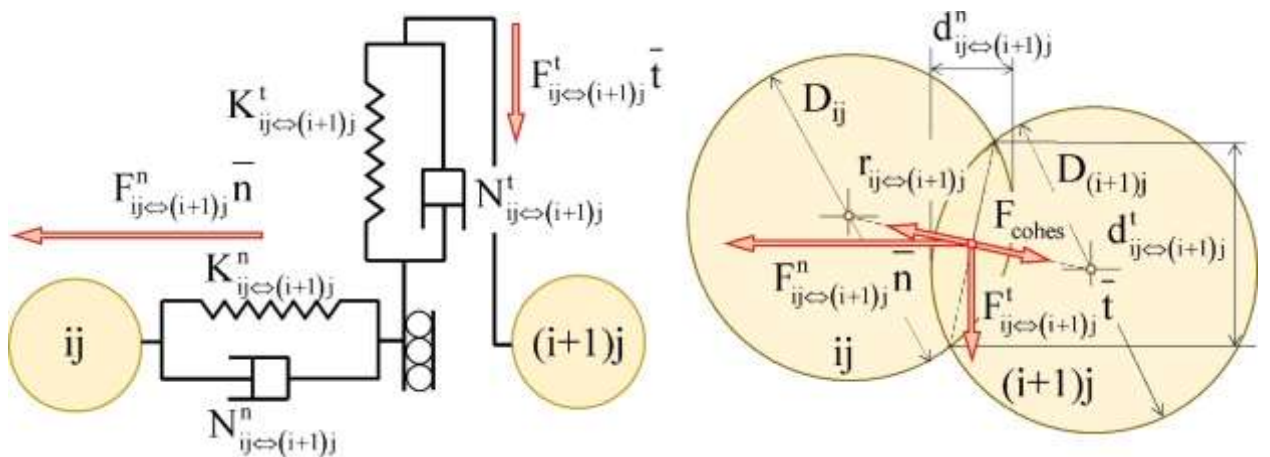


Рисунок 2 – Розрахункова схема сил контактної взаємодії компонентів корму між собою

Згідно з пружно-демпферною контактною моделлю Герца-Міндліна сумарна сила контактної взаємодії компонентів корму між собою визначається так:

$$\bar{F}_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^c = F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n \bar{n} + F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t \bar{t}, \quad (1)$$

де  $\bar{F}_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^c$  – сила взаємодії між частинками  $ij$  та  $(i+1)j$ , Н;  $F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n$  – нормальний складник сили між частинками  $ij$  та  $(i+1)j$ , Н;  $F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t$  – тангенціальний складник сили між частинками  $ij$  та  $(i+1)j$ , Н;  $\bar{n}$ ,  $\bar{t}$  – одиничні вектори нормального й тангенціального напрямів відповідно.

Нормальний складник сили визначається таким рівнянням:

$$F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n = -K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n - N_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n V_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n, \quad (2)$$

де  $K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n$  – нормальний коефіцієнт жорсткості пружної складової, кг/с<sup>2</sup>:

$$K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n = \frac{4}{3} E_{ij \leftrightarrow (i+1)j} \sqrt{d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n R_{ij \leftrightarrow (i+1)j}}; \quad (3)$$

$N_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n$  – нормальний коефіцієнт згасання демпферного складника, кг/с:

$$N_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n = \sqrt{(5K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n M_{ij \leftrightarrow (i+1)j})} N_{n \text{ damp}}. \quad (4)$$

Тангенціальний складник сили визначається, як

$$F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t = -K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t - N_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t V_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t, \quad (5)$$

якщо  $|K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t| < |K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n| C_{fs}$ , де  $C_{fs}$  – статистичний коефіцієнт тертя між частинками компонентів корму. В іншому випадку тангенціальний складник сили визначається таким рівнянням:

$$F_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t = \frac{|K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n| C_{fs} d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t}{|d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t|}, \quad (6)$$

де  $K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t$  – тангенціальний коефіцієнт жорсткості пружного складника, кг/с<sup>2</sup>:

$$K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t = 8G_{ij \leftrightarrow (i+1)j} \sqrt{d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t R_{ij \leftrightarrow (i+1)j}}; \quad (7)$$

$N_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t$  – тангенціальний коефіцієнт згасання демпферного складника, кг/с:

$$N_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t = \sqrt{(5K_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t M_{ij \leftrightarrow (i+1)j})} N_{t \text{ damp}}; \quad (8)$$

$N_{n \text{ damp}}$ ,  $N_{t \text{ damp}}$  – нормальний і тангенціальний коефіцієнти загасання відповідно

$$N_{n \text{ damp}} = -\ln(C_{n \text{ rest}}) / \sqrt{\pi^2 + \ln(C_{n \text{ rest}})^2}; \quad (9)$$

$$N_{t \text{ damp}} = -\ln(C_{t \text{ rest}}) / \sqrt{\pi^2 + \ln(C_{t \text{ rest}})^2}; \quad (10)$$

$R_{ij \leftrightarrow (i+1)j}$  – еквівалентний радіус двох частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , м:

$$R_{ij \leftrightarrow (i+1)j} = \frac{1}{2/D_{ij} + 2/D_{(i+1)j}}; \quad (11)$$

$M_{ij \leftrightarrow (i+1)j}$  – еквівалентна маса двох частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , кг:

$$M_{ij \leftrightarrow (i+1)j} = \frac{1}{1/M_{ij} + 1/M_{(i+1)j}}; \quad (12)$$

$E_{ij \leftrightarrow (i+1)j}$  – еквівалентний модуль Юнга двох частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , Па:

$$E_{ij \leftrightarrow (i+1)j} = \frac{1}{(1 - \nu_{ij}^2)/E_{ij} + (1 - \nu_{(i+1)j}^2)/E_{(i+1)j}}; \quad (13)$$

$G_{ij \leftrightarrow (i+1)j}$  – еквівалентний модуль зсуву двох частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , Па:

$$G_{ij \leftrightarrow (i+1)j} = \frac{1}{2(2 - \nu_{ij})(1 + \nu_{ij})/E_{ij} + 2(2 - \nu_{(i+1)j})(1 + \nu_{(i+1)j})/E_{(i+1)j}}; \quad (14)$$

$M_{ij}$ ,  $M_{(i+1)j}$  – маси частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , кг;  $d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n$ ,  $d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t$  – віртуальне перекриття частинок  $ij$  та  $(i+1)j$  в нормальному і тангенціальному напрямках, м;  $D_{ij}$ ,  $D_{(i+1)j}$  – ефективні діаметри частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , м;  $E_{ij}$ ,  $E_{(i+1)j}$  – модулі Юнга частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , Па;  $\nu_{ij}$ ,  $\nu_{(i+1)j}$  – коефіцієнти Пуассона частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ ;  $V_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t$ ,  $V_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n$  – тангенціальний й нормальний компоненти швидкості переміщення частинок в точці контакту, м/с;

При взаємодії частинки компонентів корму зі стінкою залежності (11)–(12) при умові  $D_{\text{wall}} = \infty$ ,  $M_{\text{wall}} = \infty$  перетворюються у наступну форму

$$R_{ij \leftrightarrow wall} = D_{ij}/2, M_{ij \leftrightarrow wall} = M_{ij}. \quad (15)$$

Через високий тиск між частинками виникає зчеплення, природа якого у явищі когезії. Моделювання когезії полегшує моделювання сил міжмолекулярного притягання (сил Ван-дер-Ваальса) між поверхнями частинок. Для деяких класів симуляцій, таких як сухі порошки, ці сили значно впливають на результат, і їх не можна ігнорувати. В подальшому будемо використовувати модель Джонсона-Кендалла-Робертса (JKR). Сила зчеплення між двома сферичними частинками виражається як (рис. 2):

$$F_{\text{cohes}} = \frac{3}{2} \pi r_{ij \leftrightarrow (i+1)j} \left( d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n, d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t \right) W_p, \quad (16)$$

де  $r_{ij \leftrightarrow (i+1)j} \left( d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^n, d_{ij \leftrightarrow (i+1)j}^t \right)$  – мінімальний радіус контактних поверхонь, який залежить від віртуального перекриття частинок  $ij$  та  $(i+1)j$ , м;  $W_p$  – робота когезії на одиницю площі, Н/м.

## БІБЛІОГРАФІЯ

1. Aliev, E. B., Bandura, V. M., Pryshliak, V. M., Yaropud, V. M., Trukhanska, O. O. (2018). Modeling of mechanical and technological processes of the agricultural industry. INMATEH – Agricultural Engineering, 54 (1): 95–104.
2. Алієв, Е. Б., Миколенко, С. Ю., Сова, Н. А. та ін. (2022). Техніко-технологічне забезпечення безвідходної переробки зернової сировини у харчові продукти і корми: колективна монографія / за заг. ред. Е. Б. Алієва. Дніпро: ЛІРА. 192 с. ISBN 978-966-981-687-0.
3. Iwasaki, T., Munetake, S., Takaomi, K. (2001). Analysis of collision energy of bead media in a high-speed elliptical rotor-type powder mixer using the discrete element method. Powder Technology. 121: 239–248.
4. Kostaski, L., D'Ambra, R. B., Iturrioz, I. (2012). Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method. Int. J. Fract. 174: 139–161.
5. Алієв Е. Б. (2023). Чисельне моделювання процесів агропромислового виробництва: підручник. Київ: Аграрна наука, 340 с. ISBN 978-966-540-584-9. DOI: 10.31073/978-966-540-584-9





ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ТА  
АВТОМАТИКИ  
АГРОПРОМИСЛОВОГО  
ВИРОБНИЦТВА НААН  
України



НАЦІОНАЛЬНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ  
БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ  
України



ІНСТИТУТ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ТА  
ПРИРОДНИЧИХ НАУК  
НАЦІОНАЛЬНОГО  
ДОСЛІДНИЦЬКОГО ІНСТИТУТУ  
(Польща)

**МАТЕРІАЛИ**  
**XIV-ї Науково-технічної конференції**  
**«Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві»**

**01-17 жовтня 2025 року**

Глеваха - Київ  
2025

УДК 631.171

Технічний прогрес у тваринництві та кормовиробництві: XIV Міжнародна науково-технічна конференція, смт Глеваха Київської області – м. Київ, Україна, 1-17 жовтня 2025 року: матеріали конференції. Глеваха-Київ. 2025. - 204 с.

В матеріалах конференції коротко викладені основні результати теоретичних та експериментальних досліджень з пріоритетних напрямків розвитку тваринництва та кормовиробництва. Наведені дані про ефективність результатів наукових досліджень та їх виробничої перевірки.

Матеріали розраховані на науковців та здобувачів наукового ступеня.

**Організаційний комітет конференції:** *Адамчук В.В.*, д.т.н., проф., академік НААН, директор Інституту механіки та автоматики агропромислового виробництва НААН України (голова оргкомітету); *Братишко В.В.*, д.т.н., проф., декан механіко-технологічного факультету Національного університету біоресурсів і природокористування України (співголова оргкомітету); *Штробель В.Р.*, доктор наук, директор Інституту технологічних та природничих наук Національного дослідницького інституту, Польща, (співголова оргкомітету); *Собчук Генрик*, професор, голова вченої ради Інституту технологічних та природничих наук Національного дослідницького інституту, Польща, (співголова оргкомітету); *Viacheslav Adamchuk*, д.т.н., професор і завідувач кафедри інженерії біоресурсів в Університеті McGill, Канада, (співголова оргкомітету); *Simone Pascuzzi*, д.т.н., професор кафедри агроекологічних та територіальних наук Університету Варі, Італія, (співголова оргкомітету); *Hristo Beloev*, д.т.н., професор Русенського університету, Болгарія, (співголова оргкомітету); *Maroš Korenko*, д.т.н., професор Словацького університету сільського господарства в Нітрі, Словачія, (співголова оргкомітету); *Jüri Olt*, д.т.н., професор агротехніки Естонського університету наук про життя, Естонія, (співголова оргкомітету); *Ребенко В.І.*, к.т.н., доц., доцент кафедри охорони праці та біотехнічних систем у тваринництві НУБіП України (секретар оргкомітету); *Кузьменко В.Ф.*, к.т.н., с.н.с., провідний науковий співробітник відділу механіки та автоматики біотехнічних систем у тваринництві ІМА АПВ НААН; *Хмельовський В.С.*, д.т.н., проф., завідувач кафедри охорони праці та біотехнічних систем у тваринництві НУБіП України; *Ткач В.В.*, к.т.н., с.н.с. завідувач відділу механіки та автоматики біотехнічних систем у тваринництві ІМА АПВ НААН; *Фененко А.І.*, д.т.н., проф., головний науковий співробітник ІМААПВ; *Голуб Г.А.*, д.т.н., проф., професор кафедри тракторів, автомобілів та біоенергосистем НУБіП України; *Собчук Генрик*, професор, голова вченої ради Інституту технологічних та природничих наук Національного дослідницького інституту, Польща; *Ревенко І.І.*, д.т.н., проф., професор кафедри охорони праці та біотехнічних систем у тваринництві НУБіП України; *Роговський І.Л.*, д.т.н., проф., завідувач кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту ім. М.П. Момотенка; *Заболотько О.О.*, к.т.н., доц., доцент кафедри охорони праці та біотехнічних систем у тваринництві НУБіП України; *Сівак І.М.*, к.т.н., доц., доцент кафедри сільськогосподарських машин і системотехніки ім. П.М. Василенка НУБіП України; *Тітова Л.Л.*, к.т.н., доц., доцент кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту ім. М.П. Момотенка НУБіП України.

*Рекомендовано до видання:*

вченою радою ІМААПВ НААН України (протокол № 5 від «21» листопада 2025 р.);  
вченою радою механіко-технологічного факультету НУБіП України  
(протокол № 4 від «20» листопада 2025 року)

*Адреси для листування:*

08631, Київська обл., Васильківський р-н, смт. Глеваха, вул. Вокзальна, 11  
03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, к. 11

*E-mail:* ima.apv.naan@gmail.com, mtf11k@ukr.net, info@animal-conf.inf.ua

*Сайт конференції:* <http://animal-conf.inf.ua>

© ІМА АПВ НААН України, 2025

© НУБіП України, 2025