

УДК 621.873

**МОДИФІКАЦІЯ КОМПЛЕКСНОГО ОПТИМАЛЬНОГО ЗАКОНУ РУХУ СИСТЕМИ «ВІЗОК-ВАНТАЖ» БАШТОВОГО КРАНА**

**В. С. ЛОВЕЙКІН**, д.т.н., проф.  
**Ю. О. РОМАСЕВИЧ**, д.т.н., проф.;;  
**О. СТЕХНО**, PhD,

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

E

Для проведення дослідження використаємо двомасову динамічну модель системи «візок-вантаж», яка представлена на рис. 1 [1].

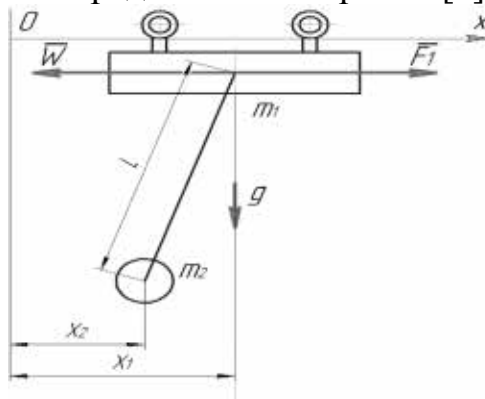


Рисунок 1. Динамічна модель системи «візок-вантаж»

Рух системи (рис. 1) в часі описується диференційними рівняннями [1]:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + m_2 \cdot \ddot{x}_2 = F - W \cdot \text{sign}(\dot{x}_1); \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{L} \cdot (x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_1$  – зведена маса вантажного візка з приводним механізмом;  $m_2$  – зведена маса вантажу;  $x_1$  та  $x_2$  – узагальнені координати центрів мас візка та вантажу відповідно;  $g$  – пришвидшення вільного падіння;  $L$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;  $F$  – рушійна сила приводу;  $W$  – сила статичного опору, яка протидіє руху вантажного візка [1].

У якості критерію оптимізації обрано інтегральний функціонал, який відображає середньоквадратичне значення швидкості зміни рушійного зусилля:

$$F_{C.K} = \left[ t_1 \int_0^{t_1} \dot{F}_1^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

де  $t_1$  – тривалість процесу пуску;  $\dot{F}_1$  – швидкість зміни рушійного зусилля приводного механізму.

Умовою мінімуму функціоналу (2) є рівняння Ейлера-Пуассона, яке для наведеної системи має наступний вигляд [1]:

$$x_2(t) + 2 \cdot k^2 \cdot x_2(t) + k^4 \cdot x_2(t) = 0, \quad (3)$$

де  $k = \sqrt{(1 + m_2/m_1) \cdot g/L}$  - частота власних маятникових коливань вантажу відносно точки його підвісу. Розв'язок рівняння (3) виконано за крайових умов [1]:

$$\begin{cases} t = 0: x_2 = 0, \dot{x}_2 = 0, \ddot{x}_2 = 0, \overset{V}{x_2}(0) + 2 \cdot k^2 \cdot \overset{V}{\ddot{x}_2}(0) = 0; \\ t = t_1: \dot{x}_2 = v_y, \ddot{x}_2 = 0, \overset{IX}{x_2}(t_1) + 2 \cdot k^2 \cdot \overset{VIII}{\ddot{x}_2}(t_1) + k^4 \cdot \overset{V}{x_2}(t_1) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Проаналізуємо отримані результати розв'язку рівняння (3) при умовах (4). Для цього знайдено, який описує динамічну складову рушійного зусилля на початку та у кінці керованого режиму руху системи [1]:

$$F_1(0) = F_1(t_1) = \left( 6 \cdot k^3 \cdot L \cdot m_1 \cdot v_y \cdot (k \cdot t_1 \cdot (2 + \cos(k \cdot t_1)) - 3 \cdot \sin(k \cdot t_1)) \right) \times \left( g \cdot (12 \cdot (-2 + k^2 \cdot t_1^2) + 6 \cdot (4 + k^2 \cdot t_1^2) \cdot \cos(k \cdot t_1) + k \cdot t_1 \cdot (-6 + k^2 \cdot t_1^2) \cdot \sin(k \cdot t_1)) \right)^{-1}. \quad (5)$$

Аналіз отриманої аналітичної залежності (5) показує, що в моменти часу, коли  $t = 0$  та  $t = t_1$  функція  $F_1$  терпить розриви першого роду, які призводять до виникнення небажаних динамічних навантажень коливального характеру на початку та в кінці пуску досліджуваної системи. Для зменшення таких динамічних навантажень у крайових умовах руху (4) зроблено наступні заміни:

$$\begin{cases} t = 0: x_2 = 0, \dot{x}_2 = 0, \ddot{x}_2 = 0, \overset{IV}{\ddot{x}_2} = 0, \overset{IV}{x_2} = 0; \\ t = t_1: \dot{x}_2 = v_y, \ddot{x}_2 = 0, \overset{IV}{\ddot{x}_2} = 0, \overset{IV}{x_2} = 0. \\ \overset{IX}{x_2}(t_1) + 2 \cdot k^2 \cdot \overset{VIII}{\ddot{x}_2}(t_1) + k^4 \cdot \overset{V}{x_2}(t_1) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Назвемо оптимальний закон руху системи, що знайдений із використанням умов (4), оптимальним законом №1, а інший закон руху системи, що отримано із використанням умов (6), – оптимальним законом №2. Для цих законів руху побудовано графіки функцій рушійного зусилля [1]:

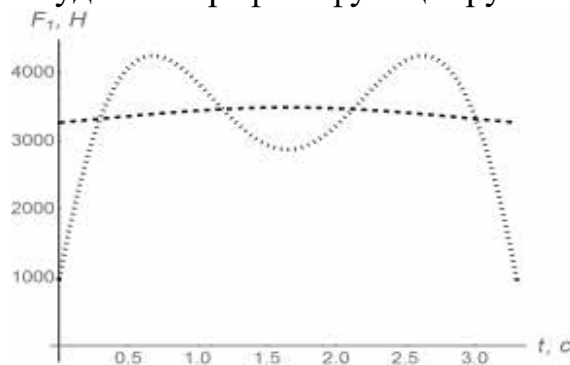


Рисунок 2. Графіки функцій рушійного зусилля для оптимальних законів руху №1 (пунктирна крива) та №2 (штрихова крива)

Аналіз графічних залежностей, які наведені на рис. 2, дає змогу зробити наступні висновки: рушійне зусилля, що відповідає оптимальному закону руху №2, характеризується значно меншими початковим та кінцевим значеннями, що забезпечує більш плавний розгін механізму до усталеної швидкості ніж при оптимальному законі №1. Однак максимальне значення рушійного зусилля, що відповідає оптимальному закону №2, є більшим порівняно з таким же

значенням для закону №1. Оскільки знайдені оптимальні закони руху мають протилежні властивості, то запропоновано виконати синтез оптимального закону руху системи, який би враховував їхні бажані властивості і був би позбавлений небажаних властивостей [1].

Для врахування бажаних властивостей отриманих оптимальних законів руху системи запропоновано комплексний оптимальний закон руху, який представлено в наступному вигляді [1]:

$$x_2^{КОМПЛ.} = \sigma \cdot x_2^{№1} + (1 - \sigma) \cdot x_2^{№2}, \quad (7)$$

де  $x_2^{№1}$  і  $x_2^{№2}$  - функції положення вантажу, які відповідають оптимальним законам №1 і №2 відповідно;  $\sigma$  - вагова функція, що визначає вагу оптимального закону №1, її отримано в результаті розв'язку триточкової крайової задачі [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overset{VII}{\sigma}(t) = 0; \\ \sigma(0) = 0; \\ \sigma\left(\frac{t_1}{2}\right) = 1, \dot{\sigma}\left(\frac{t_1}{2}\right) = \ddot{\sigma}\left(\frac{t_1}{2}\right) = \overset{IV}{\sigma}\left(\frac{t_1}{2}\right) = 0; \\ \sigma(t_1) = 0. \end{array} \right. \quad (8)$$

Розв'язок крайової задачі (8) буде мати наперед задані бажані властивості. У моменти часу  $t = 0$  і  $t = t_1$  комплексний оптимальний закон руху буде відповідним закону №2. Це означає, що рушійне зусилля не буде мати розривів першого роду на початку і в кінці руху система буде мати плавний режим розгону. Рівність одиниці  $\sigma$  в момент часу  $t = t_1/2$  означає, що комплексний закон руху буде відповідним оптимальному закону №1. Вищі похідні  $\sigma$  в момент часу  $t = t_1/2$  забезпечують формування «пологої» функції розв'язку крайової задачі (8). Таким чином, досягається «поширення» бажаних характеристик закону №1 на проміжок часу, що передує моменту  $t = t_1/2$  та на той же проміжок, що йде за ним.

Поглиблений аналіз параметрів досліджуваної системи дозволив встановити, що при певній тривалості розгону до усталеної швидкості, ( $t_1 = 3.3$  с), величина максимального рушійного зусилля оптимального закону №1 є більшою за аналогічний показник оптимального закону №2, тобто  $F_{№1}^{MAX} > F_{№2}^{MAX}$ .

Для того, щоб комплексний оптимальний закон руху у процесі пуску системи використовував мінімальне значення рушійного зусилля, то його вагова функція  $\sigma$ , повинна описуватись за наступним виразом:

$$\sigma = \begin{cases} -\frac{4 \cdot (16 \cdot t^6 - 48 \cdot t^5 \cdot t_1 + 60 \cdot t^4 \cdot t_1^2 - 40 \cdot t^3 \cdot t_1^3 + 15 \cdot t^2 \cdot t_1^4 - 3 \cdot t \cdot t_1^5)}{t_1^6}, & \text{якщо } F_{№1}^{MAX} < F_{№2}^{MAX}; \\ 0, & \text{якщо } F_{№1}^{MAX} > F_{№2}^{MAX}. \end{cases} \quad (9)$$

У разі, якщо  $F_{№1}^{MAX} > F_{№2}^{MAX}$ , то пуск системи «візок-вантаж» буде відбуватись виключно за оптимальним законом №2.

**Список використаних джерел**

1. В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич, О.В. Стехно, Д.І. Муштин. 2023. Наукове обґрунтування і розробка методів динамічного моделювання та режимно-параметричної оптимізації сучасних вантажопідійомних машин. Монографія. ЦП „КОМПРІНТ”. Київ. 458 с.

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ТА АВТОМАТИКИ АПВ НААН  
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**



***ЗБІРНИК  
ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ***

***XII Міжнародної науково-технічної конференції з нагоди  
118-ї річниці від дня народження  
доктора технічних наук, професора,  
віцепрезидента УАСГН  
КРАМАРОВА  
Володимира Савовича  
(1906-1987)***

**«КРАМАРОВСЬКІ ЧИТАННЯ»**

***20-21 лютого 2025 року  
м. Київ***

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE  
NATIONAL UNIVERSITY OF LIFE AND ENVIRONMENTAL  
SCIENCES OF UKRAINE  
INSTITUTE OF MECHANICS AND AUTOMATICS OF  
AGROINDUSTRIAL PRODUCTION OF THE NATIONAL  
ACADEMY OF AGRARIAN SCIENCES OF UKRAINE STATE  
BIOTECHNOLOGICAL UNIVERSITY



## ***PROCEEDINGS***

*XII International Scientific and Technical Conference dedicated  
to the 118th anniversary of the birth of  
Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Vice President of the UAAS  
KRAMAROV  
Volodymyr Savovych  
(1906-1987)*

**«KRAMAROV'S READINGS»**

*February 20-21, 2025  
Kyiv*

УДК 631.17+62-52-631.3

Збірник тез доповідей XII Міжнародної науково-технічної конференції «Крамаровські читання» з нагоди 118-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, віцепрезидента УАСГН Крамарова Володимира Савовича (1906-1987) 20-21 лют. 2025 р., м. Київ / МОН України, Національний університет біоресурсів і природокористування України. К.: Видавничий центр НУБіП України, 2025. 662 с.

Proceedings of the XII International Scientific and Technical Conference dedicated to the 118th anniversary of the birth of Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice President of the UAAS Kramarov Volodymyr Savovych (1906–1987), February 20–21, 2025, Kyiv / MES of Ukraine, National University of Life And Environmental Sciences of Ukraine. Kyiv: Publishing center of NULES of Ukraine, 2025. 662 p.

В збірнику представлені тези доповідей науково-педагогічних працівників, наукових співробітників, аспірантів та студентів НУБіП України, провідних вітчизняних і закордонних вищих навчальних закладів та наукових установ, в яких розглядаються завершені етапи розробок.

The Proceedings presents abstracts of reports of scientific and pedagogical workers, research staff, graduate students and students of the NULES of Ukraine, leading domestic and foreign higher educational institutions and scientific institutions, in which completed stages of development are considered.