

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ТА АВТОМАТИКИ АПВ НААН  
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**



***ЗБІРНИК  
ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ***

***X Міжнародної науково-технічної конференції з нагоди  
116-ї річниці від дня народження  
доктора технічних наук, професора,  
члена-кореспондента ВАСГНІЛ,  
віцепрезидента УАСГН  
КРАМАРОВА  
Володимира Савовича  
(1906-1987)***

**«КРАМАРОВСЬКІ ЧИТАННЯ»**

***23-24 лютого 2023 року  
м. Київ***

кріохімічний, осадження з розчинів, відновлення воднем, золь-гель метод) жоден не характеризується високою продуктивністю, технологічністю, дешевизною обладнання та кінцевої продукції. Тому нами розглянуто метод об'ємного електроіскрового диспергування зарекомендував себе, як один з найефективніших і технологічних при виробництві мікророзмірних порошків жароміцних, тугоплавких, надтвердих, магнітом'яких сплавів.

УДК 514.18

## ДО УТВОРЕННЯ ТОРСІВ, ЯК ОБВІДНИХ ПОВЕРХОНЬ ГРАНЕЙ ТРИГРАННИКА ДАРБУ ПРИ ЙОГО РУСІ ПО КРИВІЙ НА ПОВЕРХНІ

**А. В. НЕСВІДОМІН**, к.т.н., доцент,

**С. Ф. ПИЛИПАКА**, д.т.н., проф.,

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

*E-mail: a.nesvidomin@gmail.com*

При русі тригранника Дарбу по поверхні одна його грань є дотичною до неї. Вона утворюється двома взаємно перпендикулярними ортами. Один із них спрямований по дотичній до траєкторії руху тригранника, а другий – перпендикулярний до нього. Третій орт перпендикулярний до перших двох, тобто він є нормаллю до поверхні. При русі тригранника вздовж кривої на поверхні утворюється три однопараметричні множини площин за числом граней. Кожна множина огинає розгортну поверхню, тобто торс.

Якщо напрямна крива на поверхні задана у функції довжини  $s$  власної дуги, то інформацію про будову торсів зручно отримати засобами внутрішньої геометрії поверхонь. Для всякої просторової кривої в поточній точці можна побудувати супровідний тригранник Френе із трьома взаємно перпендикулярними ортами  $\bar{\tau}$ ,  $\bar{n}$ ,  $\bar{b}$ . Орти  $\bar{\tau}$  і  $\bar{n}$  утворюють стичну площину, яка в околі точки  $A$  найбільш щільно прилягає до кривої. Якщо крива розташована на поверхні і в точці  $A$  побудувати ще і тригранник Дарбу, то їхні орти  $\bar{\tau}$  і  $\bar{T}$  збігатимуться, а між іншими ортами існуватиме кут  $\varepsilon$  (рис. 1). Його величину можна визначити через диференціальні характеристики кривої і поверхні. Похідні ортів тригранника Дарбу  $\bar{T}$ ,  $\bar{P}$ ,  $\bar{N}$  в проекціях на ці ж орти можна визначити за допомогою формул (1).

Коли ці два тригранники рухаються вздовж кривої на поверхні, то кожна із граней утворює однопараметричну множину своїх положень у просторі. Із диференціальної геометрії відомо, що обвідною поверхнею такої множини площин є розгортна поверхня, тобто торс. Для тригранника Френе ці торси відомі. Крім того, множини площин, що утворюють грані тригранників  $\bar{n}$  і  $\bar{b}$  та  $\bar{P}$  і  $\bar{N}$  є перпендикулярними до напрямної кривої, тобто це одна і та ж

множина площин. Вона утворює полярний торс, спільний для обох тригранників. Його характерною рисою є те, що він не проходить через напрямну криву. Пари двох інших граней ( $\bar{\tau}$ ,  $\bar{b}$  і  $\bar{T}$ ,  $\bar{N}$  та  $\bar{\tau}$ ,  $\bar{n}$  і  $\bar{T}$ ,  $\bar{P}$ ) утворюють дві пари торсів, які проходять через напрямну криву і які збігаються при  $\varepsilon=0$ , тобто, коли орти збігаються.

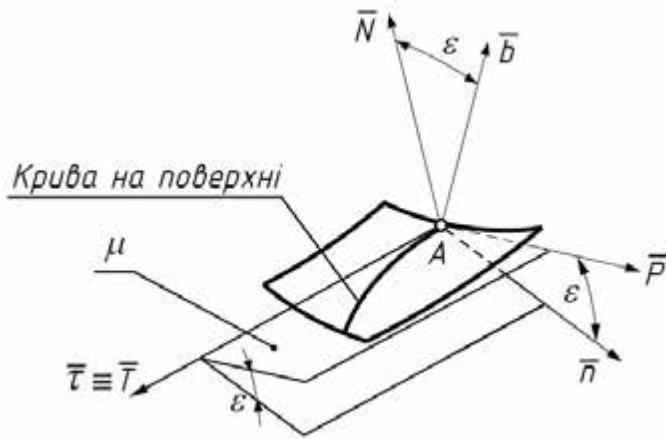


Рис. 1. Тригранники Дарбу і Френе

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{T}}{ds} &= \bar{P}k \cos \varepsilon - \bar{N}k \sin \varepsilon; \\ \frac{d\bar{P}}{ds} &= \bar{N} \left( \sigma + \frac{d\varepsilon}{ds} \right) - \bar{T}k \cos \varepsilon; \\ \frac{d\bar{N}}{ds} &= \bar{T}k \sin \varepsilon - \bar{P} \left( \sigma + \frac{d\varepsilon}{ds} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Торс є лінійчатою поверхнею, отже потрібно знати напрямний одиничний вектор  $\bar{L}$ , який задає напрям прямолінійної твірної торса в кожній точці напрямної кривої. Він визначається через векторний добуток нормального вектора площини, яка є елементом множини, і похідної цього вектора. Наприклад, нормальним вектором до дотичної площини  $\mu$  (рис. 1) є орт  $\bar{N}$ . Отже, при русі тригранника із точки  $A$  вздовж кривої на величину дуги  $ds$  з'явиться нова нескінченно близька дотична площина. Ці дві площини перетинаються по прямій лінії (твірній торса), напрям якої визначається із векторного добутку  $\bar{L} = \bar{N} \times d\bar{N}/ds$ . В системі тригранника Дарбу вектор  $\bar{N}$  має координати:  $\{0, 0, 1\}$ . Згідно формул (1) вектор  $d\bar{N}/ds$  в цій же системі має координати:  $\{k \sin \varepsilon, -(\sigma + d\varepsilon/ds), 0\}$ . Виконуємо векторне множення в рухомій системі тригранника Дарбу:

$$\bar{L} = \begin{vmatrix} \bar{T} & \bar{P} & \bar{N} \\ 0 & 0 & 1 \\ k \sin \varepsilon & -(\sigma + d\varepsilon/ds) & 0 \end{vmatrix} = \bar{T} \left( \sigma + \frac{d\varepsilon}{ds} \right) + \bar{P}k \sin \varepsilon. \quad (2)$$

Аналогічно знаходимо напрямний вектор торса, якого огинає однопараметрична множина площин – граней, утворених ортами  $\bar{T}$  і  $\bar{N}$  тригранника Дарбу. Нормальним вектором для площини із цієї множини є орт  $\bar{P}$  (рис. 1). В такому випадку напрямний вектор перетину нескінченно близьких площин цієї множини визначиться векторним множенням орта  $\bar{P}$  на  $d\bar{P}/ds$ :

$$\bar{M} = \begin{vmatrix} \bar{T} & \bar{P} & \bar{N} \\ 0 & 1 & 0 \\ -k \cos \varepsilon & 0 & (\sigma + d\varepsilon/ds) \end{vmatrix} = \bar{T} \left( \sigma + \frac{d\varepsilon}{ds} \right) + \bar{N} k \cos \varepsilon. \quad (3)$$

Після приведення векторів (2) і (3) до одиничних їх проєкції на орти тригранника запишуться:

$$\bar{L}: \left\{ \frac{\sigma + \varepsilon'}{\sqrt{(\sigma + \varepsilon')^2 + k^2 \sin^2 \varepsilon}}; \frac{k \sin \varepsilon}{\sqrt{(\sigma + \varepsilon')^2 + k^2 \sin^2 \varepsilon}}; 0 \right\}. \quad (4)$$

$$\bar{M}: \left\{ \frac{\sigma + \varepsilon'}{\sqrt{(\sigma + \varepsilon')^2 + k^2 \cos^2 \varepsilon}}; 0; \frac{k \cos \varepsilon}{\sqrt{(\sigma + \varepsilon')^2 + k^2 \cos^2 \varepsilon}} \right\}. \quad (5)$$

Вектор (34) є напрямним для прямолінійних твірних торса, утвореного однопараметричною множиною положень грані  $\bar{T}$ ,  $\bar{P}$ , а вектор (35) – для торса, утвореного однопараметричною множиною положень грані  $\bar{T}$ ,  $\bar{N}$ .

УДК 621.74.046

## СЕРЕДНЬОВУГЛЕЦЕВІ СТАЛІ ЛЕГОВАНІ БОРОМ, ВАНАДІЄМ, ЦИРКОНІЄМ ТА ЇХ КОМПЛЕКСАМИ ДЛЯ ДЕТАЛЕЙ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОЇ ТЕХНІКИ

Г. М. ПОХИЛЕНКО, старший викладач

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

*E-mail: pokhilenko@nubip.edu.ua*

Сучасні високі вимоги до механічних, технологічних і експлуатаційних характеристик сталей для деталей і вузлів сільськогосподарських машин визначають необхідність вивчення властивостей сталей при їх комплексному мікролегуванні. Зміну механічних та технологічних властивостей пов'язують із впливом мікролегуючих елементів на фазовий склад, розміри, властивості і розподіл структурних складових сталей.

Особливо відзначається ефективність мікролегування конструкційної сталі бором та комплексами елементів, до складу яких входить бор. Добре відома висока ефективність впливу бору на прогартваність конструкційних сталей, подрібнювання структури при прискореному охолодженні. Бор у конструкційні леговані сталі вводять не тільки для підвищення прогартваності, але і для одночасного зниження витрат дефіцитних легуючих елементів (нікель, хром, молібден та інші) без погіршення механічних властивостей та показників оброблюваності, втомної міцності, зварюваності. Зменшення загального ступеня легування сталі дозволяє не тільки знизити