

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ  
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**Механіко – технологічний факультет**

**ДОПУСКАЄТЬСЯ ДО ЗАХИСТУ**

**Завідувач кафедри  
Тракторів і автомобілів**

(назва кафедри)

Калінін Є.І.

(підпис)

(ПІБ)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2026 р.

**ДИПЛОМНИЙ ПРОЄКТ БАКАЛАВРА**

**на тему «Підвищення віброкомфарту автомобіля з поперечним  
розташуванням силового агрегату»**

Спеціальність 274 «Автомобільний транспорт»

**Гарант освітньої програми**

д.т.н., професор

(науковий ступінь та вчене звання)

(підпис)

Калінін Є.І.

(ПІБ)

**Керівник дипломного проєкту бакалавра**

д.т.н., професор

(науковий ступінь та вчене звання)

(підпис)

Калінін Є.І.

(ПІБ)

**Виконав**

(підпис)

Антоненко Є.Д.

(ПІБ)

**КИЇВ – 2026**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ  
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**Механіко-технологічний факультет**

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

**Завідувач кафедри**

тракторів і автомобілів та

д.т.н., проф. \_\_\_\_\_ **Калінін Є.І.**  
(наук. ступ., вч. звання) (підпис) (ПІБ)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2026 р.

**З А В Д А Н Н Я**

**на виконання дипломного проєкту бакалавра студенту**

**Антоненко Єгор Дмитрович**

(прізвище, ім'я, по батькові)

Спеціальність \_\_\_\_\_ 274 «Автомобільний транспорт»

(код і назва)

Тема дипломного проєкту бакалавра на тему «Підвищення віброкомфорту автомобіля з поперечним розташуванням силового агрегату»

затверджена наказом ректора НУБіП України від «06» лютого 2026р. №397 «С»

Термін подання завершеної роботи (проєкту) на кафедру: \_\_\_\_\_ 01.05.2026

(рік, місяць, число)

**Вихідні дані до дипломного проєкту бакалавра:** характеристики та конструктивні особливості системи вібро- та шумоізоляції автомобілів

**Перелік питань які потрібно розробити** \_\_\_\_\_

Вступ

1. Аналіз робіт за темою дослідження

2. Теоретичні дослідження

3. Аналіз вібронавантаженості легкового автомобіля та перевірка адекватності обраної скінченно-елементної моделі

4. Пошук раціональних характеристик опор силового агрегату

Висновки

**Перелік графічного матеріалу:** Вступ. Стан питання та аналіз існуючих досліджень. Теоретичні дослідження. Запропоноване технічне рішення. Висновки

Дата видачі завдання «23» лютого 2026 р.

**Керівник дипломного проєкту бакалавра** \_\_\_\_\_

( підпис )

Калінін Є.І.

(прізвище та ініціали)

**Завдання прийняв до виконання** \_\_\_\_\_

( підпис )

Антоненко Є.Д.

(прізвище та ініціали)

## РЕФЕРАТ

Основна частина дипломного проекту викладена на 63 сторінках пояснювальної записки і 10 слайдів презентації, ілюстрована 22 рисунками.

Пояснювальна записка складається із вступу, 4 розділів, висновків, списку використаної літератури.

Тема дипломного проекту: «Підвищення віброкомfortу автомобіля з поперечним розташуванням силового агрегату».

Розроблено просторову динамічну модель автомобіля і на її основі розроблено СЕ-модель досліджуваного об'єкта, що враховує нелінійність характеристик опор силового агрегату, наявність системи випуску відпрацьованих газів з металокомпенсатором кутових коливань сильфонного типу, податливість кузова та рульової колонки.

У результаті для подальших розрахунків прийнято КЕ-модель автомобіля, що включає в себе систему випуску відпрацьованих газів, нелінійні характеристики опор силового агрегату.

Система випуску відпрацьованих газів збільшує віброприскорення у контрольних точках у діапазоні 3...100 Гц на таких режимах роботи: на холостому ходу на 19...25%, при інтенсивному розгоні на третій передачі на 18...24%, при русі дорогою категорії II на 16...22% і при русі дорогою категорії I не впливає.

Ключові слова: просторова динамічна модель; СЕ-модель автомобіля; силовий агрегат; опори силового агрегату; система випуску відпрацьованих газів; металокомпенсатор; віброприскорення; віброкомfort; нелінійні характеристики; динаміка автомобіля.

## ЗМІСТ

|                                                                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ВСТУП.....                                                                                                                   | 6  |
| РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ.....                                                                              | 8  |
| 1.1 Проблема вібрації та шуму на транспорті .....                                                                            | 8  |
| 1.2 Силовий агрегат як джерело вібрацій і шуму автомобіля .....                                                              | 13 |
| 1.3 Вплив збурень від дороги на коливання силового агрегату.....                                                             | 18 |
| 1.4 Аналіз робіт, присвячених дослідженням і методам розрахунку опор силового агрегату.....                                  | 20 |
| РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ.....                                                                                         | 30 |
| 2.1 Допущення та обмеження, прийняті при моделюванні .....                                                                   | 31 |
| 2.2 Розрахункова схема автомобіля.....                                                                                       | 32 |
| 2.3 Математичний опис коливань автомобіля у формулюванні методу скінченних елементів .....                                   | 35 |
| 2.5 Розробка скінченно-елементної моделі системи випуску відпрацьованих газів .....                                          | 38 |
| РОЗДІЛ 3 АНАЛІЗ ВІБРОНАВАНТАЖЕНОСТІ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ ТА ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ ОБРАНОЇ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ..... | 47 |
| 3.1 Аналіз власних частот і форм коливань.....                                                                               | 47 |
| 3.1.1 Аналіз власних частот і форм коливань силового агрегату.....                                                           | 47 |
| 3.1.2 Аналіз власних частот і форм коливань системи випуску відпрацьованих газів .....                                       | 48 |
| 3.1.3 Аналіз власних частот і форм коливань кузова .....                                                                     | 49 |
| 3.2 Аналіз вібронавантаженості легкового автомобіля на основі результатів розрахунку та випробувань для обраних режимів..... | 53 |
| РОЗДІЛ 4 ПОШУК РАЦІОНАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОР СИЛОВОГО АГРЕГАТУ.....                                                        | 55 |
| 4.1 Формування узагальненого критерію оцінки рівня вібрації .....                                                            | 55 |

|                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.2 Аналіз вібронавантаженості легкового автомобіля з раціональними характеристиками опор силового агрегату..... | 58 |
| ВИСНОВКИ.....                                                                                                    | 60 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....                                                                                  | 61 |
| ДОДАТКИ.....                                                                                                     | 63 |

## ВСТУП

Зростання швидкостей руху автомобілів, потужності та швидкохідності їх двигунів збільшило вібронавантаженість автомобіля. Вібраційні навантаження стали значною мірою визначати довговічність автомобіля та його комфортабельність, зокрема рівень шуму, зниження якого набуває дедалі більшого значення. Граничні значення рівнів шуму та вібрації визначені в різних нормативних актах країн-імпортерів і виробників автомобільної техніки і постійно посилюються.

Одним із найвідповідальніших етапів виробництва автомобіля є його проєктування, від результатів якого значною мірою залежить обсяг подальших доводочних робіт, якість автомобіля та ряд інших показників.

Найбільш складним при проєктуванні є моделювання вібраційного стану автомобіля та його агрегатів. Зазвичай при аналізі рівнів вібрації та шуму використовують значно спрощені математичні моделі, що не враховують такі фактори, як нелінійні властивості амортизаторів підвіски, опор силового агрегата, наявність системи випуску відпрацьованих газів, податливість кузова тощо.

Нині в процес проєктування автомобіля досить тісно інтегровані засоби інженерного аналізу (так звані CAE-системи), що дозволяють на найраніших стадіях виявляти «слабкі» місця та отримувати оптимальну конструкцію того чи іншого вузла й усього автомобіля загалом. Багато з подібних систем базуються на методі скінченних елементів (МСЕ), який із розвитком комп'ютерної техніки набув дуже широкого поширення.

Застосування засобів інженерного аналізу спільно з проведенням необхідних випробувальних робіт дозволяє інженерам у короткі терміни отримувати хороші результати, дуже близькі до реальних.

Слід зазначити, що застосування засобів інженерного аналізу дозволяє також здійснювати віртуальні доводочні випробування з метою зниження вібронавантаженості вузлів та агрегатів автомобіля, зводячи до мінімуму обсяг реальних доводочних випробувань.

Таким чином, розробка ефективних заходів щодо зниження вібронавантаженості легкового автомобіля належить до однієї з важливих науково-технічних і практичних проблем вітчизняного та зарубіжного автомобілебудування. У зв'язку з цим тема роботи, що спрямована на зниження рівнів вібрації передньопривідного легкового автомобіля з використанням методу скінченних елементів на стадії його проєктування шляхом покращення характеристик опор силового агрегата з урахуванням впливу системи випуску відпрацьованих газів, є своєчасною та актуальною.

## РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1 Проблема вібрації та шуму на транспорті

На тлі світової економічної кризи та постійно зростаючої конкуренції в сучасному автомобілебудуванні посилюється тенденція зростання різних вимог, що висуваються до автомобілів. До них можна віднести вимоги щодо точності та якості виготовлення, продуктивності, стабільності, довговічності, експлуатаційної надійності, а також високі показники ергономічності та комфорту. Слід зазначити, що однією з найважливіших проблем, як і раніше, залишається високий рівень шуму та вібрацій, викликаних різними факторами, що залежать як від конструктивних особливостей автомобіля, його вузлів та агрегатів, так і від зовнішніх умов. До перших можна віднести підвищення швидкохідності та навантаженості силових агрегатів, особливості компоновання автомобіля та ін. До других, більшою мірою, можна віднести умови руху транспортного засобу, якість та стан дорожнього покриття.

Проблемі зниження вібрації та шуму різних транспортних машин і автомобільного транспорту, зокрема, приділяється найсерйозніша увага як у нашій країні, так і за кордоном.

Для вирішення цієї проблеми нині використовується значний потенціал електронно-обчислювальних засобів і програмного забезпечення, а також, безсумнівно, лабораторно-випробувальна база підприємств, науково-дослідних установ, оснащена сучасним випробувальним обладнанням.

Основні роботи, присвячені цій проблемі, можна звести до таких напрямів: 1) крутильні та згинальні коливання в трансмісіях і двигунах; 2) коливання силових агрегатів на системі підресорювання; 3) шум і вібрація силових агрегатів та боротьба з ними.

Питанням загальної теорії механічних коливань присвячені роботи багатьох учених [3, 6, 8, 10, 11, 12]. У цих роботах розглядаються як загальні положення теорії коливань, так і їх практичне застосування до вирішення різних

інженерних задач, пов'язаних із коливаннями машин. Наводяться також різні методи вирішення цих задач.

Робота [8] також присвячена дослідженню питань зовнішнього та внутрішнього шуму легкових автомобілів. Автором встановлено, що двигун, як і раніше, є основним джерелом шуму легкових автомобілів. Пропонується використовувати емпіричні залежності для визначення рівня шуму основних джерел – корпусного шуму двигуна, шуму впускної системи, шуму системи випуску відпрацьованих газів залежно від частоти обертання колінчастого вала двигуна при розгоні.

Існує низка робіт загальнотеоретичного характеру щодо коливань твердого тіла на пружних опорах, за яке зазвичай приймається силовий агрегат.

Опубліковано досить велику кількість робіт, у яких викладаються методики та наведені результати теоретичних і експериментальних досліджень виникнення шуму та вібрації в силових агрегатах.

Широке застосування поршневих двигунів внутрішнього згоряння в різних галузях економіки викликає певну схожість задач, пов'язаних з їх віброізоляцією та вирішуваних авторами стосовно різних галузей техніки. У зв'язку з цим досвід, накопичений в автомобілебудуванні, авіації, суднобудуванні щодо вирішення таких задач, необхідно використовувати при розробці системи віброізоляції силового агрегата на сучасних легкових автомобілях.

В авіації проблема вібрації поршневих двигунів детально розглядається у працях [6, 8, 12]. У суднобудуванні віброізоляція силових установок відображена в роботах [7, 9].

Дослідженню системи підресорювання автомобільних силових агрегатів присвячені праці [3, 4, 9, 15] та інші. Найбільш повний і всебічний розрахунок системи підресорювання автомобільного силового агрегата та аналіз шляхів покращення віброізоляції наведено в роботі [3].

У багатьох роботах зазначається, що коливання силового агрегата тісно пов'язані з коливаннями трансмісії автомобіля. На необхідність їх спільного

розгляду з урахуванням реактивного зв'язку вказується в роботах [3, 6, 10] та інших.

У низці робіт [3, 8, 13] доводиться, що коливання в трансмісії автомобіля мають нелінійний характер.

Багато дослідників вказують на важливість урахування кінематичного впливу дороги на коливання силового агрегата та інші показники.

Дослідженню коливань автомобільного силового агрегата від впливів з боку дороги присвячена робота [4].

Основною причиною виникнення вібрації силового агрегата є неврівноважені сили та моменти двигуна.

Серед численних робіт, у яких детально розглядаються різні конструкції та розрахунок пружних елементів опор силових установок, можна виділити роботи, в яких розглянуті вимоги до підвісок силових агрегатів, питання визначення частот власних коливань агрегатів на підвісках, переміщень агрегатів, а також навантажень у пружних елементах підвісок. У деяких роботах порушені питання визначення оптимального розташування опор силових агрегатів.

Серед багатьох способів зниження вібрації та шуму в салоні легкового автомобіля слід виділити збільшення механічного імпедансу каркаса кузова в місцях кріплення кронштейнів силового агрегата. Механічний імпеданс зростає при підвищенні жорсткості елементів каркаса кузова, що сприймають динамічні навантаження. У роботі [9] наведено опис різних способів зниження внутрішнього шуму: застосування локальних підсилювачів, збільшення конструктивного перерізу деталей, утворення замкнутого контуру, використання підрамника силового агрегата.

Для зниження рівня вібрацій, що передаються на кузов автомобіля через елементи ходової частини від мікропрофілю дорожнього покриття (через елементи підвіски автомобіля), у сучасних конструкціях легкових автомобілів застосовуються великооб'ємні гумометалеві сайлентблоки, розміри яких співрозмірні з опорами силового агрегата.

У теперішній час, з огляду на умови високої конкуренції та боротьби за покупця, приділяється серйозна увага проблемі зниження вібрації та шуму при розробці нових автомобілів. Вона тісно пов'язана з підвищенням якості автомобіля, його комфортабельності та надійності.

Для легкових автомобілів класичного компоновання існують добре розроблені методи проєктування та розрахунку підвіски силового агрегата.

Багато робіт присвячено вирішенню тих самих проблем для легкових автомобілів з переднім приводом і поперечним розташуванням силового агрегата.

Разом із позитивними якостями такого компоновання (на відміну від задньопривідного), до яких можна віднести більшу компактність, ефективність використання внутрішнього об'єму салону, меншу масу і габарити, вищу паливну економічність і безпеку руху, передньопривідним легковим автомобілям притаманні деякі особливості.

При компонованні двигуна, коробки передач і головної передачі в єдиному блоці – силовому агрегаті, реактивний перекидальний момент, прикладений до нього, як правило, у 3...4 рази вищий за реактивний момент при класичному компонованні. Найбільший реактивний момент, рівний за величиною, але протилежний за напрямком моменту, що підводиться до коліс, діє при класичному компонованні на задній міст автомобіля і сприймається реактивними штангами або ресорами підвіски. У передньопривідного легкового автомобіля цей момент діє на опори силового агрегата, які повинні мати підвищену жорсткість.

На більшості легкових автомобілів силовий агрегат кріпиться за допомогою пружних гумометалевих або гумогідравлічних опор безпосередньо до кузова як несучої системи. Зменшення жорсткості опор з метою зниження рівня вібрації автомобіля може вступати в суперечність із вимогою малих переміщень двигуна під дією максимальних сил і моментів. Підвищення жорсткості опор силового агрегата веде до небажаного підвищення його власних частот коливань.

Із багатьох робіт відомий той факт, що для доброї віброізоляції власні частоти коливань силового агрегата необхідно мати у 2 і більше разів нижчими за основні частоти збурювальних сил двигуна. Для передньопривідних автомобілів доводиться встановлювати власні частоти агрегата лише у  $\sqrt{2}$  рази нижче, оскільки виконання цієї умови ускладнене через підвищену жорсткість опор. При цьому коефіцієнт передачі зусиль на кузов зростає до значення 1,0. Наслідком цього є підвищений рівень вібрації силового агрегата при роботі двигуна на низьких обертах і холостому ході, що вкрай негативно позначається на віброкомфорті водія та пасажирів.

Слід зазначити, що передньопривідні автомобілі мають два варіанти розташування двигуна: поздовжнє і поперечне. Реактивний момент на обох силових агрегатах прикладений навколо поперечної осі автомобіля. У цьому напрямку необхідно мати високу кутову жорсткість підвіски силового агрегата. Пульсації перекидального моменту на холостому ході при поздовжньому розташуванні двигуна спрямовані навколо поздовжньої осі, де не потрібна велика жорсткість підвіски. При поперечному розташуванні двигуна дія нерівномірного моменту збігається за напрямком з найбільшою необхідною кутовою жорсткістю, що значно ускладнює задачу віброізоляції силового агрегата. Morita Isamu та ряд інших учених у своїх роботах зазначають, що при поперечному розташуванні двигуна ефективне плече (відстань між опорами) системи підресорювання силового агрегата щодо реактивного моменту зазвичай коротше, ніж при поздовжньому розташуванні, і потребує додаткового підвищення жорсткості опор.

В роботі [7] автор зазначає, що реакція кузова і системи випуску відпрацьованих газів при поперечному встановленні двигуна значно відрізняється від класичного компонування. Напрямок пульсацій перекидального моменту в цьому випадку збігається з напрямком згинальних коливань кузова, що викликає його підвищену схильність до виникнення вібрації. Система випуску газів чинить підвищений опір кутовим коливанням силового агрегата, оскільки змушена працювати на згин. Цей опір є пружним, він

додатково підвищує кутову жорсткість підвіски. Зворотний вплив коливань силового агрегата передньопривідного автомобіля призводить до серйозної проблеми втомної міцності системи випуску через напруження згину. Тому важливо по можливості розділити ці коливання, тобто зробити їх незв'язаними.

Передньопривідні автомобілі мають підвищену кутову жорсткість трансмісії і, як наслідок, більш високу першу частоту її власних крутильних коливань. Ця частота може наближатися й інколи збігатися з деякими власними частотами коливань силового агрегата на опорах. У таких автомобілів, як зазначається в роботі Morita Isamu, зростає рівень спільних коливань об'єднаної системи «двигун-трансмісія-диференціал».

Необхідно забезпечувати незбіг або віддалення частот двигуна від частот трансмісії. Виконання цієї умови ускладнюється тим, що при поперечному розташуванні двигуна головні центральні осі інерції силового агрегата не паралельні осям автомобіля. Це викликає підвищену зв'язаність між усіма шістьма напрямками коливань агрегата, розширює діапазон його власних частот і ускладнює задачу формування необхідного частотного спектра.

Найбільш оптимальним варіантом, що сприяє зниженню вібрації силового агрегата, є застосування замість звичайних гумотехнічних пружних елементів спеціальних гідроопор, що містять гідравлічний демпфер. Використанню гідроопор на силовому агрегаті присвячена робота [3]. Однак слід зазначити, що використання подібних віброізоляторів призводить до певного подорожчання конструкції порівняно зі звичайними еластичними віброізоляторами.

Далі розглянемо більш детально роботи, присвячені цим питанням.

## 1.2 Силовий агрегат як джерело вібрацій і шуму автомобіля

Як відомо, в автомобілі діють різні джерела вібрації і шуму, тому проблема їх зниження є комплексною. Якщо зовнішній шум автомобіля, в основному, визначається системами впуску і випуску двигуна, шумом, що виникає від картерів двигуна, коробки передач і головної передачі, а також шумом шин, то основним джерелом внутрішнього шуму є вібрація двигуна і трансмісії.

До силового агрегата автомобіля прикладені неврівноважені сили і моменти двигуна, реактивний перекидальний момент, впливи з боку дороги при русі, поздовжні і поперечні інерційні сили при розгоні, гальмуванні або повороті. У зв'язку з цим система підресорювання повинна забезпечувати малі рівні коливань силового агрегата, сприймати його вагу, обмежувати зміщення при дії епізодичних збурень, зменшувати динамічні навантаження і вібрації, які передаються на шасі автомобіля; забезпечувати малу зв'язаність коливань [4].

Віброізоляційні властивості підвіски силового агрегата автомобіля значною мірою впливають на шум у салоні автомобіля і рівень вібрації на органах керування. Шум також залежить і від ступеня вібропровідності елементів, що з'єднують силовий агрегат з кузовом автомобіля.

Зазначається, що з 80-х років минулого століття проблема зниження шуму і вібрації машин, обладнання та інших виробів машинобудування належить до числа найважливіших проблем, що підлягають якнайшвидшому вирішенню [2]. У роботах наводяться різні способи зниження вібрації і шуму в автомобілях, такі як: введення двовальної коробки передач, виготовлення жорсткої поперечини і кронштейнів її кріплення, застосування більш ефективних систем випуску, застосування звукоізолювальних, вібро- і звукопоглинальних матеріалів, зменшення максимальної частоти обертання колінчастого вала, застосування гідроопор силового агрегата тощо.

При русі автомобіля на силовий агрегат діють навантаження від працюючого двигуна, від нерівностей дороги, навантаження при рушанні, розгоні і гальмуванні автомобіля [4]. Одним із основних джерел коливань двигуна є динамічні сили. Зменшення динамічних сил різко покращує віброакустичні властивості транспортного засобу: наприклад, заміна неврівноваженого чотирициліндрового рядного двигуна на врівноважений шестициліндровий призводить до зниження внутрішнього шуму на одному й тому самому автомобілі в середньому на 3...5 дБ(А) при русі на четвертій передачі [9].

Низькочастотні вібрації можуть бути причиною резонансних коливань двигуна на підвісці і нерідко призводять до поломок окремих деталей.

У багатьох роботах зазначається, що одним із основних джерел низькочастотних вібрацій у двигунах внутрішнього згоряння є невідновжені сили інерції зворотно-поступально рухомих і обертових мас кривошипно-шатунного механізму [3, 5, 9].

Дисбаланс обертових частин двигуна, а також різномасовість поршнів і відмінності у протіканні процесу згоряння по циліндрах може призвести до появи небезпечних гармонік першого і половинного порядків, що є недопустимим. Аналіз амплітуд і фаз дії моментів від сил інерції і газових сил, показує, що ці моменти діють майже в протифазі. Причому при частоті обертання нижче  $2000 \text{ хв}^{-1}$  переважає нерівномірний момент від газових сил, а вище  $2000 \text{ хв}^{-1}$  – момент від сил інерції. Це підтверджується на прикладі експериментальних досліджень вібрації кузова легкового автомобіля, викликаній роботою двигуна [9]. Різке зростання вібрації на низьких обертах відбувається при відключенні циліндрів унаслідок появи невідновженої першої гармоніки перекидального моменту [6]. Для двоциліндрового рядного двигуна, з одностороннім розташуванням кривошипів, перша гармоніка перекидального моменту є основною. Такі двигуни особливо важко піддаються амортизації, оскільки зниження власної частоти обмежується необхідною жорсткістю підвіски. Частотний діапазон дії другої гармоніки для чотирициліндрових двигунів становить 25...200 Гц. Коливання силового агрегата на цих частотах стосовно своїх власних частот є зарезонансними.

Відомо, що в чотирициліндрових двигунах залишаються невідновженими сили інерції другого порядку. Тому нині вживаються заходи щодо їх урівноваження [5]. Багато зарубіжних автомобільних компаній починають використовувати. Деякі виробники, наприклад Porsche, при створенні чотирициліндрового рядного двигуна внутрішнього згоряння досягли ступеня врівноваженості і рівня зовнішнього шуму, притаманних шестициліндровому рядному двигуну, який має найкращу врівноваженість. У цьому випадку

застосована модифікована система врівноважування типу Lanchester з двома зміщеними по висоті валами, що обертаються у протилежних напрямках з подвоєною частотою обертання колінчастого вала. Система забезпечує врівноважування сил інерції другого порядку і часткове врівноважування бокового моменту газових сил. Противаги колінчастого вала, що має підвищену жорсткість на згин і кручення, повністю врівноважують сили інерції обертових мас і 50% сил інерції поступально рухомих мас. Крім того, висока точність балансування рухомих частин, малі зазори в циліндро-поршневій групі, в корінних і шатунних підшипниках, застосування гідравлічних штовхачів клапанів газорозподілу, суворі вимоги до сили натягу ременів і до положення їх у площині також сприяли зменшенню вібрацій і шуму.

У ряді робіт [9, 15] показано, що для багатоциліндрових двигунів збудження кутових коливань низької частоти крутильними коливаннями колінчастого вала буде залежати не тільки від порядку гармоніки і зсуву фаз, але ще й від числа циліндрів, їх розташування, форми колінчастого вала і порядку роботи циліндрів двигуна. Відмінність між частотою крутильних коливань колінчастого вала і частотою збуджуваних ними кутових коливань двигуна пояснюється специфікою роботи кривошипно-шатунного механізму двигуна [2]. У цьому випадку збуджувальний ефект від дії перекидального моменту слід визначати за величиною виконуваної цим моментом роботи.

Аналізуючи вищесказане, можна намітити шляхи згладжування нерівномірності крутного моменту двигуна – це оптимізація робочого процесу згоряння палива і зменшення інерційних мас рухомих деталей кривошипно-шатунного механізму.

Дослідження показали, що у легкових автомобілів з класичним компонованням основна частка динамічних сил і вібраційної енергії при високих частотах обертання колінчастого вала двигуна передається на кузов через вузол задньої опори силового агрегата. Автори роботи [7] після проведення ряду експериментів зробили висновок, що балка задньої опори силового агрегата може значно посилювати коливання, які передаються на кузов від двигуна. Це

призводить до підвищених рівнів внутрішнього шуму в автомобілі, а якщо частота власних коливань поперечини збігається з частотою дії сил інерції другого порядку двигуна, то виникає резонанс, що також проявляється у вигляді підвищеного рівня шуму в кузові. Таким чином, при конструюванні балки необхідно вивести частоту її власних коливань за межі дії збурювальних частот двигуна.

Для зниження вібронавантаженості автомобіля від роботи силового агрегата важливе значення має правильне розташування опор підвіски його двигуна і їх жорсткість. Як показує аналіз робіт з даної тематики, за рахунок вибору оптимальних параметрів підвіски силового агрегата можна знизити рівень зовнішнього шуму автомобіля на 2...3 дБ(А).

У багатьох вітчизняних і зарубіжних роботах зазначається перспективність застосування нелінійної системи віброізоляції силового агрегата, у результаті застосування якої вдається значно знизити вібронавантаженість автомобіля (до 50%).

Конструкція, а також частота обертання карданної передачі суттєво впливають на шум і звукові вібрації автомобіля. Вібрації через опори силового агрегата, проміжну опору карданної передачі, задній міст автомобіля передаються на основу кузова, і, як наслідок, внутрішній шум у ньому різко збільшується. Досить сказати, що при усуненні згинальних коливань трансмісії рівні вібрації у легковому автомобілі можуть бути зменшені в 10 разів, а рівні внутрішнього шуму в кабіні – на 5...7 дБ(А). З результатів численних дослідів [9] випливає, що навіть за наявності згинальних коливань трансмісії за рахунок зниження жорсткості віброізоляторів чотирициліндрового двигуна рівень внутрішнього шуму в легковому автомобілі зменшився майже на 5 дБ(А).

Таким чином, при усталеній конструкції автомобіля необхідно найбільш ефективно знижувати або збільшувати жорсткість віброізоляторів основних вузлів і агрегатів автомобіля. Однак з надмірним зменшенням жорсткості опор можуть збільшитися відносні переміщення силового агрегата, а, отже, знизитися довговічність віброізоляторів, збільшитися інфразвук [9, 11]. Звідси очевидна

необхідність прийняття компромісних рішень. Виявляти шляхи зниження вібрацій і структурного шуму необхідно на стадії проєктування перших зразків автомобілів.

### 1.3 Вплив збурень від дороги на коливання силового агрегату

При русі автомобіля в різних дорожніх умовах у багатьох його агрегатах і вузлах виникають коливальні процеси, що впливають на такі важливі експлуатаційні якості автомобіля, як плавність ходу, стійкість, міцність і довговічність. Незважаючи на очевидну доцільність дослідження цих процесів, вони до теперішнього часу вивчені недостатньо.

Колівання автомобіля під час його руху виникають в основному під впливом дорожніх нерівностей. При цьому мікропрофіль дороги не має регулярного характеру, тобто нерівності різної форми чергуються випадковим чином.

У роботі [5] викладені результати експериментальних досліджень пружних і демпфувальних динамічних властивостей шин.

Як відомо, пружні і демпфувальні динамічні властивості шин залежать від кількості шарів каркаса, тиску повітря в шинах, зносу протектора, частоти коливань, швидкості деформації шин. Швидкість деформації шин пропорційна їх власній частоті коливань. У роботі [4] досліджені ці властивості деяких моделей шин легкового автомобіля. Автори після проведення ряду експериментів зробили висновок, що залежності динамічних жорсткостей шин від частоти коливань мають локальні максимуми в діапазоні  $10...20 \text{ с}^{-1}$ , які зміщуються у бік більших частот при збільшенні тиску повітря в них. Автори пропонують оцінювати пружні і демпфувальні динамічні властивості шин двома параметрами: коефіцієнтом опору і динамічною жорсткістю шини.

Перехідні процеси в трансмісії та вплив на них нелінійності пружної характеристики шини досліджувалися в роботі [8].

Останнім часом інтенсивно розробляються нові методи дослідження і розрахунку коливань автомобіля, засновані на застосуванні теорії випадкових

функцій. Як відомо, застосування цієї теорії виявилось досить плідним у різних галузях техніки.

У багатьох роботах з даної тематики показано, що нерівності дороги є джерелом навантаження трансмісії автомобіля і кінематичних впливів на силовий агрегат. Безперервно діючі збурення, викликані рухом автомобіля по нерівній дорозі, мають, як правило, випадковий характер.

У загальному випадку кожен тип дороги є нестационарною випадковою функцією. Однак, якщо обмежуватися вивченням кожного типу доріг протягом невеликого відрізка часу, у цьому випадку їх мікропрофілі можна розглядати як стаціонарні випадкові функції, до яких для визначення статистичних характеристик застосовна теорія стаціонарних випадкових процесів.

У роботі [8] вказується, що низькочастотна вібрація силового агрегата відбувається в інфразвуковому діапазоні частот і має випадковий характер. Інтенсивність цієї вібрації істотним чином залежить від параметрів підвіски автомобіля, швидкості його руху і характеристик мікропрофілю дороги.

Коливальний процес, збуджуваний мікропрофілем дороги, у більшості випадків являє собою стаціонарний випадковий процес з нормальним законом розподілу [6]. При цій умові максимальне значення ординати мікропрофілю у 3 рази більше середньоквадратичного значення. У області низькочастотної вібрації (до 20 Гц), де найбільшою мірою проявляються випадкові коливання, що передаються з боку дороги на автомобіль, вертикальна вібрація відбувається, головним чином, з частотою власних коливань підресорених (1...3 Гц) і непідресорених (5...20 Гц) мас автомобіля. Вібрація в цьому частотному діапазоні передається на основу кузова автомобіля і зумовлює високий рівень інфразвуку всередині автомобіля. Збудження резонансу всієї коливальної системи на опорах двигуна під дією сил з боку дороги дає початок явищу, відомому як «пробої в підвісці».

Це створює певні незручності для водія і пасажирів, а також відчуття поганих дорожніх умов [9].

Огляд робіт, виконаний в роботі [4] щодо досліджень впливу зовнішніх факторів на загальні коливання силового агрегата, дозволив зробити висновок про те, що інтенсивність його вібронавантаженості визначається, в основному, збурювальними факторами працюючого чотирициліндрового рядного двигуна. При цьому робота двигуна на холостому ходу при нерухомому автомобілі супроводжується найбільшою вібрацією при частоті обертання колінчастого вала  $600...900 \text{ хв}^{-1}$ . Коливання колінчастого вала викликає основна гармоніка перекидального моменту в діапазоні частот  $15...400 \text{ Гц}$ . При русі автомобіля, особливо при невисокій швидкості і підвищеній частоті обертання колінчастого вала двигуна, найбільшу вібрацію викликають резонансні коливання в результаті збігу частоти власних згинальних коливань приводів ведучих коліс з частотою вимушених коливань, збуджуваних дисбалансом, неврівноваженими силами і моментами сил інерції двигуна 2-го порядку.

Слід зазначити, що використання теоретичних основ дослідження впливу дороги на коливання автомобіля, як правило, невід'ємне від експериментальних досліджень і вимірювань параметрів мікропрофілю дороги.

#### 1.4 Аналіз робіт, присвячених дослідженням і методам розрахунку опор силового агрегату

Сукупність методів і засобів для зменшення шкідливого впливу вібрації на людину, прилади і механізми називається віброзахистом.

Віброзахист здійснюється такими основними методами [9, 16]:

1. зниженням віброактивності джерела вібрації та балансуванням;
2. застосуванням вібродемпфувальних (вібропоглинальних) покриттів, що призводять до зниження інтенсивності просторової вібрації конструкції за рахунок розсіювання енергії механічних коливань;
3. віброізоляцією, тобто послабленням зв'язку між джерелом і об'єктом шляхом розміщення між ними додаткового (віброізолюючого) пристрою (віброізолятора);

4. динамічним гасінням вібрації, при якому до захищуваного об'єкта приєднується додаткова механічна система, що змінює характер його коливань. Засоби реалізації цього методу: динамічні віброгасники і фундаменти (основи);

5. активним гасінням вібрації, коли для віброзахисту використовується додаткове джерело вібрації, яке порівняно з основним джерелом генерує коливання тієї ж амплітуди, але протилежної фази. У даний час розвивається напрям, пов'язаний із використанням опор силового агрегата, що автоматично підлаштовують свої характеристики завдяки магніто- або електрореологічній рідині.

Віброзахист на транспорті реалізується багатьма з вищеперелічених методів, але найбільшого поширення набула віброізоляція. Її застосування дозволяє зменшити динамічні впливи на віброізований об'єкт, але при цьому виникають деякі небажані явища, пов'язані зі збільшенням статичних зміщень об'єкта відносно джерела та зростанням амплітуд відносних коливань при низькочастотних і ударних впливах. Тому застосування віброізоляції пов'язане, як правило, з пошуком компромісних рішень, що задовольняють сукупність різних вимог.

Віброізований об'єкт (наприклад, силовий агрегат) може бути або джерелом коливань, від яких повинні бути захищені навколишні конструкції й обладнання – силовий вплив, або об'єктом захисту від коливань пов'язаних з ним конструкцій – кінематичний вплив.

Віброізолятори у загальному випадку включають у себе [3]:

- пружний елемент, що сприймає вагу машини або вузла і знижує передачу вібрації;
- демпфувальний елемент, що знижує амплітуду коливань на резонансі;
- обмежувачі переміщень, що функціонують при високих рівнях збурювальних впливів;
- елементи кріплення віброізолятора до машини та основи.

Як пружні елементи використовують ресори, пружини, гумові та гумометалеві елементи, пневматичні балони (зазвичай регульовані), пресований сталевий дріт – металогуму (МГ).

З огляду на суперечливі вимоги до пружних елементів віброізоляторів, найбільш переважними є елементи з нелінійною характеристикою жорсткості, у яких при номінальному статичному навантаженні жорсткість є досить низькою, а при збільшенні деформації – зростає.

Найбільш поширеним матеріалом, використовуваним для віброізоляторів, є гума.

Як віброізолятори для неопорних зв'язків механізмів і трубопроводів застосовуються зварні гумометалеві патрубки, гумотканинні рукави та шланги, металеві сильфонні патрубки, а для валопроводів — збірні муфти з гумометалевими вкладишами, муфти з гумокордними елементами.

Віброізоляційні властивості підвіски силового агрегата автомобіля значною мірою впливають на шум у салоні автомобіля. Шум також залежить і від ступеня вібропровідності елементів, що з'єднують силовий агрегат з кузовом автомобіля [4].

Віброізоляцію (VI) прийнято оцінювати коефіцієнтом передачі зусилля – відношенням амплітуди сили, що сприймається фундаментом з боку механізму, до амплітуди збурювальної сили, прикладеної до механізму. Сила, що передається на кузов автомобіля, і коефіцієнт передачі зусиль знижуються при зменшенні жорсткості пружних елементів і частоти власних коливань силового агрегата.

Ефективність віброізоляції можна оцінювати порівнянням вібрацій основи при жорсткому та пружному кріпленні до неї обладнання.

Внаслідок великого діапазону зміни віброізоляції її ефективність оцінюється в логарифмічному масштабі – у дБ. Затухання коливань при розрахунку ефективності віброізоляції зазвичай не враховують.

В роботі [7] проведені розрахунково-експериментальні дослідження вібронавантаженості повнопривідного легкового автомобіля.

Розроблена автором розрахунково-експериментальна регресійна модель коливань повнопривідного автомобіля дозволяє враховувати вплив жорсткісних характеристик підвіски двигуна, трансмісії та зусиль осевого переміщення в компенсувальних пристроях карданних передач. У роботі також вказується на зв'язок вібрації та внутрішнього шуму, визначено кореляцію рівня внутрішнього шуму з вібронавантаженістю. У результаті цього вдалося знизити максимальний рівень внутрішнього шуму на 2,5 дБ(А).

Багатьом дослідникам доводилося вирішувати задачу, пов'язану з вибором числа ступенів свободи розрахункової моделі і, відповідно, з точністю цих розрахунків. Крім того, функціональний підхід до задач динаміки автомобіля, що з'явився, зробив можливим урахування взаємозв'язків між різними агрегатами: трансмісії та підвіски [6], трансмісії та двигуна [8], крутильних і згинальних коливань у системі автомобіля [5]. Слід зазначити, що паралельно із задачами про усталені коливання в трансмісії автомобіля розглядалися і перехідні процеси в ній, що виникають при русанні з місця та перемиканні передач [5].

У роботі [8] наведено аналітичний розрахунок спільних вимушених згинально-крутильних коливань системи «силовий агрегат – карданна передача – задній міст» автомобіля з колісною формулою  $4 \times 2$ , що дозволив виявити найбільш небезпечні режими роботи. Показані шляхи зниження амплітуд вібрації основних агрегатів трансмісії. Автори вважають, що підвищені рівні шуму в кузові та вібрації основних агрегатів можуть бути наслідком як згинальних, так і крутильних коливань трансмісії.

Характерним для всіх цих та багатьох інших робіт був розгляд лінійних динамічних моделей систем, рух яких описується звичайними диференціальними рівняннями другого порядку, що досить просто досліджуються аналітично у кінцевому вигляді.

Однак лінійність як властивість рідко притаманна коливальним системам. Лінійність рівнянь коливань з'являється, як правило, або в результаті лінеаризації пружних і дисипативних характеристик елементів системи, або через відкидання членів вищих порядків у виразах кінетичної та потенціальної

енергії деформації. При цьому отримують лінійні диференціальні рівняння руху з постійними коефіцієнтами. Вивчення подібних спрощених лінійних систем є корисним у багатьох практичних розрахунках, але дає спрощене уявлення про дійсні процеси в системі і не дозволяє розкрити все різноманіття її коливальних властивостей.

У динаміці автомобіля та дослідженні його вібронавантаженості до теперішнього часу лише при розрахунку і проєктуванні підвісок широко враховується нелінійність пружних характеристик елементів; при дослідженні динаміки трансмісії та коливань силового агрегата, як правило, обмежуються розглядом її як лінійної системи. Проте в багатьох роботах теперішнього часу все більш активно починає використовуватися нелінійна постановка задачі.

Таким чином, можна зробити висновок про те, що математична модель того чи іншого процесу в автомобілі, правильно відображаючи фізику досліджуваного процесу, характеризує в основному якісну сторону.

Достовірність динамічних розрахунків значною мірою визначається повнотою відображення математичною моделлю динамічних властивостей механізму і машинного агрегата в цілому. Розробка правдоподібної математичної моделі приводить до необхідності враховувати: дійсну характеристику двигуна, нелінійні властивості матеріалів і реальних зв'язків, розподіл мас, ударну взаємодію ланок та ін. Слід зазначити, що для розв'язання даного класу задач сприяють сучасні обчислювальні засоби, програмне забезпечення та методологічна база (наприклад, метод скінченних елементів).

Як відомо, нелінійні системи у своїй поведінці відрізняються від лінійних як якісно, так і кількісно.

Клас нелінійних систем нескінченно ширший вузької області штучно побудованих лінійних систем. Існує безліч не враховуваних лінійною теорією коливальних особливостей реальних систем:

1. до нелінійних систем непридатний принцип лінійної суперпозиції. Додавання кількох коливальних рухів нелінійної системи не буде її сумарним коливальним рухом;

2. на відміну від лінійних систем, де мають місце резонанси з їх власними частотами, у нелінійних системах ці резонансні коливання можуть мати місце також і з періодами, рівними цілим кратним періоду збудовальної сили (так звані субгармонічні резонанси) або дробовим кратним цьому періоду (так звані ультрагармонічні коливання);

3. у нелінійних системах власна частота коливань залежить від початкових умов і амплітуди, тоді як у лінійних системах такої залежності немає;

4. якщо вільні коливання лінійних систем завжди затухають, то в нелінійних системах і за наявності сил опору можливі стійкі періодичні вільні коливання. Це має місце в так званих автоколивальних системах.

Тому кожна динамічна система повинна бути ретельно проаналізована з метою визначення існування нелінійних елементів і ступеня впливу цих нелінійностей на поведінку даної системи.

Розрізняють якісні критерії, засновані на відмінностях у поведінці системи в резонансній області (наявність біфуркаційних переходів, зсув резонансної частоти при зміні рівня збудження, сильна залежність зсуву фази від рівня збудження) і кількісні, що дозволяють виявити області частот, у яких має сенс досліджувати нелінійні властивості системи.

Одним із головних наближених методів при дослідженні нелінійних систем є метод гармонічної лінеаризації, який дозволяє перенести добре відпрацьований апарат теорії лінійних коливань на дослідження нелінійних коливань динамічних систем.

Інша велика група наближених методів дослідження нелінійних динамічних систем ґрунтується на кусочно-лінійній апроксимації нелінійних характеристик із застосуванням методу припасування. Ці методи розвиваються у роботах Вейца В.Л. стосовно динаміки машинних агрегатів. Цей метод (без урахування вищих гармонік) порівняно з методом гармонічної лінеаризації є більш точним, але потребує значних обчислювальних робіт.

Точність цих методів нівелюється, якщо в методі гармонічної лінеаризації врахувати вищі гармоніки, як це має місце при застосуванні методу Крилова і Боголюбова в роботі Каннінгхема В. [3].

Узагальнення методу Вейца В.Л. викладено в його монографії [5], де пропонується чисельно-аналітичний метод розв'язання систем диференціальних рівнянь з кусочно-постійними коефіцієнтами.

Крім цих двох напрямів для систем з одним і двома ступенями свободи може бути застосований метод усереднення [6]. Застосування цих наближених методів для дослідження динаміки механічних систем різної складності викладається в багатьох роботах [6, 11, 17]. Досить поширеними до кінця минулого століття були наближені методи з використанням аналогового моделювання, викладеного в роботах [4, 9].

У даний час все більшої популярності набувають різні варіаційні методи дослідження нелінійних динамічних систем і опор силового агрегата зокрема. Найбільш широко використовується метод скінченних елементів (МСЕ).

До теперішнього часу сформовані основні вимоги, які необхідно враховувати при проєктуванні та доведенні системи підресорювання автомобільного двигуна, що полягають у наступному:

- підвіска повинна забезпечувати надійну роботу двигуна при дії постійних збурювальних факторів, які виникають під час його роботи, при дії на двигун крутного моменту, невірноважених сил і моментів зворотно-поступально рухомих мас, за наявності дисбалансу обертових мас;

- підвіска повинна сприймати вагу силового агрегата. У зв'язку з тим, що в підвісці автомобільних двигунів широко використовуються гумові опори, то їх стиснення більш ніж на 20% своєї висоти призводить до значного зниження амортизувальної здатності гуми. Тому опору слід розраховувати таким чином, щоб при дії ваги силового агрегата гума стискалася на величину не більше 15% від своєї висоти;

- підвіска повинна забезпечувати меншу зв'язаність власних коливань двигуна. У випадку, коли всі шість коливань будуть здійснюватися незалежно

одне від одного, частоти власних коливань розташовуються у більш вузькому діапазоні і спрощується розрахунок підвіски;

– підвіска повинна зменшувати динамічні навантаження і вібрації, які передаються через опори двигуна на шасі автомобіля, а також обмежувати зміщення силового агрегата при дії періодичних збурювальних факторів: при різкому прискоренні та уповільненні автомобіля на силовий агрегат діє поздовжня інерційна сила  $P_j$ . Також ця вимога повинна виконуватися при дії максимального реактивного моменту, при рушанні автомобіля з місця, при дії сил, що виникають при вимиканні зчеплення, при резонансних коливаннях, поштовхах, які сприймаються силовим агрегатом від дороги;

– характеристики опор повинні бути різними для різних частотних діапазонів: при низькочастотних коливаннях з частотою до 20 Гц і амплітудою 0,3...15 мм опора повинна мати велику жорсткість і сильне демпфування, з іншого боку – при високочастотних (акустичних коливаннях) коливаннях з частотою від 20 до 200 Гц і амплітудою 0,05...0,15 мм опора повинна мати малу жорсткість і слабе демпфування.

Переваги гумових (гіпереластичних) опор, що містять податливі елементи з гуми та гумоподібних матеріалів, загальновідомі: гумові деталі мають не тільки високу еластичність, але й дисипативні властивості, що необхідно для віброізоляції. Гістерезисні втрати, властиві гумі, сприяють швидкому затуханню власних коливань об'єкта віброзахисту внаслідок самогальмування гумового амортизатора, причому це особливо помітно у випадку низькочастотних вібрацій. Такі опори прості у виготовленні, мають невеликі габаритні розміри і володіють можливістю варіювання жорсткісних характеристик залежно від маси силового агрегата.

Найбільшого поширення набули опори, що працюють одночасно на зсув і на стиск. При цьому опори можуть виконуватися складної форми з різними зазорами, вибірка яких включає в роботу додаткові поверхні опори.

У зв'язку зі зростанням вимог споживачів до комфортабельності їзди багато фірм в останні 10...15 років стали широко застосовувати на випущених

автомобілях гасники коливань нового класу – гідроопори. При правильному застосуванні гідроопори здатні чинити істотний позитивний вплив на внутрішній шум і можливість більш комфортної їзди дорогами середньої та низької якості за рахунок зниження вібрацій. Однак для цього потрібні ретельна розробка конструкції і правильне застосування гідроопор силового агрегата, використання різноманітних конструктивних варіантів, частина з яких або всі можуть не підходити для конкретного автомобіля [3].

При розрахунку гумових опор необхідно враховувати особливості гуми як конструкційного матеріалу, до яких належать нестисливість за об'ємом, значно менша величина модуля зсуву, ніж модуля стиску, нестабільність характеристик навіть в одній партії і зменшення еластичності в результаті «старіння». У свою чергу, модулі зсуву і стиску істотно залежать від твердості гуми, величини деформації, температури та виду навантаження. Розрахунок гумових елементів складається з визначення їх жорсткості та міцності. При виборі розмірів гумових опор за жорсткістю слід пам'ятати, що з часом у результаті «старіння» модулі жорсткості гуми поступово збільшуються. Також треба враховувати, що міцність опор автомобільних двигунів визначається відповідно до ймовірного максимального експлуатаційного навантаження. Розкид характеристик гуми не тільки однієї марки, але навіть однієї партії значно ускладнює можливість виконувати розрахунки гумових опор з великою точністю [2].

Однак, аналізуючи сучасні варіаційні та чисельні методи розрахунку [9], а також роботи з теоретичного дослідження гіпереластичних матеріалів [10, 11], можна дійти висновку про можливість розрахунку й отримання цілком достовірних даних, що мають хорошу збіжність з експериментом.

Необхідність урахування динамічних характеристик гіпереластичних матеріалів при проєктуванні віброізоляції привела до того, що в даний час у машинобудуванні застосовуються два експериментальні методи визначення динамічних характеристик гумових віброізоляторів: побудови кривої резонансних коливань системи «віброізолятор – приєднана маса» і вимірювання вхідного механічного імпедансу віброізолятора [9].

За першим методом опору навантажують статичним навантаженням величиною не менше 5...15 % від номінального навантаження, що сприймається опорою на автомобілі. Далі за графіком резонансної кривої визначають динамічну жорсткість опори і безрозмірний коефіцієнт її демпфування – за шириною резонансної кривої на рівні 70,7 % максимальної амплітуди.

Однак у даного методу є недолік: за ним можна визначати динамічну жорсткість і коефіцієнт демпфування віброізоляторів тільки на одній резонансній частоті. Для практики ж необхідно мати відомості про динамічні характеристики гумового віброізолятора у всьому діапазоні частот вимушених коливань, у якому він працює.

Тому доводиться користуватися і другим дослідницьким методом. У цьому випадку опора встановлюється на плиті, що має великий механічний імпеданс, при цьому її положення відповідає положенню опори на автомобілі. За допомогою гідроциліндра віброізолятору повідомляється динамічна сила, яка контролюється за системою зворотного зв'язку. За даним методом визначаються амплітудно-частотна (АЧХ) і фазочастотна (ФЧХ) характеристики вхідної механічної рухливості гумового віброізолятора.

Такі величини, як динамічна жорсткість, коефіцієнт демпфування віброізолятора, істотно впливають на вібронавантаженість автомобіля. У зв'язку з цим накопичення відомостей про згадані параметри віброізоляторів, що застосовуються на автомобілях, є вельми актуальним [9].

При використанні пасивного віброзахисту конструкцій коливання агрегатів можуть бути значною мірою знижені підвісками з нелінійними характеристиками. Дослідження різних варіантів нелінійних жорсткісних характеристик [2, 5] показали, що застосування опор з нелінійною характеристикою пружності зменшує вібронавантаженість кузова автомобіля від роботи силового агрегата.

## РОЗДІЛ 2 ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглядаючи фізичні процеси і явища, що протікають у реальному світі, дослідник спирається на досить багатий математичний апарат, вигляд якого тією чи іншою мірою точності відображає якісну поведінку об'єкта – це може бути і аналітичне рішення, і емпіричні залежності. При цьому дуже важливу роль відіграє моделювання цих процесів, яке дозволяє визначити вплив одних величин (незалежних) на інші (залежні).

Моделювання як процес нерозривно пов'язане з наповненням обраної моделі дослідними даними, що якісно і кількісно відображають властивості та поведінку реального об'єкта або конструкції.

Точність результатів моделювання залежатиме від ступеня деталізації моделі, мети дослідження та ряду інших факторів.

Завдяки інтенсивному розвитку обчислювальної техніки, різних алгоритмів, методів дослідження та математичного апарату моделювання широко застосовується практично в усіх галузях науки, і особливо — у техніці.

За допомогою математичного моделювання можна отримати покращені або оптимізовані розрахункові показники будь-яких параметрів (наприклад, рівнів віброприскорень), що характеризують властивості об'єкта дослідження, а також прогнозувати поведінку конструкції, обходячись інколи без дороговартісних експериментів.

В автомобілебудуванні найчастіше математичні моделі динаміки автомобіля описуються системою лінійних або нелінійних диференціальних рівнянь із використанням енергетичних рівнянь, відомих із теоретичної механіки. При цьому вибір тієї чи іншої математичної моделі, що описує динаміку автомобіля, залежить від мети роботи, необхідної точності розрахунку, складності математичного апарату, обчислювальних витрат та інших факторів.

Очевидно, що основною вимогою, яка висувається до математичних моделей руху автомобіля, є забезпечення однакових результатів, отриманих як

при розрахунках, так і при випробуваннях, тобто хорошій збіжності експерименту та розрахунку.

Серед методів дослідження віброакустичного стану автомобіля та силового агрегата останнім часом найбільш широко використовується метод скінченних елементів.

Найбільш придатним програмним засобом для розв'язання задач віброакустики є продукт MSC/NASTRAN компанії MSC Software.

Безперечними перевагами методу скінченних елементів є максимальна наближеність форми та деталізації скінченно-елементної моделі досліджуваної конструкції до реального об'єкта, тісна інтеграція у процес твердотільного моделювання на різних етапах проектування і доведення автомобіля, можливість урахування демпфувальних і жорсткісних параметрів кузова автомобіля, системи випуску та інших вузлів і агрегатів, проста процедура визначення власних частот і форм коливань конструкції, можливість проведення оптимізації вбудованими засобами.

## 2.1 Допущення та обмеження, прийняті при моделюванні

Аналіз виконаних робіт за даною тематикою, проведений у розділі 1, показує, що автомобіль являє собою складну коливальну систему. Це пов'язано з тим, що він складається з вузлів і деталей, які з'єднані між собою пружними зв'язками. У свою чергу, вузли та деталі не є абсолютно жорсткими елементами з масами, розподіленими у просторі. Математичний опис, що точно враховує ці параметри, з одного боку неможливий, особливо якщо йдеться про певну універсальну модель, з іншого боку, у цьому немає необхідності, оскільки спрощені моделі, розглянуті у першому розділі, дають достатньо адекватну картину явищ, що відбуваються. Тому при дослідженні автомобіля та його вузлів необхідно застосовувати спрощення при складанні математичної моделі об'єкта дослідження.

Однак слід зазначити, що для глибшого розуміння процесів, які відбуваються у реальній конструкції, необхідно більш детально і точно моделювати та описувати ці процеси.

При моделюванні в роботі прийняті такі загальні обмеження:

- не розглядаються крутильні коливання, що виникають у трансмісії автомобіля;
- силовий агрегат представлений абсолютно жорстким тілом;
- не враховується вплив дисбалансу коліс;
- не моделюється важіль перемикання передач та його кінематичний зв'язок із силовим агрегатом.

## 2.2 Розрахункова схема автомобіля

Проаналізувавши існуючі розрахункові схеми для дослідження вібронатажності автомобіля та враховуючи прийняті допущення, запропонована уточнена просторова розрахункова схема (рис. 2.1), яка відрізняється від раніше відомих наявністю системи випуску відпрацьованих газів із металокомпенсатором кутових коливань, нелінійними характеристиками опор силового агрегата, амортизаторів і шин, а також урахуванням податливості кузова в місцях кріплення силового агрегата.

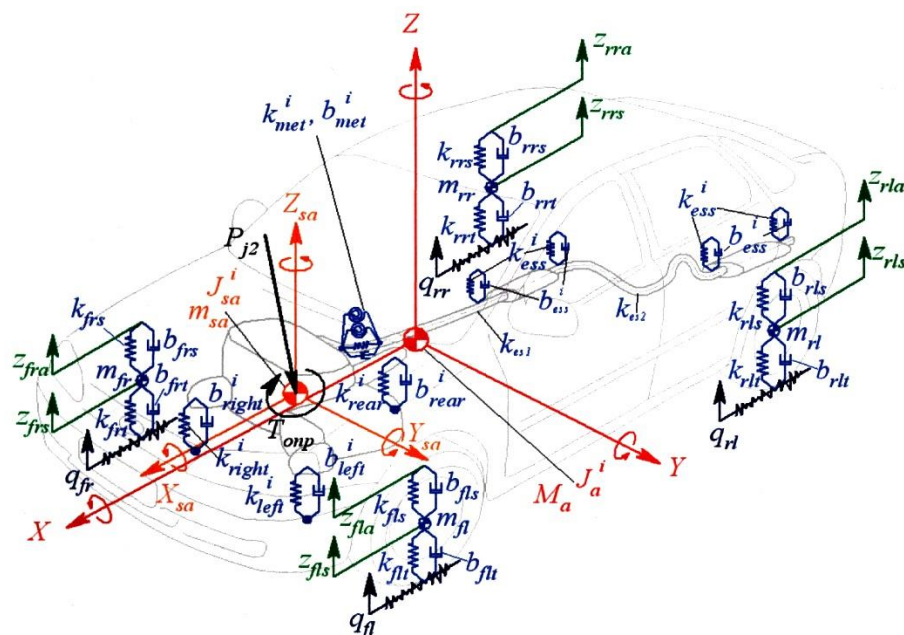


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема автомобіля

Дана розрахункова схема є основою для розробки та побудови двох основних скінченно-елементних моделей автомобіля, що використовуються у подальшій роботі:

- 1) без урахування податливості кузова;
- 2) з урахуванням податливості кузова.

Розрахункова схема умовно складається з кількох систем: кузова автомобіля, передньої та задньої підвісок, силового агрегата з опорами і системи випуску відпрацьованих газів із металокомпенсатором кутових коливань сильфонного типу.

Така схема дозволяє враховувати зовнішні збурювальні фактори  $q_{fl}(t)$ ,  $q_{fr}(t)$ ,  $q_{rl}(t)$ ,  $q_{rr}(t)$  – кінематичні впливи, що виникають у місці контакту коліс із дорогою, і силові фактори, що діють з боку силового агрегата – силу інерції неврівноважених мас другого порядку  $P_{j2}$  та реактивний перекидний момент  $T_{opr}$  (або полігармонічний крутний момент).

Глобальна декартова система координат автомобіля ( $XYZ$ ) пов'язана з кузовом, представленим у вигляді зосередженої маси  $M_a$  та таким, що має інерційні показники  $J_a(J_{ax}, J_{ay}, J_{az})$ . Початок системи координат збігається з розташуванням зосередженої маси автомобіля.

Кузов має шість ступенів свободи – три поступальні вздовж відповідних осей системи координат і три обертальні навколо цих осей. Зосереджена маса кузова включає в себе масу власне пофарбованого кузова, оббивки, комплекту вібро- і шумоізоляції, навісних елементів, панелі приладів із рульовою колонкою, сидінь, заправленого паливного бака, запасного колеса, акумуляторної батареї та ін.

Непідресорені маси автомобіля  $m_{fl}$ ,  $m_{fr}$ ,  $m_{rl}$ ,  $m_{rr}$  з'єднані з колесами (шинами), представленими у вигляді пружних  $k_{flt}$ ,  $k_{ftr}$ ,  $k_{rlt}$ ,  $k_{rrt}$  і демпфувальних  $b_{flt}$ ,  $b_{ftr}$ ,  $b_{rlt}$ ,  $b_{rrt}$  елементів з одного боку, а також із підвіскою автомобіля, представленою у вигляді пружних  $k_{fls}$ ,  $k_{frs}$ ,  $k_{rls}$ ,  $k_{rrs}$  (пружин) і демпфувальних

$b_{fls}, b_{frs}, b_{rls}, b_{rrs}$  елементів (амортизаторів) з іншого. Характеристики пружин – лінійні, амортизаторів – нелінійні. Пружна характеристика шин нелінійна.

Силовий агрегат представлений абсолютно жорстким тілом, що має задані масово-інерційні показники ( $m_{sa}, J_{sa}$ ). Силовому агрегату умовно призначена нова система координат ( $X_{sa} Y_{sa} Z_{sa}$ ), напрямки осей якої колінеарні осям глобальної системи координат.

У центрі нової системи координат знаходиться зосереджена маса силового агрегата.

Силовий агрегат встановлений на три гумометалеві опори та має шість ступенів свободи – три поступальні і три обертальні.

Кожна з трьох опор силового агрегата представлена у вигляді пружних  $K_{ejl}$ ,  $K_{tght}$ ,  $K_{ear}$  і демпфувальних  $b_{jfl}$ ,  $b_{jrght}$ ,  $b_{ear}$  елементів.

Кожен із цих елементів являє собою комбінацію трьох взаємно перпендикулярних пружних і демпфувальних елементів — відповідно вздовж осей  $X$ ,  $Y$  і  $Z$ . Структурне тертя, що виникає у гумометалевих опорах, замінене аналогічним в'язким, про що сказано далі у роботі. Характеристики опор силового агрегата є нелінійними.

Система випуску відпрацьованих газів представлена розподіленою структурою, що складається з додаткового глушника, який має жорсткість  $k_{es1}$ , основного глушника з жорсткістю  $k_{es2}$  і металокомпенсатора кутових коливань, представленого згинальною та осьовою жорсткістю  $k'_{met}$  та еквівалентним структурному в'язким демпфуванням  $b'_{met}$ .

Система випуску кріпиться до кузова автомобіля за допомогою чотирьох пружних гумових підвісів, кожен із яких представлений у вигляді комбінації пружного  $k'_{ess}$  і демпфувального  $b'_{ess}$  елементів.

Пружно-демпфувальні характеристики пружних гумових підвісів системи випуску відпрацьованих газів – лінійні.

## 2.3 Математичний опис коливань автомобіля у формулюванні методу скінченних елементів

Система диференціальних рівнянь у формулюванні МСЕ [18], що описують коливання автомобіля, записується у вигляді:

$$\|M\|\ddot{u}(t) + \|B[\dot{u}(t)]\|\dot{u}(t) + \|K[u(t)]\|u(t) = P(t), \quad (2.1)$$

де  $\|M\|$  – матриця мас;  $\ddot{u}(t)$  – вектор узагальнених прискорень;  $\|B[\dot{u}(t)]\|$  – матриця демпфування;  $\dot{u}(t)$  – вектор узагальнених швидкостей;  $\|K[u(t)]\|$  – матриця жорсткості;  $u(t)$  – вектор узагальнених координат;  $P(t)$  – вектор зовнішніх силових факторів.

Структура матриць мас, демпфування і жорсткості визначається конструкцією об'єкта дослідження.

Такий запис у матричній формі дозволяє враховувати скільки завгодно багато звичайних диференціальних рівнянь, ускладнюючись при збільшенні деталізації (числа скінченних елементів) скінченно-елементної моделі описуваного об'єкта.

Як вектор зовнішніх силових факторів  $P(t)$  використовуються табличні значення сили інерції другого порядку і полігармонічний крутний момент, розраховані за спеціальною програмою залежно від обраного режиму роботи автомобіля.

## 2.4 Розробка скінченно-елементної моделі силового агрегата та його опор

При моделюванні силового агрегата та його опор методом скінченних елементів можна застосувати основні припущення, зазначені ще у роботі [9]:

- не враховуються пружні деформації силового агрегата, викликані деформацією деталей, кінцевою жорсткістю стиків між деталями, внаслідок якої можливе зміщення окремих частин, що складають силовий агрегат;

- кузов автомобіля, на якому встановлений силовий агрегат, вважається абсолютно жорстким (актуально тільки для скінченно-елементної моделі, що не враховує податливість кузова);

— кожна опора силового агрегата замінюється трьома взаємно перпендикулярними пружинами, розташованими у просторі вздовж головних осей жорсткості опор;

— сили опору в опорах замінюються в'язким тертям, що розсіює однакову енергію порівняно з фактичною;

— характеристики пружності опор силового агрегата мають нелінійну характеристику.

Перед тим як визначитися з якісною картиною виду скінченно-елементної моделі автомобіля, визначимо основні напрями робіт учених, що пов'язані з дослідженням віброактивності силового агрегата. Їх умовно можна розділити на кілька напрямів:

1. використання ланцюгової або розгалуженої крутильної системи, силовий агрегат представляється як маховик, який здійснює коливання від положення рівноваги навколо своєї осі, паралельної осі валів коробки передач, підвіска силового агрегата реалізується як реактивна жорсткість;

2. представлення силового агрегата у вигляді твердого тіла на нерухомій основі без урахування або з урахуванням зв'язку з трансмісією, системою випуску і несучим кузовом;

3. представлення силового агрегата у вигляді твердого тіла на рухомій основі (з урахуванням підресорювання несучого кузова або рами).

Для дослідження параметрів (у загальному випадку — місць розташування та пружно-демпфувальних характеристик) опор силового агрегата цілком достатньо розглядати силовий агрегат у вигляді твердого тіла, що здійснює коливання на трьох опорах, кожна з яких представлена трьома взаємно перпендикулярними пружинами і приєднаними паралельно їм демпфувальними елементами.

Прийнята скінченно-елементна модель силового агрегата показана на рис. 2.2.

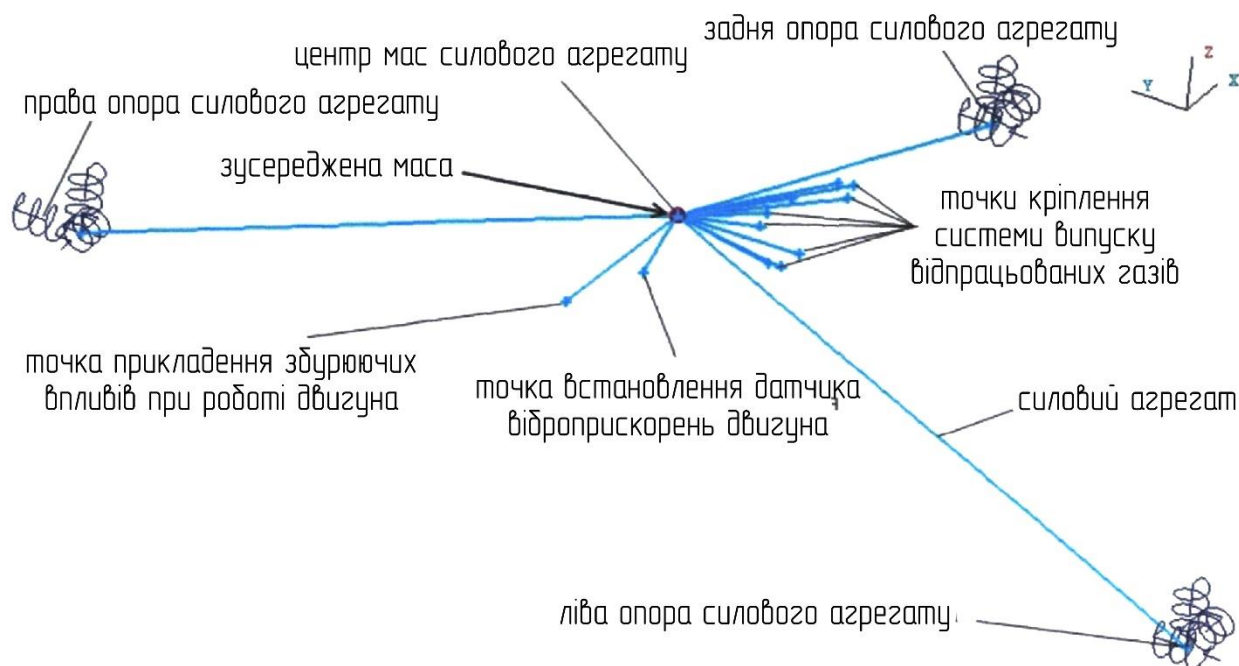


Рисунок 2.2 – Скінченно-елементна модель силового агрегату

Силовий агрегат реалізований у вигляді абсолютно жорсткого скінченного елемента типу RBE2 (тут і далі використовуються позначення і назви скінченних елементів у термінології програмного пакета MSC/NASTRAN [7, 10, 18]), вузли якого з'єднують між собою ліву, праву і задню опори, систему випуску відпрацьованих газів (на рис. 2.2 не показана) і зосереджену масу, реалізовану у вигляді елемента типу CONM2. Цей елемент є скалярною зосередженою масою, карта властивостей якого дозволяє задавати масово-інерційні показники (масу силового агрегата і моменти інерції відносно осей вибраної системи координат).

Кожна з трьох опор силового агрегата (див. рис. 2.3) представлена у вигляді трьох взаємно перпендикулярних елементів типу CELAS1, один із вузлів яких з'єднаний з кузовом автомобіля, а інший – із силовим агрегатом.

Елементи орієнтовані відносно вибраної декартової системи координат автомобіля – один елемент уздовж осі  $X$ , другий елемент уздовж осі  $Y$  і третій елемент уздовж осі  $Z$ .

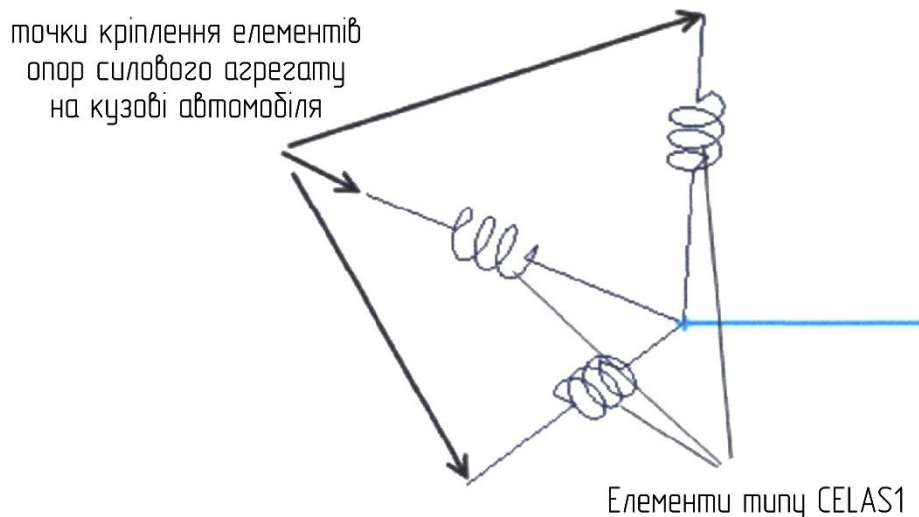


Рисунок 2.3 – Скінченно-елементна модель опори силового агрегата

Карта властивостей PELAS1 і PELAST цих елементів дозволяє задавати пружно-демпфувальні властивості опор у лінійному і нелінійному вигляді в табличній формі.

## 2.5 Розробка скінченно-елементної моделі системи випуску відпрацьованих газів

Для оцінки впливу системи випуску відпрацьованих газів на рівні віброприскорень у контрольних точках об'єкта дослідження необхідно розробити скінченно-елементні моделі системи випуску окремо для варіанта з металокомпенсатором кутових коливань сильфонного типу і окремо для варіанта без нього.

Система випуску відпрацьованих газів об'єкта дослідження складається з каталітичного нейтралізатора (рис. 2.4), додаткового глушника (рис. 2.5 – варіант без металокомпенсатора кутових коливань, рис. 2.6 – варіант із компенсатором кутових коливань сильфонного типу) і основного глушника (рис. 2.7).



Рисунок 2.4 –Каталітичний нейтралізатор



Рисунок 2.5 – Глушник додатковий без металокомпенсатора кутових коливань



Рисунок 2.6 – Глушник додатковий з металокомпенсатором кутових коливань



Рисунок 2.7 – Глушник основний

Скінченно-елементна модель системи випуску відпрацьованих газів без металокомпенсатора кутових коливань (варіант 1) представлена на рис. 2.8.

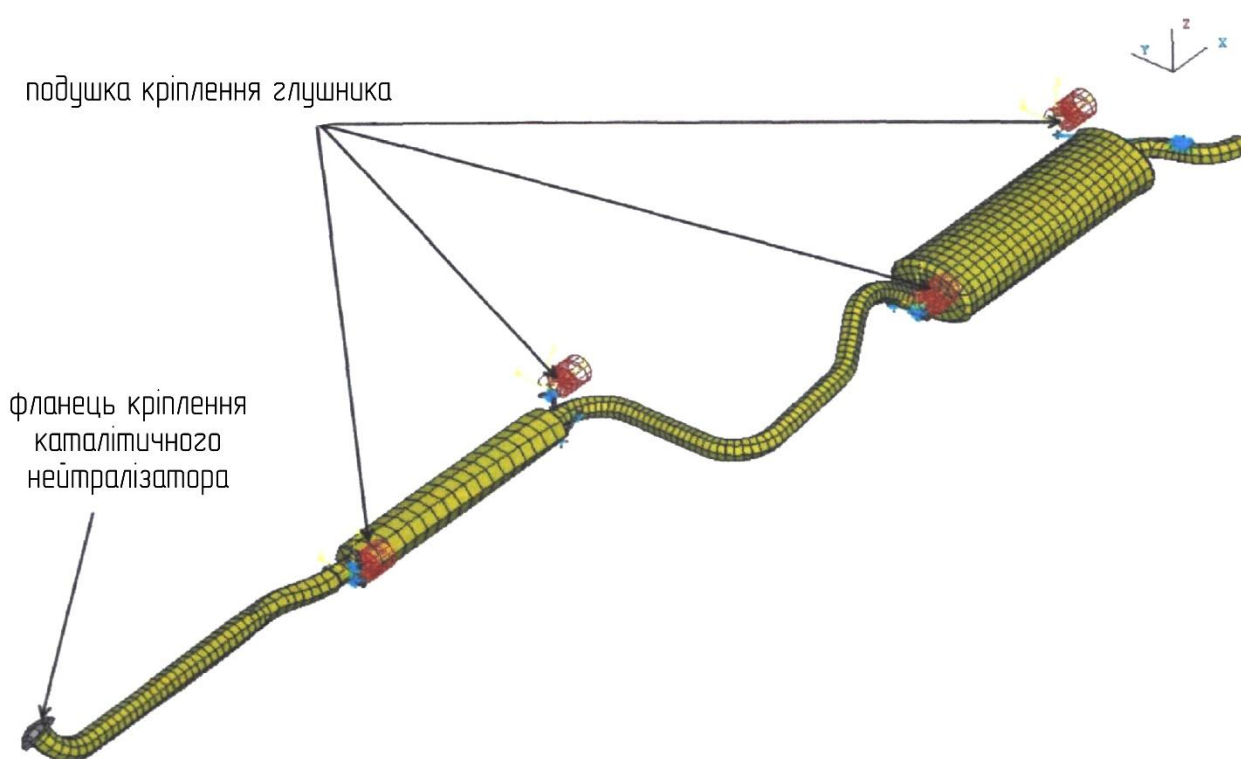


Рисунок 2.8 – Скінченно-елементна модель системи випуску відпрацьованих газів (варіант 1)

Додатковий і основний глушники моделювалися з використанням оболонкових скінченних елементів типу CTRIA (тривузловий) і CQUAD (чотиривузловий).

Каталітичний нейтралізатор з огляду на малість розмірів порівняно з довжиною системи випуску в зборі, а також його велику жорсткість не моделювався. Таким чином, жорсткий елемент типу RBE2, що являє собою

силовий агрегат (див. рис. 2.2), своїми вузлами з'єднує систему випуску в районі фланця кріплення каталітичного нейтралізатора (див. рис. 2.8).

Кожна з чотирьох подушок підвіски глушника реалізована у вигляді пружно-демпфувального елемента типу CBUSH, карта властивостей якого дозволяє задавати пружні і демпфувальні характеристики за всіма шістьма компонентами (три поступальних уздовж осей координат і три обертальних відносно цих осей) у лінійній і нелінійній постановці, у тому числі й залежно від частоти.

При розробці скінченно-елементної моделі системи випуску відпрацьованих газів з металокомпенсатором (варіант 2) необхідно вибрати спосіб моделювання самого металокомпенсатора сильфонного типу. Для вирішення цієї задачі проаналізована конструкція даного вузла (див. рис. 2.9), виконані дослідження з визначення згинальної, крутильної і лінійної жорсткостей.



Рисунок 2.9 – Металокомпенсатор кутових коливань системи випуску відпрацьованих газів

Аналіз отриманих даних показав, що металокомпенсатор має нелінійні характеристики жорсткості вздовж осі  $X$  і в площинах  $XZ$  та  $XY$  (напрями осей відповідають декартовій системі координат автомобіля). Жорсткість металокомпенсатора навколо осі  $X$  надзвичайно висока, а зміщення в площинах  $XZ$ ,  $XY$  практично відсутні.

Далі, використовуючи за основу цю розрахункову динамічну модель, розроблена скінченно-елементна модель металокомпенсатора кутових коливань (рис. 2.10), реалізована у вигляді пружно-демпфувального скінченного елемента типу CBUSH. Карта властивостей цього елемента дозволяє задавати пружні і демпфувальні характеристики за всіма шістьма компонентами (три поступальних уздовж осей координат і три обертальних відносно цих осей) у лінійній і нелінійній постановці, у тому числі й залежно від частоти. Елемент CBUSH з'єднує дві частини додаткового глушника за допомогою двох абсолютно жорстких елементів типу RBE2.

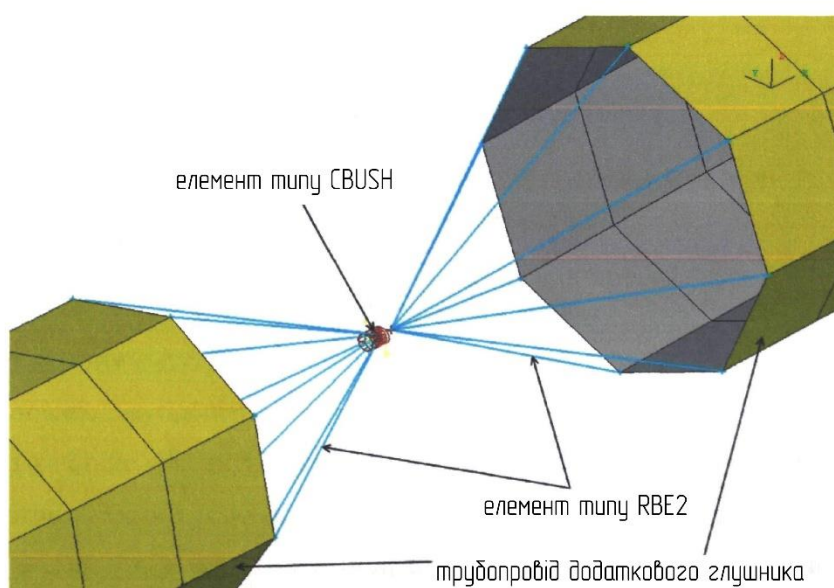


Рисунок 2.10 – Скінченно-елементна модель металокомпенсатора сильфонного типу

Скінченно-елементна модель системи випуску відпрацьованих газів з металокомпенсатором кутових коливань представлена на рис. 2.11.

Даний варіант системи випуску відпрацьованих газів відповідає конструктивно об'єкту дослідження. Додатковий глушник при цьому складається з двох частин, між якими встановлений металокомпенсатор.

2. з системою випуску відпрацьованих газів без металокомпенсатора кутових коливань — варіант 2;

3. з системою випуску відпрацьованих газів, що враховує наявність металокомпенсатора кутових коливань — варіант 3.

Склад усіх трьох моделей однаковий за винятком системи випуску.

При розробці спрощених скінченно-елементних моделей автомобіля прийняті такі допущення:

- кузов автомобіля вважається абсолютно жорстким тілом, що має такі ж масово-інерційні показники, як і реальний аналог;
- пружний елемент підвіски автомобіля має лінійну характеристику жорсткості;
- демпфувальний елемент підвіски (амортизатор) має нелінійну характеристику і різні коефіцієнти демпфування на ходах стискання і відбою;
- пружна характеристика шин нелінійна;
- напрямні елементи підвіски (передні важелі, важелі задньої підвіски) мають жорсткісні характеристики, що відповідають реальному об'єкту;
- у передній підвісці враховано наявність стабілізатора поперечної стійкості.

Скінченно-елементна модель автомобіля (варіант 1) представлена на рис. 2.12. Ця модель є загальною для всіх трьох варіантів спрощених скінченно-елементних моделей автомобіля. Уся модель повністю при представленні її абсолютно жорстким тілом має шість ступенів свободи.

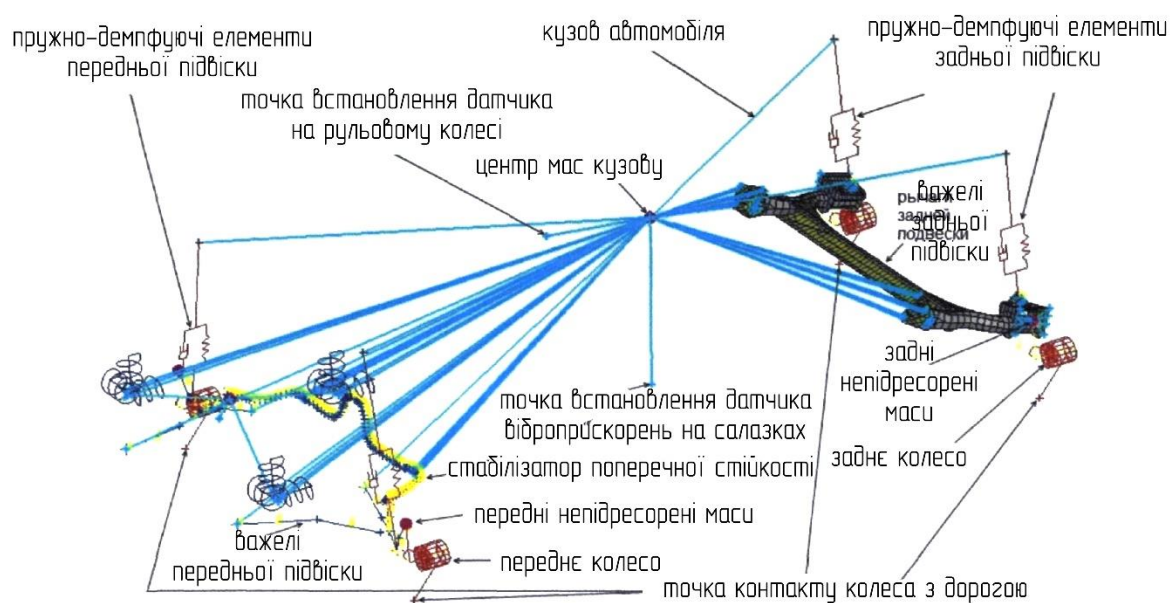


Рисунок 2.11 – Скінченно-елементна модель автомобіля без урахування податливості кузова (варіант 1)

Кузов автомобіля реалізований у вигляді абсолютно жорсткого елемента типу RBE2, що об'єднує в єдине ціле всі вузли та агрегати автомобіля. У центральному вузлі цього елемента, що відповідає центру мас кузова у зборі (з урахуванням сидінь, панелі приладів із рульовою колонкою, обшивки, навісних елементів і шумоізоляції), знаходиться елемент типу CONM2 (зосереджена у вузлі маса), у карті властивостей якого задані масово-інерційні дані.

Шини коліс реалізовані у вигляді пружно-демпфувального елемента типу CBUSH, один вузол якого сприймає кінематичне збурення від дороги, а другий з'єднаний зі ступицею колеса.

Для наповнення даними карти властивостей елемента, що відповідає шині, необхідно провести експериментальне визначення її жорсткісних характеристик.

У вузлі, що відповідає ступиці, знаходиться елемент зосередженої маси CONM2. У карті властивостей цього елемента задані відповідно невіднеслені маси передніх лівого і правого, а також задніх лівого і правого коліс.

Важелі передньої підвіски виконані з використанням пружних балкових елементів типу CBAR, у карті властивостей яких записані жорсткісні характеристики, що відповідають реальним. Вузли важелів з'єднані таким чином, щоб забезпечити обертання в місцях сайлентблоків і кульових опор та забезпечити правильну кінематику роботи передньої підвіски.

Лівий і правий важелі передньої підвіски з'єднані стабілізатором поперечної стійкості, також виконаним у вигляді пружних балкових елементів типу CBAR із заданням у карті властивостей цього елемента відповідних характеристик поперечного перерізу.

Важелі задньої підвіски виконані у вигляді сітки оболонкових елементів типу CTRIA і CQUAD. У вузлах, що відповідають розташуванню шарнірів кріплення пружно-демпфувальних елементів і місць кріплення важелів до кузова, передбачена можливість відносного обертання елементів один відносно одного для забезпечення правильної кінематики роботи задньої підвіски.

Пружно-демпфувальні елементи передньої та задньої підвіски реалізовані у вигляді скалярних одновимірних пружно-демпфувальних елементів типу

CBUSH1D. Карта властивостей цих елементів дозволяє задавати лінійні та нелінійні характеристики окремо для пружного і демпфувального елементів (амортизаторів), у тому числі й залежно від частоти. Один вузол кожного з цих елементів з'єднаний із важелем підвіски, а другий — із кузовом автомобіля.

Нелінійна характеристика переднього і заднього амортизаторів запозичена з [2].

Силовий агрегат змодельований аналогічно рис. 2.2 (вище) і з'єднаний із кузовом автомобіля у відповідних точках (див. рис. 2.3).

Для зіставлення результатів розрахунку із визначення рівнів віброприскорень у скінченно-елементних моделях (СЕМ) визначено ряд контрольних точок, координати яких відповідають розташуванню датчиків віброприскорень на автомобілі, а деякі з них використовуються для прикладання до них збурювальних впливів.

Скінченно-елементна модель автомобіля без урахування податливості кузова з урахуванням системи випуску відпрацьованих газів без металокомпенсатора кутових коливань (варіант 2) представлена на рис. 2.12.

В іншому ця СЕМ повністю ідентична СЕМ, представлений на рис. 2.11.

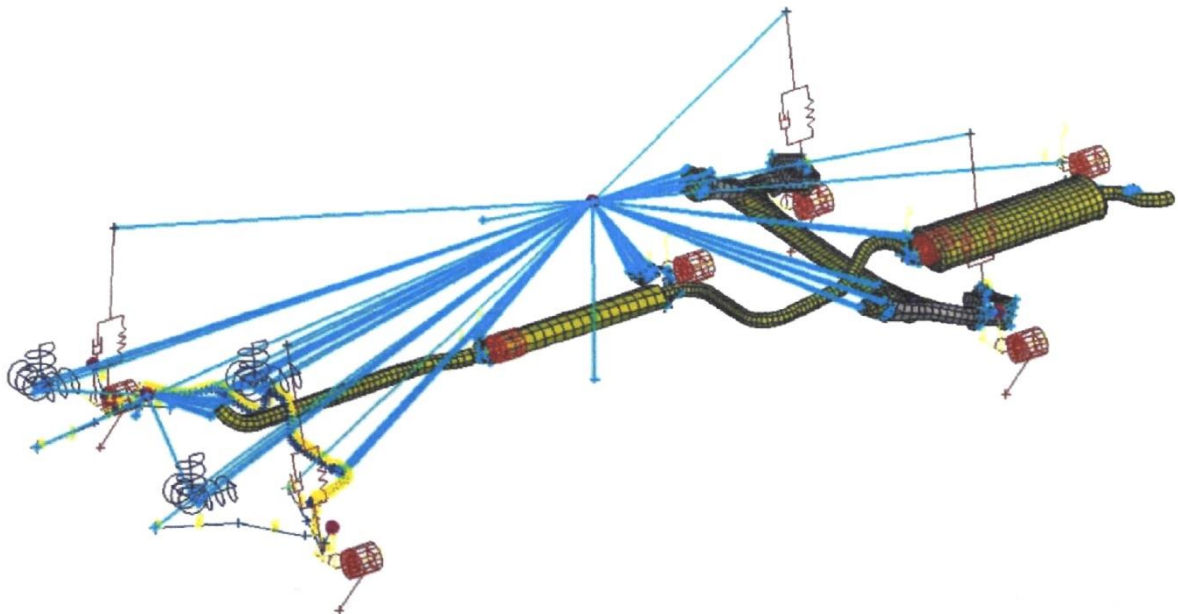


Рисунок 2.12 – Скінченно-елементна модель автомобіля без урахування податливості кузова (варіант 2)

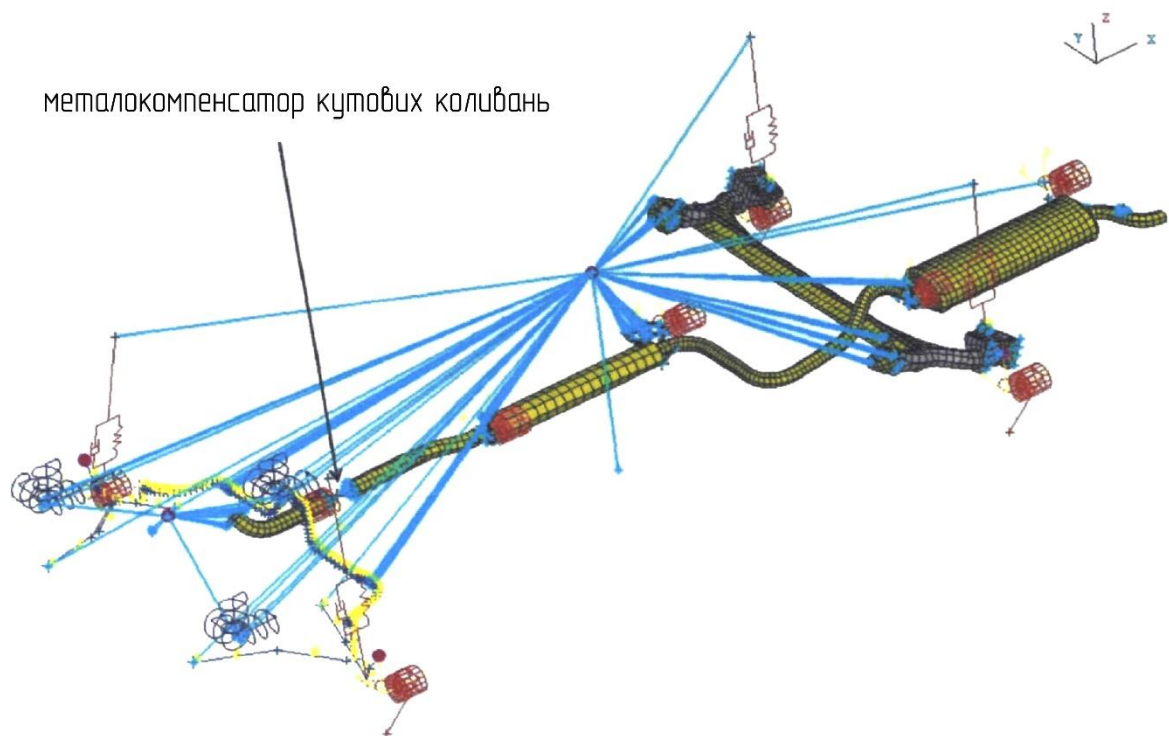


Рисунок 2.13 – Скінченно-елементна модель автомобіля без урахування податливості кузова (варіант 3)

Скінченно-елементна модель автомобіля без урахування податливості кузова із системою випуску відпрацьованих газів з металокомпенсатором кутових коливань (варіант 3) представлена на рис. 2.13.

## РОЗДІЛ 3 АНАЛІЗ ВІБРОНАВАНТАЖЕНОСТІ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ ТА ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ ОБРАНОЇ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ

Для подальшого використання розроблених скінченно-елементних моделей з метою пошуку раціональних нелінійних характеристик опор силового агрегату, а також визначення впливу металокомпенсатора кутових коливань і його характеристик на рівні вібрації в контрольних точках необхідно провести перевірку адекватності цих СЕМ.

### 3.1 Аналіз власних частот і форм коливань

Перед виконанням розрахунків вібронавантаженості автомобіля на різних режимах роботи необхідно визначити власні частоти та форми коливань силового агрегату на опорах, системи випуску відпрацьованих газів і кузова автомобіля.

Обчислення власних частот і форм коливань структури, як правило, є першим кроком при виконанні будь-якого динамічного аналізу структури. Отримані результати характеризують базову динамічну поведінку конструкції. Їх аналіз часто дозволяє вже на цьому етапі спрогнозувати відгук структури під дією динамічного навантаження.

Власні частоти і форми коливань визначалися з використанням спеціальної послідовності рішень SOL103 розрахункового пакета MSC/NASTRAN.

Для аналізу подальшої динамічної поведінки конструкції достатньо використовувати діапазон власних частот 3...100 Гц.

#### 3.1.1 Аналіз власних частот і форм коливань силового агрегату

Результати розрахунку власних частот і форм коливань силового агрегату на опорах, які мають абсолютно жорстке закріплення в місцях їх кріплення до кузова, представлені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Власні частоти та форми коливань силового агрегату

| Номер<br>власної<br>форми<br>коливань | Опис власної форми коливань | Власна частота<br>коливань<br>(розрахункова), Гц |
|---------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------------------|
| 1                                     | Поступальна вздовж осі $Z$  | 6,6                                              |
| 2                                     | Поступальна вздовж осі $X$  | 7,0                                              |
| 3                                     | Поступальна вздовж осі $Y$  | 7,5                                              |
| 4                                     | Обертальна навколо осі $X$  | 11,5                                             |
| 5                                     | Обертальна навколо осі $Y$  | 13,1                                             |
| 6                                     | Обертальна навколо осі $Z$  | 18,0                                             |

Як видно з результатів, практично всі власні частоти коливань знаходяться в дорезонансній зоні, обумовленій частотою збурювальних впливів силового агрегату на холостому ходу в районі  $840 \dots 900 \text{ хв}^{-1}$ , що відповідає частотам  $14 \dots 15$  Гц.

Шоста власна форма коливань знаходиться в зарезонансній зоні холостого ходу і може проявити себе на режимі інтенсивного розгону, а також при рушанні автомобіля з місця.

### 3.1.2 Аналіз власних частот і форм коливань системи випуску відпрацьованих газів

Результати розрахунку власних частот і форм коливань системи випуску відпрацьованих газів, яка встановлена на пружній підвісці (гумових підвісах), представлені в табл. 3.2. Пружні підвіси мають абсолютно жорстке закріплення в місцях їх кріплення до кузова.

Таблиця 3.2 – Власні частоти та форми коливань системи випуску відпрацьованих газів

| Номер власної форми коливань | Опис власної форми коливань                                                                               | Власна частота коливань (розрахункова), Гц |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1                            | Згинальна форма коливань труби додаткового глушника навколо осі $Y$ (центр обертання – металокомпенсатор) | 1,0                                        |
| 2                            | Згинальна форма коливань труби додаткового глушника навколо осі $Z$ (центр обертання – металокомпенсатор) | 1,0                                        |
| 3                            | Згинальна вздовж осі $Y$                                                                                  | 3,8                                        |
| 4                            | Обертальна навколо осі $X$                                                                                | 4,9                                        |
| 5                            | Обертальна навколо осі $Y$                                                                                | 3,7                                        |
| 6                            | Обертальна навколо осі $Z$                                                                                | 14,0                                       |

### 3.1.3 Аналіз власних частот і форм коливань кузова

При дослідженні вібраційного стану автомобіля важливо мати уявлення про поведінку кузова (про його власні значення частот). При використанні СЕМ автомобіля з урахуванням податливості кузова необхідно знати значення власних частот і форм коливань його кузова. Перші вісім значень власних частот кузова представлені в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Власні частоти коливань

| Номер форми | Частота, Гц |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------|-------------|------|------|------|------|------|------|------|
|             | 1           | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
| Значення    | 22,5        | 37,2 | 37,9 | 41,9 | 49,3 | 49,9 | 54,4 | 55,5 |

Власні форми коливань кузова представлені на рис. 3.1...3.8.



Рисунок 3.1 – Перша власна форма коливань кузова

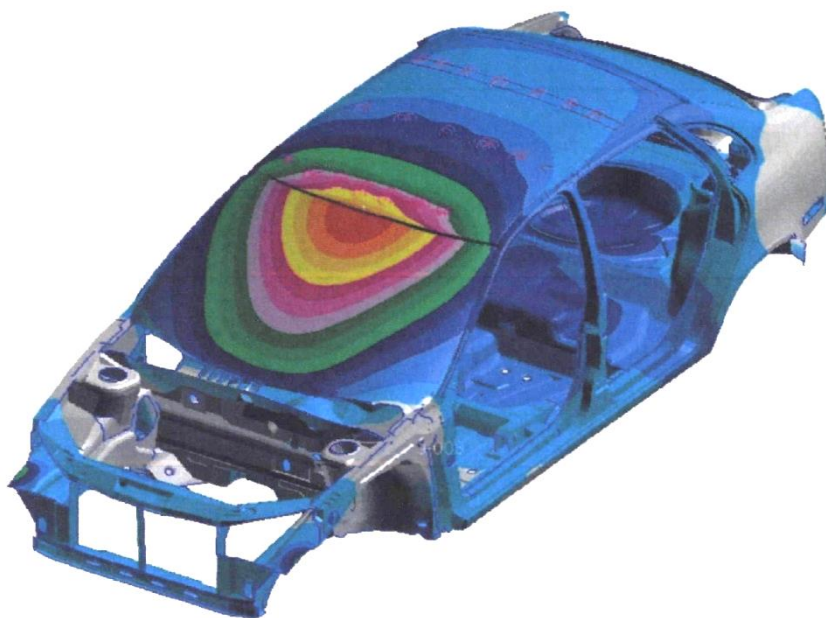


Рисунок 3.2 – Друга власна форма коливань кузова



Рисунок 3.3 – Третя власна форма коливань кузова

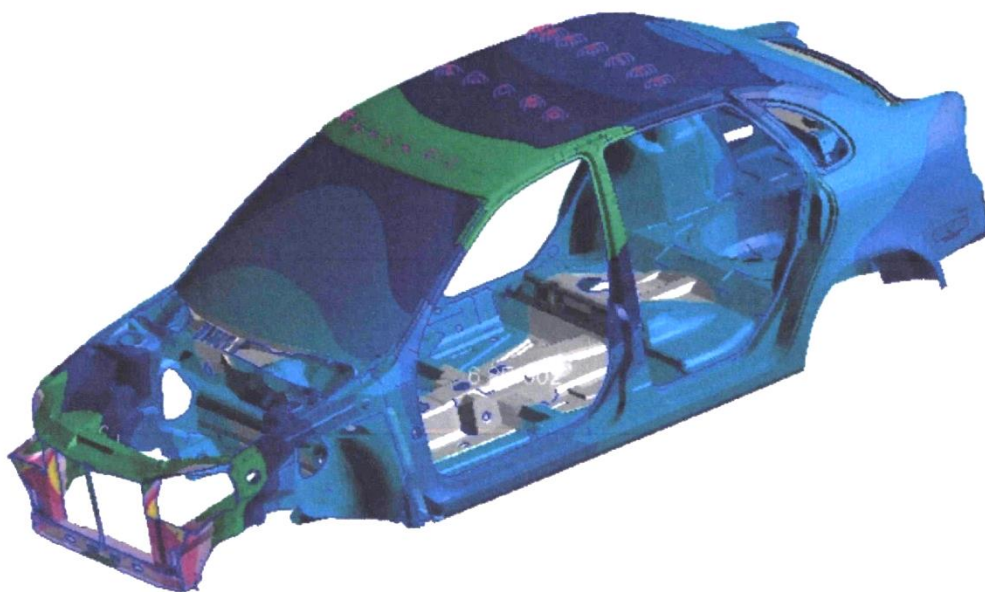


Рисунок 3.4 – Четверта власна форма коливань кузова

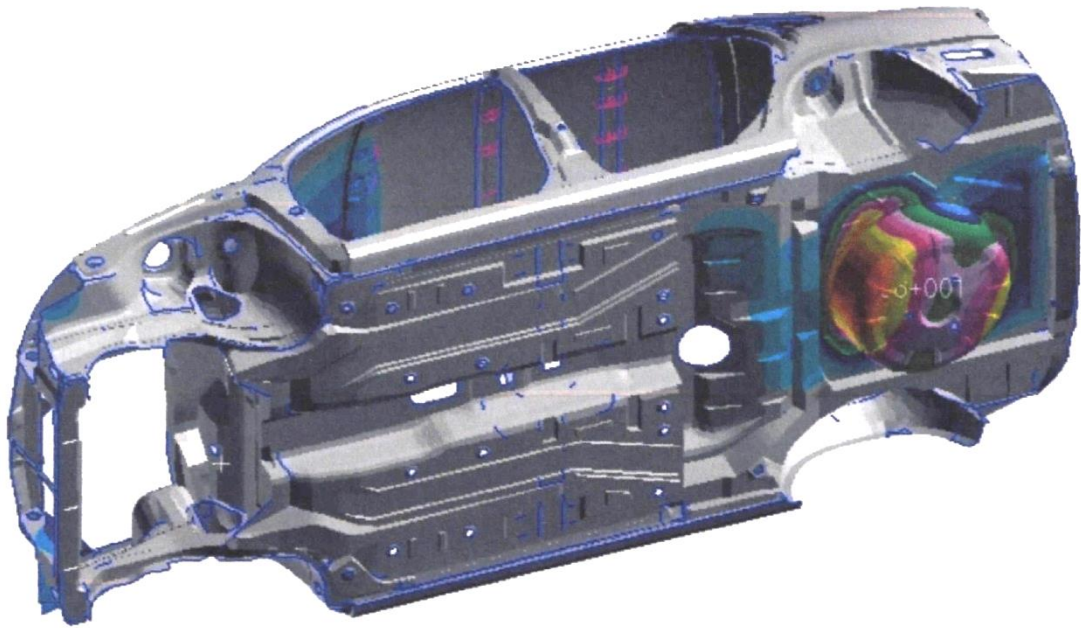


Рисунок 3.5 – П'ята власна форма коливань кузова

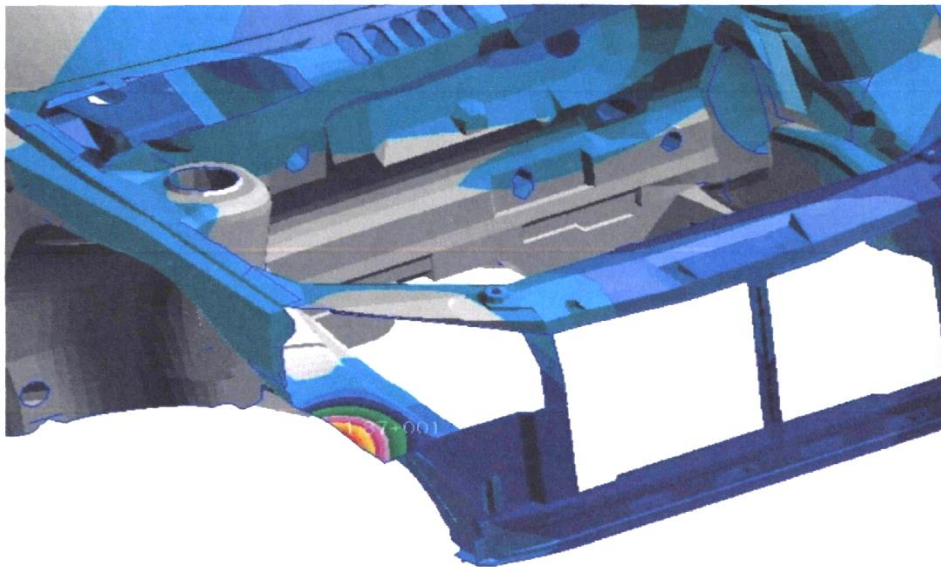


Рисунок 3.6 – Шоста власна форма коливань кузова

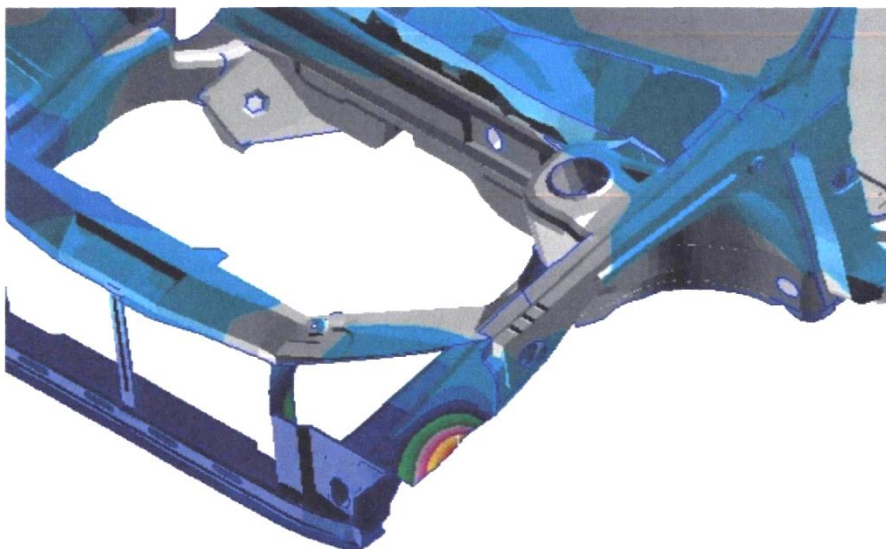


Рисунок 3.7 – Сьома власна форма коливань кузова

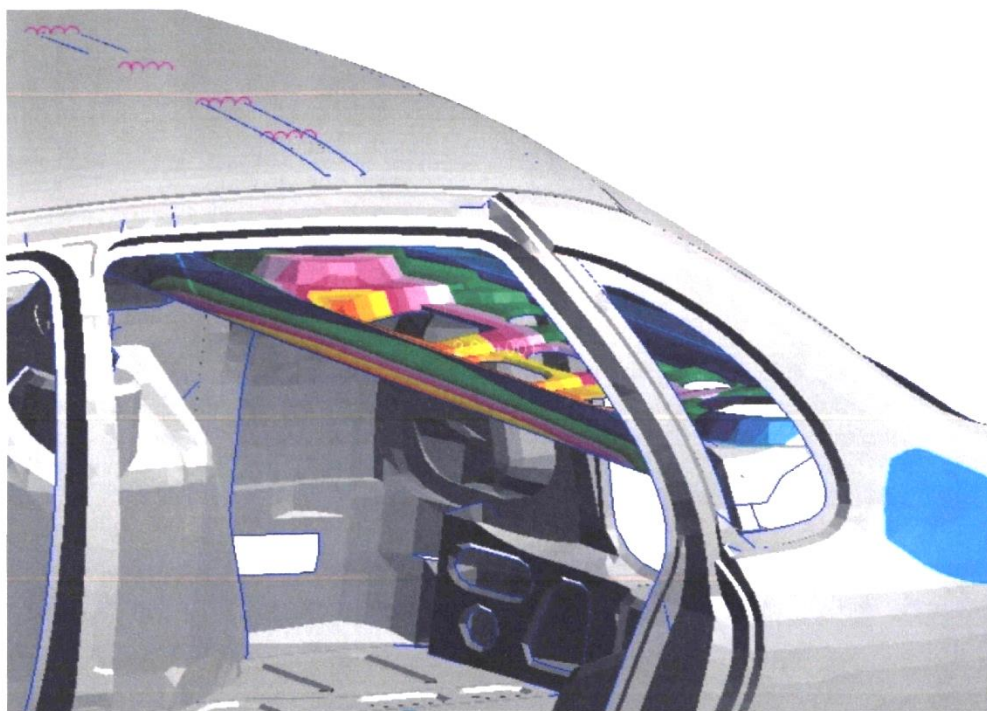


Рисунок 3.8 – Восьма власна форма коливань кузова

3.2 Аналіз вібронавантаженості легкового автомобіля на основі результатів розрахунку та випробувань для обраних режимів

Перевірку адекватності розроблених скінченно-елементних моделей необхідно виконати з урахуванням обраних режимів роботи автомобіля: холостого ходу на частоті  $840 \text{ хв}^{-1}$ , інтенсивного розгону на третій передачі,

рівномірного руху зі швидкостями 60, 90 і 120 км/год дорогою категорії I та зі швидкостями 45 і 60 км/год дорогою категорії II.

Як контрольні точки при оцінці адекватності розроблених СЕМ на різних режимах роботи обрані такі:

- точка на рульовому колесі;
- точка на салазках сидіння водія;
- точки на задній опорі силового агрегату в місцях «до» і «після» опори;
- точки на лівій опорі силового агрегату в місцях «до» і «після» опори;
- точки на правій опорі силового агрегату в місцях «до» і «після» опори;
- точки на ступицях коліс (тільки для режимів ходових випробувань);
- точки в місцях кріплення передніх і задніх амортизаторних стійок до кузова (тільки для режимів ходових випробувань).

При перевірці адекватності вимірювалися і зіставлялися СКЗ та рівні віброприскорень у вибраних контрольних точках.

## РОЗДІЛ 4 ПОШУК РАЦІОНАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОР СИЛОВОГО АГРЕГАТУ

### 4.1 Формування узагальненого критерію оцінки рівня вібрації

Оцінка вібронавантаженості легкового автомобіля при пошуку найкращих нелінійних характеристик пов'язана з визначенням найкращої комплектації між собою та знаходженням комплектації, що забезпечує найвищий вібр комфорт. Показання датчиків на різних вузлах мають різний рівень коливань, причому коливання в салоні автомобіля, хоча й на порядок менші, ніж на силовому агрегаті, мають не менш важливе значення при аналізі. Також норми віброприскорень нормуються саме для органів керування та елементів салону. Але, тим не менш, високий рівень вібрації вузлів трансмісії призведе до втрат потужності, зниження довговічності, збільшення рівня внутрішнього та зовнішнього шуму.

Спираючись на викладене вище, для спрощення аналізу даних необхідно мати досліджувані дані однієї розмірності, одного порядку та вибрати узагальнений критерій, при якому на часткові критерії, наприклад коливання на рульовій колонці або салазках сидіння водія, накладаються обмеження і присвоюються вагові коефіцієнти важливості.

Як суб'єктивну оцінку рівня віброприскорень для кожного агрегату та вузла досліджуваних автомобілів пропонується використовувати узагальнену функцію бажаності:

$$D = d_1 \cdot d_2 \cdot d_3 \cdot d_4 \cdot d_5 \cdot d_6 \cdot d_7 \cdot d_8 \cdot d_9 \cdot d_{10} \cdot d_{11} \cdot d_{12}, \quad (4.1)$$

де  $d_1 \dots d_{12}$  – часткові критерії бажаності, утворені із віброприскорень відповідно для салазок сидіння водія в напрямках  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , рульового колеса в напрямках  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , задньої опори силового агрегату в точці на силовому агрегаті в напрямках  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  і задньої опори силового агрегату в точці на кузові в напрямках  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

У загальному випадку для побудови запропонованої Гаррінгтоном узагальненої функції бажаності необхідно перетворити виміряні або розраховані

значення часткових критеріїв у безрозмірну шкалу бажаності  $d$ . Шкала бажаності (рис. 4.1) встановлює співвідношення між значенням часткового критерію, у нашому випадку це значення віброприскорень у вибраних контрольних точках, і відповідним йому значенням  $d$  (часткової функції бажаності).

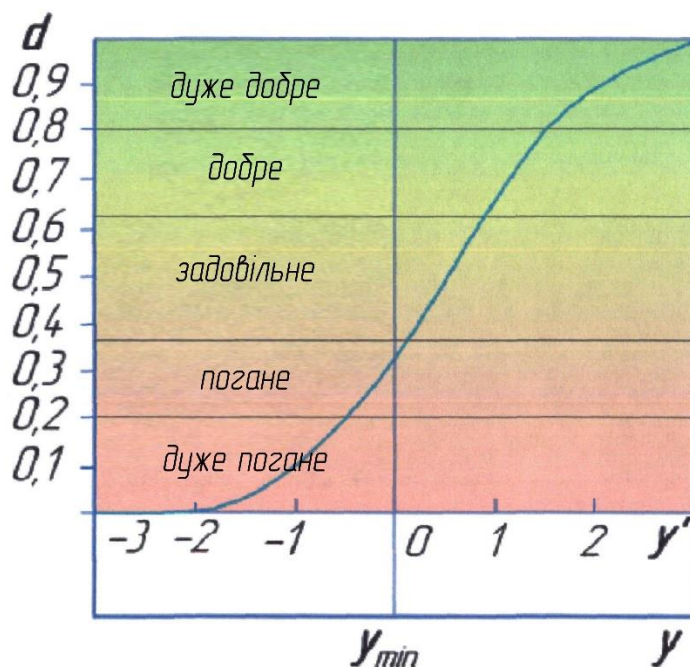


Рисунок 4.1 – Шкала бажаності значень

Для побудови шкали бажаності зручно використовувати метод кількісних оцінок з інтервалом значень бажаності від нуля до одиниці, хоча можливі й інші варіанти шкали. Значення  $d = 0$  (або  $D = 0$ ) відповідає абсолютно неприйнятному значенню критерію бажаності, а  $d = 1$  ( $D = 1$ ) – найкращому, причому подальше його покращення або неможливе, або не становить інтересу.

Найбільш зручно використовувати проміжні значення бажаності. Відповідні їм числові позначки наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Числові значення бажаності

| Кількість відміток по шкалі бажаності | Бажаність значення досліджуваних даних |
|---------------------------------------|----------------------------------------|
| 0,8...1                               | Дуже добре                             |
| 0,63...0,8                            | Добре                                  |
| 0,37...0,63                           | Задовільно                             |
| 0,2...0,37                            | Погано                                 |
| 0...0,2                               | Дуже погано                            |

Такий вибір числових позначок пояснюється зручністю обчислень.

Побудована відповідно до табл. 4.1 шкала  $d$  являє собою безрозмірну шкалу, за допомогою якої критерій бажаності може бути перетворений таким чином, щоб його можна було інтерпретувати в термінах придатності для будь-якого специфічного застосування.

Найпростішим типом перетворення є таке, за якого існує верхня та (або) нижня межі специфікації, причому ці межі є єдиним і незмінним критерієм якості. Поза цими межами значення  $d = 0$ , між ними значення  $d = 1$ .

Однак часто бажано, щоб значення часткового критерію бажаності знаходилося не лише між межами специфікації, а й на певній відстані від них. Крім того, досить важко провести точну межу між прийнятними та неприйнятними значеннями часткових критеріїв бажаності. Тому для перетворення у  $d$  і, відповідно, отримання значення часткової функції бажаності використовується більш складний закон, що являє собою експоненційну залежність.

Коефіцієнти визначаються для кожної контрольної точки окремо.

Для цього мінімальному значенню часткового критерію  $y$ , що відповідає найменшому рівню вібрації, присвоюється значення бажаності  $d = 0,8$  за шкалою бажаності, а максимальному значенню часткового критерію  $y$  присвоюється значення бажаності  $d = 0,2$ .

## 4.2 Аналіз вібронавантаженості легкового автомобіля з раціональними характеристиками опор силового агрегату

Використовуючи КЕ-модель автомобіля з урахуванням податливості кузова, виконано розрахунки різних комплектацій на найбільш навантаженому режимі – режимі інтенсивного розгону.

Аналіз віброприскорень, перетворених у частковий критерій бажаності в плані теоретичного експерименту, показав великий розкид залежно від обраних комплектацій (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Результати розрахунків

| № з/п | Салазки сидіння водія |              |              | Рульове колесо |              |              | Задня опора силового агрегату (точка на силовому агрегаті) |              |              | Задня опора силового агрегату (точка на кузові) |              |              | D            |
|-------|-----------------------|--------------|--------------|----------------|--------------|--------------|------------------------------------------------------------|--------------|--------------|-------------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|
|       | X                     | Y            | Z            | X              | Y            | Z            | X                                                          | Y            | Z            | X                                               | Y            | Z            |              |
| 1     | 0,616                 | 0,665        | 0,700        | 0,643          | 0,688        | 0,431        | 0,510                                                      | 0,656        | 0,628        | 0,669                                           | 0,673        | 0,647        | 0,622        |
| 2     | 0,563                 | 0,589        | 0,609        | 0,577          | 0,601        | 0,616        | 0,607                                                      | 0,584        | 0,569        | 0,591                                           | 0,593        | 0,579        | 0,590        |
| 3     | 0,508                 | 0,511        | 0,513        | 0,509          | 0,512        | 0,514        | 0,513                                                      | 0,510        | 0,508        | 0,511                                           | 0,511        | 0,509        | 0,511        |
| 4     | 0,535                 | 0,550        | 0,561        | 0,543          | 0,557        | 0,565        | 0,561                                                      | 0,547        | 0,539        | 0,551                                           | 0,552        | 0,544        | 0,550        |
| 5     | 0,430                 | 0,401        | 0,379        | 0,415          | 0,388        | 0,372        | 0,379                                                      | 0,407        | 0,424        | 0,399                                           | 0,397        | 0,412        | 0,400        |
| 6     | 0,670                 | 0,700        | 0,700        | 0,661          | 0,651        | 0,617        | 0,700                                                      | 0,700        | 0,686        | 0,700                                           | 0,636        | 0,681        | 0,675        |
| 7     | 0,587                 | 0,623        | 0,651        | 0,607          | 0,641        | 0,511        | 0,510                                                      | 0,508        | 0,506        | 0,509                                           | 0,509        | 0,507        | 0,553        |
| 8     | 0,680                 | 0,700        | 0,700        | 0,456          | 0,500        | 0,438        | 0,345                                                      | 0,700        | 0,697        | 0,700                                           | 0,700        | 0,700        | 0,594        |
| 9     | 0,526                 | 0,537        | 0,546        | 0,532          | 0,543        | 0,549        | 0,546                                                      | 0,535        | 0,529        | 0,538                                           | 0,539        | 0,533        | 0,538        |
| 10    | 0,587                 | 0,623        | 0,651        | 0,607          | 0,641        | 0,661        | 0,651                                                      | 0,617        | 0,595        | 0,626                                           | 0,629        | 0,610        | 0,624        |
| 11    | 0,355                 | 0,300        | 0,300        | 0,323          | 0,300        | 0,300        | 0,300                                                      | 0,306        | 0,342        | 0,300                                           | 0,300        | 0,317        | 0,311        |
| 12    | 0,430                 | 0,401        | 0,379        | 0,414          | 0,387        | 0,371        | 0,379                                                      | 0,406        | 0,423        | 0,398                                           | 0,396        | 0,411        | 0,399        |
| 13    | 0,625                 | 0,676        | 0,700        | 0,653          | 0,677        | 0,710        | 0,670                                                      | 0,667        | 0,636        | 0,681                                           | 0,685        | 0,658        | 0,669        |
| 14    | 0,436                 | 0,410        | 0,389        | 0,422          | 0,397        | 0,382        | 0,389                                                      | 0,414        | 0,430        | 0,407                                           | 0,405        | 0,419        | 0,408        |
| 15    | 0,558                 | 0,582        | 0,600        | 0,571          | 0,593        | 0,606        | 0,600                                                      | 0,577        | 0,563        | 0,584                                           | 0,586        | 0,573        | 0,583        |
| 16    | <b>0,675</b>          | <b>0,696</b> | <b>0,688</b> | <b>0,683</b>   | <b>0,698</b> | <b>0,682</b> | <b>0,718</b>                                               | <b>0,689</b> | <b>0,686</b> | <b>0,689</b>                                    | <b>0,682</b> | <b>0,721</b> | <b>0,693</b> |
| 17    | 0,486                 | 0,481        | 0,477        | 0,483          | 0,478        | 0,475        | 0,477                                                      | 0,482        | 0,485        | 0,480                                           | 0,480        | 0,483        | 0,481        |
| 18    | 0,365                 | 0,369        | 0,476        | 0,335          | 0,334        | 0,481        | 0,400                                                      | 0,319        | 0,352        | 0,304                                           | 0,300        | 0,329        | 0,359        |
| 19    | 0,373                 | 0,320        | 0,300        | 0,344          | 0,466        | 0,389        | 0,306                                                      | 0,330        | 0,361        | 0,316                                           | 0,312        | 0,339        | 0,344        |
| 20    | 0,598                 | 0,639        | 0,671        | 0,621          | 0,659        | 0,682        | 0,671                                                      | 0,632        | 0,608        | 0,643                                           | 0,646        | 0,625        | 0,641        |
| 21    | 0,496                 | 0,494        | 0,492        | 0,495          | 0,493        | 0,492        | 0,492                                                      | 0,494        | 0,495        | 0,493                                           | 0,493        | 0,494        | 0,494        |
| 22    | 0,420                 | 0,387        | 0,362        | 0,402          | 0,371        | 0,353        | 0,362                                                      | 0,393        | 0,412        | 0,384                                           | 0,381        | 0,399        | 0,385        |
| 23    | 0,423                 | 0,392        | 0,367        | 0,406          | 0,377        | 0,359        | 0,367                                                      | 0,397        | 0,416        | 0,389                                           | 0,387        | 0,403        | 0,390        |

|    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 24 | 0,586 | 0,622 | 0,649 | 0,606 | 0,639 | 0,659 | 0,649 | 0,616 | 0,594 | 0,625 | 0,628 | 0,609 | 0,623 |
| 25 | 0,494 | 0,492 | 0,490 | 0,493 | 0,491 | 0,490 | 0,490 | 0,492 | 0,494 | 0,492 | 0,492 | 0,493 | 0,492 |
| 26 | 0,551 | 0,573 | 0,589 | 0,563 | 0,583 | 0,595 | 0,589 | 0,569 | 0,556 | 0,574 | 0,576 | 0,565 | 0,573 |
| 27 | 0,540 | 0,556 | 0,569 | 0,549 | 0,564 | 0,573 | 0,569 | 0,553 | 0,543 | 0,557 | 0,559 | 0,550 | 0,557 |
| 28 | 0,576 | 0,607 | 0,631 | 0,593 | 0,622 | 0,639 | 0,631 | 0,601 | 0,583 | 0,610 | 0,612 | 0,596 | 0,608 |
| 29 | 0,540 | 0,557 | 0,569 | 0,549 | 0,565 | 0,574 | 0,569 | 0,554 | 0,544 | 0,558 | 0,559 | 0,551 | 0,557 |
| 30 | 0,366 | 0,310 | 0,300 | 0,336 | 0,300 | 0,300 | 0,300 | 0,320 | 0,353 | 0,306 | 0,301 | 0,330 | 0,318 |
| 31 | 0,538 | 0,553 | 0,565 | 0,546 | 0,560 | 0,569 | 0,565 | 0,550 | 0,541 | 0,554 | 0,556 | 0,547 | 0,554 |
| 32 | 0,613 | 0,659 | 0,695 | 0,638 | 0,681 | 0,700 | 0,695 | 0,651 | 0,623 | 0,663 | 0,667 | 0,642 | 0,660 |
| 33 | 0,573 | 0,603 | 0,626 | 0,589 | 0,617 | 0,634 | 0,626 | 0,598 | 0,580 | 0,606 | 0,608 | 0,592 | 0,604 |
| 34 | 0,350 | 0,334 | 0,300 | 0,444 | 0,300 | 0,300 | 0,695 | 0,651 | 0,623 | 0,300 | 0,554 | 0,304 | 0,406 |
| 35 | 0,473 | 0,461 | 0,453 | 0,466 | 0,456 | 0,450 | 0,453 | 0,463 | 0,470 | 0,460 | 0,459 | 0,465 | 0,461 |
| 36 | 0,468 | 0,454 | 0,444 | 0,460 | 0,448 | 0,440 | 0,444 | 0,457 | 0,465 | 0,453 | 0,452 | 0,459 | 0,454 |
| 37 | 0,532 | 0,545 | 0,555 | 0,539 | 0,551 | 0,559 | 0,555 | 0,543 | 0,535 | 0,546 | 0,547 | 0,540 | 0,546 |
| 38 | 0,449 | 0,428 | 0,411 | 0,437 | 0,418 | 0,406 | 0,411 | 0,431 | 0,444 | 0,426 | 0,424 | 0,435 | 0,426 |
| 39 | 0,454 | 0,444 | 0,500 | 0,500 | 0,543 | 0,549 | 0,546 | 0,506 | 0,500 | 0,500 | 0,546 | 0,547 | 0,510 |
| 40 | 0,493 | 0,490 | 0,488 | 0,697 | 0,700 | 0,620 | 0,647 | 0,604 | 0,676 | 0,700 | 0,516 | 0,521 | 0,590 |
| 41 | 0,585 | 0,620 | 0,647 | 0,604 | 0,637 | 0,656 | 0,647 | 0,614 | 0,593 | 0,623 | 0,626 | 0,607 | 0,621 |

З табл. 4.2 видно, що комплектація №16 є найбільш оптимальною з точки зору мінімальних рівнів віброприскорень у контрольних точках. При цьому дана композиція має найбільше значення узагальненого критерію бажаності  $D = 0,693$ . У даному випадку досягається зниження віброприскорень на рульовому колесі в напрямку осі  $Z$  з  $0,52 \text{ м/с}^2$  до  $0,37 \text{ м/с}^2$  (на 29%), на салазках сидіння водія в напрямку осі  $Z$  з  $0,37 \text{ м/с}^2$  до  $0,27 \text{ м/с}^2$  (на 27%).

## ВИСНОВКИ

Розроблено просторову динамічну модель автомобіля і на її основі розроблено СЕ-модель досліджуваного об'єкта, що враховує нелінійність характеристик опор силового агрегату, наявність системи випуску відпрацьованих газів з металокомпенсатором кутових коливань сильфонного типу, податливість кузова та рульової колонки.

У результаті для подальших розрахунків прийнято КЕ-модель автомобіля, що включає в себе систему випуску відпрацьованих газів, нелінійні характеристики опор силового агрегату.

Система випуску відпрацьованих газів збільшує віброприскорення у контрольних точках у діапазоні 3...100 Гц на таких режимах роботи: на холостому ході на 19...25%, при інтенсивному розгоні на третій передачі на 18...24%, при русі дорогою категорії II на 16...22% і при русі дорогою категорії I не впливає.

Проведено пошук раціональних нелінійних характеристик опор силового агрегату із застосуванням розрахунку, що складається з 41 розрахункової композиції. Найкращі показники за віброкомфортом забезпечує композиція №16. При цьому досягається зниження віброприскорень на рульовому колесі в на 29%, на салазках сидіння водія на 27%.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Rao S.S. Mechanical Vibrations. 7th Edition, Pearson, 2021. ISBN: 978-1292261065
2. Rakheja S. Advanced Dynamics of Vehicle Systems. Springer, 2021. ISBN: 978-3030558987
3. Crolla D. Vehicle Dynamics Theory and Application. Springer, 2022. ISBN: 978-3030764890
4. Mitschke M., Wallentowitz H. Dynamik der Kraftfahrzeuge. Springer Vieweg, 2021. ISBN: 978-3658313258
5. Heiing B., Ersoy M. Chassis Handbook: Fundamentals, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives. 3rd Edition, Springer, 2021. ISBN: 978-3658344788
6. Kim H., Singh R., Lee S. Nonlinear dynamic characteristics of automotive powertrain mounting systems under transient operating conditions. Journal of Sound and Vibration, 2022, Vol. 531. DOI: 10.1016/j.jsv.2022.116987
7. Wang X., Zhang N., Du H. Finite element modelling and vibration analysis of automotive body structures considering flexible mounting systems. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, Vol. 154. DOI: 10.1016/j.ymssp.2020.107552
8. Liu Y., Zhu S., Wang T. Effect of exhaust system flexibility on vehicle NVH performance using coupled FEM–MBD analysis. Applied Acoustics, 2023, Vol. 203. DOI: 10.1016/j.apacoust.2022.109187
9. Chen J., Li Q., Huang Z. Dynamic optimization of engine mounting systems for vehicle ride comfort improvement. Shock and Vibration, 2021. DOI: 10.1155/2021/6612457
10. Singh R., Das S. Automotive powertrain vibrations and mounting system optimization: A review. Archives of Computational Methods in Engineering, 2022, Vol. 29. DOI: 10.1007/s11831-021-09652-7
11. Verbitsky V., Bulgakov V., Pascuzzi S. et al. Dynamic loading and vibration characteristics of wheeled vehicle systems under operational conditions. Applied Sciences, 2023, Vol. 13(7). DOI: 10.3390/app13071452

12. Kim D., Park J., Lee K. Numerical analysis of steering wheel vibration transfer paths in passenger vehicles. *International Journal of Automotive Technology*, 2022, Vol. 23(4). DOI: 10.1007/s12239-022-0083-4
13. ISO 2631-1:2021. Mechanical vibration and shock — Evaluation of human exposure to whole-body vibration. International Organization for Standardization, 2021. ISBN: 978-0539147650
14. ISO 5349-1:2021. Mechanical vibration — Measurement and evaluation of human exposure to hand-transmitted vibration. International Organization for Standardization, 2021. ISBN: 978-0539155433
15. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 8th Edition, Elsevier, 2021. ISBN: 978-0081024263
16. Bathe K.J. *Finite Element Procedures*. 2nd Edition update, Klaus-Jurgen Bathe, 2021. ISBN: 978-0979004957
17. Versteeg H., Malalasekera W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 3rd Edition, Pearson, 2022. ISBN: 978-1292241746
18. Fahy F., Gardonio P. *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*. 3rd Edition, Academic Press, 2021. ISBN: 978-0128161807
19. Wang P., Sun L., Zhao Y. Multi-body dynamic simulation and vibration analysis of vehicle powertrain systems considering nonlinear mounts. *Applied Sciences*, 2022, Vol. 12(15). DOI: 10.3390/app12157642
20. Li H., Xu M., Zhang Y. Coupled finite element and multibody dynamic analysis for vehicle NVH optimization. *Machines*, 2024, Vol. 12(2). DOI: 10.3390/machines12020108

## ДОДАТКИ