

**Національний університет біоресурсів  
і природокористування України**



## ***ЗБІРНИК***

***ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ***

***XIV МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ  
КОНФЕРЕНЦІЇ***

***«ОБУХОВСЬКІ ЧИТАННЯ»***

***з нагоди 93-ї річниці від дня народження  
доктора технічних наук, професора, академіка АН ВШ України,  
Обухової Віолетти Сергіївни  
(1926-2005)***

***29 березня 2019 року***



***м. Київ***

УДК 514.18

## КОНСТРУЮВАННЯ ТОРСІВ, ЩО ПРОХОДЯТЬ ЧЕРЕЗ ЗАДАНУ ПЛОСКУ КРИВУ

**Т.А. Кресан**

*ВП НУБіП України «Ніжинський агротехнічний інститут»*

Як відомо для плоскої кривої скрут дорівнює нулю. З урахуванням  $\sigma=0$  одержимо координати напрямного вектора твірної торса, напрямна крива якого плоска:

$$\left\{ \frac{\varepsilon'}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}}; \frac{k \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}}; \frac{k \sin^2 \varepsilon}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}} \right\}. \quad (1)$$

Знайдемо проєкції двох напрямних косинусів ( $l$  і  $m$ ) на нерухому систему координат. Проєкція  $n$  на вісь  $OZ$  буде така ж як і на бінормаль тригранника, оскільки вони паралельні. Перехід здійснюється за відомими формулами [2]:

$$\begin{aligned} x_{\text{нер}} &= \rho_{\tau} \cos\left(\int k ds\right) - \rho_n \sin\left(\int k ds\right), \\ y_{\text{нер}} &= \rho_{\tau} \sin\left(\int k ds\right) + \rho_n \cos\left(\int k ds\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Підстановкою (1) в (2) отримаємо координати напрямного вектора твірної торса в нерухомій системі координат:

$$\begin{aligned} l_{\text{нер}} &= \frac{\varepsilon'}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}} \cos\left(\int k ds\right) - \frac{k \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}} \sin\left(\int k ds\right), \\ m_{\text{нер}} &= \frac{\varepsilon'}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}} \sin\left(\int k ds\right) + \frac{k \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}} \cos\left(\int k ds\right), \\ n_{\text{нер}} &= \frac{k \sin^2 \varepsilon}{\sqrt{k^2 \sin^2 \varepsilon + \varepsilon'^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Якщо крива задана натуральним рівнянням  $k=k(s)$ , то параметричні рівняння торса запишуться:

$$\begin{aligned} X &= \int \cos\left(\int k ds\right) + ul_{\text{нер}}; \\ Y &= \int \sin\left(\int k ds\right) + um_{\text{нер}}; \\ Z &= un_{\text{нер}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Розглянемо випадок, коли  $\varepsilon' = k \sin \varepsilon \operatorname{ctg} \beta$ . Розв'язавши це рівняння відносно  $\varepsilon$ , отримаємо закономірність повороту площини втирання  $\varepsilon = \varepsilon(s)$ :

$$\varepsilon = 2 \operatorname{Arctg} e^{\operatorname{ctg} \beta \int k ds}. \quad (5)$$

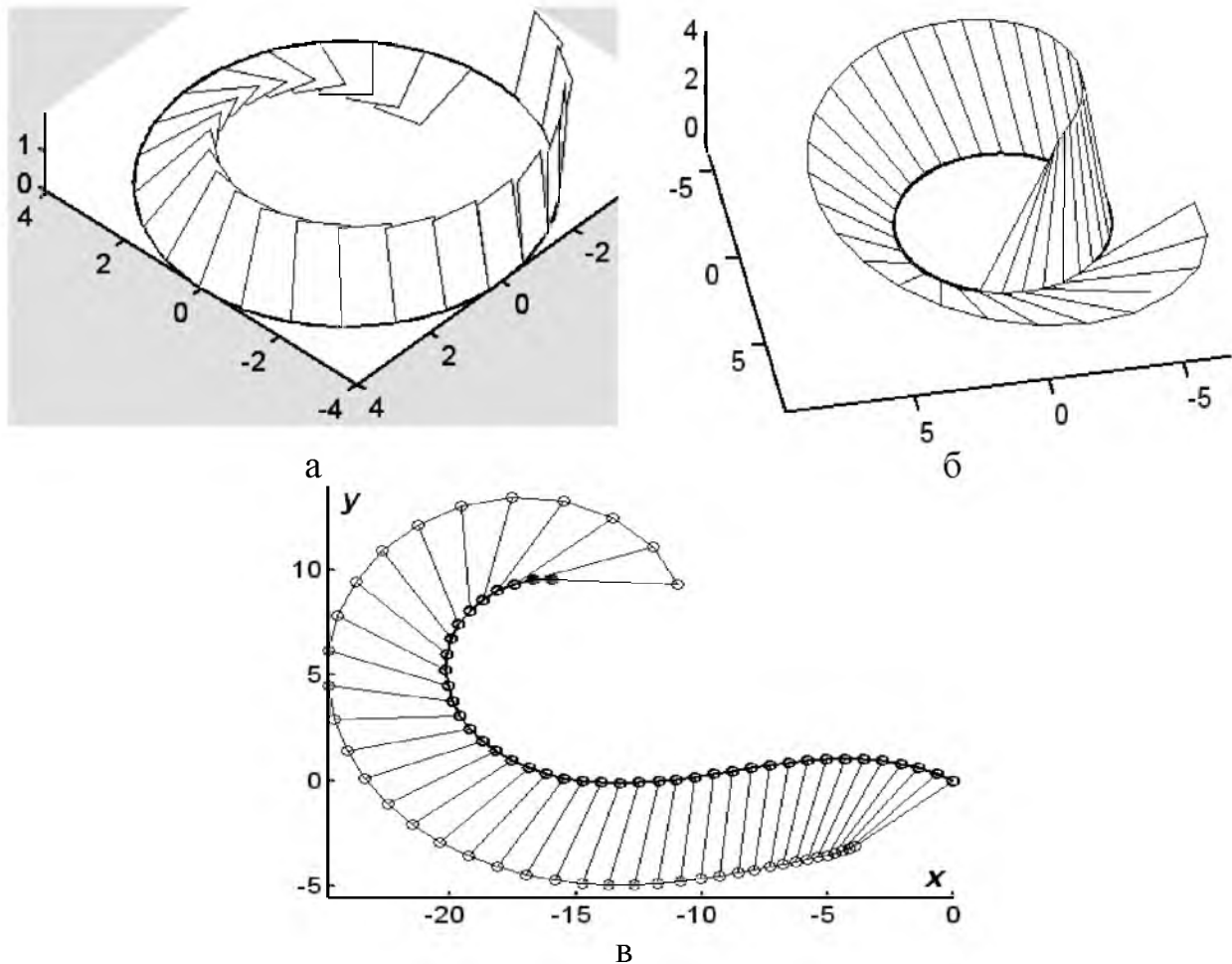


Рис. 1. Аксонометричні зображення та розгортка торса, вихідна крива якого плоска

У такому випадку всі твірні перетинають вихідну криву під кутом  $45^\circ$ .

Якщо  $k = \text{const}$ , то напрямний вектор твірної в нерухомій системі координат запишеться:

$$l_{\text{нер}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad m_{\text{нер}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \tanh ks; \quad n_{\text{нер}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cosh ks}. \quad (6)$$

Тоді параметричні рівняння торса будуть наступними:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{1}{k} \sin ks + \frac{u}{\sqrt{2}} (\cos ks + \tanh ks \sin ks); \\
 Y &= -\frac{1}{k} \cos ks + \frac{u}{\sqrt{2}} (\sin ks - \tanh ks \cos ks); \\
 Z &= \frac{u}{\sqrt{2} \cosh ks}.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Координати ребра звороту в системі тригранника запишуться:

$$\begin{aligned}
 \rho_\tau &= -\frac{1}{2k \tanh\left(\int kds\right)}; \\
 \rho_n &= \frac{1}{2k}; \\
 \rho_b &= -\frac{\operatorname{sech}\left(\int kds\right)}{2k \tanh\left(\int kds\right)}.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Здійснивши перехід до нерухомої системи координат, маємо:

$$\begin{aligned}
 x_{p.нер} &= -\frac{\cos ks}{2k \tanh ks} - \frac{\sin ks}{2k}; \\
 y_{p.нер} &= -\frac{\sin ks}{2k \tanh ks} + \frac{\cos ks}{2k}; \\
 z_{p.нер} &= -\frac{\operatorname{sech} ks}{2k \tanh ks}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

### Література

1. Милинский В.И. Дифференциальная геометрия / В.И. Милинский. – Л.: Кубуч, 1934. -332 с.
2. Пилипака С.Ф. Построение кривй торса на его раз вертке / С.Ф. Пилипака // Прикл. геометрия и инж. графика. – К.: Будівельник, 1989.– № 47. – С.45–46.
3. Пилипака С.Ф. Конструювання розгортних поверхонь в системі супровідного тригранника Френе напрямної кривої та побудова їх розгорток / С.Ф. Пилипака // Прикл. геометрія та інж. графіка. -К.: КДТУБА, 1997. -Вип.62. - С.74-77.
4. Пилипака С.Ф. Конструювання полярного торса кривої укусу та побудова його розгортки / С.Ф. Пилипака, Т.А. Кресан // Прикл. геометрія та інж. графіка. – К.: КНУБА, 2010. –Вип. 85. –С. 93-101.