

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР «ІМЕСГ» НААН**



***ЗБІРНИК
ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ***

***VII Міжнародної науково-технічної конференції з нагоди
113-ї річниці від дня народження
доктора технічних наук, професора,
члена-кореспондента ВАСГНІЛ,
віце-президента УАСГН
КРАМАРОВА
Володимира Савовича
(1906-1987)***

«КРАМАРОВСЬКІ ЧИТАННЯ»

***20-21 лютого 2020 року
м. Київ***

УДК 514.18

**КОЧЕННЯ БАГАТОКУТНИКА ПЛОСКИМ
КРИВОЛІНІЙНИМ ПРОФІЛЕМ**

С. Ф. ПИЛПАКА, доктор технічних наук, професор,
Т. А. КРЕСАН, кандидат технічних наук, докторант,
М. О. БУТКОВ, студент,

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Ю. І. БАДАЄВ, доктор технічних наук, професор,
А. А. АУШЕВА, студентка,

*Національний технічний університет «Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»*

E-mail: s.pylypaka@nubip.edu.ua

Одним із найважливіших винаходів людства є винахід колеса. Він дав потужний поштовх до розвитку техніки. В свій час був засекречений патент на конструкцію військового автомобіля з квадратними колесами, які, на думку автора, дозволяли йому долати бездоріжжя, яке не могли подолати автомобілі з круглими колесами.

Проте і квадратні колеса, або колеса у вигляді багатокутника, можуть бути альтернативою круглим. Просто для цього потрібно налаштувати профіль

дороги таким чином, щоб при перекочуванні такого колеса по ньому центр рухався по прямій лінії (рис. 1).

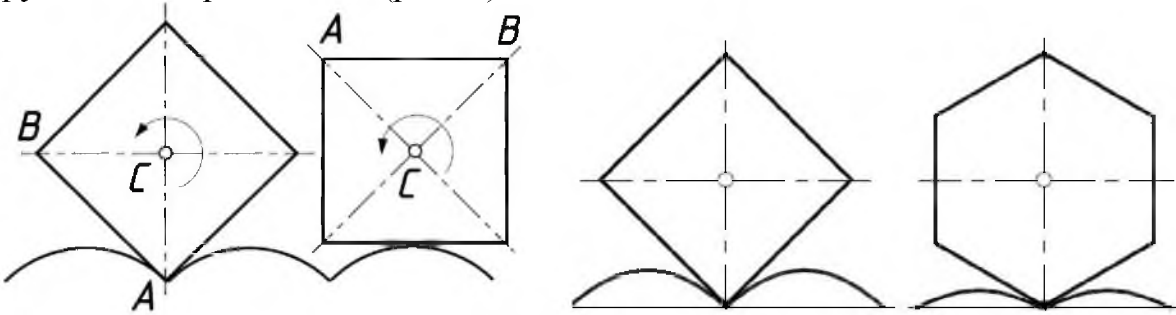


Рис. 1. Плоскі профілі, що забезпечують перекочування по них багатокутників без ковзання таким чином, що його центр рухається по прямій лінії

Як видно із рис. 1, криволінійний профіль складається із окремих однакових елементів у вигляді дуги кривої, подібної до дуги кола. Кут між дотичними до дуг у точці їх з'єднання повинен бути рівним куту між сторонами багатокутника. Виходячи із цієї умови було побудовано множину положень квадрата з центром при його коченні по дузі кола без ковзання (рис. 2). Як видно із рисунка, траєкторією руху центра квадрата є лінія, близька до прямої.

Виникає питання: якої форми має бути крива, щоб із її дуги можна було створити такий профіль, при якому центр квадрата, що перекочується, рухався б по прямій лінії? Для цього розглянемо четвертину квадрата, тобто трикутник ABC в довільному положенні при його коченні по кривій розшукуваного профілю (рис. 3).

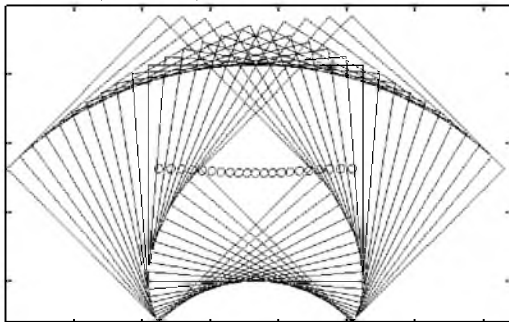


Рис. 2. Проміжні положення квадрата при його коченні по дузі кола

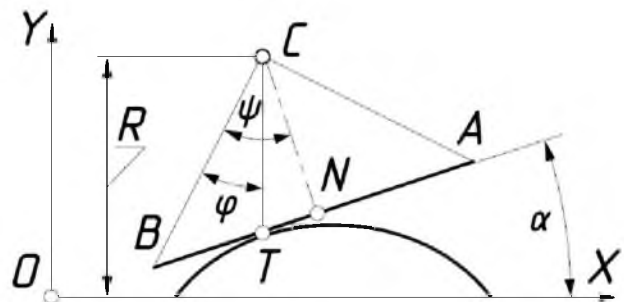


Рис. 3. Положення сторони AB квадрата та його центра C в довільній точці розшукуваної кривої

Точка контакту T є миттєвим центром обертання трикутника ABC . Оскільки за умовою точка C має рухатися паралельно осі OX і вектор її швидкості має бути перпендикулярним відрітку CT , то CT буде розташований паралельно осі OY . Сума $CT+u$, де u – поточна координата розшукуваної кривої буде величиною сталою і дорівнюватиме півдіагоналі квадрата, тобто радіусу R описаного навколо нього кола.

На основі взаємної перпендикулярності сторін можна записати рівність кутів: $\alpha = \psi - \varphi$. Через похідну кривої знаходимо кут нахилу дотичної, якою є сторона квадрата:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\psi - \varphi) \quad (1)$$

Із прямокутного трикутника CNT можна записати: $CN/CT = \cos(\psi - \varphi)$. В свою чергу $CN = R \cos \psi$, $CT = R - y$. Із врахуванням цього запишемо:

$$\frac{R \cos \psi}{R - y} = \cos(\psi - \varphi). \quad (2)$$

Після переходу від косинуса до тангенса у рівності (2) і підстановці отриманого виразу в (1) одержимо диференціальне рівняння:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{(R - y)^2 - R^2 \cos^2 \psi}}{R \cos \psi}. \quad (3)$$

Рівняння (3) має аналітичний розв'язок. Виходячи із умови, що при $x = 0$ $y = 0$ розв'язок має вигляд:

$$y = R \left(1 - \cosh \frac{x}{R \cos \psi} + \sin \psi \sinh \frac{x}{R \cos \psi} \right). \quad (4)$$

При переході від явного (4) до натурального рівняння з'ясувалося, що розшукуваною кривою є відома крива, яка носить назву ланцюгової лінії. Форму цієї лінії приймає гнучка нитка, підвішена у двох точках, під дією сили власної ваги. Отже, до відомої властивості ланцюгової лінії можна додати ще одну: придатність її дуги утворювати криволінійний профіль для кочення по ньому багатокутника подібно до кочення кола по прямій лінії.