

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ  
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ  
Представництво Польської академії наук в Києві  
Польська академія наук Відділення в Любліні  
Академія інженерних наук України  
Українська асоціація аграрних інженерів

Міністерство  
освіти і науки  
України



122 річниці НУБіП України присвячується

**ЗБІРНИК**  
**ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ**  
**XVI МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ**  
**«РАЦІОНАЛЬНЕ ВИКОРИСТАННЯ ЕНЕРГІЇ В ТЕХНІЦІ»**  
*з нагоди 89-ї річниці від дня народження*  
**МОМОТЕНКА**  
*Миколи Петровича*  
*(1931-1981)*

**TechEnergy 2020**

*19-22 травня 2020 року*  
*м. Київ*

УДК 631.1.17

## **КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ УПРУГОВЯЗКИХ ТЕЛ НЕСОГЛАСОВАННОЙ ФОРМЫ**

*Хайдер Аль-Хазаали Раад Надим, к.т.н.*

*Министерство водных ресурсов и мелиорации Республики Ирак,  
г. Багдад, Республика Ирак*

Во многих процессах взаимодействия рабочих органов машин и движителей ходовых систем машин возникают задачи о необходимости определения как кинематических, так и динамических характеристик взаимодействия на поверхностях контакта.

Большинство результатов такого взаимодействия дано для случая, когда деформатор является абсолютно твердым телом.

Известны такие решения для задач взаимодействия абсолютно твердого тела различных геометрических очертаний с материалами и средами, представленными в виде упругих, упруговязких либо вязкопластических моделей.

Вместе с тем практически отсутствуют решения прикладных задач взаимодействия двух деформируемых тел.

При этом существуют решения прикладных задач в одномерном виде.

Такие постановки и решения не позволяют определить напряжения и деформации контактирующих тел, и в дальнейшем определить условия возникновения пластического течения либо разрушения, поскольку критерии перехода в такие состояния предполагают формализацию в виде трехмерной модели или, в крайнем случае, двумерной.

Одной из двумерных моделей контактного взаимодействия в упругой постановке есть решение, данное В.М. Александровым и М.И. Чебаковым в виде перемещений поверхности контакта тел:

$$u_1(x,0) = \frac{1}{\pi\theta_1} \left[ \int_a^b \frac{\tau(\xi)}{\xi-x} d\xi - \pi\varepsilon_1 q(x) \right]; v_1(x,0) = \frac{1}{\pi\theta_1} \left[ \int_a^b \frac{q(\xi)}{\xi-x} d\xi - \pi\varepsilon_1 \tau(x) \right];$$

$$u_2(x,0) = \frac{1}{\pi\theta_2} \left[ \int_a^b \frac{\tau(\xi)}{\xi-x} d\xi - \pi\varepsilon_2 q(x) \right]; v_2(x,0) = \frac{1}{\pi\theta_2} \left[ \int_a^b \frac{q(\xi)}{\xi-x} d\xi - \pi\varepsilon_2 \tau(x) \right], (1)$$

$$\theta_1 = \frac{G_1}{1-\nu_1}; \varepsilon_1 = \frac{1-2\nu_1}{2(1-\nu_1)}; \theta_2 = \frac{G_2}{1-\nu_2}; \varepsilon_2 = \frac{1-2\nu_2}{2(1-\nu_2)},$$

где:  $\tau(\xi)$  – нормальные и касательные нагрузки, распределенные по длине контакта;  $G_i, \nu_i$  – модули упругости при сдвиговых деформациях и коэффициенты Пуассона для тел соответственно;  $a, b$  – границы зоны контакта.

Такое представление дает некоторые положительные результаты, но не позволяет использовать эти зависимости для пространственных случаев и для решения динамических задач зависящих от времени.

Нами были получены зависимости связей деформаций с напряжениями для пространственного деформирования среды (материала) в случае его представления его в виде вязкоупругих моделей (Кельвина-Фойгта) в виде:

$$\tau_x[t] = -\frac{e^{-\frac{Gt}{\eta}} (-1 + e^{\frac{Gt}{\eta}}) ((-1 + 5\nu)\sigma_x + 2(-2 + \nu)(\sigma_y + \sigma_z))}{6G(1 + \nu)},$$

$$\tau_y[t] = -\frac{e^{-\frac{Gt}{\eta}} (-1 + e^{\frac{Gt}{\eta}}) (2(-2 + \nu)\sigma_x + (-1 + 5\nu)\sigma_y + 2(-2 + \nu)\sigma_z)}{6G(1 + \nu)},$$

$$\tau_z[t] = -\frac{e^{-\frac{Gt}{\eta}} (-1 + e^{\frac{Gt}{\eta}}) (2(-2 + \nu)\sigma_x + 2(-2 + \nu)\sigma_y + (-1 + 5\nu)\sigma_z)}{6G(1 + \nu)},$$

$$\gamma_{xy}[t] = \frac{\tau_{xy} - e^{-\frac{Gt}{\eta}} \tau_{xy}}{2G}, \gamma_{yz}[t] = \frac{\tau_{yz} - e^{-\frac{Gt}{\eta}} \tau_{yz}}{2G}, \gamma_{xz}[t] = \frac{\tau_{xz} - e^{-\frac{Gt}{\eta}} \tau_{xz}}{2G},$$

где:  $\tau_i[t], \gamma_{ij}[t]$  – компоненты деформаций;  $\sigma_i, \tau_{ij}$  – компоненты напряжений;  $t$  – время.

Интегрирование последних зависимостей позволяет получить компоненты перемещений поверхности, а дальнейшее применение полученных зависимостей по аналогии с (1), т.е. применяя три интеграла функции нагрузки в каждом из уравнений получить решение трехмерной контактной задачи для упруговязких тел несогласованной геометрической формы.