

Міністерство  
освіти і науки  
України



Міністерство освіти і науки України  
Національний університет біоресурсів і  
природокористування України  
Механіко-технологічний факультет  
НДІ техніки та технологій  
Кафедра транспортних технологій та засобів у АПК



Представництво Польської академії наук в Києві  
Польська академія наук відділення в Любліні  
Академія інженерних наук України  
Українська асоціація аграрних інженерів



90 річниця механіко-технологічного факультету  
НУБіП України присвячується

**ЗБІРНИК ТЕЗ  
доповідей  
II Міжнародної  
науково-практичної конференції  
«Автомобільний транспорт та інфраструктура»**



AutoTransport and Infrastructure

11-13 квітня 2019 року  
м. Київ

УДК 658.1.004

## МУРАШИНА ЛОГІСТИКА

**Савченко Лілія Анатоліївна**, к.т.н., доцент,  
Національний університет біоресурсів і природокористування  
e-mail: [Lilya\\_savchenko@ukr.net](mailto:Lilya_savchenko@ukr.net)

**Актуальність дослідження.** З точки зору економічної теорії, поняття транспортної логістики розглядається як планування оптимальних маршрутів вантажоперевезень з мінімізацією витрат, що є особливо актуальним для торгових компаній, щодня доставляють продукцію покупцям [2]. У зв'язку зі зростаючою завантаженістю автомобільних доріг, водії підприємств часто запізнюються в встановлені тимчасові інтервали доставки, що призводить до повернень продукції, зростання незадоволеності клієнтів, і, в кінцевому рахунку, до втрат виручки і збитків. Існує ряд моделей, застосувавши які, фірма може істотно скоротити транспортні витрати і оптимізувати послідовність відвідування контрагентів. Одна з них - класична задача комівояжера (КЗК), рішенням якої є найкоротший замкнутий маршрут водія, що проходить через всіх покупців по одному разу[3]. Незважаючи на популярність класичної задачі комівояжера, вона рідко вирішується на практиці, оскільки її обмеження не враховують, наприклад, маршрутизацію декількох машин в автопарку компанії, пробки на дорогах і тимчасові інтервали доставки покупцям. Бажаючи наблизити теоретичну задачу до реальності, Данциг і Рамсер, запропонували різновид КЗК, включивши в неї обмеження на кількість автомобілів і назвавши її - завданням маршрутизації транспорту (ЗМТ) (Danzig, Ramser, 1959).

Рішенням завдання є оптимальні маршрути для двох і більше автомобілів, які проходять через всі точки на карті один раз, повертаючись в вихідну. Дану модель успішно застосовують в таких галузях науки як медицина, машинобудування і програмування і т.д. Підкреслимо, що завдання маршрутизації транспорту є узагальненням класичної задачі комівояжера і вирішується схожими алгоритмами.

**Основна частина.** Уявімо класичну задачу комівояжера у вигляді моделі на графі. Нехай є орієнтований кінцевий граф  $G = (N, A)$ , в якому  $N$  - безліч вершин,  $A$  - безліч ребер (Хайруллин, 2014 року). Тоді довжина ребра  $D_{ij} = \langle x_i, x_j \rangle, D_{ij} \in A, D_{ij} \neq D_{ji}$  буде його вагою і буде пов'язувати вершини  $x_i$  и  $x_j$ . Граф повинен бути повним, оскільки необхідно врахувати всі можливі ребра. Таким чином, рішення задачі комівояжера - це такий маршрут, який є орієнтованим повним циклом (проходить через всі вершини) мінімальної ваги (сума всіх відстаней між вершинами) в графовій моделі. Передбачається, що змінна є бінарною, тобто приймає значення 1, якщо ребро графа включено в оптимальний маршрут, пройдений комівояжером, і 0, якщо не включено. Математична постановка класичної задачі комівояжера виглядає наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \forall i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}; \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, \forall j \in \{0, 1, 2, \dots, n\}; \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i - u_j + n * x_{ij} \leq n - 1, \forall i, j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}; \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in \{0, 1, 2, \dots, n\}; \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i \in R^1 (\forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}). \end{array} \right. \quad (6)$$

КЗК відноситься до числа трансобчислювальної (Irnich, 2008): вже при відносно невеликому числі вершин графа ( $> 67$ ) її неможливо вирішити методом повного перебору маршрутів сучасним комп'ютером менш ніж за кілька мільярдів років. Завдання має експонентну алгоритмічну складність: комівояжер в кожному місті стоїть перед вибором наступного з ще не відвіданих, а значить, існує  $(n - 1)!$  маршрутів для асиметричної (відстань з міста  $i$  в місто  $j$ , не дорівнює зворотному) завдання, де  $n$  - число міст. У цьому дослідженні будуть використовуватися саме асиметричні матриці відстаней і часу, що істотно збільшить алгоритмічну складність.

Класична задача комівояжера є NP-повною (Костюк, 2013), що означає неможливість рішень будь-яким алгоритмом за поліноміальний час. За перебування такого методу, американське математичне співтовариство пропонує приз, що говорить про величезний інтерес до задачі як з теоретичної, так і практичної точки зору. Класична задача комівояжера вирішується в

логістичній практиці рідко, оскільки її обмеження не включають, моделювання дорожніх пробок, маршрутизацію декількох машин в автопарку і, звичайно, тимчасові інтервали доставки покупцям. Тому Данциг і Рамсер запропонували різновид КЗК, доповнивши завдання обмеженням на кількість автомобілів і назвавши її завдання маршрутизації транспорту (ЗМТ). У своїй статті дослідники поставили питання оптимального розвезення бензину на автозаправні станції в місті N, запропонувавши математичну постановку задачі і вирішивши її наближеним алгоритмом. Данциг і Рамсер надали ЗМТ наступну форму завдання математичного програмування, яке буде аналізуватися в роботі (Danzig, Ramser, 1959):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} x_{ij}^k \rightarrow \min; \quad (7) \\ \sum_{j=0}^n x_{ij}^k = 1, \forall i \in \{0,1,2, \dots, n\}, \forall k \in K; \quad (8) \\ \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \forall j \in \{0,1,2, \dots, n\}, \forall k \in K; \quad (9) \\ u_i - u_j + n * x_{ij}^k \leq n - 1, \forall i, j \in \{1,2,3, \dots, n\}, \forall k \in K; \quad (10) \\ x_{ij}^k \geq 0, x_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in \{0,1,2, \dots, n\}, \forall k \in K; \quad (11) \\ u_i \in R^1 (\forall i \in \{1,2,3, \dots, n\}). \quad (6) \end{array} \right.$$

Відзначимо, що з математичної точки зору ЗМТ (6) - (11) відрізняється від класичної задачі комівояжера (1) - (6), наявністю індексу k над змінною, який відповідає за номер транспортного засобу в завданні. Незважаючи на незначне нововведення в математичну постановку, алгоритмічна складність завдання істотно збільшується. Економісти стверджують, що для оптимізації логістики також необхідно звертати увагу на сам процес формування замовлень, який може бути не оптимальним. Описана ситуація моделюється у вигляді завдання 0-1 (0-1 knapsack problem) (Toth, Vigo, 2002), яка має наступну математичну постановку:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max; \quad (12) \\ \sum_{j=0}^n w_j x_j \leq c; \quad (13) \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n, \quad (14) \end{array} \right.$$

где:  $p_j$  – ціна j-го замовлення;

$w_j$  – вага j-го замовлення;

$x_j$  – переміна, яка відповідає за j-го замовлення в автомобілі;

$c$  – сумарна вантажопідйомність транспортного засобу.

Таким чином, обмеження (12) є цільовою функцією класичної задачі про ранці і являє собою денну виручку компанії, яку необхідно максимізувати. Обмеження (13) показує, що вага всіх заявок в автомобілі не повинен перевищувати його вантажопідйомність. Останнє обмеження (14) - говорить

про те, що змінна приймає тільки два значення - 1, якщо замовлення завантажений в машину, 0 - в іншому випадку.

**Висновки.** Резюмуючи найбільш важливі роботи на тему ЗМТ, необхідно відзначити, що вони стосувалися в основному евристичних методів рішення нестандартних модифікацій класичної задачі маршрутизації транспорту, наближаючи математичні постановки до реальних економічних задач. Розв'язок моделі дасть можливість оптимально планувати час доставки, скорочувати витрати на транспортний процес.

### **Література**

1. Бронштейн, Е.М., Заико, Т.А. (2010), «Детерминированные оптимизационные задачи транспортной логистики», Автоматика и телемеханика, №10, 133-147.
2. Иглин, С.П. (2003), «Решение некоторых задач теории графов в MATLAB», Математика в приложениях, №4, 28-33.
3. Костюк, Ю.Л. (2013), «Эффективная реализация алгоритма решения задачи коммивояжера методом ветвей и границ», Прикладная дискретная математика, Т. 20, № 2, 78-90.
4. Курейчик, В.М., Мартынов, А.В. (2014), «Об алгоритмах решения задачи коммивояжера с временными ограничениями», Информатика, вычислительная техника и инженерное образование, Т. 16, № 1, с. 1-13.
5. Лебедев, Б.К., Лебедев, О.Б. (2012), «Моделирование адаптивного поведения муравьиной колонии при поиске решений, интерпретируемых деревьями», Известия ЮФУ. Технические науки, Т. 132, № 7, 27-34.
6. Лопатин, А.С. (2005), «Метод отжига», Стохастическая оптимизация в информатике, Т.1. №1, 133-139.
7. Макконнелл, Дж. (2004), Основы современных алгоритмов, М: Техносфера,. 233-255.
8. Пантелеев, А.В., Метлицкая, Д.В., Алешина, Е.А. (2013), Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы, Москва, 105-130.
9. Хайруллин, Р.З. (2014), «Математическое моделирование развоза грузов по разветвленной сети автодорог», Вестник МГСУ, № 7, 184-191.
10. Чеблоков, И.Б., Ченцов, А.Г. (2012), «Об одной задаче маршрутизации с внутренними работами», Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки, № 1, 96-119.
11. Applegate D., Cook J. (1993), "Solving large-scale matching problems", Network Flows and Matching, 557-576.
12. Azi, N., Gendreau, M. and Potvin, J.-Y. (2012), "A dynamic vehicle routing problem with multiple delivery routes", Annals of Operations Research, 1-10.
13. Baldacci, R., Mingozzi, A. and Roberti, R. (2012), "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints", European Journal of Operational Research, Vol. 218, No. 1, 11-26.
14. Clarke, G., Wright, J.W. (1964), "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points", Operations Research, No. 12, 568-581.