

Ю.И. ПОСУДИН

# ФИЗИКА



КИЕВ 2013

ББК 22.3  
П 63  
УДК 53(075.8)

**Посудин Ю.И.** Физика: Учебник. Киев–2013–495 с.

Приведены основные положения, законы и теории с курса общей физики для студентов, специальности которых связаны с биологией, экологией и биотехнологией, сельским и лесным хозяйством, медициной, в том числе ветеринарной, пищевыми технологиями и производством, для которых физика не является доминирующей дисциплиной, но которые имеют дело с изучением живых организмов и окружающей их среды.

Рассмотрены физические процессы, которые имеют место в живом организме, и механизмы, составляющие основу жизнедеятельности человека, животного и растения под влиянием окружающей среды. Изложены проблемы влияния внешних факторов на живые организмы и их способности реагировать на эти факторы. Уделено внимание принципам действия и возможным применениям современных физических методов и приборов в практической деятельности будущего специалиста.

Учебник содержит примеры решения практических биофизических проблем, контрольные задания для проверки усвоения материала студентами и контрольные вопросы, ответы на которые студенты смогут представить в случае ознакомления с соответствующими разделами учебника. Справочный материал приведен в дополнении.

Учебник предназначен для студентов высших учебных заведений III–IV уровней аккредитации; он может быть использован и студентами педагогических специальностей.

**Рецензенты:**

**К.В. Корсак**, доктор философии, зав. отделом Института высшего образования АПН Украины, директор Киевского института образовательной политики;

**Е.Г. Попов**, доктор физико-математических наук, профессор Днепропетровского государственного аграрного университета;

**Я.И. Федишин**, доктор философии, профессор, зав. кафедры физики и математики Львовского национального университета ветеринарной медицины и биотехнологии им. С.З. Гжицкого

ISBN 978-966-2122-01-5

© Посудин Ю.И. 2013

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник «Физика для биологов и экологов» предназначен для общеобразовательной, теоретической и практической подготовки студентов высших учебных заведений в области физики. Физика – это наука, которая изучает самые простые и, вместе с тем, самые общие закономерности явлений природы, особенности и строение материи, законы ее движения. Многие законы и положения физики про основные свойства материи используются в процессе изучения явлений живого мира.

Учебник «Физика» адресован студентам, специальности которых связаны с биологией, экологией и биотехнологией, сельским и лесным хозяйством, медициной, в том числе ветеринарной, пищевыми технологиями и производством, для которых физика не является доминирующей дисциплиной, но которые имеют дело с изучением живых организмов и окружающей их среды.

Целью учебника является ознакомление студентов с основными законами, положениями, фундаментальными концепциями и принципами физики, понимание которых обеспечивается иллюстрацией возможных практических приложений; описание физических процессов, которые составляют основу жизнедеятельности человека, животного и растительного мира; изучение влияния физических факторов на живые организмы и их способности воспринимать эти факторы, взаимодействуя таким образом с окружающей средой; освещение современных физических методов и принципов действия приборов, которые могут встретиться в практической деятельности будущего специалиста. Весомый удельный вес занимает термодинамика, в том числе термодинамика открытых систем.

Особое внимание уделяется современным достижениям физической науки и технологии, а также их практическому использованию для изучения живых организмов и окружающей их среды. В частности, студенты смогут получить сведения о принципах ветроэнергетики, аэробологии, колебательных процессах в экологии и биологии, влиянии шума на организм человека, процессах обоняния и вкуса, методах анализа запахов и аромата, оценке цвета продуктов,

работе электронного и сканирующего туннельного микроскопа, принципах действия токамака и коллайдера, лазера и его применении в медицине, дистанционном зондировании и управляемом термоядерном синтезе, моделировании фотосинтеза, ядерном магнитном резонансе, гамма-спектроскопии, использовании радиоизотопной техники, принципах нанотехнологии, фиторемедиации.

Учебник содержит примеры решения практических биофизических проблем, контрольные задания для проверки усвоения материала студентами и контрольные вопросы, ответы на которые студенты смогут представить в случае ознакомления с соответствующими разделами учебника.

Предлагается также информация для любознательных студентов и задания с использованием системы Интернет. Приводятся данные о деятельности известных физиков мира. Справочный материал содержится в дополнении.

Автор выражает искреннюю благодарность К.В. Корсаку, Е.Г. Попову, Я.И. Федишину, П.П. Ильину, А.И. Косенко, которые взяли на себя нелегкий труд рецензирования рукописи и выразили полезные критические замечания, которые без сомнения содействовали улучшению содержания учебника.

Глубокую признательность автор выражает И.Л. Якименко за содействие в редактировании рукописи.

Автор также благодарен коллегам А.В. Толстенко, В.И. Цоцко, Н.Я. Рохманову, О.А. Андрееву, Л.О. Применко, Н.М. Гаранович за искреннюю моральную поддержку и отзывы, которые способствовали изданию этого учебника, а также коллегам с кафедры физики Национального университета биоресурсов и природопользования Украины О.А. Годлевской, Я.В. Кожемяко за проверку примеров и решений задач и И.А. Залоило – за помощь по оформлению рисунков.

# 1. ВСТУПЛЕНИЕ

## 1.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Характеристики процессов или особенностей тел и полей, которые могут быть определены количественно с помощью тех или других измерений, называются *физическими величинами*.

Каждая физическая величина характеризуется *числовым значением* и *единицей измерения*. Например, сила  $F = 5 \text{ Н}$  обладает числовым значением ( 5 ) и единицей измерения ( Н ).

Единицы могут быть *основными* ( м, с, кг, К, А, кд, моль ) и *производными* ( м/с, кг · м/с<sup>2</sup>, кг · м<sup>2</sup> ).

## 1.2. СТАНДАРТЫ ДЛИНЫ, МАССЫ И ВРЕМЕНИ

Все физические величины могут быть представлены с помощью фундаментальных величин, которые в свою очередь определяются как результаты измерений или сравнения с установленными стандартами. В 1960 г. была принята *Международная система единиц (СИ)*, в основе которой лежат семь основных единиц: метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, кандела, моль. В механике такими фундаментальными величинами являются длина ( *L* ), время ( *T* ) и масса ( *M* ). В системе СИ единицы этих величин определяются так:

Единица длины *метр* – длина, равная 1650763,73 длины волны в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями  $2p_{10}$  и  $5d_5$  атома криптона-86.

Числовые значения длин некоторых объектов приведены в таблице 1.1.

Единица времени *секунда* – время, равное 9192631770 периодам излучения, соответствующего энергетическому переходу между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия  $^{133}_{55}\text{Cs}$  . Числовые значения некоторых временных интервалов приведены в таблице 1.2.

*Масса* тела – физическая величина, одна из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные и гравитационные свойства.

Единица массы *килограмм*, который равен массе платиново-иридиевого сплава (90% Pt, 10% Ir) в виде цилиндрического

цилиндра диаметром и высотой 39 мм, хранимого в Международном бюро мер и весов в Севре (Франция).

Типичные значения массы различных объектов приведены в таблице 1.3.

### 1.1 – Приближенные значения длины некоторых объектов

Длина объекта	Числовое значение, м
Радиус видимой Вселенной	$1 \cdot 10^{26}$
Радиус солнечной системы	$1 \cdot 10^{13}$
Расстояние между Землей и Солнцем	$1,5 \cdot 10^{11}$
Средний радиус орбиты Земли	$1,5 \cdot 10^{11}$
Средний радиус земного шара	$6,4 \cdot 10^6$
Высота секвойи <i>Sequoiadendron giganteum</i>	76–84 (рекордная высота – 95 м)
Частички почвы:	
- глина	до $2 \cdot 10^{-6}$
- ил	$2 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-5}$
- мелкий песок	$2 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-4}$
- песок	$2 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-3}$
- гравий	свыше $2 \cdot 10^{-3}$
Частички пыли	$1 \cdot 10^{-4}$
Биологическая клетка	$1 \cdot 10^{-5}$
Радиус вируса гриппа	$1 \cdot 10^{-7}$
Диаметр атома водорода	$1 \cdot 10^{-10}$
Диаметр атомного ядра	$1 \cdot 10^{-14}$

### 1.2.– Приближенные значения временных интервалов

Временной интервал	Числовое значение, с
Возраст Вселенной	$5 \cdot 10^{17}$
Возраст Земли	$1,3 \cdot 10^{17}$
Продолжительность человеческой жизни	$6,3 \cdot 10^8$
Один год	$3,2 \cdot 10^7$
Один день	$8,6 \cdot 10^4$
Период световой волны	$2 \cdot 10^{-15}$

### 1.3.– Типичные значения массы различных объектов

Объект	Масса, кг	Объект	Масса, кг
Галактика “Млечный путь”	$7 \cdot 10^{41}$	Индюк	4,5–7,5
		Гусь	4,5–5,0
Солнце	$2 \cdot 10^{30}$	Утка	2,7–2,9
Земной шар	$6 \cdot 10^{24}$	Курица	1,4–2,2
Луна	$7 \cdot 10^{22}$	Человек	70
Голубой кит	$10^5 - 2 \cdot 10^5$	Колибри	$2 \cdot 10^{-3}$
Слон	5000–7000	Дождевая капля	$10^{-4}$
Гиппопотам	3000	Комар	$10^{-5}$

Бизон	1500	Бактерия	$10^{-15}$
Морж	900	Вирус гриппа	$10^{-18}$
Конь	400–700	Молекула гемоглобина	$10^{-22}$
Свинья	200–350	Атом водорода	$1,67 \cdot 10^{-27}$
Баран	100–130	Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$

### 1.3. ПЛОТНОСТЬ

Плотность  $\rho$  – это масса однородного вещества, приходящаяся на единицу объема:

$$\rho = m/V, \quad (1.1)$$

где  $m$  – масса тела;  $V$  – объем тела.

Единица измерения плотности –  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Значения плотности некоторых веществ представлены в таблице 1.4.

1.4. – Плотность некоторых веществ

Вещество	Плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$	Температура, $^{\circ}\text{C}$
Воздух	1,293	0
Воздух	1,205	20
Воздух	1,128	40
Вода	999,8	0
Вода	1000,0	4
Вода	999,7	10
Вода	998,2	20
Вода	995,6	30
Вода	992,2	40
Вода морская	1025	0
Пар водный	0,6	100
Молоко	1028,5	20
Мед	1400–1450	20
Глицерин	1200	20
Касторовое масло	900	20
Спирт	790	20
Кровь	1052–1060	20
Легкие	260	40
Внутренняя камера глаза	1336	40
Хрящ	1100	40
Кость	1800–1900	40
Зуб	1950–2380	40
Древесина:		
- бальса <i>Ochromona lagopus</i>	110–140	
- кедр <i>Cedrela mexicana</i>	293	
- клен <i>Flindersia brayleyana</i>	436	

- дуб <i>Castanopsis accuminatissima</i>	569	
- олива <i>Olea capensis</i>	1490	
Почвы	2600–2700	
Компоненты почв:		
- кварц	2660	
- глинистые минералы	2650	
- оксиды железа	2900	
- органическое вещество	1300	

Плотность сферической частички радиусом  $R$  равна:

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3}, \quad (1.2)$$

где  $D$  – диаметр частички.

### **АРИСТОТЕЛЬ (384–322 гг. до н.э.)**

Греческий философ, ученик Платона и наставник Александра Македонского. Автор работ “Физика”, “О небе”, “Метеорология”, “История животных”, “О движении животных”.



### **Пример**

Определить среднюю плотность земного шара, масса которого равна  $M = 6 \cdot 10^{24}$  кг, а радиус  $R = 6,4 \cdot 10^6$  м. Предположить, что земной шар имеет сферическую форму.

### **Решение**

Плотность сферического тела радиусом  $R$  равна:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = (6 \cdot 10^{24} \text{ кг}) / (4/3)(3,14)(6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^3 = 5467 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность пресной воды составляет  $1000 \text{ кг/м}^3$ , тогда как плотность морской воды благодаря высокой концентрации растворенных солей достигает  $1026 \text{ кг/м}^3$ . Ткани морских животных (мышцы и кости) содержат белки и неорганические вещества, плотность которых варьирует в пределах  $1060\text{--}2000 \text{ кг/м}^3$ . Для обеспечения плавучести животному необходимо подогнать свою плотность до значений плотности морской воды. С этой целью

используются вещества с невысокими значениями плотности: жир ( $930 \text{ кг/м}^3$ ), сквален и восковые эфиры ( $860 \text{ кг/м}^3$ ), газы ( $\approx 0 \text{ кг/м}^3$ ).

Значения плотности биологических веществ иногда могут быть использованы в качестве диагностических критериев состояния организма (табл. 1.5).

#### 1.5. – Зависимость плотности желчи от состояния здоровья

Состояние здоровья	Плотность, $\text{кг/м}^3$
Норма	$1008 \pm 0,2$
Хронический холангиогепатит	$1004 \pm 2,0$
Цирроз печени	$1001 \pm 0,6$

Плотность используют в качестве параметра оценки древесной растительности и показателя роста деревьев. На плотность влияют климатические условия: в тропических районах плотность древесины большая, чем в северных. Наименьшую плотность имеет бальса *Ochromona lagopus* ( $110 \text{ кг/м}^3$ ), наибольшую – олива *Olea capensis* ( $1490 \text{ кг/м}^3$ ).

Плотность является одним из важнейших критериев оценки качества сельскохозяйственных и пищевых продуктов. Например, яйцо состоит из четырех основных компонентов, которые характеризуются собственной плотностью: скорлупы ( $2230\text{--}2316 \text{ кг/м}^3$ ); желтка ( $1028\text{--}1035 \text{ кг/м}^3$ ); белка ( $1039\text{--}1042 \text{ кг/м}^3$ ) и подскорлупной оболочки (около  $1075 \text{ кг/м}^3$ ). В целом плотность яйца (куриного) составляет  $1075\text{--}1095 \text{ кг/м}^3$ . Поскольку плотность скорлупы почти вдвое превышает плотность других компонентов, очевидно, что измерение плотности яйца даст возможность оценить именно качество скорлупы, поскольку ее плотность зависит от наличия трещин и других механических повреждений.

Измерение плотности лежит в основе *флотационного метода* контроля качества продукции: использование нескольких объемов с различными значениями плотности (воды, спиртовых и солевых растворов, масла) дают возможность осуществить сортировку картофеля, в том числе сладкого, гороха, бобов, винограда, вишни, черники.

Кроме того, этот метод используется для удаления яблок с внутренними дефектами и цитрусовых с повреждениями от заморозков. Метод отличается высоким уровнем точности сортировки; к недостаткам следует отнести загрязнение раствора и необходимость мытья продуктов перед сортировкой и после нее. Использование солевых и спиртовых растворов повышает

себестоимость процесса измерений и создает определенную опасность для окружающей среды.

Измерением плотности можно оценить качество молочных продуктов, таких как молоко, сыворотка, сгущенное молоко и мороженое.

### Пример

Молоко представляет собой смесь жировых глобул (1–10 мкм), мицелл казеина (0,1–0,2 мкм) и частиц сывороточного белка (0,01–0,02 мкм). Определить массу жировой глобулы молока диаметром 10 мкм, если ее плотность составляет 1028,5 кг/м<sup>3</sup>.

### Решение

Используя формулу (1.2), определим массу глобулы:  $m = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^3 \cdot \rho$ .

Подставляем числовые данные:  $m = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{2}\right)^3 \cdot 1028,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 7 \cdot 10^{-13}$

кг.

### Контрольное задание

Определить массу мицеллы казеина молока диаметром 0,1 мкм, если ее плотность составляет 1110 кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:  $5,81 \cdot 10^{-19}$  кг.

### Пример

Зависимость плотности молока от температуры определяется с помощью уравнения:

$$\rho = 1 + a + bt + ct^2 + dt^3,$$

где  $t$  – температура в °С;  $a, b, c, d$  – числовые коэффициенты, приведенные в таблице 1.6.

#### 1.6. – Значения числовых коэффициентов $a, b, c, d$

Продукт	$a$	$b$	$c$	$d$
Несобранное молоко	$3,50 \cdot 10^{-2}$	$-3,58 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-6}$	$-1,0 \cdot 10^{-7}$
Собранное молоко	$3,66 \cdot 10^{-2}$	$-1,46 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-6}$	$-1,6 \cdot 10^{-7}$

Найти плотность несобранного молока при температуре 20 °С.

### Решение

Подставляем числовые значения в последнее уравнение:

$$\begin{aligned} \rho &= 1 + 3,50 \cdot 10^{-2} - 3,58 \cdot 20 \cdot 10^{-4} + 4,9 \cdot 400 \cdot 10^{-6} - 1,0 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-7} = \\ &= 1 + 350 \cdot 10^{-4} - 71,6 \cdot 10^{-4} + 19,6 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-4} = 1,029 \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

### Контрольное задание

Найти плотность собранного молока при температуре 20 °С.

Ответ:  $\rho = 1,0333 \text{ г/см}^3$ .

## 1.4. СКАЛЯРЫ И ВЕКТОРЫ

Все физические величины, упоминаемые в этом учебнике, можно поделить на скаляры и векторы.

*Скаляр* – это величина, которая полностью определяется числовым значением. Например, работа  $A$ , температура  $T$ , масса  $m$ , время  $t$  – скаляры.

*Вектор* – это величина, которая определяется числовым значением и направлением. Например, сила  $\vec{F}$ , скорость  $\vec{v}$ , ускорение  $\vec{a}$  – векторы.

### 1.4.1. Действия над векторами

*Сложение векторов*

*Правило параллелограмма* – для сложения векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  необходимо путем параллельного переноса соединить их начала и построить на векторах параллелограмм; вектор  $\vec{C}$ , который является диагональю этого параллелограмма, представляет собой искомую сумму  $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$  (рис. 1.1).

*Правило треугольника* – необходимо соединить конец первого вектора с началом второго; вектор  $\vec{C}$ , который соединяет начало первого вектора с концом второго, представляет собой искомую сумму  $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$  (рис. 1.2).

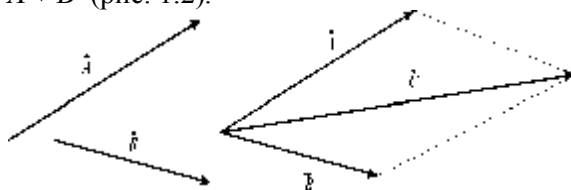


Рис. 1.1. Сложение векторов по правилу параллелограмма



Рис. 1.2. Сложение векторов по правилу треугольника

*Вычитание векторов:* вычесть вектор  $\vec{B}$  из вектора  $\vec{A}$  означает прибавить к вектору  $\vec{A}$  вектор  $-\vec{B}$ , который направлен противоположно вектору  $\vec{B}$  (рис.1.3):

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{C}. \quad (1.3)$$

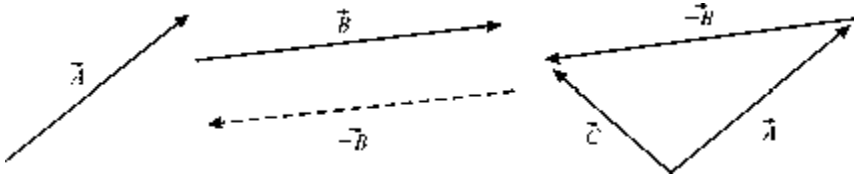


Рис. 1.3. Вычитание векторов

*Умножение и деление векторов на скаляр:* в результате умножения вектора  $\vec{A}$  на скаляр  $n$  получают вектор, совпадающий по направлению с вектором  $\vec{A}$ , равный по модулю  $nA$  (рис. 1.4); в результате деления получают вектор, совпадающий по направлению с вектором  $\vec{A}$ , модуль которого равняется  $A/n$  (рис. 1.5).

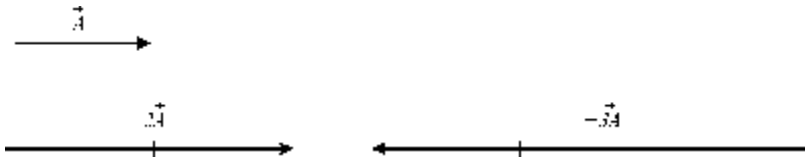


Рис. 1.4. Умножение векторов на скаляр

*Проецирование векторов:* проекциями вектора  $\vec{A}$  на ось  $OX$  и на ось  $OY$  называются отрезки  $A_x$  и  $A_y$  соответственно между проекциями на эти оси начала и конца вектора (рис. 1.6). Эти проекции называются *компонентами* вектора, причем:

$$A_x = A \cos \theta; \quad A_y = A \sin \theta; \quad A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}. \quad (1.4)$$

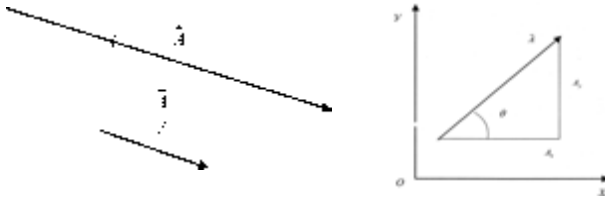


Рис. 1.5. Деление векторов на скаляр      Рис. 1.6. Проекции вектора векторов

### 1.4.2. Скалярное и векторное произведения

*Скалярным произведением*  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  двух векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  является скаляр:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos \alpha, \quad (1.5)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$ .

Векторное произведение  $\vec{A} \times \vec{B}$  двух векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  – это вектор, модуль которого равен:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha. \quad (1.6)$$

Его направление перпендикулярно обоим векторам  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  и совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{A}$  к  $\vec{B}$  на угол, не превышающий  $\pi$  (рис. 1.7).

### Пример

Угол комнаты избран в качестве прямоугольной системы координат. Насекомое находится на стене комнаты в точке с координатами (2 м; 1 м). Найти расстояние между насекомым и углом комнаты.

### Решение

Угол комнаты можно представить как прямоугольную систему координат. Положение насекомого на стене описывается двумя компонентами  $A$  и  $B$  вектора  $\vec{C}$ , величина которого соответствует расстоянию между насекомым и углом комнаты и определяется по формуле:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}.$$

Откуда:

$$C = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2,24 \text{ м.}$$

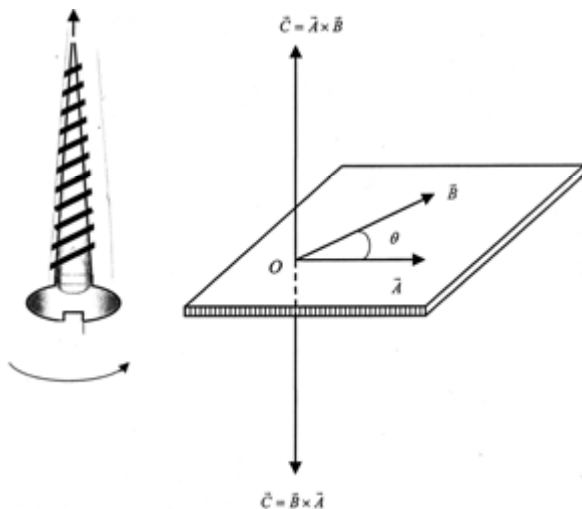


Рис. 1.7. Векторное произведение двух векторов

### Контрольное задание

Вектор  $\vec{A}$  направлен вдоль оси  $X$  прямоугольной системы координат и имеет величину 5 см; вектор  $\vec{B}$  направлен вдоль оси  $Y$  и имеет величину 2 см. Найти величину и направление  $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что называют физической величиной?
2. Чем характеризуется физическая величина?
3. Что такое масса тела?
4. Что называют плотностью вещества?
5. Где используют оценку плотности вещества биологических жидкостей?
6. Что называют скаляром? вектором?
7. Сформулировать правила сложения векторов:  $a$  – правило параллелограмма;  $b$  – правило треугольника.
8. Сформулировать правила вычитания векторов.
9. Сформулировать правила умножения и деления векторов на скаляр.
10. В чем состоит проецирование векторов?
11. Дать определение скалярного произведения.
12. Дать определение векторного произведения.

## 2. МЕХАНИКА

*Механика* – раздел физики, изучающий механическое движение материальных тел и взаимодействие этих тел.

### 2.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Механическое движение* – изменение положения тела со временем относительно другого тела или системы тел, которые условно считают неподвижными.

В механике для описания реальных тел используют упрощенные модели, такие как материальная точка или абсолютно твердое тело.

*Материальная точка* – это тело, формой и размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

*Абсолютно твердое тело* – это тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь, и расстояние между двумя точками которого всегда остается неизменным.

*Система отсчета* – это совокупность системы координат и часов, связанных с телом, относительно которого изучается движение каких-либо иных материальных точек или тел. Например, в декартовой системе координат положение точки  $A$  в данный момент времени характеризуется тремя координатами  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

### 2.2. КИНЕМАТИКА

#### 2.2.1. Кинематика материальной точки и поступательного движения твердого тела

*Кинематика* изучает движение тел без учета причин, которые обуславливают это движение.

*Траектория* – это линия, которую описывает во время движения материальная точка. В зависимости от формы траектории отличают *прямолинейное* и *криволинейное* движение точки.

*Длиной пути*  $\Delta s$  называют расстояние, пройденное точкой за определенный промежуток времени и которое измеряется вдоль траектории.

*Перемещение*  $\Delta \vec{r}$  – это вектор, проведенный из начального положения точки, которая движется, в положение ее в данный момент времени:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_t - \vec{r}_0, \quad (2.1)$$

где  $\vec{r}_0$  – радиус-вектор точки, которая движется, в начальный момент времени, а  $\vec{r}_t$  – радиус-вектор точки в данный момент времени.

Траектория, длина пути и перемещение показаны на рисунке 2.1.

Пусть материальная точка движется по некоторой криволинейной траектории (рис. 2.2). В течение малого промежутка времени  $\Delta t$  точка пройдет путь  $\Delta x$  и получит элементарное перемещение  $\Delta \vec{r}$ . Причем, по мере уменьшения  $\Delta t$  путь  $\Delta x$  будет приближаться к  $|\Delta \vec{r}|$ .

Средняя скорость точки  $\langle \vec{v} \rangle$  – это отношение перемещения  $\Delta \vec{r}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , в течение которого произошло это перемещение (рис.2.2):

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2.2)$$

Единица измерения перемещения – м/с.

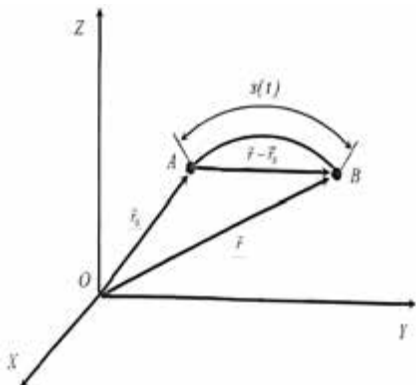


Рис. 2.1. Траектория, длина пути и перемещение

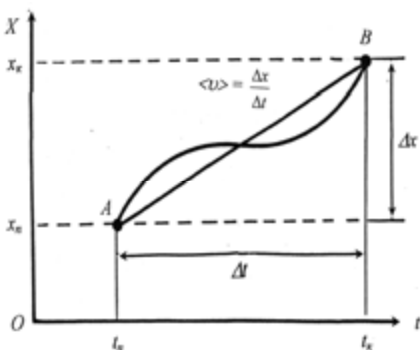


Рис. 2.2. Средняя скорость движения точки

### Пример

Пчела летит вдоль оси  $X$  так, что в момент времени  $t_1 = 1$  с она находится в точке  $X_1 = 12$  м, а в момент времени  $t_2 = 3$  с – в точке  $X_2 = 4$  м. Найти модули векторов перемещения и средней скорости полета пчелы за данный промежуток времени.

### Решение

Модуль вектора перемещения пчелы находим с помощью выражения:

$$|\Delta X| = |X_2 - X_1| = |4 \text{ м} - 12 \text{ м}| = 8 \text{ м}.$$

Модуль средней скорости определим по формуле:

$$|\langle v \rangle| = \left| \frac{\Delta X}{\Delta t} \right| = \left| \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} \right| = |(4 \text{ м} - 12 \text{ м}) / (3 \text{ с} - 1 \text{ с})| = 8 \text{ м} / 2 \text{ с} = 4 \text{ м/с}.$$

Мгновенная скорость точки  $\vec{v}$  равна первой производной радиус-вектора по времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} . \quad (2.3)$$

На рисунке 2.1 видно, что с уменьшением  $\Delta t$  длина пути  $\Delta s$  стремится к  $|\Delta \vec{r}|$ , откуда модуль мгновенной скорости будет равным:

$$v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} . \quad (2.4)$$

Ускорение – это векторная величина, которая характеризует изменение скорости движения точки по численному значению и направлению. Во время прямолинейного движения точки вдоль оси  $x$ , когда ее скорость возрастает или спадает равномерно, *среднее ускорение* определяется как:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} , \quad (2.5)$$

где  $\Delta v$  – изменение скорости за промежуток времени  $\Delta t$ .

Мгновенное ускорение  $\vec{a}$  равно первой производной от скорости  $\vec{v}$  движения точки по времени  $t$ , или второй производной от радиус-вектора по времени (рис.2.3):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} . \quad (2.6)$$

Единица измерения ускорения –  $m/c^2$  .

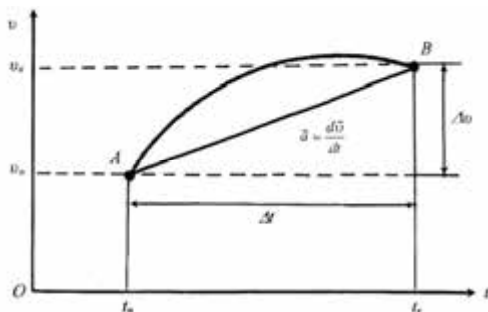


Рис. 2.3. Среднее ускорение движения точки

*Поступательным* называется такое движение твердого тела, при котором прямая, соединяющая две любые точки тела, перемещается, оставаясь параллельной своему начальному направлению. При поступательном движении все точки тела движутся одинаково и тело

можно заменить материальной точкой независимо от его размеров.

### Пример

Частица движется вдоль оси  $X$  в соответствии с уравнением  $X = At^2$ , где  $A = 3$  м/с<sup>2</sup>,  $X$  измеряется в м, а  $t$  – в с. Найти мгновенную скорость движения частицы.

### Решение

В начальный момент времени  $t$  координата частицы  $X_n = 3t^2$ . Через промежуток времени  $\Delta t$ , то-есть в момент времени  $t + \Delta t$  координата частицы составляет:

$$X_k = 3(t + \Delta t)^2 = 3[t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2] = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2.$$

Отсюда перемещение частицы за интервал времени  $\Delta t$  равно:

$$\Delta X = X_k - X_n = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2 - 3t^2 = 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2.$$

Средняя скорость частицы за интервал времени  $\Delta t$  равна:  $\langle v \rangle = \frac{\Delta X}{\Delta t} = 6t + 3\Delta t$ .

Мгновенную скорость частицы определим с помощью выражения (при условии, что  $\Delta t \rightarrow 0$ ):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t} = 6t \text{ м/с.}$$

### Контрольное задание

Скорость движения частицы вдоль оси  $X$  описывается уравнением  $v = (A - Bt^2)$  м/с, где  $A = 40$  м/с,  $B = 5$  м/с<sup>3</sup>,  $t$  измеряется в секундах. Найти проекции на ось  $X$  модулей среднего ускорения, с которым движется частица за промежуток времени от  $t = 0$  до  $t = 2$  с, и мгновенное ускорение в момент времени  $t = 2$  с.

Ответ:  $\langle a \rangle = -10$  м/с<sup>2</sup>;  $a = -20$  м/с<sup>2</sup>.

## 2.2.2. Кинематика движения материальной точки по окружности

Рассмотрим движение материальной точки, движущейся по круговой траектории радиусом  $r$  со скоростью  $\vec{v}$ . Проекция ускорения на касательную и главную нормаль к траектории называют соответственно *тангенциальным*  $\vec{a}_\tau$  и *нормальным*  $\vec{a}_n$  ускорениями.

Тангенциальная составляющая ускорения возникает за счет изменения скорости материальной точки по модулю; она направлена по касательной к траектории в данной точке:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (2.7)$$

Нормальная составляющая ускорения характеризует изменение во времени направления вектора скорости; она направлена по радиусу кривизны  $r$  к центру кривизны (именно поэтому его называют *центростремительным ускорением*), а абсолютная величина определяется как:

$$a_n = \frac{v^2}{r}. \quad (2.8)$$

Модуль *полного ускорения* материальной точки во время криволинейного движения определяется так (рис.2.4):

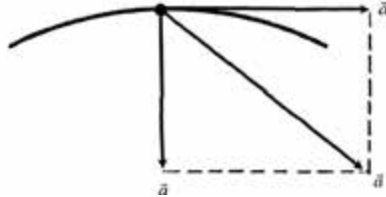


Рис. 2.4. Полное ускорение точки во время криволинейного движения

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2\right]}. \quad (2.9)$$

#### ▼ Для любознательных

Наибольшую скорость движения имеет гепард (*Acinonyx jubatus*) – 110 км/ч.

Среди птиц сокол (*Falco peregrinus*) достигает скорости горизонтального полета 150 км/ч и во время пикирования – до 320 км/ч; шилохвостый стриж (*Chaeturinae*) летит со скоростью 160 км/ч. Страус (*Struthio camelus*) бежит со скоростью 160 км/ч.

Рыба парусник (*Istiophorus platypterus*) достигает скорости 110 км/ч.

Полярная крачка (*Sterna paradisica*) мигрирует на расстояния до 3200–4000 км.

Рекорд размеров среди деревьев принадлежит секвойе (*Sequoiadendron giganteum*) – средняя высота составляет 76–84 м, диаметр – 5–7 м; максимальная высота – 95 м и диаметр – 11 м.

## 2.3. ДИНАМИКА

### 2.3.1. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

*Динамика* – раздел механики, который изучает движение тел в связи с причинами, которые вызывают или изменяют это движения. Классическая механика основывается на понятиях массы и силы, а также на законах, которые связывают эти понятия с кинематическими величинами – перемещением, скоростью и ускорением движения. В основе классической механики лежат три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона – всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не

заставит ее изменить это состояние.

Способность тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инерцией*. Первый закон Ньютона выполняется лишь в инерциальной системе отсчета.

*Сила* – физическая величина, которая характеризует действие одного тела на другое; следствием приложения к телу силы есть приобретение телом ускорения или деформация тела.

Единица измерения силы – *ньютон (Н)*:  $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ .

Второй закон Ньютона – ускорение, которое приобретает материальная точка (тело), пропорционально силе, вызывающей это ускорение, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) можно записать так:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (2.11)$$

Третий закон Ньютона – всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки (тела), всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки (тела):

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}, \quad (2.12)$$

где  $\vec{F}_{21}$  – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй;  $\vec{F}_{12}$  – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.



### Исаак НЬЮТОН (1642–1727)

Английский физик и математик, один из ярчайших ученых истории. Сформулировал основные концепции и законы механики, открыл закон всемирного тяготения, разработал математические методы расчетов.

### 2.3.2. Закон сохранения импульса замкнутой системы

Импульсом (количеством движения)  $\vec{p}$  материальной точки, двигающейся со скоростью  $\vec{v}$ , называется произведение массы этой точки на ее скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (2.13)$$

Единица измерения импульса – кг·м/с.

Если материальная точка движется в данном направлении, количество ее движения характеризуется тремя компонентами:

$$p_x = mv_x; p_y = mv_y; p_z = mv_z. \quad (2.14)$$

Рассмотрим систему материальных точек. Механическая система, на которую не действуют внешние силы (действующие на систему со стороны внешних тел), или если их равнодействующая равна нулю, называется *замкнутой (изолированной)*.

Для системы материальных точек уравнение (2.11) имеет следующий вид:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш}} + \vec{F}_{\text{дис}}^{\text{внутр}}, \quad (2.15)$$

де  $\vec{F}_{\text{внеш}} = \Sigma(\vec{F}_i)_{\text{внеш}}$  – вектор внешних сил, а  $\vec{F}_{\text{дис}}^{\text{внутр}}$  – вектор внутренних диссипативных сил.

Поскольку геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему закону Ньютона равна нулю, то  $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш}}$ .

Для замкнутой системы материальных точек имеем  $\vec{F}_{\text{внеш}} = 0$ ,

следовательно  $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = 0$ , или  $m\vec{v} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \vec{p} = \text{const}$ , то-есть полный импульс замкнутой системы не изменяется со временем (закон сохранения импульса).

Для замкнутой системы уравнение (2.15) можно записать в виде:

$$d(m\vec{v}) = d\vec{p} = \vec{F}_{\text{внеш}} dt, \quad (2.16)$$

где величина  $\vec{F}_{\text{внеш}} dt$  называется *импульсом силы*.

Из уравнения (2.16) видно, что импульс силы равен изменению количества движения.

### 2.3.3. Центр масс и закон его движения

Рассмотрим систему материальных точек (рис. 2.5). Точка  $C$ , радиус-вектор которой равен отношению суммы произведений масс всех материальных точек системы на их радиус-векторы на массы  $m$  всей системы, называется *центром масс* системы материальных точек:

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.17)$$

Скорость центра масс равна  $\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}$ , а импульс – произведению массы системы на скорость ее центра масс  $\vec{p} = m\vec{v}_c$ .

Поскольку производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, которые действуют на систему

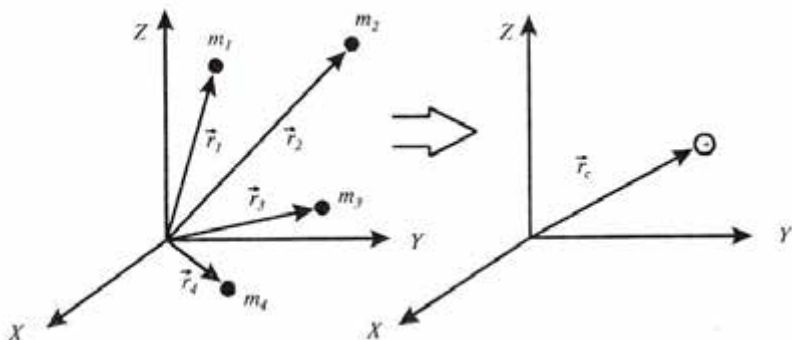


Рис. 2.5. Центр масс системы материальных точек как материальная точка, в которой содержится масса всей системы

( $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ ), можно утверждать, что центр масс системы материальных точек движется как материальная точка, в которой содержится масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех сил, действующих на систему ( $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ ). В соответствии с законом сохранения

импульса центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.

### 2.3.4. Реактивное движение в природе

Реактивное движение возникает во время работы реактивного двигателя, тяга которого создается реакцией (отдачей) рабочего тела, которое истекает из него. Благодаря этому сила реакции вынуждает устройство с двигателем двигаться в сторону, противоположную направлению истекания рабочего тела.

Рассмотрим движение живых организмов, сопровождающееся изменением их массы. Ярким примером таких организмов в природе являются медузы, кальмары, осьминоги, некоторые моллюски и др. (рис. 2.6). Они перемещаются благодаря своеобразному реактивному движению, которое обеспечивается потоком вытолкнутой из особых полостей тела воды. Например, медуза заполняет зонтичную часть водой, которую выталкивает, вследствие чего движется в противоположную сторону. Более сложными системами являются кальмары, которые обладают мышечной накидкой, которая заполняется водой. За счет мышечного сокращения вода выталкивается через сифон, а кальмар движется в противоположном направлении. Причем он способен регулировать направление движения благодаря повороту сифона. Некоторые кальмары за счет реактивного движения достигают палубы кораблей. Часто кальмар сочетает выкидывание воды с темной чернильной жидкостью для отпугивания хищников. Некоторые моллюски, такие как морской гребешок, сжимают периодически свои раковины, благодаря чему они могут избежать встречи с хищниками – морскими звездами. Скорость движения морских организмов варьирует от 27 мм/с у представителей клоуновых рыб до 0,6 м/с у морского гребешка и до 8–15 м/с у кальмаров, осьминогов и каракатиц.



Рис. 2.6. Реактивное движение в природе: а – медуза; б – кальмар (пояснения в тексте)

Среди сельскохозяйственных объектов реактивное движение демонстрирует бешеный огурец обыкновенный *Echallium elateium*. При созревании семян окружающая их ткань превращается в слизистую массу, которая создает большое давление, вызывающее отделение плода от плодоножки и выброс семян через образовавшееся отверстие на расстояние более шести метров.

## 2.4. СИЛЫ ТЯГОТЕНИЯ

### 2.4.1. Закон всемирного тяготения

Закон всемирного тяготения – две любые материальные точки с массами  $m_1$  и  $m_2$  притягиваются по направлению друг к другу с силой, пропорциональной произведению масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.18)$$

где  $F$  – сила тяготения (сила гравитации, сила всемирного тяготения);  $r$  – расстояние между точками;  $m_1$  и  $m_2$  – их массы;  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$  – гравитационная постоянная.

Ньютон доказал, что сила тяготения между двумя сферическими телами конечных размеров с сферическим распределением вещества также описывается уравнением (2.18).

Рассмотрим силы, действующие на неподвижное тело, размещенное на земной поверхности. Со стороны Земли действует сила тяготения  $F$ , определяемая законом всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m M_3}{R_3^2}, \quad (2.19)$$

где  $m$  – масса тела;  $M_3$  – масса Земли;  $R_3$  – радиус земного шара.

В векторной форме закон всемирного тяготения имеет вид:

$$\vec{F} = -G \frac{m M_3}{R_3^3} \vec{R}, \quad (2.20)$$

где  $\vec{R}$  – единичный вектор (рис. 2.7, а).

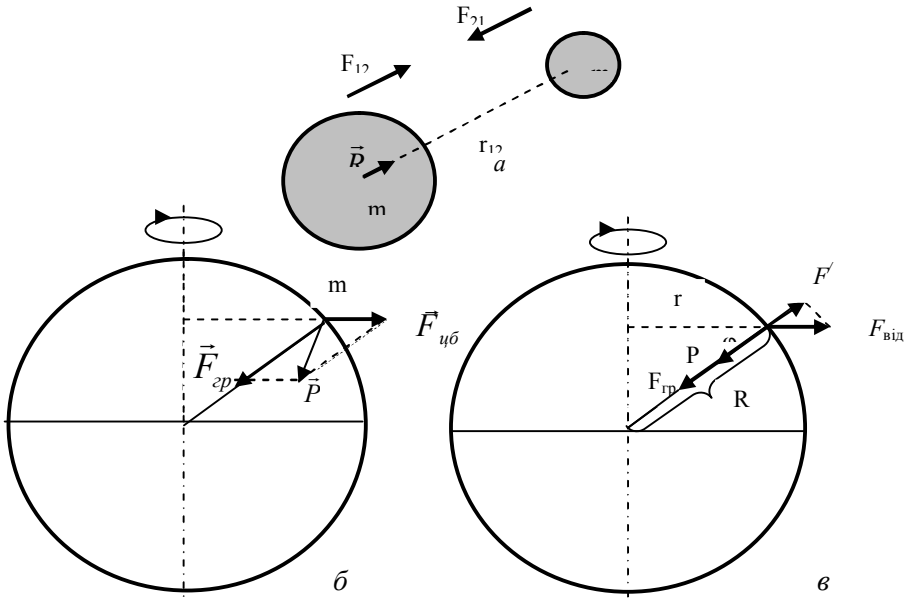


Рис. 2.7. **Взаимодействие двух тел:** *a* – взаимодействие двух тел; *б* – действие сил на тело, находящееся на земной поверхности; *в* – зависимость веса тела от широты его местонахождения. Здесь:  $\vec{F}_{gr}$  – вектор силы гравитации;  $\vec{F}_{вид}$  – вектор центробежной силы;  $\vec{P}$  – вектор силы тяжести;  $F_{gr}$  – сила гравитации;  $F_{цб}$  – центробежная сила инерции;  $P$  – вес тела,  $\varphi$  – географическая широта местонахождения тела,  $r$  – радиус вращения тела;  $R$  – радиус земного шара.

### 2.4.2. Гравитационное поле

Гравитационное взаимодействие между телами осуществляется за счет *гравитационного поля*, основной особенностью которого есть то, что на любое тело массой  $m$ , находящееся в этом поле, действует сила гравитации:

$$\vec{F}_{gr} = m\vec{E}_g, \quad (2.21)$$

где вектор  $\vec{E}_g$  не зависит от  $m$  и называется *напряженностью гравитационного поля*:

$$\vec{E}_\gamma = \frac{\vec{F}_{cp}}{m}. \quad (2.22)$$

Учитывая уравнение (2.20), можно получить выражение:

$$\vec{E}_\gamma = -\frac{GM_3}{R_3^3} \vec{R}. \quad (2.23)$$

Напряженность поля тяготения определяется силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы и совпадающей с направлением действия силы тяготения. В каждой точке гравитационного поля отношение силы, действующей на материальную точку, к ее массе является постоянной величиной и называется *ускорением свободного падения*  $\vec{g}$ . У поверхности Земли  $\vec{g} = 9,80 \text{ м/с}^2$ . Для точек, расположенных поблизости поверхности Земли, ускорение свободного падения  $\vec{g}$  равно напряженности  $\vec{E}_\gamma$  гравитационного поля.

Таким образом, универсальное взаимодействие между любыми видами физической материи называется *тяготением* или *гравитацией*.

### Галилео ГАЛИЛЕЙ (1564–1642)

Итальянский физик и астроном. Исследовал движение объектов во время свободного падения и на наклонной плоскости. Провел несколько астрономических исследований: открыл четыре спутника Юпитера, новые звезды; изучал поверхность Луны, солнечные пятна; доказал, что Млечный путь представляет собой большое количество звезд.



### 2.4.3. Гравитация и живые организмы

В отличие от иных внешних стимулов гравитация существует всегда и не изменяется по величине; ее нельзя включить или выключить. Вертикальная миграция водных организмов представляет собой поведенческий механизм поисков оптимального с точки зрения их роста и репродукции положения в водной среде.

Фотосинтезирующие и нефотосинтезирующие микроорганизмы используют свет в качестве внешнего стимула: при низких уровнях освещения они демонстрируют положительный фототаксис,

направляясь к водной поверхности с тем, чтобы получить достаточное для жизнедеятельности солнечное излучение.

Но при высоких интенсивностях солнечного излучения они используют отрицательный фототаксис, двигаясь в глубину с тем, чтобы избежать разрушающего действия этого излучения. Фотоориентация не имеет места в глубине, где света не хватает. В этой ситуации водные организмы используют гравитацию в качестве внешнего фактора для вертикальной ориентации.

Гравитационное поле Земли является важным внешним фактором для организмов, которые перемещаются в водной среде. Такую способность организмов ориентировать направление своего движения относительно гравитационного поля называют *гравитаксисом*. Гравитаксис наблюдается у многих водорослей. Уровень гравитационной ориентации водорослей определяется наличием загрязнений в среде, влиянием солнечного, в частности ультрафиолетового излучения. Таким образом, гравитаксис является важным экологическим фактором, который дает возможность водным организмам находить лучшие условия существования.

Ростовую реакцию растений, которая вызывает изгиб или искривление определенных их частей относительно гравитационного поля, называют *гравитропизмом*.

#### 2.4.4. Вес тела

Характер механического движения зависит от системы отсчета. Те системы, по отношению к которым выполняется закон Ньютона (то-есть такие системы, которые находятся в состоянии покоя или движутся равномерно и прямолинейно), называются *инерциальными системами отсчета*. Системы отсчета, которые движутся относительно инерциальной системы с ускорением, называются *неинерциальными*.

Рассмотрим тело, расположенное поблизости у Земли. Кроме гравитационной силы, которая определяется по закону всемирного тяготения и благодаря которой тело движется с ускорением свободного падения, на него действует за счет суточного вращения Земли *центробежная сила инерции*  $F_{цб} = m\omega^2 r$  (где  $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$  рад/с – угловая скорость суточного вращения Земли;  $r$  – радиус вращения), которая направлена от оси вращения.

Уравнение относительного движения материальной точки  $m$  в системе отсчета, связанной с Землей, имеет вид:

$$m \vec{g} = m \vec{E}_\gamma + \vec{F}'_{цб}, \quad (2.24)$$

где  $\vec{E}_\gamma$  – напряженность гравитационного поля;  $\vec{F}'_{цб}$  – центробежная сила инерции.

Геометрическая сумма силы тяготения тела к Земле и центробежной силы инерции, обусловленной суточным вращением Земли, называется *силой тяжести* (рис. 2.7, б). Сила тяготения существенно превышает центробежную силу инерции, поскольку величина  $\omega^2$  очень мала; таким образом, сила тяготения почти не отличается от силы гравитационного тяготения.

Проекция центробежной силы инерции  $F'_{цб}$  на направление действия силы тяготения к Земле равна:

$$F'_{цб} = m \omega^2 r \cos \varphi, \quad (2.25)$$

где  $\varphi$  – географическая широта местонахождения тела.

*Вес P* тела – это сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору (или подвес), что удерживает тело от свободного падения. Вес тела проявляется только тогда, когда на тело действуют иные, кроме силы тяжести, силы и тело движется с ускорением, отличным от  $g$ . Поскольку масса тела постоянна, а значения  $g$  изменяются с широтой, то соответственно изменяется и вес тела. Как видно из рис. 2.7, в, вес тела определяется разностью силы тяготения  $F$  и проекции центробежной силы инерции  $F'_{цб}$  на направление действия силы тяготения :

$$P = G \frac{mM_3}{R_3^2} - m \omega^2 r \cos \varphi. \quad (2.26)$$

С учетом того, что  $r = R \cos \varphi$ , получим выражение:

$$P = G \frac{mM_3}{R_3^2} - m \omega^2 R \cos^2 \varphi. \quad (2.27)$$

Таким образом, вес тела зависит от географической широты  $\varphi$  местоположения тела.

## 2.5. УПРУГИЕ СИЛЫ

### 2.5.1. Деформации твердого тела

*Механические деформации* – это изменение взаимного расположения множества частиц материальной среды, которое приводит к изменению формы и размеров тела и обуславливает

появление сил взаимодействия между частицами, то-есть возникновение напряжений.

*Упругими* называются деформации, которые возникают и исчезают одновременно со снятием нагрузки и не сопровождаются рассеянием энергии.

*Пластическим* называются деформации, которые не исчезают после снятия нагрузки и сопровождаются рассеянием энергии.

Если после снятия нагрузки деформация исчезает не полностью, ее называют *упругопластической*; если величина деформации явно зависит от времени, но обратима, ее называют *вязкоупругой*.

Существуют деформации *растяжения, сжатия, изгиба, кручения, смещения* (рис. 2.8). Деформация вызывает в деформируемом теле появление *сил упругости* – внутренней силы, которая препятствует деформации тела.

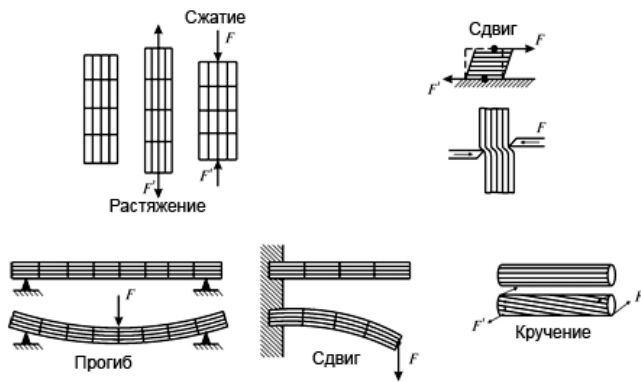


Рис. 2.8. Типы деформаций

### 2.5.2. Закон Гука

Закон Гука для одностороннего растяжения (сжатия): *сила упругости  $F_{упр}$ , возникающая вследствие деформации тела, пропорциональна удлинению этого тела:*

$$\vec{F}_{упр} = -k\vec{x}, \quad (2.28)$$

где  $k$  – коэффициент упругости, зависящий от размеров и материала тела (при растяжении или сжатии тела вдоль оси  $OX$  закон Гука приобретает вид  $F_{упрX} = -k \cdot x$ ).

Закон Гука может быть сформулирован и записан таким образом: *вследствие небольших упругих деформаций, нормальное напряжение  $\sigma$  пропорционально относительному удлинению  $\varepsilon$ :*

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (2.29)$$

где  $\sigma = \frac{F}{S}$  – нормальное механическое напряжение, возникающее в поперечном сечении;  $S$  – площадь поперечного сечения тела;  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  – относительное удлинение тела;  $E$  – модуль Юнга (значения модуля Юнга различных упругих материалов представлены в таблице 2.1).

Модуль Юнга характеризует упругие свойства вещества во время небольших деформаций; он определяется напряжением, вызывающим относительное удлинение тела, равное единице.

### 2.1. – Модуль Юнга для различных упругих материалов

Материал	Модуль Юнга $E$ , Н/м <sup>2</sup>
Сталь	$2 \cdot 10^{11}$
Кость (вдоль оси)	$2 \cdot 10^{10}$
Кость (поперек оси)	$1,5 \cdot 10^{10}$
Коллаген	$10^7 - 10^8$
Сухожилие	$2 \cdot 10^7$
Хрящ реберный	$1,2 \cdot 10^7$
Резина	$2 \cdot 10^6$
Абдуктин	$1,9 \cdot 10^6$
Резилин	$1,7 \cdot 10^6$
Эластин	$6 \cdot 10^5$
Кровеносный сосуд	$2 \cdot 10^5$
Клетки гладких мышц: – в состоянии возбуждения – в состоянии покоя	$10^5$ $10^4$
Бамбук	$2 \cdot 10^{10}$
Древесная растительность	$(0,35 - 1,93) \cdot 10^{10}$
Клеточная оболочка водоросли <i>Nitella</i>	$7 \cdot 10^8$
Чистая целлюлоза	$10^8$

#### Пример

Коэффициент жесткости пружины показывает, какую силу необходимо приложить для растяжения пружины на единицу длины. Определить коэффициент жесткости  $k$  пружины, прикрепленной одним концом к горизонтальной плоскости, если другой конец связан с грузом массой  $m = 400$  г. Удлинение пружины составляет  $x = 3$  см.

### Решение

Вес тела равен упругой силе:  $mg = kx$ .

$$\text{Отсюда: } k = \frac{mg}{x} = (0,4 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2) / 3 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1,31 \cdot 10^2 \text{ Н/м}.$$

### Пример

Полоска ткани длиной 5 см с поперечным сечением  $0,1 \text{ см}^2$  вырезана из стенки аорты, модуль Юнга которой составляет  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ . Какую массу следует прикрепить к вертикально подвешенной полоске, чтобы вызвать удлинение 0,5 см (изменением поперечного сечения пренебречь).

### Решение

Сила  $F$ , приложенная к полоске, определяется как:  $F = m \cdot g$ , где  $m$  – масса прикрепленного груза;  $g$  – ускорение свободного падения.

Запишем закон Гука в терминах нормального механического напряжения  $\sigma = F/S$  и относительного удлинения тела  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ :

$$\frac{m \cdot g}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l},$$

откуда:

$$m = \frac{E \cdot \Delta l \cdot S}{g \cdot l} = \frac{(2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}) \cdot (0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}) \cdot (0,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2)}{(10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}) \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ м})} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}.$$

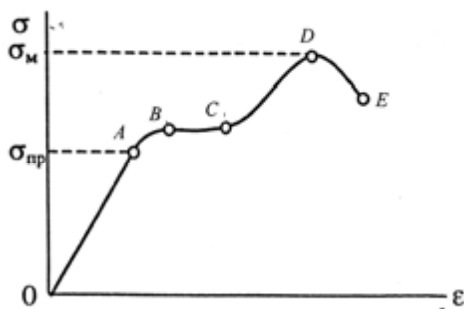


Рис. 2.9. Диаграмма растяжения – графическое изображение зависимости механического напряжения  $\sigma$  от относительного удлинения  $\varepsilon$  (пояснения в тексте)



### Роберт ГУК (1635–1703)

Английский физик, который открыл закон упругости. В 1665 году издал книгу «Микрография», где описал результаты микроскопических и телескопических исследований. Первым описал, как изготовить микроскоп.

Зависимость механического напряжения  $\sigma$  от относительного удлинения  $\varepsilon$  называется *диаграммой растяжения* (рис. 2.9). Здесь можно выделить такие участки и характерные точки: область  $OA$ , для которой остается справедливым закон Гука; точка  $A$  называется *пределом пропорциональности*; она соответствует максимальному напряжению  $\sigma_{упр}$ , до которого еще выполняется закон Гука; точка  $B$  – *предел упругости* – напряжение, до которого деформация еще остается упругой, хотя зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  уже не линейна;  $BC$  – *область текучести*, где деформация происходит без увеличения напряжения; точка  $C$  – *предел текучести*; точка  $D$ , которая соответствует максимальному напряжению  $\sigma_{макс}$  тела перед разрушением, называется *пределом прочности*; точка  $E$  соответствует *разрыву тела*, который происходит при меньшем, чем  $\sigma_{макс}$  напряжении.

Приложение равномерно распределенной силы сжатия (или растяжения) вызывает *деформацию всестороннего сжатия (растяжения)*. Относительное уменьшение (увеличение) объема тела  $\Delta V/V$  при этом определяется *законом Гука*: *при небольших упругих деформациях нормальное напряжение  $\sigma$  пропорционально относительному уменьшению (увеличению) объема тела  $\Delta V/V$  под влиянием напряжения  $\sigma$* :

$$\sigma = K \cdot \frac{\Delta V}{V}, \quad (2.30)$$

где  $\sigma$  – нормальное механическое напряжение;  $\frac{\Delta V}{V}$  – относительное уменьшение (увеличение) объема тела;  $K$  – модуль объемной упругости.

Модуль объемной упругости характеризует упругие свойства вещества; он определяется напряжением, которое вызывает

относительное уменьшение (увеличение) объема тела, равное единице.

Деформация тела, при которой все его слои, параллельные некоторой плоскости (плоскости смещения), смещаются без каких-либо изменений параллельно один другому, называется *сдвигом* (рис. 2.10). В соответствии с законом Гука касательное напряжение  $\tau$  пропорционально углу сдвига  $\gamma$ :

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (2.31)$$

где  $G$  – модуль сдвига;  $\gamma \cong \text{tg}\gamma = \frac{x}{l}$ .

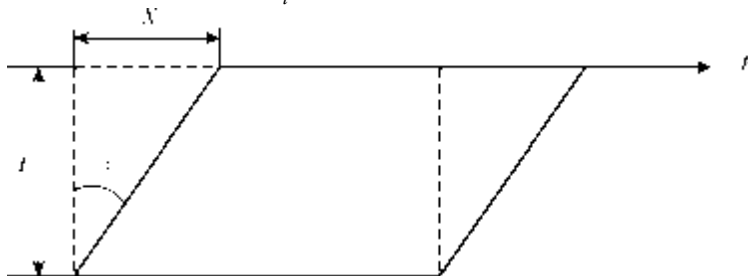


Рис. 2.10. Деформация сдвига:  $x$  – сдвиг параллельных слоев один относительно другого;  $\gamma$  – угол сдвига;  $l$  – расстояние между слоями.

Типичные значения модуля сдвига приведены в таблице 2.2.

## 2.2. – Модуль сдвига некоторых материалов

Материал	Модуль сдвига $G$ , Н/м <sup>2</sup>
Кость	$(0,8-1,5) \cdot 10^{10}$
Сталь	$8 \cdot 10^{10}$
Алюминий	$2,6 \cdot 10^{10}$
Резина	$1,6 \cdot 10^6$

Относительное продольное сжатие (растяжение) тела сопровождается его относительным поперечным расширением (сужением)  $\Delta D/D$ , где  $D$  – поперечный размер тела,  $\Delta D$  – изменение поперечного размера тела. Отношение относительного поперечного расширения (сужения)  $\Delta D/D$  к относительному продольному расширению (сужению)  $\Delta L/L$  называется *коэффициентом Пуассона*  $\mu$ :

$$\mu = \left( \frac{\Delta D}{D} \right) / \left( \frac{\Delta L}{L} \right). \quad (2.32)$$

Так, коэффициент Пуассона для мякоти яблока равен 0,21–0,34, а для картофеля – 0,45–0,49.

### 2.5.3. Измерение модуля Юнга

Рассмотрим стержень, которому приложена сила  $F$ . Внутренние силы в стержне будут оказывать сопротивление деформации стержня, в котором за счет этого возникает механическое напряжение; сам стержень приобретает относительное удлинение. Отношение напряжения к относительному удлинению характеризуется модулем Юнга. Величина деформации стержня зависит от величины приложенной силы, геометрии стержня и его упругих свойств, то-есть модуля Юнга, который можно определить. Приведем готовые выражения для модуля Юнга.

Для стержня круглого сечения радиусом  $R$ , один конец которого закреплен (рис. 2.11), модуль Юнга определяют по формуле:

$$E = \frac{4l^3}{3\pi R^4} \cdot \frac{F}{\lambda}, \quad (2.33)$$

где  $l$  – длина стержня;  $F = mg$  – сила, приложенная к стержню;  $m$  – масса груза;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\lambda$  – величина сгиба стержня (“стрела сгиба”).

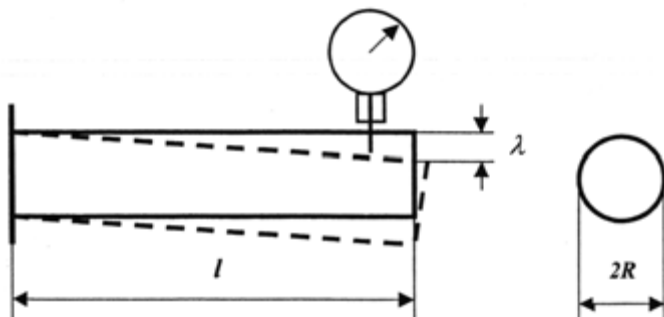


Рис. 2.11. Определение модуля Юнга стержня круглого сечения радиусом  $R$ , один конец которого закреплен

Модуль Юнга трубчатого стержня, один конец которого закреплен, определяют как:

$$E = \frac{4l^3}{3\pi} \cdot \frac{F}{(R_2^4 - R_1^4)\lambda}, \quad (2.34)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – соответственно внешний и внутренний радиусы трубки.

Если стержень имеет опору с двух концов, в знаменателях последних двух выражений вместо коэффициента пропорциональности 3 используют 48.

Модуль Юнга  $E$  стержня прямоугольного сечения, один конец которого закреплен, можно определить путем измерения изгиба стержня (рис. 2.12) по формуле:

$$E = \frac{l^3}{4ab^3} \cdot \frac{F}{\lambda}, \quad (2.35)$$

где  $a$  и  $b$  – ширина и толщина стержня;  $\lambda$  – величина изгиба стержня (“стрела изгиба”).

Растительная клетка окружена эластичной оболочкой целлюлозно-пектиновой природы. Оболочки растительных клеток характеризуются упругими свойствами, которые обуславливают способность растительных клеток растягиваться под влиянием внешних нагрузок. Модуль Юнга,

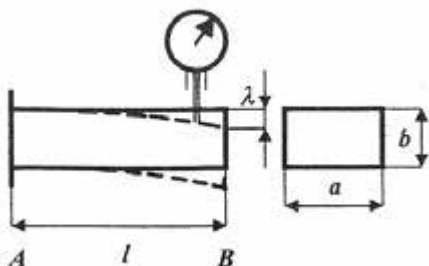


Рис. 2.12. Определение модуля Юнга стержня прямоугольного сечения, один конец которого закреплен

характеризующий упругие свойства тел, для чистой целлюлозы равен  $10^8 \text{ Н/м}^2$ , что составляет около 5% модуля Юнга для стали. Клеточная оболочка содержит различные компоненты кроме целлюлозы, поэтому ее модуль Юнга меньше, чем у чистой целлюлозы. Например, модуль Юнга клеточной оболочки водоросли *Nitella* равен  $7 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ . Модуль Юнга древесной растительности изменяется в интервале  $(0,35-1,93) \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ .

### Пример

Определить модуль Юнга древесины, из которой изготовлена балка размерами  $a = b = 5 \text{ см}$ ,  $l = 70 \text{ см}$ , если под действием силы  $F = 6860 \text{ Н}$  величина изгиба стержня  $\lambda$  равна  $0,7 \text{ см}$ .

### Решение

Подставляем числовые значения в уравнение (2.35):

$$E = \frac{700 \text{ кг} \cdot 0,7^3 \text{ м}^3 \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}}{4(2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^4 \cdot 0,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 1,34 \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}.$$

## 2.5.4. Потенциальная энергия упруго-деформированного тела

Потенциальная энергия упруго-деформированного тела равна максимальной работе, осуществляемой силами упругости, которые восстанавливают первичные размер и форму тела. Потенциальную энергию упруго-деформированного тела определяют как:

$$W_{np} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{E \cdot S \cdot (\Delta l)^2}{2 \cdot l} = \frac{\sigma^2 \cdot V}{2 \cdot E}, \quad (2.36)$$

где  $k$  – коэффициент упругости;  $x$  – удлинение этого тела;  $E$  – модуль Юнга;  $S$  – площадь поперечного сечения тела;  $\Delta l$  – удлинение;  $l$  – длина тела;  $\sigma$  – нормальное механическое напряжение ( $\text{Н/м}^2$ );  $V$  – объем тела.

### Пример

Определить работу, которая осуществляется во время сжатия бедренной кости собаки на 0,5 мм, если длина кости 25 см, а сечение 3 см<sup>2</sup>. Модуль Юнга равен  $2 \cdot 10^{10}$   $\text{Н/м}^2$ .

### Решение

Работа по сжатию кости затрачивается на увеличение ее потенциальной энергии:

$$A = W_{np} = \frac{E \cdot S \cdot (\Delta l)^2}{2 \cdot l}.$$

Подставляем числовые значения:

$$A = \frac{(2 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}) \cdot (3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2) \cdot (25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2)}{2 \cdot 0,25 \text{ м}} = 3 \text{ Дж}.$$

## 2.5.5. Упругие свойства биологических материалов

Изучение упругих свойств биологических материалов предоставляет возможность исследовать процессы функционирования опорно-двигательного аппарата живых организмов. Рассмотрим основные биологические материалы, которые выделяются уникальными упругими свойствами.

*Коллаген* – белок, органический компонент костной ткани, который обеспечивает ее упругие свойства. Кроме того, коллаген находится в коже и тканях кровеносных сосудов.

*Эластин* представляет собой упругий белок, встречающийся у позвоночных в виде тонких жгутов в соединительной ткани, которая находится в стенках артерий, особенно около сердца.

*Резилин* – белок, встречающийся у насекомых. Упругие свойства резилина предоставляют им возможность осуществлять прыжки. Например, если бы человек имел возможность прыгать как блоха

(*Aphaniptera*), то он смог бы перескочить через 100-этажный дом. Именно благодаря резину пчела способна осуществлять около 500 миллионов взмахов крыльями в течение жизненного цикла. Искусственный резин широко используется в медицине в качестве заменителей упругих сердечных клапанов, стенок кровеносных сосудов и межпозвоночных дисков.

*Абдуктин* – белок, обнаруженный в моллюске – морском гребешке (*Pecten*) у основания раковины; гребешок способен плавать, открывая и закрывая створки с частотой 3 колебания в секунду. Кроме того, абдуктин находится в передних крыльях цикады (*Homoptera, Cicadidae*).

Многие биологические материалы содержат несколько упругих компонентов, приводящим к специфическому характеру диаграммы растяжения. Так, затылочная связка *Ligamentum nuchae* копытных животных (рис. 2.13) содержит такие упругие субстанции как эластин и коллаген, модули Юнга которых существенно отличаются (см. табл. 2.1). Следовательно, эластин отвечает за начальный отклик связки, тогда как коллаген – за конечный.

*Кости и мышцы* являются основными компонентами опорно-двигательного аппарата человека и животных. Изучение упругих свойств костной ткани целесообразно с точки зрения выполнения задач, которые стоят перед современной хирургией и ортопедией, связанных с разработкой и внедрением средств протезирования. Кроме

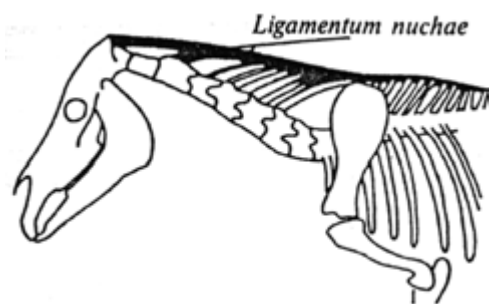


Рис. 2.13. Расположение затылочной связки (*Ligamentum nuchae*) у копытных животных

обеспечения движения, кости выполняют функции поддержания и защиты мышечных волокон, являются местом накопления кальция. По форме кости делятся на *длинные, короткие, плоские* и *нерегулярные*. Масса костей составляет примерно 18% общей массы тела. Около 60% объема (40% веса) компактной костной ткани занимает органический материал коллаген; остальная часть приходится на неорганический материал гидроксилатит  $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$ . Кристаллики этого вещества расположены между волокнами коллагена и прочно прикреплены к ним. Именно такая структура костей обуславливает их упругие свойства. Модуль упругости костной ткани занимает

промежуточное положение между модулями упругости ее компонентов и существенно зависит от их процентного содержания. Механические характеристики кости приведены в таблиц 2.3.

### 2.3. – Механические характеристики кости

Механический параметр	Величина, единицы
Плотность компактной костной ткани	$1,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Предел прочности на растяжение	$1,2 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$
Предел прочности на сжатие	$1,7 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$

#### Контрольное задание

Бедренная кость имеет длину 25 см и сечение 3 см<sup>2</sup>. Определить силу упругости в процессе сжатия кости на 0,5 мм, если модуль Юнга равен  $2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ .

Ответ: 12 кН.

#### Пример

Прыжок блохи массой  $m = 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$  характеризуется вертикальной компонентой скорости  $v = 1 \text{ м/с}$ , которую она достигает через  $t = 10^{-3} \text{ с}$ , и высотой прыжка  $h = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Определить такие параметры:

- ускорение, с которым прыгает блоха;
- кинетическую энергию блохи;
- энергию мышц блохи, которые составляют 20% массы тела насекомого, если удельная мощность мышц равна  $P/m = 60 \text{ Вт/кг}$ ;
- энергию, которую накапливает блоха в двух задних конечностях (объем каждой из которых составляет  $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^3$ ) во время сжатия резилина, находящегося в этих конечностях;
- на какое расстояние смог бы прыгнуть человек, если бы он имел упругие свойства блохи? Напоминаем, что блоха прыгает на расстояние, превышающее ее размеры в 200 раз.

#### Решение

- ускорение, с которым прыгает блоха, определяется как:

$$a = v/t = (1 \text{ м/с})/(10^{-3} \text{ с}) = 10^3 \text{ м/с}^2.$$

Таким образом,  $a \approx 100g$  (где  $g$  – ускорение свободного падения);

- кинетическая энергия блохи рассчитывается по формуле:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot (1 \text{ м/с})^2 = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

- энергия мышц блохи определяется как:

$$E_m = 20\% \cdot (P/m) \cdot m \cdot t = 0,2 \cdot 60 \text{ Вт/кг} \cdot 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot 10^{-3} \text{ с} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Следовательно, энергии блохи явно недостаточно и для обеспечения прыжка ( $E_m < E_k$ );

- используя формулу (2.28) и табл. 2.1, найдем потенциальную энергию 1 мм<sup>3</sup> упруго-деформированного резилина:

$$E_{np} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{E \cdot S \cdot (\Delta l)^2}{2 \cdot l} = \frac{1}{2} \cdot 1,7 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Полная энергия, накапливаемая двумя конечностями, составит:

$$E_k = 2 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 23,8 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Этой энергии достаточно для обеспечения прыжка ( $E_k > E_m$ );

д) человек, который бы имел упругие свойства блохи, смог бы прыгнуть на длину стадиона.

*Упругие свойства растений.* Растительный стебель под действием внешней силы (например, ветра) изгибается. За счет этой силы определенные слои растягиваются, тогда как иные сжимаются. В стебле возникают деформации, которые можно рассматривать как совокупность деформации растяжения одной стороны стебля и одновременной деформации сжатия другой стороны стебля. Очевидно, что основное участие в оказании сопротивления изгибу принимают внешние слои стебля, тогда как средние слои никакой роли не играют. Таким образом, если извлечь среднюю часть стебля, его сопротивление на изгиб не изменится. Математические расчеты свидетельствуют о том, что наибольшее сопротивление изгибу проявляют трубки, в которых отношение внутреннего диаметра ко внешнему составляет 8:11. Именно такие соотношения имеют стебли большинства растений. Ярким представителем растений, лишенных центральной части стебля, является бамбук. Это растение эффективно используют для получения сырья, продуктов питания и строительных материалов около 2,2 млрд населения мира; некоторые виды бамбука растут со скоростью около одного метра за сутки. Модуль Юнга ткани бамбука равен  $2 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>, то-есть бамбук в расчете на единицу массы более упругий, чем стальной стержень, модуль Юнга которого составляет  $2,1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. В то же время, плотность бамбука составляет 600 кг/м<sup>3</sup>, тогда как плотность стали равна 7800 кг/м<sup>3</sup>.

*Механические методы оценки качества продуктов.* В основе большинства методов неразрушающей оценки качества сельскохозяйственных и пищевых продуктов лежит измерение упругих свойств этих продуктов. Суть такого метода лежит в проталкивании механического плунжера в продукт под действием постоянной силы, что обеспечивает проникновение плунжера, или с постоянной скоростью проникновения.

Зависимость силы, которая обеспечивает проникновение плунжера, от расстояния, проходимое плунжером, определяется определенными характерными участками. Сначала эта зависимость имеет линейный характер, пока плунжер не проникнет в образец; эта точка называется *пределом текучести*. Далее кривая зависимости может возрастать, каким это наблюдается в процессе тестирования свежих яблок (рис. 2.14, а), оставаться на постоянном уровне для зрелых груш и персиков, или яблок, которые сохранялись определенное

время при низкой температуре (рис. 2.14, б), спадать для большинства овощей (рис. 2.14, в), или плавно возрастать (рис. 2.14, з-д).

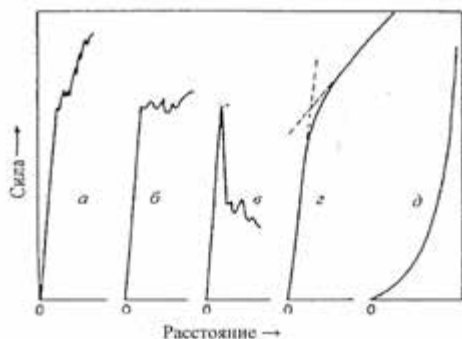


Рис 2.14. Зависимость силы, которая обеспечивает проникновение плунжера, от расстояния, проходимого плунжером во время тестирования:

а — свежих яблок; б — зрелых груш и персиков или яблок, которые сохранились долгое время при низкой температуре; в-д — большинства овощей

## 2.6. СИЛЫ ТРЕНИЯ

Если тело движется вдоль жесткой поверхности или через вязкую среду (воздух или воду), оно претерпевает сопротивление движению за счет взаимодействия тела с окружением. Рассмотрим тело,двигающееся по горизонтальной плоскости. Если приложить к нему силу, параллельную плоскости, тело останется в состоянии покоя, если эта сила невелика. Механическое сопротивление, возникающее в плоскости соприкосновения двух прижатых друг к другу тел во время их взаимного перемещения, называется *внешним трением*. Сила  $f_{ст}$ , удерживающая тело от перемещения, называется *силой трения покоя*. Сначала сила сопротивления пропорциональна внешней силе ( $f_{ст} \approx F$ ), но когда сила  $F$  достигает значения  $f_{ст макс}$ , тело начинает перемещаться в направлении действия внешней силы. Следует отметить, что во время движения сила сопротивления меньше, чем  $f_{ст макс}$  (рис. 2.15); ее называют *силой трения скольжения*  $f_k$ .

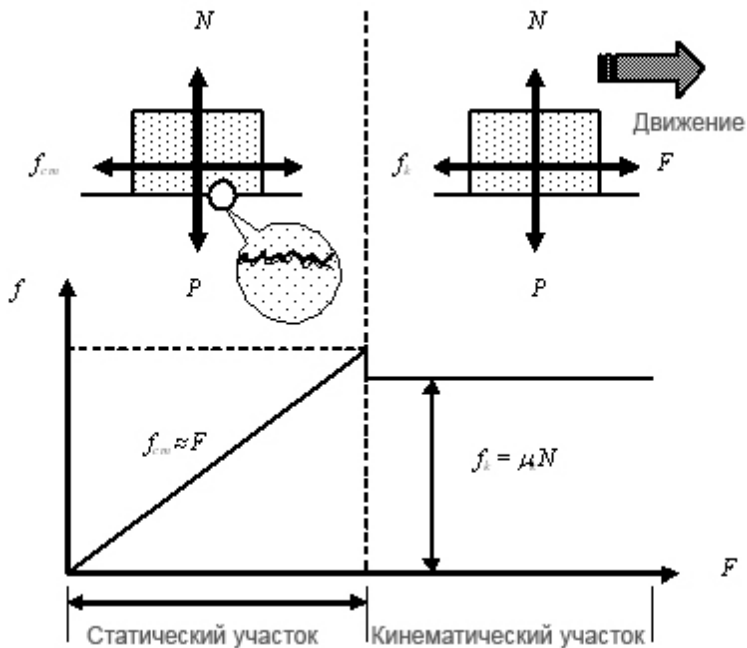


Рис. 2.15. Внешнее трение как механическое сопротивление, возникающее в плоскости касания двух прижатых друг к другу тел во время их взаимного перемещения. Здесь:  $F$  – внешняя сила;  $f_{ст}$  – сила трения покоя;  $f_k$  – сила трения скольжения;  $\mu_{ст}$  – коэффициент статического трения;  $\mu_k$  – коэффициент кинетического трения;  $N$  – нормальная сила,  $P$  – вес тела (пояснения в тексте)

Экспериментально доказано, что  $f_{ст макс}$  и  $f_k$  пропорциональны силе нормального давления  $N$ :

$$f_{ст} \leq \mu_{ст} N, \quad (2.37)$$

$$f_k = \mu_k N, \quad (2.38)$$

где  $\mu_{ст}$  – коэффициент статического трения;  $\mu_k$  – коэффициент трения скольжения;  $N$  – сила нормального давления. Знак равенства в уравнении (2.37) соответствует ситуации, когда  $f_{ст макс} = \mu_{ст} N$ .

Типовые значения коэффициентов  $\mu_{ст}$  и  $\mu_k$  различных тел, движущихся по различным поверхностям, приведены в табл. 2.4.

## 2.4. – Коэффициенты трения

Движение тела на поверхности	$\mu_{ст}$	$\mu_{к}$
Сталь по стали	0,74	0,57
Резина по бетону	1,0	0,8
Дерево по дереву	0,25–0,5	0,2
Лед по льду	0,1	0,03

## 2.7. СИЛЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ВО ВРЕМЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

В соответствии с уравнением (2.8), материальная точка, участвующая во вращательном движении, приобретает нормальное ускорение  $a_n = \frac{v^2}{r}$ . Оно направлено к центру кривизны и называется *центростремительным*. Соответственно силу, действующую на материальную точку и направленную вдоль главной нормали к ее траектории в сторону центра, называют *центростремительной*:

$$F_0 = m a_n = m \frac{v^2}{r}. \quad (2.39)$$

Сила, с которой материальная точка, движущаяся по криволинейной траектории (по окружности), действует на связь, которая ограничивает свободу движения точки и вынуждает ее двигаться криволинейно, называется *центробежной*. Центробежная и центростремительная силы равны друг другу и имеют противоположные направления, поскольку приложены к разным телам.

### Пример

Тело сферической формы массой 1 кг, к которому прикреплен шнурок длиной 1,5 м, вращается в горизонтальной плоскости. Определить максимальную скорость движения тела, если сила, действующая на шнурок, равна 50 Н.

### Решение

Используя уравнение (2.39), найдем скорость движения тела:

$$v = \sqrt{\frac{F_0 r}{m}} = \sqrt{\frac{(50 \text{ Н})(1,5 \text{ м})}{1 \text{ кг}}} = 8,7 \text{ м/с}.$$

Рассмотрим горшок с растением на столе, который вращается с угловой скоростью  $\omega$ , на расстоянии  $r$  от оси вращения. Растение будет расти под углом  $\theta$  к вертикальной оси, который определяется влиянием гравитационного  $g$  и инерциального  $\omega^2 r$  ускорений (рис. 2.16).

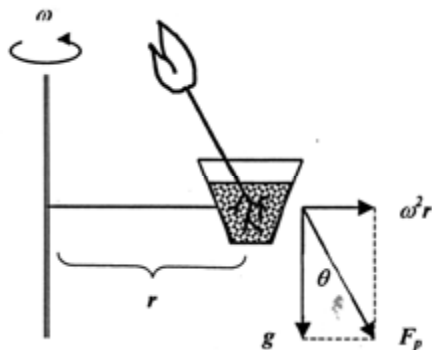


Рис. 2.16. Влияние гравитационной и центробежной сил на растение, которое размещено на столе, вращающемся с угловой скоростью  $\omega$ , на расстоянии  $r$  от оси вращения: вследствие действия результирующей силы  $F_p$  растение будет расти под углом  $\theta$  к вертикальной оси

## 2.8. РОБОТА, МОЩНОСТЬ И ЭНЕРГИЯ

*Работа силы* – это мера действия силы, которая зависит от числовой величины и направления силы, а также от перемещения точки ее приложения.

### 2.8.1. Работа постоянной силы

Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила  $\vec{F}$ , образующая некоторый угол  $\alpha$  с направлением перемещения, то работа этой силы определяется как скалярное произведение вектора силы  $\vec{F}$  на вектор перемещения  $\vec{r}$ :

$$A = \vec{F} \cdot \vec{r}, \quad (2.40)$$

или

$$A = |\vec{F}| \cos \alpha \cdot |\vec{r}|. \quad (2.41)$$

### 2.8.2. Работа переменной силы

В общем случае, когда сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, целесообразно ввести понятие элементарной работы  $dA$ :

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \alpha \cdot ds, \quad (2.42)$$

где  $ds = |d\vec{r}|$  – элементарный путь.

Работа  $A$ , совершаемая силой  $\vec{F}$  на участке траектории от точки 1 до точки 2, равна сумме элементарных работ силы  $\vec{F}$  на всех бесконечно малых участках траектории; эта сумма приводится к интегралу:

$$A \cong \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_{S_1}^{S_2} F \cos \alpha \cdot ds. \quad (2.43)$$

Единица измерения работы – джоуль (Дж):  $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

### 2.8.3. Мощность

Если внешняя сила приложена к объекту и при этом выполняется работа  $\Delta A$  за промежуток времени  $\Delta t$ , то *средняя мощность* определяется как отношение работы к промежутку времени:

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (2.44)$$

*Мгновенная мощность* – это отношение элементарной работы  $dA$ , которая совершается этой силой  $\vec{F}$  за малый промежуток времени, к его длительности  $dt$ :

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}. \quad (2.45)$$

Используя выражение (2.42), получим:

$$N = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (2.46)$$

Единица измерения мощности – *ватт (Вт)*:  $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ .

Внесистемной единицей мощности является *лошадиная сила (л.с.)*:  $1 \text{ л.с.} = 746 \text{ Вт}$ .

Используя единицы мощности, можно определить такую единицу энергии (или работы) как *киловатт-час (кВт·ч)*:  $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = (10^3 \text{ Вт}) \cdot (3600 \text{ с}) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,6 \text{ МДж}$ .

#### Пример

Двигатель, используемый в подъемнике, обеспечивает подъем груза массой 100 кг на высоту 10 м за 20 с. Определить мощность двигателя ( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ).

#### Решение

Используя уравнение (2.46), получим с учетом того, что направления силы и скорости совпадают:

$$N = F \cdot v = mgv = 100 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (10 \text{ м}/20 \text{ с}) = 500 \text{ Вт}.$$

### 2.8.4. Консервативные силы

Если работа, совершаемая силами во время перемещения тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории произошло это перемещение, а зависит только от начального и конечного положений тела, то такие силы называются *консервативными*. Полная работа, совершаемая консервативными

силами по перемещению тела по замкнутому контуру, равна нулю. Примерами консервативных сил являются:

а) *гравитационные силы*; работа, совершаемая этими силами по перемещению частицы массой  $m$  с начальной высоты  $h_n$  до конечной высоты  $h_k$ , определяется по формуле  $A_{gp} = -mg(h_n - h_k)$ , то-есть зависит только от начального и конечного положений частицы;

б) *упругие силы*; работа, совершаемая этими силами по растяжению или сжатию пружины, равна  $A_{упр} = \frac{1}{2}(kx_n^2 - kx_k^2)$  и также зависит от начальной и конечной координат.

Примером неконсервативных сил являются силы трения или сопротивления, которые всегда существуют в реальных физических системах.

## 2.8.5. Энергия

*Энергия* – физическая величина, являющаяся количественной мерой движения и взаимодействия всех видов материи.

Кинетическая *энергия* механической системы – это энергия механического движения этой системы. Кинетическая энергия тела  $E_k$  зависит от массы тела  $m$  и скорости его поступательного движения  $v$ :

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2. \quad (2.47)$$

Рассмотрим материальную точку,двигающуюся под действием постоянной силы в направлении действия этой силы. Работа силы во время перемещения материальной точки равна изменению кинетической энергии этой точки:

$$A = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2, \quad (2.48)$$

где  $v_1$  та  $v_2$  – начальная и конечная скорости движения материальной точки.

*Потенциальная энергия* – это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером взаимодействия между ними.

Работа, совершаемая консервативной силой  $\vec{F}$  по перемещению частицы вдоль оси  $x$ , равна:

$$A_k = \int_{x_n}^{x_k} F_x dx = -\Delta E_n = E_{n_1} - E_{n_2}, \quad (2.49)$$

где  $E_{n_1}$  и  $E_{n_2}$  – потенциальная энергия частицы в начальном и конечном положении соответственно.

Таким образом, работа, совершаемая консервативными силами, равна отрицательному изменению потенциальной энергии.

Энергия механического движения и взаимодействия называется *полной механической энергией*.

Закон сохранения энергии в механике – полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной:

$$E_k + E_n = \text{const}, \quad (2.50)$$

где  $E_k$ ,  $E_n$  – кинетическая и потенциальная энергии системы соответственно.

Этот закон эквивалентен утверждению, что если кинетическая энергия консервативной системы увеличивается (или уменьшается) на определенную величину, то потенциальная энергия будет уменьшаться (или увеличиваться) на ту же самую величину.

### **Пример**

Лыжник спускается с холма высотой 100 м. Определить его скорость у основания холма, пренебрегая силой трения и сопротивлением воздуха.

### **Решение**

Запишем закон сохранения энергии:

$$E_{кв} + E_{пв} = E_{ко} + E_{по},$$

где  $E_{кв}$  и  $E_{пв}$  – кинетическая и потенциальная энергия на вершине холма, а  $E_{ко}$  и  $E_{по}$  – кинетическая и потенциальная энергия лыжника у основания холма соответственно.

Последнее уравнение можно переписать как:

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0.$$

Откуда:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 100 \text{ м}} = 44,27 \text{ м/с}.$$

## **2.8.6. Энергия и обмен веществ**

*Обмен веществ (метаболизм)* – это совокупность процессов преобразования веществ и энергии в живых организмах, которые составляют основу их жизнедеятельности. Обмен веществ предусматривает разрушение сложных органических веществ, которое сопровождается высвобождением энергии, необходимой для иных процессов, и образованием сложных субстанций, формирующих вещество для тканей и органов. Живой организм получает энергию от продуктов питания; эта энергия затрачивается на нагрев и совершение работы. Типичные значения обмена веществ как скорости преобразования химической энергии в тепловую и

механическую для человека массой 70 кг в состоянии покоя составляет 120 Вт. На протяжении суток обмен веществ возрастает до 120 Вт·24 г·3600 с = 10368 кДж = 0,2389 ккал/кДж·10368 кДж = 2477 ккал. Таким образом, человеку необходимо каждые сутки получать через продукты питания около 2500 ккал с тем, чтобы поддерживать свою массу. Изменение массы тела на 1 кг эквивалентно энергии около 7700 ккал.

### Пример

Альпинист массой 90 кг поднялся на вершину горы высотой 1000 м. Если допустить, что 20 % химической энергии, полученной альпинистом за счет питания, затрачивается на механическую энергию, определить уменьшение массы альпиниста в результате подъема на гору.

### Решение

Работа, совершаемая альпинистом во время подъема на гору вы сотой  $h$ , равна:

$$A = mgh = 90 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot 1000 \text{ м} = 8,82 \cdot 10^5 \text{ Дж} = \\ = 0,2389 \text{ ккал}/\text{кДж} \cdot 8,82 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 2,1 \cdot 10^2 \text{ ккал}.$$

Химическая энергия, получаемая альпинистом за счет питания, составляет  $2,1 \cdot 10^5 \text{ ккал}/0,2 = 1050 \text{ ккал}$ . Поскольку изменение массы тела на 1 кг эквивалентно энергии 7700 ккал, уменьшение массы тела альпиниста вследствие подъема на гору будет равно:

$$\Delta m = 1050 \text{ ккал}/7700 \text{ ккал}/\text{кг} = 0,136 \text{ кг}.$$

### Пример

Ежедневный рацион коровы живой массой 500 кг, необходимый для поддержания жизни и получения надоя 10 кг, включает 940 г усваиваемых белков, 290 г жиров, 800 г сахара и 3700 г клетчатки. Определить работу, совершаемую коровой во время выпаса, и теплоту, выделяемую в процессе сгорания кормов при таком ежедневном рационе, если корова поднялась на холм высотой  $h = 500 \text{ м}$ . Калорические эквиваленты питательных веществ составляют:

$$Q_{\text{б}}^{\circ} = 17000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \quad Q_{\text{ж}}^{\circ} = 39000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \quad Q_{\text{ц}}^{\circ} = 17000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}; \quad Q_{\text{кл}}^{\circ} = 17000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

### Решение

Работа, совершаемая коровой во время выпаса, равна:

$$A = F \cdot h = mgh = 500 \cdot 10 \cdot 500 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Теплота, выделяемая при сгорании кормов, определяется как:

$$Q = m_{\text{б}} \cdot Q_{\text{б}}^{\circ} + m_{\text{ж}} \cdot Q_{\text{ж}}^{\circ} + m_{\text{ц}} \cdot Q_{\text{ц}}^{\circ} + m_{\text{кл}} \cdot Q_{\text{кл}}^{\circ}.$$

Подставляем числовые данные:

$$Q = 0,94 \cdot 17000 + 0,29 \cdot 39000 + 0,8 \cdot 17000 + 3,7 \cdot 17000 = \\ = 15980 + 11310 + 13600 + 62900 = 103790 \text{ кДж} = 103,79 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

## 2.9. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### 2.9.1. Кинематические характеристики вращательного движения

*Вращательным движением твердого тела* называют такое его движение, при котором все точки, из которых состоит тело, описывают окружности, центры которых лежат на прямой, называемой *осью вращения*.

Рассмотрим вращательное движение тела произвольной формы в плоскости  $xu$  вокруг оси, проходящей через точку  $o$  перпендикулярно плоскости (рис. 2.17). Для простоты считаем ось вращения неподвижной. Если частица  $P$  тела, вращающегося по окружности радиусом  $r$ , перемещается из точки 1 в точку 2, радиус-вектор смещается на угол  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ , являющимся *угловым смещением*. Тогда *среднюю угловую скорость*  $\langle\omega\rangle$  определяют как:

$$\langle\omega\rangle = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \quad (2.51)$$

*Мгновенная угловая скорость*  $\omega$  – это векторная величина, равная первой производной угла вращения по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad (2.52)$$

или

$$\omega = |\vec{\omega}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.53)$$

Единица измерения угловой скорости – *рад/с* или *1/с* (поскольку радиан не имеет размерности).

По аналогии введем понятие *среднего и мгновенного ускорения*:

$$\langle\beta\rangle = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (2.54)$$

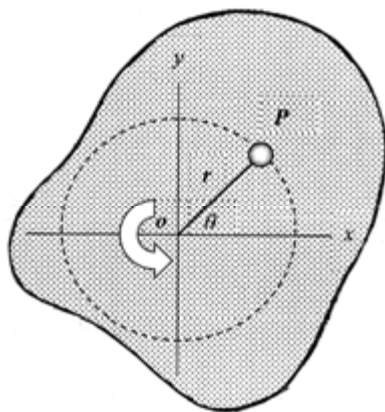


Рис. 2.17. Вращательное движение тела произвольной формы в плоскости  $xu$  вокруг оси, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости:  $P$  – частица тела, которое вращается по окружности радиусом  $r$ ;  $\theta$  – угол вращения

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (2.55)$$

Единица измерения углового ускорения –  $\text{рад}/\text{с}^2$  или  $1/\text{с}^2$ .

Модуль скорости поступательного движения  $v$  связан с угловой скоростью  $\omega$  соотношением:

$$v = \omega r, \quad (2.56)$$

где  $r$  – радиус вращения.

## 2.9.2. Динамические характеристики вращательного движения

Динамической характеристикой твердого тела, которое вращается, является *момент инерции* – сумма произведений масс  $n$  материальных точек, из которых состоит тело, на квадрат их расстояния до оси вращения:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2.57)$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу:

$$I = \int r^2 dm. \quad (2.58)$$

Приведем формулы моментов инерции некоторых однородных тел массой  $m$  относительно осей симметрии, проходящих через центр масс:

• *сплошной цилиндр или диск радиусом  $R$*   $I = \frac{1}{2} mR^2;$  (2.59)

• *тонкостенный цилиндр радиусом  $R$*   $I = mR^2;$  (2.60)

• *сплошная сфера радиусом  $R$*   $I = \frac{2}{5} mR^2;$  (2.61)

• *тонкий стержень длиной  $l$*   $I = \frac{1}{12} ml^2;$  (2.62)

• *сплошной параллелепипед длиной  $a$  и шириной  $b$*   $I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2).$  (2.63)

Единица измерения момента инерции –  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

Если необходимо определить момент инерции тела относительно произвольной оси, используют теорему Штейнера.

Теорема Штейнера – момент инерции тела  $I$  относительно произвольной оси вращения равен сумме момента его инерции  $I_c$  относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр

масс  $C$  тела, и произведения массы  $t$  тела на квадрат расстояния  $d$  между осями:

$$I = I_c + md^2. \quad (2.64)$$

**Пример**

Определить момент инерции сплошного диска массой  $m$  и радиусом  $R$ , который вращается вокруг оси, параллельной оси, проходящей через центр масс диска и находящейся на расстоянии  $R$  от этой оси.

**Решение**

Используем выражение (2.64):

$$I = I_c + md^2 = \frac{1}{2} mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2.$$

**Контрольное задание**

Определить момент инерции сплошной сферы массой  $m$  и радиусом  $R$ , если ось вращения сместить на расстояние  $2R$  относительно оси, параллельной оси, проходящей через центр масс сферы.

*Кинетическая энергия вращения* тела, которое вращается, определяется как:

$$E_{об} = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (2.65)$$

**Пример**

Двухатомная молекула кислорода вращается в плоскости  $xу$  вокруг оси  $z$ , проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости. Расстояние между атомами равно  $1,21 \cdot 10^{-10}$  м, масса атома кислорода –  $2,66 \cdot 10^{-26}$  кг, угловая скорость –  $2 \cdot 10^{12}$  1/с. Определить момент инерции и кинетическую энергию вращения молекулы кислорода.

**Решение**

Используя формулу (2.57), находим момент инерции молекулы кислорода:

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = m(d/2)^2 + m(d/2)^2 = md^2/2 = \\ &= (2,66 \cdot 10^{-26} \text{ кг})(1,21 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2 = 1,95 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

Кинетическую энергию вращения молекулы кислорода определим по формуле (2.65):

$$E_{об} = \frac{1}{2} (1,95 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2)(2 \cdot 10^{12} \text{ 1/с})^2 = 3,9 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}.$$

*Моментом  $\vec{M}$  силы  $\vec{F}$*  относительно неподвижной точки  $O$  называется векторное произведение радиуса-вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки  $O$  в точку приложения силы  $\vec{F}$ , на эту силу:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (2.66)$$

Вектор, равный геометрической сумме моментов относительно точки  $O$  всех внешних сил, действующих на механическую систему, называется *главным моментом* внешних сил относительно неподвижной точки  $O$ .

Модуль момента равен:

$$M = Fr\sin\alpha = Fl, \quad (2.67)$$

где  $\alpha$  – угол между  $F$  и  $r$ ;  $r\sin\alpha = l$  – плечо силы.

Единица измерения момента силы –  $H \cdot м$ .

### 2.9.3. Основное уравнение динамики вращательного движения

*Основное уравнение динамики вращательного движения* тела, вращающегося вокруг неподвижной оси  $z$ , имеет вид:

$$M_z = I_z \cdot \beta, \quad (2.68)$$

где  $M_z$  – момент силы относительно оси  $z$ ;  $I_z$  – момент инерции тела;  $\beta$  – угловое ускорение.

Если ось вращения проходит через центр масс, то имеет место векторное равенство:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\beta}, \quad (2.69)$$

где  $I$  – главный момент инерции тела, вращающийся относительно главных осей (которые проходят через центр массы тела и не изменяют своей ориентации в пространстве при отсутствии внешних сил).

Уравнение (2.69) можно переписать как:

$$\vec{M} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad (2.70)$$

откуда:

$$\vec{M} \cdot dt = I \cdot d\vec{\omega}. \quad (2.71)$$

#### Пример

К шнуру, намотанному вокруг диска массой 4 кг и радиусом 50 см, приложена сила 40 Н. Определить момент инерции диска, момент силы относительно оси вращения диска и угловое ускорение диска.

#### Решение

Используем выражение (2.59) и найдем момент инерции диска:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} 4 \text{ кг} \cdot (0,5 \text{ м})^2 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент силы относительно оси вращения диска определим по формуле (2.67):

$$M = Fl = (40 \text{ Н}) \cdot (0,5 \text{ м}) = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из уравнения (2.69) можно определить выражение для углового ускорения:

$$\beta = M/I = (20 \text{ Н} \cdot \text{м}) / (0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2) = 30 \text{ 1/с}^2.$$

## 2.9.4. Закон сохранения момента импульса

Моментом импульса (количества движения)  $\vec{L}$  материальной точки относительно неподвижной точки  $O$  называется физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (2.72)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от точки  $O$  до материальной точки  $m$ ;  $\vec{p} = m\vec{v}$  – вектор импульса этой точки.

Единица измерения момента импульса – кг·м<sup>2</sup>/с.

Модуль вектора момента импульса определяется как:

$$L = |\vec{L}| = rps\sin\alpha = rmv\sin\alpha, \quad (2.73)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$  (рис. 2.18).

Рассмотрим механическую систему, которая состоит из  $n$  материальных точек  $m_i$ , движущихся со скоростью  $v$ .

Момент импульса  $\vec{L}_i$  материальной точки относительно неподвижной точки  $O$  – это векторное произведение радиуса-вектора  $\vec{r}_i$  материальной точки, проведенного из точки  $O$ , на импульс этой материальной точки  $m_i\vec{v}_i$ :

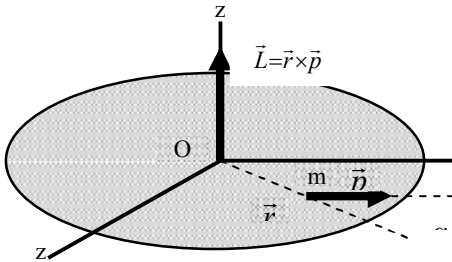


Рис. 2.18. Модуль вектора момента импульса, где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от точки  $O$  до материальной точки  $m$ ;  $\vec{p} = m\vec{v}$  – вектор импульса этой точки;  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$

$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i. \quad (2.74)$$

Моментом импульса  $\vec{L}$  твердого тела относительно неподвижной точки является сумма моментов импульсов отдельных частиц:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum (\vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i). \quad (2.75)$$

Моментом импульса твердого тела относительно оси  $z$  является проекция  $L_z$  на эту ось вектора момента импульса твердого тела относительно любой точки на этой оси.

Используя уравнение (2.66), можно получить такое соотношение:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (2.76)$$

Дифференцируя выражение (2.72), получим:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}. \quad (2.77)$$

Отметим, что  $\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} = 0$ , поскольку векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{p}$  – параллельные; следовательно:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{M}. \quad (2.78)$$

Таким образом, производная по времени от момента импульса механической системы относительно ее центра масс равна главному моменту относительно этой же точки всех внешних сил, действующих на эту систему.

Закон сохранения момента импульса в механике: для замкнутой системы момент импульса относительно неподвижной точки не изменяется со временем.

Действительно, для замкнутой системы имеем:  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_{\text{внеш}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ , то-есть  $d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt = 0$ , откуда:

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (2.79)$$

Учитывая уравнение (2.71), получим:

$$I \cdot d\vec{\omega} = 0. \quad (2.80)$$

Для замкнутой системы, вращающейся вокруг фиксированной оси, можно записать:

$$L = \text{const}; I\omega = \text{const}. \quad (2.81)$$

Сопоставление основных величин и уравнений, определяющих поступательное движение тела и его вращение вокруг неподвижной оси, приведено в табл. 2.5.

2.5. – Основные величины и уравнения, определяющие поступательное движение тела и его вращение вокруг неподвижной оси

Поступательное движение	Вращательное движение
Масса $m$	Момент инерции $I$
Скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила $\vec{F}$	Момент силы $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
Импульс $\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
Основное уравнение динамики $\vec{F} = m\vec{a}$	Основное уравнение динамики $\vec{M} = I \cdot \vec{\beta}$
Работа $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$	Работа вращения $dA = M_z d\varphi$
Кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия вращения $E_{об} = \frac{I_z \omega^2}{2}$

### 2.9.5. Измерение параметров ветра

Приборы, предназначенные для измерения скорости движения воздушных потоков, называются *анемометрами*. Принцип действия состоит в преобразовании энергии поступательного движения воздуха в механическое вращение различных вертушек, ветряных колес или крыльчаток. Наиболее распространенными являются анемометры чашечного и пропеллерного типов.

*Анемометр чашечного типа* состоит из трех-четырёх полусферических чашек, вращающихся вокруг оси, перпендикулярной направлению ветра (рис. 2.19). Пороговая чувствительность такого анемометра составляет от 90 мм/с до 2,24 м/с. Приборы этого типа простые и чувствительные.

*Анемометр пропеллерного типа* содержит трех- или четырехлопастный пропеллер, ось которого совпадает с направлением ветра (рис. 2.20). Предельная чувствительность пропеллерного анемометра составляет 1,1 м/с; используют такие приборы для измерения скорости ветра до 90 м/с. Преимуществом анемометра пропеллерного типа по сравнению с чашечным является его малый вес (пропеллер может быть изготовлен из пластмассы), в три раза большая скорость вращения и возможность измерения слабых воздушных потоков.



Рис. 2.19. Анемометр чашечного типа



Рис. 2.20. Анемометр пропеллерного типа

### 2.9.6. Ветроэнергетика

Рассмотрим воздушный поток,двигающийся со скоростью  $v$  через цилиндрическую колонну площадью поперечного сечения  $S$ . Энергия поступательного движения воздуха используется для механического вращения пропеллера. Кинетическая энергия единицы объема воздуха определится как:

$$E_k/V = \frac{1}{2} \rho v^2, \quad (2.82)$$

где  $\rho$  – плотность воздуха.

Скорость воздушного потока равна объему воздуха, пересекающего поперечное сечение за секунду, то-есть  $V/t = Sl/t = Sv$ .

Тогда мощность ветра можно определить как:

$$P = (E_k/V)(V/t) = \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right)(Sv) = \frac{1}{2} \rho v^3 S. \quad (2.83)$$

Например, если скорость ветра составляет  $v = 15$  м/с, плотность воздуха  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>, то мощность ветра, приходящаяся на единицу площади, составляет  $P/S = (1/2)(1,2 \text{ кг/м}^3)(15 \text{ м/с})^3 = 2025 \text{ Вт/м}^2$ .



Рис. 2.21. Ветро двигатели

Таким образом, мощность ветра зависит от скорости воздушного потока в третьей степени. Разработка методов и средств преобразования энергии ветра в механическую, тепловую или электрическую энергии составляет суть *ветроэнергетики*. Практически ветер используют как источник энергии. Такие ветродвигатели (рис. 2.21) способны к обеспечению 2,5 МВт электрической мощности.

## 2.10. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

### 2.10.1. Условия статического равновесия

*Статика* – это раздел механики, изучающий условия равновесия тел под действием сил. Термин *равновесие* означает, что тело находится или в состоянии покоя, или его центр масс движется с постоянной скоростью. Мы рассмотрим в этом разделе тела, которые находятся в состоянии покоя, то-есть в состоянии *статического равновесия*.

Необходимыми условиями статического равновесия тела являются:

1) равенство нулю геометрической суммы всех внешних сил, действующих на тело:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0; \quad (2.84)$$

2) равенство нулю геометрической суммы всех моментов внешних сил относительно данного центра:

$$\sum_i \vec{M}_i = 0. \quad (2.85)$$

## 2.10.2. Рычаг. Условия равновесия рычага

*Рычаг* – простейший механизм, позволяющий меньшей силой уравновесить большую; представляет собой твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной опоры (рис. 2.22).

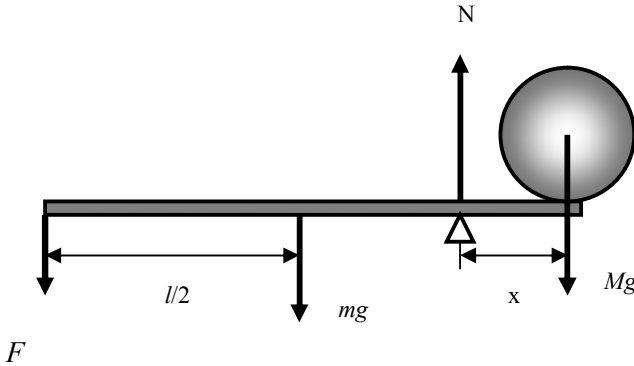


Рис. 2.22. **Рычаг:**  $l$  – длина планки;  $F$  – сила, действующая на рычаг;  $m$  – масса планки;  $M$  – масса груза;  $x$  – плечо рычага;  $N$  – реакция опоры

*Плечо силы* – это кратчайшее расстояние между осью вращения и направлением действия силы.

*Модуль момента силы* – это произведение силы на плечо:

$$M = F \cdot l. \quad (2.86)$$

Если опора расположена между точками приложения сил, то это рычаг первого рода; если обе силы приложены по одну сторону опоры, то это рычаг второго рода.

Условие равновесия рычага: *рычаг находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов действующих сил равна нулю, то есть сумма моментов сил, вращающих рычаг по часовой стрелке (положительных) равна сумме моментов сил, вращающих рычаг против часовой стрелки (отрицательных).*

На рычаг, изображенный на рис. 2.22, действуют четыре силы:  $F$  – действующая сила;  $mg$  – вес планки рычага;  $Mg$  – вес груза;  $N$  – реакция опоры. Первые три силы образуют моменты сил, вращающих рычаг относительно точки опоры. Условие равновесия рычага описывается уравнениями баланса сил и моментов сил:

$$N - F - mg - Mg = 0; \quad (2.87)$$

$$- mg(l/2 - x) - F(l - x) + Mgx = 0, \quad (2.88)$$

где  $l$  – длина планки;  $m$  – масса планки;  $M$  – масса груза;  $x$  – плечо рычага.

$$\text{Отсюда: } F = \frac{Mgx + mg(x - l/2)}{l - x}. \quad (2.89)$$

Отношение  $Mg/F$  характеризует выигрыш в силе, который дает рычаг.

### 2.10.3. Опорно-двигательный аппарат животного

Основное предназначение опорно-двигательного аппарата животного – обеспечение перемещений тела или отдельных его частей в пространстве и сохранение во время стояния статического равновесия. Основными элементами опорно-двигательного аппарата животного являются кости, мышцы, суставы, сухожилия и связки. Кости, связанные друг с другом в подвижные звенья, образуют кинематические цепи. Отдельные звенья такой цепи можно рассматривать как простейший механизм – рычаг. Точкой опоры, вокруг которой осуществляется вращение рычага, является сустав. Движение костей, образующих рычаг, обеспечивается мышцами. Сокращаясь, они изменяют положение костей, к которым прикреплены. Основой опорно-двигательного аппарата животного и его несущей конструкцией является скелет. Таким образом, опорно-двигательный аппарат животного состоит из костей – прочных материалов, выполняющих пассивные функции в процессе движения тела, и мышц, которые являются активным элементом опорно-двигательного аппарата.

#### Пример

Рассмотрим рычаг, состоящий из предплечья, расположенного горизонтально, и бицепса, образующего угол  $15^\circ$  с плечевой костью (рис. 2.23, а). Расстояние  $x$  от точки опоры до точки приложения силы (эквивалентная схема рычага показана на рис. 2.23, б) составляет  $1/5$  расстояния от локтя до ладони с грузом. Определить усилие, развиваемое бицепсом во время удержания тела весом  $5 \text{ Н}$ .

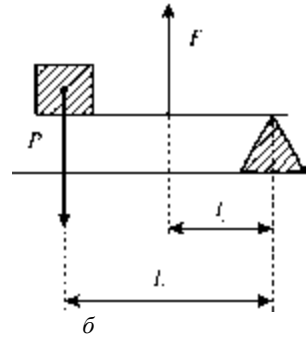
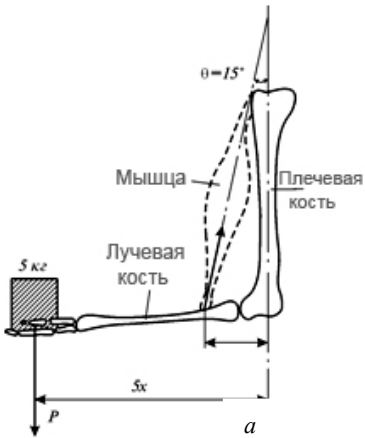


Рис. 2.23. Кости в качестве рычага: а – рычаг, состоящий из плечевой, лучевой костей и мышцы; б – эквивалентная схема рычага:  $P$  – груз;  $F$  – действующая сила;  $l_1$  и  $l_2$  – плечи рычага

### Решение

Условие равновесия рычага имеет вид:

$$P \cdot l_1 = F \cdot l_2,$$

или:

$$P \cdot 5 \cdot x = F \cdot x \cdot \cos 15^\circ.$$

Отсюда:

$$F = \frac{P \cdot 5}{\cos 15^\circ}.$$

Подставляем числовые данные:

$$F = \frac{5 \cdot 5}{0,966} = 25,9 \text{ Н.}$$

### Контрольное задание

2.24. Определить усилие, развиваемое бицепсом, для ситуации, изображенной на рис.

Ответ:  $F = 143,7 \text{ Н.}$

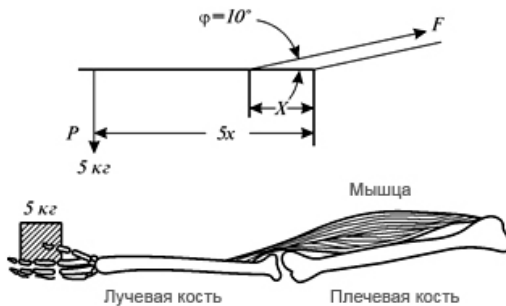


Рис. 2.24. Рычаг и его эквивалентная схема в соответствии с условием предыдущей задачи

# 3. МЕХАНОРЕЦЕПЦИЯ

## 3.1. МЕХАНОРЕЦЕПТОРЫ КОЖИ

*Механорецепторы* – это специализированные чувствительные образования, предназначенные для трансформации механического стимула в активность нервной клетки, способствующей распространению нервного импульса.

Механорецепторы способны реагировать на разнообразные механические стимулы и осуществлять: 1) *тактильную чувствительность* (восприятие давления, изменения давления, прикосновения, вибрации); 2) *вестибулорецепцию* (поддержание равновесия); 3) *интерорецепцию* (координацию движения отдельных частей организма).

### 3.1.1. Тактильная чувствительность

В коже находится большое количество механорецепторов. Если кожа покрыта волосами, для нее характерны свободные нервные окончания, диски Меркеля, нервные окончания вокруг волосяных мешочков. В коже без волосяного покрова механорецепторами являются свободные нервные окончания, диски Меркеля, тельца Мейснера и Пачини. В сосочковом слое дермы можно найти колбы Краузе; в глубине дермы встречаются тельца Руффини. Основные типы механорецепторов кожи приведены на рис.3.1.

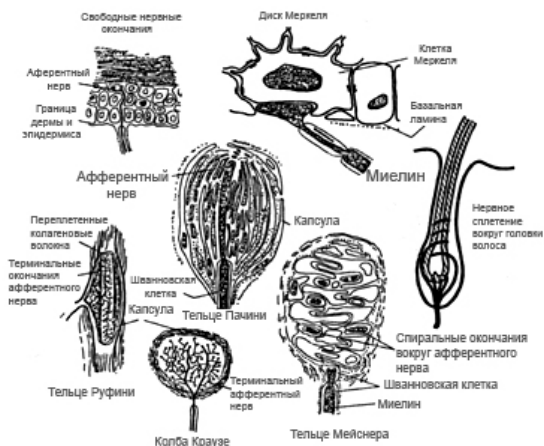


Рис. 3.1. Типы механорецепторов

В соответствии с простейшей гипотезой о механорецепторном преобразовании стимулом, непосредственно влияющим на механорецептор, является растяжение или деформация поверхностной клеточной мембраны, которые приводят к изменению проницаемости ион-селективных каналов.

### 3.1.2. Вестибулорецепция

*Вестибулорецепция* – это восприятие изменения скорости и направления перемещения тела в пространстве с помощью *вестибулорецепторов* – волосковых клеток перепончатого лабиринта внутреннего уха. Этот тип рецепции реализуется с помощью *вестибулярного аппарата*, который состоит из *преддверия* и трех *полукружных каналов*, расположенных во взаимноперпендикулярных плоскостях (рис.3.2). В полости преддверия находятся рецепторные клетки с волосками, погруженными в желеподобную массу, которая содержит кристаллы карбоната кальция – так называемые *отолиты*. Если животное наклоняет голову, полукружные каналы приобретают ускорение, тогда как эндолимфа остается на месте в силу инерции. Вследствие этого отолиты смещаются и изгибают волоски, что приводит к возбуждению нервных клеток, связанных с рецепторными клетками, и передаче информации к мозгу относительно положения головы или тела в пространстве (рис.3.3). Оба внутренних уха представляют собой *билатеральную* (двустороннюю) рецепторную систему. В мозге животного имеет место сравнение и анализ частоты генерации биопотенциалов, прибывающих из обоих систем.

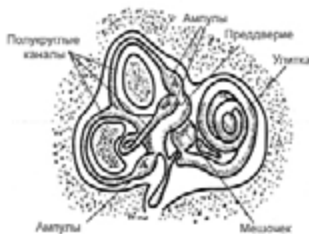


Рис. 3.2. Вестибулярный аппарат

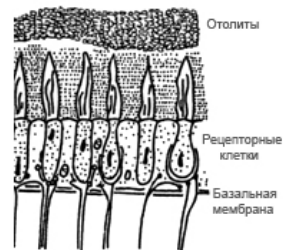


Рис. 3.3. Содержание полости преддверия

### 3.1.3. Интерорецепция

Рецепторы, размещенные в сердечно-сосудистой системе и внутренних органах, способные воспринимать раздражители различной природы, называются *интерорецепторами*. Интерорецепторы делятся на проприорецепторы и висцеральные рецепторы.

*Проприорецепторы* сигнализируют об относительном положении различных частей тела. Представлены эти типы механорецепторов *мышечными веретенами* и *сухожильными органами Гольджи*.

Мышечные веретена направлены параллельно скелетным мышцам и связаны с сухожилиями (рис. 3.4); они представляют информацию о *длине мышцы*. Мышечное веретено представляет собой группу тонких и специализированных мышечных нитей. Поскольку капсула, в которой находятся такие нити, имеет веретенообразную форму, их называют *внутриверетенными*. Они связаны с сухожилиями; причем концы этих ниток содержат сократительные белки, тогда как средняя часть лишена их. Чувствительный нерв мышечного веретена находится именно в средней части веретена. Полярные концы веретена имеют собственные подвижные нервы, которые называются *гамма-подвижными нейронами* (в отличие от *альфа-подвижных нейронов*, связанных с мышечными волокнами). Во время сокращения или удлинения скелетной мышцы изменяется длина средней части веретена, что приводит к возникновению биопотенциалов, частота которых зависит от уровня изменения длины средней части.

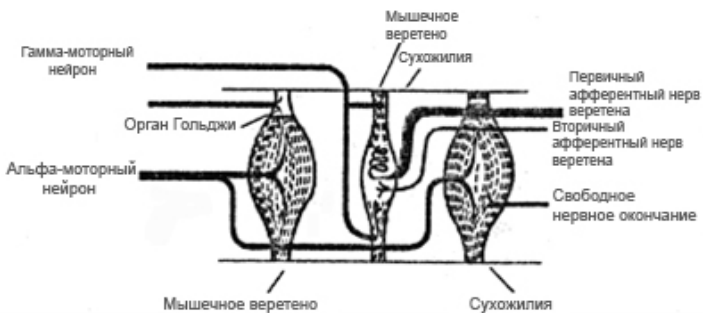


Рис. 3.4. Мышечное веретено

Сухожильный орган Гольджи — это тонкая капсула внутри сухожилия, связывающая 15–20 мышечных волокон (рис.3.5).

Каждый орган имеет чувствительный нерв, который посылает потенциалы в центральную нервную систему во время сокращения мышцы. Орган Гольджи реагирует на *механическое напряжение*, возникающее в сухожилии. Частота, с которой посылаются потенциалы, пропорциональна напряжению, возникающему в сухожилии.

*Висцеральные рецепторы* поставляют информацию о движении или состоянии внутренних органов (желудка, кишечника, мочевого пузыря), а также сигнализируют о состоянии внутренней среды, с которой связаны ощущения голода (уровень сахара в крови) или жажды (повышения осмотического давления в плазме крови).

Таким образом, все механорецепторы отличаются не только строением, но и способностью реагировать на различные механические стимулы – прикосновение, давление, изменение давления, сжатие, изгиб, растяжение, поступательное или вращательное ускорения, изменения длины мышц или механического напряжения, возникающего в мышцах.

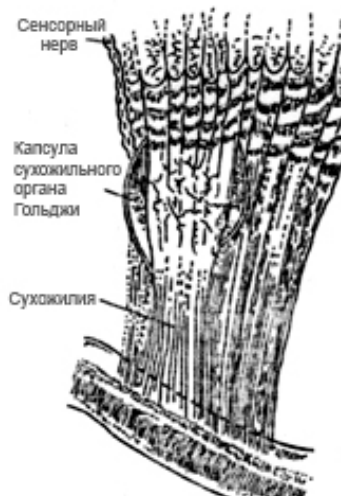


Рис. 3.5. Сухожильный орган Гольджи

### 3.1.4. Тигмонастические движения растений

*Настические движения* возникают в ответ на любые внешние факторы – прикосновения, повреждения, механическую вибрацию, свет, химические вещества, на которые растение реагирует быстрыми движениями. Направление настических движений не зависит от направления стимула. *Тигмонастическими* называются движения, возникающие от прикосновения; они характерны, например, для мимозы стыдливой (*Mimosa pudica*), которая

сворачивает листки (а иногда – и всю листву) в течение нескольких секунд в ответ на прикосновение. Быстрые движения мимозы могут использоваться для защиты от насекомых и животных, противодействия суховеям с целью сохранения воды в засушливых районах, где она распространена. Внешний механический стимул, воспринимаемый сенсорными клетками стебля, преобразуется в электрический сигнал, который быстро распространяется по ткани, пока не достигнет локомоторных клеток листовой подушечки у основания листка, которые тут же изменяют свой объем. Очевидно, движение органов в мимозе определяется изменением тургорного давления в этих клетках. Изменение их объема приводит к выделению из них ионов калия и таниноподобных веществ. Тигмонастическими можно считать также и движения, которые демонстрируют в ответ на прикосновение насекомоядные растения – например, венерина мухоловка *Dionaea muscipula*, а также *закручивание усиков*, с помощью которых некоторые растения (*Passiflora coerulea*, *Pisum sativum*) способны поддерживать себя в пространстве. Усики во время своего роста осуществляют вращательные движения с тем, чтобы увеличить вероятность контакта с потенциальной опорой, вследствие чего они изменяют скорость и направление роста так, чтобы зацепиться за опору и подтянуть растение. Если погладить нижнюю сторону усика гороха *Pisum sativum* стеклянной палочкой, клетки нижней стороны начинают сжиматься, а клетки верхнего – растягиваться, после чего все клетки растягиваются, но клетки верхней стороны растягиваются быстрее.

#### ▼ Для любознательных

Самую большую массу в животном мире имеет голубой кит (*Balaenoptera musculus*) – 190 т; самую малую – колибри (*Trochilidae*) – 1,6 г.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что изучает механика? кинематика? динамика? статика?
2. Что такое материальная точка? абсолютно твердое тело?
3. Что такое траектория? длина пути? перемещение?
4. Дать определение средней и мгновенной скорости.
5. Что такое ускорение? среднее ускорение? мгновенное ускорение?
6. Какое движение называют поступательным? криволинейным?
7. Какое ускорение называют тангенциальным? нормальным? полным?

8. Сформулировать первый, второй и третий законы Ньютона.
9. Что такое сила? масса тела? В каких единицах они измеряются?
10. Сформулировать закон сохранения импульса замкнутой системы.
11. Что такое центр масс системы материальных точек?
12. Привести примеры реактивного движения в природе.
13. Что называют плотностью вещества? В каких единицах она измеряется?
14. Сформулировать закон всемирного тяготения.
15. Что такое вес тела? Пояснить зависимость веса тела от географической широты местоположения тела.
16. Что называют напряженностью гравитационного поля?
17. Что такое гравитация?
18. Дать определение ускорению свободного падения.
19. В чем состоит гравитаксис микроорганизмов?
20. Какие деформации называют упругими? пластическими? упруго-пластическими? вязко-упругими?
21. Сформулировать закон Гука.
22. Что такое нормальное механическое напряжение? В каких единицах оно измеряется?
23. Что характеризует модуль Юнга?
24. Пояснить диаграмму растяжения.
25. Сформулировать закон Гука для относительного уменьшения (увеличения) объема тела.
26. Что такое коэффициент Пуассона?
27. Пояснить процедуру измерения модуля Юнга.
28. От чего зависит потенциальная энергия упруго-деформированного тела?
29. Что называют внешним трением?
30. Что такое сила трения покоя? сила трения скольжения?
31. Какую силу называют центростремительной? центробежной?
32. Что такое работа силы? мощность? энергия?
33. Какую энергию называют кинетической? потенциальной?
34. Сформулировать закон сохранения механической энергии.
35. Какое движение твердого тела называют вращательным?
36. Что такое угловая скорость? угловое ускорение?
37. Дать определение момента инерции материальной точки тела.
38. От чего зависит кинетическая энергия вращательного движения?

39. Что такое момент силы?
40. Сформулировать основное уравнение динамики вращательного движения.
41. Сформулировать теорему Штейнера.
42. Сформулировать закон сохранения момента импульса.
43. Пояснить принцип измерения параметров ветра. Что такое ветроэнергетика?
44. Что называют рычагом?
45. Сформулировать условие равновесия рычага.
46. Из чего состоит опорно-двигательный аппарат животного?
47. Что такое механорецепция?
48. На какие механические стимулы способны реагировать механорецепторы?
49. Пояснить механизмы тактильной чувствительности; вестибулорецепции; интерорецепции.
50. Какие движения растений называют настическими? тигмонастическими?

# 4. МЕХАНИКА ВОДНЫХ И ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

## 4.1. ДАВЛЕНИЕ

### 4.1.1. Определение давления

*Давление*  $p$  – это физическая величина, характеризующая интенсивность нормальных (перпендикулярных к поверхности) сил, с которыми одно тело действует на поверхность другого. Средняя величина давления на любую плоскость равна отношению среднего значения силы, действующей перпендикулярно этой плоскости, к ее площади:

$$p = \sum_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}. \quad (4.1)$$

Если силы распределены вдоль поверхности равномерно, то давление  $p$  на любую часть поверхности равно:

$$p = \frac{F}{S}, \quad (4.2)$$

где  $F$  – сумма приложенных перпендикулярно к поверхности сил;  $S$  – площадь этой части поверхности.

Единица измерения давления в системе СИ – *паскаль* ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ ).

Внесистемные единицы и их связь с паскалем:

$$1 \text{ атм} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1013,25 \text{ мбар} = 760 \text{ мм рт. ст.};$$

$$1 \text{ мбар} = 100 \text{ Па} = 1 \text{ гПа} = 0,75006 \text{ мм рт. ст.};$$

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 1 \text{ тор} = 1,3332 \text{ мбар} = 133,32 \text{ Па};$$

$$1 \text{ Па} = 9,87 \cdot 10^{-6} \text{ атм} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$$

### 4.1.2. Атмосферное давление

*Атмосферное давление* – это давление столба атмосферного воздуха на единицу площади земной поверхности. Вызывается это давление весом расположенного выше столба атмосферы, представляющем смесь газов, твердых и жидких частиц. Среднее атмосферное давление на уровне моря составляет  $1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . В целом, атмосферное давление зависит от высоты, а также характеризуется горизонтальным распределением. Плотность и температура атмосферного воздуха также зависят от высоты (табл. 4.1).

#### 4.1. – Зависимость плотности и температуры атмосферного воздуха от высоты

Высота $h$ , км	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Температура, $t$ °С
0	1,225	15,00
2	1,007	2,00
4	0,909	-4,49
6	0,660	-23,96
8	0,526	-36,94
10	0,414	-49,90
12	0,312	-56,50
14	0,228	-56,50
16	0,166	-56,50
18	0,122	-56,50
20	0,089	-56,50
22	0,065	-54,58
24	0,047	-52,59
26	0,034	-50,61
28	0,025	-48,62
30	0,018	-46,64

**Примечание.** Обратите внимание на данные табл. 4.1 – температура атмосферы изменяется с увеличением высоты неожиданным образом: до 12 °С температура уменьшается, в пределах 12–20 °С является постоянной; от 20 до 30 °С – увеличивается. Объяснение такому изменению температуры атмосферы можно найти позже, когда будет рассматриваться раздел 8.1.4 “Температура атмосферы”.

Представления о том, что молекулы воздуха равномерно распределены по объему – ошибочны; эти молекулы находятся в поле тяготения Земли. Кроме того, на них влияет тепловое движение. Совместное действие поля тяготения и теплового движения приводят к такому состоянию, при котором концентрация и давление газа уменьшаются с возрастанием высоты над земной поверхностью. Уменьшение атмосферного давления с высотой  $h$  определяется с помощью *барометрической формулы*:

$$p(h) = p(0)\exp\left(-\frac{M_A gh}{RT}\right) = p(0)\exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right), \quad (4.3)$$

где  $M_A$  – молярная масса газа (для воздуха  $M_A = 0,029$  кг/моль);  $m$  – масса молекулы газа.

#### **Пример**

Определить атмосферное давление на высоте 10 км.

#### **Решение**

Используя барометрическую формулу (4.3), получим:

$$p_A(h) = p_A(0)e^{[-(gM_A/RT_A)h]}$$

$$= 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot e^{-\frac{0,029 \text{ кг} \cdot \text{ моль}^{-1} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{ с}^{-2} \cdot 10^4 \text{ м}}{8,31451 \text{ м}^2 \cdot \text{ кг} \cdot \text{ с}^{-2} \cdot \text{ К}^{-1} \cdot \text{ моль}^{-1} \cdot 223,25 \text{ К}}} =$$

$$= 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot e^{-1,531} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,2163 = 0,219 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

#### Контрольное задание

На какой высоте атмосферное давление уменьшается до 0,5 атм? Температура воздуха 260 К.

Ответ: 5271 м.

### 4.1.3. Давление воды

Абсолютное давление  $p$  на глубине  $d$  от поверхности жидкости превышает давление  $p_A$  на величину  $\rho gh$ , соответствующую давлению, которое создает вес столба жидкости высотой  $d$  и площадью  $S$ :

$$p = p_A + \rho g d, \quad (4.4)$$

где  $p_A$  – атмосферное давление;  $\rho$  – плотность жидкости;  $d$  – глубина.

Это выражение можно переписать как:

$$p = p_A + \frac{\rho g d S}{S} = p_A + \frac{m g}{S} = p_A + \frac{P}{S}, \quad (4.5)$$

где  $P$  – вес столба жидкости;  $m$  – масса жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения.

Поскольку давление жидкости зависит только от глубины, любое увеличение давления на поверхности передается каждой точке жидкости. Этот факт был сформулирован в 1663 г. как закон Паскаля: *давление на поверхности жидкости, образуемое внешними силами, передается жидкостью одинаково во всех направлениях*. Этот закон нашел свое применение в гидравлическом прессе.



#### Блейз ПАСКАЛЬ (1623–1662)

Французский математик, физик и религиозный философ. Ранние работы были посвящены разработке механических калькуляторов, изучению жидкостей, объяснению концепции давления и вакуума. Позднее издает трактаты в области проекционной геометрии, интересуется проблемами теории вероятностей. Последние годы жизни посвятил философии и теологии.

### 4.1.4. Закон Архимеда

Сила давления на нижние слои жидкости всегда превышает силу,

действующую на верхние слои. Таким образом, на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила. Закон статики жидкостей и газов, или закон Архимеда, утверждает: *на всякое тело, погруженное в жидкость (или газ), действует со стороны этой жидкости (или газа) выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (или газа), направленная по вертикали вверх и приложенная к центру тяжести вытесненного объема.*

Выталкивающую силу называют *архимедовой*, или *гидростатической* подъемной силой.

**АРХИМЕД (287–212 ГГ. ДО Н.Э.)** – древнегреческий математик, физик, инженер. Первым вычислил отношение длины окружности к ее диаметру; показал как вычислять объемы и площади сфер, цилиндров и других геометрических фигур. Изобретатель различных систем рычагов, весов, катапульты.



#### **Пример**

Определить давление на глубине 1000 м океана, если плотность воды  $1,0 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ , а атмосферное давление  $1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

#### **Решение**

Используем уравнение (4.4):

$$p = p_A + \rho g d = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} + (1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3) (9,8 \text{ м/с}^2) (10^3 \text{ м}) = 9,9 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

#### **Контрольное задание**

Определить давление на дне озера глубиной 30 м.

*Ответ:*  $3,953 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

### **4.1.5. Методы измерения давления**

Прибор для измерения давления называется *манометром*. Манометры могут быть *сифонного* (рис. 4.1) или *чашечного* (рис. 4.2) типов. Манометр сифонного типа представляет собой U-образную стеклянную трубку, заполненную водой или ртутью. Один из концов манометра запаянный и лишен воздуха; открытый конец связан с атмосферным воздухом. Разница уровней жидкости в двух коленах проградуирована в единицах давления. Манометр чашечного типа содержит вертикальную стеклянную трубку, запаянную сверху и заполненную жидкостью. Нижний конец трубки погружен в резервуар, частично заполненный жидкостью. Давление, создаваемое

столбом жидкости в трубке, уравнивается атмосферным давлением.

*Ртутный барометр* является классическим примером манометра чашечного типа. Внешний вид ртутного манометра приведен на рис. 4.3. Барометр содержит стеклянную трубку, заполненную ртутью и погруженную в резервуар со ртутью. Уровень ртути в резервуаре контролируется с помощью конусообразной косточки. Точность измерения давления ртутного барометра составляет 10 Па.

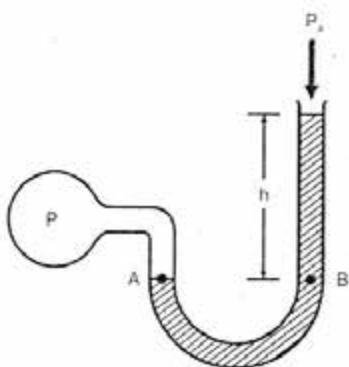


Рис. 4.1. Манометр сифонного типа

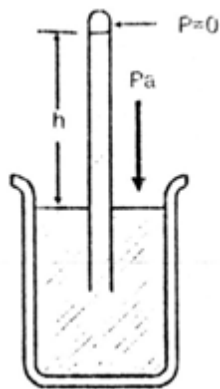


Рис. 4.2. Манометр чашечного типа



Рис. 4.3. Ртутный манометр

*Барометр-анероид* содержит анероидную капсулу, состоящую из двух тонких (0,2 мм толщиной) металлических гофрированных мембран (рис.4.4). Из капсулы откачан воздух (давление составляет 1 Па), либо ее заполняют инертным газом до давления 650 Па. Количество капсул в современных приборах может достигать 14. Мембраны находятся в напряженном состоянии благодаря гофрированной поверхности и действию пружины.

Преимуществом барометра-

анероида является его компактность, механическая прочность, пригодность к транспортировке. Эти приборы могут быть использованы в системах автоматического измерения давления, поскольку механические перемещения anerоидных капсул легко преобразовать в электрический сигнал. Недостатком барометра-анероида является меньшая по сравнению с ртутным барометром точность измерений.

*Барограф* – прибор, используемый для непрерывной регистрации давления воздуха. Он состоит из набора anerоидных коробок, соединенного со стрелкой самописца (рис. 4.5).

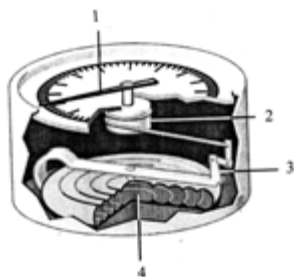


Рис. 4.4. Барометр-анероид: 1 – стрелка индикатора; 2 – ось вращения; 3 – рычаг; 4 – вакуумная камера



Рис. 4.5. Барограф

## 4.2. ГИДРОДИНАМИКА

*Гидродинамика* – раздел механики, изучающий движение жидкостей, их взаимодействие между собою и твердыми телами, которые они обтекают.

### 4.2.1. Движение идеальной жидкости

*Идеальной* считается жидкость, отдельные элементы которой движутся без трения и которая несжимаема.

*Несжимаемой* называют жидкость, плотность которой постоянна.

*Течением* называют движение жидкости, а *потоком* – саму движущуюся жидкость. Если скорость движения жидкости в каждой точке объема не изменяется со временем, такое движение жидкости называется *стационарным*. Графически движение жидкости изображается с помощью *линий тока* – таких линий, касательные к которым совпадают по направлению с вектором скорости в данной

точке потока. Часть потока, ограниченная линиями тока, называется *трубкой тока*.

Рассмотрим трубку тока переменного сечения (рис. 4.6). Для идеальной жидкости, двигающейся в этой трубке, справедливы такие закономерности.

Уравнение неразрывности потока – в стационарном течении жидкости произведение скорости течения жидкости на сечение трубки тока есть величина постоянная:

$$S \cdot v = \text{const.} \quad (4.6)$$

Из этого уравнения можно получить выражение:

$$v = \frac{\text{const}}{S}. \quad (4.7)$$

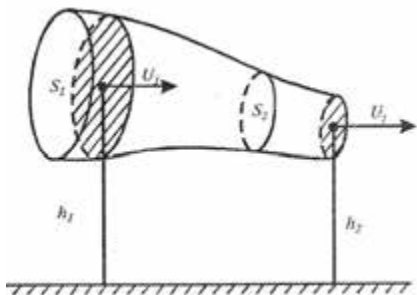


Рис. 4.6. Трубка переменного сечения

Уравнение Бернулли – в стационарном потоке полное давление, состоящее из статического, гидростатического и динамического давлений, есть величина постоянная для любых сечений потока:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{const}, \quad (4.8)$$

где  $p$  – статическое давление, то-есть давление, создаваемое жидкостью на поверхности обтекаемого ею тела;  $\rho \cdot g \cdot h$  – гидростатическое давление, обусловленное весом жидкости;  $\frac{\rho \cdot v^2}{2}$  – динамическое давление, обусловленное

движением жидкости.



### Даниел БЕРНУЛЛИ (1700–1782)

Швейцарский физик и математик, являющийся автором важных открытий в области гидродинамики. Изучал теоретические и практические аспекты равновесия, давления и скорости движения жидкостей. В его книге “Гидродинамика” (1738 г.) впервые приведены объяснения поведения газов при изменении давления и температуры, которые легли в основу кинетической теории газов.

Для горизонтально расположенной трубки уравнение Бернулли имеет вид:

$$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{const.} \quad (4.9)$$

Таким образом, полная энергия единицы объема идеальной жидкости в любом сечении потока есть величина постоянная.

Уравнение (4.8) можно представить в виде:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}. \quad (4.10)$$

Уравнение Бернулли можно использовать также для воздушных потоков, которые возникают между почвой (точка 1), где  $v_1 \approx 0$ , и поверхностным воздухом (точка 2), где  $v_2 \geq 0$ . Для такой системы “почва–воздух” уравнение (4.10) можно представить в виде:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho g(h_2 - h_1). \quad (4.11)$$

Таким образом, между почвой и воздухом существует разница давлений, которая зависит от разницы уровней, умноженной на  $\rho g$ , и которая увеличивается пропорционально квадрату скорости ветра над почвой.

Уравнение Бернулли учитывают также при разработке водоструйных насосов, во время измерений скорости течения жидкости, определения объемных затрат газа, оценки природных воздушных потоков.

### Пример

Определить избыточное давление, возникающее в аорте диаметром 10 мм в процессе ее расширения до 15 мм, если скорость движения крови составляет  $40 \cdot 10^{-2}$  м/с.

### Решение

Запишем уравнение неразрывности потока в такой форме:

$$\begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2, \\ \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot v_1 &= n \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot v_2, \end{aligned}$$

откуда:

$$\frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2.$$

Используя уравнение Бернулли для горизонтальной трубки, получим:

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2},$$

откуда:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) = \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2}\right).$$

Комбинируя уравнение неразрывности потока и уравнение Бернулли, можно получить:

$$\Delta p = \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4\right].$$

Подставляем числовые данные:

$$\Delta p = \frac{10^3 \cdot 0,4^2}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{10}{15}\right)^4\right] = 13 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \sim 0,1 \text{ мм рт. ст.}$$

### Контрольное задание

Определить избыточное давление, возникающее в вене с площадью поперечного сечения  $10^{-4} \text{ м}^2$  во время ее расширения до  $4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , если скорость движения крови в ней равна  $2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$ .

Ответ:  $1,9 \cdot 10^{-1} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$ .

## 4.2.2. Движение вязкой жидкости

Если во время движения жидкости в ней возникают силы внутреннего трения (силы вязкости), то такую жидкость называют *реальной*.

Уравнение Ньютона – тангенциальная сила  $F$ , вызывающая сдвиг слоев жидкости друг относительно друга, пропорциональна площади  $S$  слоя, по которому происходит сдвиг, и градиенту  $\Delta v / \Delta x$  скорости течения:

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{\Delta v}{\Delta x}, \quad (4.12)$$

где  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости. Он характеризует сопротивление жидкости смещению ее слоев.

Единица измерения вязкости –  $\text{Па} \cdot \text{с}$ .

$$1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-2} = 10 \text{ П (пуаз)};$$

$$1 \text{ П} = 100 \text{ сП (сантипуаз)} = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с};$$

$$1 \text{ сП} = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с}.$$

Типовые значения вязкости некоторых веществ приведены в табл. 4.2.

#### 4.2. – Коэффициент вязкости веществ

Вещество	Коэффициент вязкости, Па·с	Температура, °С
Воздух	$18 \cdot 10^{-6}$	20
Воздух	$21 \cdot 10^{-6}$	100
Вода	$1,781 \cdot 10^{-3}$	0
Вода	$1,306 \cdot 10^{-3}$	10
Вода	$1,002 \cdot 10^{-3}$	20
Вода	$0,798 \cdot 10^{-3}$	30
Вода	$0,653 \cdot 10^{-3}$	40
Цельная кровь	$(4-5) \cdot 10^{-3}$	20
Плазма крови	$1,7 \cdot 10^{-3}$	20
Цельное молоко	$1,45 \cdot 10^{-3}$	27
Собранное молоко	$1,42 \cdot 10^{-3}$	25
Молочная сыворотка	$1,16 \cdot 10^{-3}$	24
Касторовое масло	$0,9 \cdot 10^{-3}$	20
Глицерин	$1,5 \cdot 10^{-3}$	20

Жидкость, которая в процесс течения подчиняется уравнению Ньютона, называют *ньютоновской*. Например, вода – ньютоновская жидкость, а ряд суспензий и растворов, в частности кровь – это *неньютоновские* жидкости.

#### Контрольное задание

Найти на сайте [http://www.gordonengland.co.uk/conversion/dynamic\\_viscosity.htm](http://www.gordonengland.co.uk/conversion/dynamic_viscosity.htm) таблицу преобразований единиц вязкости, выразить вязкость жидкости 1,71 сП в Па·с и в пуазах.

#### 4.2.3. Ламинарное и турбулентное течения

Течение вязкой жидкости может быть *ламинарным* (если слои движущейся жидкости не перемешиваются), или *турбулентным* (в случае перемешивания слоев).

Режим течения жидкости характеризуется *числом Рейнольдса*, определяемого по формуле:

$$Re = \frac{v\rho D}{\eta}, \quad (4.13)$$

где  $\eta$  – вязкость жидкости;  $\rho$  – плотность жидкости;  $D$  – диаметр трубки.

Переход от ламинарного течения к турбулентному определяется с помощью *критического числа Рейнольдса*  $Re_{кр}$ : если  $Re < Re_{кр}$ , течение – ламинарное; при  $Re > Re_{кр}$  течение – турбулентное.

Например, для течения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе  $Re_{кр} = 2300$ . Ламинарный процесс переноса воды в почве характеризуется значениями  $Re < 1$ .

## Осборн РЕЙНОЛЬДС (1842–1912)

Английский инженер в области гидродинамики. Известный своими исследованиями потоков жидкости во время перехода от ламинарного режима к турбулентному. Ввел безразмерное “число Рейнольдса” – отношение инерциальных сил к вязким.



### Пример

Поток воды движется через почвенную пору диаметром  $D = 6 \cdot 10^{-5}$  м со скоростью  $1,2 \cdot 10^{-4}$  м/с. Определить число Рейнольдса, если температура почвы составляет  $20^\circ\text{C}$ .

### Решение

Используя данные таблиц 1.4 и 4.2, подставляем числовые данные в уравнение (4.13):

$$Re = (1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с})(998,2 \text{ кг/м}^3)(6 \cdot 10^{-5} \text{ м}) / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}) = 7,17 \cdot 10^{-3}.$$

## 4.2.4. Закон Гагена-Пуазейля

Рассмотрим течение жидкости вдоль тонкой длинной трубки. В соответствии с уравнением Бернулли, в стационарном потоке полное давление идеальной жидкости вдоль длинной трубки есть величина постоянная. Но на практике наблюдается уменьшение давления благодаря вязкости жидкости. Ньютоновская жидкость движется вдоль трубки как серия концентрических кольцеобразных слоев, скорости движения которых изменяются по параболическому закону (рис. 4.7): жидкость движется быстрее вдоль оси и медленнее – при приближении к стенкам трубки. Скорость движения каждого слоя радиусом  $r$  описывается уравнением:

$$v(r) = v_{max}(1 - r^2/R^2), \quad (4.14)$$

где  $v_{max}$  – скорость движения жидкости вдоль оси трубки;  $R$  – радиус трубки.

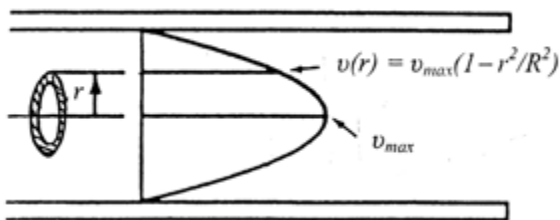


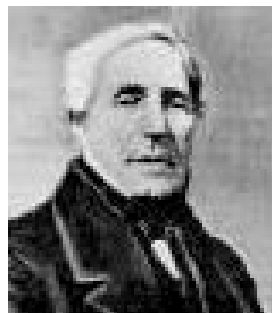
Рис. 4.7. Движение ньютоновской жидкости как серия концентрических слоев радиуса  $r$ , скорости  $v$  движения которых в трубке радиуса  $R$  изменяется по параболическому закону.

Из-за изменения скорости движения жидкости возникает разность давлений вдоль длины трубки  $\Delta v = p_1 - p_2$ . Определим, по какому закону описывается течение жидкости вдоль тонкой цилиндрической трубки.

Закон Гагена-Пуазейля – объем жидкости, протекающей за единицу времени через сечение трубки, прямо пропорциональный разности давлений  $p_1 - p_2$  на концах трубки, четвертой степени радиуса  $R$  трубки и обратно пропорциональный длине трубки  $l$  и коэффициенту вязкости  $\eta$  жидкости:

$$Q = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot l} \cdot (p_1 - p_2), \quad (4.15)$$

где  $Q = V/t$  – объемная скорость течения жидкости;  $V$  – объем жидкости.



#### Жан Луи Мари ПУАЗЕЙЛЬ (1799–1869)

Французский врач и физиолог. Исследовал объемный стационарный поток несжимаемой однородной вязкой жидкости через цилиндрическую трубку постоянного сечения. Вместе с г. Гагеном открыл закон гагена-пуазейля, который может быть использован также для описания движения крови в сосудах и воздуха в альвеолах.

#### 4.2.5. Седиментация

Применение закона Гагена-Пуазейля к анализу потоков воды в почве через поры свидетельствует о том, что пропускание воды пропорционально  $R^4$ , тогда как площадь поперечного сечения поры пропорциональна  $R^2$ . Таким образом, одна большая пора пропускает существенно больше воды, чем несколько мелких пор с одинаковой

суммарной площадью сечений, за счет меньших значений сил сопротивления, образуемых стенками пор.

Рассмотрим частицу массой  $m$ , объемом  $V$  и плотностью  $\rho$ , погруженную в жидкую среду с плотностью  $\rho_0$ . На эту частицу действует гравитационная сила:

$$F_{cp} = mg = V\rho g, \quad (4.16)$$

направленная вниз, и архимедова сила:

$$F_0 = m_0g = V\rho_0g, \quad (4.17)$$

направленная вверх и численно равная весу  $m_0g$  жидкости, выталкиваемой частицей. Результирующая сила равна:

$$F_s = F_{cp} - F_0 = V\rho g - V\rho_0g = Vg(\rho - \rho_0). \quad (4.18)$$

Если  $\rho < \rho_0$ , результирующая сила направлена вверх (процесс *выплывания*); если  $\rho > \rho_0$ , результирующая сила направлена вниз (процесс *седиментации*).

В то же время, жидкая среда характеризуется вязкостью (внутренним трением). Если движется частица сферической формы радиуса  $r$ , сила сопротивления, обусловленная вязкостью, определяется по *закону Стокса*:

$$F_\eta = 6\pi\eta r v \quad (4.19)$$

и скорость седиментации определяется как:

$$\begin{aligned} v_{сед} &= Vg(\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \\ &= \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Процесс седиментации используют для очищения воды от песка, глины, органического вещества, вирусов, бактерий и водорослей. Этот процесс лежит в основе *метода флюидизированной ванны*, суть которого лежит в образовании флюидизации – вынужденного потока воздуха в ванной, заполненной гранулированными частицами (например, песком). Этот поток создает силу, противодействующую силе тяжести, вследствие чего частицы находятся в суспендированном состоянии. Ванна с такими частицами напоминает поток жидкости с высоким значением вязкости. Причем плотность этого потока подбирают в пределах возможных изменений плотности продуктов, качество которых оценивают. Продукты с невысокими значениями плотности выталкиваются на поверхность, тогда как продукты с высокими значениями плотности опускаются на дно ванны. Таким образом, плотность потока является очень важным

фактором сортирования продуктов. Этот метод был использован для отделения камней и земли от картофеля. Продуктивность системы сортирования составляла 8 тонн в час с эффективностью 99,9 %. Следует отметить, что этот метод целесообразно использовать для разделения материалов, плотность которых значительно отличается.

#### Пример

Определить скорость седиментации частиц ила плотностью  $2650 \text{ кг/м}^3$  и диаметром  $0,03 \text{ мм}$ , оседающих в воде при  $20^\circ\text{C}$ . Использовать данные таблиц 1.4 и 4.2.

#### Решение

Подставляем числовые данные в уравнение (4.20):

$$v_{\text{сед}} = \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta = \frac{2}{9} (9,8 \text{ м/с}^2)(2650 - 998,2)(15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2)^2 / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) =$$

$$= 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$



#### Джордж габриел СТОКС (1819–1903)

Ирландский математик и физик, известный своим вкладом в динамику жидкостей, оптику и математическую физику.

#### Контрольное задание

Определить скорость падения дождевых капель диаметром  $7 \text{ мм}$ , если температура воздуха составляет  $20^\circ\text{C}$ .

Ответ:  $7,95 \text{ м/с}$ .

### 4.2.6. Ультрацентрифугирование

Следует подчеркнуть, что субклеточные структуры характеризуются настолько малой скоростью седиментации в гравитационном поле Земли, что необходимо ожидать седиментацию этих структур на протяжении месяцев или лет. Для ускорения процесса седиментации используют технику ультрацентрифугирования.

Техника разделения компонентов сложных веществ и получения однородных фракций называется *ультрацентрифугированием*.

Рассмотрим пробирку с раствором частиц, которая вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$  (рис. 4.8). На частицу

действует центробежная (выталкивающая) сила  $F_{\partial}$ , направленная к оси вращения:

$$F_{\partial} = \frac{m_0 v^2}{r} = m_0 \omega^2 r = \rho_0 V \omega^2 r, \quad (4.21)$$

где  $m_0$  – масса жидкости, которая выталкивается;  $v$  – линейная скорость частицы;  $\omega$  – угловая скорость частицы;  $V$  – объем жидкости;  $r$  – радиус частицы.

Кроме того, возникает центробежная сила  $F_{\partial}$ , которая приложена к связи (нитке или проволоке) и направлена от оси вращения:

$$F_{\partial} = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r = \rho V \omega^2 r, \quad (4.22)$$

где  $m$  – масса частицы;  $V$  – объем частицы.

Жидкая среда характеризуется вязкостью, вследствие чего возникает сила сопротивления  $F_{\eta}$ , пропорциональная скорости движения частицы:

$$F_{\eta} = \mu v = 6\pi\eta r v, \quad (4.23)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения;  $\eta$  – вязкость.

Через некоторое время силы, действующие на частицы, уравниваются:

$$F_{\partial} = F_{\partial} + F_{\eta}, \quad (4.24)$$

откуда:

$$6\pi\eta r v = \omega^2 r V (\rho - \rho_0), \quad (4.25)$$

или:

$$v_{цф} = \frac{2}{9} \omega^2 r (\rho - \rho_0) r^2 / \eta. \quad (4.26)$$

Сравнивая выражения (4.20) и (4.26), можно удостовериться в том, что скорость движения частицы в поле центробежной силы ( $v_{цф}$ ) во много раз больше, чем в гравитационном поле Земли ( $v_{сед}$ ):

$$\frac{v_{цф}}{v_{сед}} = \frac{\omega^2 r}{g}. \quad (4.27)$$

Например, если пробирка в центрифуге радиусом 10 см вращается со скоростью 60000 оборотов за минуту, отношение  $\frac{v_{цф}}{v_{сед}}$  достигает величины около 400000.

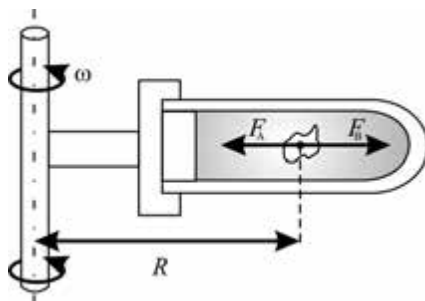


Рис. 4.8. Пробирка с раствором частиц, вращающаяся вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$  (пояснения в тексте)

Техника ультрацентрифугирования может дать возможность разделить кровь на три фракции: на дне кюветы располагаются эритроциты; далее расположен слой лейкоцитов и тромбоцитов; в верхней части кюветы находится плазма крови. Таким образом, можно определить относительное количество составляющих частей крови и показатель гематокрита – относительного соотношения форменных элементов крови и плазмы.

### Пример

Центрифуга обеспечивает 60000 об/мин. Определить, во сколько раз скорость седиментации частиц во время ультрацентрифугирования превышает скорость седиментации частиц в гравитационном поле Земли. Радиус вращения – 10 см.

### Решение

Угловая скорость  $\omega$  связана с числом оборотов  $\nu$  за единицу времени соотношением:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

где  $\nu = \frac{n}{60}$ , а  $n$  – скорость вращения ротора центрифуги (об/мин).

Откуда: 
$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}.$$

Скорость седиментации во время ультрацентрифугирования превышает скорость седиментации в гравитационном поле Земли в  $\left(\frac{\omega^2 \cdot r}{g}\right)$  раз. Подставляем числовые данные:

$$\frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}\right)^2 \cdot r}{g} = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 60000 \frac{1}{\text{с}}}{60}\right)^2 \cdot \frac{0,1 \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 402841.$$

Таким образом: 
$$\frac{V_e}{V_{\text{гп}}} = 402841.$$

### Контрольное задание

Рассчитать, во сколько раз ускорение в процессе ультрацентрифугирования больше ускорения земного притяжения, если центрифужная кювета расположена на расстоянии 8 см от оси вращения ротора, а его скорость вращения составляет 60000 об/мин.

Ответ: 322273.

## 4.3. ОСНОВЫ ГЕМОДИНАМИКИ

Раздел биофизики, изучающий причины, условия и механизмы движения крови в замкнутой системе кровеносных сосудов и описывает это движение на основе законов гидродинамики, называется *гемодинамикой*.

### 4.3.1. Состав крови

Кровь поставляет каждой клетке воду, кислород, питательные вещества, гормоны, а также получает остатки продуктов метаболизма и передает их органам выделения. Кроме того, кровь принимает участие в регуляции температуры организма – она переносит тепло, образующееся вследствие жизнедеятельности организма, от внутренних структур к поверхности тела.

Кровь – это непрозрачная вязкая суспензия, состоящая из жидкой части – *плазмы* и взвешенных в ней кровяных клеток, которые называются *форменными элементами* крови. Форменные элементы крови состоят из эритроцитов, лейкоцитов и тромбоцитов. *Плазма* крови – жидкая часть крови, которая состоит из растворенных в воде солей, углеводов, белков и биологически активных соединений.

Плотность цельной крови колеблется в пределах  $(1,035–1,055) \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; плотность плазмы составляет  $(1,025–1,034) \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; эритроцитов  $(1,08–1,09) \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Вязкость крови равна  $(4–5) \cdot 10^{-3}$  Па·с, а плазмы –  $1,7 \cdot 10^{-3}$  Па·с при температуре 20 °С; вязкость крови и плазмы зависит от *показателя гематокрита* (объемного соотношения форменных элементов крови и плазмы) и температуры.

### 4.3.2. Физические принципы измерения скорости оседания эритроцитов

Основную массу форменных элементов крови составляют *эритроциты* – красные кровяные тельца. Эритроциты содержат гемоглобин – сложный белок, который переносит кислород от легких к тканям и углекислый газ от тканей к органам дыхания. Благодаря гемоглобину цвет эритроцитов красный. Эритроциты млекопитающих имеют форму двояковогнутого диска – такая форма обеспечивает максимальную площадь поверхности при данном объеме, что важно с точки зрения оптимального обмена кислородом с окружением. Количество эритроцитов в крови составляет  $2–3 \cdot 10^{13}$  для взрослого человека и  $5–9 \cdot 10^{13}$  для домашнего животного; типичный диаметр диска эритроцита варьирует в пределах 6–8 мкм у человека и 4–8 мкм у животных.

В кровеносных сосудах эритроциты движутся радиально-кольцевым способом; ориентацию эритроцитов относительно сечения сосуда представлено на рис. 4.9. Кривая распределения скорости движения эритроцитов отличается более плоским профилем в центре сосуда и круглым у стенок. Во время движения в основном потоке эритроциты переворачиваются; при этом, в зависимости от скорости сдвига, они могут претерпевать деформацию, приобретая овальную или вытянутую форму за счет



столкновений между собой и со стенками. **Рис. 4.9. Ориентация эритроцитов относительно сечения сосуда**

*Скорость оседания эритроцитов (СОЭ)* в случае приближения их к сферической форме (табл. 4.3) определяется по формуле (4.20).

#### 4.3. – Результаты приведения эритроцитов к сферической форме

Диаметр эритроцита, мкм	Диаметр приведенного к сфере эритроцита, мкм
5,5	3,60
7,5	4,94
9,5	6,24

Типичные значения СОЭ составляют 15–20 мм/час для мужчин, 20–30 мм/час для женщин и 2–13 мм/час для детей.

Скорость оседания эритроцитов  $v$  связана с вязкостью крови  $\eta$  зависимостью:

$$v \approx \frac{1}{\eta}. \quad (4.28)$$

Коэффициент вязкости жидкости в свою очередь зависит от температуры:

$$\eta = a \cdot e^{\frac{b}{T}}, \quad (4.29)$$

где  $a$  и  $b$  – константы;  $T$  – абсолютная температура.

Таким образом, с учетом формул (4.28) и (4.29) можно доказать, что скорость оседания эритроцитов в вязкой жидкости (крови) также зависит от температуры:

$$v = a \cdot e^{bT}. \quad (4.30)$$

Изменение скорости оседания частиц во время изменения температуры определяется из выражения:

$$\ln v_2 - \ln v_1 = b \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (4.31)$$

Измерение СОЭ дает возможность оценить процессы, вызывающие повышение температуры организма. Если температура тела увеличивается, вязкость уменьшается, а скорость оседания эритроцитов увеличивается. Увеличение скорости оседания эритроцитов обуславливается воспалительными процессами, острыми инфекционными заболеваниями, хроническими локализованными инфекциями (абсцессами), травмами, злокачественными опухолями, состоянием беременности. Особенно процедура измерения СОЭ целесообразна в случае таких заболеваний, как темпоральный артрит, когда значения СОЭ достигают 100 мм/час.

#### Пример

Определить скорость оседания эритроцитов диаметром 5,5 мкм, если вязкость плазмы при температуре 15°C составляет  $0,00228 \text{ г}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$ . Плотность единичного эритроцита  $\rho_{ep} = 1,09 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ , плотность плазмы  $\rho_{пл} = 1,03 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ .

#### Решение

Используя данные табл. 4.3, определим, что эритроциту диаметром 5,5 мкм соответствует сфера диаметром 3,6 мкм. Скорость оседания эритроцитов в результате приведения их к сферической форме определяется по формуле (4.20):

$$v_{сед} = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \cdot g}{\eta} \cdot (\rho_{ep} - \rho_{пл}).$$

Подставляем числовые значения:

$$v_{сед} = \frac{2}{9} \frac{(1,8 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot (1,09 - 1,03) \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}}{0,0228 \cdot 10^{-1} \frac{\text{КГ}}{\text{М} \cdot \text{с}}} = 1,895 \cdot 10^{-7} \frac{\text{ММ}}{\text{с}} = 0,6822 \frac{\text{ММ}}{\text{ГОД}}.$$

#### Контрольное задание

Определить скорость оседания эритроцитов диаметром 9,5 мкм, если вязкость плазмы при температуре 27 °С составляет 1,42 сП. Плотность единичного эритроцита  $\rho_{ep} = 1,09 \text{ г}\cdot\text{см}^3$ , плотность плазмы  $\rho_{пл} = 1,03 \text{ г}\cdot\text{см}^3$ .

*Ответ:* 3,34 мм/час.

### 4.3.3. Физические принципы заболеваний кровеносных сосудов

Рассмотрим физические принципы заболеваний кровеносных сосудов, связанных с уплотнением сосудов за счет образования на внутренней стенке кровяных сгустков, или диффузным расширением

сечения вследствие паталогий стенок. Эти заболевания могут быть рассмотрены на основе уравнений идеальной жидкости.

*Тромбоз.* Образование уплотненных масс крови или лимфы, осевших в сосуде, приводит к уменьшению сечения сосуда. Это уменьшение величины сечения  $S$  сосуда сопровождается увеличением скорости  $v$  течения крови в местах меньшего сечения (рис. 4.10, *a*) в соответствии с

уравнением неразрывности потока  $S = \frac{\text{const}}{v}$ ; увеличение скорости  $v$

течения приводит к уменьшению статического давления  $p$  в

соответствии с уравнением Бернулли  $p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{const}$ . Уменьшение

этого давления ниже определенного уровня приводит к закупорке сосуда. Но из-за этого кинетическая энергия крови, которая движется, увеличивается, и сечение сосуда увеличивается. Возникают колебания стенок кровеносного сосуда, что вызывает болезненные ощущения.

*Аневризма.* В случае расширения сечения  $S$  сосуда вследствие патоморфологических изменений в стенках (рис. 4.10, *б*) скорость течения  $v$  уменьшается (уравнение неразрывности потока), но статистическое давление  $p$  увеличивается (уравнение Бернулли). Это избыточное давление может привести к кровотечению.

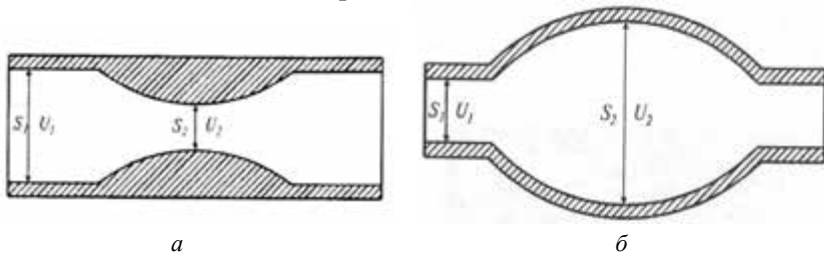


Рис. 4.10. **Физические принципы заболеваний кровеносных сосудов:** *a* – сужение кровеносного сосуда вследствие тромбоза; *б* – расширение сечения кровеносного сосуда вследствие аневризмы

#### 4.4. РОБОТА СЕРДЦА

Полная работа, выполняемая сердцем во время переноса  $1 \text{ см}^3$  крови, зависит от изменения (рис. 4.11): высоты  $m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$ ,

давлений  $(m/\rho) \cdot (p_2 - p_1)$  и скоростей течения крови  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)$ ,

то-есть:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{m}{\rho_0} \cdot (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2). \quad (4.32)$$

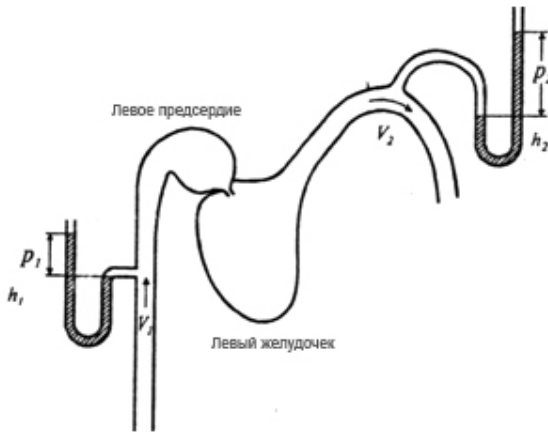


Рис. 4.11. Схема левой части сердца:  $V_1$ ,  $p_1$ ,  $h_1$  – скорость движения, давление и высота нахождения крови, входящей в сердце;  $V_2$ ,  $p_2$ ,  $h_2$  – те же самые величины для крови, покидающей сердце

Допустим, что разница высот между желудочком и артериальной дугой равна 0,15 м, скорость движения крови на этом участке составляет 0,4 м/с, а плотность –  $10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Начальная скорость сокращения мышц равно нулю. Учтем, что артериальное давление у здорового человека изменяется от 80 мм рт. ст. (диастола – расширение полостей сердца и их наполнение кровью) до 120 мм рт. ст (систола – сокращение мышц сердца после расслабления, сопровождаемое нагнетанием крови в артериальную систему). Однако минимальное давление, устанавливаемое в артериях, приводит к закрытию аортального клапана, когда давление равно нулю. Таким образом, разница давлений составляет  $\Delta p = (120 \text{ мм рт. ст.} - 0) = 1,6 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ .

Полная работа, выполняемая сердцем во время переноса 1 см<sup>3</sup> крови, составляет:

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 + A_3 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{m}{\rho_0} \cdot (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \\ &= 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot (0,15) + \frac{10^{-3}}{10^3} \cdot \left( \frac{120-80}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \right) + \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot (0,4^2 - 0) = 0,01755 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

Работа сердца за одно сокращение, при котором переносится  $60 \text{ см}^3$  крови, составляет:

$$A = 1,755 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} \cdot 60 = 1,053 \text{ Дж}.$$

К этой работе необходимо добавить работу правого желудочка, который накачивает кровь в легочную артерию, обеспечивая давление около 20 мм рт. ст. ( $2,7 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$ ), или 1/6 артериального давления.

Общая работа, выполняемая сердцем за одно сокращение, равна:

$$A_{\text{заг}} = (1 + 1/6) \text{ Дж} = 1,23 \text{ Дж}.$$

За сутки сердце выполняет (при пульсе  $60 \text{ хв}^{-1}$ )  $24 \cdot 3600 = 86400$  ударов; работа сердца за сутки составит:

$$A_{\text{д}} \approx 10^5 \text{ Дж}.$$

С учетом того, что продолжительность систолы около 0,3 с, средняя мощность сердца за время одного сокращения составляет:

$$N = \frac{A_{\text{заг}}}{t} = 4,1 \text{ Вт}.$$

### Контрольное задание

Определить работу, выполняемую сердцем за сутки, если артериальное давление на протяжении диастолы составляет 70 мм рт. ст., а на протяжении систолы – 130 мм рт. ст. Средний объем крови, переносимой за один удар, равен 850 мл, а средняя скорость течения крови – 0,5 м/с. Допустить, что незаполненные вена и аорта находятся на одном уровне ( $h_1 = h_2 = 0$ ).

Ответ:  $5,9 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ .

## 4.5. ДАВЛЕНИЕ КРОВИ

### 4.5.1. Артериальное давление

Работу сердца обеспечивает *артериальное давление*, которое действует на стенки артерий и обусловлено уровнем сжатия крови. Давление, возникающее во время сокращения сердца, называется *систолическим*; давление, возникающее после расслабления сердца, называется *диастолическим*. Артериальное давление измеряется в мм рт.ст. и обозначается как отношение систолического давления к диастолическому. Зависимость давления крови от времени в процессе работы сердца изображена на рис. 4.12. Видно, что колебания давления происходят от практически нулевого кровяного до 120 мм рт.ст. Разница между систолическим и диастолическим давлениями представляет собой *пульсовое давление*. Типичные значения систолического, диастолического и пульсового давлений в кровеносной системе животных приведены в табл. 4.4.



Рис. 4.12. Зависимость давления крови от времени в процессе работы сердца

#### 4.4. – Типичные значения давлений в кровеносной системе человека

Возраст	$P_{max}$ , мм рт.ст.	$P_{min}$ , мм рт.ст.	$\Delta P$ , мм рт.ст.
Новорожденный	80	46	34
10	103	70	33
20	120	80	40
40	126	84	42
60	135	89	46

#### 4.5.2. Измерение давления крови

Рассмотрим два метода измерения давления крови.

*Неинвазивный метод* состоит в прослушивании шумов, образуемых пульсовыми волнами. Между плечом и локтем накладывают манжету, в которую накачивают воздух. Когда в лучевой артерии прекращается течение крови, пульс исчезает и процесс накачивания прекращают. Затем воздух выпускают с помощью вентиля. Этот этап сопровождается уменьшением давления. Когда давление становится равным систолическому, кровь проталкивается через артерию и в ней образуется турбулентное течение, которое сопровождается шумами – так называемыми *тонами Короткова*. Дальнейшее понижение давления вызывает восстановление ламинарного течения и исчезновение шумов. Показания манометра в этот момент соответствуют диастолическому давлению.

Неинвазивный метод точный, безболезненный и удобный в использовании. Но ему свойственны возможные субъективные ошибки во время измерений пониженных давлений. Кроме того, этот метод не предоставляет информацию относительно формы пульсовой волны.

### **М.С. КОРОТКОВ (1874–1909)**

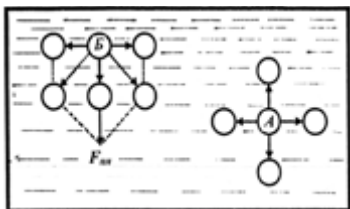
Российский ученый, выдающийся специалист в области сосудистой хирургии. Разработал технику измерения давления крови (1905 г.).



*Прямой метод* предусматривает непосредственное введение в кровеносный сосуд иглы или специальной трубки – *катетера*. Современная технология измерения давления на основе прямого метода основывается на введении катетера в сосуд, расположенный поблизости кожи, либо в артерию или вену, иногда – даже в сердце. Катетер должен быть коротким, жестким и не раздуваться от потоков крови, чтобы избежать неточностей во время измерения давления. Преимущество прямого метода заключается в возможности непрерывного контроля формы пульсовой волны и более высокой точности измерений по сравнению с неинвазивным методом. К недостаткам метода следует отнести введение катетера в кровеносную систему пациента, что приводит к болезненным ощущениям и травмам.

## **4.6. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ**

Рассмотрим молекулу, расположенную внутри жидкости (рис. 4.13, а).



С разных сторон ее окружают одинаковое количество соседних молекул, в результате чего результирующая сила, действующих на молекулу, равна нулю.

Рис. 4.13. Взаимодействие молекул поверхностного (А) и глубинного (Б) слоев жидкости с окружающими молекулами

Что касается молекул, находящихся в поверхностном слое жидкости, то результирующая сила, действующая на такие молекулы, не равна нулю, поскольку концентрация молекул в воздухе над жидкостью существенно меньше концентрации молекул в жидкости (рис. 4.13, б). Причем результирующая сила направлена внутрь жидкости перпендикулярно ее поверхности, вследствие чего поверхностный слой жидкости образует на всю жидкость давление, оказываемое суммой всех результирующих сил, действующих на единицу площади поверхности жидкости.

Это давление называется *молекулярным* или *внутренним*. Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой необходимо затратить работу, которая выполняется за счет кинетической энергии молекул и затрачивается на увеличение потенциальной энергии этих молекул. В силу этого молекулы поверхностного слоя жидкости имеют большую потенциальную энергию, чем молекулы внутри жидкости. Поскольку равновесное состояние характеризуется минимумом потенциальной энергии, жидкость стремится сократить площадь поверхности. Поверхностный слой жидкости в таком случае похож на эластичную растянутую пленку. Напряженное состояние поверхностного слоя жидкости называется *поверхностным натяжением*, а силы, обуславливающие сокращение поверхностной пленки жидкости, называют *силами поверхностного натяжения*.

Сила поверхностного натяжения на любой границе поверхности жидкости пропорциональна длине границы:

$$F = \sigma \cdot l, \quad (4.33)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения;  $l$  – длина границы жидкости.

Коэффициент поверхностного натяжения численно равный силе поверхностного натяжения, рассчитанной на единицу длины контура, ограничивающего поверхность жидкости; он зависит от типа жидкости, примесей и температуры. С повышением температуры коэффициент поверхностного натяжения уменьшается, поскольку среднее расстояние между молекулами жидкости увеличивается. Типичные значения коэффициента поверхностного натяжения приведены в табл. 4.5, а зависимость коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры – в табл. 4.6.

#### 4.5. – Коэффициенты поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma$ , Н/м
Вода	$72,8 \cdot 10^{-3}$
Касторовое масло	$36,4 \cdot 10^{-3}$
Нефть	$26 \cdot 10^{-3}$
Спирт этиловый	$22,8 \cdot 10^{-3}$
Спирт метиловый	$22,6 \cdot 10^{-3}$
Мыльный раствор	$25,0 \cdot 10^{-3}$

#### 4.6. – Зависимость коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры

Температура, °С	Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma$ , Н/м
0	$75,6 \cdot 10^{-3}$
20	$72,8 \cdot 10^{-3}$
60	$66,2 \cdot 10^{-3}$
100	$58,9 \cdot 10^{-3}$

Вещества, которые уменьшают поверхностное натяжение жидкости, называют *поверхностно активными*. Изучение поверхностного натяжения поможет понять принципы борьбы с личинками малярийных комаров в водоемах на основе использования поверхностно активных веществ.

Поверхность легких имеет специфическую форму, определяемую наличием элементарных структур – *альвеол*. Такая форма обеспечивает большую площадь легких для улучшения газообмена. Повышение поверхностного натяжения может привести к опасному респираторному заболеванию – *гвализиново-мембранной болезни новорожденных*. Предотвратить это заболевание можно за счет внесения поверхностно активных веществ, которые уменьшают поверхностное натяжение. Одним из таких веществ является *фосфатидилхолин*, молекулы которого состоят из гидрофильных полярных головок и гидрофобных цепей жирных кислот. Полярные головки находятся в контакте с водой, тогда как жирные кислоты остаются в воздухе. Результатом действия такого граничного молекулярного слоя является уменьшение коэффициента поверхностного натяжения от  $70 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$  до  $30 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$ .

#### Пример

Водомерка движется по водной поверхности. Общий периметр взаимодействия каждой из ее конечностей с водой составляет 1 мм. Допуская, что поверхностное натяжение действует вертикально, показать, что силы поверхностного натяжения в состоянии удержать тело насекомого массой  $25 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$  ( $\sigma = 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ ).

#### Решение

Сила поверхностного натяжения определяется для шести конечностей водомерки как:

$$F = 6 \cdot \sigma \cdot l = 6 \cdot 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м} \cdot 10^{-3} \text{ м} = 436,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Вес насекомого составляет:

$$P = m \cdot g = 25 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} = 245 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Очевидно, что сила поверхностного натяжения превышает вес тела и, таким образом, в состоянии удержать тело насекомого.

### Контрольное задание

Водомерка бегает по поверхности воды. Найти вес насекомого, если известно, что под каждой из шести конечностей водомерки образуется ямка, равная полусфере с радиусом 0,1 мм.

Ответ:  $27,5 \cdot 10^{-5}$  Н.

## 4.7. КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Формула Лапласа – избыточное давление, обусловленное кривизной поверхности жидкости, определяется как:

$$\Delta p = \pm \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.34)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости (рис. 4.14).

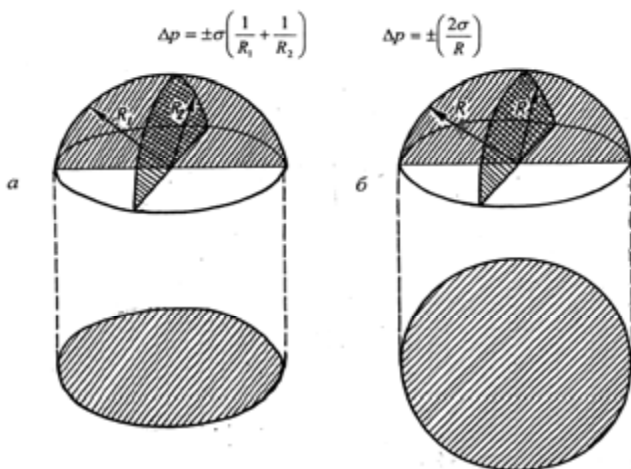


Рис. 4.14. Форма мениска в капилляре: а – эллиптическая ( $R_1 \neq R_2$ ); б – сферическая поверхности ( $R_1 = R_2 = R$ )

Избыточное давление берется со знаком “+”, если поверхность выпуклая, со знаком “-“ – если поверхность вогнутая. В случае сферической поверхности ( $R_1 = R_2 = R$ ) формула Лапласа имеет вид:

$$\Delta p = \pm \frac{2 \cdot \sigma}{R}. \quad (4.35)$$

Рассмотрим капилляр, погруженный в смачивающую жидкость. Силы тяжести, возникающие между молекулами жидкости и капилляра, вынуждают жидкость подниматься по стенке капилляра, что приводит к искривлению поверхности жидкости и образованию

отрицательного давления. Вследствие этого жидкость поднимается по капилляру, пока гидростатическое давление не уравнивает избыточное давление. Условие равновесия можно записать как:

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh, \quad (4.36)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $R$  – радиус кривизны мениска;  $g$  – ускорение свободного падения;  $h$  – высота, на которую поднимается жидкость.

Отсюда можно определить высоту поднятия жидкости:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gr}, \quad (4.37)$$

где  $r = R\cos\theta$  – радиус капилляра;  $\theta$  – краевой угол (рис. 4.15).

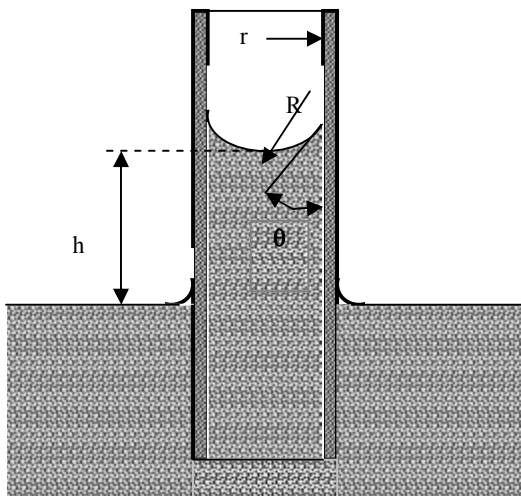


Рис. 4.15. Подъем жидкости в капилляре (пояснения в тексте)

Рассмотрим на конкретном примере сосуд ксилемы радиусом 20 мкм: в соответствии с формулой (4.37), вода в сосуде поднимется на высоту:

$$h = \frac{2 \cdot 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{ м}^{-1} \cos 0^{\circ}}{998,2 \text{ кг} \cdot \text{ м}^{-3} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{ с}^{-2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = \frac{1,49 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2}{20 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}} = 0,745 \text{ м}.$$

Итак, дополнительное давление в сосудах ксилемы не в состоянии обеспечить поднятие жидкости в растениях высотой более одного метра. На больших расстояниях переносом воды управляет объемный

поток, обеспечиваемый градиентом давлений (см. Уравнение Гагена-Пуазейля (4.15)).

### Пьер-Симон ЛАПЛАС (1749–1827)

Французский математик и астроном. Автор пятитомной „небесной механики” (1799–1825). В математической физике широко известны “преобразования Лапласа”, которые он использовал в работах по теории вероятности (хотя впервые эти преобразования разработал Леонард Эйлер).



#### Пример

Определить высоту поднятия воды в почвенном капилляре диаметром 10 мкм, если краевой угол равен нулю, а температура почвы составляет 20 °С.

#### Решение

Подставим числовые данные в уравнение (4.38):

$$h = 2(72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^2)(\cos 0)/(998,2 \text{ кг/м}^3)(9,8 \text{ м/с}^2)(5 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 2,98 \text{ м.}$$

#### Контрольное задание

Способно ли дополнительное давление в ксилеме дерева *Sequoia* обеспечить поднятие жидкости на высоту 100 м, если плотность жидкости составляет  $10^3 \text{ кг/м}^3$ , а коэффициент поверхностного натяжения  $70 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ ?

В кровеносном сосуде, в котором в силу определенных причин (конденсация газа, ранения или травмы кровеносных сосудов, оперативные вмешательства) образовался пузырек газа, за счет потока форма пузырька искажается (левая и правая полусферы имеют разные по величине радиусы кривизны) (рис. 4.16). Таким образом, в соответствии с уравнением Лапласа (4.36), дополнительные давления, обуславливаемые поверхностным натяжением жидкости на левой и правой границах раздела, будут отличаться. Разница давлений может привести к нарушению кровоснабжения, разрыву или закупорке сосуда. Это патологический процесс называется *газовой эмболией*.

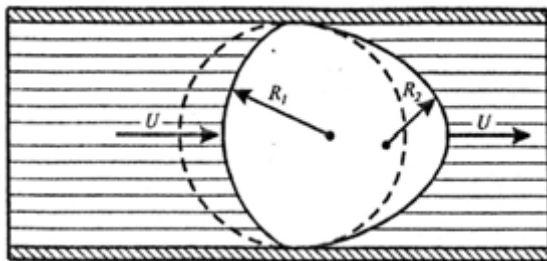


Рис. 4.16. Возникновение газовой эмболии за счет движения крови в сосуде, обуславливающего деформацию пузырька газа ( $R_1 \neq R_2$ ), разностное давление и разрыв сосуда

### Пример

Определить, во сколько раз изменится добавочное давление, обусловленное поверхностным натяжением крови на левой и правой границах раздела воздушного пузырька, возникающего во время газовой эмболии, если левый радиус увеличился, а правый – уменьшился на 25% (рис.4.16).

### Решение

Используя формулу Лапласа, определим дополнительное давление, возникающее на левой и правой границах раздела:

$$\Delta p_l = \pm \frac{2 \cdot \alpha}{R + \Delta R}, \quad \Delta p_n = \pm \frac{2 \cdot \alpha}{R - \Delta R}.$$

Соотношение дополнительных давлений составляет:

$$\frac{\Delta p_l}{\Delta p_n} = \frac{R + \Delta R}{R - \Delta R} = \frac{R \cdot (1 + \frac{\Delta R}{R})}{R \cdot (1 - \frac{\Delta R}{R})} = \frac{1 + \frac{\Delta R}{R}}{1 - \frac{\Delta R}{R}}.$$

Подставляем числовые значения:

$$\frac{\Delta p_l}{\Delta p_n} = \frac{1 + 0,25}{1 - 0,25} = 1,67.$$

### Контрольное задание

Средний радиус альвеолы в легких составляет около  $5 \cdot 10^{-5}$  м. Определить дополнительное давление, обусловленное кривизной альвеолы, если коэффициент поверхностного натяжения плазмы  $50 \cdot 10^{-3}$  Н/м.

Ответ:  $2 \cdot 10^3$  Н · м<sup>-2</sup>.

### ✓ Для любознательных

Наибольшую высоту полета среди птиц продемонстрировал белоголовый сип (*Gyps fulvus*), который столкнулся с аэролайнером в 1973 г. на высоте 11278 м; горный гусь (*Anser indicus*) перелетает Гималайские горы на высоте около 8534 м.

Рейнхольд Меснер был первым, кто преодолел Эверест (8848,82 м) без кислородного аппарата в 1978 г.

Представителем рыб (*Abysobrotula galathea*), который имеет длину 20 см, принадлежит рекорд глубины – его наблюдали в пуэрториканской впадине на глубине 8370 м.

Среди животных кашалот (*Physeter catodon*) достигает глубины около 2500 м.

У октябряе 2003 г. ныряльщик Феррерас достиг глубины 170 м за 2 мин 39 с, используя груз для опускания и баллон для поднимания.

## 4.8. АЭРОДИНАМИКА

*Аэродинамика* – это раздел физики, который изучает законы движения воздуха (или другого газа) и силы, возникающие на поверхности тел, относительно которых осуществляется это движение. Раздел биофизики, изучающий пассивный транспорт атмосферных частиц, в частности, биологических аэрозолей, их количественную и качественную оценку с точки зрения инициирования аллергических заболеваний, называется *аэробиологией*.

### 4.8.1. Атмосферные частицы

*Частицы* – это отдельные порции твердого, жидкого или газообразного вещества, размеры которых превышают 1 нм. Особое место среди частиц занимают *аэрозоли* – дисперсные (коллоидные) системы, состоящие из частиц размерами от  $10^{-5}$  м до  $10^{-7}$  м и газовой среды, в которой они находятся в подвешенном состоянии. Основным источником *биологических аэрозолей* являются растения, поставляющие в атмосферу споры и пыльцу. Последние распространяются благодаря воздушным потокам. К биоаэрозолям следует отнести также вирусы, бактерии и остатки насекомых. Все они в состоянии провоцировать заболевания и аллергические реакции людей, влиять на животных и растения. Кроме того, эти аэрозоли играют роль центров конденсации и влияют на процессы образования облаков. Источниками биоаэрозолей являются также сельскохозяйственное производство, интенсификация урбанизации и многочисленные водоемы. Все воздушные частицы, в том числе аэрозоли, могут пагубно влиять на здоровье человека в зависимости от их размеров.

### 4.8.2. Движение атмосферных частиц

Если частица движется в атмосфере, на нее действуют гравитационная, выталкивающая силы и сила внутреннего трения со стороны воздушного потока в соответствии с законом Стокса. Соотношения между этими силами зависят от физических параметров частиц, атмосферы и безразмерного числа Рейнольдса  $Re$ .

Рассмотрим случаи, которые зависят от соотношения между радиусом частицы  $r$ , длиной свободного пробега  $\lambda$  молекул газа и числом Рейнольдса  $Re$ .

*a)*  $r > \lambda$ , но  $Re = 2rv/\nu < 0,1$  (здесь  $\nu$  – скорость движения частицы,  $\nu$  – кинематическая вязкость). На частицу массой  $m$ , объемом  $V$  и плотностью  $\rho$ , погруженную в газ массой  $m_0$  с плотностью  $\rho_0$ , действуют гравитационная ( $F_{zp} = mg = V\rho g$ ) и архимедова ( $F_0 = m_0g = V\rho_0g$ ) силы, а также сила внутреннего трения (вязкости), определяемая по закону Стокса ( $F_\eta = 6\pi\eta r v$ ), где  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).

Скорость седиментации определяется как:

$$\begin{aligned} v_{сед} &= Vg(\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \frac{4}{3} \pi r^3 g(\rho - \rho_0) / 6\pi\eta r = \\ &= \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta. \end{aligned} \quad (4.38)$$

### Прмер

Определить скорость седиментации частицы ила плотностью  $2650 \text{ кг/м}^3$  и диаметром  $0,03 \text{ мм}$ , которая оседает в воде при  $20^\circ\text{C}$ . Вязкость воды при этой температуре составляет  $1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

### Решение

Подставим числовые данные в уравнение (4.38):

$$v_{\text{сед}} = \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta = \frac{2}{9} (9,8 \text{ м/с}^2)(2650 - 998,2)(15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2) / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) = 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

### Контрольное задание

Определить скорость седиментации сферической частицы плотностью  $2650 \text{ кг/м}^3$  и диаметром  $0,1 \text{ мм}$ , которая оседает в воде при  $20^\circ\text{C}$ . Вязкость воды при этой температуре составляет  $1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ . Успеет-ли частица достигнуть дна резервуара за 2 час, если глубина резервуара  $3,5 \text{ м}$ ?

б)  $r > \lambda$ , но  $Re = 2rv/v > 1$ . Если разместить определенное тело в воздушном потоке, то перенос импульса произойдет не только благодаря силам трения, направленным параллельно поверхности слоев, и градиенту скорости, возникающему при этом, но и за счет возникающей по направлению потока силе, именуемой *сопротивлением формы*. Эта сила, обуславливаемая разными значениями давления с передней и задней сторон тела во время обтекания его потоком, зависит от формы и ориентации тела. Если начальный импульс тела составляет  $\rho v$ , а среднее изменение скорости –  $v/2$ , то скорость, с которой поток уменьшает свой импульс, будет равна  $\rho v \cdot v/2 = 0,5 \rho v^2$ , а сила сопротивления определится как:

$$F_{\text{он}} = 0,5 c_m \rho_0 v^2 \cdot S, \quad (4.39)$$

где  $c_m$  – коэффициент сопротивления;  $\rho_0$  – плотность газа;  $v$  – скорость движения частицы;  $S$  – площадь сечения частицы.

В этом случае баланс сил, действующих на частицу, рассчитывают по формуле:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g(\rho - \rho_0) = 0,5 c_{\text{он}} \rho_0 v^2 \cdot \pi r^2. \quad (4.40)$$

Для биоаэрозолей  $\rho > \rho_0$ , поэтому последнее уравнение можно переписать как:

$$v^2 = 8rg\rho/3\rho_0 c_{\text{он}}. \quad (4.41)$$

Откуда скорость седиментации частицы составит:

$$v_{\text{сед}} = 2g\rho r^2/9\rho_0 v, \quad (4.42)$$

где  $v$  – кинематическая вязкость.

Зависимость скорости седиментации для растительных частиц от радиуса  $r$  и числа Рейнольдса  $Re_c$  при плотности частицы  $\rho \approx 10^3$  кг/м<sup>3</sup> приведена на рис. 4.18. Видно, что для значений  $Re_c < 0,1$  (для типичных значений  $r = 30$  мкм и  $v_{сед} = 0,1$  м/с, присущим пыльце и спорам) выполняется закон Стокса.

### Пример

Определить силу сопротивления для споры патогенного гриба *Helminthosporium maydis* цилиндрической формы, если диаметр цилиндра составляет  $d = 20$  мкм, плотность  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент общего сопротивления  $c_{on} = 4$ , скорость ветра  $v = 10$  м/с.

### Решение

Используем уравнение (4.40):

$$F_{on} = 0,5c_{on}\rho v^2 \cdot S = 0,5 \cdot 4 \cdot 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot (10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2 \cdot \pi \cdot (20 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 / 4 = 0,75 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Экспериментально было установлено, что коэффициент сопротивления и число Рейнольдса связаны соотношением:

$$c_{on} = \frac{b}{Re^n}, \quad (4.43)$$

где  $b$  и  $n$  – константы.

Для ламинарного течения  $Re < 2$ ,  $b = 24$ ,  $n = 1$ , а  $c_{on} = \frac{24}{Re}$ ; для турбулентного течения  $Re = 500$ – $200000$ ,  $b = 0,44$ ,  $n = 0$ , а  $c_{on} = 0,44$ . Таким образом, для малых значений числа Рейнольдса ( $Re < 1$ ) доминирующими являются силы вязкости (закон Стокса), тогда как для больших значений числа Рейнольдса ( $Re > 1000$ ) преобладают силы, описываемые законом Ньютона. Причем, в первой области сила сопротивления зависит от числа Рейнольдса, тогда как во второй области сила сопротивления не зависит от числа Рейнольдса (рис. 4.17).

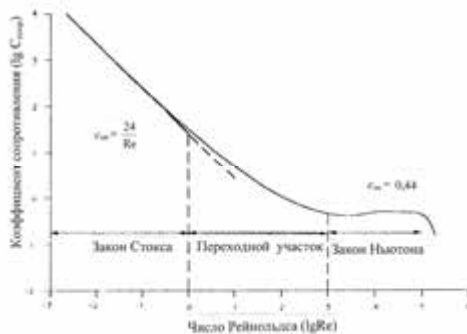


Рис. 4.17. Зависимость коэффициента общего сопротивления  $c_{сопр}$  частицы от числа Рейнольдса  $Re$

Скорость движения частицы в любой момент времени определяется выражением:

$$v_t = v_\kappa - (v_\kappa - v_0)e^{-t/\tau}, \quad (4.44)$$

где  $v_t$  – скорость движения частицы в вертикальном или горизонтальном направлениях в момент времени  $t$ ;  $v_\kappa$  – конечная скорость частицы;  $v_0$  – начальная скорость частицы в горизонтальном направлении ( $v_0 = 0$  для вертикального направления).

Траектории движения частиц в зависимости от их размеров приведены на рис. 4.18.

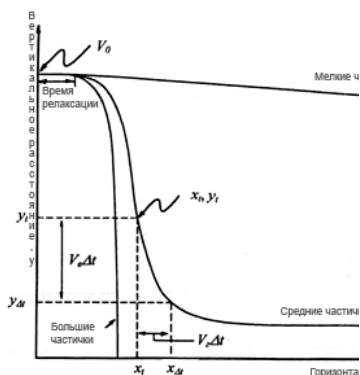


Рис. 4.18. Траектории движения частиц в зависимости от их размеров

### 4.8.3. Аэродинамика птичьего полета

Крыло птицы имеет обтекаемую форму с закругленным передним концом и узким задним. Благодаря обтеканию такого изогнутого крыла птицы частицы воздуха, огибающие верхнюю, более изогнутую поверхность, проходят за единицу времени путь больший, чем частицы, огибающие нижнюю поверхность крыла и, следовательно, имеют большую скорость движения. Несимметричное обтекание крыла вызывает появление циркуляционного потока вокруг контура крыла, который на выпуклой плоскости направлен в сторону течения воздуха, что приводит к увеличению скорости движения воздуха, а на вогнутой – против течения, что сопровождается уменьшением скорости движения воздуха. Но, в соответствии с уравнением Бернулли, там, где скорость воздушного потока большая, давление среды меньше, и наоборот. Благодаря разнице давлений между верхней и нижней плоскостями крыла возникает так-называемая *подъемная*

*сила*, направленная перпендикулярно к направлению движения тела.

Во время полета возникают четыре основные силы, действующие на крыло. Кроме подъемной силы необходимо упомянуть силу тяжести, направленную вниз, силу тяги и силу лобового сопротивления, действующую противоположно направлению скорости движения тела (рис. 4.19). В процессе полета

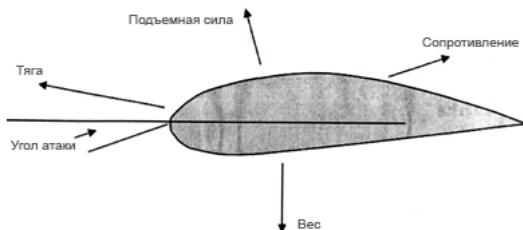


Рис. 4.19. Силы, действующие на крыло птицы

птица способна менять угол атаки – угол между хордой крыла и направлениями потока воздуха, причем взмах крыла вниз характеризуется увеличением угла атаки, что увеличивает подъемную силу.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что называют давлением? В каких единицах измеряется давление?
2. Пояснить барометрическую формулу.
3. Как изменяется давление с глубиной?
4. Сформулировать закон Архимеда.
5. Назвать приборы для измерения давления.
6. Какая жидкость называется идеальной? несжимаемой?
7. Какое движение жидкости называют стационарным?
8. Сформулировать закон неразрывности потока.
9. Написать и пояснить уравнение Бернулли.
10. Какую жидкость называют реальной?
11. Сформулировать уравнение Ньютона для реальной жидкости.
12. Что называется коэффициентом вязкости? В каких единицах он измеряется?
13. Какое течение называют ламинарным? турбулентным?
14. Что характеризует число Рейнольдса?
15. Какие силы действуют на шарик, погруженный в жидкость?

16. Сформулировать условия выплывания и седиментации.
17. Сформулировать закон Стокса. Для каких тел он справедливый?
18. Сформулировать закон Гагена-Пуазейля.
19. В чем состоит метод флюидизированной ванны?
20. В чем состоит процесс ультрацентрифугирования?
21. Какие силы действуют на частицу, погруженную в жидкую среду, во время ультрацентрифугирования?
22. В чем заключается преимущество процесса ультрацентрифугирования по сравнению с седиментацией?
23. Как вязкость зависит от температуры?
24. Пояснить физические принципы измерения скорости оседания эритроцитов.
25. Пояснить, почему эритроцит имеет торроидальную форму.
26. Пояснить физические принципы тромбоза.
27. Пояснить физические принципы аневризмы.
28. Пояснить физические принципы газовой эмболии.
29. Что называют средним объемным потоком жидкости, движущейся в трубке?
30. Пояснить принципы неинвазивного и прямого измерений давления крови.
31. Что такое “тоны Короткова”?
32. Что называют пульсовым давлением?
33. Что такое поверхностное натяжение?
34. От чего зависит сила поверхностного натяжения?
35. Какое давление называют молекулярным (внутренним)? Пояснить механизм его возникновения.
36. Дать определение коэффициента поверхностного натяжения. В каких единицах он измеряется?
37. К чему приводит повышение поверхностного натяжения на поверхности легких?
38. Что называют дополнительным давлением?
39. Написать и пояснить формулу Лапласа для цилиндрического и сплющенного капилляров.
40. Что такое  $R_1$  и  $R_2$  в формуле (4.34)?
41. Что изучает аэродинамика? аэриобиология?
42. Что такое частица? аэрозоль? биоаэрозоль?
43. Какие силы действуют на частицу в воздушном потоке? От чего зависит баланс этих сил?
44. Какие силы действуют на крыло птицы?

# 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

## 5.1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

*Колебания* – это движения или процессы, отличающиеся определенной повторяемостью во времени.

*Свободными (собственными)* называются колебания, которые совершаются при отсутствии внешних воздействий на колебательную систему и возникают вследствие какого-либо начального отклонения этой системы от состояния ее устойчивого равновесия.

*Периодическими* являются колебания, повторяющиеся через определенные промежутки времени.

Рассмотрим материальную точку массой  $m$ , которая висит на пружине (рис. 5.1). Если растянуть пружину на расстояние  $x$ , прикладывая к материальной точке силу  $F_0$ , то возникнет упругая сила, проекция которой на ось  $x$  равна:

$$F_{упр}x = -kx, \quad (5.1)$$

где  $k$  – жесткость пружины.

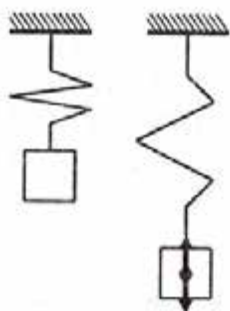


Рис. 5.1. Материальная точка, подвешенная на пружине

В этом положении действующая сила  $F_0$  уравнивается упругой силой  $F_{упр}x$ :

$$F_0 = F_{упр}x. \quad (5.2)$$

Если отпустить пружину, то  $F_0 = 0$  и уравнение движения будет иметь вид:

$$ma = -kx; \quad (5.3)$$

$$m \frac{dv}{dt} = -kx; \quad (5.4)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx. \quad (5.5)$$

Решение последнего дифференциального уравнения имеет вид:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.6)$$

где  $A$ ,  $\omega$  и  $\varphi_0$  – константы, причем  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Колебания, при которых физическая величина изменяется со временем по синусоидальному (или косинусоидальному) закону (рис. 5.2), называются *гармоническими*.

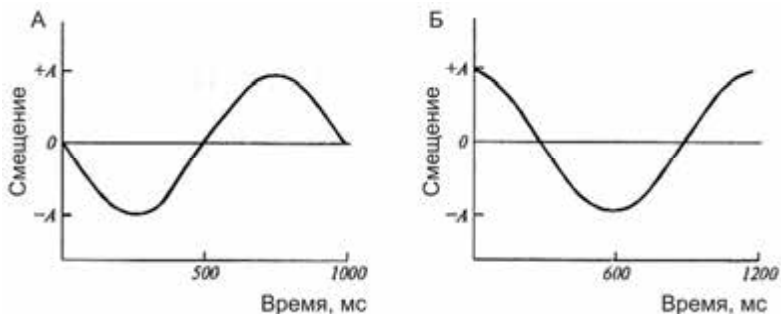


Рис. 5.2. Гармонические колебания, при которых физическая величина изменяется по синусоидальному (А) или косинусоидальному (Б) законам

Материальная точка массой  $m$ , совершающая прямолинейные гармонические колебания под действием упругой силы, называется *линейным гармоническим осциллятором*.

## 5.2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

В уравнении (5.6), которое описывает гармоническое колебание, входят такие характеристики:  $A$  – *амплитуда колебаний* (максимальное смещение колеблющейся точки от положения равновесия;  $\omega$  – *круговая частота*;  $\omega t + \varphi_0$  – *фаза колебаний* в момент времени  $t$ ;  $\varphi_0$  – *начальная фаза* (фаза колебаний в момент времени  $t=0$ ). Наименьший промежуток времени, в течение которого колеблющаяся система возвращается в состояние, в котором она пребывала в начальный момент времени, выбранный произвольно, называется *периодом колебаний*  $T$ . Период  $T$  связан с круговой частотой  $\omega$  соотношением:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (5.7)$$

Величина, равная количеству колебаний за единицу времени, называется *частотой*  $\nu$ . Частота  $\nu$  связана с периодом  $T$ :

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (5.8)$$

Единица измерения частоты – *Гц*.

На основании уравнений (5.7) и (5.8) можно получить соотношение:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (5.9)$$

### Пример

Определить период колебаний тела массой 250 г, прикрепленного с помощью пружины к вертикальной стенке, позволяющей ему совершать колебания в горизонтальной плоскости. Смещение тела от состояния равновесия составляет 5 см, жесткость пружины – 5 Н/м.

### Решение

Состояние тела по условию описывается уравнением  $x = A\cos\omega t$ , откуда  $A = 5 \cdot 10^{-2}$  м. Круговая частота определяется выражением:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5 \text{ Н/м}}{250 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}} = 4,47 \text{ рад/с.}$$

Отсюда период колебаний равен:  $T = \frac{2\pi}{4,47} = 1,4$  с.

### Контрольное задание

Определить максимальную скорость движения тела по условию предыдущей задачи.

Ответ: 0,224 м/с.

## 5.3. ЭНЕРГИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Рассмотрим материальную точку, совершающую гармонические колебания вдоль оси  $x$  под воздействием упругой силы  $F$ .

Скорость движения материальной точки определяется как:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (5.10)$$

Кинетическая энергия материальной точки равна:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} [A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)]^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0). \quad (5.11)$$

Потенциальная энергия материальной точки равна:

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2}{2} [A\sin(\omega t + \varphi_0)]^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0). \quad (5.12)$$

Сложение уравнений (5.11) и (5.12) позволяет получить выражение для *полной энергии механических колебаний*:

$$E = E_k + E_n = \frac{mA^2\omega^2}{2} [\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \sin^2(\omega t + \varphi_0)] = \frac{mA^2\omega^2}{2}. \quad (5.13)$$

### Пример

Определить полную энергию колебаний тела массой 300 г, совершающего с помощью пружины колебания в горизонтальной плоскости, если амплитуда колебаний равна 4 см, а жесткость пружины 15 Н/м.

### Решение

Подставляя числовые данные в уравнение (5.13), находим:

$$E = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ Н/м} \cdot (4 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

### Контрольное задание

Определить максимальную скорость движения тела по условию предыдущей задачи.

Ответ:  $v_{\text{макс}} = 0,28 \text{ м/с}$ .

## 5.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

*Математическим маятником* называют материальную точку, подвешенную на невесомой и нерастяжимой нити, колеблющейся под действием силы тяжести. Практическим приближением математического маятника может быть система, состоящая из небольшого тяжелого шарика и подвеса – тонкой длинной нити, причем диаметр шарика значительно меньше длины нитки.

Математический маятник представляет собой механическую систему, участвующую в периодическом колебательном движении. Если смещения маятника массой  $m$  небольшие, сила тяжести  $F_T = mg$  в положении, когда он отклоняется на угол  $\theta$ , раскладывается на две компоненты: силу  $F_\tau = mg\sin\theta$ , которая возвращает маятник в положение равновесия, и силу  $F_n = mg\cos\theta$ , направленную вдоль нити и уравновешенную натяжением  $F_n$  нити (рис. 5.3).

Колебания совершаются в вертикальной плоскости. Уравнение движения маятника под действием силы  $F_\tau$  описывается формулой:

$$F_\tau = -mg\sin\theta = m \frac{d^2s}{dt^2}, \quad (5.14)$$

где  $s$  – смещение маятника, а знак “минус” свидетельствует о том, что сила  $F_\tau$  направлена к положению равновесия.

Поскольку  $s = l\theta$ , где  $l$  – длина маятника (постоянная величина), последнее уравнение можно переписать как:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta. \quad (5.15)$$

При малых углах отклонений  $\sin\theta \approx \theta$ , где  $\theta$  измеряется в радианах. Отсюда уравнение (5.15) приобретает вид:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta. \quad (5.16)$$

Последнее уравнение описывает гармоническое колебание, во время которого физическая величина изменяется со временем по синусоидальному закону  $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ , или косинусоидальному закону  $x = A\cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2) =$

$A\cos(\omega t + \varphi_1)$ , где  $x$  – значения величины, колеблющейся в данный момент времени  $t$ ;  $A$  – амплитуда колебаний;  $\omega$  – круговая частота колебаний;  $(\omega t + \varphi_0)$  – фаза колебаний;  $\varphi_0, \varphi_1$  – начальные фазы колебаний.

Итак, решение уравнения (5.16) необходимо искать в виде:

$$\theta = \theta_{\max}\sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.17)$$

или

$$\theta = \theta_{\max}\cos(\omega t + \varphi_1), \quad (5.18)$$

где  $\theta_{\max}$  – максимальное угловое отклонение маятника, а  $\omega$  – круговая частота, определяемая по формуле:

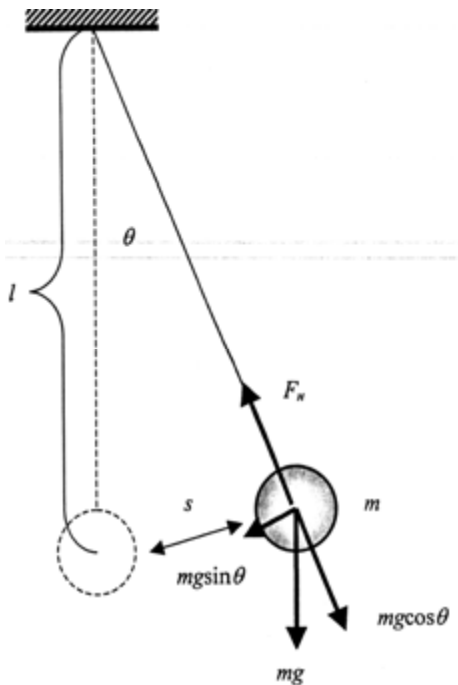


Рис. 5.3. Математический маятник

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (5.19)$$

Период  $T$  колебаний математического маятника равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.20)$$

Из уравнения (5.20) можно получить выражение:

$$g = 4\pi^2 l/T^2. \quad (5.21)$$

Таким образом, период и частота колебаний математического маятника зависят только от длины нити и ускорения свободного падения. Измерения периода колебаний  $T$  математического маятника дает возможность вычислить ускорение свободного падения  $g$ .

### Пример

Длина маятника Фуко составляет 98 м. Определить период колебаний маятника, если считать его математическим.

### Решение

Подставляем числовые данные в уравнение (5.20):

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{98 \text{ м}}{9,8 \text{ м/с}^2}} = 19,86 \text{ с}.$$

### Контрольное задание

Как изменится период маятника Фуко, если его перенести с земной поверхности на поверхность Луны, где ускорение свободного падения равно  $1,67 \text{ м/с}^2$ ?

Ответ: 48,1 с.

## 5.5. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой уменьшается со временем, называются *затухающими*.

Уравнение затухающих колебаний имеет вид:

$$x = Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.22)$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания.

График зависимости  $x = f(t)$  во время затухающих колебаний приведен на рис. 5.4.

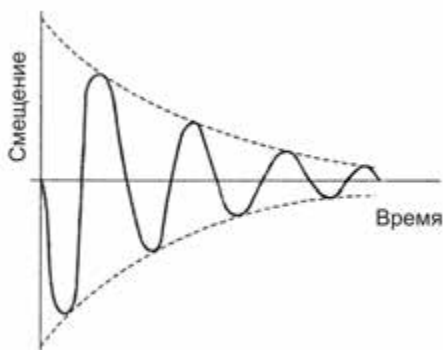


Рис. 5.4. Затухающие гармонические колебания

Для количественной оценки скорости уменьшения амплитуды затухающих колебаний используют понятие *логарифмического декремента затухания*, который равен натуральному логарифму отношения значений амплитуды затухающих колебаний в моменты времени, отличающиеся на период:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (5.23)$$

## 5.6. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебания называются *вынужденными*, если они возникают в какой-либо системе за счет переменного внешнего воздействия. Для того, чтобы система совершала незатухающие колебания, необходимо действовать на нее силой  $F_0$ , которая изменяется периодически по закону:

$$F_e = F_0 \sin \omega_e t, \quad (5.24)$$

где  $F_0$  – амплитудное значение силы;  $\omega_e$  – круговая частота вынужденных колебаний;  $t$  – время.

Уравнение движения колеблющегося тела без учета силы трения или сопротивления имеет вид:

$$F + F_e = ma, \quad (5.25)$$

где  $F$  – вынуждающая сила.

С учетом того, что  $F = -m\omega^2 x$ , последнее уравнение можно переписать как:

$$-m\omega^2 x + F_0 \sin \omega_0 t = -m\omega_0^2 x. \quad (5.26)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$x = F_0 \sin \omega_0 t / [m(\omega^2 - \omega_0^2)]. \quad (5.27)$$

Отсюда амплитуда вынужденного колебания, определяемая выражением:

$$A = F_0 / [m(\omega^2 - \omega_0^2)], \quad (5.28)$$

Зависит от соотношения частоты собственных колебаний  $\omega$  и частоты вынужденных колебаний  $\omega_0$ ; амплитуда  $A$  стремится к бесконечности, если  $\omega_0 \rightarrow \omega$  (рис. 5.5).

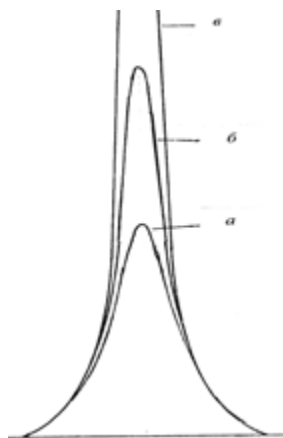


Рис. 5.5. Зависимость амплитуды затухающих колебаний от частоты и коэффициента затухания: *а* — большие значения коэффициента затухания; *б* — малые значения коэффициента затухания; *в* — случай резонанса, когда частота вынужденных колебаний равна частоте собственных колебаний системы

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний в случае приближения частоты вынужденных колебаний к частоте собственных колебаний называется *резонансом*.

## 5.7. БЕГУЩАЯ ВОЛНА

*Бегущая волна* может быть определена как возмущение,двигающееся в пространстве с переносом энергии. Рассмотрим бегущую волну, синусоидальную по форме, которая распространяется, начиная от момента времени  $t = 0$ , со скоростью  $v$  в направлении  $+x$  (рис. 5.6). Уравнение такой волны имеет вид:

$$y = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right). \quad (5.29)$$

Если бегущая волна распространяется в направлении  $-x$ , то уравнение записывается так:

$$y = y_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right). \quad (5.30)$$

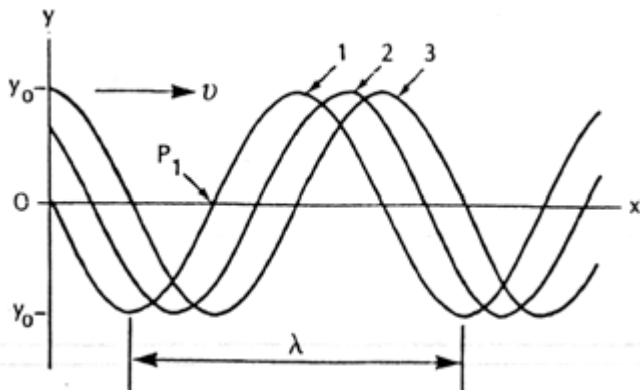


Рис. 5.6. Бегущая волна как возмущение,двигающееся в пространстве с переносом энергии:  $v$  – скорость распространения бегущей волны;  $\lambda$  – длина волны; 1,2,3 – последовательные перемещения волны

Величина  $\frac{2\pi}{\lambda}$  в уравнениях (5.29) и (5.30) называется *волновым числом*; она обозначается символом  $k$ .

Уравнения (5.29) и (5.30) могут принимать еще такие формы:

$$y = y_0 \sin\left(2\pi vt \pm \frac{2\pi}{\lambda}x\right), \quad (5.31)$$

или

$$y = y_0 \sin(\omega t \pm kx), \quad (5.32)$$

или

$$y = y_0 \sin(vt \pm x)k. \quad (5.33)$$

## 5.8. СТОЯЧАЯ ВОЛНА

Рассмотрим две бегущие волны, которые распространяются в противоположных направлениях. Уравнение первой бегущей волны имеет вид:

$$y_1 = y_{max} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad (5.34)$$

а уравнение второй бегущей волны можно записать как:

$$y_2 = y_{max} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right). \quad (5.35)$$

Эти две волны взаимодействуют между собой, вследствие чего образуется результирующая волна:

$$y = y_1 + y_2 = 2 y_{max} \sin \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (5.36)$$

Особенностью стоячей волны является то, что частицы колеблются одновременно, при этом образуются области с максимальной амплитудой колебаний (*пучности*) и области с нулевой амплитудой (*узлы*). Расстояние между соседними узлами (или соседними пучностями) равно половине длины волны (рис. 5.7).

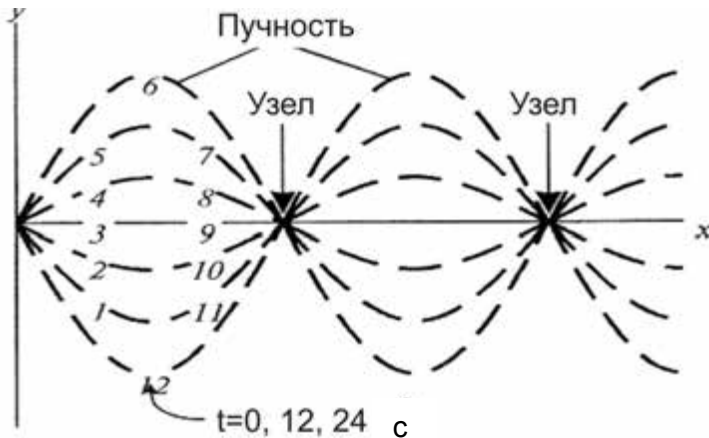


Рис. 5.7. **Стоячая волна** (цифрами обозначены моменты времени, которые последовательно проходит колеблющаяся частица)

Если  $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$ , величина смещения максимальна ( $y = 2y_{max}$ );

значения  $x$  при этом соответствуют пучности; если  $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$ , то  $y = 0$  и значения  $x$  соответствуют узлу.

## 5.9. БИЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

Рассмотрим две волны, отличающиеся слегка частотой и распространяющиеся в одном направлении. Во время наблюдения за

поведением этих двух волн в данной точке пространства совершаются *биения колебаний* – периодические колебания интенсивности в данной точке при наложении двух волн с мало отличающимися частотами.

Пусть уравнения двух колебаний имеют вид:

$$y_1 = y_{max} \cos 2\pi \nu_1 t, \quad (5.37)$$

$$y_2 = y_{max} \cos 2\pi \nu_2 t. \quad (5.38)$$

Вследствие наложения двух колебаний результирующее колебание описывается уравнением:

$$y = y_1 + y_2 = y_{max} (\cos 2\pi \nu_1 t + \cos 2\pi \nu_2 t). \quad (5.39)$$

Используя тригонометрическое соотношение

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right), \quad (5.40)$$

получим:

$$y = 2y_{max} \cos 2\pi \left( \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \right) t \cos 2\pi \left( \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \right) t. \quad (5.41)$$

График результирующего колебания приведен на рис. 5.8.

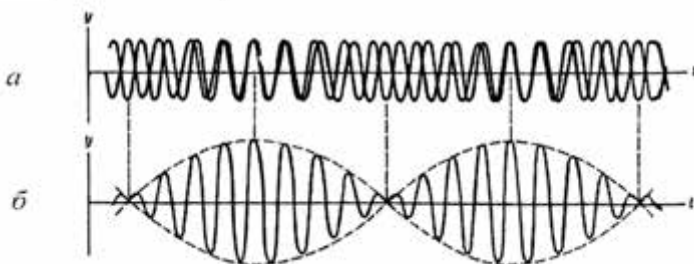


Рис. 5.8. Биения колебаний

Таким образом, эффективная частота результирующего колебания равна  $\left( \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \right)$ ; максимальная амплитуда результирующих колебаний имеет место тогда, когда  $\cos 2\pi \left( \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \right) t = \pm 1$ , то-есть

амплитуда результирующих колебаний изменяется с частотой  $\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)$ .

### 5.10. РАЗЛОЖЕНИЕ СЛОЖНЫХ КОЛЕБАНИЙ В РЯД ФУРЬЕ

По Фурье, любое сложное колебание  $y(t)$  можно представить как комбинацию достаточно большого числа синусоидальных или косинусоидальных волн, которые образуют *ряд Фурье* :

$$y(t) = \sum_n (A_n \sin 2\pi v_n t + B_n \cos 2\pi v_n t), \quad (5.42)$$

где  $A_n$  и  $B_n$  – амплитуды гармонических колебаний;  $v_n$  – частота  $n$ -го колебания.

Зависимость относительной интенсивности гармоник от их частоты называется *гармоническим спектром* сложного колебания. Пример разложения сложного колебания в ряд Фурье приведен на рис. 5.9, а соответствующий гармонический спектр этого колебания – на рис. 5.10.

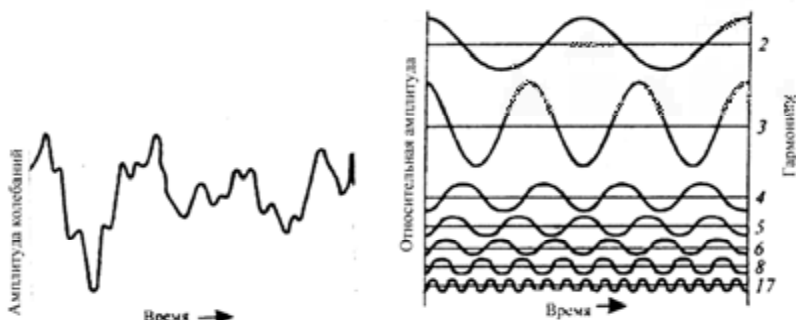


Рис. 5.9. Разложение сложного колебания в ряд Фурье

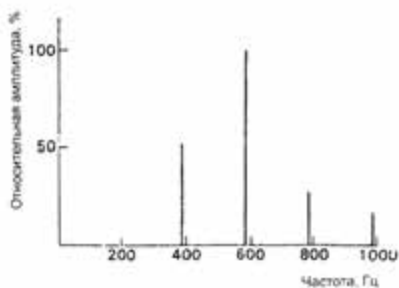


Рис. 5.10. Гармонический спектр сложного колебания



### Жан Батист Жозеф Фурье (1768–1830)

Французский математик и физик, автор “аналитической теории тепла” (1822), которая стала отправным пунктом в создании теории тригонометрических рядов (рядов Фурье). Автор Фурье-преобразования и закона теплопроводности изотропных сред.

## 5.11. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ АНТРОПОГЕННОГО И ПРИРОДНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

### 5.11.1. Вибрации

Вибрации (от лат. *vibratio* – колебания) – механические колебания материальных систем, которые происходят с большой (свыше 1 колебания в секунду) частотой и небольшой амплитудой. Транспортные средства, промышленные агрегаты, строительные механизмы и машины являются источниками вынужденных колебаний, образуемых в почве. Основная часть колебательной энергии переносится поверхностными волнами, которые возникают и распространяются в почве.

Динамическое действие источников вибраций оценивают *скоростью вибрации*, которая измеряется в мм/с. Нормой вибрационных воздействий является уровень 0,12 мм/с. Интенсивность вибрационного поля зависит от расстояния до источника. Вибрацию оценивают уровнями *колебательных (вибрационных) скоростей*:

$$L_v = 20 \lg (v/v_0), \quad (5.43)$$

где  $v$  – значения колебательной скорости;  $v_0$  – опорная колебательная скорость.

Типовые значения вибрационных скоростей для разных источников вибраций приведены в табл. 5.1.

#### 5.1. – Основные источники вибраций

Источник	Вибрационная скорость, мм/с
Рельсовый транспорт	0,3–160
Промышленные установки	0,05–5
Строительная техника	0,002–1,6
Автотранспорт	0,005–0,07
Дневной фон в городе	0,006–0,02
Ночной фон в городе	0,003–0,01
Безопасный «геологический» уровень	0,225
Безопасный физиологический уровень	0,12

### 5.11.2. Влияние вибраций на живые организмы

Переменные напряжения в тканях человека, обусловленные продолжительными вибрациями, могут привести к “вибрационной болезни”, которая сопровождается существенными изменениями в центральной нервной системе, нарушениями функций кровеносных сосудов и общего кровообращения.

Высокой чувствительностью к вибрациям отличаются членистоногие и пауки. Ночные пустынные скорпионы определяют местоположение жертвы по вибрациям песка на расстоянии до 0,5 м. На каждой из восьми конечностей находится рецептор вибрации, который генерирует электрические разряды в ответ на смещения примерно 0,1 нм. Совокупность откликов в состоянии ориентировать скорпиона на источник вибрации. Причем, одна группа рецепторов реагирует на поверхностные волны песка, тогда как другая – на волны сжатия, распространяющиеся через песок. Скорпион способен отличить сигналы, которые достигают конечности, расположенной в направлении жертвы, и противоположной ей с точностью до 0,2 мс, что дает возможность ориентироваться насекомому в необходимом направлении.

Пауки отличают живую жертву от мертвой благодаря колебаниям паутины, совершаемых с частотой около 50 Гц. Колебания, создаваемые жертвой, распространяются вдоль радиальных ниток паутины и регистрируются разными конечностями паука. Способность пауков различать разницу во времени (около 1 мс) колебаний, достигающих этих конечностей, дает возможность определить направление до жертвы.

Рецепторы таракана, расположенные на голени, в состоянии воспринимать колебания с порогом  $10^{-7}$ – $10^{-10}$  см в диапазоне частот 1000–5000 Гц.

Муравьи-листорезы могут реагировать на колебания с амплитудой около  $1,3 \cdot 10^{-7}$  см и частотой 1–23 кГц; рецепторы находятся в суставах передних конечностей.

Обитатель водоемов клоп гладыш находит добычу по колебаниям поверхности воды амплитудой 1 мкм и частотой 100–500 Гц; рецепторы вибрации находятся в конечностях.

Водомерка-самка находит самца по колебаниям воды с частотой 20 Гц.

Реакция пчелы на вибрации субстрата, на поверхности которого она пребывает, осуществляется за счет органов, расположенных на голених передних конечностей. Именно эти рецепторы используются во время общения пчел в замкнутом пространстве улья.

Что касается человека, то вибрации следует рассматривать как нежелательные движения, приводящие к *вибрационной болезни* – профессиональному заболеванию, которое обуславливается действием вибраций и сопровождается нарушением сердечно-сосудистой и центральной нервной систем, дегенеративными изменениями костных тканей, повреждениями слухового анализатора.

### 5.11.3. Землетрясения

*Землетрясения* – это подземные толчки и колебания земной поверхности, возникающие вследствие внезапных смещений и разрывов в земной коре или верхней части мантии (оболочки, расположенной между земной корой и ядром), которые передаются на большое расстояние в виде упругих колебаний.

Землетрясения характеризуются графическим распределением мест возникновения толчков – *гипоцентров*, интенсивностью, продолжительностью, механизмами возникновения и теми разрушениями, которые они совершают. Расположенный над гипоцентром участок земной поверхности, в пределах которой интенсивность толчков достигает наибольшей величины, называется *эпицентром*.

Один из методов оценки интенсивности землетрясений связан с измерением энергии, которая высвобождается во время геофизического процесса. Для этого используют *шкалу Рихтера*. Дело в том, что интенсивность землетрясений изменяется в широких пределах – от тех, которые обуславливают легкие дрожания земной коры и регистрируются только чувствительными приборами, до тех, которые вызывают разрушение домов. Энергия измеряется *сейсмографом* – прибором, шкала которого построена в логарифмическом масштабе. В соответствии со шкалой Рихтера, амплитуда  $M$  землетрясения (*магнитуда*) оценивается выражением:

$$M = \lg A - \lg A_0, \quad (5.44)$$

где  $A$  – максимальная амплитуда колебания, измеряемая сейсмографом;  $A_0$  – функция, соответствующая амплитуде землетрясения определенной интенсивности, которая регистрируется на определенном расстоянии от гипоцентра.

Шкала Рихтера приведена в табл. 5.2.

## 5.2. – Шкала Рихтера для оценки интенсивности землетрясений

Балл	1–2	3	4	5	6	7	8
Энергия, Дж	$4,47 \cdot 10^5$	$7,94 \cdot 10^7$	$2,51 \cdot 10^9$	$7,94 \cdot 10^{10}$	$2,51 \cdot 10^{12}$	$7,94 \cdot 10^{13}$	$2,51 \cdot 10^{15}$

Так, интенсивность 2 балла обычно соответствует микроземлетрясениям; их человек не ощущает, а только регистрирует аппаратура. Землетрясения интенсивностью 4,5 балла и выше регистрируются сейсмографами по всему миру. Мощные землетрясения имеют интенсивность 8 баллов и выше.

Схема типичного прибора для оценки землетрясений (*сейсмографа*) приведена на рис. 5.11. Основу прибора составляет катушка, присоединенная к телу маятника, который движется в магнитном поле. Это движение сопровождается возникновением в катушке электрического тока, который измеряется. Колебания подвижной части сейсмографа фиксируются системой регистрации прибора в виде *сейсмограммы*, которая демонстрирует существенное усиление амплитуды колебаний в момент землетрясения (рис. 5.12).

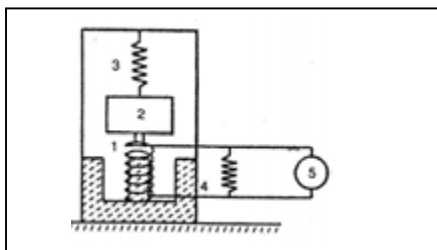


Рис. 5.11. **Схема типичного сейсмографа:** 1 – катушка; 2 – тело; 3 – пружина; 4 – магнит; 5 – система регистрации

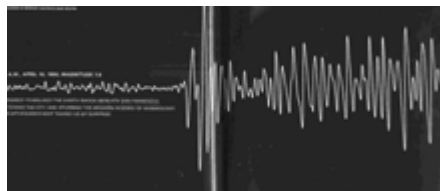


Рис. 5.12. **Усиление амплитуды колебаний, регистрируемых в момент землетрясения**



### Чарльз Френсис Рихтер (1900–1985)

Американский сейсмолог, автор шкалы оценки интенсивности землетрясений, которая была предложена в 1935 г., а теоретически обоснована вместе с Б. Гутенбергом в 1941–1945 гг.

## 5.12. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРИРОДЕ

### 5.12.1. Экологическая модель Вольтерра–Лотка

Рассмотрим классический пример модели биологической системы, которая описывается двумя дифференциальными уравнениями – *экологическую модель Вольтерра-Лотка*. Пусть в некотором замкнутом районе живут жертвы (зайцы) и хищники (волки). Зайцы кормятся только растительным кормом, которого всегда достаточно; волкам же необходимы только зайцы.

Можно допустить, что изменение количества зайцев  $\left(\frac{dN_1}{dt}\right)$  пропорционально их количеству  $N_1$ :

$$\frac{dN_1}{dt} = aN_1. \quad (5.45)$$

Уменьшение количества зайцев пропорционально вероятности встречи зайца с волком, то-есть произведению количеств  $N_1N_2$ . Таким образом, процесс уменьшения количества зайцев описывается уравнением:

$$\frac{dN_1}{dt} = -bN_1N_2. \quad (5.46)$$

Изменение количества зайцев с учетом их размножения и возможности встречи с волками будет описываться уравнением:

$$\frac{dN_1}{dt} = aN_1 - bN_1N_2. \quad (5.47)$$

В свою очередь, количество волков будет уменьшаться (за счет естественной смертности) пропорционально их количеству  $N_2$  и увеличится пропорционально вероятности встрече с зайцами  $N_1N_2$ . Изменение количества волков опишется уравнением:

$$\frac{dN_2}{dt} = -cN_2 + dN_1N_2. \quad (5.48)$$

Все эти соображения приводят к системе двух дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= aN_1 - bN_1N_2; \\ \frac{dN_2}{dt} &= -cN_2 + dN_1N_2. \end{aligned} \right\} \quad (5.49)$$

Следует отметить, что каждому состоянию биологической системы “зайцы – волки” соответствует определенная пара переменных  $N_1$  и  $N_2$ ; одновременно любая пара значений  $N_1$  и  $N_2$  описывает определенное состояние системы.

Рассмотрим возможность графической интерпретации упомянутого выше. Пусть имеется система координат, на осях которой отложены значения переменных  $N_1$  и  $N_2$ . Каждая точка  $N$  такой плоскости с координатами  $X$  и  $Y$  соответствует определенному состоянию системы (рис. 5.13). Такая плоскость называется *фазовой плоскостью*. Во время изменения состояния системы во времени переменные  $X$  и  $Y$  изменяются соответственно системе уравнений (5.49). Процесс изменения  $X$  и  $Y$  будет соответствовать движению точки  $M(X, Y)$ ; совокупность возможных положений этой точки на фазовой плоскости называют *фазовой траекторией*.

Для того, чтобы получить уравнения, связывающие непосредственно  $N_1$  и  $N_2$ , разделим второе уравнение системы (5.49) на первое, исключив время  $t$ :

$$\frac{dN_1}{dN_2} = \frac{Q(N_1, N_2)}{P(N_1, N_2)}. \quad (5.50)$$

Решение этого уравнения дает совокупность интегральных кривых (фазовых траекторий) на плоскости  $N_1, N_2$  (рис. 5.14). Точки, в которых производные переменных  $\frac{dN_1}{dt}$  и  $\frac{dN_2}{dt}$  преобразуются в нуль,

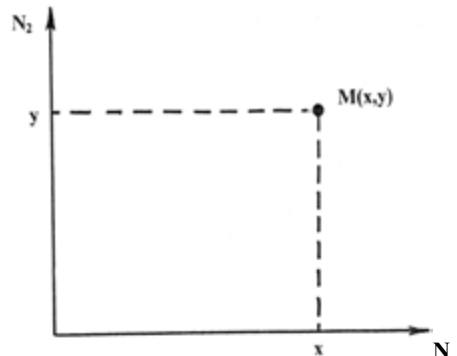


Рис. 5.13. Фазовая плоскость

называются *особенными* точками.

Поскольку скорости изменения  $\frac{dN_1}{dt}$  и  $\frac{dN_2}{dt}$  в особенной точке равны нулю, она соответствует *стационарному состоянию*.

Итак, возрастание количества зайцев соответствует движению от

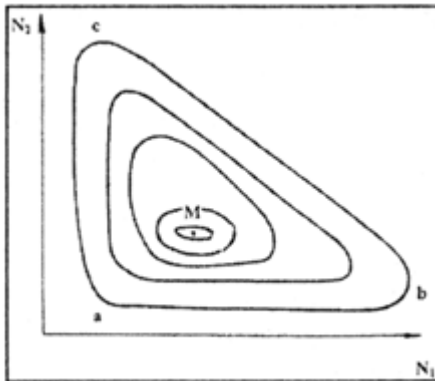


Рис. 5.14. **Фазовый портрет** системы "хищник-жертва" (M – особенная точка)

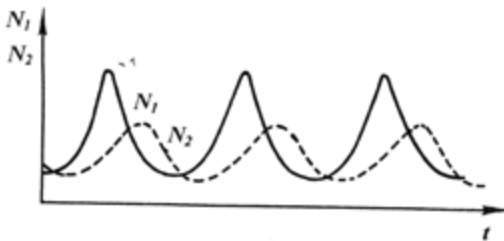


Рис. 5.15. **Поведение переменных  $N_1$  и  $N_2$  во времени**

точки *a* до точки *b* на фазовой плоскости (см. рис. 5.14); этот процесс сопровождается возрастанием численности волков, получивших благоприятные условия кормления; но это возрастание численности хищников приводит к уменьшению численности жертв (переход *b*→*c* на фазовой плоскости), что влияет на уменьшение численности волков (переход *c*→*a*). Таким образом, биологическая система “зайцы – волки” осуществляет колебания. Любое случайное внешнее воздействие переводит

систему в иную фазовую плоскость.

Поведение переменных  $N_1$  и  $N_2$  во времени приведено на рис. 5.15. Очевидно, что максимум численности жертв всегда опережает максимум численности хищников. Э этими кривыми согласуются результаты наблюдений за колебаниями численности североамериканского зайца и рыси в Канаде (рис. 5.16). Периоды колебаний численности жертв и хищников примерно одинаковы и составляют 9–10 лет, причем максимум численности зайцев

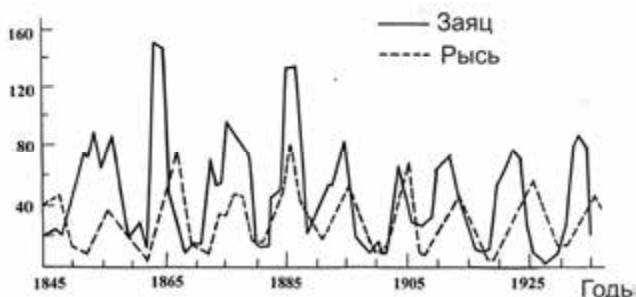


Рис. 5.16. Результаты наблюдений за изменением колебаний численности североамериканского зайца и рыси в Канаде

опережает максимум численности рысей на один год.



#### **Вито ВОЛЬТЕРРА (1860–1940)**

Итальянский математик и физик, который внес существенный вклад в развитие современной математической биологии. Вместе с В. Лотка разработал уравнения популяционной динамики.

#### **Альфред Джеймс ЛОТКА (1880–1949)**

Американский математик и специалист в области физической химии и статистики. Известный своими работами по популяционной динамике и энергетике. Автор книги “элементы физической биологии” (1924 г.).



### **5.12.2. Образование колоний коллективными амебами**

Реальные биологические системы не находятся в состоянии равновесия, поскольку в них протекают процессы, сопровождающиеся диссипацией энергии – переходом части энергии

упорядоченного процесса в энергию неупорядоченного процесса, например, в теплоту или излучение. Возникновение диссипативных структур наблюдается и в популяции амёб *Dictyostelium discoideum*. После выхода из спор амёбы растут и размножаются как одноклеточные организмы, пока им хватает питания. Когда кормовой ресурс исчерпывается, амёбы приостанавливают репродукцию и вступают в промежуточную фазу, длящуюся около 8 ч. После этого амёбы сосредотачиваются около отдельных клеток, выполняющих функции центров агрегации. Поясняется это тем, что самые “голодные” амёбы выпускают сигнал – химическое вещество  $\zeta$ АМФ. Как только в результате диффузии это вещество достигнет другой амёбы, то та также выделяет свою порцию  $\zeta$ АМФ и начинает перемещаться к первой амёбе. Таким образом, образуются концентрические автоколебания движения амёб. Такой процесс сопровождается образованием многоклеточных колоний, которые ведут себя как единый организм. Эта колония мигрирует, пока не найдет участок среды, пригодный для формирования плодового тела. С этого времени колония начинает дифференцироваться, создавая стебель, несущий на конце множество спор. Этот автокаталитический процесс повторяется периодически (рис. 5.17).

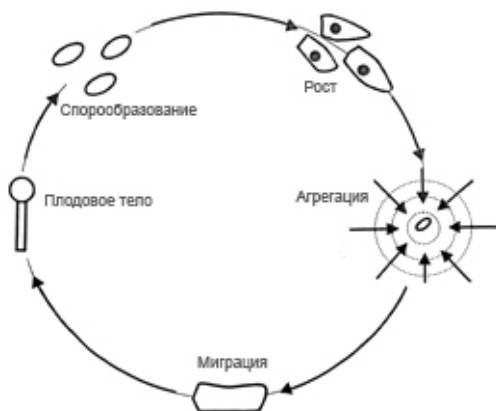


Рис. 5.17. Образование колоний у коллективных амёб

спиральные волны в миокарде и сетчатке глаза, распространение звуковых колебаний и т.д.

Колебательные процессы и волны являются распространенными явлениями живой природы. К колебательным можно отнести такие процессы как: биения сердца, движение легких, работу кишечника, вибрации голосовых связок, периодическую окислительно-восстановительную реакцию

Белоусова–Жаботинского, периодические процессы при гликолизе и фотосинтезе,

▼ **Для любознательных**

Чувствительность таракана (*Blattodeae*) к вибрациям составляет  $10^{-7}$ – $10^{-10}$  см; амплитуду колебаний в таких пределах можно сравнить с диаметром атома водорода.

**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ**

1. Что такое колебания? Какие колебания являются свободными? периодическими?
2. Какие колебания называют гармоническими? Записать и пояснить уравнение гармонического колебания. Дать определение амплитуды, фазы и начальной фазы гармонического колебания.
3. Что такое период колебаний? частота колебаний?
4. Доказать, что выражение (5.6) является решением уравнения (5.5).
5. Вывести уравнение (5.13).
6. Что такое математический маятник?
7. От чего зависит период колебаний математического маятника?
8. Какие колебания называются затухающими?
9. Что такое логарифмический декремент затухания?
10. Какую волну называют бегущей? стоячей?
11. Какие колебания называют вынужденными?
12. Что такое резонанс?
13. Что такое вибрации?
14. Как оцениваю динамическое действие источников вибраций?
15. Как используют вибрации живые организмы?
16. Дать определение землетрясению.
17. Что такое гипоцентр? эпицентр?
18. Как оценивают амплитуду землетрясения (магнитуду) в соответствии со шкалой Рихтера?
19. Привести примеры колебательных процессов, встречающихся в природе.

# 6. АКУСТИКА

## 6.1. ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется *волновым процессом* или *волной*. Механические возмущения (деформации), которые распространяются в упругой среде, называются *упругими* (или *механическими*) *волнами*. Упругие волны бывают *продольными*, если частицы среды колеблются в направлении распространения волны, и *поперечными*, если частицы среды колеблются в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. Упругая волна называется *гармонической*, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

Упругие волны, имеющие частоту в диапазоне 20–20000 Гц, называются *звуковыми*; с частотами большими, чем 20000 Гц –

*ультразвуковыми* и меньшими чем 20 Гц – *инфразвуковыми*. Шкала механических колебаний, которая состоит из звуковых, ультразвуковых и инфразвуковых колебаний, приведена на рис. 6.1.

Область физики, изучающая упругие колебания и волны звукового, ультразвукового и инфразвукового диапазонов, процессы их возбуждения, обработки, распространения, рецепции, взаимодействия с веществом и разнообразные практические применения, называется *акустикой*.



Рис. 6.1. Шкала механических колебаний звукового, ультразвукового и инфразвукового диапазонов

## 6.2. ЗВУК И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

### 6.2.1. Энергия, интенсивность и давление звуковых колебаний

Звуковая волна характеризуется колебательным смещением частиц, скоростью распространения, энергией и интенсивностью звуковых колебаний, а также звуковым давлением.

Рассмотрим процесс распространения звуковой волны в воздухе. Смещение молекул воздуха в направлении  $x$  можно описать уравнением:

$$y = A \sin(2\pi x / \Lambda), \quad (6.1)$$

где  $A$  – амплитуда звуковой волны (максимальное смещение молекул);  $\Lambda$  – длина звуковой волны.

Смещение молекул воздуха в момент времени  $t$  определяется как:

$$y = A \sin\left[\frac{2\pi}{\Lambda} (\nu t - x)\right], \quad (6.2)$$

где  $\nu$  – скорость распространения звуковой волны.

Зависимость смещения молекул воздуха от расстояния до источника звука приведена на рис. 6.2. Скорость распространения звуковой волны  $\nu$  зависит от среды (табл. 6.1).

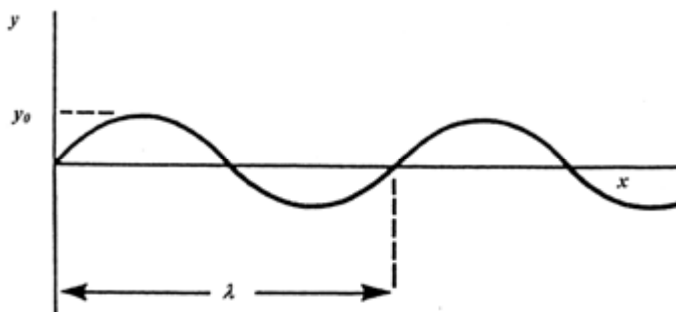


Рис. 6.2. Зависимость смещения молекул воздуха от расстояния до источника звука

#### 6.1. – Основные акустические параметры воздуха и воды

Вещество	Плотность $\rho$ , кг $\cdot$ м $^{-3}$	Скорость звука $\nu$ , м $\cdot$ с $^{-1}$	Удельное волновое сопротивление $\rho\nu$ , кг $\cdot$ м $^{-2}$ $\cdot$ с $^{-1}$
Воздух	1,29	$0,331 \cdot 10^3$	427
Вода	$1 \cdot 10^3$	$1,497 \cdot 10^3$	$1,497 \cdot 10^6$

Используя соотношение:

$$\Lambda = \nu \cdot T, \quad (6.3)$$

уравнение (6.2) можно переписать как:

$$y = A_x \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\Lambda}\right) = A_x \sin 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{\nu}\right) = A_x \sin \Omega\left(t - \frac{x}{\nu}\right), \quad (6.4)$$

где  $A_x$  – максимальное смещение молекул среды, в которой распространяется звуковая волна;  $T$  – период колебаний;  $x$  – расстояние, измеряемое вдоль направления распространения волны;  $\Lambda$  – длина звуковой волны;  $\nu$  – скорость распространения звуковой волны;  $t$  – время;  $\nu$  – частота звуковой волны;  $\Omega$  – круговая частота звуковой волны\*.

Последнее уравнение описывает распространение *бегающей* звуковой волны, которая представляет собой возмущение среды, переносящее энергию в пространстве.

*Энергия звуковых колебаний*  $E$  состоит из кинетической энергии  $E_k$  колеблющихся молекул и потенциальной энергии  $E_n$  молекул, смещенных относительно положения равновесия.

*Кинетическая энергия*  $E_k$  одной молекулы определится как:

$$E_k = \frac{1}{2} m \nu^2, \quad (6.5)$$

где  $m$  – масса молекулы;  $\nu$  – мгновенная скорость.

С учетом того, что  $\nu = \frac{dy}{dt}$ , можно получить такое уравнение:

$$E_k = 2\pi^2 m A^2 \cdot \nu^2 \left[ \cos 2\pi\nu \left( t - \frac{x}{\nu} \right) \right]^2. \quad (6.6)$$

Максимального значения кинетическая энергия достигнет, если  $\cos 2\pi\nu \left( t - \frac{x}{\nu} \right) = 1$ , то-есть:

$$E_{k_{max}} = 2\pi^2 m A^2 \nu^2 = \frac{1}{2} \Omega^2 m A^2. \quad (6.7)$$

Во время максимального смещения молекулы от состояния равновесия скорость движения молекулы и кинетическая энергия будут равны нулю, а максимальное значение потенциальной энергии одной молекулы определится как:

$$E_n = 2\pi^2 m A^2 \nu^2. \quad (6.8)$$

---

\* В литературных источниках по акустике используют специальные символы:  $\Omega$  – частота;  $\Lambda$  – длина звуковой волны.

Полная энергия, переносимая звуковой волной, определится как:

$$E_{max} = 2\pi^2 \rho v^2 A^2 V, \quad (6.9)$$

где  $\rho$  – плотность среды, в которой распространяется звуковая волна.

Объемная плотность энергии, то-есть полная энергия единицы объема среды, в которой распространяется звуковая волна, равна:

$$E_{max} / V = 2\pi^2 \rho v^2 A^2 = \frac{1}{2} \Omega^2 \rho A^2, \quad (6.10)$$

где  $V$  – объем.

Мощность звуковой волны (акустическая мощность)  $P$  определяется как энергия  $E_{max}$ , переносимая звуковой волной за единицу времени  $t$ :

$$P = E_{max} / t. \quad (6.11)$$

Интенсивность  $I$  звуковой волны – это отношение мощности звуковой волны к единице площади  $S$ , через которую переносится энергия звуковой волной и которая перпендикулярна направлению распространения этой волны:

$$I = \frac{P}{S} = E_{max} / St. \quad (6.12)$$

Если допустить, что точечный источник звука создает сферическую волну, то ее интенсивность  $I$  на расстоянии  $r$  от источника определится таким выражением:

$$I = P / (4\pi r^2). \quad (6.13)$$

Интенсивность звука связана с амплитудой  $A$  максимального смещения соотношением:

$$I = (E_{max} / V) v = 2\pi^2 \rho v^2 A^2 v = \frac{1}{2} \Omega^2 \rho A^2 v. \quad (6.14)$$

Звуковым (или акустическим) давлением  $p_a$  называют дополнительное давление (избыточное над средним давлением окружающей среды), которое образуется в участках сгущения частиц в акустической волне:

$$p_a = \Omega \rho v A, \quad (6.15)$$

где  $\Omega$  – круговая частота;  $A$  – амплитуда смещения колеблющихся частиц;  $\rho v$  – удельное волновое сопротивление среды.

Звуковое давление связано с интенсивностью волны:

$$I = p_a^2 / 2\rho v. \quad (6.16)$$

## 6.2.2. Уровень интенсивности звуковых колебаний

Диапазон интенсивностей звуковых колебаний, которые в состоянии регистрировать человек, изменяется от минимального значения, соответствующего порогу слуховой чувствительности человека ( $I_0 \cong 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>), до максимального, который соответствует порогу болевых ощущений ( $I \cong 1$  Вт/м<sup>2</sup>). Поэтому целесообразно использовать логарифмическую шкалу оценки интенсивностей звуковых колебаний.

Уровень интенсивности звука  $L$  оценивают как:

$$L = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right), \quad (6.17)$$

где  $I$  – интенсивность звуковой волны, которая оценивается;  $I_0$  – минимальная интенсивность.

Здесь  $L$  измеряется в децибелах (дБ). Типичные значения уровня интенсивности звука приведены в табл. 6.2.

### 6.2. – Типичные значения уровня интенсивности звука

Источник звука	Уровень интенсивности, дБ
Повреждение барабанной перепонки	160
Порог болевых ощущений	120
Выстрел из ружья	100
Городская улица	75
Разговор	55
Жужжание комара	40
Шепот	30
Шелест листьев	10
Порог слуховой чувствительности	0

#### Контрольное задание

Определить интенсивность звука, вызывающие болевые ощущения, используя данные табл. 6.2.

*Ответ:* 1 Вт/м<sup>2</sup>.

## 6.2.3. Субъективные характеристики звуковых волн

Звук, который является объектом звуковых впечатлений, оценивается живым организмом субъективно.

*Высота звука* соответствует качеству звука, определяемому человеком субъективно на слух и зависящему в основном от частоты звуковых колебаний. С возрастанием частоты высота звука увеличивается и наоборот. Значительно в меньшей степени высота звука зависит от интенсивности и состава звука.

*Громкость звука* – это величина, характеризующая слуховые

ощущения для данного звука. Она зависит от интенсивности звука, акустического давления, частоты и формы звуковых колебаний.

*Тембр звука* определяется спектральным составом звука, то-есть интенсивностью и частотой обертонов относительно основного тона.

### 6.2.4. Резонансные явления

Рассмотрим звуковую волну, распространяющуюся со скоростью  $v$  в ограниченном пространстве (например, вдоль трубы). За счет отражения волны от закрытого конца трубы создаются условия для распространения волн одинаковой амплитуды в противоположных направлениях. На конце трубы частицы среды не способны двигаться в продольном направлении; здесь смещение частиц равно нулю. Точки, где смещения частиц равно нулю, соответствуют узлам, а зоны максимального смещения, которые образуются за счет взаимодействия волн, распространяющихся в противоположных направлениях, соответствуют пучностям (см. раздел 5.8). Результирующая волна, образующаяся в такой замкнутой пространственной системе за счет взаимодействия двух бегущих волн, представляет собой стоячую волну.

Если труба длиной  $L$  заполнена воздухом, зависимо от того, какие концы трубы закрыты или открыты, могут создаваться определенные условия для возникновения резонанса (рис. 6.3). Резонансные частоты при этом определяются как:

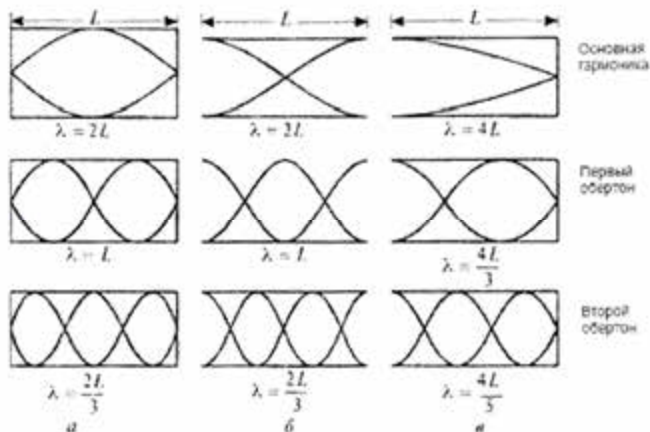


Рис. 6.3. Стоячие волны в трубе: а – закрытой с обоих концов; б – открытой с обоих концов; в – закрытой с одного конца

1) для трубы, закрытой с обоих концов:

$$v = \frac{(n+1)v}{2L}; \quad (6.18)$$

2) для трубы, открытой с обоих концов:

$$v = \frac{(n+1)v}{2L}; \quad (6.19)$$

3) для трубы, закрытой с одного конца:

$$v = \frac{(2n+1)v}{4L}. \quad (6.20)$$

Частота, которая соответствует максимальной длине волны, вызывающей резонанс в трубе, называется *основной*; более высокие резонансные частоты называются *обертнами*.

### 6.2.5. Эффект Доплера

*Эффект Доплера* заключается в изменении частоты колебаний или длины волны, воспринимаемой наблюдателем, во время относительного движения источника колебаний и наблюдателя.

Если источник звука и наблюдатель движутся навстречу друг другу, частота, воспринимаемая наблюдателем, превышает частоту источника звука.

Если источник звука и наблюдатель отдаляются один от другого, наблюдатель воспринимает частоту звука меньшую, чем частота источника звука.

Если наблюдатель и источник звука неподвижны друг относительно друга, имеет место соотношение:

$$\Lambda = \frac{v}{\Omega}, \quad (6.21)$$

где  $\Lambda$  – длина, а  $\Omega$  – частота звуковой волны;  $v$  – скорость распространения звука.

Если наблюдатель приближается к источнику звука, скорость распространения звука относительно наблюдателя составляет  $v' = v + v_0$ , тогда как длина звуковой волны не изменяется. Таким образом, частота, воспринимаемая наблюдателем, увеличивается:

$$\Omega' = \frac{v' + v_0}{\Lambda} \quad (6.22)$$

С учетом выражения (6.21) можно записать выражение для частоты звуковой волны в случае приближения наблюдателя к источнику звука:

$$\Omega' = \Omega \left(1 + \frac{v_0}{v}\right). \quad (6.23)$$

Аналогично, если наблюдатель отдаляется от источника звука, скорость распространения звука относительно наблюдателя составляет  $v' = v - v_0$ , а частота, воспринимаемая наблюдателем, уменьшается:

$$\Omega' = \Omega \left(1 - \frac{v_0}{v}\right). \quad (6.24)$$

В общем случае, если наблюдатель движется со скоростью  $v_0$  относительно неподвижного источника звука, частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определится выражением:

$$\Omega' = \Omega \left(1 \pm \frac{v_0}{v}\right), \quad (6.25)$$

где знак “+” соответствует приближению наблюдателя к источнику звука, а “-” – удалению наблюдателя от источника звука.

Рассмотрим случай, когда источник звука движется, а наблюдатель – неподвижный. Если источник звука приближается к наблюдателю, длина звуковой волны уменьшается:

$$\Lambda' = \Lambda - \Delta\Lambda = \Lambda - \frac{v_D}{\Omega}. \quad (6.26)$$

Частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определится как:

$$\Omega' = \frac{v}{\Lambda'} = \frac{v}{\Lambda - \frac{v_D}{\Omega}}. \quad (6.27)$$

Откуда:

$$\Omega' = \Omega \left( \frac{1}{1 - \frac{v_D}{v}} \right). \quad (6.28)$$

Таким образом, воспринимаемая частота увеличивается относительно частоты источника звука.

Аналогично, если источник звука удаляется от наблюдателя, частота звука, воспринимаемая наблюдателем, уменьшается в соответствии с выражением:

$$\Omega' = \Omega \left( \frac{1}{1 + \frac{v_D}{v}} \right). \quad (6.29)$$

В общем случае, если источник звука движется со скоростью  $v_D$  относительно неподвижного наблюдателя, частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется выражением:

$$\Omega' = \Omega \left( \frac{1}{1 \pm \frac{v_D}{v}} \right). \quad (6.30)$$

Наконец, если и источник звука, и наблюдатель движутся один относительно другого, выражение для частоты воспринимаемого звука имеет вид:

$$\Omega' = \Omega \left( \frac{v \pm v_0}{v \pm v_D} \right). \quad (6.31)$$



### **Христиан ДОППЛЕР (1803–1853)**

Австрийский математик и физик, который выявил изменение частоты колебаний или длины волны, воспринимаемых наблюдателем во время относительного движения источника колебаний и наблюдателя. Возглавлял Институт экспериментальной физики в университете Вены в 1850 году.

#### **Пример**

Определить частоту ультразвуковой волны, воспринимаемой насекомым во время приближения к нему летучей мыши со скоростью 5 м/с. Частота ультразвуковой волны, генерируемой мышью, равна 60 кГц.

#### **Решение**

Частоту ультразвуковой волны, воспринимаемую насекомым, можно найти из выражения:

$$v_a = \frac{v}{v - v_a} \nu = \frac{340}{340 - 5} \cdot 60 \cdot 10^3 = 60,9 \text{ кГц.}$$

#### **Контрольное задание**

Определить частоту звуковой волны, отраженной насекомым и воспринятой летучей мышью, используя данные предыдущей задачи.

*Ответ:* 61,8 кГц.

### 6.2.6. Падение звуковой волны на границу раздела двух сред

В случае распространения звука через границу раздела двух сред отношение интенсивностей звуковой волны, прошедшей через границу, к падающей определяется выражением:

$$I_t/I_i = 4\rho_1 v_1 \rho_2 v_2 / (\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)^2, \quad (6.32)$$

а отношение интенсивностей отраженной от границы волны к падающей определяется как:

$$I_r/I_i = [(\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1) / (\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)]^2, \quad (6.33)$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотность сред;  $v_1$  и  $v_2$  – скорость распространения звука в обеих средах. Произведение  $\rho v$  называется удельным *волновым сопротивлением*.

#### Пример

Показать, что на границе раздела “воздух–вода” только 0,1% падающей энергии проходит границу. Здесь:  $\rho_{\text{возд}} = 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ;  $\rho_{\text{воды}} = 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ;  $v_{\text{возд}} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ мс}^{-1}$ ;  $v_{\text{воды}} = 15 \cdot 10^2 \text{ мс}^{-1}$ .

#### Решение

Подставим в уравнение (6.32) числовые данные:

$$I_t / I_i = \frac{4 \cdot 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 15 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}}{1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} + 10^3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-3} \cdot 15 \cdot 10^2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}}^2 = 1 \cdot 10^{-3} = 0,1\%.$$

#### Контрольное задание

Используя данные табл. 6.1, определить коэффициент отражения (отношение отраженной волны к падающей) в процессе перехода звуковой волны из воздуха в воду.

*Ответ:* 99,94%.

### 6.2.7. Физические процессы, сопровождающие распространение звука в окружающей среде

Среди основных процессов, характеризующих взаимодействие звуковых волн с окружающей средой, следует отметить поглощение, ослабление, отражение, преломление, дифракцию, рассеивание.

*Ослабление звука* сопровождается изменением звукового давления при увеличении расстояния до источника звука. В зависимости от структуры звукового излучателя животного ослабление звука в случае увеличения расстояния в 2 раза составляет 6–12 дБ.

*Отражение звука* имеет место, когда размеры окружающих поверхностей существенно превышают длину звуковой волны и когда размеры неровности поверхности меньше, чем длина звуковой волны. Процесс отражения звука реализуется на границах раздела “воздух–земля”, “воздух–вода”, а также между слоями воздуха с разными уровнями температуры или влажности. Во время образования звуков животными может происходить взаимодействие

звуковых волн, одна из которых распространяется непосредственно между излучателем и приемником, а другая – отражается от поверхности земли (рис. 6.4). При интерференции эти две волны компенсируют друг друга за счет того, что отраженная волна изменяет свою фазу. Для предотвращения процесса интерференции животное должно подниматься над земной поверхностью. Например, сверчки способны слышать друг друга на расстоянии нескольких метров на поверхности земли; это расстояние увеличивается до 50 м, если насекомые поднимаются над поверхностью.

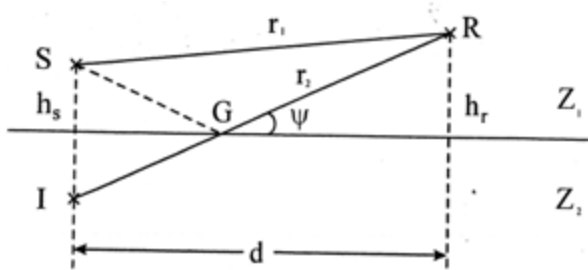


Рис. 6.4. Процесс интерференции звуковых волн:  $S$  – источник звука;  $R$  – приемник звука;  $h_s$  – высота расположения источника звука;  $h_r$  – высота расположения приемника звука;  $Z_1$  – воздух;  $Z_2$  – земля;  $r_1$  – расстояние, которое проходит звуковая волна в воздухе;  $r_2$  – расстояние, которое проходит звуковая волна до и после отражения от земной поверхности;  $d$  – расстояние между источником и приемником звука;  $\psi$  – угол отражения;  $G$  – точка падения звуковой волны на земную поверхность.

*Поглощение звука* связано с переходом звуковой энергии в тепловую и распространением в другие среды. В воздухе и воде в большей степени затухают высокочастотные звуковые сигналы; кроме того, на поглощение звука влияют температура и влажность воздуха.

*Преломление звука* осуществляется при резких и постепенных изменениях скорости распространения звуковой волны, которые зависят от температуры и плотности среды. В солнечный день температура уменьшается с расстоянием от земной поверхности, так же как и скорость распространения звука. Это обуславливает преломление звуковой волны вверх. Ночью ситуация изменяется и звук “находит” каналы распространения вдоль земной поверхности.

*Дифракция или рассеяние звука* связаны с изменением направления распространения звуковой волны во время ее взаимодействия с объектами. Если размеры объекта соразмерны длине волны, происходит

огибание объекта (дифракция) или изменение траектории распространения волны (рассеяние). Также процессы происходят во время распространения звука через растительные покровы.

### 6.3. УЛЬТРАЗВУК И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Упругие волны с частотами от  $2 \cdot 10^4$  Гц до  $10^9$  Гц называются *ультразвуком*. К основным особенностям ультразвука относится его способность распространяться по прямой, что дает возможность рассматривать этот процесс с позиций геометрической акустики (отражение, преломление, фокусирование). Кроме того, поскольку плотность потока энергии пропорциональна квадрату частоты, ультразвуковые волны характеризуются большой энергией.

#### 6.3.1. Генерация ультразвука

Для излучения ультразвуковых колебаний используют преобразователи, которые в основном используют:

1) *пьезоэлектрический эффект* – явление изменения поляризации некоторых диэлектрических кристаллов (*пьезоэлектриков*) во время механической деформации (сжатия или растяжения в определенных направлениях) даже при отсутствии электрического поля (*прямой пьезоэлектрический эффект*); результатом прямого пьезоэлектрического эффекта является *обратный пьезоэлектрический эффект* – появление механической деформации под действием электрического поля. Именно обратный пьезоэлектрический эффект используют для генерации ультразвука. Если пластину пьезоэлектрика (*сегнетоэлектрика*) разместить между электродами, к которым приложено напряжение, то в пластине возникнут вынужденные колебания. При совпадении частоты собственных колебаний пластины с частотой переменного напряжения возникает резонанс, сопровождающийся увеличением интенсивности ультразвуковой волны, которая излучается.

2) *магнитострикцию* – изменение формы и размеров кристаллических тел (*ферромагнетиков*) вследствие его намагничивания. Если ферромагнитный стержень поместить в магнитное поле, которое изменяется с высокой частотой, то этот стержень примет участие в продольных механических колебаниях с такую же частотой; он будет источником ультразвуковых волн.

### 6.3.2. Поглощение и глубина проникновения ультразвука

Представим однородный ультразвуковой луч цилиндрической формы, проходящий через ткань. Интенсивность такого излучения уменьшается с глубиной по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-2\alpha x}, \quad (6.34)$$

где  $I$  – интенсивность ультразвукового излучения в точке  $x$ ;  $I_0$  – начальная интенсивность;  $\alpha$  – коэффициент затухания.

Отметим, что величина  $x_{max}=1/\alpha$  характеризует глубину проникновения ультразвука в вещество.

Типичные значения коэффициента затухания  $\alpha$  и глубины проникновения ультразвука  $1/\alpha$  приведены в табл.6.3.

#### 6.3. – Коэффициент затухания ультразвука и глубина проникновения ультразвука ( $\nu = 10^6$ Гц) в некоторых веществах

Вещество	$\alpha$ , см <sup>-1</sup>	$x_{max}=1/\alpha$ , см
Вода	0,0003	3000
Плазма крови	0,007	130
Кровь	0,02	50
Скелетная мышца	0,20–0,25	4–5
Печень	0,17	6
Почки	0,22	5
Жировая ткань	0,13	8

#### Пример

Определить толщину жировой ткани свиньи, которая бы в два раза ослабила интенсивность ультразвуковой волны с частотой  $10^6$  Гц.

#### Решение

Используя уравнение (6.34), получим:  $I_0/I_x = e^{2\alpha x} = 2$ .

Логарифмируем последнее выражение:  $2\alpha x = \ln 2$ .

Отсюда:  $x = \frac{\ln 2}{2\alpha}$ .

Используя данные табл. 6.3, получим:  $x = \frac{0,693}{2 \cdot 0,13 \text{ см}^{-1}} = 2,7 \text{ см}$ .

В случае возбуждения ультразвуковой волны в веществе с помощью дискового преобразователя распределение интенсивности ультразвука в веществе характеризуется цилиндрической частью, длина которой  $x_{max}$ , и конусообразной частью с углом расходимости  $\beta$  (рис.6.5).

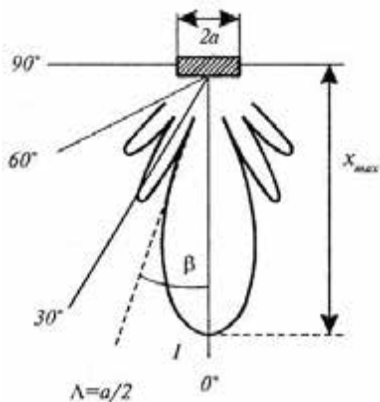


Рис. 6.5. Глубина проникновения и расходимость ультразвуковой волны в ткани

Глубина  $x_{max}$  проникновения ультразвуковой волны в ткань оценивается как:

$$x_{max} \cong a^2/\Lambda, \quad (6.35)$$

где  $a$  – радиус ультразвукового преобразователя;  $\Lambda$  – длина ультразвуковой волны.

#### Пример

Оценить глубину проникновения ультразвуковой волны в кровь, если диаметр ультразвукового преобразователя равен 2 см, а частота ультразвуковых колебаний – 1 МГц.

#### Решение

Длину ультразвуковой волны можно определить с помощью выражения:

$$\Lambda = \frac{v}{\nu},$$

где  $v = 1,5 \cdot 10^3$  м/с – скорость распространения ультразвука;  $\nu$  – частота.

Таким образом:

$$\Lambda = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}}{10^6 \text{ с}^{-1}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Подставляя числовые значения в уравнение (6.35), получим:

$$x_{max} = (d/2)^2/\Lambda = \left(\frac{0,02}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 0,067 \text{ м}.$$

#### Контрольное задание

Определить  $x_{max}$  по условию предыдущей задачи, если  $\nu = 20$  кГц.

Ответ:  $1,33 \cdot 10^{-3}$  м.

### 6.3.3. Расходимость ультразвуковой волны в среде

Расходимость  $\beta$  ультразвуковой волны в среде определяют по формуле:

$$\sin\beta = 0,61\Lambda/a, \quad (6.36)$$

где  $\Lambda$  – длина волны ультразвука;  $a$  – радиус преобразователя.

Глубина проникновения и расходимость ультразвуковой волны в

среде зависит от частоты (длины волны) ультразвукового сигнала (табл. 6.4).

**6.4.– Зависимость глубины проникновения и расходимости ультразвуковой волны в среде, возбуждаемой преобразователем диаметром 0,8 см, от частоты (длины волны) ультразвукового сигнала**

Частота, МГц	Длина волны $\lambda$ , см	Глубина проникновения $x_{max}$ , см	Расходимость $\beta$ , град.
1	0,15	2,4	8,8
2,5	0,06	6	3,5
5	0,03	12	1,75

**Пример**

Определить расходимость ультразвуковой волны частотой 2 МГц, которая возбуждается в ткани преобразователем диаметром 0,8 см, если скорость распространения ультразвука в мышечной ткани равна  $1,568 \cdot 10^3$  м/с.

**Решение**

Длина ультразвуковой волны определяется из выражения  $\lambda = \frac{v}{\nu}$ . Подставляем числовые данные:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 1,568 \cdot 10^3 \text{ (м/с)} / 2 \cdot 10^6 \text{ (1/с)} = 0,784 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Расходимость ультразвуковой волны можно найти из уравнения (6.36):

$$\sin \beta = 0,61 \cdot 10^{-3} \text{ м} / 0,004 \text{ м} = 0,1196.$$

Отсюда  $\beta = 6,87^\circ$ .

**Контрольное задание**

Определить, насколько изменится расходимость ультразвуковой волны, если в условиях предыдущей задачи частота увеличится до  $4 \cdot 10^6$  Гц.

**Ответ:**  $\beta = 3,43^\circ$ .

## 6.4. ИНФРАЗВУК

*Инфразвук* – это упругие волны с частотами меньшими, чем области частот, воспринимаемых человеком. Диапазон инфразвуковых колебаний составляет от 16–25 Гц до 0,01 Гц. Инфразвуковые волны характеризуются высокой интенсивностью, способностью распространяться вдоль земной поверхности на большие расстояния без потерь. В природе источниками инфразвука являются растения и деревья, которые колеблются, микросейсмические колебания земной поверхности, землетрясения, ураганы, вулканические извержения, штормы, грозовые разряды, цунами, водопады, отрывы ледников и айсбергов, приливы и отливы. В индустриальном обществе к источникам инфразвука принадлежат автомобильные, корабельные, авиационные и ракетные двигатели, сельскохозяйственные механизмы. Биение сердца, колебания

легких, работа кишечника, вибрации голосовых связок – все это сопровождается генерацией инфразвука. Инфразвуковые колебания с уровнем интенсивности < 120 дБ считаются умеренными, свыше – интенсивными.

## 6.5. ШУМ

Существует несколько определений термина *шум*. Первое определение: шум представляет собой звуковые колебания, интенсивность и частота которых изменяются неожиданно и аperiodично. В соответствии с другим определением, шум – это звук, который накладывается на другой звук и взаимодействует с ним, образуя нежеланный для нашего слуха звук. В третьем понимании шум – это любой звук, который мешает человеку. Например, звуки музыки являются полезными звуками для музыканта и шумом во втором понимании для людей, которые разговаривают, или шумом в третьем понимании для человека, который хочет заснуть.

### 6.5.1. Распределение шума по интенсивности

Диапазон интенсивности звуков, окружающих нас, очень большой. Минимальный по интенсивности звук (например, жужжание пчелы, шелест листьев) составляет  $I_{мин} = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>, тогда как максимальный (например, рев двигателя реактивного самолета) равен  $I_{макс} = 10$  Вт/м<sup>2</sup>. Итак, диапазон интенсивности возможных звуков варьирует в пределах 13 порядков.

Шум может быть бытовым, производственным, промышленным, транспортным, авиационным. Типичные значения уровней интенсивности звука приведены в табл.6.5. Рекомендованные нормы шума в помещениях и на территориях составляют: 30–35 дБ – на территориях заповедников; 34– 37 дБ в спальнях помещений (дома, больницы, квартиры); 56–66 дБ – в помещениях магазинов, заводов и т.д.

#### 6.5. – Типичные значения уровней интенсивности звука

Источник шума	Уровень интенсивности звука, дБ
Шум, при котором можно спать	35
Стиральная машина	50–75
Пылесос	60–85
Громкий разговор	80
Автомобильный сигнал на расстоянии 6 км	90
Электрическая дрель	95
Дискотека	110
Рок-концерт	110–120
Реактивный самолет	140–150
Запуск космической ракеты	180

### 6.5.2. Суммарный шум

Если действуют два или больше нескоррелированных источников шума, суммарный шум описывается выражением:

$$L_{\text{сум}} = 10 \lg \sum_{i=1}^N 10^{L_i/10}, \quad (6.37)$$

где  $L_i$  – уровень интенсивности звука каждого источника;  $N$  – количество источников.

#### Пример

Отдельные вклады в шум пяти машин составили: 85, 88, 80, 70 и 95 дБ. Определить суммарный шум, который ощущается в месте расположения машин.

#### Решение

Используя уравнение (6.37), получим:

$$L_{\text{сум}} = 10 \lg (10^{85/10} + 10^{88/10} + 10^{80/10} + 10^{70/10} + 10^{95/10}) = 96,25 \text{ дБ.}$$

### 6.5.3. Распределение шума по частоте

Интенсивность звуков, окружающих нас, также зависит от частоты. Если средняя мощность (сумма интенсивностей всех гармоник, составляющих шум) является постоянной величиной в определенном частотном диапазоне, то такой шум называют *белым*. В этом случае шум содержит все звуковые частоты. Если шум в основном состоит из высокочастотных звуковых колебаний, его называют *фиолетовым* (по аналогии со световыми колебаниями); если преобладают низкочастотные колебания, шум называют *розовым*. Шум, который в данном частотном диапазоне воспринимается как звук одинаковой громкости, называют *серым*. Если частотный спектр шума находится на нулевом уровне, кроме узкого участка спектра, такой шум называется *черным*. Спектральная плотность мощности шума распределена по закону  $1/f^\beta$ . Так, для белого шума  $\beta = 0$ , для розового и голубого  $\beta = 1$ , для коричневого и фиолетового  $\beta = 2$ , для черного  $\beta > 2$ . Белый шум содержит все звуковые частоты в равных пропорциях: например, частотный диапазон 40–60 Гц имеет такую же мощность, как и диапазон 4000–4020 Гц. В коричневом шуме преобладают низкочастотные компоненты. В розовом шуме также больше низкочастотных составляющих, но на долю других спектральных компонентов приходится существенно больше энергии, чем у коричневого шума. Частотный спектр розового шума плоский в логарифмическом масштабе: он содержит одинаковую мощность в диапазонах 40–60 Гц и 4000–6000 Гц. Спектры шумов разных цветов приведены на рис. 6.6.

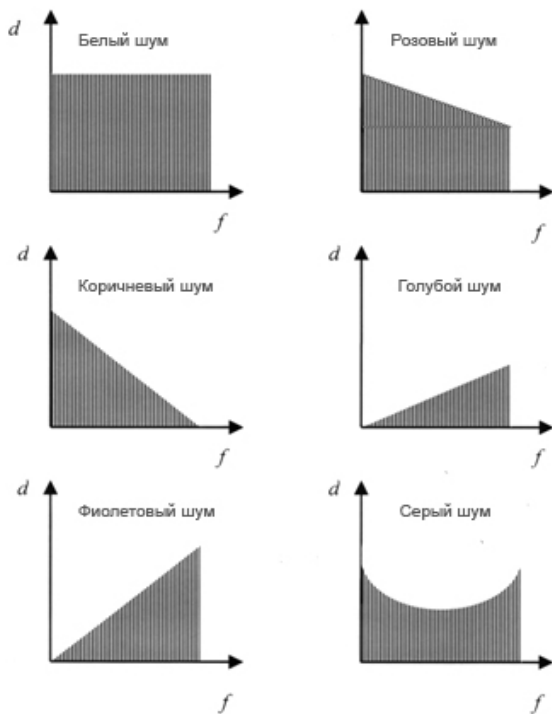


Рис. 6.6. Спектры шумов разных цветов

#### 6.5.4. Шумовое загрязнение

*Шумовое загрязнение* окружающей среды представляет большую угрозу здоровью человека. На протяжении дня обитатели больших городов вынуждены терпеть шумовые перегрузки на уровне 65–70 дБ и более. Существует прямая связь между интоксикацией шумом и сердечными заболеваниями. В зонах крупных аэропортов, где уровень шумов достигает 100 дБ, увеличивается продажа снотворных лекарств, а дети этих районов хуже осваивают учебный материал. Шум величиной 90 дБ вызывает разнообразные физиологические нарушения. Верхняя граница для человека составляет 140 дБ, при 160–170 дБ происходит повреждение барабанной перепонки уха человека. Кроме того, шум может быть причиной разрушения органа Корти, ибо наиболее уязвимыми из всех элементов слухового

анализатора действию шума высокой интенсивности являются волосковые клетки внутреннего уха. Причем, если волосковые клетки подвергаются серьезному повреждению, они уже не в состоянии восстанавливать свои функции и быть замещенными другими клетками. Следствием этого может быть частичная или полная утрата слуха.

### **6.5.5. Измерение уровней шума**

Для определения уровней шума используют шумомеры и анализаторы шума. Принцип действия шумомера заключается в преобразовании микрофоном звукового давления в электрический сигнал. Этот сигнал усиливается и калибруется. Типичный диапазон уровней интенсивности, оцениваемых шумомером, составляют 30–140 дБ. Рассмотрим основные конструкции микрофонов, предназначенных для измерения шумов.

*Конденсаторный микрофон* состоит из двух пластин, одна из которых занимает фиксированное положение, а другая является диафрагмой. Под влиянием звуковой волны диафрагма изгибается, расстояние между пластинами и емкость конденсатора соответственно изменяются, что обуславливает изменение электрического сигнала в системе регистрации.

*Пьезоэлектрический микрофон* также содержит диафрагму, но она связана с пьезокристаллом, который под действием звуковой волны преобразовывает механические колебания диафрагмы в электрический сигнал.

*Электретный микрофон* основывается на использовании электрета – диэлектрика, сберегающего в течение длительного времени поляризованное состояние после снятия внешнего воздействия, вызывающего поляризацию. Таким электретом в данной конструкции микрофона является полимерная пленка, соединенная с металлизированным электродом, который образует с фиксированным электродом конденсатор. Под влиянием звуковой волны величина заряда на пластинах конденсатора за счет электретного эффекта изменяется, что приводит к соответствующему изменению электрического сигнала.

*Анализаторы частоты шума*, работающие в режиме реального времени или использующие быстрое Фурье-преобразование, позволяют оценить шумовой сигнал на каждой частоте одновременно. Результаты анализа выводятся на дисплей и демонстрируют зависимость уровня интенсивности звука от частоты.

## 6.6. ОСНОВЫ БИОЛОГИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

Раздел биофизики, изучающий процессы образования звуков человеком и животными, звуковую сигнализацию и общение животных (биокоммуникацию) в природе, их ориентацию в пространстве с помощью эхолокаторов, называется *биоакустикой*.

### 6.6.1. Образование звуков животными

*Млекопитающие.* Первичным источником звуковых колебаний у высокоразвитых животных является гортань и связанные с ней голосовые связки, эластичные волокна которых могут вибрировать. Звуковые волны могут образовываться за счет действия колебательных структур, которые у животных характеризуются определенными размерами и частотным диапазоном мышечных сокращений. Большинство мышц животных, несмотря на их разнообразие, не в состоянии колебаться с частотой, превышающей  $10^3$  Гц. У млекопитающих звуки образуются верхней гортанью, представляющую собой хрящевую трубку. Воздух, проходящий через эту трубку, заставляет колебаться голосовые связки, расположенные в верхней части гортани. В зависимости от анатомических особенностей голосового аппарата животного осуществляются колебания разной интенсивности, частоты, тембра, временных интервалов. От этих характеристик зависят звуки, издаваемые животными: ржание, мычание, хрюканье, блеяние.

*Птицы.* В гортани, которая преобразует кинетическую энергию движущегося воздуха в энергию звуковой волны, находятся две голосовые мембраны – во время прохождения воздуха между мембранами с большой скоростью статическое давление в соответствии с законом Бернулли уменьшается и мембраны сходятся; отверстие закрывается, скорость движения воздуха уменьшается и статическое давление увеличивается. Процесс повторяется, вследствие чего возникают звуковые сигналы, частота которых у птиц находится в диапазоне от 200 Гц до 12 кГц.

*Рыбы.* Механизмы образования звуков рыбами различные – звуки могут возникать за счет стридуляции – взаимного трения разных частей тела, например, составляющих частей ротового аппарата в процессе кормления; гидродинамического действия – образования звуков во время плавания; взаимодействия специализированных мышц с плавательным пузырем. Спектральная

область звуковых колебаний рыб составляет от 20–50 Гц до 10–12 кГц.

*Насекомые.* Многие животные имеют настолько малые размеры, что процесс образования звуков за счет только мышечных волокон оказывается крайне неэффективным. Разрешить эту проблему можно лишь за счет увеличения частоты звукового сигнала, что и осуществляется в стридуляционном аппарате насекомого. Несмотря на различные анатомические особенности стридуляционных аппаратов, принципы их действия почти одинаковые. Стрекотальный кантик, расположенный в одном участке аппарата, движется вдоль стрекотальной жилки, которая имеет периодическую структуру. Размеры элементов этой структуры составляют около нескольких микрометров. В течение каждого мышечного сокращения кантик задевает сотни элементов жилки, создавая при этом звуки высокой частоты.

### **6.6.2. Акустическая коммуникация животных**

Акустические сигналы, образуемые птицами, отличаются интенсивностью, частотой и временными интервалами. Их можно поделить на две основные группы – *призывы* и *пение*. Призыв можно представить как элемент более сложного акустического сигнала – пения. Зависимость частоты и интенсивности звуковых сигналов, создаваемых птицами, от времени называют *сонограммами*.

Призывы птиц отличаются содержанием. Они используются для обозначения территории и отпугивания других самцов – представителей этого вида. Если птица в неволе, она создает сигналы опасности. Призывы предназначены также для установления контакта с родственными видами; их используют во время холодной погоды, чтобы собрать представителей этого вида для совместного сна; определенные звуки являются сигналами кормления птенцов, которые заставляют последних открыть клюв, тогда как другие приывают птенцов ко сну. Кроме того, птичьи призывы используются для наведения птенцов на кормушку, в процессе насиживания, для узнавания птенцов (если они проживают в колониях), во время миграции и т.д.

Пение птиц выполняет двойную функцию. Во-первых, оно информирует о собственности на определенную территорию и предупреждает нежелательных визитеров. Во-вторых, пение предназначено для привлечения внимания полового партнера с целью ухаживания и спаривания. У некоторых видов птиц вокальный

дуэт помогает установить тесный контакт между членами пары и синхронизировать взаимное поведение во времени.

Акустические сигналы рыб делятся на пищевые, нерестовые, агрессивно оборонные, групповые и связаны с заботой о потомстве. Стридуляционные звуки напоминают скрежет и скрип; они состоят из низкочастотных сигналов (20 Гц–5 кГц), образующихся за счет движения плавников и тела рыбы, и высокочастотных звуков, обуславливаемых движением внутренних органов. Звуки, возникающих во время взаимодействия мышц с плавательным пузырем, занимают область 40 Гц–2,5 кГц и представляют собой серию импульсов.

Пчелы создают звуки, обуславливаемые деятельностью крыльчатых пластин и торакса. Спектр звуков пчелы занимает область 8–12 кГц. Звуковые сигналы, создаваемые пчелами, используются для передачи другим пчелам информации об обнаружении корма; интенсивность, частота и продолжительность звуковых посланий зависят от уровня вентиляции, времени года, температуры, наличия корма, расстояния до кормушки.

### 6.6.3. Ультразвук в животном мире

Летучие мыши способны излучать ультразвуковые колебания в виде коротких импульсов; частота колебаний варьирует от 14 до 100 кГц. В процессе поисков добычи летучие мыши генерируют ультразвук с частотой 10–20 импульсов/с; после обнаружения жертвы частота увеличивается до 200 импульсов/с. Причем, во время генерации ультразвуку уши зверька закрываются; после окончания сигнала уши открываются и летучая мышь в состоянии воспринимать отраженный от объекта охоты сигнал и идентифицировать его размеры, форму и текстуру. Эхолокация используется летучими мышами и некоторыми птицами (*Steatornis caripensis*, стрижами из рода *Aerodramus*), селящихся в затемненных пещерах, для навигации.

Дельфины, морские свинки, киты используют высокочастотные звуковые и ультразвуковые колебания для биокommunikации в мутных или непрозрачных средах.

## 6.7. ВЛИЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ СТИМУЛОВ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ

### 6.7.1. Механизмы влияния ультразвука на биологические объекты

*Механические эффекты* обуславливаются периодическими колебаниями частицы с частотою ультразвуковой волны. Амплитуда колебаний, в соответствии с уравнением (6.14), пропорциональна корню квадратному из интенсивности ультразвукового излучения. Общие колебания макромолекулярных или мембранных структур могут вызвать их утомляемость или повреждения.

Самым существенным механическим фактором, индуцированным ультразвуковым излучением, является сила сдвига и ударные волны. Ультразвуковая волна, распространяющаяся в жидкости, вызывает периодические сжатия и разрежения, которые могут привести к разрыву жидкости и образованию пузырьков, заполненных паром этой жидкости. Это явление называется *кавитацией*.

Еще один механический фактор, обуславливаемый ультразвуковым излучением, связан с возникновением локальных давлений. Этот эффект особенно заметен во время отражения ультразвуковой волны от каких-либо структур и образования стоячей волны, приводящей к нарушению функционирования определенных участков организма.

*Тепловые эффекты* связаны с процессом поглощения тканью ультразвукового излучения, вследствие чего часть энергии передается ткани. Поглощенная энергия преобразуется в теплоту и способствует повышению температуры ткани. Вследствие кавитации в среде образуются пустоты, которые поглощают энергию ультразвукового излучения. Эта энергия частично ( $\approx 10\%$ ) переизлучается, тогда как большая ее часть преобразуется в теплоту, ударные волны или гидродинамические сдвиги. Кавитация может быть “стабильной” под влиянием умеренной ультразвуковой интенсивности, или “обвальной”, если она носит взрывной характер. Доказано, что последний тип кавитации сопровождается повышением температуры внутри пустоты до нескольких тысяч градусов. Такие высокие температуры вызывают разрывы ковалентных связей в молекулах воды и образование свободных радикалов, характеризующихся существенной реактивностью.

Таким образом, повышение температуры ткани вследствие влияния ультразвукового излучения определяется рядом факторов, а именно: поглощением ткани, ее размерами, интенсивностью,

частотой и продолжительностью действия ультразвукового излучения.

*Физико-химические эффекты* обусловлены изменением проницаемости биологических мембран и диффузионных процессов. Под влиянием ультразвуковых колебаний в биологических тканях возможны изменения концентрации водородных ионов; установлено влияние ультразвука на высокомолекулярные соединения: ферменты, гормоны, витамины. Ультразвук способствует высвобождению из органов и тканей биологически активных веществ.

### **6.7.2. Влияние инфразвука на живые организмы**

Основным негативным результатом действия инфразвука на живой организм является нарушение органов равновесия, а именно вестибулярного аппарата, утрата равновесия и ориентации в пространстве. Психологическое действие инфразвука может быть связано с появлением тошноты, сонливости, летаргии, ощущением страха или боязни. Инфразвук существенной интенсивности обуславливает изменения слуховой чувствительности, повреждения барабанной перепонки, болезненные ощущения, усложнения речи и модуляции голоса, нарушения респираторной активности, изменения  $\alpha$ -ритмов мозга.

## **6.8. АКУСТОРЕЦЕПЦИЯ**

Система, преобразующая энергию внешнего акустического раздражения в последовательность нервных импульсов, называется *слуховым анализатором*. Слуховой анализатор млекопитающих состоит из внешнего, среднего и внутреннего уха, связанных с центральной слуховой нервной системой.

*Внешнее ухо* имеет *ушную раковину* (звукоулавливатель) и *слуховой проход*. Ушная раковина – это рупор, который направляет звуковые колебания в слуховой проход. Функции внешнего уха заключаются в оптимизации и усилении наиболее важных звуковых частот, что имеет смысл с точки зрения коммуникации животных между собою и их выживания.

В пространстве, образованном слуховым проходом и средним ухом, формируется стоячая волна (рис. 6.7). В случае равенства длины этого пространства четверти длины волны звука имеет место *резонанс* – относительно большой селективный (избирательный) отклик колебательной системы на периодическое действие с частотой, близкой частоте ее собственных колебаний. Во время

резонанса происходит резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний системы. Максимальная чувствительность слухового анализатора проявляется именно к резонансным частотам.

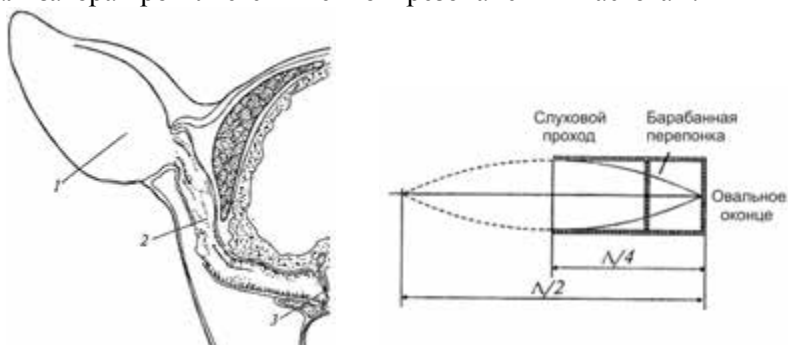


Рис. 6.7. Формирование стоячей волны в пространстве, образованном слуховым проходом и средним ухом: 1 – ушная раковина; 2 – слуховой проход; 3 – барабанная перепонка

#### Пример

Длина слухового прохода и среднего уха человека – 2,5 см. Определить резонансную частоту слухового анализатора человека.

#### Решение

Подставляя числовые значения в соотношение между частотой звука  $\nu$ , скоростью распространения  $v$  и длиной волны  $\Lambda$ , получим:

$$\nu = \frac{v}{\Lambda} = \frac{340 \text{ м/с}}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 3400 \text{ Гц.}$$

#### Контрольное задание

Определить резонансную частоту для слухового анализатора слона, длина слухового прохода и среднего уха которого составляет 20 см.

Ответ: 425 Гц.

*Среднее ухо*, отделенное от внешнего барабанной перепонкой, состоит из барабанной полости, слуховых косточек (молоточка, наковаленки и стремечка) и слуховой трубы. Функции среднего уха ограничиваются передачей звуковых колебаний от внешней среды к эндолимфе, усилением слабых звуковых сигналов и обеспечением безопасного приема интенсивных сигналов. Процесс усиления реализуется за счет увеличения давления, связанного с отличием площади барабанной перепонки и овального оконца, связанного со стремечком и разделяющего среднее ухо от внутреннего; выигрыш в давлении составляет около 20–25 раз. Кроме того, косточковый аппарат выполняет функции рычага, который обеспечивает выигрыш в силе примерно в 2,5 раза (рис. 6.8). Таким образом, общий уровень усиления звуковых колебаний средним ухом составляет около 50–60 раз.



Рис. 6.8. Косточковый аппарат среднего уха и модель, поясняющая функционирование среднего уха: 1 – барабанная перепонка; 2 – молоточек; 3 – наковаленка; 4 – стремечко

### Пример

Площадь барабанной перепонки –  $S_1 = 55 \text{ мм}^2$ , а площадь овального оконца –  $S_2 = 3,2 \text{ мм}^2$ . Выигрыш в силе рычага, образованного системой слуховых косточек, составляет 1,3. Оценить уровень усиления слабых акустических сигналов в процессе передачи средним ухом внешнего звукового давления внутреннему уху.

### Решение

На барабанную перепонку действует сила  $F_1$ , создающая звуковое давление  $p_1$ :

$$F_1 = p_1 S_1.$$

На овальное оконце внутреннего уха действует сила  $F_2$ , вызывающая звуковое давление  $p_2$ :

$$F_2 = p_2 S_2.$$

Рычаг, образованный системой слуховых косточек, обеспечивает выигрыш в силе, определяемый выражением:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{p_1 S_1}{p_2 S_2}.$$

Отсюда:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{S_1 l_1}{S_2 l_2} = \frac{55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{3,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} \cdot 1,3 = 22.$$

*Внутреннее ухо* состоит из трех спиральных каналов – *вестибулярного, среднего и барабанного*, причем средний канал отделен от вестибулярного *покрывной мембраной (мембраной Рейсснера)*, а от барабанного – *базиллярной мембраной*. Акусторецепторами являются *волосковые клетки*, связанные с базиллярной мембраной; эти клетки оснащены *ресничками* (рис. 6.9). Функции внутреннего уха заключаются в частотном анализе звуковых сигналов. В соответствии с современными представлениями, колебания, возбужденные стремечком в овальном оконце, обуславливают волновые движения базиллярной мембраны в виде *бегущей волны* (рис.6.10). Размещение максимума бегущей

волны зависит от частоты звукового сигнала – низкие частоты стимулируют верхушечные участки мембраны, тогда как высокие – основание мембраны. Смещения базилярной мембраны передаются волосковым клеткам, над которыми находится покрывная мембрана. Вследствие локальной деформации базилярной мембраны покрывная мембрана также начинает двигаться; изгиб ресничек волосковых клеток приводит к возбуждению связанных с волосковыми клетками волокон слухового нерва. Автору теории бегущей волны Георгу фон Бекеши была присуждена в 1961 г. Нобелевская премия.

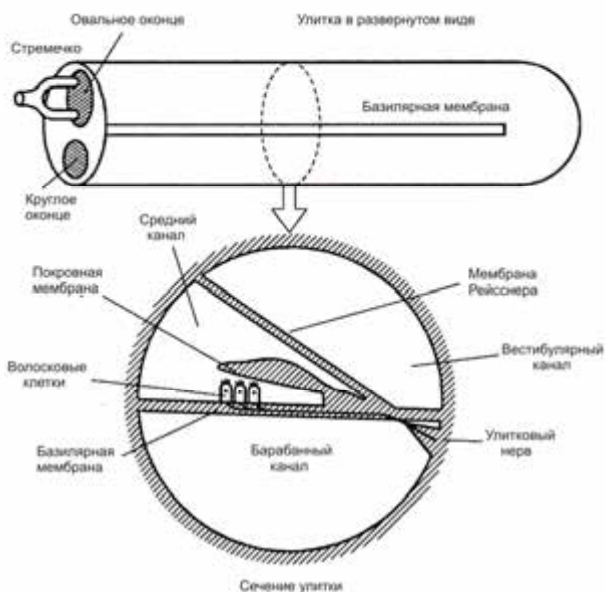


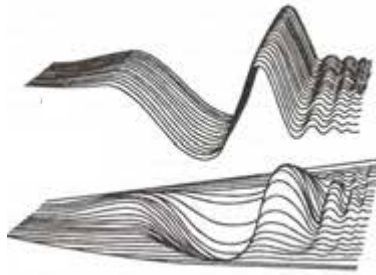
Рис. 6.9. Строение внутреннего уха (улитка в развернутом виде) и сечение улитки



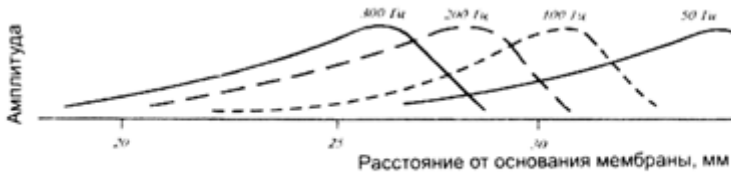
### Георг фон БЕКЕШИ (1899–1972)

Венгерский биофизик, исследовавший функции улитки в слуховом анализаторе млекопитающих.

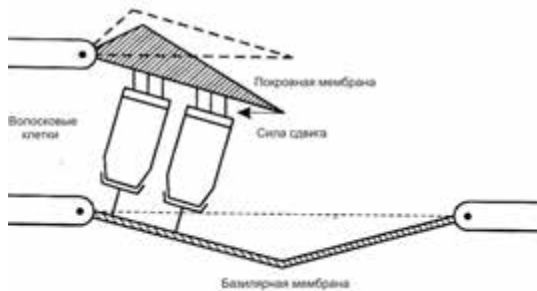
Автор гипотезы, в соответствии с которой волновые движения базилярной мембраны возникают в виде бегущей волны, расположение максимума которой на этой мембране зависит от частоты сигнала.



*a*



*б*



*в*

Рис. 6.10. **Функционирование внутреннего уха:** *a* – волновые движения базилярной мембраны в виде бегущей волны; *б* – зависимость расположения максимума бегущей волны от частоты звукового сигнала; *в* – возникновение силы сдвига, действующей на волосковые клетки за счет движения покрывной и базилярной мембран.

▼ **Для любознательных**

Наибольшая мощность звука принадлежит киту (*Balaenoptera*) – 10 Вт; звук был слышен на расстоянии 10000 км.

Наилучший слух у совы (*Tyto alba*) и у виргинского филина (*Bubo virginianus*).

## 6.9. ПРИКЛАДНАЯ АКУСТИКА

### 6.9.1. Использование акустических сигналов искусственного происхождения

Акустические сигналы искусственного происхождения, имитирующие крик пойманной птицы, используют для отпугивания диких птиц, которые уничтожают существенную часть урожая – до 70 % риса в Африке, до 25 % белых и до 50 % черных сортов винограда в Средней Азии. Кроме того, создание акустических сигналов в почве дает возможность отпугивать кротов в определенном ареале.

### 6.9.2. Использование ультразвука в медицине

Высокая энергия ультразвука и его способность распространяться прямолинейно обуславливают разнообразные его применения в медицине.

*Ультразвуковая диагностика* дает возможность распознавать заболевания мозга (*эхоэнцефалография*), сердца (*эхокардиография*), визуализировать плод во время беременности, исследовать мышцы, суставы и другие внутренние органы, определять их размеры, структуру, наличие патологий (*ультразвуковое исследование*).

При необходимости создать изображение какого-либо участка тела пациента используют ультразвуковое сканирование. Для этого используют набор ультразвуковых преобразователей (количество их может достигать 100), на которые последовательно подают электрические сигналы. Таким образом создается ультразвуковой луч, распространяющийся вдоль того или другого направления. Последовательное зондирование тела на основе сканирующего ультразвукового луча, перемещающегося под разными углами, дает возможность получать информацию относительно разных срезов исследуемого органа.. Этот метод получили название *ультразвуковой томографии*.

Ультразвуковая диагностика на основе *эффекта Доплера* позволяет исследовать динамические процессы в кровеносных сосудах, определять скорость оседания эритроцитов, оценивать сердечную деятельность, следить за течением беременности.

*Ультразвуковая терапия* основывается на использовании ультразвука с частотой 500–3000 Гц с целью механического,

термического и физико-химического действий на клетки и ткани, активизации обменных, иммунных и других процессов. К перспективным использованиям ультразвуковой терапии можно отнести распыление лекарственных препаратов, воздействие на биологически активные точки, ультразвуковую аутогемотерапию, гемолиз эритроцитов, разрушающее действие на микроорганизмы.

*Ультразвуковая хирургия* дает возможность разрушать камни в почках, удалять опухоли в мозгу, рассекать ткани, сваривать кости, лечить катаракту. Необходимо отметить возможность объединения хирургических и стоматологических инструментов с ультразвуковыми преобразователями с целью ослабления усилий при рассечении, уменьшении болезненных ощущений.

К основным направлениям использования ультразвука в животноводстве следует отнести обработку спермы ультразвуком с целью повышения ее активности во время криоконсервации; стимуляцию молочной железы; определение толщины жировой и мышечной тканей; уничтожение микрофлоры на поверхности яиц перед инкубацией; обработку кормов и повышение питательной ценности кормового сырья; определение содержания жира и белка в молоке; гомогенизацию молока.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ**

1. Какой процесс называют волновым?
2. Что такое упругие волны?
3. В каких частотных диапазонах находятся звуковые, ультразвуковые и инфразвуковые волны?
4. Назвать основные характеристики звуковых колебаний.
5. Что такое субъективные характеристики звуковых колебаний?
6. Чем определяется полная энергия, переносимая звуковой волной?
7. Что такое уровень интенсивности звука?
8. Что такое эффект Допплера?
9. Что такое волновое сопротивление?
10. Какие физические процессы имеют место при распространении звука в окружающей среде?
11. Что называют ультразвуком? Сформулировать характерные признаки ультразвука.
12. Назвать методы генерации ультразвука.
13. От чего зависит глубина проникновения ультразвука?

14. Чем определяется расходимость ультразвуковой волны в среде?

15. Пояснить основные механизмы влияния ультразвука на биологические объекты.

16. Что называют кавитацией?

17. Что такое инфразвук?

18. Как влияет инфразвук на человека?

19. Дать определение термину “шум”.

20. Как распределяется шум по интенсивности? частоте?

21. Что такое шумовое загрязнение?

22. Назвать методы измерения шума.

23. В чем заключаются функции внешнего уха?

24. За счет чего усиливаются звуковые сигналы в среднем ухе?

25. Как осуществляется анализ частоты звуковых сигналов во внутреннем ухе?

26. Как используется ультразвук в животном мире?

27. Назвать возможные применения ультразвука в медицине.

28. Как влияет инфразвук на живые организмы?

# 7. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

## 7.1. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

*Идеальный газ* – это такой газ, частицы которого можно считать материальными точками, не взаимодействующими между собой на расстоянии.

Рассмотрим газ массой  $m$ , который характеризуется объемом  $V$ , давлением  $p$  и температурой  $T$ . Связь между этими параметрами определяется *уравнением состояния*.

*Уравнение состояния идеального газа* имеет вид:

$$pV = \nu RT, \quad (7.1)$$

где давление  $p$  измеряется в паскалях, температура  $T$  – в кельвинах;  $\nu = \frac{m}{M}$  – количество молей вещества;  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса вещества;  $R = 8,314$  Дж·моль<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup> – универсальная газовая постоянная.

Уравнение состояния идеального газа было сформулировано в 1834 г. Б.П.Е. Клапейроном, а для одного моля – в 1874 г. Д.И. Менделеевым.

Если давление измерять в атмосферах, а объем в литрах, универсальная газовая постоянная становится равной  $R = 0,0821$  л·атм/моль·К.



**Бенуа Поль Эмиль КЛАПЕЙРОН (1799–1864)**

Французский физик-инженер, один из основателей термодинамики. В 1820–1830 гг. работал в России; был избран членом-корреспондентом Петербургской Академии наук (1830 г.). Ввел в термодинамику индикаторные диаграммы, вывел уравнения Клапейрона и Клапейрона-Клаузиуса.

**Д.И. МЕНДЕЛЕЕВ (1834–1907)**

Российский химик, автор периодической системы элементов. Вывел уравнение состояния идеального газа для одного моля (уравнение Клапейрона-Менделеева).



Уравнение состояния идеального газа можно выразить через общее число молекул  $N$ , которое определяется произведением количества молей  $n$  на число Авогадро  $N_A$ :

$$pV = \frac{N}{N_A} RT, \quad (7.2)$$

или через постоянную Больцмана  $k$ :

$$pV = NkT, \quad (7.3)$$

где  $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К, а  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  (молекул/моль).



### Людвиг БОЛЬЦМАН (1844–1906)

Австрийский физик, один из основоположников статистической физики и физической кинетики. Вывел функцию распределения, названную его именем, и основное кинетическое уравнение газов. Предложил статистическое обоснование второго начала термодинамики.

### Романо АВОГАДРО (1776–1856)

Итальянский химик, известный своим вкладом в теорию молярности и молекулярного веса.



#### Пример

Идеальный газ занимает объем  $150 \text{ см}^3$  при  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  и создает давление  $120 \text{ Па}$ . Определить число молей, находящихся в контейнере данного объема.

#### Решение

Преобразуем в систему СИ единицы величин, заданные в условии задачи и подставим эти данные в уравнение (7.1):

$$n = \frac{(120 \text{ Па})(1,5 \cdot 10^{-4})}{(8,314 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1})(298 \text{ К})} = 7,27 \cdot 10^{-6} \text{ молей.}$$

#### Контрольное задание

Определить количество молекул в контейнере по условию предыдущей задачи.

Ответ:  $4,38 \cdot 10^{18}$  молекул.

## 7.2. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГАЗОВ

Рассмотрим идеальный газ, содержащийся в контейнере, объем которого  $V$ . Контейнер имеет форму куба со стороной  $d$ . Молекула, двигающаяся внутри контейнера со скоростью  $\vec{v}$ , сталкивается со стенкой контейнера. Поскольку столкновение упругое, компонента  $v_x$  изменит направление, тогда как компоненты  $v_y$  и  $v_z$  не изменяются (рис. 7.1). Изменение  $x$ -компоненты импульса молекулы можно определить выражением:

$$\Delta p_x = -mv_x - (mv_x) = -2mv_x. \quad (7.4)$$

Для того, чтобы молекула снова столкнулась с той же самой стенкой, ей необходимо пройти расстояние  $2d$  за промежуток времени  $\Delta t = 2d/v_x$ .

Если допустить, что сила, с которой действует молекула на стенку, есть  $F$ , импульс силы будет равен:

$$F\Delta t = \Delta p = 2mv_x. \quad (7.5)$$

Отсюда:

$$F = \frac{2mv_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2d/v_x} = \frac{mv_x^2}{d}. \quad (7.6)$$

Общее давление, с которым действуют все молекулы на стенку, равно:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m}{d^3} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots), \quad (7.7)$$

где  $v_{x1}, v_{x2}, \dots$  —  $x$ -компоненты скорости первой, второй и других молекул.

Введем понятие средней квадратической скорости молекул:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots}{N}. \quad (7.8)$$

С учетом того, что объем  $V = d^3$ , можно записать выражение для давления в виде:

$$p = Nm \langle v_x^2 \rangle / V. \quad (7.9)$$

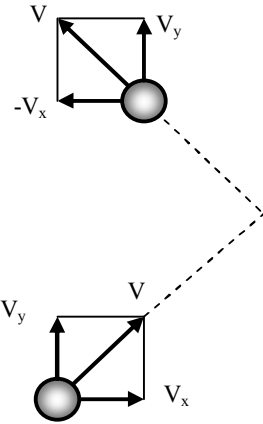


Рис. 7.1. Движение молекулы со скоростью  $\vec{v}$  внутри контейнера и упругое столкновение ее со стенкой контейнера, вследствие чего компонента  $v_x$  изменяет направление, тогда как направления компонентов  $v_y$  и  $v_z$  не изменяются

Поскольку квадрат скорости одной молекулы равен:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2, \quad (7.10)$$

то с учетом того, что движение молекулы хаотическое и любое из направлений движения не имеет преимуществ, можно допустить, что:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle. \quad (7.11)$$

Здесь множитель  $\frac{1}{3}$  свидетельствует о том, что только треть молекул движется вдоль ребра куба.

Таким образом, давление, создаваемое молекулами, равно:

$$p = Nm \langle v^2 \rangle / 3V. \quad (7.12)$$

Это и есть *основное уравнение молекулярно-кинетической теории газа*.

### 7.3. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Уравнение (7.12) можно переписать как:

$$p = \frac{2}{3} (N/V) \left( \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right) \quad (7.13)$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \left( \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right). \quad (7.14)$$

Сравнивая это выражение с уравнением состояния идеального газа (7.3), получим:

$$T = \frac{2}{3k} \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3k} \langle E \rangle, \quad (7.15)$$

где  $\langle E \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

Таким образом, *абсолютная температура идеального газа прямо пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения молекул*.

#### Пример

Контейнер содержит три моля идеального газа при 20 °С. Найти полную кинетическую энергию поступательного движения молекул идеального газа.

### Решение

Полная кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа определяется выражением:

$$E = N \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \cdot 3 \text{ моля} \cdot (8,314 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}) (293 \text{ К}) = 1,1 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

## 7.4. ИЗОПРОЦЕССЫ

*Изопроцессом* называется процесс, при котором один из параметров состояния ( $p$ ,  $V$  или  $T$ ) остается постоянным, а два других изменяются при неизменной массе.

Процесс, происходящий в физической системе при постоянной температуре, называется *изотермическим*:

$$T = \text{const}; \quad (7.16)$$

$$pV = \text{const}. \quad (7.17)$$

График изотермического процесса в координатах ( $p, V$ ) представляет собой гиперболу, называемую *изотермой* (рис. 7.2).

Процесс, происходящий в физической системе при постоянном внешнем давлении, называется *изобарным*:

$$p = \text{const}; \quad (7.18)$$

$$V/T = \text{const}. \quad (7.19)$$

График изобарного процесса в координатах ( $p, V$ ) или *изобара* приведен на рис. 7.3.

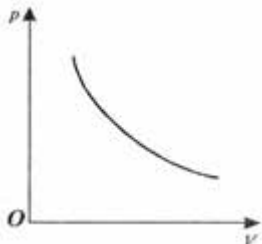


Рис. 7.2. График изотермического процесса в координатах ( $p, V$ )



Рис. 7.3. График изобарного процесса в координатах ( $p, V$ )

Процесс, происходящий в физической системе при постоянном объеме, называется *изохорным*:

$$V = \text{const}; \quad (7.20)$$

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \quad (7.21)$$

График изохорного процесса в координатах  $(p, V)$  или *изохора* показан на рис. 7.4.

Эти уравнения легко вывести из уравнения Клапейрона–Менделеева (7.1) при  $T = \text{const}$ ,  $p = \text{const}$  и  $V = \text{const}$  соответственно.

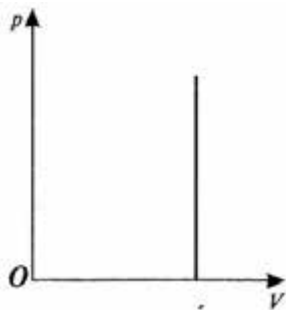


Рис. 7.4. График изохорного процесса в координатах  $(p, V)$

## 7.5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО СКОРОСТЯМ

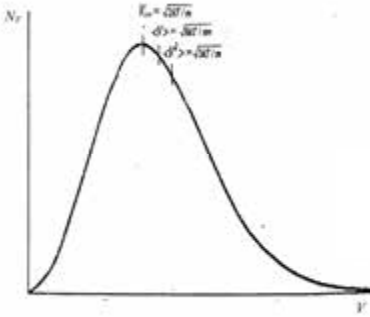
Молекулы идеального газа имеют разные скорости и энергии вследствие хаотического движения. Распределение молекул по скоростям зависит от температуры газа. Фундаментальное выражение, полученное Максвеллом, описывает распределение молекул по скоростям так:

$$N_v = 4\pi N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}, \quad (7.22)$$

где  $m$  – масса молекул газа;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура. Здесь  $N_v$  стремится к нулю в случае очень больших и очень малых скоростей.

Типичная кривая распределения приведена на рис. 7.5. Максимум этой кривой соответствует *наиболее вероятной скорости*:

$$v_{\text{нв}} = \sqrt{2kT/m}. \quad (7.23)$$



*Средняя арифметическая скорость молекул определяется выражением:*

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/\pi m}. \quad (7.24)$$

Из выражения (7.15) можно получить выражение для *средней квадратической скорости:*

$$\langle v^2 \rangle = \sqrt{3kT/m}. \quad (7.25)$$

**Рис. 7.5. Распределение молекул  $N_V$  по скоростям.** Здесь:  $v_{\text{нв}}$  – наиболее вероятная скорость;  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость;  $\langle v^2 \rangle$  – средняя квадратичная скорость молекул

### Пример

Десять частиц имеют скорости 4, 6, 8, 15, 15, 15, 9, 10, 3, 6 м/с. Определить среднюю арифметическую и наиболее вероятную скорости движения частиц.

### Решение

Средняя арифметическая скорость частиц равна сумме скоростей частиц, поделенной на количество частиц:

$$\langle v \rangle = \frac{4 + 6 + 8 + 15 + 15 + 15 + 9 + 10 + 3 + 6}{10} = 9,1 \text{ м/с.}$$

Наиболее вероятная скорость движения частиц равна 15 м/с. Эта скорость встречается чаще.

### Контрольная работа

Определить среднюю квадратичную скорость движения частиц по условию предыдущей задачи.

*Ответ:* 18,4 м/с.

## 7.6. СРЕДНЯЯ ДЛИНА СВОБОДНОГО ПРОБЕГА МОЛЕКУЛ

Молекулы газа сталкиваются одна с другой во время хаотического движения. Между столкновениями они двигаются по прямой траектории. Среднее расстояние между столкновениями называется *средней длиной свободного пробега*  $\langle \lambda \rangle$ . Эта величина зависит от размеров молекул и плотности газа:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \quad (7.26)$$

где  $d$  – эффективный диаметр молекулы;  $n$  – количество молекул в единице объема (концентрация молекул).

Среднее число столкновений  $\langle Z \rangle$  за единицу времени определяется выражением:

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 \langle v \rangle n, \quad (7.27)$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость.

### Пример

Определить среднюю длину свободного пробега молекул азота, если температура газа составляет  $20^\circ\text{C}$ , а давление 1 атм. Эффективный диаметр молекулы азота равен  $2 \cdot 10^{-10}$  м.

### Решение

Используем уравнение (7.3) и найдем количество молекул в единице объема:

$$n_v = N/V = p/kT = (1,01 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2) / (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}) (293 \text{ К}) = 2,5 \cdot 10^{25} \text{ молекул/м}^3.$$

Подставляем числовые данные в формулу (7.26):

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2 \cdot (2,5 \cdot 10^{25} \text{ молекул/м}^3)} = 2,26 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

### Контрольная работа

Определить среднее число столкновений молекул азота, если средняя скорость их движения составляет 511 м/с.

Ответ:  $2,26 \cdot 10^9$ .

## 7.7. ИСПАРЕНИЕ И КОНДЕНСАЦИЯ

Процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное называют *парообразованием*, а обратный процесс, то-есть переход из газообразного состояния в жидкое, – *конденсацией*.

Для преобразования жидкости в пар необходимо сообщить определенное количество теплоты, называемой *теплотой парообразования*, которая определяется выражением:

$$Q = rt, \quad (7.28)$$

где  $r$  – удельная теплота парообразования;  $m$  – масса тела.

Парообразование осуществляется двумя способами – испарением и кипением.

*Испарение* – это парообразование только с поверхности жидкости, во время которого жидкость покидают наиболее быстрые молекулы, вследствие чего жидкость охлаждается. В открытой емкости испарение жидкости осуществляется до тех пор, пока вся она не превратится в пар. Если же жидкость находится в закрытой

емкости, наступает *динамическое равновесие* – состояние, при котором число молекул, которые испаряются, равно количеству молекул, которые конденсируются. Пар, пребывающий в динамическом равновесии со своей жидкостью, называют *насыщенным*.

Парообразование, происходящее одновременно как с поверхности, так и со всего объема жидкости, называют *кипением*. В отличие от испарения, которое осуществляется при любой температуре, кипение начинается лишь при определенной температуре, называемой *температурой кипения*.

## 7.8. РЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Газ, свойства которого (в отличие от идеального газа) зависят от взаимодействия молекул, называется *реальным*. Реальные газы хорошо описываются моделью классического идеального газа, если они достаточно разреженные (давления малые) и имеют высокую температуру.

Молекулы реального газа имеют собственный объем, за счет чего фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы, равен  $V - b$ , где  $b$  – объем, который занимают собственно молекулы. Кроме того, действие сил притяжения вызывает увеличение давления на величину  $p' = a/V^2$ , где  $a$  – константа. Таким образом, *уравнение состояния реального газа (уравнение Ван дер Ваальса)* для одного моля имеет вид:

$$(p + p')(V - b) = RT. \quad (7.29)$$

Типичные значения констант  $a$  и  $b$  для некоторых газов приведены в табл. 7.1.

### 7.1 – Константы Ван дер Ваальса для некоторых газов

Газ	$a \cdot 10^{-1}$ , м <sup>4</sup> ·Н/моль	$b \cdot 10^{-3}$ , м <sup>3</sup> /моль
Кислород $O_2$	1,36	0,0318
Двуокись углерода $CO_2$	3,59	0,0427
Хлор $Cl_2$	6,51	0,0562
Гелий $He$	0,034	0,0237
Водород $H_2$	0,244	0,0266
Метан $CH_4$	2,25	0,0428
Азот $N_2$	1,39	0,0391

**Примечание:** 1 м<sup>4</sup>·Н/моль = 1 Дж·м<sup>3</sup>/моль<sup>2</sup> = 10 л·бар/моль<sup>2</sup>; 1 м<sup>3</sup>/моль = 10<sup>3</sup> л/моль

## Иоганн Ван дер ВААЛЬС (1837–1923)

Голландский ученый, известный как автор уравнения состояния реальных газов и жидкостей. За эти исследования получил Нобелевскую премию 1910 года. Был первым, кто понял необходимость учета объема молекул и межмолекулярных сил во время установления соотношений между давлением, объемом и температурой газов и жидкостей.



Изотермы реального газа приведены на рис. 7.6. В случае высоких температур изотерма реального газа не отличается от изотермы идеального газа. При определенной температуре  $T_{кр}$  (критическая температура) на

изотерме наблюдается перегиб. Под пунктирной линией расположена область двухфазных состояний  $Ж+П$  (жидкость и насыщенный пар), слева от нее находится область жидкого состояния  $Ж$ , а справа – область пара  $П$ . Пар отличается от других газообразных состояний  $Г$  тем, что во время изотермического сжатия претерпевает процесс сжижения. Газ  $Г$  при температуре, большей критической, не может быть преобразован в жидкость.

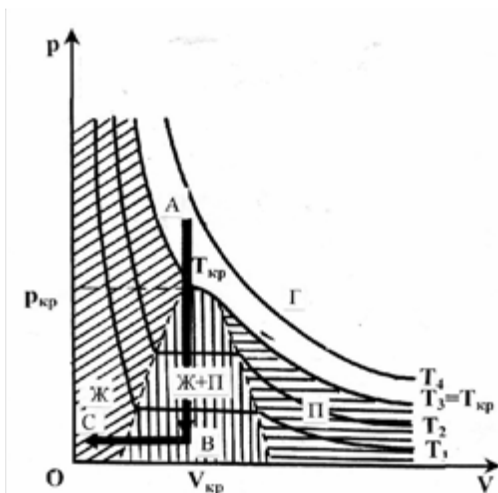


Рис. 7.6. Изотермы реального газа (пояснения в тексте)

Изохорный переход из точки  $A$  в точку  $B$  и далее изобарный переход из точки  $B$  в точку  $C$  дают возможность получить жидкость из газа. На этом основан принцип сжижения газов.

### Пример

Один моль двуокиси углерода при температуре 293 К занимает объем 2 л. Определить давление, создаваемое газом, при помощи уравнений состояния идеального и реального газов.

### Решение

Давление, создаваемое одним молем идеального газа, составляет:

$$p = (1/V)RT = \frac{0,082 \text{ латм} \cdot \text{л} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1} \cdot 293 \text{ К}}{2 \text{ л}} = 12 \text{ атм.}$$

Давление, создаваемое одним молем реального газа, равно:

$$p = RT/(V - b) - a/V^2 = \\ = (0,0821 \text{ л} \cdot \text{атм}/\text{моль} \cdot \text{К} \cdot 293 \text{ К}) / (2 \text{ л} - 0,0427 \text{ л}) - (3,59 \text{ л}^2 \cdot \text{атм} / 2^2 \text{ л}^2) = 11,4 \text{ атм.}$$

## 7.9. ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

### 7.9.1. Характеристики влажности воздуха

Вода может существовать в атмосфере в трех фазах – жидкой, газообразной и твердой. Газообразная фаза воды называется *паром*. Пар, находящийся в термодинамическом равновесии с жидкостью (то-есть в состоянии, при котором число молекул, переходящее из жидкости в пар, равно числу молекул, возвращающихся в жидкость за единицу времени), называется *насыщенным*.

*Влажность воздуха* – это содержание водяного пара в воздухе. Воздух, содержащий водный пар, называют *влажным*, а тот, который его не содержит – *сухим*. Рассмотрим основные параметры влажности.

*Абсолютная влажность воздуха*  $a$  – количество (масса) водного пара в граммах, содержащегося в  $1 \text{ м}^3$  воздуха ( $\text{г}/\text{м}^3$ ) при данной температуре.

*Упругость (парциальное давление) водного пара*  $e$  – давление, которое имел бы водный пар, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

Абсолютная влажность связана с упругостью  $e$  водяного пара и абсолютной температурой  $T$  соотношением:

$$a = 217 e/T, \quad (7.30)$$

где  $e$  измеряется в гектопаскалях.

*Упругость насыщенного пара*  $E$  – граничное значение давления, соответствующее равновесию между паром и водой, то-есть насыщенному состоянию воздуха при данной температуре. Упругость насыщенного пара зависит от температуры.

*Относительная влажность воздуха*  $r$  – отношение упругости водяного пара  $e$  к упругости насыщенного пара  $E$  при данной температуре:

$$r = \frac{e}{E} \cdot 100\%. \quad (7.31)$$

Дефицит влажности  $d$  – разность между упругостью насыщенного пара  $E$  и упругостью водяного пара  $e$  при данной температуре:

$$d = E - e. \quad (7.32)$$

Точка росы  $T_d$  – температура, при которой водяной пар, содержащийся в воздухе, становится насыщенным.

Связь между упругостью насыщенного пара  $E$  и абсолютной температурой  $T$  имеет вид:

$$\lg E = 9,4 - \frac{2345}{T}, \quad (7.33)$$

где  $E$  – в миллибарах (гектопаскалях);  $T$  – в кельвинах.

### 7.9.2. Методы измерения влажности воздуха

*Аспирационный психрометр.* Прибор содержит два термометра – сухой и смоченный; цена деления термометров составляет  $0,2^\circ\text{C}$ . Термометры расположены в металлических трубках, которые далее соединяются в одну (рис. 7.7). Резервуар одного из термометров обмотан батистом, который смачивается. Во время измерения влажности психрометр устанавливают горизонтально и обдувают воздухом оба термометра с помощью вентилятора. С поверхности резервуара смоченного термометра происходит испарение воды, которое зависит от влажности окружающего воздуха. С помощью аспирационного психрометра можно оценить парциальное давление  $e$  с помощью *психрометрической формулы*:

$$e = E_1 - A(t_C - t_{CM})p_A, \quad (7.34)$$

где  $E_1$  – упругость насыщенного водяного пара, соответствующая температуре смоченного термометра;  $A = 6,62 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  – психрометрический коэффициент;  $t_C$  – температура сухого, а  $t_{CM}$  – температура смоченного термометра;  $p_A$  – атмосферное давление (в мм рт.ст. или паскалях).

Упругость насыщенного водного пара  $E_1$ , соответствующая температуре смоченного термометра, и упругость насыщенного водяного пара  $E$ ,

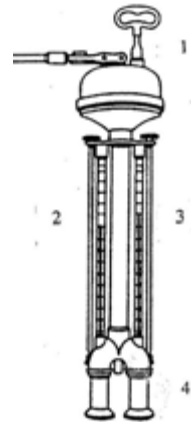


Рис. 7.7.  
**Аспирационный психрометр Асмана:**  
1 – вентилятор; 2 – смоченный термометр; 3 – сухой термометр; 4 – защитные трубки

соответствующая температуре сухого термометра, определяют в мм рт.ст. или в паскалях по таблицам (см. приложение, психрометрические таблицы).

### Пример

Используя психрометрическое уравнение и таблицы (см. приложение), найти упругость водяного пара  $e$ , максимальную упругость водяного пара  $E_I$  при температуре смоченного термометра, максимальную упругость водного пара  $E$  при температуре сухого термометра, относительную влажность воздуха  $r$  и дефицит влажности  $d$ , если температура сухого термометра  $t_c = 25$  °С, а смоченного  $t_{см} = 20$  °С. Атмосферное давление составляет 760 мм рт. ст.

### Решение

Из психрометрической таблицы (см. приложение) находим, что температуре смоченного термометра  $t_{см} = 20$  °С соответствует упругость насыщенного пара  $E_I = 2340$  Па. Подставляем значение  $E_I$  в психрометрическую формулу (7.34) и определяем упругость водного пара  $e$ :

$$E = 2340 - 6,62 \cdot 10^{-4} (25 - 20) \cdot 1,01325 \cdot 10^5 = 2005 \text{ Па.}$$

Из психрометрической таблицы находим упругость насыщенного пара при температуре сухого термометра:  $E = 3170$  Па. Используя формулу (7.31), находим относительную влажность:  $r = 2005/3170 = 0,63 = 63$  %.

### Контрольное задание

Используя психрометрическое уравнение и таблицы (см. приложение), найти упругость водяного пара  $e$ , упругость насыщенного пара  $E_I$  при температуре смоченного термометра, упругость насыщенного пара  $E$  при температуре сухого термометра, относительную влажность воздуха  $r$  и дефицит влажности  $d$  для заданных значений температуры сухого и смоченного термометров соответственно варианту, установленному преподавателем (см. табл.). Атмосферное давление составляет  $10^5$  Па.

Вариант	Температура сухого термометра $t_c$ , °С	Температура смоченного термометра $t_{см}$ , °С
1	25	20
2	27	22
3	23	22
4	30	24
5	24	18
6	23	19

*Волосяной гигрометр.* Действие прибора основано на повышенной чувствительности к влажности обезжиренного волоса и его способности изменять свою длину при изменении влажности. Водяной пар способен конденсироваться в капиллярных порах человеческого волоса. Увеличение влажности приводит к уменьшению вогнутости менисков воды в порах, благодаря чему волос удлиняется. Удлинение волоса осуществляется пропорционально логарифму относительной влажности. Пучок таких волос используют в *гигрографе* – приборе для непрерывной записи относительной

влажности воздуха. Другие материалы могут быть использованы в качестве сенсоров в гигрометрах – нейлон, хлопок, кишечная мембрана коровы или свиньи.

*Емкостной гигрометр.* Основу прибора составляет гигроскопическая полимерная пленка, с обеих сторон которой расположены пористые металлические электроды, образующие конденсатор емкостью около 500 пФ. Вследствие поглощения пленкой молекул воды объем пленки увеличивается, расстояние между электродами также увеличивается, что приводит к изменению емкости конденсатора. Емкостной гигрометр используется для измерения относительной влажности.

*Конденсационный гигрометр.* Один из методов оценки абсолютной влажности основан на измерении точки росы. Если плоскую гладкую поверхность охлаждать, можно наблюдать конденсацию на ней влаги. Температура поверхности в этот момент очень близка к той, при которой воздух становится насыщенным водным паром, то-есть к точке росы. Остается только точно измерить эту температуру.

*Сорбционный гигрометр.* В основу прибора положена зависимость электропроводности влагосорбирующей пленки от влажности среды. Для этого используется кристалл соли *LiCl*.

*Измерение влажности с помощью номограммы.* Взаимосвязь между параметрами влажности может быть представлена графически с помощью номограммы (рис. 7.8). Рассмотрим пример определения этих параметров.

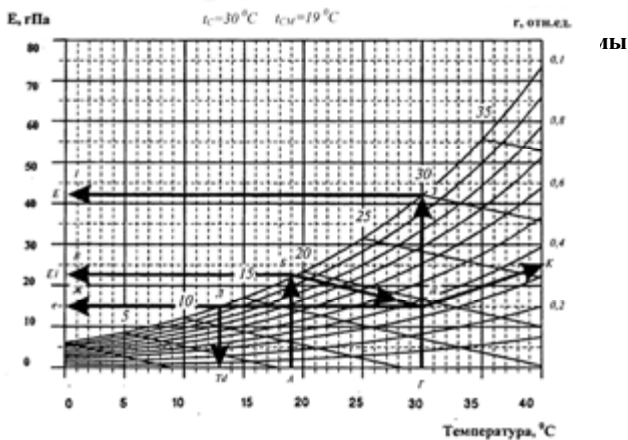


Рис. 7.8. Измерение влажности с помощью номограммы (пояснения в тексте)

### Пример

Определить с помощью номограммы упругость  $e$  водного пара, упругость  $E$  насыщенного пара, соответствующую температуре сухого термометра, и упругость  $E_I$  насыщенного пара, соответствующую температуре смоченного термометра, относительную влажность  $r$ , дефицит влажности  $d$  и точку росы  $T_d$ , если температура сухого термометра  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а смоченного –  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Решение

1. На горизонтальной оси номограммы (рис. 7.8) из точки, соответствующей температуре смоченного термометра  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$  (точка  $A$ ), проводим вертикальную линию  $AB$  до пересечения с кривой  $r = 1,0$  (точка  $B$ ).

2. Из точки  $B$  проводим горизонтальную линию  $BВ$  до пересечения с левой вертикальной осью номограммы (точка  $B$ ). На этой оси определяем упругость  $E_I$  насыщенного пара, которая соответствует температуре смоченного термометра:  $E_I = 22,5\text{ гПа}$ .

3. Из точки  $B$  проводим наклонную линию  $БД$  до пересечения с вертикальной линией  $ГД$ , которой соответствует температуре сухого термометра  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  (точка  $Д$ ).

4. Из точки  $Д$  проводим горизонтальную линию  $ДЖ$  до пересечения с левой осью номограммы (точка  $Ж$ ), которая определяет значение упругости  $e$  водяного пара при данной температуре:  $e = 15\text{ гПа}$ .

5. Из точки  $Г$ , которая соответствует температуре сухого термометра, проводим вертикальную линию  $ГЗ$  до пересечения с кривой  $r = 1,0$  (точка  $З$ ).

6. Из точки  $З$  проводим горизонтальную линию  $ЗИ$  до пересечения с левой вертикальной осью номограммы (точка  $I$ ). На этой оси определяем упругость  $E$  насыщенного пара, которая соответствует температуре сухого термометра:  $E = 42,5\text{ гПа}$ .

7. Из точки  $Д$  проводим линию  $ДК$ , параллельную ближайшей кривой номограммы, до пересечения с правой вертикальной осью номограммы (точка  $К$ ), которая определяет значение относительной влажности при данной температуре:  $r = 0,35$ .

8. На левой вертикальной оси определяем разность между значениями  $E$  и  $e$  (расстояние  $IB$ ), которая соответствует дефициту влажности:  $d = 42,5 - 22,5 = 20\text{ гПа}$ .

9. Находим точку  $Л$  пересечения прямой  $ДЖ$  с кривой  $r = 1,0$  (точка  $Л$ ), и определяем на горизонтальной оси номограммы точку росы:  $T_d = 12\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Контрольное задание

Определить с помощью номограммы (рис. 7.9) упругость  $e$  водного пара, упругость  $E$  насыщенного пара, которая соответствует температуре сухого термометра, и упругость  $E_I$  насыщенного пара, соответствующую температуре смоченного термометра, относительную влажность  $r$ , дефицит влажности  $d$  и точку росы  $T_d$ , если температура сухого термометра и температура смоченного термометра определяются по таблице в соответствии с вариантом, установленным преподавателем.

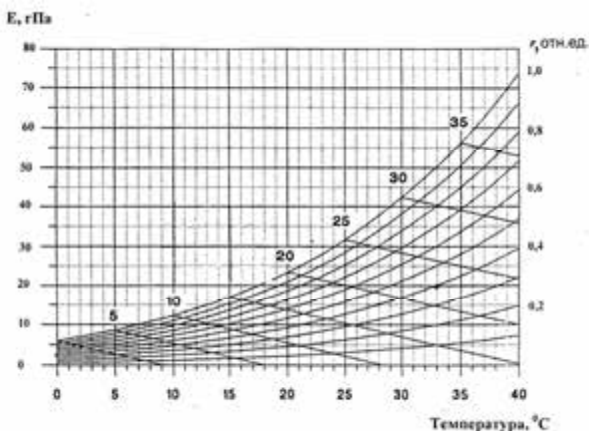


Рис. 7.9. Номограмма для измерения параметров влажности

Вариант	Температура сухого термометра	Температура смоченного термометра
1	28	15
2	32	20
3	35	16
4	31	15
5	25	10
6	36	14

*Измерение влажности с помощью виртуальных психрометрических таблиц.* Используя эти таблицы (для этого надо зайти в сайт <http://www.met.rdg.ac.uk/~swshargi/MicroMetSoft.html>), можно для данных атмосферного давления, температур сухого и смоченного термометров определить упругость водного пара  $e$ , упругость насыщенного пара  $E$ , абсолютную влажность  $a$ , относительную влажность воздуха  $r$ , массовую долю влажности  $q$  и точку росы  $T_d$ .

### Пример

Используя виртуальные психрометрические таблицы (для этого необходимо зайти на сайт <http://www.met.rdg.ac.uk/~swshargi/MicroMetSoft.html>), определить упругость водного пара  $e$ , упругость насыщенного пара  $E$ , абсолютную влажность  $a$ , относительную влажность воздуха  $r$ , массовую долю влажности  $q$  и точку росы  $T_d$ , если температура сухого термометра  $t_c = 30$  °С, а смоченного  $t_{cm} = 19$  °С. Атмосферное давление составляет 760 мм рт. ст.

### Решение

Используем виртуальные психрометрические таблицы, в которых задаются температуры сухого ( $T_{dry}$ ) и смоченного ( $T_{wet}$ ) термометров, атмосферное давление в миллибарах (напоминаем, что 760 мм рт.ст. = 1 атм =  $1,013 \cdot 10^5$  Па =  $1,013 \cdot 10^3$  гПа =  $1,013 \cdot 10^3$  мбар), а также психрометрический коэффициент  $A$ . Если использовать в психрометрическом уравнении (7.34) единицы упругости и атмосферного давления в миллибарах (гектопаскалях), то это уравнение примет вид:

$$e = E_i(\text{зПа}) - A(t_C - t_{3M})p_A(\text{зПа}) = E_i(\text{зПа}) - 6,62 \cdot 10^{-4}(t_C - t_{CM})1,013 \cdot 10^3 (\text{зПа}) = \\ = E_i(\text{зПа}) - 6,7 \cdot 10^{-1}(\text{зПа})(t_C - t_{CM}).$$

Таким образом, в виртуальную психрометрическую таблицу подставляем значение психрометрического коэффициента при атмосферном давлении  $A = 0,67$ , а также температуры сухого и смоченного термометров:  $T_{dry} = 30$  °С,  $T_{wet} = 19$  °С. Нажимаем на кнопку “Enter” и получаем: упругость водного пара (“vapor pressure”)  $e = 14,590$  гПа, упругость насыщенного пара (“saturation vapor pressure”)  $E = 42,456$  гПа, абсолютную влажность (“absolute humidity”)  $a = 10,4$  г·м<sup>-3</sup>, относительную влажность (“relative humidity”)  $r = 34,4$  %, массовую долю влажности (“specific humidity”)  $q = 9,0 \cdot 10^{-3}$  г·г<sup>-1</sup>, точку росы (“dew point”)  $T_d = 12,6$  °С.

### Контрольное задание

Используя виртуальные психрометрические таблицы, определить упругость водного пара  $e$ , упругость насыщенного пара  $E$ , абсолютную влажность  $a$ , относительную влажность воздуха  $r$ , массовую долю влажности  $q$  и точку росы  $T_d$ . Температуры сухого и смоченного термометров определяются по таблицам из предыдущего контрольного задания в соответствии с вариантом, устанавливаемым преподавателем. Атмосферное давление равно 760 мм рт. ст.

## 7.10. ОСМОС

Рассмотрим диффузию вещества через полупроницаемую мембрану, которая разделяет раствор и чистый растворитель; такая мембрана в состоянии пропускать молекулы растворителя, но не пропускает молекулы растворенного вещества. *Осмоз* – это проникновение чистого растворителя через полупроницаемую мембрану в раствор. Для водных растворов осмос означает переход воды из участка с высокой концентрацией воды в участок с низкой концентрацией воды. *Полупроницаемая мембрана* – это тонкий слой материала, способный пропускать определенные вещества через себя и задерживать другие. В качестве примера можно привести возможность полупроницаемых мембран пропускать малые молекулы кислорода, воды, двуокиси углерода, глюкозы, аминокислот, тогда как большие молекулы сахаров, крахмала и белков не проходят через эти мембраны.

Перенос молекул растворителя обусловлен *осмотическим давлением*. Выравнивание концентраций по обе стороны мембраны, которая пропускает малые молекулы растворителя, но задерживает большие молекулы растворенного вещества, возможно лишь при односторонней диффузии растворителя. Именно поэтому осмос всегда осуществляется в направлении от чистого растворителя к раствору (или от разбавленного раствора к концентрированному).



Рис. 7.10. Суммарная диффузия растворителя в раствор через полупроницаемую мембрану

Если погрузить раствор, отделенный от внешнего пространства мембраной, в чистый растворитель (рис. 7.10) при одинаковом гидростатическом давлении, произойдет суммарная диффузия растворителя в раствор. Диффузия закончится, когда будет достигнуто определенное, осмотическое давление в растворе. Осмотическое давление можно измерить – оно равно тому избыточному давлению, которое необходимо приложить со стороны раствора, чтобы

остановить осмос. Биологические вещества представляют собой слабые водные растворы, в которых вода занимает до 95% объема; таким образом, осмотические потоки через биологические мембраны обуславливают водные потоки из участков высокой концентрации воды (слабые растворы) в участки низкой концентрации воды (более концентрированные растворы). В вакуолях растительных клеток содержатся растворы солей, сахаров, органические кислоты и аминокислоты. Вследствие этого клетки постоянно осмотически поглощают воду и образуют внутреннее гидростатическое давление, называемое *тургорным*. Это давление направлено на клеточную оболочку и делает ее упругой. Одновременно клеточная оболочка противодействует осмотическому давлению; это действие клеточной оболочки на цитоплазму характеризуется *осмотическим потенциалом*. Когда устанавливается динамическое равновесие, поступление воды в клетку прекращается. Осмотическая концентрация вакуолярного сока в клетках надземной части растения более высокая, чем в клетках корня; именно благодаря этому вертикальному градиенту осмотической концентрации сок достигает верхушки растения. Таким образом, осмотическое давление в растительном организме – один из важнейших факторов, влияющих на распределение воды и питательных веществ.

В разбавленных растворах растворенное вещество напоминает идеальный газ, поэтому к этому веществу можно применить законы идеального газа. Зависимость осмотического давления от концентрации растворенного вещества совпадает по форме с уравнением Клапейрона–Менделеева:

$$p_{осм}V = \frac{m}{M}RT, \quad (7.36)$$

где  $p_{осм}$  – осмотическое давление;  $T$  – абсолютная температура;  $\frac{m}{M} = n$  – количество молей растворенного вещества в объеме  $V$ ;  $m$  – масса растворенного вещества;  $M$  – молярная масса растворенного вещества;  $R = 8,314 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$  – универсальная газовая постоянная.

Если ввести в формулу (7.36) концентрацию раствора, то можно получить уравнение Вант-Гоффа:

$$p_{осм} = C_A RT, \quad (7.37)$$

где  $C_A = n/V$  – молярная концентрация растворенного вещества.

#### Пример

Определить осмотическое давление, если молярная концентрация растворенного вещества равна  $450 \text{ моль}\cdot\text{м}^{-3}$  при температуре  $300 \text{ К}$ .

#### Решение

Осмотическое давление в соответствии с уравнением (7.36) будет равно:

$$p_{осм} = (8,31 \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1})(300 \text{ К})(450 \text{ моль}\cdot\text{м}^{-3}) = 1,12 \text{ МПа},$$

то-есть превышает атмосферное давление почти на порядок.

## 7.11. АРОМАТ ПРОДУКТОВ

Растения и их части выделяют летучие соединения, отдельные из которых существенно влияют на запах продуктов. Комбинацию вкуса и запаха, которой руководствуется потребитель, оценивая качество продукта, называют *ароматом*. Но следует отметить, что если вкус может быть представлен всего четырьмя типами, то запах определяется около 10000 разнообразными вариантами. Необходимым условием образования запаха является существование летучих веществ в газовой или парообразной фазах с тем, чтобы эти вещества были в состоянии достигнуть нюхательного эпителия человека. Кроме того, существенной представляется способность летучих веществ растворяться в воде.

Аромат мясных продуктов определяется комплексным ощущением запаха и вкуса мяса за счет высвобождения летучих веществ вследствие разжевывания продукта. Этот параметр качества мяса связан с двумя компонентами – растворенными в воде веществами и белками миофибрилл, которые содержат мелкие пептиды, углеводы, некоторые неорганические ионы, которые создают аромат, и летучими субстанциями. Обычно, собственный аромат мяса слабый, но он увеличивается в процессе кулинарной обработки.

Следует отметить, что оценка аромата мяса может быть субъективной: так, жители Австралии, Новой Зеландии и

Великобритании отдают предпочтение аромату мяса зрелых овец, тогда как в США – ягнят. В Германии есть спрос на мясо дичи с ее своеобразным ароматом. В Мексике, Испании и Португалии ценится козье мясо.

Аромат молока определяется комплексным ощущением запаха и вкуса за счет присутствующих в нем жира, белков, лактозы и витаминов, обеспечивающих определенное ощущение качества.

## 7.12. ОБОНЯНИЕ И ВКУС

### 7.12.1. Обоняние

*Обоняние* – это процесс восприятия запаха живым организмом. Обонятельные клетки бесхребетных расположены на кожном покрове; у членистоногих эти клетки образуют особенные органы – сенсиллы; у низших хребетных обонятельные клетки расположены в обонятельных мешках, у высших животных и человека они образуют рецепторный слой обонятельной полости.

Для большинства животных важным и даже решающим способом коммуникации является испускание химических сигналов. Химические летучие вещества, образуемые животными и вызывающие специфический отклик у других представителей того же вида, называются *ферромонами* или *одорантами*. Животные осуществляют и реализуют такую обонятельную связь для провозглашения права на ту или другую территорию, прокладывание следа, поисков корма, создания сигнала опасности, общения животных с потомством, привлечения половых партнеров целью спаривания и размножения, ориентации в пространстве и навигации, поддержки определенной социальной иерархии. Химические сигналы характеризуются невысоким разрешением, но они действуют на значительном пространственном и временном интервалах благодаря земной поверхности и растительному покрову, на которых животное откладывает ферромоны в качестве маркеров. Параметры распространения ферромонов часто зависят от скорости ветра: так, при скорости ветра 1 м/с область распространения клуба ферромона имеет длину 215 м, ширину 4560 м и высоту 108 м, тогда как при скорости ветра 5 м/с эти параметры составляют: длина – 1820 м, ширина – 97 м, высота – 48,5 м.

Химическая коммуникация насекомых осуществляется благодаря ферромонам, среди которых наиболее распространенными являются половые аттрактанты. Рассмотрим один из таких идентифицированных ферромонов шелковичного шелкопряда *Bombyx mori*. Самец имеет на голове пару больших антенн (рис. 7.11), которые собирают бомбикол – аттрактант, посылаемый самкой. Этот аттрактант является смесью (10:1) непосредственно бомбикола (сложного спирта) и его альдегидной формы. Каждая антенна бабочки состоит из основного стержня и большого количества волоскообразных органов, среди которых находятся обонятельные волоски. Стоит внимания способность антенн селективно собирать молекулы бомбикола с помощью клеток-рецепторов, находящихся на обонятельных волосках антенны.



Рис. 7.11. Антенна шелкопряда *Bombyx mori*

Волосок вместе с рецептором называется *сенсиллой* (*sensilla trichodea*). Количество сенсилл на каждой антенне может достигать 17000. Благодаря этим рецепторам самка в состоянии привлекать самцов на расстоянии около одного километра. Контакт клетки-рецептора шелкопряда с окружающей средой осуществляется через поры оболочки; диаметр каждой поры равен 15 нм, а количество пор на сенсилле достигает 3200. В соответствии с современными представлениями, рецепторы фактически считают молекулы, возбуждающие клетку; когда количество импульсов от антенны превышает 200 имп/с, самец реагирует и движется к источнику бомбикола. Механизм химической рецепции шелкопряда связан с объединением диффузионных процессов с высокоэффективной фильтрацией в антеннах.

Проблема борьбы с малярийным комаром (*Anopheles*) также связана с поисками и идентификацией таких аттрактантов, которые испускаются человеком или животным и привлекают внимание комара.

*Обоняние у рыб* играет значительную роль в поисках корма, выявлении хищников, нахождении половых партнеров, достижении мест для нереста и ориентации. Использование обоняния очень хорошо развито у лосося, который начинает свою жизнь в пресных водах рек, где он обитает от нескольких месяцев до двух лет в

зависимости от вида; за этот промежуток времени он “вводит в свою память” запах пресного водоема. Далее лосось направляется вдоль течения к океану, где проводит от одного до четырех лет, достигая половой зрелости. После этого лосось проходит около 1500 км океанского простора, чтобы достигнуть реки, в верховьях которой он родился, для выделения икры. Процесс навигации лосося в океане еще не достаточно выяснен; считается, что лосось использует целый комплекс факторов – географические черты местности, температуру, магнитные поля, небесные и химические ориентиры. Но миграция в реке осуществляется благодаря обонянию.

*Обоняние у птиц* как научная проблема обсуждается на протяжении последних десятилетий. Долгое время считалось, что обоняние является прерогативой исключительно самцов. Недавние исследования доказали, что птицы используют обоняние в поисках и распознавании корма, для выбора удобных для насиживания мест и во время навигации. Среди птиц, имеющих развитые ощущения запахов, можно выделить голубей, некоторых морских птиц, скворцов, цыплят. Интересным можно считать метод выявления обоняния у птиц. Промышленные кампании по транспортированию газа с целью нахождения дефектов в стенках труб накачивали в последние такой одорант как кадаверин (трупный яд); в том месте, где труба имела утечку газа, собиралось большое количество грифов.

### **7.12.2. Обонятельный анализатор**

*Обонятельный анализатор* высших животных и людей – специализированная система, обеспечивающая восприятие различных пахучих веществ, анализ и обработку возбуждений, которые возникают от периферии до центральной нервной системы. Состоит обонятельный анализатор из обонятельных рецепторных клеток (нейронов), которые расположены в слизистом слое толщиной около 60 мкм (рис. 7.12). Рецепторный слой имеет обонятельные и опорные клетки. З одной стороны рецепторный нейрон заканчивается ресничками, находящимися в контакте с внешним воздухом через слизистый слой; с другой – отростками (аксонами). Жгуты из 10–100 аксонов проходят через отверстия в решетчатой кости и образуют клубочки, которые в свою очередь соединяются с двустворчатыми клетками и посредством них – с мозгом. Например, у кролика 26000 нейронов соединяются с 200 клубочками с тем, чтобы образовать одну клетку. Такая структура обонятельного рецептора повышает его чувствительность. Во время вдыхания через обонятельную щель носа протекает около 5–10% общего количества воздуха. Пахучие

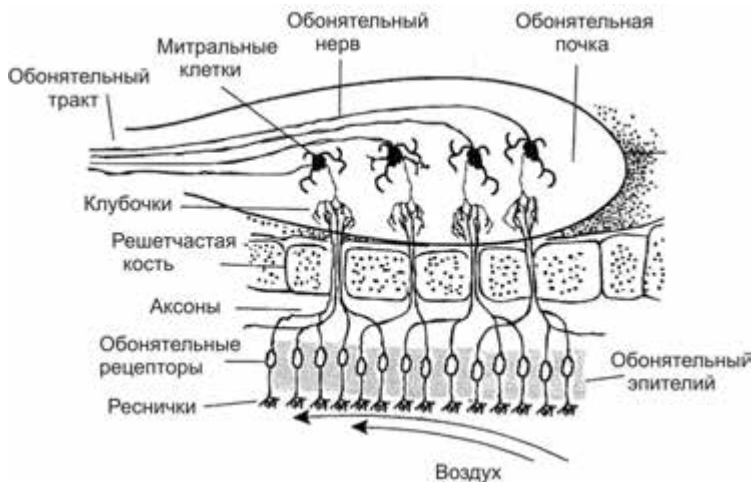


Рис. 7.12. Обонятельный анализатор

вещества в парообразном состоянии действуют на обонятельные рецепторы, благодаря чему последние возбуждаются. Для того, чтобы животное ощутило запах, достаточно возбуждения только 40 рецепторных клеток, причем на каждую из них должна действовать одна молекула пахучего вещества. Уникальным свойством обонятельных рецепторов является их постоянная заменяемость (на протяжении около 60 дней).

### 7.12.3. Механизмы обоняния

*Механизмы обоняния* связаны с попаданием молекул летучих органических соединений в обонятельный анализатор и связыванием их с рецепторными белками, которые в состоянии вследствие этого изменять мембранный потенциал; электрические сигналы передаются от рецепторных клеток через аксоны (длинные отростки клеток нервной системы) к гипоталамусу – отделу мозга, представляющего собой сосредоточение нервных клеток; именно в нем образуются ощущения запаха, его классификация и идентификация.

Некоторые животные (например, кошки) имеют специфический орган *Джакобсона*, предназначенный для детектирования феромонов и низких концентраций химических соединений природного происхождения. Животные используют этот орган для общения между представителями того ж самого вида. Когда кошка открывает верхнюю губу для того, чтобы направить феромоны на

этот орган, кажется, что она усмехается (реакция Феймана).

#### 7.12.4. Методы анализа запахов

*Ольфактометрия* – это метод измерения остроты обоняния. Он используется для определения порога обоняния, уровня обонятельной адаптации и возобновления обонятельной функции (*количественная ольфактометрия*), а также для определения способности человека воспринимать и различать запахи (*качественная ольфактометрия*). Для практической реализации ольфактометрии используют *дегустаторов запахов* – людей, которые отличаются повышенной чувствительностью к запахам (число таких среди обычного населения составляет около 10%). Дегустаторы тренируются определять определенные запахи; в каждой оценке запаха участвуют от 6 до 12 экспертов, после чего результаты оценки усредняются. Во время процедуры определяется пороговый уровень, интенсивность, устойчивость, гедонический тон и характерные признаки запаха. Пороговый уровень запаха определяется постепенным увеличением концентрации пахучего вещества, пока дегустатор не среагирует на нее. Интенсивность запаха измеряется сравнением запаха, который оценивается, с опорным запахом (как правило, *n*-бутанола), образцы которого содержат различные концентрации газа. Для оценки интенсивности запаха используется 5-балльная система: от 0 (отсутствие запаха) до 5 (очень сильный запах). Устойчивость запаха соответствует корреляции интенсивности запаха с концентрацией пахучего вещества. Гедонический тон указывает, как человек воспринимает тот или иной запах с точки зрения ощущения приятных впечатлений. Характерные признаки определяются сравнением оцениваемого запаха с хорошо известными запахами.

*Автоматизированные системы типа “электронный нос”* лишены субъективных подходов к оценке запахов. Такие системы состоят из набора химических сенсоров, в основе которых лежит полимерная пленка. Когда оцениваемый газ проходит через пленку, он вызывает изгибание пленки; эти механические изгибы преобразовываются в электрические сигналы, пропорциональные уровню деформации пленки и, таким образом, концентрации газа. Поскольку разные химические соединения вызывают разные уровни изгиба пленки, имеет место реакция такого сенсора на каждое соединение. Автоматизированная система такого типа содержит набор (20–50) сенсоров, которые создают специфическую картину сенсорных откликов всех сенсоров, характерную для определенного

запаха.

К современным методам количественной и качественной оценки запахов следует также отнести комбинированный метод газовой хроматографии и масс-спектрометрии.

*Метод хроматографии* предусматривает разделение, нахождение и определение веществ благодаря неодинаковости их поведения в системе из двух фаз, которые не смешиваются – подвижной и неподвижной. Подвижной фазой в случае использования метода газовой хроматографии является газ (смесь газов), неподвижной – твердое вещество или жидкость. Во время движения подвижной фазы вдоль неподвижной каждая компонента смеси оседает на неподвижной фазе (сорбенте) в соответствии с материалом сорбента и замедляет движение. Поскольку разные компоненты имеют разное сродство, происходит пространственное разделение этих компонентов.

*Масс-спектрометрический метод* основывается на образовании ионных пучков в вакууме и дальнейшим разделением по массе в электрическом и магнитном полях. Использование комбинированной техники газовой хроматографии и масс-спектрометрии дает возможность оценить 70–100 летучих компонентов, находящихся в воздухе животноводческих помещений и создающих серьезную проблему для работников и жителей окрестностей, которые жалуются на раздражение слизистой оболочки глаз, носа, горла, головную боль, тошноту, понос, кашель, хрипоту, нарушение дыхания, сонливость и т.д.

Современная инструментальная техника позволяет количественно оценить аромат и букет запахов в сельскохозяйственных и пищевых продуктах, наличие нежелательных запахов, присутствие фальсификаторов и загрязнений.

### 7.12.5. Вкус

*Вкус* – это ощущение, возникающее во время действия химических веществ на рецепторы языка и полости рта. Вследствие разжевывания еды высвобождаются разнообразные по величине, форме и сложности молекулы, действующие на молекулы мембраны вкусовых рецепторов. У насекомых хеморецепторы, ответственные за вкус и обоняние, находятся на ротовых органах, а также на лапках или антеннах. У рыб и амфибий хеморецепторы расположены на поверхности тела. У высших животных и человека функции

хемотрецепции суживаются до восприятия запаха и вкуса растворенных веществ.

Человек в состоянии различить четыре основных типа вкуса – *сладкий* (много органических соединений, в частности сахара, сахарин), *соленый* (много неорганических соединений, в частности хлорид натрия, йодид калия), *кислый* (кислоты, ионы водорода, в частности уксус, лимонная кислота) и *горький* (много алкалоидов, в частности кофеин, никотин, хинин, стрихнин).

Сельскохозяйственные животные отличают эти четыре типа вкуса, хотя могут отдавать предпочтение определенному вкусовому ощущению: свиньи – сладкому, крупный рогатый скот и лошади – соленому. Вкусовая чувствительность зависит от типа вкуса – человек способен реагировать на  $10^{15}$  молекул стрихнина на языке или на  $10^{20}$  молекул сахара.

### 7.12.6. Вкусовой анализатор

*Вкусовой анализатор* – морфофизиологическая система, которая обеспечивает восприятие и анализ химических веществ, пребывающих в полости рта. Основой вкусового анализатора являются *вкусовые сосочки* – структуры языка, содержащие вкусовые рецепторы. Сосочки могут иметь грибообразную (на конце языка), листообразную (на боковых поверхностях языка) и желобчатую (на границе задней и двух передних третей языка) формы. Каждый сосочек в свою очередь содержит *вкусовые луковичцы*, которые состоят из эпителиальных вкусовых клеток, связанных с конечными



Рис. 7.13. Вкусовая луковичца

разветвлениями вкусовых нервных клеток (рис. 7.13). Количество луковичц может достигать 10000. На поверхности сосочка языка находится *вкусовая пора*, через которую вкусовая луковичца соединяется с полостью рта. Вкусовая луковичца построена именно из вкусовых (число их составляет 10–20 на одну луковичцу) и опорных клеток; вкусовая клетка имеет вкусовые волоски, которые выходят через пору

в жидкую среду на поверхности языка.

Возможным механизмом вкусовой рецепции можно считать соединение вкусовых веществ с молекулами особых белков рецепторных клеток, что сопровождается возникновением рецепторных потенциалов. Рецепторная клетка высвобождает химический медиатор (высокоактивное химическое вещество), который возбуждает окончание вкусового нерва.

### 7.13. ПРИНЦИПЫ ФИТОРЕМЕДИАЦИИ

Термин *фиторемедация* происходит от греческого слова *фито* – “растение” и латинского *ремедиум* – “лекарство, средство против чего-то”. Процедура фиторемедации состоит в обеззараживании почвы, воды или воздуха с помощью растений, которые в состоянии содержать, уменьшать или ограничивать присутствующие в окружающей среде металлы, пестициды, растворители, нефть и ее производные и разнообразные загрязняющие вещества.

Отличают такие процессы фиторемедации:

- *Фитоэкстрагирование* – захват и сосредоточение субстанций из окружающей среды в биомассу растения.

- *Фитостабилизация* – уменьшение подвижности субстанций в окружающей среде.

- *Фитопреобразование* – химическая модификация субстанций окружающей среды вследствие растительного метаболизма (обмена веществ) за счет инактивации, деградации или иммобилизации этих субстанций.

- *Фитостимуляция* – увеличение активности микроорганизмов в почве, приводящее к деградации загрязняющих веществ.

- *Фитоволатилизация* (от лат. *volatilis* – летучий, быстрый) – извлечение субстанций из грунта или воды с их дальнейшим преобразованием в менее ядовитые субстанции.

- *Ризофильтрация* – фильтрация воды, проходящая через корневую массу с извлечением токсических субстанций, или избытка питательных веществ; загрязняющие вещества поглощаются корнями.

В качестве примеров таких растений, способных осуществлять фиторемедацию, можно привести подсолнечник (*Helianthus annuus*), который извлекает мышьяк, или сахарную свеклу (*Beta vulgaris*), экстрагирующую хлорид натрия, который накапливается в сельскохозяйственных угодьях вследствие их затопления морской

водой. Многие декоративные растения нейтрализуют летучие органические соединения, находящиеся в воздухе закрытых помещений.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое идеальный газ? Написать уравнение состояния идеального газа.

2. Какой процесс называют изотермическим? изобарным? изохорным?

3. Какой вид имеют графики: изобарного процесса в координатах  $(V, T)$ ? изохорного процесса в координатах  $(p, T)$ ?

4. Дать определение процессам парообразования и конденсации. Какая разница между испарением и кипением?

5. Какой пар называют насыщенным?

6. Что такое реальный газ? Написать уравнение состояния реального газа.

7. Какой физический смысл констант  $a$  и  $b$  в уравнении Ван дер Ваальса?

8. Какие термодинамические процессы в реальном газе необходимо осуществить, чтобы перейти от газа к жидкости?

9. Что называют влажностью воздуха? Какой воздух называют сухим? влажным?

10. Что такое упругость водного пара?

11. Что такое упругость насыщенного водного пара?

12. Дать определение абсолютной и относительной влажности.

13. Назвать единицы измерения абсолютной и относительной влажности.

14. Что называют дефицитом влажности?

15. Что такое точка росы?

16. Почему температура смоченного термометра ниже, чем температура сухого?

17. В чем заключается принцип действия емкостного гигрометра?

18. В чем заключается принцип действия конденсационного гигрометра?

19. В чем заключается принцип действия сорбционного гигрометра?

20. Что такое диффузия?

21. Чем обусловлено осмотическое давление?

22. Какое давление называют тургорным?

23. Как используют животные химические сигналы?

24. Как влияет ветер на распространение феромонов?
25. Дать определение обонянию.
26. Как осуществляется химическая коммуникация насекомых?
27. Назвать методы борьбы с насекомыми-вредителями.
28. Как используют рыбы обоняние?
29. Есть ли обоняние у птиц?
30. Из чего состоит обонятельный анализатор высших животных и человека?
31. Осветить современные представления относительно механизмов обоняния.
32. Назвать основные методы анализа запахов. Сравнить эти методы.
33. Дать определение вкусу.
34. Из чего состоит вкусовой анализатор высших животных и человека?
35. В чем состоят современные представления относительно механизмов вкуса?
36. Пояснить принципы фиторемедиации.

## 8. ТЕРМОДИНАМИКА

*Термодинамика* – раздел физики, изучающий наиболее общие свойства макроскопических физических систем, которые находятся в состоянии равновесия, и процессы перехода между этими системами.

### 8.1. ТЕМПЕРАТУРА И ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТЛ

#### 8.1.1. Температура

*Температура* – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. Температура характеризует, насколько горячим или холодным является тело.

Количественное измерение температуры возможно благодаря использованию термометра или использованию температурных шкал.

*Термометр* – это прибор для количественного оценивания температуры какой-либо системы.

#### 8.1.2. Температурные шкалы

Один из первых термометров “флорентийский термоскоп” (1610) содержал в трубке воду или вино. Великий герцог Тосканы Фердинанд II предложил спирт как рабочее вещество термометра, который имел 50 делений, но не имел нуля.

Позже датский астроном Реомюр (Ole Roemer) в 1743 г. предложил шкалу между температурой таяния льда ( $0^{\circ}\text{R}$ ) и температурой кипения воды ( $80^{\circ}\text{R}$ ).

Немецкий изготовитель инструментов Фаренгейт (Daniel Gabriel Fahrenheit) в 1724 г. разработал температурную шкалу на основе размещения термометра: 1) в смеси морской соли, льда и воды ( $0^{\circ}\text{F}$ ); 2) этой же смеси, но без соли ( $30^{\circ}\text{F}$ ); в полости рта здорового человека ( $96^{\circ}\text{F}$ ). Температура кипения воды на этой шкале соответствовала  $212^{\circ}\text{F}$ , а замерзания  $32^{\circ}\text{F}$ . Последний интервал был поделен на 180 делений – градусов Фаренгейта (рис. 8.1).

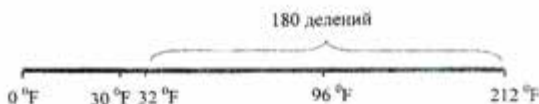


Рис. 8.1. Пояснение шкалы Фаренгейта

1745 г. Цельсий (Anders Celsius) в Швеции использовал шкалу между температурой таяния льда ( $0^{\circ}\text{C}$ ) и температурой кипения воды ( $100^{\circ}\text{C}$ ) при нормальном ( $101325\text{ Па}=760\text{ мм рт. ст.}$ ) давлении. Эта шкала получила название *Международной стоградусной шкалы (Цельсия)*.

В 1933 г. Кельвин (Lord Kelvin, William Thompson) разработал *Термодинамическую температурную шкалу (Кельвина)*, в основу которой было положено использование *тройной точки* веществ – точки на диаграмме состояния, отвечающей равновесному существованию трех фаз вещества (табл. 8.1). Так, тройная точка воды равна  $273,16\text{ К}$ , а температура кипения воды  $373,15\text{ К}$  (рис. 8.2).

**8.1 – Фиксированные точки Международной температурной шкалы (МТШ) и вторичные реперные точки**

Состояние равновесия	Температура, К	Температура, $^{\circ}\text{C}$
<b>Фиксированные точки МТШ</b>		
Тройная точка аргона	83,798	-189,352
Тройная точка воды	273,16	+0,01
Кипение воды при нормальном давлении	373,15	100
Плавление олова при нормальном давлении	505,078	+231,958
<b>Вторичные реперные точки</b>		
Температура сублимации двуокиси углерода при нормальном давлении	194,674	-78,476
Плавление ртути при нормальном давлении	234,288	-38,862
Плавление льда при нормальном давлении	273,15	0,0
Тройная точка дифенилового эфира	300,02	26,87

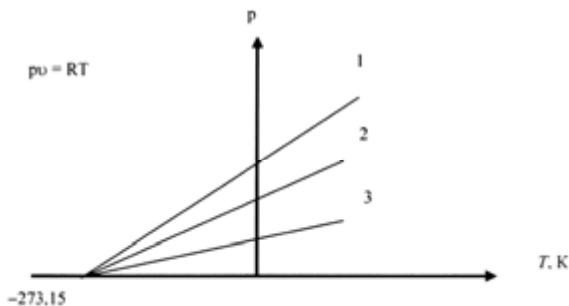


Рис. 8.2. Зависимость давления от температуры для различных (1, 2, 3) газов. Давление равно нулю при температуре  $-273,15^{\circ}\text{C}$

### 8.1.3. Единицы температуры

Связь единиц температуры, измеряемых при помощи различных шкал, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} {}^{\circ}\text{C} &= \text{K} - 273,15; \\ \text{K} &= {}^{\circ}\text{C} + 273,15; \\ {}^{\circ}\text{C} &= 5/9({}^{\circ}\text{F} - 32); \\ {}^{\circ}\text{F} &= 9/5{}^{\circ}\text{C} + 32. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$



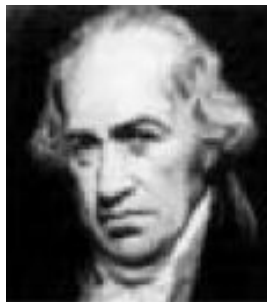
#### **Андерс ЦЕЛЬСИЙ (1701–1744)**

Шведский астроном и физик.  
Предложил (1742 г.)  
температурную шкалу (Цельсия).

#### **Габриель ФАРЕНГЕЙТ (1686–1736)**

Немецкий физик и инженер. Работал в Англии и Голландии. Разработал спиртовый (1709) и ртутный (1714) термометры.

Предложил температурную шкалу, названную в дальнейшем его именем.





### **Уильям ТОМСОН (Лорд КЕЛЬВИН) (1824–1907)**

Английский физик и инженер, известный своими работами в области теории электрических и магнитных явлений, термодинамики. Разработал шкалу Кельвина и ввел понятие абсолютной температуры. Дал одно из определений второго закона термодинамики. Открыл ряд эффектов (в том числе эффект Джоуля–Томсона).

#### **8.1.4. Температура атмосферы**

*Тепловым режимом* атмосферы называют характер распределения и изменения температуры в атмосфере. Перенос тепла между поверхностью Земли и атмосферой осуществляется за счет таких путей теплоотдачи: *тепловая конвекция, турбулентность, молекулярная теплопроводность и теплоизлучение*. Самыми важными являются турбулентность и тепловая конвекция. Существенно влияет на распределение температуры приземного воздуха растительный покров.

По характеру изменения температуры с высотой атмосфера делится на *тропосферу* (220 К), *стратосферу* (260 К), *мезосферу* (180 К), *термосферу* и *экзосферу* (2000 К). Распределение температуры атмосферы с высотой приведено на рис. 8.3.

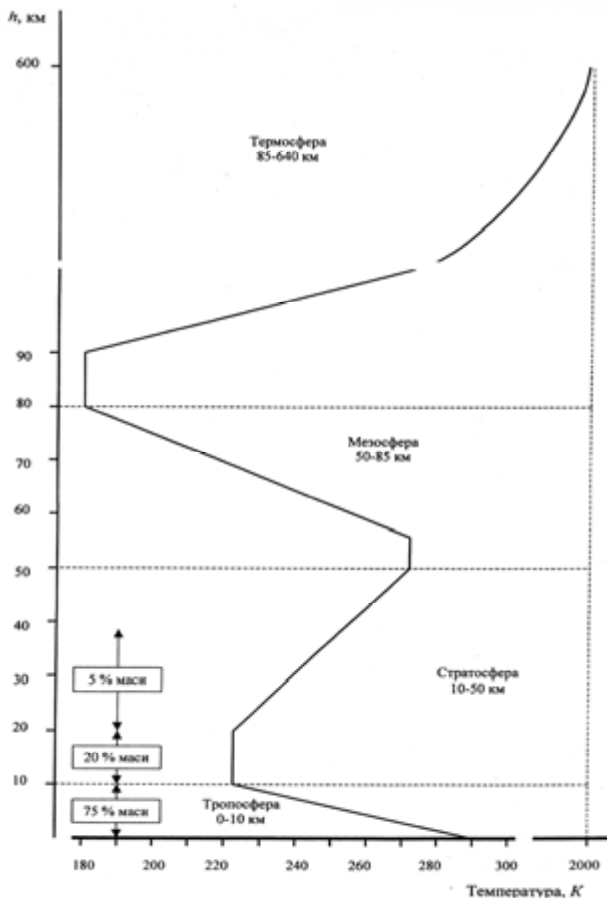


Рис. 8.3. Распределение температуры атмосферы

Солнце можно сравнить с абсолютно черным телом, температура которого равна 6000 К. Спектральная область солнечного излучения составляет 200–5000 нм; максимум излучения приходится на 500 нм.

Земная поверхность действует как абсолютно черное тело с температурой 288 К. Спектральная область излучения составляет 4–50 мкм с максимумом 10 мкм (рис. 8.4).

Термин *тропосфера* происходит от греческого слова *tropos*, означающего “смешивать”. В этом слое высотой около 10 км происходит вертикальное перемешивание воздуха благодаря нагреванию земной поверхности коротковолновым солнечным излучением. Молекулы двуокиси углерода  $CO_2$ , метана  $CH_4$ , закиси азота  $N_2O$  и других газов поглощают длинноволновое излучение земной поверхности и нагреваются. В тропосфере температура спадает с высотой за счет перемещения воздуха в горизонтальном направлении.

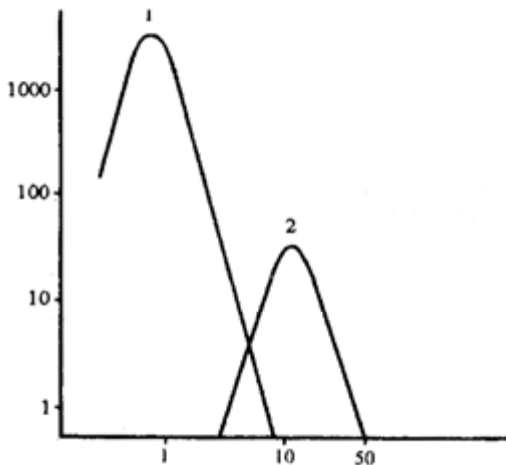


Рис. 8.4. Спектры излучения: 1 – Солнца; 2 – земной поверхности (по оси ординат –  $P$ , Вт/м<sup>2</sup>·мкм; по оси абсцисс –  $\lambda$ , мкм)

*Стратосфера* занимает область 10–50 км. Ультрафиолетовая компонента солнечного излучения в состоянии расщепить молекулу кислорода  $O_2$  на синглетный кислород  $O$ , взаимодействующий с  $O_2$  и образующий  $O_3$ . Температура стратосферы увеличивается с высотой. В температурном режиме стратосферы играет роль озон  $O_3$ , который поглощает коротковолновое солнечное излучение, вызывающее нагревание стратосферы. Озоновый слой занимает область высот 10–50 км с максимумом на высоте 20–25 км. Температура стратосферы зависит от плотности озона – там, где она выше, температура больше.

В *мезосфере* (от греческого *mesos* – средний), занимающей область высот 50–85 км, температура уменьшается с высотой, поскольку здесь осуществляется существенное перемешивание воздуха за счет ветра, скорость которого достигает 150 м/с.

В *термосфере* (от греческого *thermos* – теплота), в области 85–640 км и *экзосфере* (от греческого *exo* – снаружи), в области 500–1000 км температура возрастает с высотой за счет высокой кинетической энергии молекул газов, что обуславливается поглощением высокоэнергетического солнечного излучения остатками кислорода. Температура частиц термосферы может достигать 2000 °С, хотя там имеет место высокая разреженность воздуха. Ультрафиолетовое

солнечное излучение вызывает ионизацию молекул (ионосфера). Высокая энергия частиц дает возможность покинуть атмосферу.

### 8.1.5. Тепловое расширение тел

*Тепловое расширение* – это изменение размеров тела в процессе его нагревания. У твердых тел и жидкостей тепловое расширение связано с несимметричностью (ангармонизмом) тепловых колебаний атомов, благодаря чему межатомные расстояния увеличиваются с повышением температуры. Вследствие этого твердое тело испытывает тепловое расширение, которое сопровождается соответствующим увеличением каких-либо размеров (длины, ширины, толщины). Следует отметить, что это возрастание зависит *линейно* от температуры.

Пусть тело имеет длину  $l$  при некоторой температуре. С повышением температуры на величину  $\Delta T$  длина тела увеличивается на  $\Delta l$ . Связь между всеми этими параметрами описывается уравнением:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T, \quad (8.2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения.

Единица измерения коэффициента линейного расширения –  $K^{-1}$ .

Поскольку линейные размеры тела изменяются с температурой, происходит соответствующее изменение и объема тела, описываемое уравнением:

$$\Delta V = \beta V \Delta T = 3 \alpha V \Delta T, \quad (8.3)$$

где  $\beta$  коэффициент объемного расширения.

Типичные значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  приведены в табл. 8.2.

#### 8.2 – Типичные значения коэффициентов $\alpha$ и $\beta$ .

Материал	$\alpha, K^{-1}$	Материал	$\beta, K^{-1}$
Свинец	$29 \cdot 10^{-6}$	Воздух при $0^{\circ}C$	$36,7 \cdot 10^{-4}$
Сталь	$11 \cdot 10^{-6}$	Глицерин	$4,85 \cdot 10^{-4}$
Стекло обыкновенное	$9 \cdot 10^{-6}$	Бензин	$1,24 \cdot 10^{-4}$
Инвар (сплав <i>Ni-Fe</i> )	$0,9 \cdot 10^{-6}$	Этиловый спирт	$1,12 \cdot 10^{-4}$

Жидкости также увеличивают свой объем с увеличением температуры; для изотропных твердых тел (для которых коэффициент линейного расширения одинаковый по всем направлениям) коэффициент объемного расширения примерно втрое больший коэффициента линейного расширения ( $\beta \sim 3\alpha$ ). Особое место среди

жидкостей занимает вода, плотность которой зависит от температуры, причем эта зависимость характеризуется максимумом при температуре около  $4^{\circ}\text{C}$ .

### Пример

Ртутный термометр имеет капилляр диаметром 0,004 см и колбу диаметром 0,25 см. Определить изменение высоты столбика ртути в капилляре, если температура изменилась на  $30^{\circ}\text{C}$ . Тепловым расширением стекла пренебречь.

### Решение

Объем колбы найдем из выражения:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \left(\frac{0,25}{2}\right)^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3.$$

Подставим числовые значения в уравнение (8.3):

$$\Delta V = \beta V \Delta T = 1,82 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 30 = 436,8 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3.$$

Объем капилляра равен:

$$V_{\text{цил}} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot h.$$

Отсюда найдем изменение высоты столбика ртути:

$$h = \frac{V_{\text{цил}} \cdot 4}{\pi D^2} = \frac{\Delta V \cdot 4}{\pi D^2} = \frac{436,8 \cdot 10^{-7} \cdot 4}{3,14 \cdot 0,004^2} = 3,4 \text{ см}.$$

### Контрольное задание

Стальной железнодорожный рельс имел длину 30 м при температуре  $0^{\circ}\text{C}$ . Чему равна длина рельса в жаркий день, если температура составляет  $40^{\circ}\text{C}$ ?

Ответ: 30,013 м.

## 8.2. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Жидкостный термометр* – прибор для измерения температуры, основанный на тепловом расширении жидкости. Явление теплового расширения жидкости описывается уравнением:

$$\Delta V = \beta V \Delta T, \quad (8.4)$$

где  $\beta$  – коэффициент объемного расширения жидкости;  $\Delta V$  – изменение объема;  $\Delta T$  – изменение температуры.

Жидкость в термометре поднимается благодаря тому, что коэффициенты объемного расширения  $\beta$  жидкости и стекла существенно отличаются:  $1,81 \cdot 10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  – ртути;  $10,6 \cdot 10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  – спирта;  $9,16 \cdot 10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  – толуола;  $0,25 \cdot 10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-1}$  – стекла.

Жидкостный термометр состоит из тонкостенного стеклянного резервуара, соединенного со стеклянным капилляром; для измерения температуры термометр оборудован шкалой. Часть пространства в капилляре, не занятая жидкостью, заполнена сухим инертным газом во избежание разрыва жидкости. В капилляре может иметь место внутреннее расширение (сократительная камера), которое дает

возможность сократить длину капилляра; еще одно расширение капилляра (расширительная камера) в конце защищает термометр от перегрева. Внешний вид жидкостного термометра представлен на рис. 8.5.



Рис. 8.5. Внешний вид жидкостного термометра

В качестве рабочей жидкости термометра выбирают такие вещества:

- *Ртуть* – диапазон температур, в пределах которых ртуть еще жидкая: от температуры замерзания  $-38,83$  до  $+356,7$  °С. Именно поэтому ртутные термометры используют для измерения высоких температур. Ртуть используют чаще всего и потому, что она существует в чистой форме, не разрушается со временем, не взаимодействует со стеклом. Ртуть, в отличие от воды, не расширяется во время затвердевания и не портит стеклянный капилляр; очень тяжело заметить, когда она замерзает.

- *Ртуть+таллий* – этот сплав позволяет увеличить нижний предел измерения температуры до  $-61,1$  °С.

- *Спирт* – этиловый имеет температуру замерзания  $-114$  °С, а метиловый  $-97,7$  °С; то-есть термометры со спиртом целесообразно использовать для измерения низких температур.

- *Галлий*, который имеет температуру плавления  $30$  °С, а температуру кипения  $+2204$  °С, может быть использован в термометрах, предназначенных для измерения высоких температур. Сплав галлия, индия и олова (*галлстан*) имеет температуру замерзания  $-20$  °С; его используют во время изготовления бытовых градусников.

- *Толуол* – имеет температуру плавления  $-95,1$  °С, а температуру кипения  $110,5$  °С. Однако галлий и толуол не такие стойкие как ртуть и могут постепенно разлагаться на солнце.

*Термометры сопротивления* – приборы, принцип которых основанный на способности материалов изменять электрическое сопротивление под влиянием температуры. Проводники в таких измерениях называются *терморезисторами*, а полупроводники –

термисторами.

Для проводников зависимость сопротивления от температуры имеет вид:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T), \quad (8.5)$$

где  $R$  – сопротивление проводника при температуре  $T$ ;  $R_0$  – сопротивление при температуре  $T_0$ ;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления проводника;  $\Delta T = T - T_0$  (де  $T_0 = 273,15 \text{ K} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Для терморезисторов используют такие металлы: платину, медь, никель. Платина характеризуется стабильностью параметров в условиях коррозии, действия химических соединений. Она не окисляется, поддается механической обработке, имеет высокую температуру плавления и выделяется высоким уровнем чистоты. Все эти факторы влияют на стабильность зависимости сопротивления платинового проводника от температуры. Преимуществом медных терморезисторов является широкие изменения сопротивления в процессе изменения температуры и практически линейный отклик на температуру. Никель имеет нелинейный характер зависимости сопротивления от температуры. Никель и медь характеризуются меньшей стоимостью по сравнению с платиной.

Для полупроводников сопротивление уменьшается с увеличением температуры по формуле:

$$R = ae^{b/T}, \quad (8.6)$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные, зависящие от полупроводника;  $T$  – температура.

Типичными полупроводниками, которые используются как термисторы, являются кремний и германий. Размеры термисторов могут достигать 0,2 мм. Термисторы более чувствительные к изменению температуры по сравнению с терморезисторами: они способны реагировать на изменение температуры порядка  $10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ . Интервал температур, измеряемых термисторами, составляет от  $-50$  до  $+100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

*Термоэлектрические термометры* используют термоэлектрические явления, которые проявляются во взаимосвязи тепловых и электрических процессов в твердых телах. Одним из таких термоэлектрических явлений является *эффект Зеебека* – возникновение электродвижущей силы (э.д.с.) в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты которых имеют разную температуру (рис. 8.6). Детально это явление будет рассмотрено в разделе 9.2.5.



Рис. 8.6. Замкнутая цепь, состоящая из двух разнородных проводников, контакты которых имеют разные температуры

*Биметаллический термометр* основан на тепловом расширении твердых тел, в частности, на деформации биметаллической пластины (например, инвар и сталь) под влиянием температуры. Поскольку металлы имеют разные значения коэффициентов объемного расширения, пластина в процессе изменения температуры будет деформироваться (рис. 8.7). Перемещение свободного конца  $\Delta X$  при изменении температуры  $\Delta t$  описывается формулой:

$$\Delta X = K\Delta t, \quad (8.7)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности, который зависит от размеров пластины и коэффициентов объемного расширения металлов.

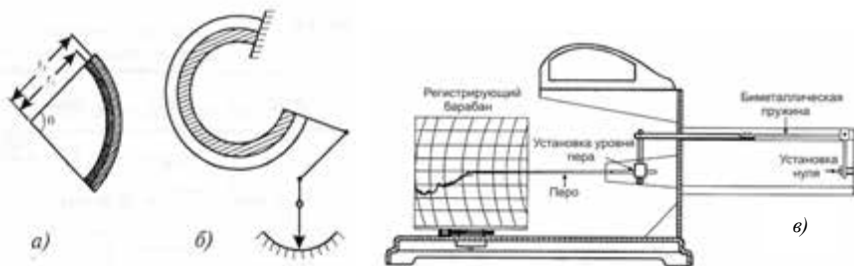


Рис. 8.7. Биметаллический термометр, основанный на тепловом расширении твердых тел, в частности, на деформации биметаллической пластины под действием температуры: а – биметаллическая пластина; б – деформационный термометр; в – биметаллический термограф

Видно, что зависимость перемещения конца биметаллической пластины от температуры линейная, а шкала прибора равномерная.

*Оптическая пирометрия* основывается на использовании зависимости излучательной способности разогретого тела от температуры. То-есть, определить температуру какого-либо тела можно путем сравнения интенсивности его излучения на

определенной длине волны с интенсивностью стандартного излучения.

Оптический пирометр состоит из источника излучения и оптической системы, в которую входит микроскоп, калибровочная лампа и фильтр с узкой полосой пропускания (рис. 8.8).

Процедура измерения температуры предусматривает сравнение яркости исследуемого тела и калибровочной лампы. Измерение проводят на длине волны 655 нм. Регулировкой тока, проходящего через нить накаливания, уравнивают яркости тела и лампы. Вследствие этого изображение нитки исчезает на фоне яркости тела. Ручка потенциометра, регулирующая величину тока, прокалибрована в единицах температуры.

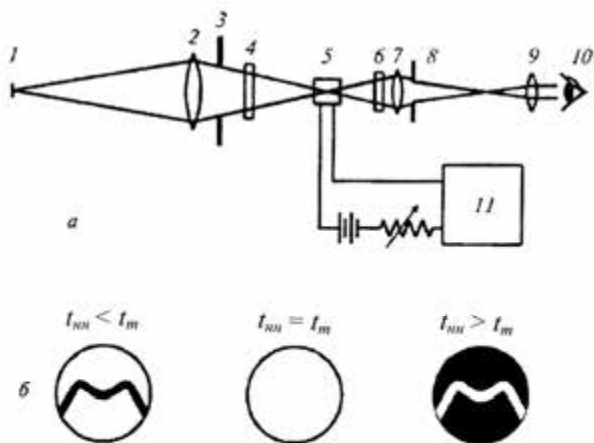


Рис. 8.8. Схема оптического пирометра: а) 1 – источник света; 2 – линза; 3 – диафрагма; 4 – фильтр; 5 – лампа пирометра; 6 – красный фильтр; 7 – линза; 8 – диафрагма; 9 – окуляр; 10 – глаз наблюдателя; 11 – амперметр; б) изображение нити электролампы пирометра и исследуемого тела в зависимости от соотношения температуры  $t_{ни}$  нити и температуры  $t_m$  тела

*Радиотермометры* используются для измерения температуры природных поверхностей. Известно, что энергетическая яркость природной поверхности определяется выражением:

$$L_e = \frac{\varepsilon \sigma T_s^4}{\pi}, \quad (8.8)$$

где  $\varepsilon$  – излучательная способность поверхности ( $0 < \varepsilon < 1$ );  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ );  $T_s$  – температура поверхности.

Таким образом, измерение энергетической яркости природной поверхности дает возможность оценить ее температуру. На практике измеряют энергетическую яркость в полосе длин волн, обычно в области 8–13 мкм, где наблюдается окно прозрачности атмосферы и излучательная способность тел максимальна. Вследствие этого температура атмосферы не влияет на результаты измерений температуры поверхности, а излучение Солнца целиком поглощается атмосферой и также не мешает измерениям. Обычно радиометры состоят из оптической системы (линзы, зеркала, фильтры), которая фокусирует поток излучения определенной длины волны на детектор – термистор или термобатарей. Этот поток повышает температуру детектора, выходной электрический сигнал которого проградуирован в единицах температуры. Использование инфракрасной видеокамеры, способной регистрировать спектральное распределение температуры, дает возможность создать тепловые изображения исследуемого объекта.

Пирометры используют для измерения температуры большей, чем 600 °С.

*Кварцевый пьезоэлектрический термометр* представляет собой цифровой прибор, в основе которого лежит измерение резонансной частоты пьезокристалла. Каждый кристалл имеет свою собственную резонансную частоту, зависящую от температуры. Приборы такого типа характеризуются высокой чувствительностью и разрешающей способностью ( $10^{-4}$  °С). Диапазон измеряемых температур составляет от –40 до +230 °С. К недостаткам можно отнести сложность электронной системы этих приборов и более высокую по сравнению с обычными термометрами стоимость.



### **П.Л. КАПИЦА (1894–1984)**

Российский физик, известный своими работами в области физики магнитных явлений, физики и техники низких температур, квантовой физики конденсированного состояния, электроники и физики плазмы. В 1937 г. открыл сверхтекучесть жидкого гелия. Лауреат Нобелевской премии по физике 1979 года.

#### ▼ Для любознательных

Чувствительность гремучей змеи к быстрым изменениям температур составляет  $0,002^{\circ}\text{C}$ .

Есть сведения о том, что представители прокариотов сохраняют жизнедеятельность при температурах до  $155^{\circ}\text{C}$ .

Среди насекомых и рептилий верхний температурный предел составляет  $50^{\circ}\text{C}$ .

Полярные животные и птицы способны выдерживать низкие температуры до  $-60^{\circ}\text{C}$ .

### 8.3. ТЕРМОДИНАМИКА РАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ

#### 8.3.1. Параметры термодинамической системы

*Термодинамическая система* – совокупность макроскопических тел, которые могут взаимодействовать между собой и с другими телами (окружающей средой) путем обмена с ними энергией и веществом.

Существует три типа термодинамических систем: 1) *изолированная система*, которая не обменивается с окружающей средой ни энергией, ни веществом; 2) *замкнутая система*, которая обменивается с окружающей средой энергией, но в ней отсутствует обмен веществом; 3) *открытая система*, в которой осуществляется обмен с окружающей средой и энергией, и веществом.

Любая термодинамическая система характеризуется такими *термодинамическими параметрами* как давление  $p$ , объем  $V$ , температура  $T$ , масса  $m$ , молярная концентрация  $n$ . Совокупность этих параметров определяет *термодинамическое состояние* системы. Изменение хотя бы одного из параметров приводит к изменению термодинамического состояния системы. Если параметры термодинамической системы имеют целиком определенные значения и не изменяются со временем при неизменных внешних условиях, то такая система пребывает в *равновесном состоянии*. Такое состояние характеризуется отсутствием в системе потоков (например, потоков энергии или вещества). Переход системы из одного состояния в другое, сопровождаемое изменением термодинамических параметров, называется *термодинамическим процессом*.

#### 8.3.2. Внутренняя энергия системы

*Внутренняя энергия*  $U$  включает энергию хаотического (теплого) движения всех микрочастиц системы (молекул, атомов, ионов) и энергию взаимодействия этих частиц. Внутренняя энергия характеризует состояние термодинамической системы, то-есть является *функцией состояния системы*.

### 8.3.3. Теплоемкость и удельная теплоемкость

Если тело имеет температуру, отличную от температуры окружающей среды, оно либо отдает, либо приобретает тепловую энергию для достижения теплового равновесия или стационарного состояния.

*Теплоемкость тела  $C$*  – величина, численно равная количеству теплоты, которую необходимо сообщить данному телу для нагревания на 1 К:

$$C = Q/\Delta T, \quad (8.9)$$

где  $Q$  – количество теплоты, переданное телу для нагревания на  $\Delta T$  градусов.

Единица измерения теплоемкости –  $\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ .

*Удельная теплоемкость вещества  $c$*  – величина, численно равная количеству теплоты, которую необходимо сообщить данному веществу массой 1 кг для нагревания на 1 К:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}. \quad (8.10)$$

Единица измерения удельной теплоемкости –  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ .

Связь теплоемкости тела  $C$  с удельной теплоемкостью вещества  $c$  выражается формулой:

$$C = c \cdot m. \quad (8.11)$$

Количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела массой  $m$  на величину  $\Delta T$ , определяется как:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T, \quad (8.12)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость.

Значения удельной теплоемкости воды и некоторых биологических тканей приведены в табл. 8.3.

8.3 – Удельная теплоемкость воды и биологических тканей

Вещество или ткань	Удельная теплоемкость, $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
Вода	4186
Кровь	3894
Молоко	3891
Мед	2229
Ткань рыбы	3500
Сухая ткань	1674
Костная ткань	1256–1675

### 8.3.4. Работа и энергия

Обмен энергией между закрытой термодинамической системой и внешними телами может осуществляться двумя разными способами: путем выполнения работы и благодаря теплообмену.

Энергия, передаваемая термодинамической системе внешними телами, называется *работой*, которая осуществляется над системой. Энергия, которая передается системе внешними телами через теплообмен, называется *теплотой*, получаемой системой от внешней среды.

Единица измерения теплоты – Дж.

Рассмотрим цилиндр, заполненный газом и оборудованный поршнем. В состоянии равновесия газ создает давление  $p$  на поршень; во время движения на расстояние  $dx$  выполняется работа:

$$dA = Fdx = pSdx = pdV, \quad (8.13)$$

где  $S$  – площадь поршня;  $F$  – сила, с которой газ действует на поршень.

Общая работа, выполняемая поршнем при изменении объема от  $V_1$  до  $V_2$ , равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \quad (8.14)$$

Работа, которую выполняет газ во время расширения от начального до конечного состояния, равна площади под кривой в системе координат  $p, V$  (рис. 8.9). Причем, работа, выполняемая системой, зависит от процесса, в котором участвует система от начального до конечного состояния (рис. 8.10). То же самое можно сказать и про теплоту.

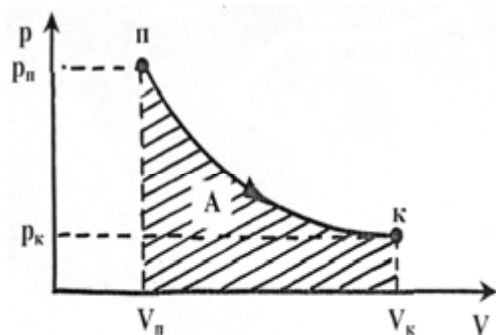


Рис. 8.9. Работа, которую выполняет газ при расширении

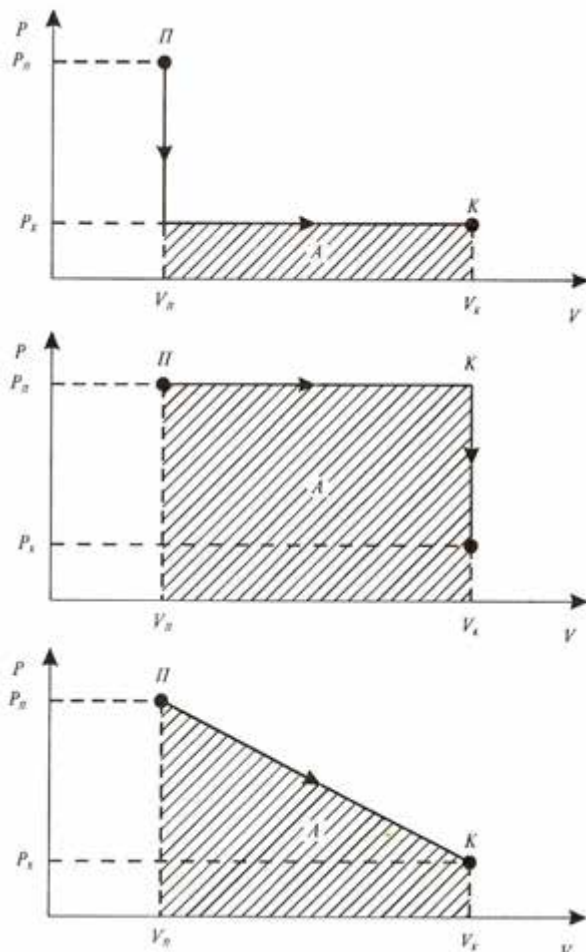


Рис. 8.10. Зависимость работы, выполняемой газом во время расширения, от процесса, в котором участвует система

### 8.3.5. Первый закон термодинамики

Первый закон термодинамики представляет собой обобщение закона сохранения энергии и учитывает возможные изменения внутренней энергии.

Рассмотрим термодинамическую систему, находящуюся в процессе перехода из начального состояния до конечного, во время которого теплота  $Q$  поглощается (или выделяется) и работа  $A$  выполняется системой (или над системой). Примером такой термодинамической системы может быть газ, который переходит из

начального состояния  $p_n, V_n$  до конечного состояния  $p_k, V_k$ . Доказано, что в соответствии с законом сохранения энергии во время любого перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии  $\Delta U = U_k - U_n$  будет неизменным и равным разности между количеством теплоты  $Q$ , получаемой системой, и работой  $A$ , производимой системой против внешних сил. Таким образом, величина  $Q - A$  определяется полностью начальным и конечным состояниями; называется эта величина *изменением внутренней энергии системы*  $\Delta U$ :

$$\Delta U = U_k - U_n = Q - A. \quad (8.15)$$

Здесь  $A > 0$ , если работа выполняется системой против внешних сил и  $A < 0$ , если работа выполняется над системой.

Переход системы из одного состояния в другое сопровождается изменением  $\Delta U$  внутренней энергии. Изменение  $\Delta U$  внутренней энергии можно оценить путем измерения теплоты  $Q$ , которая поглощается или выделяется системой, и выполненной работой  $A$ . На основе последнего уравнения можно сформулировать первый закон термодинамики – *теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил*:

$$\Delta U = Q - A. \quad (8.16)$$

Если система претерпевает бесконечно малые изменения состояния, первый закон термодинамики записывается как:

$$dU = dQ - dA. \quad (8.17)$$

(В литературе можно встретить такую форму записи первого закона термодинамики, как  $dU = \delta Q - \delta A$ , где символы  $\delta$  обозначают, что теплота  $Q$  и работа  $A$  не являются функциями состояния и, таким образом, не могут быть полными дифференциалами).

Рассмотрим несколько специальных случаев.

1. *Изолированная система* не взаимодействует с окружающей средой; тепловой поток отсутствует ( $dQ = 0$ ), работа равна нулю ( $dA = 0$ ); следовательно  $\Delta U = 0$ , то-есть внутренняя энергия изолированной системы остается постоянной ( $U = \text{const}$ ).

2. *Циклический процесс*, который начинается из одного состояния и заканчивается тем же состоянием, характеризуется изменением внутренней энергии  $\Delta U = 0$ , то-есть  $Q = A$ . Таким образом, невозможно создать механизм, который бы выполнял работу, превышающую полученную им энергию.

3. *Открытая система* характеризуется потоком вещества  $dU_{\text{вещ}}$ ,

то-есть  $dU = dQ + dA + dU_{вещ.}$

### Пример

Один грамм воды занимает объем  $1 \text{ см}^3$  при атмосферном давлении. Во время кипения этого количества воды из нее вышло  $1671 \text{ см}^3$  пара. Чему равно изменение внутренней энергии в этом процессе?

### Решение

Поскольку удельная теплота испарения воды равна  $22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$  при атмосферном давлении, теплота, необходимая для преобразования в пар  $1 \text{ г}$  воды, определится как:

$$Q = mL_{исп} = (1 \cdot 10^{-3} \text{ кг})(22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}) = 2260 \text{ Дж}.$$

Работа, выполняемая системой, равна:

$$A = p(V_n - V_0) = (1,013 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}^{-2})(1671 - 1) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 169 \text{ Дж}.$$

Отсюда изменение внутренней энергии составляет:

$$\Delta U = Q - A = 2260 \text{ Дж} - 169 \text{ Дж} = 2091 \text{ Дж}.$$

## 8.3.6. Применение первого закона термодинамики к определенным термодинамическим процессам

*Уравнение Майера.* Уравнение первого закона термодинамики для одного моля газа можно записать в виде:

$$dU = dQ - pdV = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV. \quad (8.18)$$

Отсюда:

$$dQ = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[ p + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV. \quad (8.19)$$

Определим теплоемкость одного моля вещества как *молярную теплоемкость*. При постоянном объеме молярная теплоемкость определится выражением:

$$C_V = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V. \quad (8.20)$$

При постоянном давлении молярная теплоемкость определится как:

$$C_p = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[ p + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (8.21)$$

Вычитая из уравнения (8.21) уравнение (8.20), получим:

$$C_p - C_p = \left[ p + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (8.22)$$

Поскольку внутренняя энергия идеального газа зависит лишь от температуры а не от объема,  $(\partial U / \partial V)_T = 0$ . Для одного моля идеального газа уравнение состояния можно записать в виде:

$$p(\partial V / \partial T)_p = R. \quad (8.23)$$

С учетом этого можно записать уравнение Майера:

$$C_p - C_V = R. \quad (8.24)$$

*Адиабатный процесс.* Поскольку адиабатный процесс происходит без теплообмена с окружающей средой, можно, используя уравнение  $dU = dQ - pdV$ , получить выражение:

$$dQ = dU + pdV = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + pdV = 0. \quad (8.25)$$

Учитывая, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, можно последнее уравнение привести к виду:

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + pdV = 0, \quad (8.26)$$

Или, используя уравнение (8.20), получить соотношение:

$$C_V dT + pdV = C_V dT + (1/V)RTdV = 0. \quad (8.27)$$

Поскольку  $R = C_p - C_V$ , последнее уравнение можно переписать в виде:

$$dT/T + [(C_p - C_V)/C_V V]dV = 0. \quad (8.28)$$

Интегрирование последнего выражения приводит к уравнению Пуассона:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (8.29)$$

где  $\gamma = C_p/C_V$ .

Учитывая уравнение состояния идеального газа, можно получить выражения:

$$pV^{\gamma} = \text{const}; \quad (8.30)$$

$$T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const}. \quad (8.31)$$

### 8.3.7. Энтальпия. Закон Гесса

В случае исследования процессов, происходящих при постоянном давлении ( $p = \text{const}$ ), целесообразно вместо внутренней энергии  $U$  использовать иную функцию состояния, которая будет хорошо описывать термодинамическую систему. Используя выражение для работы во время изменения объема при изобарном процессе ( $A = p\Delta V$ ), можно записать уравнение для первого закона

термодинамики как:

$$Q = \Delta U + A = \Delta U + p\Delta V = \Delta(U + pV) = \Delta H. \quad (8.32)$$

Здесь функция  $H = U + pV$  называется *энтальпией*. Как и внутренняя энергия, энтальпия является также функцией состояния термодинамической системы.

В дифференциальной форме последнее выражение имеет вид (при  $p = \text{const}$ ):

$$dU + p\Delta V = d(U + pV) = dH. \quad (8.33)$$

Изменение энтальпии  $\Delta H$  равно количеству теплоты, которую сообщают системе или отводят от нее при постоянном давлении, вот почему значения  $\Delta H$  характеризуют тепловые эффекты фазовых переходов во время испарения, плавления, сгорания, образования соединений из простых веществ.

Изменение энтальпии системы равно разности между энтальпиями конечного и начального состояний:  $\Delta H = H_k - H_n$ . Рассмотрим, например, химическую реакцию как термодинамический процесс. Изменение энтальпии в этом случае равно разности энтальпий продуктов реакции и реагентов. Если во время реакции тепло поглощается из окружающей среды, то  $\Delta H > 0$ , и наоборот.

*Закон Гесса – Тепловой эффект химической реакции, проводимой в изобарно-изотермических или изохорно-изотермических условиях, зависит только от вида и состояния исходных веществ и продуктов реакции и не зависит от пути её протекания:*

$$Q = \Delta H = \sum H_k - \sum H_n. \quad (8.34)$$

Здесь  $\sum H_k$  и  $\sum H_n$  – сумма энтальпий продуктов реакции и исходных веществ соответственно.

Среди факторов, влияющих на изменение энтальпии, следует отметить температуру, давление, состояние реагентов и продуктов. Для сравнения изменений энтальпии во время разнообразных реакций используют так званые *стандартные условия*: давление  $p = 1$  атм; температура  $T = 298$  К; концентрация  $C = 1$  М (1 моль). Определенные при таких условиях значения *стандартных энтальпий образования*  $\Delta H_f^0$  можно найти в таблицах термодинамических справочников. В качестве примера приведем значения  $\Delta H_f^0$  некоторых веществ в табл. 8.4.

### 8.4 – Значения стандартных энтальпий образования $\Delta H_f^0$ некоторых веществ

Формула	Состояние	Вещество	$\Delta H_f^0$ , кДж/моль
CH <sub>4</sub>	Газ	Метан	- 102
O <sub>2</sub>	Газ	Кислород	0
CO <sub>2</sub>	Газ	Двуокись углерода	- 393,5
H <sub>2</sub> O	Жидкость	Вода	- 285,8
C	Кристалл	Графит	0
C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O <sub>6</sub>	Кристалл	$\alpha$ -D-глюкоза	-1274,4
H <sub>2</sub>	Газ	Водород	0
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	Газ	Пропан	- 104,7

#### Пример

Определить разность энтальпий продуктов реакции окисления 2-х молей глюкозы при постоянном давлении:  $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O - Q$ .

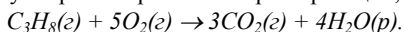
#### Решение

Подставим числовые данные в уравнение (8.34):

$$Q = \Delta H = 6(H_{CO_2} + H_{H_2O}) - (H_{C_6H_{12}O_6} + 6H_{O_2}) = 6(-393,5 - 285,8) - (-1274,4 + 6 \cdot 0) = -2801,4 \text{ кДж/моль.}$$

#### Контрольное задание

Определить теплоту сгорания пропана во время реакции, присодейшей при 25<sup>0</sup>C:



Ответ: - 2219 кДж.

### 8.3.8. Тепловой двигатель

*Тепловой двигатель* – это устройство, преобразующее тепловую энергию в иные формы энергии (например, в механическую). Тепловой двигатель состоит из таких основных компонентов:

- 1) *рабочего тела* (пара, газа), которое нагреваясь во время сгорания топлива и расширяясь, способно выполнять работу;
- 2) *нагревателя* – тела или среды с температурой большею, чем та, которую имеет рабочее тело;
- 3) *холодильника* – тела или среды с температурой меньшею, чем у рабочего тела.

Необходимым условием работы теплового двигателя является использование *кругового процесса (цикла)*, то-есть замкнутого термодинамического процесса, в результате которого система возвращается в исходное состояние. Схема теплового двигателя представлена на рис. 8.11.

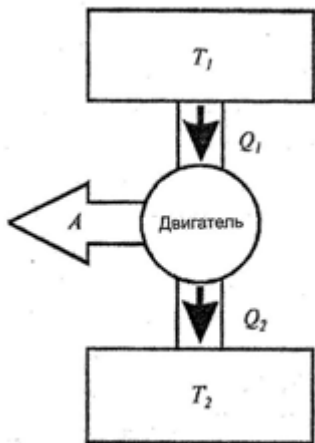


Рис. 8.11. Схема теплового двигателя

составляет около 25%, дизельного двигателя – от 35 до 40%.

Эффективность работы теплового двигателя характеризуется его *коэффициентом полезного действия (КПД)*, который равен отношению количества теплоты, преобразованной двигателем в механическую работу  $A$ , к количеству теплоты  $Q_1$ , полученной от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (8.35)$$

где  $Q_2$  – количество теплоты, которую рабочее тело отдает холодильнику ( $Q_2 > 0$ ).

На практике, все тепловые двигатели преобразуют лишь незначительную часть поглощенной энергии в механическую работу. Так, КПД двигателя внутреннего сгорания

### 8.3.9. Цикл Карно

*Обратимым* называют процесс перехода термодинамической системы из одного состояния в другое, который допускает возможность возвращения системы к начальному состоянию через ту же последовательность промежуточных состояний, что и при прямом процессе, но которые проходят в обратном порядке (рис. 8.12). Если после завершения обратимого процесса система возвращается к начальному состоянию, в окружающей среде не происходит никаких изменений.

*Необратимым* называют процесс, который не удовлетворяет этим условиям. После осуществления прямого и обратного процессов система возвращается к начальному состоянию, а в окружающей среде происходят изменения. К необратимым процессам можно отнести диффузию, теплопроводность, вязкое течение и т.д., то-есть процессы, при

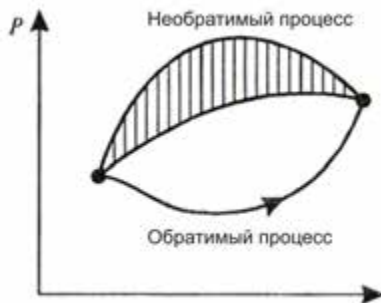


Рис. 8.12. Графики обратимого и необратимого процессов

которых осуществляется направленный пространственный перенос вещества, теплоты, импульса. Все необратимые процессы являются *неравновесными*. Если в термодинамической системе существуют градиенты концентраций, температуры или скоростей, то неравновесные процессы будут способствовать установлению равновесия.

Все реальные процессы в природе сопровождаются затратами энергии и являются обратимыми. Процесс теплообмена вследствие конечной разницы температур также необратимый. Термодинамические функции состояния системы (такие как внутренняя энергия  $U$ , энтальпия  $H$ , энтропия  $S$  и т.д.) вследствие круговых процессов вновь принимают первоначальные значения; следовательно, их изменения во время круговых процессов равны ( $\Delta U = 0$ ,  $\Delta H = 0$ ,  $\Delta S = 0$  и т.д.).

Рассмотрим изотермический процесс (рис. 8.13, *a*). Работа  $A$ , которая выполняется системой во время ее расширения при постоянной температуре  $T_1$  (процесс  $AB$ ), определяется площадью фигуры  $ABCD$ . Для возвращения системы к исходному состоянию (если, например, сжимать ее изотермично при той же температуре) необходимо затратить работу ( $-A$ ), которая равна работе  $A$  в процессе расширения (процесс  $BA$ ). Работа  $-A$ , которая выполняется системой во время сжатия системы при постоянной температуре  $T_1$ , определяется той же самой площадью фигуры  $ABCD$  (рис. 8.13, *b*). Суммарная работа во время прямого ( $AB$ ) и обратного ( $BA$ ) термодинамических процессов равна нулю. Для того, чтобы получить полезную работу, необходимо “сойти” с изотермы  $AB$ . Это можно выполнить при адиабатическом процессе  $BK$  путем перехода на другую изотерму  $T_2$  (рис. 8.13, *в*). Работа, выполняемая системой во время прямого процесса ( $ABK$ ), которые состоит из изотермического и адиабатического расширений системы, определяется площадью фигуры  $ABKMNA$ ; работа, выполняемая над системой во время обратного процесса ( $KLA$ ), определяется площадью фигуры  $ALKMNA$  (рис. 8.13, *г*).

*Круговым* (или циклическим) называется процесс, во время которого система после прохождения некоторых состояний возвращается к начальному состоянию. В рассмотренном на рис. 8.13 примере круговой процесс состоит из двух изотермических и двух адиабатических процессов; такой процесс, в котором осуществляется преобразование теплоты в работу, называется *циклом Карно* (рис. 8.13, *д*). Полезная работа, выполняемая на протяжении цикла, графически изображается площадью фигуры  $ABKLA$  (рис. 8.13, *д*).

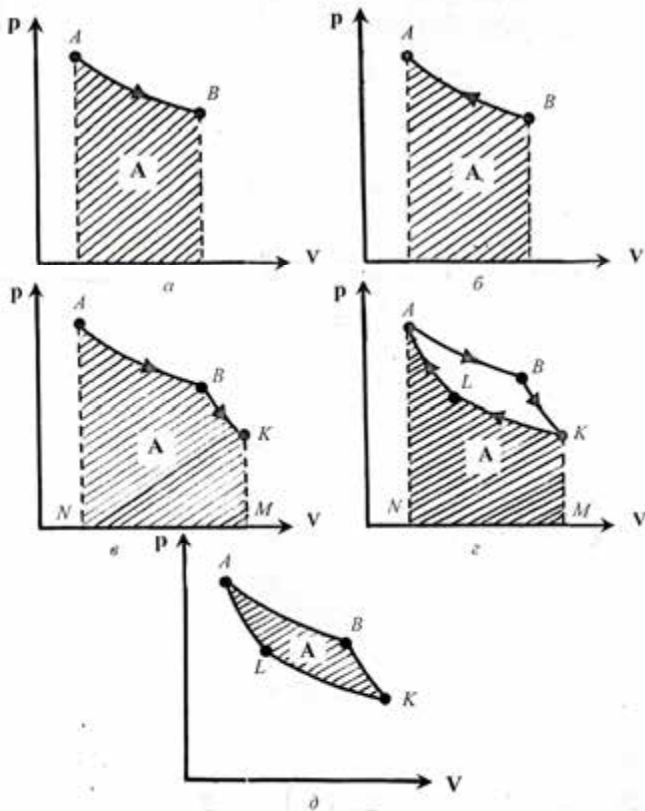


Рис. 8.13. **Изотермический процесс:** *a* – работа  $A$ , выполняемая системой во время ее расширения при постоянной температуре  $T_1$  (процесс  $AB$ ), определяется площадью фигуры  $ABCD A$ ; *б* – для возвращения системы в исходное состояние (если, например, сжимать ее при той же температуре) необходимо затратить работу ( $-A$ ), которая равна работе  $A$  во время ее расширения (процесс  $BA$ ); *в* – адиабатический процесс  $BK$  путем перехода на другую изотерму  $T_2$ ; работа, выполняемая системой во время прямого процесса ( $ABK$ ), которые состоят из изотермического и адиабатического расширений системы, определяется площадью фигуры  $ABKMNA$ ; работа, выполняемая системой во время обратного процесса ( $KLA$ ), определяется площадью фигуры  $ALKMNA$  (*г*)

Во время кругового процесса система может получить теплоту ( $Q_1$ ) и отдать ее ( $Q_2$ ); с учетом этого вводят понятие *коэффициента полезного действия* цикла Карно идеального обратимого теплового двигателя:

$$\eta_K = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (8.36)$$

С другой стороны, коэффициент полезного действия можно определить в терминах абсолютной температуры, а именно температуры  $T_1$  нагревателя и температуры  $T_2$  холодильника:

$$\eta_K = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (8.37)$$

Для идеального обратимого теплового двигателя, который поглощает теплоту  $Q_1$  от нагревателя при абсолютной температуре  $T_1$  и отдает теплоту  $Q_2$  холодильнику при абсолютной температуре  $T_2$ , можно записать такое уравнение:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \quad (8.38)$$

Для реального теплового двигателя, работа которого сопровождается неминуемыми потерями энергии, коэффициент полезного действия определяется как:

$$\eta'_K = 1 - Q_2/Q_1 < 1 - T_2/T_1. \quad (8.39)$$

Если обратимый цикл идеального двигателя характеризуется уравнением (8.38), то необратимому циклу реального двигателя присуще неравенство:

$$\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2}. \quad (8.40)$$

### **Сади КАРНО (1796–1832)**

Французский физик, который первым установил количественные соотношения между работой и теплотой. Рассмотрел термодинамический цикл и доказал теорему, названную в дальнейшем его именем. Один из основоположников термодинамики.



### 8.3.10. Второй закон термодинамики

Первый закон термодинамики выражает общий закон сохранения и преобразования энергии, но он не в состоянии определить направление протекания процессов.

Напомним, что все реальные процессы имеют преимущественные направления. Например, тепловой поток направлен от нагретого тела к холодному, которое находится с ним в контакте, но не наоборот. Появление второго закона термодинамики обусловлено необходимостью ответить на вопрос, какие процессы в природе возможны, а какие – нет.

Второй закон термодинамики имеет несколько формулировок:

1) Р. Клаузиус, 1850 г.: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от холодного тела к нагретому;*

2) У. Томсон, 1851 г.: *невозможен процесс, единственным результатом которого является совершение работы за счет охлаждения теплового резервуара.*

На рис. 8.14, *а–в* приведены графические иллюстрации тепловых двигателей, возможность или невозможность действия которых диктуется вторым законом термодинамики. Второму закону термодинамики соответствует тепловой двигатель, изображенный на рис. 8.11. Невозможен тепловой двигатель, который бы преобразовывал теплоту, полученную от нагревателя, в эквивалентную ей работу (рис. 8.14, *а*). Для передачи теплоты от холодильника нагревателю необходимо совершить работу над рабочим телом (рис. 8.14, *б*); такая ситуация реализуется в холодильных установках. Невозможен и такой тепловой двигатель, в котором бы осуществлялась передача теплоты от холодильника нагревателю без выполнения работы (рис. 8.14, *в*).

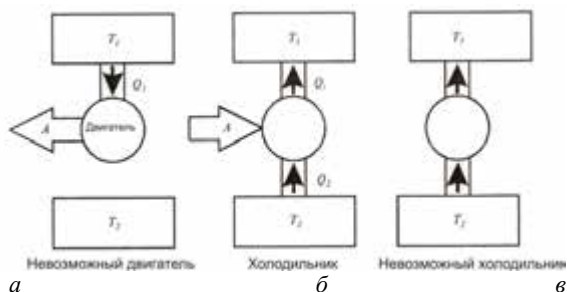


Рис. 8.14. Графические иллюстрации тепловых двигателей, возможность или невозможность которых диктуется вторым законом термодинамики

**Рудольф КЛАУЗИУС (1822–1888)**

Немецкий физик, один из основателей термодинамики и молекулярно-кинетической теории теплоты. Предложил (вместе с У. Томсоном) первую формулировку второго закона термодинамики (1850 г.), ввел понятие энтропии (1865 г.), идеального газа, длины свободного пробега молекул. Обосновал (1850 г.) уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Сформулировал гипотезу “тепловой смерти Вселенной”.

**8.3.11. Энтропия и ее свойства**

Используя формулы (8.38) и (8.40), можно получить выражение:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (8.41)$$

где  $Q_1$  – количество теплоты, которую нагреватель отдает рабочему телу;  $Q_2$  – количество теплоты, которую забирает холодильник;  $T_1$  – температура нагревателя;  $T_2$  – температура холодильника. Здесь знак “=” отвечает обратимым, а знак “<” – необратимым процессам.

Рассмотрим обратимый цикл Карно, для которого выражение (8.41) можно записать как:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (8.42)$$

или

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (8.43)$$

откуда:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (8.44)$$

Поскольку  $Q_2$  отдается рабочим телом холодильнику, то  $Q_2 < 0$ , и последнее уравнение можно записать:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{(-Q_2)}{T_2} = 0, \quad (8.45)$$

или

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (8.46)$$

Отношение теплоты к абсолютной температуре называется *приведенной теплотой*. Таким образом, сумма приведенных теплот при обратимом цикле Карно равна нулю.

Любой круговой процесс можно представить как большое число элементарных циклов Карно (рис. 8.15):

$$\sum_i \frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1i}} + \sum_i \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2i}} = 0. \quad (8.47)$$

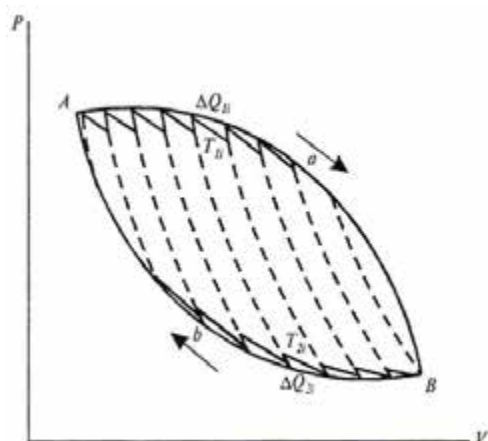


Рис. 8.15. Круговой процесс как бесконечное число элементарных циклов Карно

Если перейти от бесконечного числа элементарных циклов Карно, то суммы в последней формуле преобразуются в интегралы:

$$\int_{AaB} \frac{dQ}{T} + \int_{AbB} \frac{dQ}{T} = 0, \quad (8.48)$$

или

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (8.49)$$

Подынтегральное выражение  $\frac{dQ}{T}$  представляет собой полный дифференциал функции  $S$ , которая зависит от состояния системы и не зависит от пути, которым системы пришла к этому состоянию; она определяется лишь начальным и конечным состояниями обратимого процесса:

$$\frac{dQ}{T} = dS. \quad (8.50)$$

Функция  $S$  называется *энтропией*. Этот термин, который происходит от греческого слова *τροπή* (преобразование), был впервые использован Клаузиусом в 1865 г. Измеряется энтропия в Дж/К.

Изменение энтропии определяется суммарным значением поглощенных системой приведенных теплот. При бесконечно малых изменениях состояния системы изменение энтропии  $dS$  равно (во время обратимых процессов) или превышает (во время необратимых процессов) значения поглощенной системой элементарной

приведенной теплоты (*неравенство Клаузиуса*).

Итак, для обратимых процессов справедливы такие выражения:

$$dS = \frac{dQ}{T}; \oint dS = \oint \frac{dQ}{T} = 0, \quad (8.51)$$

а для необратимых – такие:

$$dS > \frac{dQ}{T}; \oint dS = 0; \oint \frac{dQ}{T} < 0. \quad (8.52)$$

Во время произвольных процессов изолированная система переходит в состояние термодинамического равновесия, которое характеризуется максимальной энтропией.

Таким образом, *основные тенденции изменения энтропии* можно сформулировать так:

1. В изолированной системе, в которой проходят обратимые процессы, энтропия сохраняет постоянное значение:

$$dS = 0; S = \text{const}. \quad (8.53)$$

2. В изолированной системе, в которой проходят необратимые процессы, энтропия возрастает:

$$dS > 0. \quad (8.54)$$

3. При термодинамическом равновесии энтропия стремится к максимальному значению:

$$S \rightarrow S_{\max}. \quad (8.55)$$

Второй закон термодинамики для необратимых процессов показывает направление процесса: *необратимые процессы всегда происходят в направлении возрастания энтропии*. Следовательно, можно ввести еще одно определение энтропии: *это такая функция состояния системы, которая определяет направление протекания произвольного процесса: в изолированной системе энтропия сохраняет постоянное значение во время обратимых процессов, возрастает при необратимых процессах и достигает максимального значения в случае термодинамического равновесия*.

### **Пример**

Определить изменение энтропии в процессе плавления 2 кг льда, температура которого  $0^{\circ}\text{C}$ .

### **Решение**

Изменение энтропии определяется выражением:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где  $S_1$  и  $S_2$  – значения энтропии в начальном и конечном состояниях.

Плавление льда массой  $m$  при температуре  $T$  сопровождается изменением энтропии:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m\lambda}{T},$$

где  $\lambda$  – удельная теплота плавления ( $3,35 \cdot 10^5$  Дж·кг<sup>-1</sup>).

Отсюда:

$$\Delta S = \frac{2\text{кг} \cdot 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}}{273\text{К}} = 2454 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}.$$

### Пример

Определить изменение энтропии при нагревании и плавлении 0,1 кг олова, если начальная температура олова составляет 20 °С, удельная теплоемкость 230 Дж·кг<sup>-1</sup>·Т<sup>-1</sup>, удельная теплота плавления 60,2 кДж·кг<sup>-1</sup>, а температура плавления 321,9 °С.

### Решение

Изменение энтропии во время изобарного нагревания от температуры  $T_1$  до температуры  $T_2$  определяется выражением:

$$\Delta S = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где  $dQ = cmdT$ ;  $c$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Изменение энтропии во время плавления массы  $m$  кристаллического вещества равно:

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T_{пл}},$$

где  $Q = m\lambda$  – теплота плавления;  $\lambda$  – удельная теплота плавления;  $T_{пл}$  – температура плавления.

Таким образом, изменение энтропии во время нагревания и плавления олова определяется как:

$$\Delta S = cmln \frac{T_{пл}}{T_n} + \frac{m\lambda}{T_{пл}},$$

где  $T_n$  – начальная температура вещества.

Подставляем числовые значения в последнее уравнение:

$$\begin{aligned} \Delta S &= 230 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{Т}^{-1} \cdot 0,1 \text{ кг} \times \ln(505,05 / 293,15) + (0,1 \text{ кг} \times 60,2 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}) / (505,05 \text{ К}) = \\ &= 24,37 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}. \end{aligned}$$

### Контрольное задание

Определить изменение энтропии во время плавления 0,3 кг свинца, если удельная теплота плавления 24,7 кДж·кг<sup>-1</sup>, а температура плавления 327,4 °С.

Ответ:  $\Delta S = 12,34$  Дж·кг<sup>-1</sup>.

## 8.3.12. Энтропия и неупорядоченность

В природе совершается много событий и ситуаций, характеризующихся неупорядоченностью. Для характеристики возможности появления некоторого события в конкретных условиях вводится понятие вероятности  $W$ , определяющей число способов,

которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы или число микросостояний. Энтропия  $S$  системы и термодинамическая вероятность связаны между собою *формулой Больцмана*:

$$S = k \ln W, \quad (8.57)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Таким образом, энтропию можно рассматривать как меру вероятности состояния термодинамической системы, а именно: *энтропия есть мера неупорядоченности системы*. Чем больше число микросостояний, реализуемых данным макросостоянием, тем больше энтропия. В изолированной системе, в которой проходят необратимые процессы, энтропия возрастает ( $dS > 0$ ); переход изолированной системы к состоянию равновесия характеризуется максимальной энтропией и это состояние является наиболее вероятным.

Рассмотрим такой пример: пусть в сумке находятся 100 шариков, из которых 50 – черного цвета, а 50 – белого. Вам предлагается вытянуть один шарик, записать его цвет и положить в сумку. В результате вынимания возможны такие комбинации и последовательность цветов шариков:

Возможные комбинации цветов	Возможные последовательности цветов	Количество комбинаций
Все черные	ЧЧЧЧ	1
Один белый, три черных	ЧЧЧБ; ЧЧБЧ; ЧБЧЧ; БЧЧЧ	4
Два белых, два черных	ЧЧББ; ЧБЧБ; БЧЧБ; ЧББЧ; БЧБЧ; ББЧЧ	6
Три белых, один черный	БББЧ; ББЧБ; БЧББ; ЧБББ	4
Все белые	ББББ	1

Итак, наиболее вероятно является ситуация, отвечающая вытягиванию двух черных и двух белых шариков; она описывает неупорядоченное состояние системы с максимальной энтропией. Меньшей вероятностью характеризуется ситуация с вытягиванием четырех черных или четырех белых шариков; это состояние является упорядоченным и характеризуется минимальной энтропией.

Таким образом, энтропия характеризует переход системы из упорядоченного к неупорядоченному состоянию.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Пояснить принципы создания температурных шкал.
2. Охарактеризовать типы термодинамических систем. Каковы признаки изолированной, замкнутой и открытой термодинамических систем?
3. Что такое термодинамические параметры?  
термодинамический процесс?
4. Дать определение внутренней энергии.
5. Что называют теплоемкостью тела? удельной теплоемкостью вещества?
6. Дать определение работы; теплоты.
7. Сформулировать первый закон термодинамики.
8. Охарактеризовать пути теплообмена между термодинамической системой и внешними телами.
9. Из чего состоит тепловой двигатель? От чего зависит коэффициент полезного действия теплового двигателя?
10. Сформулировать второй закон термодинамики.
11. Какие процессы называют обратимыми? необратимыми?
12. Дать определение энтропии.
13. Охарактеризовать основные тенденции изменения энтропии.

## 8.4. ТЕРМОДИНАМИКА НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ

### 8.4.1. Стационарное состояние

В предыдущих разделах было рассмотрено использование законов классической термодинамики относительно замкнутых и изолированных систем. Основным критерием направления произвольных изменений в изолированной системе является увеличение энтропии, а конечным результатом – достижение состояния равновесия.

Биологические системы являются открытыми термодинамическими системами, поскольку они обмениваются с окружающей средой и энергией, и веществом. Так, растения поглощают фотосинтетически активное излучение, отдают энергию

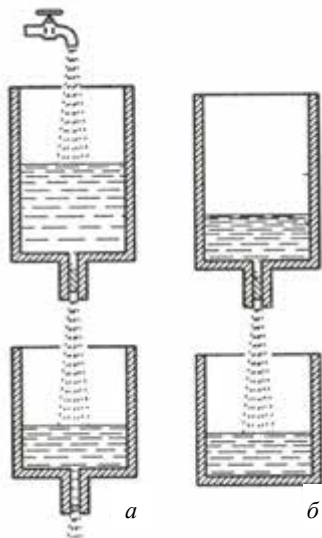


Рис. 8.16. Модели стационарного (а) и неравновесного (б) состояний

Здесь есть входной поток, выходной поток, но уровень воды в резервуаре остается постоянным.

окружающей среде в виде тепла, получают из почвы питательные вещества, принимают участие в газообмене. Такой непрерывный обмен сопровождается изменением неравновесных состояний; жизнедеятельность организма, таким образом, представляет собой совокупность различных неравновесных процессов. Результатом такого обмена организма с окружающей средой есть достижение *стационарного состояния*, в котором, несмотря на отсутствие термодинамического равновесия, сохраняются неизменными на протяжении длительного промежутка времени некоторые физические и химические свойства термодинамической системы. Модели стационарного и неравновесного

### 8.4.2. Изменение энтропии

Изменение энтропии можно представить как:

$$dS = d_e S + d_i S, \quad (8.57)$$

где  $d_e S$  – изменение энтропии системы за счет обмена энергией и веществом с внешней средой;  $d_i S$  – изменение энтропии вследствие необратимых процессов, происходящих в системе.

Для замкнутой системы, в которой отсутствует обмен веществом,

$$d_e S = \frac{dQ}{T}, \text{ причем величина } d_e S \text{ может быть положительной или}$$

отрицательной, а величина  $d_i S$  может быть только больше нуля или равняться нулю. Во время кругового процесса, когда система возвращается в исходное состояние, суммарное изменение энтропии равно нулю, то-есть:

$$\oint dS = \oint d_e S + \oint d_i S = 0. \quad (8.58)$$

Поскольку  $d_i S \geq 0$ , выходит, что  $\oint d_i S \geq 0$ . То-есть, для замкнутой системы с учетом уравнения (8.58) получим выражение:

$$\oint d_e S = \oint \frac{dQ}{T} \leq 0. \quad (8.59)$$

Итак, в природе отсутствуют такие реальные системы, которые могли бы пройти серию термодинамических процессов и возвратиться в начальное состояние без возрастания энтропии.

Для *изолированной* системы, которая не обменивается с окружающей средой ни энергией, ни веществом, имеют место такие соотношения:

$$d_e S = 0 \text{ и } d_i S \geq 0. \quad (8.60)$$

Для *замкнутой* системы, обменивающейся с окружающей средой энергией, обмен веществом отсутствует, так что можно записать:

$$d_e S = \frac{dQ}{T} = (dU + pdV)/T \text{ и } d_i S \geq 0. \quad (8.61)$$

Для *открытой* системы, в которой происходит обмен с окружающей средой энергией и веществом. справедливы такие соотношения:

$$d_e S = (dU + pdV)/T + dS_{\text{вещ}} \text{ и } d_i S \geq 0, \quad (8.62)$$

где  $dS_{\text{вещ}}$  – изменение энтропии за счет потока вещества.

Следует отметить, что для открытой системы  $dU + pdV \neq dQ$ .

Таким образом, для любой термодинамической системы (изолированной, замкнутой или открытой) имеет место соотношение  $d_i S \geq 0$ .

Для замкнутой системы обмен веществом отсутствует, в результате чего  $d_e S = dQ/T$ . Величина  $d_e S$  может быть положительной или отрицательной. Энтропия благодаря взаимодействию с окружающей средой может увеличиваться ( $d_e S > 0$ ) или уменьшаться ( $d_e S < 0$ ). Что касается величины  $d_i S$ , то она может быть или больше нуля, или равняться нулю ( $d_i S \geq 0$ ).

Если в системе осуществляются обратимые процессы, то изменение энтропии равно нулю ( $d_i S = 0$ ). Реальные системы характеризуются протеканием необратимых процессов, вследствие чего происходит положительное изменение энтропии ( $d_i S > 0$ ).

Стационарным состоянием с точки зрения энтропии называется такое состояние системы, при котором энтропия  $S$  всей открытой системы сохраняется, то-есть полное изменение энтропии равно нулю ( $dS = 0$ ).

Из уравнения (8.13) выходит, что  $d_e S + d_i S = 0$ , или  $d_e S = -d_i S$ . Поскольку  $d_i S > 0$ , изменение энтропии  $d_e S$  за счет взаимодействия с окружением должна быть отрицательной ( $d_e S < 0$ ) и равной по модулю  $d_i S$ . Это условие выполняется, если энтропия, производимая внутри системы, полностью рассеивается в окружение. Можно, таким образом, утверждать, что открытые системы в стационарном состоянии питаются *негэнтропией* (отрицательной энтропией).

### 8.4.3. Продукция энтропии

Одним из наиважнейших понятий термодинамики необратимых процессов является изменение энтропии во времени. Дифференцируя уравнение (8.57), получим:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} . \quad (8.63)$$

Здесь  $\frac{dS}{dt}$  называют *скоростью продукции энтропии*.

В стационарном состоянии баланс энтропии определяется выражением:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} = 0, \quad (8.64)$$

Оно свидетельствует о том, что энтропия не изменяется.

Таким образом, скорость продукции энтропии  $\frac{dS}{dt}$  равна сумме скорости обмена энтропией между системой и окружающей средой  $\frac{d_e S}{dt}$  и скорости продукции энтропии  $\frac{d_i S}{dt}$  вследствие необратимых процессов.

Положительная величина  $\frac{d_e S}{dt} > 0$  связана с увеличением энтропии системы вследствие обмена веществом и энергиею с внешней средой. Отрицательная величина  $\frac{d_e S}{dt} < 0$  соответствует тому, что стекание положительной энтропии от системы во внешнюю среду превышает поступление положительной энтропии

извне. В реальной ситуации развитие живых организмов сопровождается уменьшением общей величины их энтропии. Следует, однако, учитывать, что в других участках внешней среды осуществляются процессы, характеризующиеся образованием положительной энтропии.

#### 8.4.4. Локальная продукция энтропии

Разделим термодинамическую систему на  $n$  частей. Для такой системы можно записать соотношение:

$$d_i S = d_i S^1 + d_i S^2 + \dots + d_i S^n \geq 0, \quad (8.65)$$

где  $d_i S^k$  – продукция энтропии  $k$ -й части системы ( $k$  изменяется от 1 до  $n$ ); для каждого значения  $k$  имеет место неравенство:

$$d_i S^k \geq 0. \quad (8.66)$$

Хотя открытая макроскопическая система в целом неравновесная, каждая из подсистем, образующихся в элементарном объеме, находится в состоянии термодинамического равновесия. В этом заключается *принцип локального равновесия*. В связи с этим вводится новое понятие – *локальная продукция энтропии*  $\sigma(x, t)$  в элементарном объеме  $dV$ , которая определяется выражением:

$$\sigma(x, t) \equiv \frac{d_i s}{dt} \geq 0, \quad (8.67)$$

где  $s$  – плотность энтропии.

Скорость продукции энтропии в системе связана с локальной продукцией энтропии соотношением:

$$\frac{d_i S}{dt} = \int_V \sigma(x, t) dV. \quad (8.68)$$

В силу того, что  $d_i S \geq 0$ , для локальной продукции энтропии можно записать неравенство  $\sigma(x, t) \geq 0$ .

### 8.5. НЕРАВНОВЕСНАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

#### 8.5.1. Диссипативная функция

*Неравновесные термодинамические процессы* – это такие физические процессы, которые стремятся направить систему, находящуюся в неравновесном состоянии, к состоянию термодинамического равновесия. Если в такой системе существуют неоднородности (градиенты температур, концентраций или скоростей), то вызванные ими неравновесные процессы

теплопроводности, диффузии или вязкости будут способствовать установлению равновесия. Неравновесные процессы являются необратимыми.

Универсальной характеристикой любого процесса является *диссипативная функция*  $T \frac{dS}{dt}$ , которая представляет собой произведение двух величин – обобщенной силы  $X$  (причина) на обобщенный поток  $I$  (скорость процесса):

$$T \frac{dS}{dt} = \sum_i X_i I_i, \quad (8.69)$$

если в открытой системе проходит  $i$  процессов. Произведение  $\sum_i X_i I_i$  называют *мощностью процесса*.

В качестве примеров обобщенных сил можно привести градиенты концентраций, температуры, скорости, вызывающих обобщенные потоки массы, теплоты и импульса соответственно.

### 8.5.2. Явления переноса

Реальные биологические системы не находятся в состоянии равновесия, поскольку в них совершаются процессы, сопровождаемые *диссипацией* энергии – переходом части энергии упорядоченного процесса в энергию неупорядоченного процесса, например, в теплоту или излучение. Для количественной оценки величин  $d_e S$  и  $d_i S$  при описании какого-либо необратимого процесса вводят термины: *термодинамическая сила*  $F$  и *термодинамический поток*  $J = \frac{dX}{dt}$ , где  $dX$  – изменение физической величины за промежуток времени  $dt$ .

Изменение энтропии  $d_i S$  можно выразить посредством этих терминов, несмотря на природу термодинамических сил и термодинамических потоков:

$$d_i S = F dX. \quad (8.70)$$

Все необратимые процессы, происходящие в биологических системах, можно описать уравнениями, которые представляют собой изменение энтропии как сумму  $k$  всех изменений, обусловленных необратимыми потоками  $dX_k$ :

$$d_i S = \sum_k F_k dX_k \geq 0; \quad (8.71)$$

$$\frac{d_i S}{dt} = \sum_k F_k \frac{dX_k}{dt} \geq 0. \quad (8.72)$$

Таким образом, общая форма продукции энтропии за счет необратимых процессов приобретает вид:

$$\sigma = \frac{d_i S}{dt} = \sum_k F_k \frac{dX_k}{dt} = \sum_k F_k J_k, \quad (8.73)$$

где  $F_k$  – движущиеся силы, а  $J_k$  – потоки.

Необратимые процессы, вследствие которых в физической системе совершается пространственный перенос массы, импульса, энергии, энтропии, электрического заряда и т.д., называются *процессами (явлениями) переноса*. Процессы переноса, в которых градиент определенного свойства обуславливает поток того же самого физического свойства, называются *прямыми процессами переноса*. Примерами прямых процессов является диффузия (поток частиц обуславливается градиентом концентрации), теплопроводность (поток тепла обуславливается градиентом температуры), движение электрических зарядов (поток электрических зарядов обуславливается градиентом потенциала электрического поля). Если градиент одного физического свойства приводит к потоку другого свойства, речь идет о *непрямых (перекрестных) процессах переноса*. В качестве примеров можно привести термодиффузию или эффект Соре (поток частиц обуславливается градиентом температуры), диффузионную теплопроводность или эффект Дюфура (поток тепла обуславливается градиентом концентрации), термоэлектрические явления (поток электрического заряда обуславливается градиентом температуры). Возможные процессы переноса приведены на рис. 8.17.

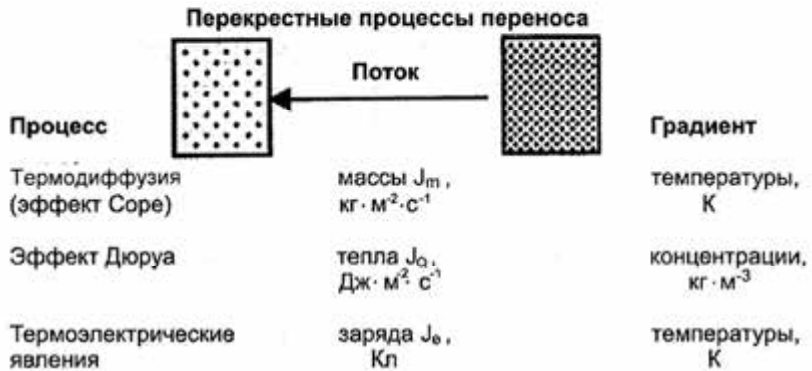
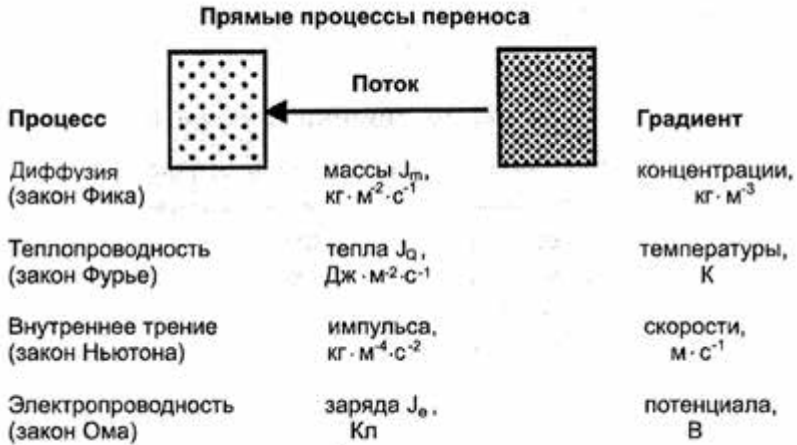


Рис. 8.17. Возможные процессы переноса

Если во время достижения равновесия термодинамической системой силы и потоки, обусловленные этими силами, исчезают, то вследствие небольших отклонений от равновесия следует ожидать линейные соотношения между термодинамическими силами и потоками.

На основе обобщенных известных эмпирических фактов был сформулирован линейный закон термодинамики необратимых процессов: *каждый поток представляет собой линейную комбинацию движущих сил*:

$$J_k = \sum_{j=1}^N L_{kj} F_j, \quad (8.74)$$

где  $J_k$  – поток;  $L_{kj}$  – линейный феноменологический коэффициент;  $F_j$  – движущая сила,  $N$  – общее число движущих сил в системе.

Следует отметить, что *линейный закон справедлив в случае небольших отклонений системы от положения равновесия.*

### 8.5.3. Перенос массы (диффузия)

Растворенные вещества и растворитель перемещаются через полупроницаемые мембраны путем *диффузии* – взаимного проникновения веществ, которые соприкасаются друг с другом вследствие теплового движения частиц вещества. Диффузия происходит в направлении уменьшения концентрации вещества и приводит к ее равномерному распределению по объему.

Линейный закон термодинамики необратимых процессов в случае диффузии имеет вид закона Фика:

$$J_m = L_m \cdot F_m \quad (8.75)$$

или

$$J_m = \frac{dm}{Sdt} = -D \frac{d\rho}{dx}, \quad (8.76)$$

где  $J_m = \frac{dm}{Sdt}$ ;  $L_m = -D$ ;  $F_m = \frac{d\rho}{dx}$ , а  $\frac{dm}{Sdt}$  – плотность потока вещества;  $m$  – масса вещества, диффундирующего за время  $dt$ ;  $D$  – коэффициент диффузии;  $S$  – площадь, через которую переносится вещество;  $\frac{d\rho}{dx}$  – градиент плотности.

Единицы измерения плотности потока вещества –  $кг/м^2 \cdot с$ ; коэффициента диффузии –  $м^2/с$ ; градиента плотности –  $кг/м^3 \cdot м$ .

Коэффициент диффузии  $D$  зависит от природы и молекулярной массы вещества и растворителя. В случае диффузии через клеточную мембрану коэффициент диффузии характеризует скорость поступления молекул вещества в цитоплазму (жидкое вещество клетки). Направление потока частиц и градиента концентрации (направленного в сторону возрастания концентрации) противоположны; именно поэтому в последней формуле присутствует знак «минус».

Типичные значения коэффициентов диффузии небольших молекул в водном растворе и газов в воздухе приведены в табл. 8.5.

### 8.5.– Коэффициенты диффузии небольших молекул в водном растворе и газов в воздухе

Вещество	Коэффициент диффузии, $m^2/c$	Вещество	Коэффициент диффузии, $m^2/c$
Глюкоза	$0,67 \cdot 10^{-9}$	$Na^+$ (с Cl <sup>-</sup> )	$1,5 \cdot 10^{-9}$
Глицин	$1,1 \cdot 10^{-9}$	CO <sub>2</sub> (в растворе)	$1,7 \cdot 10^{-9}$
Сахароза	$0,52 \cdot 10^{-9}$	CO <sub>2</sub> (газ)	$1,5 \cdot 10^{-5}$
Ca <sup>2+</sup> (с Cl <sup>-</sup> )	$1,2 \cdot 10^{-9}$	H <sub>2</sub> O	$2,4 \cdot 10^{-5}$
K <sup>+</sup> (с Cl <sup>-</sup> )	$1,9 \cdot 10^{-9}$	O <sub>2</sub>	$1,9 \cdot 10^{-5}$

#### Пример

Определить, сколько времени необходимо молекулам глюкозы в водном растворе, чтобы продиффундировать на 50 мкм – расстояние, равное сечению типичной клетки листка.

#### Решение

Используем данные табл. 8.5. Значения коэффициента диффузии глюкозы составляет  $D = 0,67 \cdot 10^{-9} m^2/c$ . Время, необходимое для перенесения молекул глюкозы на расстояние 50 мкм, равно  $t = x_e^2 / 4D = (50 \cdot 10^{-6} m)^2 / 4 \cdot (0,67 \cdot 10^{-9} m^2/c) = 0,93 c$ . Следовательно, для внутриклеточных масштабов диффузия является достаточно быстрым процессом.

#### Контрольное задание

Определить время, необходимое для переноса на расстояние 1 м молекул вещества, коэффициент диффузии которого равен  $10^{-9} m^2/c$ .

Ответ:  $2,5 \cdot 10^8 c$ .

Приведем примеры диффузии в природе. Во время *транспирации* происходит диффузия водного пара через межклеточные воздушные промежутки листка, после чего этот пар выходит в атмосферу через устьица (мелкие поры). Данный процесс является очень важным этапом водного цикла; он обеспечивает возвращение в атмосферу большего количества воды, чем в процессе испарения ее с поверхности речек и озер. Около 90 % воды теряется растением через листья. На каждый килограмм сухого вещества растение затрачивает несколько сот килограммов воды; следовательно, излишняя транспирация приводит к существенному уменьшению продуктивности растительных угодий. Углекислый газ диффундирует из атмосферы через открытые устьица к поверхности клеток листка, тогда как кислород, образующийся вследствие фотосинтеза, перемещается в обратном направлении также благодаря диффузии.

За счет диффузионных процессов осуществляется газообмен между почвой и воздухом, а также перенос питательных веществ из почвы к корневой системе растений. В то же время, если лишить поле

растений, почва становится более влажной и неспособной поглощать дождевую воду, что приводит к нарушению водного баланса почвы.

### 8.5.4. Перенос массы (объемный поток воды)

*Объемный поток* – это общее движение воды (или иной жидкости), обуславливаемое градиентом давления (или градиентом водного потенциала). Количественно этот объемный поток воды  $J_v$  для цилиндрических трубок, таких как клетки ксилемы (водопроводной ткани растений) радиусом  $r$ , описывается уравнением Гагена-Пуазейля:

$$J_v = \left( \frac{\pi r^4}{8\eta} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (8.77)$$

где  $\eta$  – вязкость жидкости;  $\frac{\partial p}{\partial x}$  – градиент давления.

Из уравнения видно, что объемный поток существенно зависит от радиуса трубки: если увеличить радиус вдвое, скорость объемного потока воды увеличится в  $2^4 = 16$  раз. Таким образом, управляемый градиентом давления объемный поток воды является доминирующим механизмом движения воды на большие расстояния.

Используем уравнение Гагена-Пуазейля для оценки потока объемной скорости протекания воды через единицу площади ( $S = \pi r^2$ ) сосуда ксилемы, который в этом случае определяется выражением:

$$J_v/S = \left( \frac{r^2}{8\eta} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (8.78)$$

Если средний поток воды в ксилеме составляет  $10^{-3}$  м/с, коэффициент вязкости воды  $\eta = 10^{-3}$  Па·с, а радиус ксилемы  $r = 20$  мкм =  $2 \cdot 10^{-5}$  м, то градиент давления, удовлетворяющий уравнению

(8.78), составит  $\frac{\partial p}{\partial x} = -2 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup> =  $-2 \cdot 10^4$  Па/м. Изменение

гравитационного потенциала на каждый метр высоты составляет  $\rho gh/h = 10^4$  Па =  $10^{-2}$  МПа. То-есть, градиент давления способен превысить силу тяжести и поддержать движение воды в ксилеме.

### 8.5.5. Перенос теплоты (теплопроводность)

*Теплопроводность* – перенос теплоты от более нагретых тел к менее нагретым, что способствует выравниванию температуры.

При теплопроводности компоненты линейного закона термодинамики необратимых процессов имеют вид:  $J_q = \frac{dQ}{Sdt}$ ;  $L_q = -k$ ;  $F_q = -\frac{dT}{dS}$ , где  $\frac{dQ}{Sdt}$  – плотность потока теплоты ( $Q$  – количество теплоты, переносимое за счет теплопроводности за время  $dt$ );  $k$  – коэффициент теплопроводности;  $S$  – площадь, через которую переносится тепло;  $\frac{dT}{dS}$  – градиент температуры. Отсюда можно получить закон Фурье:

$$J_q = L_q \cdot F_q \quad (8.79)$$

или

$$J_q = \frac{dQ}{Sdt} = -k \frac{dT}{dS}. \quad (8.80)$$

Единицы измерения плотности потока теплоты –  $\text{Дж}/\text{м}^2 \cdot \text{с} = \text{Вт}/\text{м}^2$ ; коэффициента теплопроводности –  $\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$ ; градиента температуры –  $\text{град}/\text{м}$ . Типичные значения коэффициента теплопроводности некоторых величин приведены в табл. 8.6.

#### 8.6.– Значения коэффициента теплопроводности некоторых веществ

Вещество	Коэффициент теплопроводности, Вт/м·К	Температура, °С
Воздух (сухой)	0,0237	-10
«	0,0243	0
«	0,0250	10
«	0,0257	20
«	0,0264	30
«	0,0270	40
«	0,0277	50
Вода	0,565	0
«	0,599	20
«	0,627	40
Бетон	2,43	20
Древесина	0,126	20
Пластик	0,04	20
Кирпич	0,63	20
Войлок	0,04	20

### Пример

Определить количество теплоты, выделяемое за единицу времени свиньей, которая лежит на бетонном полу толщиной 8 см при температуре  $0^{\circ}\text{C}$ . Площадь тела свиньи –  $3000\text{ см}^2$ ; теплопроводность бетона  $-2,43\text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ , температура тела  $38^{\circ}\text{C}$ .

### Решение

Подставим числовые значения в формулу (8.16):

$$\begin{aligned}dQ &= -2,43 \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{град}} \cdot 3000 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 (0-38) \text{ К} / 8 \cdot 10^{-2} \text{ м} = \\ &= -2,43 \cdot 3 \cdot 10^{-1} \cdot (-38) / 8 \cdot 10^{-2} = 346,27 \text{ Дж/с}.\end{aligned}$$

### Контрольное задание

Кирпичная стенка животноводческой фермы имеет размеры  $4\text{ м}\times 10\text{ м}\times 0,15\text{ м}$ . Определить количество теплоты, проходящее на протяжении 12 часов через стенки, если внешняя температура равна  $5^{\circ}\text{C}$ , внутренняя температура  $20^{\circ}$ . Коэффициент теплопроводности кирпича  $0,8\text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ .

Ответ:  $138,24\cdot 10^6\text{ Дж}$ .

## 8.5.6. Перенос теплоты (конвекция)

*Конвекция* – процесс теплообмена, сопровождающийся перемешиванием нагретых и холодных слоев жидкостей или газов. Существуют различные виды конвекции зависимо от причин, которые ее порождают. *Свободная конвекция* возникает в поле сил тяжести из-за неоднородности плотности, вызываемой разницей температур. Нагретое вещество под влиянием архимедовой силы перемещается относительно менее нагретого вещества в направлении, противоположном направлению силы тяжести. *Вынужденная конвекция* вызывается внешним механическим влиянием на среду, например, за счет ветра. Увеличение скорости ветра вызывает увеличение количества теплоты, рассеянной вследствие вынужденной конвекции. Поблизости поверхности листка создается граничный слой воздуха, в котором происходит переход от неподвижного воздуха к воздушному потоку.

Тепловой поток  $J_Q$ , проходящий через единицу площади двойного граничного слоя (образуемого около плоского листка) за единицу времени и уносимый конвекционным потоком, зависит от коэффициента теплопроводности  $k_g$  воздуха (табл. 8.7) и градиента температуры  $\frac{\partial T}{\partial x}$ :

$$J_Q = -2 k_g \frac{\partial T}{\partial x} = 2 k_g \frac{(T_l - T_g)}{\delta_{zp}}, \quad (8.81)$$

где тепловой поток  $J_Q$  измеряется в  $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ . Тепловой поток считается положительным, если теплота переносится от листка в воздух, и

отрицательным в противоположном случае.

Эффективная толщина граничного слоя  $\delta_{ep}$  зависит от скорости ветра  $\nu$  и размеров листка  $L$ :

$$\delta_{ep}(\text{мм}) = 4,0 \sqrt{\frac{L(\text{м})}{\nu(\text{м/с})}}. \quad (8.82)$$

Тепловой поток  $J_Q$  для объектов цилиндрической формы радиусом  $r$ , обусловленный теплопроводностью, определяется выражением:

$$J_Q = \frac{k_e(T_u - T_e)}{r \ln\left(\frac{r + \delta_{ep}}{r}\right)}, \quad (8.83)$$

где  $T_u$  – температура поверхности цилиндрического объекта,  $T_e$  – температура окружающего воздуха.

Тепловой поток  $J_Q$  считается положительным, если теплота переносится от листка в воздух, и отрицательным в противоположном случае.

Для объектов цилиндрической формы толщина граничного слоя определяется выражением:

$$\delta_{ep}(\text{мм}) = 5,8 \sqrt{\frac{D(\text{м})}{\nu(\text{м/с})}}, \quad (8.84)$$

где  $D$  – диаметр цилиндра.

#### Пример

Определить тепловой поток  $J_Q$ , обусловленный теплопроводностью, для плоского листка длиной 10 см, если температура листка  $t_l = 25$  °С, температура окружающего воздуха  $t_e = 20$  °С, а толщина граничного слоя равна 1,4 мм.

#### Решение

Подставим числовые данные в уравнение (8.17):

$$J_Q = 2k_e \frac{(T_l - T_e)}{\delta_{ep}} = \frac{2 \cdot 0,0259 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{°С} (25^\circ \text{С} - 20^\circ \text{С})}{1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 185 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

#### Пример

Рассчитать плотность потока теплоты, которой обменивается благодаря конвекции овца с окружающей средой, если тело овцы можно аппроксимировать цилиндром диаметром 60 см. Температура поверхности тела 38 °С, температура окружающей среды 20 °С, скорость движения воздуха 80 см/с.

#### Решение

Величина  $\delta$  оценивается для тел цилиндрической формы с помощью соотношения (8.84):

$$\delta_{ep}(\text{мм}) = 5,8 \sqrt{\frac{D(\text{м})}{\nu(\text{м/с})}} = 5,8 \cdot \sqrt{\frac{0,6}{0,8}} = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Подставим числовые данные в выражение (8.83), определяющее количество теплоты  $Q$ , которой обменивается животное с окружающей средой, с учетом того, что коэффициент теплопроводности воздуха при температуре  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  равен  $0,0257\text{ Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$  (см. табл.8.5).

$$J_Q = \frac{k_e(T_u - T_e)}{r \ln\left(\frac{r + \delta_{ep}}{r}\right)} = -\frac{0,0257 \cdot (38 - 20)}{0,3 \cdot \ln\left(\frac{0,3 + 0,005}{0,3}\right)} = 93\text{ Вт}/\text{м}^2.$$

### Контрольное задание

Рассчитать плотность потока теплоты, которой обменивается благодаря конвекции с окружающей средой животное, которое можно аппроксимировать цилиндром, диаметр которого  $0,20\text{ м}$ , если температура тела –  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , скорость движения воздуха –  $5\text{ м}/\text{с}$ .

Ответ:  $446,96\text{ Вт}/\text{м}^2$ .

## 8.5.7. Перенос импульса (вязкость)

Если слои газа или жидкости перемешиваются параллельно один другому с разными по модулю скоростями, между ними возникают силы трения, вследствие чего происходит перенос импульса силы. В терминах линейного закона термодинамики необратимых процессов

получим:  $J_p = \frac{dp}{Sdt}$ ;  $L_p = -\eta$ ;  $F_p = \frac{dv}{dx}$ , где  $\frac{dp}{Sdt}$  – плотность потока

импульса;  $p$  – импульс;  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения (вязкость);  $S$  – площадь, через которую переносится импульс;  $\frac{dv}{dx}$  –

градиент скорости. Отсюда можно получить закон Ньютона:

$$J_p = L_p \cdot F_p \quad (8.85)$$

или

$$J_p = \frac{dp}{Sdt} = -\eta \frac{dv}{dx}. \quad (8.86)$$

Единицы измерения плотности потока импульса –  $\text{Н}/\text{м}^2$ ; коэффициента внутреннего трения –  $\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ ; градиента скорости –  $1/\text{с}$ . Типичные значения вязкости некоторых веществ приведены в табл.8.7.

## 8.7 – Коэффициент вязкости веществ

Вещество	Коэффициент вязкости, Па·с	Температура, °С
Воздух	$18 \cdot 10^{-6}$	20
Воздух	$21 \cdot 10^{-6}$	100
Вода	$1,781 \cdot 10^{-3}$	0
Вода	$1,306 \cdot 10^{-3}$	10
Вода	$1,002 \cdot 10^{-3}$	20
Вода	$0,798 \cdot 10^{-3}$	30
Вода	$0,653 \cdot 10^{-3}$	40
Цельная кровь	$(4-5) \cdot 10^{-3}$	20
Плазма крови	$1,7 \cdot 10^{-3}$	20
Цельное молоко	$1,45 \cdot 10^{-3}$	27
Собранное молоко	$1,42 \cdot 10^{-3}$	25
Молочная сыворотка	$1,16 \cdot 10^{-3}$	24
Касторовое масло	$0,9 \cdot 10^{-3}$	20
Глицерин	$1480 \cdot 10^{-3}$	20

### 8.5.8. Принцип симметрии феноменологических коэффициентов

Сложная биологическая система характеризуется одновременным протеканием нескольких процессов, которые могут быть взаимосвязанными. Например, в водном растворе сахарозы, который находится в двух отсеках, разделенных мембраной, устанавливаются два потока – растворенного вещества  $J_p$  и воды  $J_w$ .

Рассмотрим два взаимосвязанных потока  $J_k$  и  $J_n$ . Если бы поток  $J_k$  не был сопряжен с потоком  $J_n$ , он бы зависел только от обобщенной силы  $X_k$ :

$$J_{kk} = L_{kk}X_k. \quad (8.87)$$

Но поскольку этот поток сопряженный с потоком  $J_n$ , он зависит также от силы  $X_n$ ; эту связь устанавливает феноменологический коэффициент взаимосвязи  $L_{kn}$ .

Для двух сопряженных потоков имеем:

$$J_k = L_{kk}X_k + L_{kn}X_n; \quad (8.88)$$

$$J_n = L_{nk}X_k + L_{nn}X_n. \quad (8.89)$$

Итак, приведем формулирование принципа симметрии феноменологических коэффициентов – соотношения взаимности Онсагера – переходы между двумя конфигурациями  $A$  и  $B$  могут осуществляться как в направлении  $A \rightarrow B$ , так и в направлении  $B \rightarrow A$  за данный промежуток времени.

Математическая форма этого соотношения имеет вид:

$$L_{kn} = L_{nk}. \quad (8.90)$$

Это выражение свидетельствует о том, что если поток  $J_k$ , соответствующий необратимому процессу  $k$ , испытывает действие силы  $X_n$  другого необратимого процесса  $n$  посредством коэффициента  $L_{kn}$ , то и поток  $J_n$  также испытывает влияние силы  $X_k$  через тот же коэффициент  $L_{kn}$ .

### Ларс ОНСАГЕР (1903–1976)

Американский физик-теоретик и физико-химик (по происхождению – норвежец). Один из основателей термодинамики неравновесных процессов. Доказал теорему (1931 г.), названную его именем. Разработал теорию термодинамических свойств плоской решетки. Лауреат Нобелевской премии по химии (1968 г.).



## 8.5.9. Теорема Пригожина

Рассмотрим два сопряженных потока  $J_1$  и  $J_2$ . Учитывая принцип симметрии, линейные уравнения можно представить в виде:  $J_1 = L_{11}F_1 + L_{12}F_2$  та  $J_2 = L_{21}F_1 + L_{22}F_2$ , а выражение для продукции энтропии запишем как:  $dS/dt = L_{11}F_1^2 + (L_{12} + L_{21})F_1F_2 + L_{22}F_2^2$ .

Вычислим частные производные от продукции энтропии  $\sigma = \frac{d_i S}{dt}$  по движущей силе  $F_1$  (при постоянной  $F_2$ ) и по движущей силе  $F_2$  (при постоянной  $F_1$ ):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial F_1} = 2L_{11}F_1 + 2L_{12}F_2 = 2J_1; \quad (8.91)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial F_2} = 2L_{22}F_2 + 2L_{12}F_1 = 2J_2. \quad (8.92)$$

Если в стационарном состоянии открытой системы  $J_1 = 0$  и  $J_2 = 0$ , то  $\frac{\partial \sigma}{\partial F_1} = 0$  и  $\frac{\partial \sigma}{\partial F_2} = 0$ , то-есть скорость продукции энтропии приобретает максимальное значение. Из дифференциального исчисления известно, что если функция имеет максимум в определенной точке, то производная функции в этой точке может преобразовываться в ноль. Это необходимое, но недостаточное

условие. Достаточным условием экстремума является поведение второй производной: если вторая производная в данной точке положительна, то функция в этой точке имеет минимум. В нашем случае величина  $\sigma = \frac{d_i S}{dt}$  всегда положительна для всей области

изменений  $F_1$  и  $F_2$ , первые производные  $\frac{\partial \sigma}{\partial F_1}$  и  $\frac{\partial \sigma}{\partial F_2}$  равны нулю

(необходимое условие минимума) и вторые производные  $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial F_1^2}$  и

$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial F_2^2}$  также равны нулю (достаточное условие минимума);

следовательно, продукция энтропии в стационарном состоянии принимает минимальные значения.

Принцип минимума продукции энтропии в стационарном состоянии открытой системы является важнейшим результатом линейной неравновесной термодинамики, поскольку предлагает количественный критерий установления стационарного состояния. Этот принцип сформулирован как теорема Пригожина – в стационарном состоянии, близком к термодинамическому равновесию, значения скорости продукции энтропии системы за счет необратимых процессов достигают отличного от нуля постоянного минимального значения:

$$\frac{d_i S}{dt} \rightarrow \min, \quad (8.93)$$

или

$$\sigma \rightarrow \min. \quad (8.94)$$

Критерием приближения открытой системы к стационарному состоянию является отрицательность производной от продукции энтропии по времени:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} < 0. \quad (8.95)$$

### **Илья ПРИГОЖИН (1917–2003)**

Бельгийский физик (родился в Москве), известный определением понятия диссипативной структуры и ее роли в термодинамических системах вне состояния равновесия. Доказал теорему, названную его именем (1977 г.). Ряд работ посвященный математической роли детерминизма в нелинейных системах на классическом и квантовом уровнях. Лауреат Нобелевской премии по химии 1977 года.



### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ**

1. К какому типу термодинамических систем относятся живые организмы?
2. Что такое стационарное состояние?
3. За счет каких процессов происходит изменение энтропии в живых системах?
4. Пояснить, что такое негэнтропия.
5. Что называют продукцией энтропии? скоростью продукции энтропии?
6. Какие термодинамические процессы называются неравновесными?
7. Что такое диссипативная функция?
8. Сформулировать линейный закон термодинамики необратимых процессов.
9. Сформулировать и записать закон Фика.
10. Сформулировать и записать закон Гагена–Пуазейля
11. Сформулировать и записать закон Фурье.
12. Сформулировать и записать закон Ньютона.
13. Что такое конвекция?
14. От чего зависит граничный слой воздуха?
15. Сформулировать теорему Пригожина.

## 9. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

*Электричество* – раздел физики, изучающий совокупность явлений, обусловленных существованием, движением и взаимодействием электрически заряженных тел или частиц. Электричество делится на электростатику и электродинамику.

*Электростатика* изучает взаимодействие неподвижных электрических зарядов.

*Электродинамика* рассматривает явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов или заряженных тел.

### 9.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Особая форма материи, с помощью которой осуществляется взаимодействие между электрически заряженными телами, называется *электромагнитным полем*, которое состоит из двух взаимосвязанных полей – *электрического* и *магнитного*. Электрическое поле неподвижных зарядов, осуществляющее взаимодействие между ними, называется *электростатическим полем*.

Исследование электрических полей дает возможность понять механизмы образования растениями электрохимических сигналов – потенциалов действия, способных распространяться по растительному организму. Эти потенциалы являются носителями информации во внутри- и внеклеточном пространствах относительно изменений в окружающей растения среде.

#### 9.1.1. Электрический заряд.

##### Свойства электрических зарядов

*Электрический заряд* – это источник электромагнитного поля, связанный с материальным носителем; это характеристика элементарной частицы, определяющая ее электромагнитное взаимодействие. Заряды условно называют *положительными* (например, заряды, возникающие на стекле, натертому кожей) и *отрицательными* (заряды, возникающие на эбоните или янтаре, натертым шерстью). Разноименные заряды притягиваются друг к другу, одноименные – отталкиваются.

Электрический заряд имеет дискретный характер – существует минимальный неделимый элементарный электрический заряд  $q_0$ ,

которому кратны все электрические заряды  $q$  тел или частиц, то-есть  $q = \pm nq_0$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , а  $q_0 = 1,60217733 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона.

### 9.1.2. Законы электрического поля

Система тел или частиц называется *электрически изолированной системой*, если между ними и внешними телами отсутствует обмен электрическими зарядами.

Закон сохранения заряда – алгебраическая сумма электрических зарядов произвольной замкнутой (электрически изолированной) системы остается неизменной, несмотря на какие-либо процессы, происходящие в этой системе:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.} \quad (9.1)$$

Закон Кулона – два точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$  взаимодействуют друг с другом в вакууме с силой  $F$ , величина которой пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

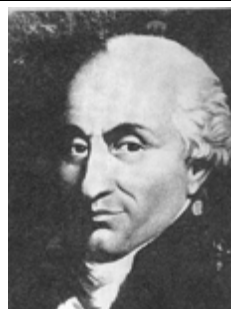
$$F = \frac{|q_1 \cdot q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (9.2)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная ( $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>·Н<sup>-1</sup>·м<sup>-2</sup> = 8,8542·10<sup>-12</sup> Ф·м<sup>-1</sup>).

Если взаимодействующие заряды находятся в однородном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то сила взаимодействия уменьшается в  $\epsilon$  раз.

#### Шарль КУЛОН (1736–1806)

Французский физик, один из основателей электростатики. Открыл закон (1785 г.), названный в дальнейшем его именем.



### 9.1.3. Напряженность электрического поля

*Напряженность электрического поля* – векторная величина  $\vec{E}$ , которая является основной количественной характеристикой силового действия электрического поля; определяется отношением силы  $\vec{F}$ , действующей со стороны поля на точечный пробный

электрический заряд  $q_0$ , размещенный в данной точке поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (9.3)$$

*Пробный электрический заряд* должен быть столь малым, чтобы не вызывать заметных изменений исследуемого поля.

*Точечным* называют заряд, сосредоточенный на теле, размеры которого являются малыми по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

Единица измерения напряженности электрического поля – *Н/Кл*.

Рассмотрим взаимодействие произвольного точечного заряда  $q$  с пробным точечным зарядом  $q_0$ . Между ними действует сила, определяемая законом Кулона:

$$F = \frac{|q \cdot q_0|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad (9.4)$$

откуда модуль вектора напряженности равен:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{|q|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (9.5)$$

### Пример

Среднее расстояние между электроном и протоном атома водорода составляет  $5,3 \cdot 10^{-11}$  м. Определить модуль силы, с которой взаимодействуют эти частицы.

### Решение

Используем значения физических постоянных (см. приложение), которые вместе с данными задачи подставляем в уравнение (9.2):

$$\begin{aligned} F &= \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = (1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 / (4,3,14 \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}) (5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м})^2 = \\ &= 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}. \end{aligned}$$

Графически электрическое поле изображают с помощью *силовых линий* электрического поля – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности электрического поля (рис. 9.1).

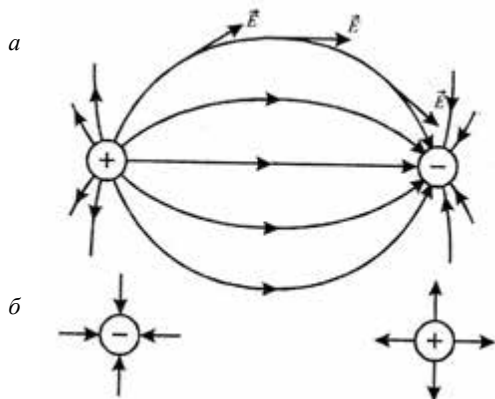


Рис 9.1. Графическое изображение электрического поля: а – между двумя зарядами; б – одиночных зарядов

Поле, напряженность которого во всех точках одинакова по модулю и направлению, называют *однородным электростатическим полем*; в противоположном случае поле *неоднородное* (рис. 9.2).

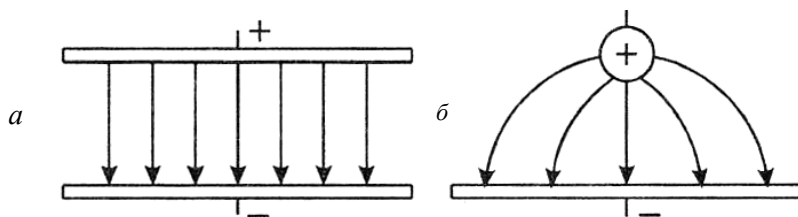


Рис. 9.2. Однородное (а) и неоднородное (б) электрические поля

#### 9.1.4. Электрический диполь

*Электрическим диполем* называется система, состоящая из двух одинаковых по абсолютной величине разноименных точечных зарядов  $(+q, -q)$ , которые находятся на некотором расстоянии  $l$  один от другого.

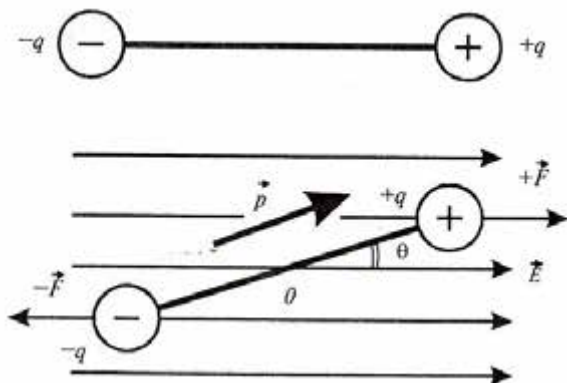
*Плечом диполя* является  $\vec{l}$ , направленный вдоль оси диполя от отрицательного заряда к положительному, и по модулю равный расстоянию между ними.

Основной характеристикой электрического диполя является его *дипольный момент* – вектор  $\vec{p}$ , численно равный произведению заряда диполя на плечо:

$$\vec{p} = q\vec{l}. \quad (9.6)$$

Вектор  $\vec{p}$  совпадает по направлению с плечом диполя. Рассмотрим диполь, расположенный в однородном внешнем электрическом поле (рис. 9.3).

Рис. 9.3. Диполь, размещенный в однородном внешнем электрическом поле



Допустим, что вектор  $\vec{p}$  направлен под углом  $\theta$  к вектору  $\vec{E}$ . Силы, действующие на заряды со стороны электрического поля, одинаковы по величине и противоположны по направлению; величина каждой силы равна:

$$F = qE. \quad (9.7)$$

Обе силы образуют *вращающий момент*  $\vec{M}$ :

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}, \quad (9.8)$$

или

$$M = pE \sin\theta, \quad (9.9)$$

который стремится повернуть диполь вдоль поля.

### 9.1.5. Движение заряженной частицы в однородном электрическом поле

Если разместить заряженную частицу  $q$  в электрическом поле  $\vec{E}$ , на этот заряд будет действовать сила  $q\vec{E}$ . Второй закон Ньютона для такого заряда будет иметь вид:

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}, \quad (9.10)$$

где  $m$  – масса частицы.

Ускорение, которое приобретает частица во время своего движения в электрическом поле, определяется выражением:

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}. \quad (9.11)$$

В однородном поле частица движется с постоянным ускорением. Если заряд положительный, частица движется в направлении электрического поля; если отрицательный – в противоположном направлении.

### 9.1.6. Осциллограф

*Осциллограф* – это электронный прибор, используемый для наблюдения функциональной связи между двумя или более электрическими величинами. С помощью осциллографа можно изучать электрические сигналы, которые быстро изменяются – потенциалы действия и электрические импульсы, генерируемые и распространяющиеся по растительному организму. Основным компонентом осциллографа является *электронно-лучевая трубка (ЭЛТ)*, которая приведена на рис. 9.4. Принцип действия этой трубки основывается на использовании движения заряженных частиц (электронов) в вакууме под влиянием электрического поля.

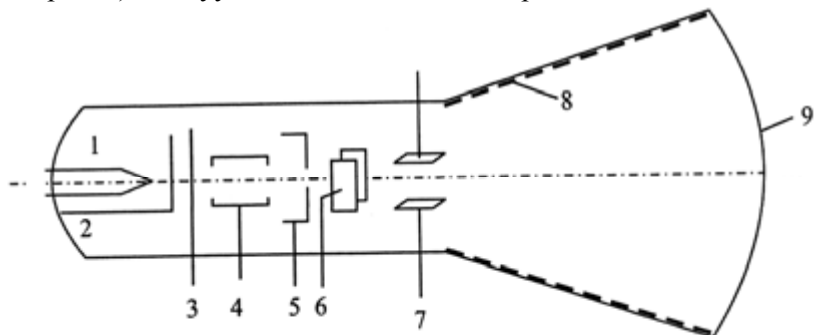


Рис. 9.4. Электронно-лучевая трубка осциллографа: 1 – нить накаливания; 2 – катод; 3 – диафрагма; 4 – фокусирующий анод; 5 – ускоряющий анод; 6 – горизонтально отклоняющие пластины; 7 – вертикально отклоняющие пластины; 8 – металлическое покрытие; 9 – экран, покрытый флуоресцирующим веществом

Из поверхности катода ЭЛТ вследствие нагревания до высокой температуры излучаются электроны, которые проходят через цилиндрический *ускоряющий анод* за счет электрического поля, образуемого между анодом и катодом. Комбинация катода и анода называется *электронной пушкой*. Далее электронный луч проходит через две пары отклоняющих пластин, одна из которых отклоняет луч в вертикальном, а другая – в горизонтальном направлениях, после чего попадает на экран, покрытый флуоресцирующим веществом, которое светится в случае попадания на нее электронного

луча. На горизонтальные пластины подают напряжение пилообразной формы, благодаря которому световая точка на экране равномерно движется по горизонтали, после чего внезапно возвращается к исходному положению. Этот процесс называют *горизонтальной разверткой* луча. Если на вертикальные пластины подать напряжение, которое исследуется, то луч будет описывать на экране зависимость электрического напряжения от времени.

### 9.1.7. Поток вектора напряженности

Количественную оценку напряженности электрического поля можно осуществить графически с помощью силовых линий: число силовых линий, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную силовым линиям, должно быть равным модулю вектора  $\vec{E}$ . Тогда число силовых линий, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\vec{n}$  которой образует угол  $\theta$  с вектором  $\vec{E}$ , равно  $E dS \cos \theta = E_n dS$ , где  $E_n$  – проекция напряженности поля  $\vec{E}$  на направление нормали  $\vec{n}$ .

Величина  $d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} \cdot d\vec{S}$  называется потоком вектора напряженности через площадку  $dS$ .

Единица измерения потока вектора напряженности – В·м.

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  поток вектора напряженности  $\vec{E}$  через эту поверхность равен:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (9.12)$$

Здесь символ  $\oint_S$  обозначает интеграл по замкнутой поверхности.

### 9.1.8. Теорема Остроградского–Гаусса

Теорема Остроградского–Гаусса устанавливает связь между потоком напряженности  $\vec{E}$  электрического поля через замкнутую поверхность  $S$  с величиной заряда  $q$ , который находится внутри этой поверхности.

Рассмотрим положительный точечный заряд  $q$ , расположенный внутри сферы радиусом  $r$ . В соответствии с выражением (9.5), напряженность, образующаяся на поверхности сферы, равна  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$ . Силовые линии электрического поля, создаваемого

зарядом  $q$ , направлены радиально и перпендикулярно поверхности. Поток вектора напряженности в соответствии с выражением (9.12) будет определяться как:

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (9.13)$$

Это выражение справедливо для любой произвольной поверхности, окружающей заряд.

Для общего случая произвольной поверхности в вакууме ( $\epsilon = 1$ ), окружающей  $n$  зарядов, получим такое выражение:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (9.14)$$

Последнее выражение определяет теорему Остроградского–Гаусса для электростатического поля в вакууме: суммарный поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, окруженных этой поверхностью, разделенной на  $\epsilon_0$ .

#### Пример

Используя теорему Остроградского–Гаусса, определить напряженность электрического поля изолированного точечного заряда  $q$ .

#### Решение

Рассмотрим сферическую поверхность, в центре которой размещен точечный заряд.

Поскольку напряженность электрического поля постоянна на всей поверхности, можно записать:

$$\oint_S E dS = E \oint_S dS = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Откуда находим напряженность электрического поля:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$



### Карл Фридрих ГАУСС (1777–1855)

Немецкий математик, известный своим вкладом в алгебру (доказательство основной теоремы алгебры), теорию чисел, математическую физику (принцип Гаусса), электричество и магнетизм, геодезию и астрономию.

### М.В. Остроградский (1801–1862)

Российский и украинский математик и физик. Сферой научных интересов были математика, математическая физика, аналитическая и небесная механика, гидромеханика, теория упругости.



## 9.1.9. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Если в электростатическом поле какого-либо точечного заряда  $q$  перемещается другой точечный заряд  $q_0$ , то работа силы  $\vec{F}$  на элементарном перемещении  $d\vec{l}$  определится выражением:

$$dA = \vec{F} d\vec{l}. \quad (9.15)$$

Работа, осуществляемая во время перемещения заряда из точки 1 в точку 2, равна:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (9.16)$$

Эта работа не зависит от траектории перемещения и определяется лишь положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Отсюда можно утверждать, что работа по перемещению электрического заряда во внешнем электрическом поле по любому замкнутому пути  $L$  будет равна нулю:

$$\oint_L dA = 0. \quad (9.17)$$

В случае перемещения единичного точечного положительного заряда в электростатическом поле элементарная работа равна  $dA = \vec{F} \cdot d\vec{l}$ , тогда последнюю формулу можно переписать как:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E dl = 0. \quad (9.18)$$

Здесь интеграл  $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$  называется *циркуляцией вектора напряженности* электростатического поля. Таким образом, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура равна нулю; силовое поле, характеризующееся таким свойством, называется *потенциальным*.

### 9.1.10. Потенциал электростатического поля

Рассмотрим пробный точечный заряд  $q_0$  в электрическом поле, со стороны которого на заряд действует сила:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}, \quad (9.19)$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электростатического поля.

Работа, производимая силой  $\vec{F}$  по перемещению пробного точечного заряда  $q_0$  на бесконечно малое перемещение  $d\vec{x}$ , равна:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{x} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{x}. \quad (9.20)$$

Эта работа равна убыли потенциальной энергии  $\Delta U$  заряда  $q_0$  в рассматриваемом поле:

$$dA = -dU. \quad (9.21)$$

Отсюда:  $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{x}$ . (9.22)

Для бесконечных перемещений пробного точечного заряда от точки  $A$  до точки  $B$  изменение потенциальной энергии равно:

$$U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x}. \quad (9.23)$$

Последнее уравнение можно записать как:

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x}, \quad (9.24)$$

де  $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = \frac{U_B}{q_0} - \frac{U_A}{q_0}$ . (9.25)

Величина, равная отношению потенциальной энергии пробного положительного заряда, расположенного в данной точке поля, к величине этого заряда, называется *потенциалом электростатического поля*:

$$\varphi = \frac{U}{q_0}, \quad (9.26)$$

где  $U$  – потенциальная энергия;  $q_0$  – единичный точечный заряд.

Потенциал – это скалярная энергетическая характеристика электростатического поля.

Единица измерения потенциала –  $B$ .

Таким образом,  $\Delta\varphi$  по формуле (9.25) является *разностью потенциалов* между двумя точками ( $A$  и  $B$ ) электрического поля, которая измеряется работой, осуществляемой силами поля в случае перемещения единичного положительного заряда из точки с большим потенциалом в точку с меньшим потенциалом.

Связь потенциала с напряженностью электрического поля определяется как:

*а)* в однородном электростатическом поле, направленном по оси  $x$ , напряженность электрического поля равна отношению разности потенциалов  $\Delta\varphi$  между двумя точками, к расстоянию  $d$  между этими точками:

$$E = - \frac{\Delta\varphi}{d}, \quad (9.27)$$

где знак минус свидетельствует о том, что вектор напряженности направленный противоположно возрастанию потенциала;

*б)* в неоднородном поле напряженность электрического поля равна по величине и противоположно по направлению градиенту потенциала:

$$E = - \frac{d\varphi}{dx}. \quad (9.28)$$

В каждой точке поля проекции вектора  $\vec{E}$  на оси декартовой системы координат связаны с частными производными по потенциалу с этими координатами соотношениями:

$$E_x = - \frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_y = - \frac{\partial\varphi}{\partial y}, E_z = - \frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (9.29)$$

Последние формулы свидетельствуют о том, что единицей измерения напряженности может быть  $B/m$ .

Геометрическое место точек электростатического поля, в которых значения потенциала одинаковы, называется *эквипотенциальной поверхностью*.

Силовые линии электрического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

### **Пример**

Протон движется вдоль силовой линии электрического поля, образуемого между двумя параллельными пластинами. Найти разность потенциалов между двумя точками  $A$  и  $B$  на траектории движения протона, если напряженность электрического поля  $8 \cdot 10^4 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$ , а расстояние между точками  $A$  и  $B$  равно  $0,5 \text{ м}$ .

### **Решение**

Используем уравнение (9.25), в которое подставим числовые значения:

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x} = -Ex = -(8 \cdot 10^4 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1})(0,5 \text{ м}) = -4 \cdot 10^4 \text{ В}.$$

Знак “минус” свидетельствует о том, что электрический потенциал уменьшается от точки  $A$  до точки  $B$ .

### **Контрольное задание**

Используя данные предыдущей задачи, определить изменение энергии протона в процессе его движения.

*Ответ:*  $-6,4 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}$ .

## **9.1.11. Электростатический улавливатель**

Электростатические улавливатели основываются на использовании электрического разряда в газах с целью извлечения продуктов их сгорания и уменьшения загрязнения воздуха. Современные системы такого типа способны извлечь до 99 % золы и пыли из промышленного дыма. Принцип действия электростатического улавливателя показан на рис. 9.5. Вдоль вертикальной трубы размещен спиралеобразный проводник; к трубе и проводнику приложено высокое ( $40\text{--}100 \text{ кВ}$ ) напряжение, причем проводник присоединен к положительному полюсу источника напряжения так, что электрическое поле направлено к проводнику. Поскольку напряженность электрического достаточно высокое вблизи проводника, именно здесь формируется коронный разряд, сопровождаемый появлением ионов и электронов. Отрицательные ионы и электроны двигаются к стенке трубы и заряжают частицы пыли за счет столкновений и взаимодействия с ионами. Частицы также достигают поверхности трубы, после чего оседают на дне системы.

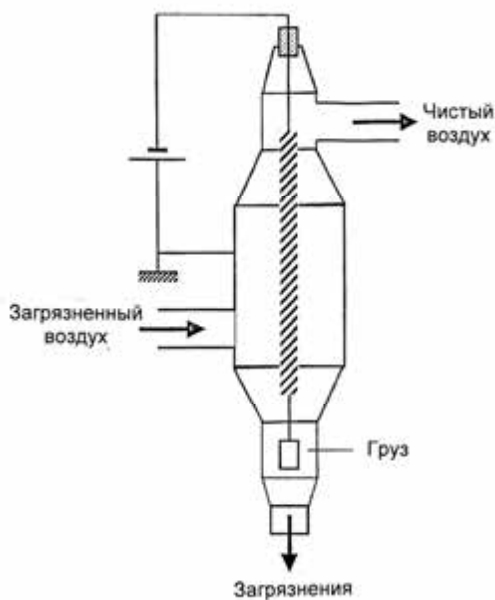


Рис. 9.5.  
**Электростатический  
улавливатель**

### 9.1.12. Ионный микроскоп

Ионный микроскоп состоит из сферического баллона 1 и игольчатого электрода 2, выполненного из исследуемого вещества. Баллон присоединен к отрицательному полюсу источника напряжения 3, а электрод – к положительному полюсу (рис. 9.6). В баллоне, присоединенному к насосу 4, создается вакуум. Кроме того, в баллон подают незначительное количество гелия. Диаметр конца электрода составляет около 0,1 мкм. За счет существенной разности потенциалов вблизи электрода напряженность электрического поля достигает больших (до  $10^7$  В/см) значений. Атомы гелия в этой области ионизируются; положительные ионы гелия направляются к сфере, поверхность которой покрыта флуоресцирующим веществом. Ионы гелия образуют на экране изображение, отвечающее структуре образца. Используя низкие температуры и высокую степень вакуума, можно получить изображения отдельных атомов и атомной структуры на поверхности образца.

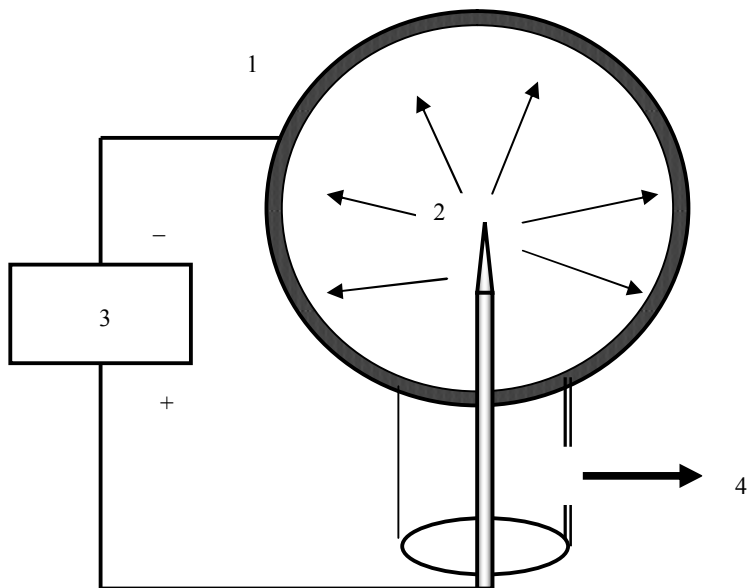


Рис. 9.6. **Ионный микроскоп:** 1 – сферический баллон; 2 – игольчатый электрод, выполненный из исследуемого вещества; 3 – источник напряжения; 4 – насос

### 9.1.13. Проводники в электростатическом поле

*Проводники* – это материалы, в которых электрические заряды перемещаются свободно (в отличие от *изоляторов*, где такое движение не имеет места). В качестве примеров проводников можно привести медь, алюминий, серебро, тогда как стекло, резина – изоляторы.

Если проводник соединить с Землей, потенциал которой равен нулю, то он считается *заземленным*. Потенциал проводника в этом случае равен потенциалу Земли.

Явление наведения электрического заряда в проводниках, размещенных в постоянном электрическом поле, называется *электростатической индукцией*. В проводниках движение зарядов будет происходить до тех пор, пока созданное ими поле внутри проводника не скомпенсирует внешнее электрическое поле. Вследствие этого на отдельных участках проводника образуются одинаковые по величине наведенные (индуцированные) заряды противоположного знака.

Рассмотрим отрицательно заряженную эбонитовую палочку, которую приближают к нейтральной (незаряженной) проводниковой

сфере, изолированной от Земли. Заряженная палочка образует внешнее для сферы электрическое поле. Участок сферы вблизи палочки приобретает избыток положительных зарядов, тогда как остальная сфера будет заряжена отрицательно. Если заземлить сферу, отрицательные заряды (электроны) покинут проводник за счет миграции к Земле; если удалить заземление, проводниковая сфера будет положительно заряженной, но этот заряд распределяется по сфере неоднородно. Если забрать палочку, распределение положительных зарядов по сфере станет однородным.

### 9.1.14. Диэлектрики в электростатическом поле

*Диэлектрики* – это вещества, которые относительно плохо проводят электрический ток (по сравнению с проводниками). Под влиянием внешнего электрического поля в диэлектрике образуется объемный дипольный электрический момент среды за счет смещения положительных и отрицательных зарядов молекул вещества (рис. 9.7). Это явление, называемое *поляризацией* среды, характеризует *диэлектрическая проницаемость*  $\epsilon$ , которая показывает, во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в вакууме превышает силу взаимодействия между теми же зарядами в данной среде (см. формулу (9.2)). Ослабление взаимодействия возникает за счет экранизации свободных зарядов связанными, которые образуются вследствие поляризации среды.

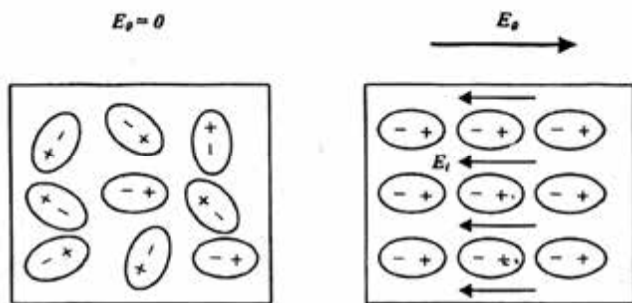


Рис. 9.7. Поляризация диэлектриков под влиянием электрического поля

Величина, характеризующая способность среды к поляризации, называется *диэлектрической восприимчивостью*  $\chi$ . Она представляет собой коэффициент пропорциональности в соотношении:

$$P = \chi E, \quad (9.30)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля;  $P$  – дипольный момент единицы объема.

Связь диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  и диэлектрической восприимчивости  $\chi$  имеет вид:

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (9.31)$$

Если поле  $E$  быстро изменяется во времени, поляризация диэлектрика не успевает следовать за ним; поэтому между колебаниями  $E$  и  $P$  возникает разность фаз. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\omega)$  является комплексной величиной:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega), \quad (9.32)$$

то-есть характеризуется двумя величинами  $\varepsilon'(\omega)$  и  $\varepsilon''(\omega)$ , зависящими от частоты  $\omega$  переменного электрического поля. Отношение  $\varepsilon''(\omega)/\varepsilon'(\omega)$  определяет *диэлектрические потери* – часть энергии переменного электрического поля  $E$ , преобразующуюся в теплоту. В постоянном электрическом поле  $\varepsilon'(\omega) = \varepsilon$ , а  $\varepsilon''(\omega) = 0$ .

Кристаллические диэлектрики, которые демонстрируют на протяжении определенного интервала температур спонтанную поляризацию, существенно зависящую от внешних влияний, называются *сегнетоэлектриками*. Обычно, сегнетоэлектрики состоят из *доменов* – участков с разными направлениями поляризации; суммарный электрический дипольный момент кристалла равен нулю. Вследствие нагревания спонтанная поляризация сегнетоэлектриков исчезает при определенной температуре, называемой *точкой Кюри*. Так, для типичных сегнетоэлектриков точка Кюри равна:  $-18 - -24$  °С для сегнетовой соли  $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ ,  $133$  °С для титаната бария  $BaTiO_3$ ,  $1210$  °С для ниобата лития  $LiNbO_3$ . Сегнетоэлектрики используются для измерения температуры в детекторах электромагнитного излучения в качестве электрооптических материалов, оптические свойства которых изменяются под влиянием электрического поля.

Диэлектрики, сохраняющие на протяжении длительного времени поляризованное состояние после снятия внешних влияний, которые обусловили поляризацию, называются *электретами*. Технология получения электретов связана с размещением расплавленного вещества, молекулы которого имеют дипольный момент, в сильное электрическое поле с дальнейшим его охлаждением. К электретам можно отнести пчелиный воск, парафин, полимеры, неорганические поликристаллические и монокристаллические диэлектрики и т.д. Электреты используют в качестве веществ, входящих в состав

датчиков давления и вибраций, дозиметров, электроизмерительных приборов, гигрометров.

Кристаллические вещества, в которых в процессе сжатия или растяжения в определенных направлениях возникает электрическая поляризация даже в отсутствие электрического поля, называются *пьезоэлектриками*. Явление возникновения зарядов на поверхности пьезоэлектрика под влиянием механических деформаций называется *прямым пьезоэффектом*, а появление механических деформаций под влиянием электрического поля – *обратным пьезоэффектом*. К пьезоэлектрикам относятся кварц, дигидрофосфат аммония (АДР), сульфат лития, сегнетова соль, титанат бария и т.д. Пьезоэлектрические преобразователи нашли свое применение в качестве источников ультразвука, датчиков механических колебаний и вибраций, акустических излучателей и приемников.

Явление возникновения механических деформаций, пропорциональных квадрату электрического поля  $E^2$ , называется *электрострикцией*.

### 9.1.15. Электрическая емкость

Рассмотрим отдельный проводник, удаленный от других проводников, тел и зарядов. В электростатическом поле все точки поверхности проводника имеют одинаковый потенциал  $\varphi$ , который пропорциональный заряду  $q$  проводника, то-есть соотношение  $q/\varphi$  не зависит от  $q$ . Это дает возможность ввести понятие *электрической емкости* отдельного проводника, которая равна отношению заряда  $q$  проводника к его потенциалу  $\varphi$ , то-есть  $C = q/\varphi$ . Это понятие можно отнести также к системе проводников, в частности двух проводников, разделенных тонким слоем диэлектрика – такую систему двух проводников называют *конденсатором*. Электрическая емкость конденсатора определяется как  $C = q/(\varphi_1 - \varphi_2)$ , где  $q$  – заряд одной обкладки;  $\varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов между обкладками.

Единицы измерения электрической емкости – *фарад* [ $1\text{ Ф} = 1\text{ Кл/В}$ ].

Электрическая емкость плоского конденсатора определяется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (9.33)$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная ( $8,854187817 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>/Н·м<sup>2</sup>);  $S$  – площадь обкладки;  $d$  – расстояние между обкладками.

Значения диэлектрической проницаемости некоторых веществ при комнатной температуре приведены в табл. 9.1.

### 9.1 – Значения диэлектрической проницаемости некоторых веществ при комнатной температуре

Вещество	Диэлектрическая проницаемость $\epsilon$
Вакуум	1,00000
Сухой воздух	1,00059
Бумага	3,7
Вода	80

#### Пример

Площадь обкладки плоского конденсатора равна  $S = 3 \text{ см}^2$ , а расстояние между обкладками  $d = 1,5 \text{ мм}$ . Определить электрическую емкость  $C$  конденсатора, пластины которого находятся в воздухе.

#### Решение

Подставим числовые значения в формулу (9.33):

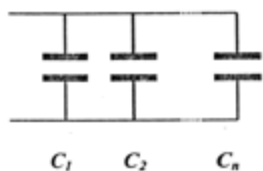
$$C = (1,00059 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2)(3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2)/(1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}) = 1,77 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 1,77 \text{ пФ}.$$

#### Контрольное задание

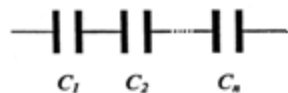
Определить электрическую емкость плоского конденсатора, обкладки которого площадью  $4 \text{ см}^2$  разделены бумажным слоем толщиной  $1 \text{ мм}$ .

*Ответ:* 13,1 пФ.

При параллельном соединении конденсаторов общая электрическая емкость равна сумме электрических емкостей отдельных конденсаторов (рис. 9.8, а):



а



б

$$C = C_1 + C_2 + \dots C_n. \quad (9.34)$$

При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная общей емкости, равна сумме обратных величин электрических емкостей отдельных конденсаторов (рис. 9.8, б):

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (9.35)$$

Энергия заряженного конденсатора определяется выражением

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (9.36)$$

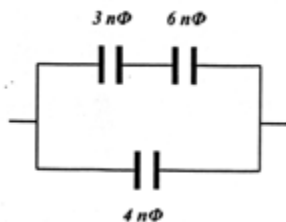
Рис. 9.8. Соединение конденсаторов: а – параллельное; б – последовательное

где  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов между обкладками.

### Контрольное задание

Определить общую электрическую емкость для соединения конденсаторов, приведенного на рис. 9.9.

Рис. 9.9. Схема соединения конденсаторов



## 9.2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

### 9.2.1. Электрический ток

*Электрический ток* – это упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц или заряженных макроскопических тел.

За направление электрического тока принято направление движения положительных зарядов. *Силой тока*  $I$  называется скалярная величина, равная отношению заряда  $dq$ , переносимого через поперечное сечение проводника за малый промежуток времени  $dt$ , к длительности этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (9.37)$$

Единица измерения силы тока – *ампер* (А).

*Постоянным* называют ток, сила которого со временем не изменяется:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (9.38)$$

*Плотность тока*  $\vec{j}$  – это векторная характеристика тока, равная по модулю электрическому заряду, проходящему за единицу времени через единичную площадь, перпендикулярную упорядоченному движению заряженных частиц.

Плотность тока  $\vec{j}$  определяется как:

$$\vec{j} = nq \langle \vec{v} \rangle, \quad (9.39)$$

где  $n$  – концентрация движущихся носителей зарядов (заряженных частиц);  $q$  – заряд одной частицы;  $\langle \vec{v} \rangle$  – средняя скорость упорядоченного движения заряженных частиц.

В случае равномерного распределения плотности электрического тока по сечению проводника величина плотности силы тока определяется выражением:

$$j = \frac{I}{S}, \quad (9.40)$$

где  $I$  – сила тока;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Единица измерения плотности тока –  $A/m^2$ .

### 9.2.2. Электрическая цепь

*Замкнутая цепь* состоит из источника тока, соединительных проводов, по которым перемещаются носители тока – электроны, и потребителей тока (рис. 9.10).

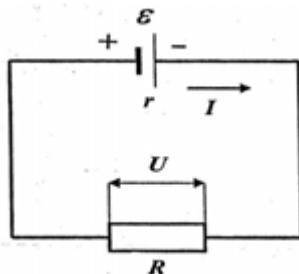


Рис. 9.10. Замкнутая цепь состоит из источника тока, соединительных проводов, по которым перемещаются носители тока – электроны, и потребителей тока

*Источник тока* – устройство, в котором заряды перемещаются от одного полюса к другому в направлении, противоположном направлению электрического поля. Эти перемещения осуществляются под действием сторонних сил.

*Электродвижущая сила (э.д.с.)*  $\mathcal{E}$  – физическая величина, характеризующая действие сторонних сил в источниках тока; она равна отношению работы  $A$  сторонних сил по перемещению положительного заряда  $q$  вдоль цепи к величине этого заряда:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}. \quad (9.41)$$

Единица измерения электродвижущей силы – *вольт (В)*.

*Электрическое напряжение*  $U$  между двумя точками электрической цепи или поля равно работе электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из одной точки в другую.

Единица измерения напряжения – *вольт (В)*.

*Электрическое сопротивление*  $R$  – величина, характеризующая противодействие проводника или электрической цепи электрическому току. Электрическое сопротивление – это коэффициент пропорциональности между электрическим током и напряжением в законе Ома (см. раздел 9.2.4).

Единица измерения электрического сопротивления – *ом (Ом)*.

Электрическое сопротивление зависит от материала проводника, длины, площади поперечного сечения проводника и от температуры:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (9.42)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление (Ом·м);  $l$  – длина;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Значения удельного сопротивления некоторых веществ приведены в табл. 9.2.

### 9.2 – Значения удельного сопротивления некоторых веществ при температуре 20 °С

Вещество	Удельное сопротивление $\rho$ , Ом·м
Серебро	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Вольфрам	$5,6 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Графит	$3,5 \cdot 10^{-5}$
Стекло	$10^{10} - 10^{14}$
Резина	$10^{13}$
Фарфор	$10^{13}$
Тефлон	$10^{16}$
Кварц	$75 \cdot 10^{16}$

#### Пример

Определить сопротивление медного проводника длиной 20 см, площадь поперечного сечения которого равна  $10^{-4} \text{ м}^2$ .

#### Решение

Используя данные табл. 9.2 и формулу (9.38), находим:

$$R = (1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом·м})(0,2 \text{ м}) / (10^{-4} \text{ м}^2) = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

#### Контрольное задание

Как изменится сопротивление проводника при условиях предыдущей задачи, если медь заменить нихромом?

*Зависимость сопротивления проводника от температуры определяется по формуле:*

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (9.43)$$

где  $R$  – сопротивление проводника при некоторой температуре  $T$ ;  $R_0$  – сопротивление проводника при температуре  $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  (можно использовать опорную температуру, например,  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ );  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

### Пример

Проводник терморезистора имеет сопротивление 50 Ом при температуре 0 °С и 71,5 Ом при температуре 231,97 °С. найти  $R_0$  и  $\alpha$  проводника.

### Решение

Используем уравнение (9.43), в которое подставляем числовые данные, соответствующие температуре 0 °С:

$$50 = R_0 [1 + \alpha(0 - 0)] = R_0.$$

Отсюда:  $R_0 = 50$  Ом.

Подставляем числовые данные, соответствующие температуре 231,97 °С:

$$71,5 = R_0 [1 + \alpha(231,97 - 0)] = 50 (1 + \alpha \cdot 231,97).$$

Отсюда:

$$\alpha = (71,5 - 50) / 231,97 \cdot 50 = 1,85 \cdot 10^{-3} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}.$$

### Контрольное задание

При какой температуре проводник по условиям предыдущей задачи будет иметь сопротивление 89 Ом?

Ответ: 422 °С.

В случае последовательного соединения проводников общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных проводников (рис. 9.11, а):

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (9.44)$$

При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме обратных величин сопротивлений проводников (рис. 9.11, б):

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (9.45)$$

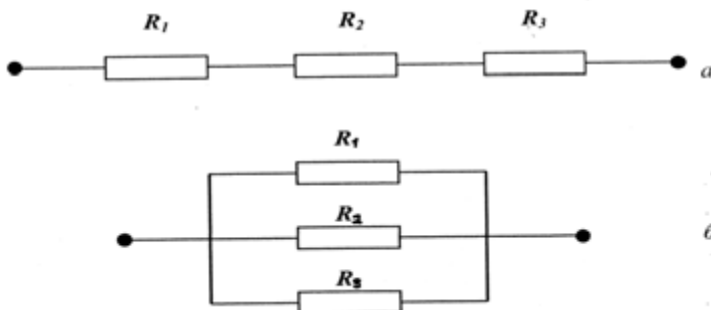


Рис. 9.11. Последовательное (а) и параллельное (б) соединение проводников

### 9.2.3. Аналоги сопротивлений в растительном организме

Прохождение водных или газовых потоков в растительном организме удобно изучать, используя электрические аналогии.

Рассмотрим в качестве примера процесс прохождения водяного пара через поверхность листка. Вода может теряться через *устьица* или непосредственно через воскообразную поверхность – *кутикулу*. Устьица открываются или закрываются в ответ на внешние или внутренние сигналы, регулируя таким образом потери воды листком. Кутикула также уменьшает потери воды. Таким образом, устьица и кутикулу можно представить как два эквивалентных электрических проводника, соединенных параллельно (рис. 9.12). Общее сопротивление  $R$  такой системы проводников определяется как:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{уст}} + \frac{1}{R_{кут}}, \quad (9.46)$$

где  $R_{уст}$  и  $R_{кут}$  – сопротивления устьиц и кутикулы соответственно.

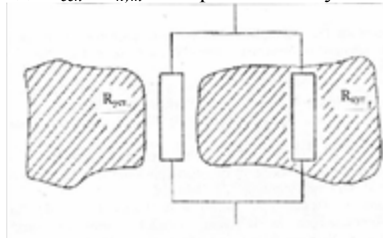


Рис. 9.12. Общее сопротивление системы устьиц и кутикулы

В то же время, прохождение водяного пара через устьица и граничный слой листка можно представить как два последовательно соединенных проводника (рис. 9.13); общее сопротивление  $R$  такой системы проводников определяется как:

$$R = R_{уст} + R_{гп}. \quad (9.47)$$

Прохождение воды по растению можно описать последовательным соединением трех проводников (рис. 9.14), сопротивления которых соответствуют корневой системе ( $R_{кор}$ ), стеблю ( $R_{см}$ ) и листку ( $R_{л}$ ):

$$R = R_{кор} + R_{см} + R_{л}. \quad (9.48)$$

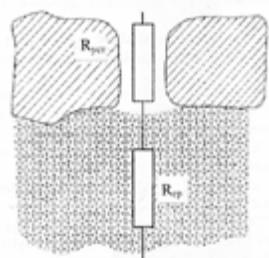


Рис. 9.13. Общее сопротивление устьиц и граничного слоя воздуха

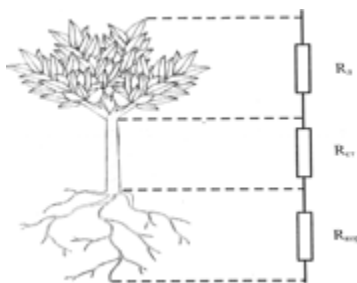


Рис. 9.14. Прохождение воды по растению можно описать последовательным соединением трех проводников, сопротивления которых соответствуют корневой системе ( $R_{кор}$ ), стеблю ( $R_{см}$ ) и листку ( $R_{л}$ )

Функции электродвижущей силы могут выполнять давление водяного пара или концентрация газа, обуславливающие водные или газовые потоки (электрический аналог – ток).

#### 9.2.4. Законы постоянного тока

Закон Ома для участка цепи – сила тока  $I$  в проводнике прямо пропорциональна напряжению  $U$  между двумя фиксированными точками проводника и обратно пропорциональна сопротивлению  $R$  проводника:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (9.49)$$

Закон Ома для замкнутой цепи – сила тока  $I$  в замкнутой цепи прямо пропорциональна электродвижущей силе источника  $\mathcal{E}$  и обратно пропорциональна сумме внешнего  $R$  и внутреннего  $r$  сопротивлений:

$$I = \mathcal{E}/(R + r). \quad (9.50)$$



#### Георг Ом (1787–1854)

Немецкий физик.

Открыл основной закон электрической цепи (закон Ома). Имел работы в области акустики, кристаллооптики.

#### Контрольное задание

Электрическая цепь характеризуется электродвижущей силой источника тока  $\mathcal{E} = 12$  В, внешним сопротивлением  $R = 3$  Ом, внутренним сопротивлением  $r = 0,05$  Ом. Определить: а) силу тока; б) напряжение; в) мощность, рассеиваемую на внешнем сопротивлении.

Ответ: а) 3,93 А; б) 11,8 В; в) 46,3 Вт.

Закон Ома в дифференциальной форме. Примером прямых процессов переноса (см. раздел 8.4.2) является движение электрических зарядов, при котором поток электрических зарядов вызывается градиентом потенциала электрического поля. Рассмотрим поток электронов в проводнике. Допустим, что плотность электронов и температура характеризуются однородным распределением. Плотность тока как поток электронов в проводнике пропорциональна напряженности электрического поля в данной

точке, равной градиенту потенциала электрического поля. Это соотношение можно представить как *закон Ома в обобщенной форме*:

$$J_e = L_e \cdot F_{qe}, \quad (9.51)$$

где  $J_e$  – поток электрических зарядов;  $L_e$  – феноменологический коэффициент;  $F_{qe}$  – движущая сила, обуславливающая перенос электрических зарядов.

*Закон Ома в дифференциальной форме* имеет вид:

$$j = \sigma E = \sigma \frac{d\varphi}{dx}. \quad (9.52)$$

В уравнениях (9.51) – (9.52)  $J_e = j = \frac{I}{S}$  – плотность тока;  $L_e = \sigma =$

$\frac{1}{\rho}$  – удельная электрическая проводимость;  $\rho$  – удельное электрическое

сопротивление;  $F_{qe} = E = \frac{d\varphi}{dx}$  – напряженность электрического поля;

$\frac{d\varphi}{dx}$  – градиент потенциала.

Единицы измерения плотности тока –  $A/m^2$ ; удельной электрической проводимости –  $c^3 \cdot A^2 / M^3 \cdot кг$ ; напряженности электрического поля –  $Дж/Кл \cdot м = м \cdot кг / А \cdot c^3$ .

Закон Ома используется для простых цепей. В случае сложных цепей, которые содержат замкнутые контуры и узлы разветвления (рис. 9.15), используют правила Кирхгофа.

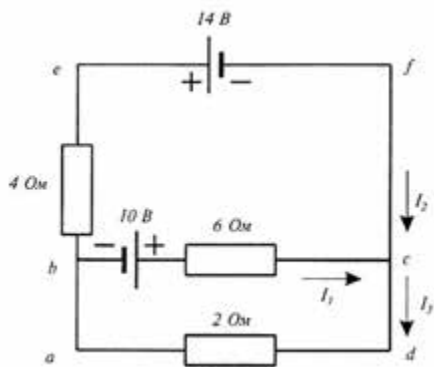


Рис. 9.15. Сложная электрическая цепь

Первое правило Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (9.53)$$

Токи, входящие в узел, условно считают положительными, а токи, выходящие из узла – отрицательными.

Второе правило Кирхгофа – в любом замкнутом контуре разветвленной цепи алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил, встречающихся в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i . \quad (9.54)$$

Произведение  $IR$  называется падением напряжения.

Направления электрических токов и электродвижущих сил считаются положительными, если направление тока совпадает с направлением обхода контура по часовой стрелке, а э.д.с. увеличивает потенциал в направлении этого обхода.



**Густав Роберт КИРХГОФ**  
(1824–1887)

Немецкий физик, установивший правила для сложной электрической цепи, названные его именем. Вместе с Р.В. Бунзеном заложил основы спектрального анализа (1859 г.), ввел понятие абсолютно черного тела и открыл закон излучения.

### Пример

Используя правила Кирхгофа, найти силы токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  в электрической цепи, изображенной на рис. 9.14.

### Решение

В соответствии с первым правилом Кирхгофа имеем:

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

В данной цепи имеются три контура:  $abcd$ ,  $befcb$  та  $aefda$ . Применим второе правило Кирхгофа к первым двум контурам  $abcd$  и  $befcb$ :

$$abcd: \quad 10 \text{ В} - (6 \text{ Ом})I_1 - (2 \text{ Ом}) I_3 = 0.$$

$$befcb: \quad -14 \text{ В} - 10 \text{ В} + (6 \text{ Ом})I_1 - (4 \text{ Ом}) I_2 = 0.$$

Исключаем  $I_3$  из первого уравнения, используя первое правило Кирхгофа:

$$10 \text{ В} - (6 \text{ Ом})I_1 - (2 \text{ Ом}) (I_1 + I_2) = 0.$$

Отсюда:

$$10 = 8 I_1 + 2I_2.$$

Из второго правила получим:

$$-12 = -3 I_1 + 2 I_2.$$

Решение системы двух последних уравнений дает возможность определить токи:

$$I_1 = 2 \text{ А}; I_2 = -3 \text{ А}.$$

Из уравнения, описывающего первое правило Кирхгофа, находим:  $I_3 = -1 \text{ А}$ .

### Контрольное задание

Доказать, что закон Ома является частным случаем второго правила Кирхгофа.

Закон Джоуля–Ленца – количество теплоты  $Q$ , выделяющееся в проводнике в процессе прохождения через него электрического тока, прямо пропорционально квадрату силы тока  $I^2$ , сопротивлению проводника  $R$  и времени  $t$  прохождения тока:

$$Q = I^2 R t. \quad (9.55)$$

Здесь  $I^2 R = U^2/R = P$  – мощность электрического тока.

## 9.2.5. Термоэлектрические явления

Совокупность физических явлений, обусловленных взаимосвязью между тепловыми и электрическими процессами, происходящими в твердых проводниках, называют *термоэлектрическими явлениями*. Рассмотрим эти явления.

*Эффект Зеебека* – возникновение термоэлектродвижущей силы (термоэ.д.с.) в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты которых имеют разную температуру (см. раздел 8.2). Если электрическая цепь состоит из двух разных проводников, она называется *термопарой* (рис. 9.16). Величина термоэ.д.с. зависит лишь от температуры горячего  $T_1$  и холодного  $T_2$  контактов и материала проводников. Для небольшого интервала температур от 0 до 100 °С термоэ.д.с. определяется выражением:

$$\varepsilon_z = \alpha(T_1 - T_2), \quad (9.56)$$

где  $\alpha$  – коэффициент Зеебека.

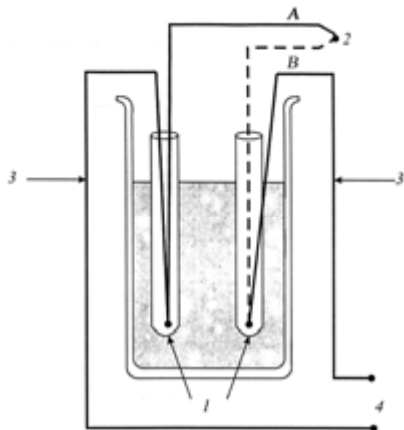


Рис. 9.16. Эффект Зеебека – возникновение термоэлектродвижущей силы (термоэ.д.с.) в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты которых имеют разную температуру: 1 – опорные спаи; 2 – измерительный спай; 3 – медный проводник; 4 – выход к потенциометру

К недостатком термопар следует отнести небольшие значения электродвижущей силы, возникающей в электрической цепи. Преодолеть этот недостаток можно за счет последовательного соединения нескольких термопар, образующих в этом случае *термобатарей*.

В более общем случае электродвижущая сила  $\mathcal{E}_3$  для однородных проводников  $A$  и  $B$ , из которых состоит термопара, определяется выражением:

$$\mathcal{E}_3 = \int_{t_1}^{t_2} \alpha_A dt + \int_{t_2}^{t_1} \alpha_B dt = \int_{t_1}^{t_2} (\alpha_A - \alpha_B) dt, \quad (9.57)$$

где  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$  – коэффициенты Зеебека для проводников  $A$  и  $B$  соответственно.

На практике не используют абсолютные значения коэффициентов Зеебека; вместо этого определяют эти коэффициенты для определенного опорного материала (например, платины):

$$\alpha_{A,Pt} = \alpha_A - \alpha_{Pt} \quad (9.58)$$

и

$$\alpha_{Pt,B} = \alpha_{Pt} - \alpha_B. \quad (9.59)$$

Отсюда:

$$\alpha_{A,B} = \alpha_{A,Pt} + \alpha_{Pt,B} = \alpha_A - \alpha_B, \quad (9.60)$$

где  $\alpha_{A,B}$  – относительный коэффициент Зеебека термопары  $A,B$ .

Электродвижущая сила в этом случае определяется как:

$$d\mathcal{E}_3 = \alpha_{A,B} dt. \quad (9.61)$$

Откуда:

$$\alpha_{A,B} = \frac{d\mathcal{E}_3}{dt}. \quad (9.62)$$

Зависимость электродвижущей силы Зеебека от температуры определяется выражением:

$$\mathcal{E}_3 = \alpha t + \frac{1}{2} \beta t^2. \quad (9.63)$$

Из уравнений (9.62) и (9.63) можно получить:

$$\alpha_{A,B} = \alpha + \beta t. \quad (9.64)$$

Значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  для типичных металлов находят в табл.9.3.

### 9.3 – Значения коэффициентов $\alpha$ и $\beta$ для типичных металлов

Металл	$\alpha, \text{мкВ}/^\circ\text{C}$	$\beta, \text{мкВ}/^\circ\text{C}$
Железо	+16,7	-0,0297
Медь	+2,7	+0,0079
Константан	-34,6	-0,0558

На основе эффекта Зеебека созданы термоэлектрические термометры и их последовательные соединения, образующие термобатарею.

#### Пример

Определить электродвижущую силу Зеебека для термопары “железо–медь”, используя табл. 9.3, если температура термопары  $200^\circ\text{C}$ , а опорная температура  $0^\circ\text{C}$ .

#### Решение

Определим относительный коэффициент Зеебека:

$$\alpha_{\text{Fe,Cu}} = \alpha_{\text{Fe}} - \alpha_{\text{Cu}} = 16,7 - 2,7 = 14 \text{ мкВ}\cdot(^\circ\text{C})^{-1};$$

$$\beta_{\text{Fe,Cu}} = \beta_{\text{Fe}} - \beta_{\text{Cu}} = 0,0297 - 0,0079 = -0,0376 \text{ мкВ}\cdot(^\circ\text{C})^{-1}.$$

Подставим числовые данные в формулу (9.63):

$$\varepsilon_3 = \alpha t + \frac{1}{2} \beta t^2 = 14 \cdot 200 + (1/2)(0,0376)(200)^2 = 2048 \text{ мкВ}.$$

#### Контрольное задание

Определить электродвижущую силу Зеебека по условию предыдущего задания для термопары “железо–константан”.

Ответ: 10782 мкВ.

*Эффект Пельтье* связан с выделением или поглощением теплоты  $Q_{\text{П}}$  во время пропускания электрического тока через контакт двух разных проводников. Выделение теплоты сменяется поглощением, если изменить направление электрического тока в проводнике. Количество теплоты  $Q_{\text{П}}$  определяется выражением:

$$Q_{\text{П}} = \Pi It, \quad (9.65)$$

где  $\Pi = T\Delta\alpha$  – коэффициент Пельтье;  $T$  – абсолютная температура;  $\Delta\alpha$  – разность термоэлектрических коэффициентов проводников;  $I$  – сила тока;  $t$  – время.

Используют эффект Пельтье для охлаждения в холодильных установках.

*Эффект Томсона* связан с выделением или поглощением теплоты  $Q_{\text{T}}$  в проводнике, вдоль которого существует градиент температуры. Количество теплоты  $Q_{\text{T}}$  определяется выражением:

$$Q_{\text{T}} = S(T_1 - T_2)It, \quad (9.66)$$

где  $S$  – характеристика проводника;  $T_1 - T_2$  – перепад температур;  $I$  – сила тока;  $t$  – время.

Эффект Томсона нашел свое применение для измерения температуры.

## 9.2.6. Электрические приборы

*Амперметр* – прибор для измерения силы электрического тока, который включается в электрическую цепь последовательно с источником тока (рис. 9.17). В идеальном случае амперметр должен иметь собственное сопротивление, равное нулю с тем, чтобы не исказить результаты измерений. На практике сопротивление амперметра  $R_A$  подбирают существенно меньшим, чем сопротивление электрической цепи  $R$ .

*Вольтметр* – прибор для измерения напряжения в электрических цепях. Он включается параллельно тому участку цепи, на котором измеряется напряжение (рис. 9.18). В идеальном случае вольтметр имеет бесконечно большое сопротивление для уменьшения влияния прибора на режим цепи. В реальной ситуации сопротивление вольтметра  $R_B$  подбирают значительно большим, чем сопротивление участка цепи  $R_2$ .

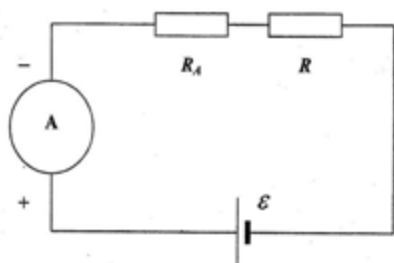


Рис. 9.17. Измерение силы электрического тока с помощью амперметра, который включается в электрическую цепь последовательно с источником тока

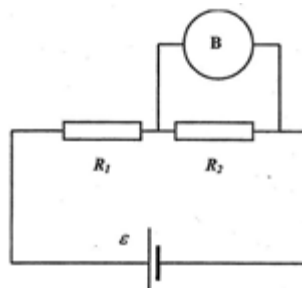


Рис. 9.18. Измерение напряжения в электрических цепях с помощью вольтметра, который включается параллельно тому участку цепи, на котором измеряется напряжение

**Гальванометр** – прибор высокой чувствительности, предназначенный для измерения малых токов и напряжений (рис. 9.19). Используется в качестве нулевого индикатора для определения отсутствия электрического тока в электрической цепи.

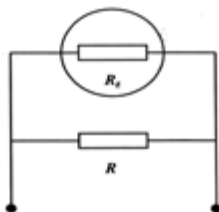


Рис. 9.19. Измерение малых токов и напряжений с помощью гальванометра – прибора высокой чувствительности

**Измерительный мост (мост Уитстона)** – измерительная цепь, используемая для измерения неизвестного сопротивления  $R_X$ . Эта цепь состоит из трех известных сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (где  $R_1$  – калиброванное переменное сопротивление), гальванометра и источника тока (рис. 9.20). Сопротивления  $R_X$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$ , образующие четырехугольник, называются *плечами* моста. Регулируя величину переменного сопротивления  $R_1$ , добиваются равновесия моста, вследствие которого ток в диагонали с гальванометром равен нулю. В этой ситуации выполняется условие  $R_1/R_3 = R_2/R_X$ , откуда  $R_X = R_2R_3/R_1$ .

**Потенциометр** – прибор для измерения электродвижущей силы  $\mathcal{E}_X$  посредством сравнения ее с известной электродвижущей силой.

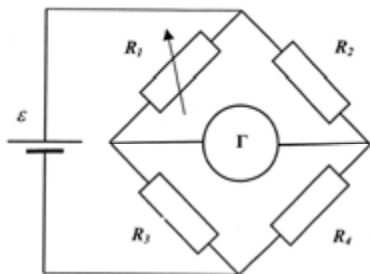


Рис. 9.20. Измерительный мост (мост Уитстона) – измерительная цепь, состоящая из гальванометра, источника тока, трех известных сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (где  $R_1$  – калиброванное переменное сопротивление) и используемая для измерения неизвестного сопротивления  $R_X$ .

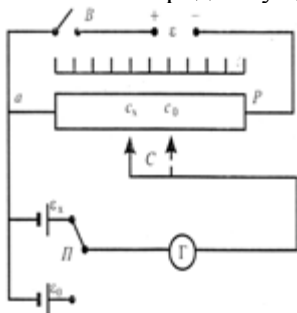


Рис. 9.21. Потенциометр – прибор для измерения электродвижущей силы  $\mathcal{E}_X$  посредством сравнения ее с известной электродвижущей силой  $\mathcal{E}_0$  (пояснения в тексте).

На рис. 9.21 приведены основные компоненты потенциометра. Он состоит из реохорда  $R$  (однородного проводника, натянутого на линейку, вдоль которого перемещается подвижный контакт  $C$ ), гальванометра  $G$ , источника, электродвижущая сила  $\mathcal{E}_x$  которого измеряется, нормального элемента с известной электродвижущей силой  $\mathcal{E}_0$  и источника вспомогательной электродвижущей силы  $\mathcal{E}$ .

Измерение неизвестной электродвижущей силы  $\mathcal{E}_x$  заключается в перемещении подвижного контакта  $C$  и нахождении такого его положения, при котором ток через гальванометр равен нулю. Условие компенсации определяется выражением:

$$\mathcal{E}_x = Ir_x, \quad (9.67)$$

где  $Ir_x$  – падение напряжения на участке  $ac$ .

Если с помощью переключателя  $\Pi$  в цепь включить источник эталонной электродвижущей силы  $\mathcal{E}_0$ , то условие компенсации в этом случае определится выражением:

$$\mathcal{E}_0 = Ir_0, \quad (9.68)$$

Из последних двух уравнений можно получить такое соотношение:

$$\mathcal{E}_x/\mathcal{E}_0 = r_x/r_0, \quad (9.69)$$

Или с учетом того, что сопротивления участков реохорда пропорциональны их длинам:

$$\mathcal{E}_x/\mathcal{E}_0 = l_x/l_0, \quad (9.70)$$

откуда

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \cdot (l_x/l_0). \quad (9.71)$$

*Плавкий предохранитель* – устройство для защиты электрической цепи от больших токов, которые могут вызывать перегрев в цепи и

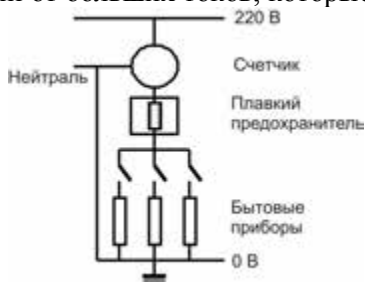


Рис. 9.22. Плавкий предохранитель – прибор для защиты электрической цепи от больших токов, которые могут вызвать перегрев цепи и пожар

пожар. Для предотвращения опасных ситуаций плавкий предохранитель включают последовательно с бытовыми электрическими приборами (рис. 9.22). Если общий ток, проходящий по цепи через все приборы, превышает норму, предохранитель плавится и разрывает цепь.

### **Пример**

Бытовые приборы, используемые в квартире, имеют такие значения мощности: микроволновая печь – 800 Вт, холодильник – 1000 Вт, стиральная машина – 1200 Вт. Подходит ли плавкий предохранитель, рассчитанный на 15 А, для такой квартиры, если напряжение в электрической цепи 220 В?

### **Решение**

Рассчитаем ток, который проходит через каждый прибор, по формуле  $I = P/U$  (где  $P$  – мощность прибора;  $U$  – напряжение): микроволновая печь –  $I_{мп} = 800 \text{ Вт}/220 \text{ В} = 3,6 \text{ А}$ ; холодильник –  $I_x = 1000 \text{ Вт}/220 \text{ В} = 4,5 \text{ А}$ ; стиральная машина –  $I_{пм} = 1200 \text{ Вт}/220 \text{ В} = 5,45 \text{ А}$ . Общий ток в электрической цепи составляет  $I = I_{мп} + I_x + I_{пм} = 3,6 \text{ А} + 4,5 \text{ А} + 5,45 \text{ А} = 13,55 \text{ А}$ . Итак, плавкий предохранитель подходит для такой электрической цепи.

# 10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ПРИРОДНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

## 10.1. ИОНОСФЕРА

В состав атмосферы входят ионы кислорода, азота и других газов, а также свободные электроны. В нижней тропосфере количество ионов обоих знаков невысока – около  $500\text{--}700$  пар/см<sup>3</sup>. Ионы возникают в основном за счет радиоактивного излучения урана и радия, находящихся в земной коре. Но эти ионы облеплены нейтральными молекулами воды и подвижность их невысокая. Свободные электроны существуют недолго, т.к. присоединяются к другим частицам.

На больших высотах количество ионов увеличивается вследствие влияния космического излучения, ультрафиолетового и корпускулярного излучения Солнца. Так, на высоте  $20\text{--}25$  км (стратосфера) имеет место первый максимум ионизации, а именно около  $10^4$  пар/см<sup>3</sup>. Далее концентрация ионов уменьшается, но на высоте  $30$  км (мезосфера) их количество составляет также  $10^4$  пар/см<sup>3</sup>. Причем количество негативных ионов мало; в основном преобладают положительные ионы и электроны. Примерно с этой высоты начинается *ионосфера* – природное образование разряженной слабо ионизированной плазмы, которая находится в магнитном поле Земли и подвергается влиянию ионизирующего излучения Солнца. Ионосфера занимает область высот  $50\text{--}1500$  км.

Ионосфера состоит из нескольких слоев, расположенных на разных высотах (рис. 10.1):

1. Слой *D* – область между  $50$  и  $90$  км; характеризуется слабой ионизацией. Играет существенную роль в поглощении радиоволн ( $10$  МГц).

2. Слой *E* – область между  $90$  и  $120$  км, где происходит ионизация молекулярного кислорода за счет рентгеновского ( $1\text{--}10$  нм) и ультрафиолетового компонента солнечного излучения. Этот слой отражает радиоволны с частотой меньшей, чем  $10$  МГц и поглощает с частотой большей, чем  $10$  МГц. Ночью этот слой исчезает из-за недостатка источников ионизации.

3. Слой *F* – область между  $120$  и  $400$  км, в котором имеет место ионизация атомарного кислорода *O* ультрафиолетовым ( $10\text{--}100$  нм) солнечным излучением. Этот слой соответствует главному максимуму ионизации; ночью он находится на высоте  $300\text{--}400$  км, а днем раздваивается на слои *F*<sub>1</sub> ( $160\text{--}200$  км) и *F*<sub>2</sub> ( $220\text{--}320$  км). Именно этот слой отвечает за распространение радиоволн.

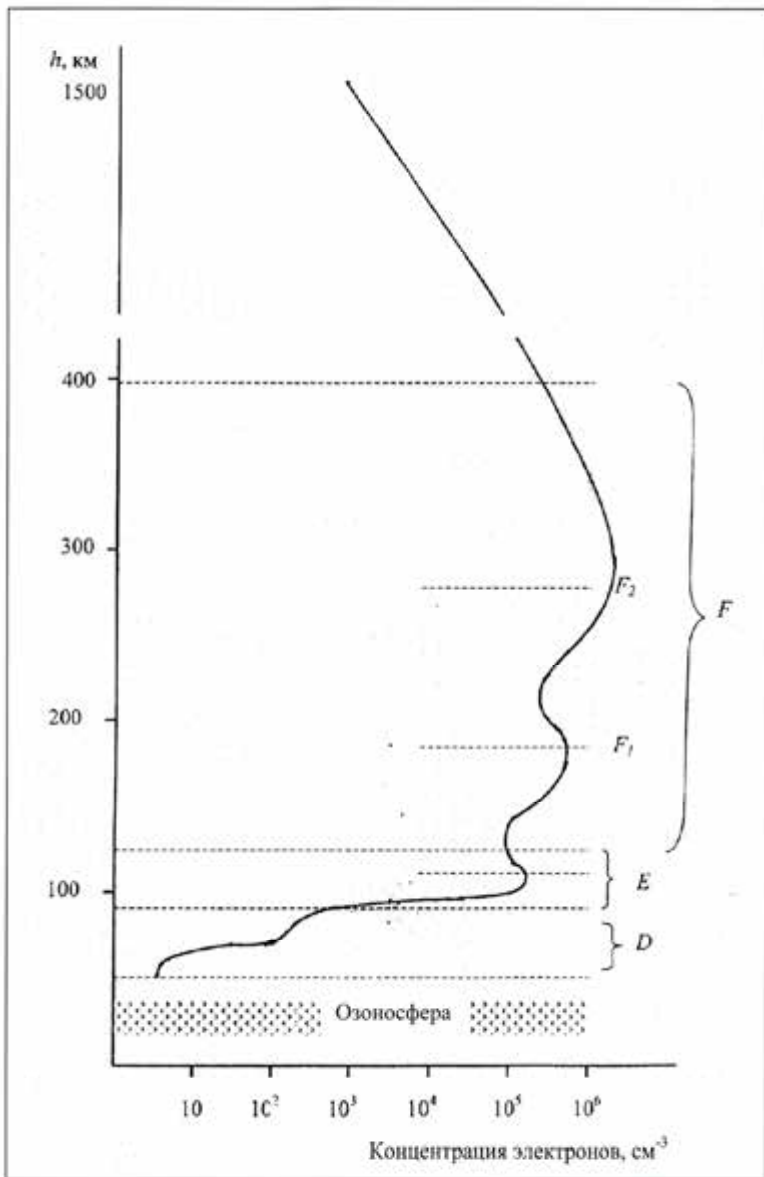


Рис. 10.1. Структура ионосферы (пояснения в тексте)

Ионный состав изменяется с высотой:  $(H_2O)_nH^+$ ,  $O_2^-$ ,  $NO_3^-$  и  $HCO_3^-$  – на высотах, меньших чем 70–80 км,  $NO^+$  и  $O^+$  (85–200 км),  $O^+$  (> 200 км),  $H^+$  (>600–1000 км).

За счет градиента плотности воздуха уровень ионизации и соответственно удельной электропроводности воздуха неоднородный: поблизости поверхности Земли  $\sigma = (2-3) \cdot 10^{-14}$  См/м и  $30 \cdot 10^{-14}$  См/м на высоте 10 км, то-есть воздух может быть рассмотрен как изолятор около поверхности и проводник – в области мезосферы и выше.

Кроме того, в тропосфере могут происходить явления, обуславливающие разделение электрических зарядов за счет изменения метеорологических условий – облаков, осадков, туманов и т.д. В атмосфере возникает положительный объемный заряд, а на поверхности Земли – отрицательный заряд. Таким образом, электрическое поле Земли направлено примерно вертикально; напряженность его составляет от 130 В/м поблизости поверхности до нескольких вольт на метр на высоте 10 км.

## 10.2. МОЛНИИ

Наличие грозовых облаков влияет на распределение электрических зарядов. В соответствии с современными представлениями структура грозового облака – трехзарядная: в центре облака находится основная зона отрицательного заряда, над ней – зона положительного заряда, а под ней – вторая, меньшая, но тоже положительно заряженная зона (рис.10.2). Наиболее характерной особенностью зоны отрицательного заряда облака является то, что она представляет собой плоский (толщиной 1 км) слой на высоте 6 км, где температура воздуха составляет  $-15^\circ\text{C}$  (так называемая *температура реверса*). На этой высоте вода существует в трех фазах – в виде жидкости, льда и пара. Верхняя положительно заряженная зона может иметь толщину несколько километров и достигать тропопаузы (13 км). Нижняя зона настолько мала, что ее влиянием на формирование электрического поля между облаком и поверхностью Земли можно пренебречь. В атмосфере при типичных температурных режимах существуют кристаллики льда и тяжелые частицы снежной крупы. Лабораторные исследования показали, что при температурах больших, чем температура реверса (высота меньше чем 6 км) падающие частицы крупы взаимодействуют с кристалликами льда и приобретают положительный заряд, а при температурах меньших температуры реверса (высота большая чем 6

км) они заряжаются отрицательно (рис.10.3). Считается, что именно частицы крупы участвуют в формировании нижней зоны в трехзарядном облаке. Перед грозой напряженность электрического поля может достигать 50000 В/м, а во время грозы – 100000–300000 В/м.

Существенную роль в электризации грозовых облаков играет конвекция – движение кристалликов льда и снежной крупы вверх; причем кристаллики поднимаются быстрее, что эквивалентно падению крупы. Поднимающийся поток переносит переохлажденные капли воды выше граничной зоны, обеспечивая рост крупы. Как только облако накопит достаточный электрический заряд, при котором электрическое поле в состоянии преодолеть диэлектрическую “прочность” атмосферы, возникает *молния* – искровой разряд, возникающий при отсутствии электронов в массе заряженных и хорошо изолированных друг от друга частиц. В основном, молнии образуются внутри основного отрицательного заряда. В случае разряда между облаком и земной поверхностью молния состоит из двух разрядов: один (*лидер*) направлен к земной поверхности, а другой (*стример*) распространяется вверх. Интересно отметить параметры молнии: средняя продолжительность молнии составляет  $10^{-3}$  с, электрический ток – до 100000 ампер, температура в разряде 27600 °С, длина молнии – 3–16 км, диаметр – 1,3–2,5 см.

Высота, км

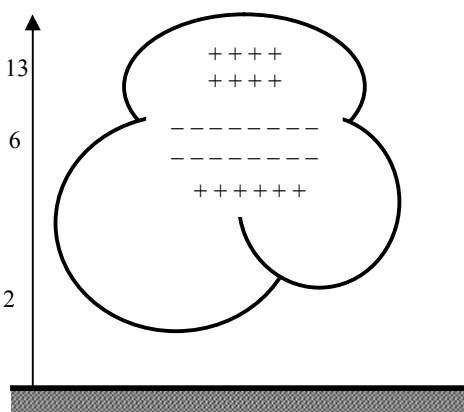


Рис. 10.2. Трехзарядная структура грозового облака

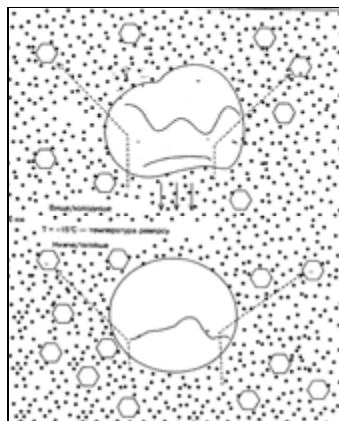
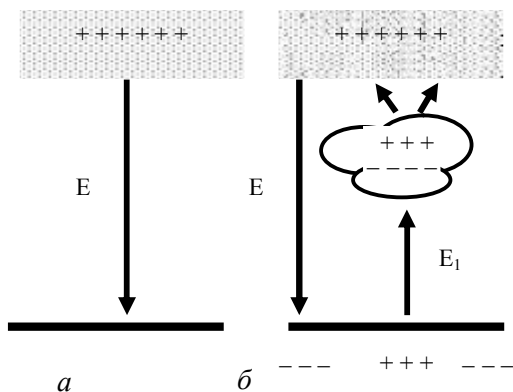


Рис. 10.3. Процессы переноса заряда во время взаимодействия частиц снежной крупы с кристалликами льда

Рис. 10.4. Электрическое поле, образуемое между ионосферой и земной поверхностью: *a* – при отсутствии грозового облака; *b* – при наличии грозового облака



Обозначим электрическое поле, образуемое между ионосферой и земной поверхностью как  $E$ , а поле между облаком и поверхностью – как  $E_1$  (рис.10.4). Отметим, что поле  $E_1 > E$  (поскольку расстояние между зарядами меньше). Там, где есть башни, вышки и т.д., возникает *коронный разряд* – самостоятельный высоковольтный электрический разряд в газе в случае давления не меньше атмосферного, если электрическое поле между электродами неоднородное.

### 10.3. ПОЛЯРНЫЕ СИЯНИЯ

В 1958 году команда исследователей под руководством Джеймса Ван Аллена, используя данные, полученные с помощью спутника “*Эксплорер I*”, обнаружила наличие радиационных поясов, окружающих земной шар (рис. 10.5). Образуются они заряженными частицами (электронами и протонами), захваченными неоднородным магнитным полем Земли. Траектории движения частиц имеют спиралевидную форму. Все заряженные частицы происходят от Солнца или звезд; общее их название – *космические лучи*. На полюсах эти частицы сталкиваются с другими атомами, образуя излучение света, называемое *северным сиянием (Aurora Borealis)* на северном полюсе и *южным сиянием (Aurora Australis)* – на южном.

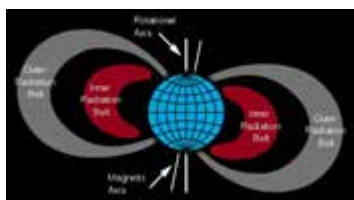


Рис. 10.5. Радиационные пояса, образующиеся заряженными частицами, захваченными неоднородным магнитным полем Земли: 1 – внутренний радиационный пояс; 2 – внешний радиационный пояс; 3 – ось вращения; 4 – магнитная ось

# 11. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ ОРГАНИЗМА

## 11.1. БИОЛОГИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

Рассмотрим некоторую емкость, разделенную на два отсека мембраной, проницаемой только для ионов калия. Если концентрация растворов  $KCl$  в обоих отсеках одинакова, то количество ионов  $K^+$ , переходящих из отсека  $I$  в отсек  $II$  и наоборот, будет одинаковым. Поэтому разность потенциалов, устанавливаемая на мембране, равна нулю.

Если концентрация раствора  $KCl$  в отсеке  $I$  превышает концентрацию в отсеке  $II$ , будет иметь место диффузия ионов, вследствие которой количество положительных зарядов в отсеке  $II$  увеличится. Таким образом, на мембране установится разность потенциалов.

Таким образом, разность концентраций ионов  $K^+$  между отсеками представляет собой *химический градиент* (или химическую разность потенциалов), который приводит к диффузионному потоку ионов сквозь мембрану из отсека  $I$  в отсек  $II$ .

В то же время, накопление положительных зарядов в отсеке  $II$  способствует образованию *электрического градиента* (или электрической разности потенциалов), который вынуждает ионы  $K^+$  двигаться в противоположном направлении – из отсека  $II$  в отсек  $I$ .

В целом наличие концентрационного (химического) и электрического градиентов обуславливает состояние *электрохимического равновесия* ионов  $K^+$ . Разность потенциалов, возникающая на мембране при таком состоянии, называется *электрохимическим (равновесным) потенциалом*.

Внутренняя и внешняя среды клетки характеризуются неравномерным распределением определенных ионов. Так, основным ионом во внешней среде клетки является натрий – его концентрация во внешней среде клетки в 5–15 раз превышает концентрацию во внутренней среде. Внутри клетки преобладают ионы калия, концентрация которых в 20–40 раз большая, чем во внеклеточной среде. Кроме того, клеточная мембрана характеризуется селективной ионной проницаемостью, обусловленную наличием ионных каналов. В состоянии покоя мембрана характеризуется значительной проницаемостью для ионов калия и незначительной – для ионов

натрия. В конце концов на клеточной мембране образуется так называемый *потенциал покоя*. Величина его колеблется для разных клеток от  $-60$  до  $-90$  мВ. Про клетку в состоянии покоя говорят, что она *поляризована*.

Во время действия на мембрану внешнего стимула (например, механической, химической или электрической природы) электрический баланс нарушается, что сопровождается входом ионов натрия внутрь клетки и возникновением быстрого изменения мембранного потенциала. В то же время ионы калия оставляют клетку, хотя и не так быстро, как ионы натрия. На мембране устанавливается положительный *потенциал действия* (около  $20-30$  мВ). Этот потенциал возникает не на всей мембране, а лишь на том участке, к которому был приложен внешний стимул. Процесс возбуждения мембраны, сопровождаемый появлением потенциала действия, называется *деполяризацией*. Мембрана возвращается к первоначальному состоянию равновесия, который характеризуется блокированием прохода ионов натрия внутрь клетки. Этот процесс транспорта ионов натрия наружу, вызывающий поляризацию клетки, называется *реполяризацией*.

Основными свойствами потенциала действия являются: 1) типичная величина амплитуды составляет около  $130$  мВ и не зависит от амплитуды внешнего стимула; потенциал действия продолжается несколько миллисекунд (рис.11.1); 2) полярность потенциала действия противоположна полярности потенциала покоя; 3) во время деполяризации и в начале фазы реполяризации соответствующий участок мембраны временно становится невозбудимым, невосприимчивым (*рефрактерным*); 4) потенциал действия распространяется по клеточной мембране от места возбуждения наподобие бегущей волны со скоростью  $50-150$  м/с (для хребетных).



**Рис. 11.1. Образование потенциала действия: после приложения стимула происходит быстрое возрастание проницаемости мембраны для ионов натрия и постепенное — для ионов калия, вследствие чего ионы натрия входят в клетку, а ионы калия выходят из нее, образуя результирующий потенциал**

В случае нервной клетки потенциал действия, распространяющийся вдоль аксона, представляет собой *нервный импульс*. Для клеточной мембраны, разделяющей внешнюю и внутреннюю среды, процесс появления потенциала действия описывается уравнением Нернста:

$$\Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_i = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{C_i}{C_e} . \quad (11.1)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_i$  – разность потенциалов между внешней и внутренней средами;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура;  $Z$  – валентность ионов;  $F$  – постоянная Фарадея;  $C_e$  – концентрация внешней среды;  $C_i$  – концентрация внутренней среды.

Внутри- и внеклеточные концентрации ионов для клеток некоторых биологических объектов приведены в табл. 11.1.

**11.1 – Внутри- и внеклеточные концентрации ионов**

Концентрация (ммоль/л)	Гигантский аксон кальмара	Портняжная мышца лягушки
Внутриклеточная среда $C_i$		
$\text{Na}^+$	78	13
$\text{K}^+$	392	138
$\text{Ca}^{2+}$	0,4	30
$\text{Mg}^{2+}$	11	16
$\text{Cl}^-$	104	2
Внеклеточная среда $C_o$		
$\text{Na}^+$	462	108
$\text{K}^+$	22	2,5
$\text{Ca}^{2+}$	11	2
$\text{Mg}^{2+}$	56	1
$\text{Cl}^-$	286	

Обычно разность потенциалов между внутренней средой растительной клетки и внешним раствором, омывающим клетку, находится в пределах от  $-50$  до  $-250$  мВ (например, разность потенциалов для клеток корневой системы *Pea sativum* и *Avena sativa* равна  $-110$  мВ и  $-84$  мВ соответственно).

### **Вальтер Герман НЕРНСТ (1864–1941)**

Немецкий химик, который участвовал в становлении современной физической химии. Сформулировал теорему – так называемый „третий закон термодинамики” (1905 г.), открыл одно из термомагнитных явлений, исследовал проблемы электроакустики и астрофизики. Получил Нобелевскую премию по химии за исследования в области термохимии (1920 г.).



#### **Пример**

Используя данные табл. 11.1, определить равновесный натриевый потенциал, возникающий в гигантском аксоне кальмара.

#### **Решение**

Равновесный потенциал определим с помощью уравнения Нернста (11.1). Подставим в это уравнение числовые данные, учитывая, что  $RT/F = 25,3$  мВ (см дополнение):

$$\Delta\varphi = 25,3 \text{ мВ} \cdot \ln \frac{462}{78} = 45 \text{ мВ}.$$

#### **Контрольное задание**

Определить потенциал равновесия, который устанавливается на мембране клетки портянжной мышцы лягушки для ионов калия. Использовать данные табл. 11.1.

*Ответ:*  $-101,48$  мВ.

## **11.2. ТЕХНИКА ИЗМЕРЕНИЯ МЕМБРАННЫХ ТОКОВ**

Ионы, перемещающиеся через мембраны, несут электрический заряд, благодаря чему в мембране устанавливаются электрические токи величиной около  $10^{-12}$  А. Измерять эти токи можно с помощью микроэлектродов, изготовленных из вытянутых тонких стеклянных трубок. Один из первых подходов к реализации таких измерений предусматривал непосредственное внедрение микроэлектрода в клетку. Однако такая методика могла применяться лишь к большим клеткам; кроме того, микроэлектрод пересекал и плазматическую, и вакуолярную мембраны, что усложняло процесс измерений вследствие влияния токов через обе мембраны.

### **П.Г. КОСТЮК (1924-2010)**

Украинский ученый, известный своими работами по нейрофизиологии, клеточной биофизике (структура и функция ионных каналов, мембранные рецепторы). Впервые в Украине использовал микроэлектродную технику для исследования деятельности нервных клеток.



Проблемы были успешно разрешены с помощью *пэтч-клемп-метода*, который заключается в установлении тесного контакта отполированного стеклянного микроэлектрода (микропипетки) диаметром 0,5–1 мкм с мембраной, который окружает изолированный протопласт (клетку, лишённую клеточной оболочки). Такой тесный контакт достигался благодаря легкому всасыванию. Название этой техники происходит от английских слов “patch” – заплатка, пластырь (небольшой участок в зоне контакта микропипетки с мембраной) и “clamp” – скреплять. Измерения проводят либо с прикрепленной целой клеткой, либо только с той ее частью, которая остается в отверстии микропипетки (рис. 11.2). В последнем случае заплатка размещается в физиологическом растворе, который окружает ее извне и подается через пипетку. Малые диаметры микропипетки позволяют измерять токи через отдельные ионные каналы. Поскольку протопласт имеет сферическую форму, можно измерять его объем и оценить поток зарядов через единицу площади мембраны. Еще одно преимущество метода заключается в возможности отличать электрические события, происходящие на плазматической и вакуолярной мембранах, и контролировать состав внешней и внутренней сред.

### 11.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ СЕРДЦА.

#### ПРИНЦИПЫ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАФИИ

Электрическая активность сердца может быть рассмотрена на основе представлений о сердце как *электрическом диполе*, находящемся в проводящей среде. Диполь представляет собой пару разноименных электрических зарядов, разделенных определенным расстоянием.

Дипольный электрический момент единицы объема является векторной величиной.

В 1908 г. Эйнтховен предложил рассматривать сердце как вектор, размещенный в равностороннем треугольнике (это предложение получило название *гипотезы Эйнтховена*). Проекция этого вектора на стороны треугольника соответствуют разности потенциалов, регистрируемым между конечностями (каждая такая разность потенциалов называется *отведением*). Амплитуды и полярности проекций этого вектора на стороны треугольника свидетельствуют о состоянии работы сердца.

В норме направление вектора колеблется в секторе между  $0^\circ$ – $+90^\circ$  (рис.11.3, *а*); отклонение вектора в секторе  $0^\circ$ – $-90^\circ$  свидетельствует о смещении анатомической оси сердца влево (рис.11.3, *б*). Расположение вектора в секторе  $+90^\circ$ – $-180^\circ$  соответствует возможным патологиям сердца (рис.11.3, *в*).

Процедура изучения механизмов электрической активности сердца, ее характеристик в норме и в случае патологических процессов, а также техника регистрации электрической активности



Рис. 11.2. Принцип пэтч-клемп-метода регистрации мембранных токов (пояснения в тексте)

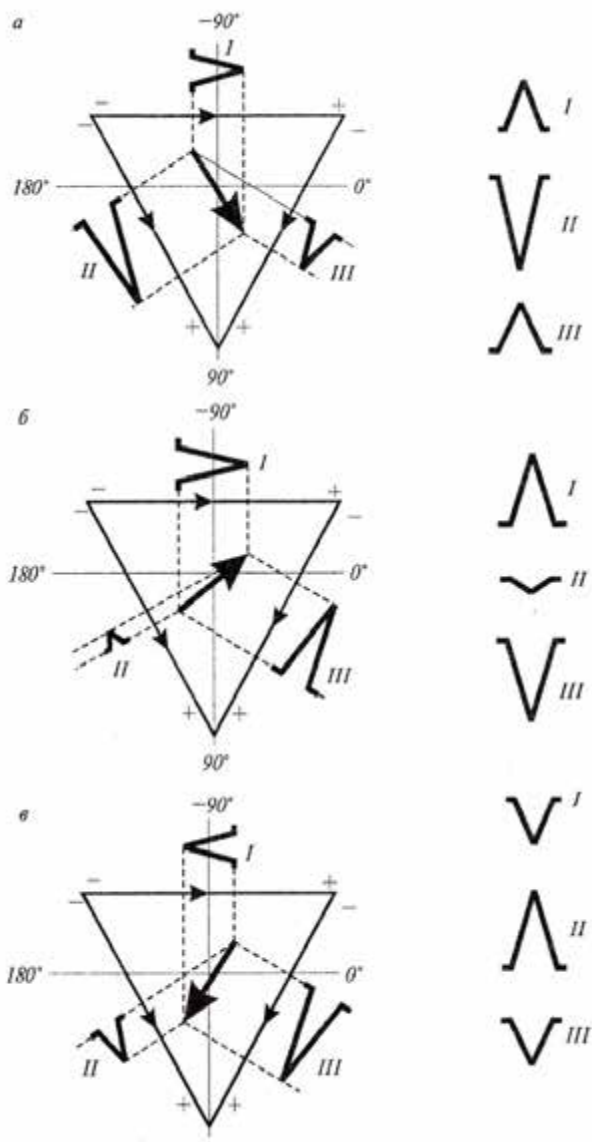


Рис. 11.3. Направление вектора, соответствующего электрической оси сердца в норме (а), смещенной относительно анатомической оси (б) и в случае патологии (в)



### **Виллем ЭЙНТХОВЕН (1860–1927)**

Голландский медик и физиолог. Основатель электрокардиографии (1903 г.), за что получил Нобелевскую премию 1924 года. Занимался также проблемами акустики.

миокарда на протяжении сердечного цикла называется *электрокардиографией*. Зависимость электрического потенциала на поверхности тела человека или животного от времени называется *электрокардиограммой (ЭКГ)*.

## **11.4. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ МОЗГА. ПРИНЦИПЫ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАФИИ**

Процедура изучения биоэлектрических процессов, связанных с возникновением активности в структурах мозга, с переходом их от состояния относительного покоя к активному или заторможенному состоянию с целью достижения функционального состояния головного мозга на основе регистрации биопотенциалов, называется *электроэнцефалографией*. Типичная *электроэнцефалограмма (ЭЭГ)* представляет собой комбинированный эффект нейронных потенциалов, которые фиксируются на значительном участке коры головного мозга.

В процессе электроэнцефалографии регистрируют биоэлектрические сигналы. В зависимости от частоты  $f$  и амплитуды  $A$  этих сигналов различают такие типы волн:  $\alpha$ -волна,  $f = 8\text{--}13$  Гц,  $A = 100$  мкВ, синусоидальная форма;  $\beta$ -волна,  $f = 20\text{--}50$  Гц, меньшая амплитуда, нерегулярная форма;  $\gamma$ -волна,  $f < 3,5$  Гц;  $\theta$ -волна,  $f = 3,5\text{--}8$  Гц. Уровень шумов, которые регистрируются, равен около 2 мкВ. Датчиками электрических полей мозга являются диски  $Ag\text{--}AgCl$ , количество которых достигает около двух десятков.

## **11.5. ОБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ РЫБАМИ**

Около 300 видов рыб способны генерировать собственные электрические поля – слабые, напряженностью от нескольких сот милливольт до нескольких вольт для электролокации и коммуникации и сильные, напряженностью до нескольких сот вольт,

для отпугивания хищников или оглушения жертвы. Сильноэлектрические виды рыб имеют специализированные электрические органы, тогда как слабоэлектрические виды – лишь морфологически выраженные ткани. Образуются электрические поля с помощью так называемого *электрического органа*, который генерирует электрические разряды. Состоит электрический орган из клеток *электроцитов*, которые соединены последовательно или параллельно. Форма, количество и порядок расположения электроцитов зависит от вида. Так, электрический орган ската *Torpedo* содержит 500–1000 соединенных параллельно столбиков электроцитов, по 1000 клеток в каждом столбике; диаметр клеток составляет 5–7 мм, а толщина – 10–30 мкм; еще один представитель скатов, *Narcine*, имеет около 400 столбиков с 300–500 клетками диаметром 2 мм и толщиной 7 мкм. Количество электроцитов у электрического угря *Electrophorus* достигает 6000. Электрические разряды рыб характеризуются такими параметрами, как интенсивность (амплитуда), продолжительность, волновая форма, частота повторения. Величина этих параметров зависит от вида и образа жизни рыбы. Так, электрический угорь в состоянии поиска генерирует импульсы напряжением до 50 В, продолжительность которых составляет около 2 мс, тогда как в момент обнаружения добычи он создает импульсы напряжением 300–600 В продолжительностью 0,6–2 с.

# 12. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ

## 12.1. ЭЛЕКТРОФОРЕЗ

*Электрофорезом* называется направленное перемещение электрически заряженных макромолекул, частиц дисперсной фазы в жидкой или газообразной средах, или ионов в электропроводящем растворе под действием внешнего электрического поля.

*Дисперсные системы* – неоднородные системы, состоящие из непрерывной газообразной, жидкой или твердой сред, в которые помещены частицы размельченного вещества.

Рассмотрим молекулу, характеризующуюся суммарным электрическим зарядом  $q$ , которую поместили в электрическое поле с напряженностью  $E$ . На эту молекулу со стороны поля действует сила:

$$F_1 = qE. \quad (12.1)$$

Под действием такой силы молекула приобретает ускоренное движение. В жидкой среде в результате такого движения возникает сила трения  $F_2$ , равная и противоположная силе  $F_1$ :

$$F_1 = F_2, \quad (12.2)$$

или

$$qE = \mu v, \quad (12.3)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения, который зависит от размеров и формы молекулы, а также от вязкости среды;  $v$  – скорость движения молекулы.

Для сферических молекул коэффициент трения определяется *законом Стокса*:

$$\mu = 6\pi\eta r, \quad (12.4)$$

где  $r$  – радиус молекулы;  $\eta$  – коэффициент вязкости среды.

Отсюда можно определить отношение скорости движения  $v$  к напряженности электрического поля  $E$  как *электрофоретическую подвижность*  $U$ :

$$U = \frac{v}{E} = \frac{q}{6\pi\eta r} = \frac{ze}{6\pi\eta r}, \quad (12.5)$$

где  $z$  – количество электронов;  $e$  – заряд электрона.

Электрофоретическая подвижность измеряется в  $\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ .

На практике техника электрофореза используется для определения молекулярной массы белков при наличии додецилсульфата натрия в полиакриламидном геле – в этих условиях

электрофоретическая подвижность зависит от молекулярной массы, но не от общего заряда макромолекул.

Установлено, что электрофоретическая подвижность  $U$  белков линейно зависит от логарифма молекулярной массы  $M$ :

$$U = b - a \lg M, \quad (12.6)$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные, которые зависят от концентрации и свойств полиакриламидного геля.

Калибровочная кривая для определения молекулярной массы белков приведена на рис. 12.1.

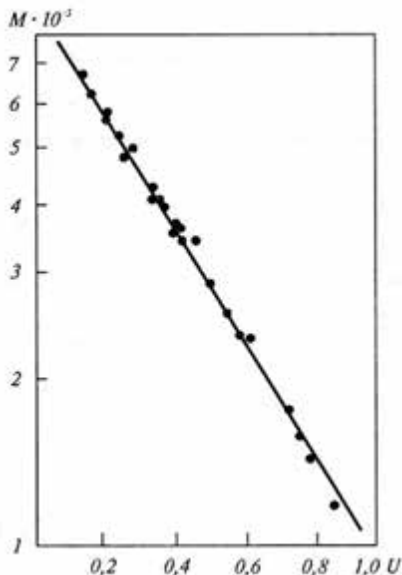


Рис. 12.1. Калибровочная кривая для определения молекулярной массы белков

### Пример

Определить молекулярную массу неизвестного белка, если его электрофоретическая подвижность равна 0,7. Два других белка имеют молярные массы  $M_A = 40000$  D и  $M_B = 22000$  D и электрофоретические подвижности  $U_A = 0,4$  и  $U_B = 0,6$  соответственно.

### Решение

Запишем уравнение (12.6) для белков  $A$  и  $B$ :

$$0,4 = b - a \lg 40000;$$

$$0,6 = b - a \lg 22000.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получим:

$$0,6 - 0,4 = -a \lg 22000 + a \lg 40000.$$

Отсюда:

$$0,2 = a (\lg 40000 - \lg 22000) = a (4,6020 - 4,3424) = a 0,2596;$$

$$a = \frac{0,2}{0,2596} = 0,7704.$$

Определим постоянную  $b$ :

$$b = U + a \lg M = 0,6 + 0,7704 \lg 22000 = 3,9454.$$

Определив постоянные  $a$  и  $b$ , можно найти молекулярную массу неизвестного белка из уравнения:

$$U = b - a \lg M.$$

$$\lg M = \frac{b - U}{a} = \frac{3,9454 - 0,7}{0,7704} = 4,2125.$$

$$M = 16316 \text{ D.}$$

### Контрольное задание

Используя величины постоянных  $a$  и  $b$  из предыдущей задачи, определить подвижность белка, если его молекулярная масса равна 50000 D. Сравнить полученный результат с тем, который можно получить из зависимости  $M = f(U)$ , показанной на рис. 12.1.

Ответ: 0,325.

## 12.2. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ АНТРОПОГЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ

Одними из основных антропогенных источников электрических полей являются линии электропередачи высокого напряжения. Современная энергетика основывается на линиях электропередачи (ЛЭП) с напряжением 220, 500, 750 и 1150 кВ. Подготовка трасс для ЛЭП, вырубка просек, установление опор, монтаж проводов и дальнейшая эксплуатация ЛЭП обуславливают соответствующую реакцию со стороны экосистем. Строительство и эксплуатация ЛЭП вызывает непоправимые изменения в видовом составе, фитомассе, пространственной и временной структуре растительности на просеках, особенно в зонах тундры, лесотундры и южной тайги. Обновление растительного покрова осуществляется довольно медленно, что способствует эрозийным процессам. Создание просек сопровождается также значительными изменениями животного компонента экосистем: отмечается исчезновение животных, обитающих в кронах деревьев; изменяется видовой состав, численность и разнообразие птиц; увеличивается концентрация грызунов.

Без сомнения, ЛЭП влияют и на человеческий организм. Разрастание городов до уровней мегаполисов вызывает приближение ЛЭП к новостройкам. Допустимые нормы электрического поля требуют удаления опор ЛЭП на 30–40 метров от жилых кварталов.

Кроме того, источником электромагнитных полей является электротехническое оборудование жилых помещений, бытовые электроприборы, теле- и радиостанции, системы спутниковой и сотовой радиотелефонной связи, персональные компьютеры, медицинские приборы. В соответствии с накопленными данными, воздействие электромагнитных полей на человека приводит к негативным изменениям состояния здоровья, включая сдвиги в функционировании сердечно-сосудистой, эндокринной, гематологической, иммунной систем, а также увеличивает риск развития онкопатологии.

Для рыб характерны определенные реакции на внешние электрические поля. Во время включения источника поля рыба демонстрирует двигательную реакцию: с увеличением напряженности поля она пытается покинуть зону действия поля; при дальнейшем повышении напряженности рыба стремится к аноду (так называемый *гальванотаксис*). Переменные электрические поля

обуславливают *осциллотаксис* – размещение рыбы поперек силовых линий поля. Реакция рыб на импульсные электрические поля зависит от амплитуды, частоты и продолжительности импульсов.

Личинки американского угря *Anguilla rostrata* мигрируют из районов нереста в Саргассовом море к североамериканскому побережью Атлантического океана на расстояния около 1000 км. Вполне возможно, что при этом они используют для навигации геоэлектрические поля, создаваемые в океане течениями (такими как Гольфстрим). Напомним, что напряженность таких полей составляет 0,5 мкВ/см, а чувствительность угря – 0,002 мкВ/см.

Планарии способны обнаруживать наличие и отличать географическое направление горизонтальных электростатических градиентов, которые не превышают 0,1 мкВ/см.

Пчелы проявляют способность реагировать на внешние электрические поля. Максимум чувствительности пчелиной семьи, состоящей из 10000 особей, на электрические поля составляет 4–5 В/см. Под воздействием электрических полей происходит изменение параметров микроклимата внутри улья.

## 13. ЭЛЕКТРОРЕЦЕПЦИЯ

Процесс получения живым организмом посредством чувствительных органов биологически значимой информации о природных электрических полях или полях биологического происхождения называется *электрорецепцией*.

Электрорецепция используется животными (рыбами, амфибиями и примитивными млекопитающими) для поисков добычи, избегания хищников, внутривидовой коммуникации, размножения, пространственной ориентации и навигации, предупреждения о природных явлениях – землетрясениях, штормах, ураганах и т.д. Интенсивность электрических полей, на которые в состоянии реагировать животные, составляет от  $5 \cdot 10^{-9}$  В/м до свыше  $10^{-4}$  В/м; частотный диапазон электрических полей изменяется от 0 до более чем 15 кГц для разных видов. Среди 4,5 тысяч видов млекопитающих электрорецепция обнаружена лишь у одного только утконоса *Ornithorhynchus anatinus*. Клюв у него покрыт кожей; в протоке кожаной слюистой железы клюва находятся электрорецепторы. Слизь защищает электрорецепторные клетки от высыхания во время выхода животного на сушу, а в воде из-за низкого сопротивления обеспечивает подведение электрического тока к рецепторным клеткам. Электрочувствительность утконоса составляет 50–80 мкВ/см.

Рыбы живут в водной среде, которая характеризуется высокой электропроводностью; именно рыбы способны создавать электрические поля и распознавать объекты, находящиеся в воде. Можно разделить рыб на тех, которые имеют электрорецепторные системы и воспринимают электрические поля, и таких, которые их не имеют. Некоторые виды рыб имеют электрорецепторы, расположенные вблизи боковых сенсорных органов; такие электрорецепторы называют *ампулами Леренцини*.

Электрорецепторные системы выявлены у сомовых рыб, акул и скатов. Мембрана электрорецепторной клетки направлена к внешней среде и имеет меньшее электрическое сопротивление, чем мембрана на противоположной стороне клетки. Ток, входящий в клетку извне, вызывает деполяризацию мембраны, которая активизирует кальциевые каналы в этой части клетки. Следствием этого является увеличение частоты нервных импульсов в сенсорном волокне, связанном с рецептором. Чувствительность рыб, которые имеют электрорецепторы, колеблется от 0,01–0,02 мкВ/см у акул и скатов до 1–2 мкВ/см у гимнотидов и мормиридов.

# 14. ПРИКЛАДНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

## 14.1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЖИВОТНОВОДСТВЕ

*Аэроионизация.* В воздушном пространстве животноводческого помещения под воздействием электрических полей могут образовываться легкие и тяжелые ионы. В соответствии с выводами, полученными известным биофизиком А. Л. Чижевским, воздействие аэроионов на организм осуществляется через кровь и нервную систему. В первом случае ионы влияют на эритроциты, которые изменяют электрические свойства крови. В свою очередь, кровь омывает ткани и органы, обмениваясь с ними электрическими зарядами. Во втором случае ионы влияют на периферическую и центральную нервные системы путем действия на нервные рецепторы кожи или за счет перенесения элементами крови электрических зарядов к интерорецепторам кровеносных сосудов и к головному мозгу. В целом, процесс аэроионизации воздуха в животноводческих помещениях способствует увеличению живой массы, улучшению гематологических показателей, снижению уровня заболеваемости животных.

*Озонирование.* Озон является одним из основных природных окислителей. Использование технологии озонирования воздуха в птицеводстве способствует повышению выводимости цыплят, вызывает положительные сдвиги в показателях крови, уменьшение уровня инфекционных заболеваний, уничтожение вредной микрофлоры. Периодическое озонирование помещений избавляет от заплесневения и порчи яиц. Кроме того, озонирование можно применять для обеззараживания питьевой воды, сточных вод, кормов и т.д.

*Электростимуляция.* Действие серии электрических импульсов на вымя коров улучшает молокоотдачу. Электростимуляция может быть использована для интенсификации жевательного процесса у коров. Имеются данные о позитивном влиянии переменных электрических полей на туши животных после забоя – мясо приобретает более яркую окраску, лучшие показатели отмечаются и в качестве мяса.

*Электрочувствительность рыб.* Способность рыб реагировать на электрические поля нашла применение в промышленном рыболовстве. Можно напомнить использование электротралов для ловли рыб вблизи дна, электроневоды и бортовые ловушки, электрорыбозаградители, электроустройства для отпугивания рыб в

зонах гидростанций, электронасосы. С учетом того, что с 1 га поверхности океана можно собирать вдвое больше рыбы, чем мяса с 1 га пастбища, проблема поиска, учета и отлова рыбы с помощью электрических методов является действительно актуальной.

## 14.2. МЕТОДЫ ЭЛЕКТРОЛЕЧЕНИЯ

*Электролечение* – это совокупность методов лечения, основывающаяся на использовании дозированного действия на организм электрических токов, а также электрических и электромагнитных полей. Рассмотрим основные методы электролечения.

*Гальванизация* – предусматривает использование постоянных электрических полей путем приложения электродов к телу. В этом случае напряжение составляет около 80 В, а сила тока – до 50 мА. Механизмы действия связаны с преобразованием электрической энергии в тепловую за счет большого сопротивления эпидермиса; при этом активизируются кровообращение и биохимические процессы.

*Лекарственный электрофорез* – метод электролечения, заключающийся в комплексном действии на организм постоянного тока и введенных с его помощью лекарственных веществ. Лекарственные вещества, способные диссоциировать в растворе на положительные и отрицательные ионы, направленно перемещаются в поле постоянного электрического тока и способны поступать в ионизированном состоянии в организм через кожу или слизистую оболочку. Одновременное действие на организм постоянного электрического поля и лекарственных веществ способствует эффективному использованию лекарств. Следует отметить, что традиционные способы введения лекарств (инъекции, ингаляции) обуславливают поступление в организм лишь 2–5% лекарственного вещества.

*Дарсонвализация* – применение переменных (или импульсных) токов (сила тока равна 10–20 мА), высоких значений напряжения (до 20 кВ) и частоты (100–1000 кГц). Использование этой техники приводит к активизации кровеносных сосудов.

*Франклинизация* – метод, в основе которого лежит использование постоянного электрического поля, возникающего при воздействии высокого (30–50 кВ) напряжения, вследствие чего образуется своеобразный “электростатический душ” для пациента. Механизмы

действия следует связать с возникновением электротоков, изменением соотношения ионов, аэроионизацией воздуха.

*Диатермия* – метод, заключающийся в действии на тело пациента переменного электрического тока (сила тока 1–3 А, плотность тока  $10 \text{ А/см}^2$ ) с высокой (0,4–2,4 МГц, иногда 27 МГц) частотой. Пациента размещают между электродами, размер и форма которых соответствуют участку тела, подвергаемого лечению. Основные механизмы действия – тепловые, причем тепло проникает сквозь жировую, мышечную и костную ткани. Диатермия характеризуется десенсибилизирующим, спазмолитическим и болеуспокаивающим действием. Если использовать игольчатый электрод, то между ним и тканью возникает электрическая дуга, приводящая к нагреванию до  $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ . Такая техника, называемая *хирургической диатермией*, позволяет обеспечить разрезание биологических тканей и их коагуляцию – укрупнение мелких частиц, в частности, белков.

*Кардиостимуляция* – лечение нарушений сердечного ритма путем воздействия на миокард желудочков электрических токов небольшой силы и частоты. Известно, что пороговая чувствительность живого организма к электрическому току составляет около 1 мА; увеличение силы тока на поверхности тела до 70–100 мА может вызвать вентрикулярную фибрилляцию – аритмию сердца, которая характеризуется хаотическим, разрозненным и разновременным сокращением отдельных волокон желудочков сердца. Электрический ток силой в несколько ампер приводит к параличу дыхания и летальному исходу. Однако, кратковременное использование интенсивного электрического тока приостанавливает фибриллярные сокращения сердца или предсердий с целью обновления синусового ритма сокращений сердца и эффективной сократительной деятельности желудочка. Эта техника называется *дефибрилляцией*.

*Электромагнитная терапия*. Эта техника предусматривает использование электромагнитных полей метрового ( $\lambda=10\text{--}1 \text{ м}$ ,  $f=30\text{--}300 \text{ МГц}$ ), дециметрового ( $\lambda=10\text{--}1 \text{ дм}$ ,  $f=300\text{--}3000 \text{ МГц}$ ), сантиметрового ( $\lambda=10\text{--}1 \text{ см}$ ,  $f=3\text{--}30 \text{ ГГц}$ ) и миллиметрового ( $\lambda=10\text{--}1 \text{ мм}$ ,  $f=30\text{--}300 \text{ ГГц}$ ) диапазонов. Механизмы действия электромагнитных полей метрового и дециметрового диапазонов следует связать с перемещением ионов под действием поля и возникновением внутритканевой теплоты. Высокочастотные колебания метрового диапазона характеризуются высокой проникаемостью через костный мозг, суставы, жировые прослойки;

проницаемость колебаний дециметрового диапазона составляет 10–25 см. Механизмы действия электромагнитных полей сантиметрового диапазона объясняются поглощением энергии тканями, содержащими воду, и преобразованием этой энергии в теплоту. Глубина проникновения составляет 3–5 см. Механизмы воздействия электромагнитных волн миллиметрового диапазона на живой организм еще не изучены достаточно. Существуют гипотезы в отношении резонансных эффектов, заключающихся в реакции на внешние облучения миллиметрового диапазона белковых молекул и нуклеиновых кислот, которым присущи собственные колебания именно в миллиметровом диапазоне.

*Электродерматометрия* – измерение изменений электрического сопротивления кожи во времени с целью исследования функционального состояния вегетативной нервной системы (регулирующей деятельность внутренних органов, желез, сосудов и гладких мышц) и эмоциональной сферы.

*Электроплетизмография* – исследование кровенаполнения органа или участка тела на основе регистрации их электрического сопротивления или диэлектрических свойств, изменяющихся в процессе кровообращения.

*Электропунктура* – метод рефлексотерапии, основывающийся на действии электрических импульсов с помощью специального электрода на биологически активные точки, расположенные на поверхности тела.

*Электроимпедансная томография* – техника создания изображений распределения электрического импеданса по телу пациента. Импеданс – это комплексное сопротивление, которое оказывает живая ткань переменному току. В самом простом случае к телу прикладывают четыре электрода: через первую пару пропускают электрический ток, с помощью второй пары регистрируют напряжение; соотношение между током и напряжением дает возможность оценить импеданс ткани. В реальной ситуации на тело прикладывают 16 или 32 электрода для получения трехмерных изображений. Информацию обрабатывают с помощью Фурье-анализа. Следует заметить, что эта техника пока что находится в стадии экспериментальных исследований.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что изучает электричество?
2. Что называют электромагнитным полем? электростатическим полем?
3. Что такое электрический заряд?
4. Сформулировать закон сохранения зарядов.
5. Сформулировать закон Кулона.
6. Что такое напряженность электрического поля?
7. Что называют электрическим диполем?
8. Пояснить принцип действия осциллографа.
9. Что такое поток вектора напряженности электрического поля?
10. Сформулировать теорему Остроградского–Гаусса.
11. Что такое циркуляция вектора напряженности электростатического поля?
12. Пояснить принцип действия электростатического улавливателя.
13. Пояснить принцип действия ионного микроскопа.
14. Что такое явление электростатической индукции?
15. Какие вещества называют проводниками?
16. Что такое диэлектрическая восприимчивость?
17. Какие вещества называют сегнетоэлектриками?
18. Дать определение электрической емкости.
19. Что называют электрическим током? силой тока? плотностью тока?
20. Из каких элементов состоит электрическая цепь?
21. Как зависит электрическое сопротивление от температуры?
22. Сформулировать законы постоянного тока.
23. Назвать основные электрические приборы.
24. Из чего состоит ионосфера?
25. Пояснить механизмы возникновения молнии; полярного сияния.
26. Пояснить механизмы возникновения разности потенциалов на мембране.
27. Записать уравнение Нернста.
28. Охарактеризовать потенциал покоя и потенциал действия.
29. Пояснить суть пэтч-клэмп-метода и его преимущества.
30. В чем заключается гипотеза Эйнтховена?
31. Пояснить принципы измерения электрокардиограммы; электроэнцефалограммы.

32. Что такое электрофорез?
33. Как влияют электрические поля на живые организмы?
34. Пояснить механизмы электрорецепции.
35. Назвать электрофизические методы, используемые в животноводстве.
36. Пояснить принципы гальванизации. Какие электрические режимы используются во время гальванизации?
37. Что такое лекарственный электрофорез? Чем он отличается от обычного электрофореза?
38. Пояснить принципы дарсонвализации и франклинизации. Чем отличаются эти методы лечения?
39. Что такое диатермия? хирургическая диатермия?
40. Пояснить принципы кардиостимуляции.
41. В чем заключаются принципы электромагнитной терапии?

## 15. МАГНЕТИЗМ

*Магнетизм* – это раздел физики, изучающий взаимодействие между электрическими токами, между токами и магнитами (телами с магнитным моментом) и между магнитами, а также свойства веществ, в которых проявляется это взаимодействие.

### 15.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

*Магнитное поле* – силовое поле, действующее на подвижные электрические заряды и намагниченные тела. Магнитное поле характеризуется вектором *магнитной индукции*  $\vec{B}$ . Магнитная индукция – это силовая характеристика магнитного поля.

Единица измерения магнитной индукции – *тесла* [1Тл = 1 Н/А·м].

Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности магнитного поля соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (15.1)$$

где  $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля;  $\mu_0$  – магнитная постоянная ( $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$  Н·А<sup>-2</sup>);  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

Единица измерения напряженности магнитного поля – А/м.

### 15.2. СИЛА ЛОРЕНЦА

Сила  $\vec{F}_L$ , действующая со стороны магнитного поля на подвижные заряженные частицы, называется силой Лоренца. Она подчиняется таким закономерностям:

1) сила  $\vec{F}_L$  пропорциональна заряду  $q$  и скорости движения  $\vec{v}$  частицы; 2) величина и направление силы  $\vec{F}_L$  зависят от величины и направления скорости движения частицы и вектора магнитной индукции; 3) когда заряженная частица движется вдоль магнитного поля, сила  $\vec{F}_L$  равна нулю; 4) если вектор скорости образует угол  $\theta$  с направлением вектора магнитной индукции, сила  $\vec{F}_L$  действует в направлении, перпендикулярном плоскости, образуемой векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ ; 5) направления сил  $\vec{F}_L$  со стороны магнитного поля, действующих на положительные и отрицательные заряды, противоположны; 6) если вектор скорости образует угол  $\theta$  с

направлением вектора магнитной индукции, величина силы  $\vec{F}_L$  пропорциональна  $\sin\theta$ .

В векторной форме сила Лоренца выражается такой формулой:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (15.2)$$

где  $[\vec{v} \times \vec{B}]$  – векторное произведение векторов  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки: если левую руку расположить так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а вытянутые четыре пальца совпадали с направлением вектора скорости, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд (рис. 15.1).

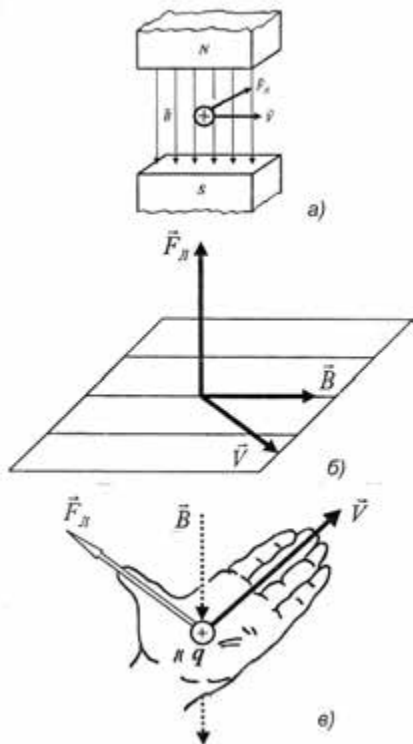


Рис. 15.1. Сила Лоренца

### Пример

Протон движется со скоростью  $8 \cdot 10^6$  м/с вдоль оси  $X$ . Он попадает в магнитное поле, магнитная индукция которого 2,5 Тл. Поле направлено под углом  $60^\circ$  к оси  $X$  и лежит в плоскости  $XU$ . Определить силу Лоренца.

### Решение

Используем табличные данные (см. дополнение) и подставляем числовые значения в формулу (15.2):

$$\begin{aligned} F_L &= qvB\sin\alpha = \\ &= (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})(8 \cdot 10^6 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1})(2,5 \text{ Тл})(\sin 60^\circ) = \\ &= 2,77 \cdot 10^{-12} \text{ Н}. \end{aligned}$$

### Контрольное задание

Используя данные предыдущей задачи, определить ускорение, с которым движется протон в магнитном поле. Масса протона  $1,67 \cdot 10^{-15}$  кг.

Ответ:  $1,66 \cdot 10^3$  м·с<sup>-2</sup>.

Если на движущийся электрический заряд, кроме магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$ , действует также электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$ , то результирующая сила  $\vec{F}_M$ , приложенная к заряду, будет равна

векторной сумме силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца (рис. 15.2):

$$\vec{F}_Л = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (15.3)$$

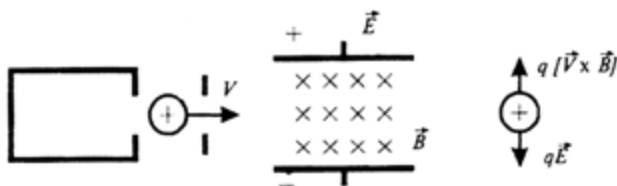


Рис. 15.2. Действие электрического и магнитного полей на электрический подвижный заряд

Именно движением заряженных космических частиц через магнитное поле Земли и их столкновением с атомами атмосферы можно объяснить возникновение северного сияния.

	<p><b>Хендрик Антон ЛОРЕНЦ (1853–1928)</b>          Голландский физик, известный работами по теоретической физике. Автор классической электронной теории. Разработал электродинамику подвижных сред. Вывел преобразования, названные его именем. Лауреат Нобелевской премии (вместе с П. Зееманом) за открытие и обоснование эффекта Зеемана (1902 г.).</p>
--	---

### 15.3. ЗАКОН АМПЕРА

Действие магнитного поля на электрический ток определяется законом Ампера – сила, с которой магнитное поле действует на элемент проводника с током, находящемся в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока в проводнике и векторному произведению элемента длины проводника на магнитную индукцию:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]. \quad (15.4)$$

Здесь  $d\vec{F}$  – сила, с которой магнитное поле действует на элемент проводника;  $I$  – сила тока в проводнике;  $d\vec{l}$  – вектор

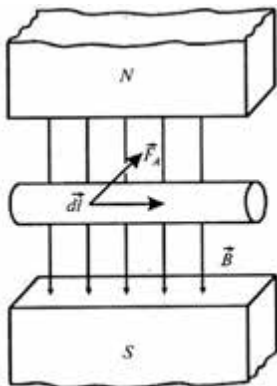


Рис. 15.3. Сила Ампера

формуле:

$$dF = IBdl\sin\alpha, \quad (15.5)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

#### Контрольное задание

Определить величину силы Ампера, если сила тока в проводнике длиной 1 см равна 2 А, а магнитная индукция –  $3 \cdot 10^{-5}$  Тл.

Ответ:  $6 \cdot 10^{-7}$  Н.



#### Андре Мари АМПЕР (1775–1836)

Французский физик, математик, химик. Один из основоположников электродинамики. Автор первой теории магнетизма. Предложил правило для определения направления действия магнитного поля на магнитную стрелку (правило Ампера). Открыл закон Ампера (1820 г.).

### 15.4. ЗАКОН ПОЛНОГО ТОКА ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ

По аналогии с понятием циркуляции вектора напряженности электростатического поля (см. раздел 9.1.9) введем понятие циркуляции вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по заданному замкнутому контуру:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl. \quad (15.6)$$

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме – циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (15.7)$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через поверхность площадью  $dS$  – это скалярная физическая величина, равная:

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS, \quad (15.8)$$

где  $B_n$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к поверхности площадью  $dS$ ;  $d\vec{S}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали к поверхности площадью  $dS$ .

Поток  $\Phi_B$  вектора магнитной индукции через произвольную поверхность  $S$  равен:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS. \quad (15.9)$$

Для однородного магнитного поля  $\Phi_B = BS$ .

Единица измерения магнитного потока – *вебер* ( $Вб$ ) ( $1 Вб = 1 Тл \cdot м^2$ ).

Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме – поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (15.10)$$

Сравнение этого выражения с уравнением (9.14) подчеркивает отсутствие магнитных зарядов, благодаря чему магнитные силовые линии всегда замкнуты.

## 15.5. ТОК СМЕЩЕНИЯ

Рассмотрим прямолинейный проводник с током в магнитном поле. Закон полного тока (15.7) можно записать как:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (15.11)$$

где  $\oint_L$  – интеграл по замкнутому пути, по которому проходит ток.

Однако этот закон справедлив для постоянного тока.

Максвелл обобщил закон полного тока, допустив, что переменное электрическое поле, так же как и переменный электрический ток, является источником магнитного поля. Для количественной оценки переменного электрического поля, образующего магнитное поле, Максвелл ввел понятие *тока смещения* как величину, пропорциональную скорости изменения электрического поля во времени; этот ток через замкнутую поверхность определяется выражением:

$$I_{зм} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}, \quad (15.12)$$

где  $\Phi_e$  – поток электрического поля ( $\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$ ).

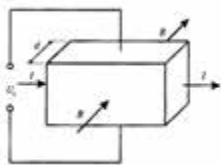
Если в электрическую цепь включен конденсатор, то переменное электрическое поле может быть источником тока смещения между обкладками конденсатора. Тогда в выражении (15.11) появится еще один член в правой части:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \mu_0 (I + I_{зм}). \quad (15.13)$$

## 15.6. ЭФФЕКТ ХОЛЛА

*Эффект Холла* заключается в возникновении разности потенциалов  $\Delta\varphi$ , возникающей в проводнике с током, расположенном в магнитном поле. Эта разность потенциалов образуется перпендикулярно направлениям электрического тока и магнитного поля (рис. 15.4) и определяется по формуле:

$$\Delta\varphi = R_x \frac{I \cdot B}{d}, \quad (15.14)$$



где  $I$  – электрический ток;  $B$  – магнитная индукция;  $d$  – толщина проводника;  $R_x$  – постоянная Холла.

Эффект Холла используется для оценки примесей в полупроводниках, для измерения напряженности магнитного поля, регистрации биомагнитных полей.

Рис. 15.4. Эффект Холла:  $I$  – электрический ток;  $B$  – магнитная индукция;  $U_x$  – разность потенциалов;  $d$  – толщина кристалла

### Контрольное задание

Определить разность потенциалов, возникающей вследствие эффекта Холла в медном проводнике толщиной 0,1 см при прохождении тока 5 А, если постоянная Холла составляет  $7,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$ , магнитная индукция равна 1,2 Тл.

Ответ: 0,444 мкВ.

## 15.7. ЗАКОН БИО-САВАРА-ЛАПЛАСА

Закон Био-Савара-Лапласа определяет магнитную индукцию в каждой точке поля, создаваемой током, проходящим по проводнику произвольной формы. Магнитная индукция поля постоянного электрического тока  $I$  в вакууме записывается как:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}], \quad (15.15)$$

где  $d\vec{l}$  – вектор, равный по модулю длине  $dl$  элемента проводника, проведенный в направлении электрического тока;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из этого элемента проводника в точку  $C$ , где рассматривается магнитное поле;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $r$  – расстояние от элемента проводника до точки  $C$ .

Модуль вектора  $d\vec{B}$  определяется выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (15.16)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Магнитная индукция бесконечно длинного прямолинейного проводника с током равна:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (15.17)$$

Магнитная индукция в центре кругового витка с током описывается выражением, которое можно получить после интегрирования предыдущего уравнения:

$$B = \int_0^{2\pi} \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2r}. \quad (15.18)$$

### Пример

Определить магнитную индукцию длинного прямого проводника, по которому проходит ток величиной 5 А, на расстоянии 4 см от проводника.

### Решение

Подставим числовые данные в формулу (15.18):

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н} / \text{А}^2 \cdot 5 \text{ А}}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

## 15.8. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Во время движения электрона в атоме по орбите образуются замкнутые орбитальные токи, которые вызывают собственные магнитные поля. Если внешнее магнитное поле отсутствует, эти собственные магнитные поля ориентированы хаотично и общее внутреннее магнитное поле вещества равно нулю (рис.15.5, а). Если приложить к веществу внешнее магнитное поле, то в веществе образуется внутреннее магнитное поле. Любое вещество, способное намагничиваться под влиянием магнитного поля, называется *магнетиком*. Вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении, противоположном направлению вектора магнитной индукции поля, называются *диамагнетиками* (рис.15.5, б); вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении вектора магнитной индукции, называются *парамагнетиками* (рис. 15.5, в). Вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля  $\vec{B}$  в магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля  $\vec{B}_0$  и собственного магнитного поля магнетика  $\vec{B}_\Sigma$ , образуемого микротоками:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_\Sigma. \quad (15.19)$$

Последнее выражение можно представить как:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}, \quad (15.20)$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость.

Для диамагнетиков  $\chi < 0$ , для парамагнетиков  $\chi > 0$ . Типичные значения магнитной восприимчивости для диамагнетиков и парамагнетиков приведены в табл. 15.1.

15.1 – Типичные значения магнитной восприимчивости  $\chi$  для диамагнетиков, парамагнетиков при температуре 300 К

Диамагнетики	Магнитная восприимчивость $\chi$	Парамагнетики	Магнитная восприимчивость $\chi$
Висмут	$-1,66 \cdot 10^{-5}$	Алюминий	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Медь	$-9,8 \cdot 10^{-6}$	Хром	$2,7 \cdot 10^{-4}$
Золото	$-3,6 \cdot 10^{-5}$	Магний	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Ртуть	$-2,9 \cdot 10^{-5}$	Платина	$2,9 \cdot 10^{-4}$
Серебро	$-2,6 \cdot 10^{-5}$	Вольфрам	$6,8 \cdot 10^{-5}$

Кроме рассмотренных двух классов веществ, имеются еще и *ферромагнетики* – вещества, в которых магнитное поле при

намагничивании в тысячи раз больше, чем внешнее магнитное поле, которое его образовало. К этим веществам можно отнести железо, кобальт, никель, гадолиний, некоторые сплавы. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков составляет от нескольких десятков до многих тысяч единиц. Кроме того, намагниченность ферромагнетиков сохраняется и после снятия внешнего поля. Характерным свойством ферромагнетиков является наличие малых областей, которым присуще однородное спонтанное намагничивание – способность намагничиваться при отсутствии внешнего магнитного поля. Эти области называются *доменами*; размеры их достигают  $10^2$ – $10^3$  см (рис. 15.5, *з*). При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные поля доменов ориентированы хаотично, тогда как во внешнем магнитном поле домены, ориентированные вдоль поля, начинают увеличивать размеры за счет тех доменов, направление которых не совпадает с направлением поля; это приводит к появлению собственного магнитного поля ферромагнетика, которое ориентировано вдоль внешнего магнитного поля.

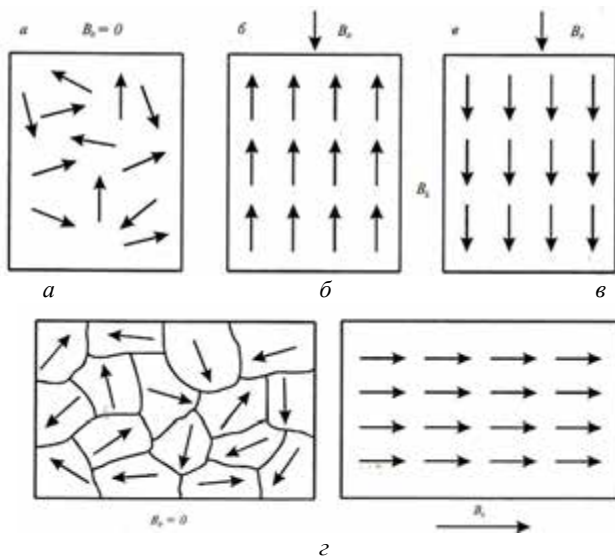


Рис. 15.5. **Магнитные свойства веществ:** *а* — хаотическая ориентация собственных магнитных полей электронов вещества при отсутствии внешнего магнитного поля; *б* — намагничивание вещества (диамагнетика) в направлении, противоположном внешнему магнитному полю; *в* — намагничивание вещества (парамагнетика) в направлении внешнего магнитного поля; *з* — наличие малых областей (доменов) у ферромагнетиков, которым присуще однородное спонтанное намагничивание.

## 15.9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Природное силовое поле, возникновение которого обусловлено источниками, находящимися в Земле и околоземном пространстве, называется *магнитным полем Земли*. Магнитное поле действует на подвижные электрические заряды и тела, которые имеют магнитный момент. Магнитное поле Земли имеет постоянную ( $\approx 99\%$ ) и переменную ( $\approx 1\%$ ) составляющие. Это поле по форме напоминает поле диполя, центр которого смещен относительно центра Земли, ось наклонена к оси вращения Земли на  $11,5^\circ$  (рис.15.6). Средняя величина магнитной индукции поблизости земной поверхности составляет  $\approx 5 \cdot 10^{-5}$  Тл, а напряженность магнитного поля спадает от магнитных полюсов ( $55,7$  А/м) до магнитного экватора ( $33,4$  А/м).



Рис. 15.6. Магнитное поле Земли по форме напоминает поле диполя, центр которого смещен относительно центра Земли, а ось наклонена к оси вращения Земли на  $11,5^\circ$

Магнитное поле Земли образует *магнитосферу* – область околоземного пространства, физические свойства, размеры и форма которой определяются магнитным полем Земли и его взаимодействием с потоками заряженных частиц от Солнца. Магнитосфера простирается на 70–80 тыс. км ( $10\text{--}12 R_3$ ) по направлению к Солнцу и на много миллионов километров в противоположном направлении (диаметр “хвоста” составляет примерно  $20\text{--}25 R_3$ ).

Кроме того, на структуру и поведение магнитосферы влияет *солнечный ветер* – быстрый ( $400\text{--}800$  км/с) поток горячей плазмы от солнечной поверхности, образуемый вследствие высокой температуры солнечной короны.

## 15.10. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

В 1831 г. М.Фарадей открыл явление *электромагнитной индукции*, которое заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре во время изменения потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название *индукционного* (рис. 15.7). Возникновение индукционного тока свидетельствует о наличии в цепи *электродвижущей силы электромагнитной индукции*.

*Магнитным потоком*  $d\Phi$  через элементарную поверхность  $dS$  называют скалярную величину, равную произведению проекции  $B_n$  вектора магнитной индукции на нормаль  $n$  к элементу поверхности на площадь этого элемента:

$$d\Phi = B_n dS. \quad (15.21)$$

Полный магнитный поток через поверхность  $S$  найдем из соотношения:

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (15.22)$$

Для однородного магнитного поля и плоской поверхности  $S$ , перпендикулярной к  $\vec{B}$ , поток определяется как:

$$\Phi = BS. \quad (15.23)$$

Дальнейшие исследования привели к формулированию закона Фарадея – *электродвижущая сила электромагнитной индукции в замкнутом проводящем контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром:*

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (15.24)$$

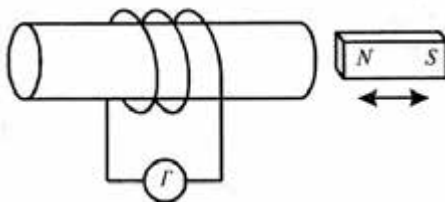


Рис. 15.7. Явление электромагнитной индукции заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре во время изменения потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного



### Майкл ФАРАДЕЙ (1791–1867)

Английский химик и физик, основоположник электромагнетизма и учения о магнитном поле.

Открыл химическое действие электрического тока, взаимосвязь между электричеством и магнетизмом, магнетизмом и светом. Открыл электромагнитную индукцию (1831 г.) и эффект Фарадея, установил законы электролиза (1833–1834).

*Правило Ленца:* направление индукционного тока всегда таково, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызывающего этот ток.

Таким образом, переменный магнитный поток индуцирует электродвижущую силу, а в замкнутой цепи – электрический ток. Вследствие переменного магнитного потока вокруг проводника образуется электрическое поле. Следует отметить, однако, что индуцированное электрическое поле отличается по своим свойствам от электростатического поля, образуемого неподвижными электрическими зарядами.

Рассмотрим кольцевой проводник радиусом  $r$ , расположенный в однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости проводника (рис. 15.8).

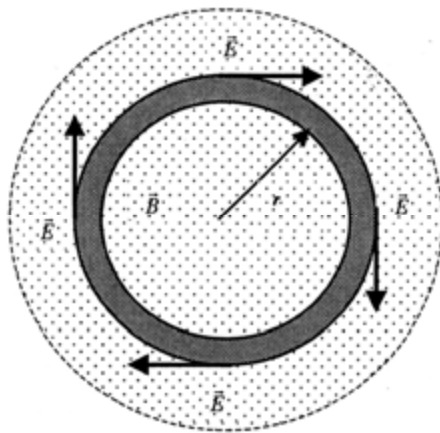


Рис. 15.8. Кольцевой проводник радиусом  $r$ , размещенный в однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости проводника

Если магнитное поле изменяется со временем, в проводнике индуцируется в соответствии с Фарадеем электродвижущая сила  $\mathcal{E}$ . Электрический ток, проходящий через проводник, образует электрическое поле, вектор  $\vec{E}$  которого направлен по касательной в любой точке поля. Работа по перемещению заряда, в соответствии с выражением (9.41), равна  $A = q\mathcal{E}$ . Используя выражение (9.3), можно найти работу по перенесению заряда вдоль цепи

как  $A = qE2\pi r$ . Из выражений (9.3) и (9.41) можно получить уравнение:

$$q\mathcal{E} = qE2\pi r, \quad (15.25)$$

откуда

$$E = \mathcal{E}/2\pi r. \quad (15.26)$$

С учетом того, что  $\Phi = BS = B\pi r^2$ , запишем уравнение (15.24) в виде:

$$E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}. \quad (15.27)$$

Поскольку электродвижущая сила в замкнутом контуре равна:

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} d\vec{l}, \quad (15.28)$$

где  $d\vec{l}$  – элемент длины контура, то комбинируя выражения (15.24) и (15.28), получим такое выражение для закона Фарадея:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (15.29)$$

Здесь интеграл  $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$  называется *циркуляцией вектора*

*напряженности*.

Этот закон свидетельствует в пользу того, что линейный интеграл по электрическому полю вокруг замкнутого проводника равен скорости изменения магнитного потока через произвольную поверхность, окружающую этот проводник.

Таким образом, *индуцированное* электрическое поле в проводнике, размещенном в переменном магнитном поле, является *неконсервативным* полем. В этом заключается принципиальное отличие его от электростатического поля.

Явление электромагнитной индукции лежит в основе работы генераторов электрического тока, трансформаторов, измерительных приборов.

## 15.11. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Четыре уравнения, которые были рассмотрены в предыдущих разделах – (9.14), (15.10), (15.13) и (15.29), составляют основу всех электрических и магнитных явлений и называются *уравнениями Максвелла*. Сведем эти уравнения вместе:

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_E &= \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i ; \\
 \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= \oint_S B_n dS = 0; \\
 \oint_L \vec{E} d\vec{s} &= - \frac{d\Phi}{dt}; \\
 \oint_L \vec{B} d\vec{l} &= \mu_0 I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \mu_0 (I + I_{зм}).
 \end{aligned} \right\} (15.30)$$

Первое уравнение выражает теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме: суммарный поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, окруженных этой поверхностью, поделенной на  $\epsilon_0$ .

Второе уравнение выражает теорему Гаусса для магнитного поля в вакууме: поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Третье уравнение является законом электромагнитной индукции Фарадея, который описывает связь электрического поля вокруг любого замкнутого контура с переменным магнитным потоком.

Четвертое уравнение – это обобщенная форма закона полного тока; оно описывает связь магнитного, электрического полей и электрического тока.



### Джеймс Кларк МАКСВЕЛЛ (1831–1879)

Английский физик, основоположник классической электродинамики, один из основателей статистической физики. Создал теорию электромагнитного поля (уравнения Максвелла); ввел понятие тока смещения, предвидел существование электромагнитных волн, выдвинул идею электромагнитной природы света, установил статистическое распределение, названное его именем.

## 15.12. САМОИНДУКЦИЯ

Самоиндукция – это явление возникновения э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока. Рассмотрим изолированную электрическую цепь, которая содержит ключ, сопротивление и источник э.д.с.

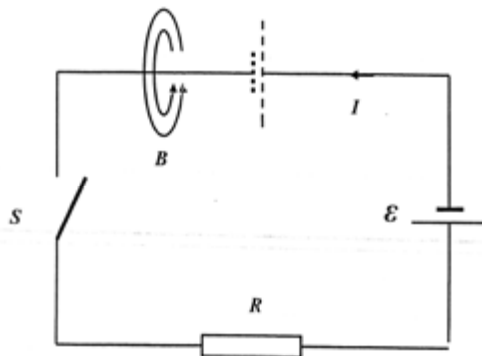


Рис. 15.9. Самоиндукция – возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре за счет изменения в нем силы тока

Если замкнуть цепь, электрический ток изменится от нуля до максимального значения не мгновенно, а на протяжении конечного промежутка времени. Вследствие возрастания силы тока возникает магнитный поток через поверхность, ограниченную этим контуром, поэтому в нем возбуждается так называемая э.д.с. самоиндукции. Направление э.д.с. самоиндукции определяется правилом Ленца – в случае увеличения электрического тока в цепи э.д.с. самоиндукции препятствует его возрастанию, уменьшения тока – его уменьшению. Величина э.д.с. самоиндукции пропорциональна скорости изменения электрического тока:

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (15.31)$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, который называется *индуктивностью*. Он зависит от геометрических свойств цепи – формы, размеров и материала, из которого изготовлен проводник. Индуктивность катушки (соленоида) зависит от числа витков.

Единица измерения индуктивности – *генри* [ $1 \text{ Гн} = 1 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{А}$ ].

Энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна:

$$E = \frac{LI^2}{2}. \quad (15.32)$$

### 15.13. ВЗАИМОИНДУКЦИЯ

*Взаимоиндукция* – это явление, в котором проявляется магнитная связь двух или более электрических цепей. Рассмотрим два контура, расположенные рядом (рис. 15.10). Если электрический ток  $I_1$  в первом контуре изменяется со временем, то во втором контуре индуцируется э.д.с.:

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (15.33)$$

Если же электрический ток  $I_2$  во втором контуре изменяется со временем, то в первом контуре индуцируется э.д.с.:

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (15.34)$$

Здесь коэффициенты пропорциональности  $M_{21}$  и  $M_{12}$  называются *коэффициентами взаимной индуктивности* контуров, причем  $M_{21} = M_{12}$ .

На явлении взаимной индукции основывается работа *трансформатора* – прибора, предназначенного для изменения электрического тока и напряжения. Во время передачи электрической энергии целесообразно использовать высокие напряжения и низкие электрические токи. Современная энергетика использует линии электропередачи (*ЛЭП*) с напряжением 220, 500, 750 и 1150 кВ. Конструктивно трансформатор состоит из замкнутого сердечника, на котором расположены две катушки (рис. 15.11). Первая (*первичная*) катушка присоединена к источнику электрического тока и имеет  $N_1$  витков. Вторая (*вторичная*) катушка, соединенная с сопротивлением  $R$ , имеет  $N_2$  витков. Допустим, что первичная катушка присоединена к источнику внешней э.д.с.  $\mathcal{E}_1$ . Изменение электрического тока в первичной катушке обуславливает соответствующее изменение магнитного потока, который вызывает вследствие явления взаимной индукции появление э.д.с.  $\mathcal{E}_2$  во вторичной катушке. Учитывая, что в соответствии с законом сохранения энергии электрические мощности в обеих катушках (обмотках) одинаковые

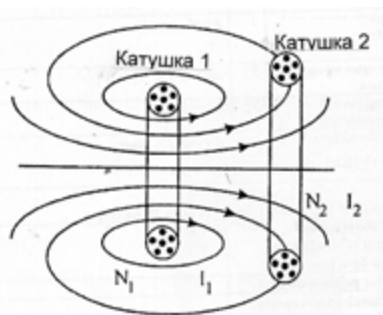
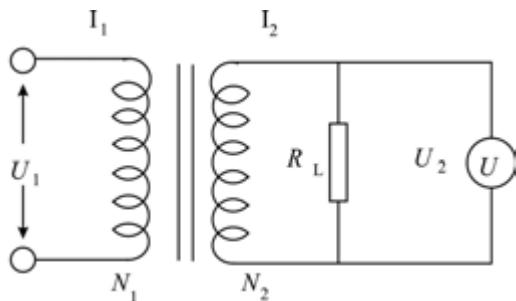


Рис. 15.10. Взаимоиндукция – это явление, в котором проявляется магнитная связь двух или более электрических цепей



( $\mathcal{E}_1 I_1 = \mathcal{E}_2 I_2$ ) и используя соотношение  $\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1 = k$ , можно определить величину  $\mathcal{E}_2$  по формуле:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \frac{N_2}{N_1} = \mathcal{E}_1 k, \quad (15.35)$$

где  $k$  – коэффициент трансформации.

Рис. 15.11. Схема трансформатора, предназначенного для изменения электрического тока и напряжения

## 15.14. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Если вращать рамку, изготовленную из проводника, в магнитном поле с постоянной угловой частотой  $\omega$ , то на концах проводника образуется напряжение синусоидальной формы:

$$U = U_m \sin \omega t, \quad (15.36)$$

где  $U_m$  – амплитудное значение напряжения.

Круговая частота  $\omega$  связана с частотой  $f$  и периодом  $T$  колебаний соотношением:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}. \quad (15.37)$$

Промышленная частота переменного тока равна 50 Гц, то-есть угловая частота составляет  $\omega = 314$  рад/с.

*Цепь с сопротивлением.* Рассмотрим цепь переменного электрического тока, состоящую из генератора переменного тока и сопротивления  $R$ . Напряжение на сопротивлении определится как:

$$U_R = IR = I_m R \sin \omega t, \quad (15.38)$$

где  $I_m$  – амплитудное значение тока.

Поскольку  $I_R = I_m \sin \omega t$  и  $U_R = U_m \sin \omega t$  изменяются со временем по закону синуса, их амплитудные значения изменяются *в фазе*.

Для характеристики силы переменного тока в основу принято сравнение среднего теплового действия переменного тока с тепловым действием постоянного тока соответствующей силы. Полученное таким путем значение силы переменного тока называют *действующим (эффективным) значением* тока  $I_0$ , которое связано с амплитудным значением  $I_m$  соотношением:

$$I_0 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (15.39)$$

Аналогично можно получить выражение для действующего (эффективного) значения напряжения:

$$U_0 = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m. \quad (15.40)$$

где  $U_m$  – амплитудное значение напряжения.

*Цепь с индуктивностью.* Рассмотрим цепь переменного электрического тока, которая состоит из генератора переменного тока и индуктивности  $L$ . Используя второе правило Кирхгофа ( $\mathcal{E} + U_L = 0$ , где  $\mathcal{E} = U_m \sin \omega t$ ) и учитывая, что  $\mathcal{E} = -L di/dt$  и  $R = 0$ , получим выражение для напряжения на индуктивности  $L$ :

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = U_m \sin \omega t. \quad (15.41)$$

Интегрируя последнее выражение, получим:

$$I_L = \frac{U_m}{L} \int \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t. \quad (15.42)$$

Используем тригонометрическое преобразование  $\cos \omega t = -\sin(\omega t - \pi/2)$ :

$$I_L = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2). \quad (15.43)$$

Отсюда очевидно, что ток в цепи отстает от напряжения на индуктивности на  $90^\circ$ .

Из последнего уравнения можно найти амплитудное значение электрического тока:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{X_L}, \quad (15.44)$$

где  $X_L = \omega L$  – индуктивное сопротивление.

*Цепь с емкостью.* Рассмотрим цепь переменного электрического тока, состоящую из генератора переменного тока и электрической емкости  $C$ . Используя второе правило Кирхгофа и учитывая, что  $U - U_C = 0$ , или  $U = U_C = U_m \sin \omega t$ , а также  $U_C = q/C$ , получим выражение для электрического тока в цепи:

$$I_C = \frac{dq}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t. \quad (15.45)$$

Используем тригонометрическое преобразование  $\cos \omega t = \sin(\omega t + \pi/2)$ :

$$I_C = \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2). \quad (15.46)$$

Отсюда очевидно, что ток в цепи всегда опережает напряжение на электроемкости на  $90^\circ$ .

Из последнего уравнения можно найти амплитудное значение электрического тока:

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{X_C}, \quad (15.47)$$

где  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – емкостное сопротивление.

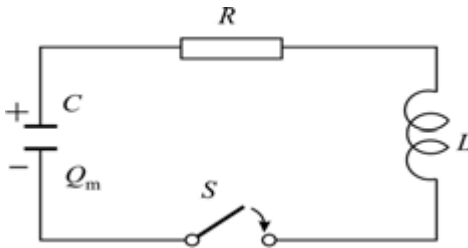


Рис. 15.12. **Цепь с сопротивлением, индуктивностью и емкостью**  
Значения мгновенного напряжения на трех элементах цепи определяются такими выражениями:

$$U_R = IR = I_m R \sin \omega t = U_R \sin \omega t; \quad (15.48)$$

$$U_L = I_m X_L \sin(\omega t + \pi/2) = U_L \cos \omega t; \quad (15.49)$$

$$U_C = I_m X_C \sin(\omega t - \pi/2) = -U_C \cos \omega t. \quad (15.50)$$

Соотношения между амплитудными значениями напряжения и тока в такой электрической цепи определяются выражениями:

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad (15.51)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{Z}. \quad (15.52)$$

Последнее выражение является *обобщенным законом Ома для переменного тока*. Здесь  $X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X$  называется *реактивным сопротивлением*, а  $Z$  – *полным сопротивлением* цепи.

*Цепь с сопротивлением, индуктивностью и емкостью.* Рассмотрим электрическую цепь, которая состоит из последовательно соединенных сопротивления, индуктивности и электрической емкости (рис. 15.12).

## 15.15. РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ

Поскольку реактивное сопротивление  $RLC$ -цепи зависит от частоты, можно подобрать такую частоту  $\omega_0$ , при которой достигается равенство  $X_L = X_C$ . Поскольку сопротивление такой цепи становится минимальным ( $Z = R$ ), то сила тока достигает максимального значения  $I_m = \frac{U_m}{R}$ . Такое явление называется *резонансом напряжений* (*последовательным резонансом*). Резонансная частота определяется выражением:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (15.53)$$

откуда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (15.54)$$

### Пример

Электрическая цепь содержит сопротивление  $R = 200$  Ом, катушку, индуктивность которой  $L = 15$  мГн и конденсатор. Определить емкость конденсатора  $C$ , при которой ток в цепи максимальный, если резонансная частота равна  $\omega_0 = 6000$  1/с.

### Решение

Определим емкость из условия резонанса (15.52):

$$C = \frac{1}{(36 \cdot 10^6 \text{ 1/с}^2)(15 \cdot 10^{-3} \text{ Гн})} = 1,85 \text{ мкФ.}$$

## 15.16. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Взаимосвязанные колебания электрического и магнитного полей, которые составляют единое электромагнитное поле, называются *электромагнитными колебаниями*. Распространяются эти колебания в виде *электромагнитных волн*.

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую конденсатор и катушку индуктивности. Такую цепь называют *колебательным контуром*. Если конденсатор зарядить, энергия контура будет сосредоточена в электрическом поле конденсатора. В дальнейшем конденсатор начнет разряжаться, что закончится сосредоточением энергии контура в магнитном поле катушки. Если сопротивление контура равно нулю, этот процесс периодического взаимного преобразования энергии электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки индуктивности будет повторяться бесконечно долго.

Частота электромагнитных колебаний, возникающих в контуре,

равна резонансной частоте контура:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (15.55)$$

а период колебаний в контуре определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (15.56)$$

Рассмотрим два металлических проводника, образующих антенну, которые присоединены к источнику постоянного тока (рис. 15.13,а). Если включить источник, то верхний проводник зарядится положительно, а нижний – отрицательно. Переменные заряды обуславливают появление переменного электрического поля, силовые линии которого простираются от положительного до отрицательного заряда (рис. 15.13, б). В свою очередь, переменное электрическое поле индуцирует появление переменного магнитного поля, силовые линии которого охватывают проводники (рис. 15.13, в).

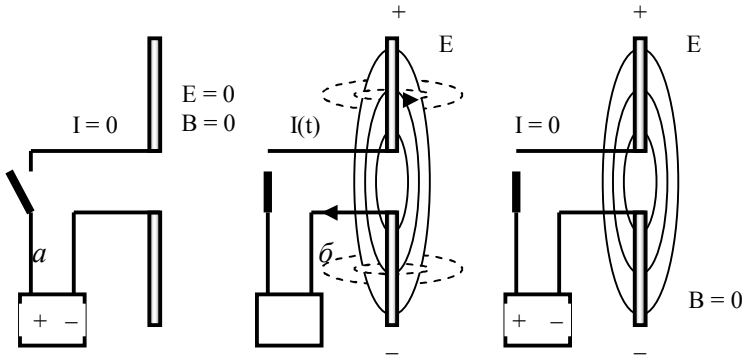


Рис. 15.13. Рассмотрим два металлических проводника, образующих антенну, которые присоединены к источнику постоянного тока (а). Если включить источник, то верхний проводник зарядится положительно, а нижний – отрицательно. Переменные заряды обуславливают появление переменного электрического поля, силовые линии которого простираются от положительного до отрицательного заряда (б). В свою очередь, переменное электрическое поле индуцирует появление переменного магнитного поля, силовые линии которого охватывают проводники (в)

По сути, такая система проводников является *открытым* колебательным контуром. Такой контур используют для генерации и приема электромагнитных колебаний.

## 15.17. ТОКАМАК

*ТОКАМАК* (от сокращенного “*Тороидальная Камера с Магнитными Катушками*”) – замкнутый магнитный улавливатель, имеющий форму тора и предназначенный для образования и удержания высокотемпературной плазмы. Предложен в 1950 г.

И. Таммом и А. Сахаровым в связи с проблемой управляемого термоядерного синтеза. Схематическое изображение токамака, поясняющее принцип его действия, приведено на рис. 15.14. Магнитное поле токамака, удерживающее и стабилизирующее плазму, состоит из интенсивного тороидального поля  $\vec{B}_t$ , образуемого током в обмотке; слабого поля  $\vec{B}_p$ , образуемого тороидальным током  $I_p$ ; суммарного поля  $\vec{B}$ , спиралеобразная форма которого дает возможность удерживать плазменный шнур, не позволяя ему касаться стенок камеры.

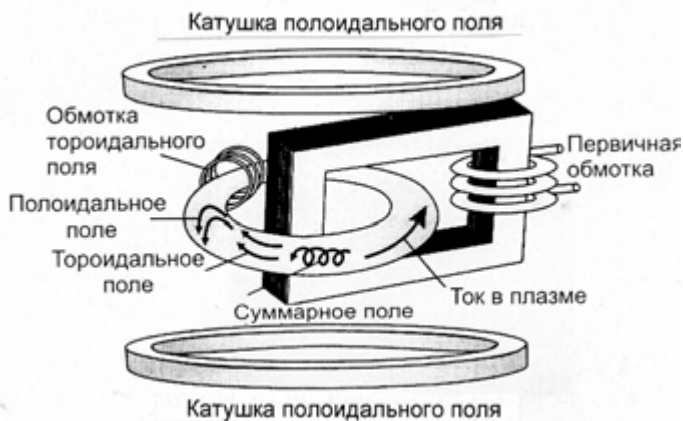


Рис. 15.14. Схема токамака: 1 – дейтерий; 2 – тритий; 3 – гелий; 4 – плазма; 5 – теплоноситель; 6 – магниты

Плазма нагревается током, проходящим через нее. Температура плазмы на оси шнура составляет около  $4 \cdot 10^8$  К. Усилия ученых направлены на достижение параметров плазмы, необходимых для обеспечения управляемых термоядерных реакций.

## 15.18. БОЛЬШОЙ АДРОННЫЙ КОЛЛАЙДЕР

*Большой адронный коллайдер, БАК* (англ. Large Hadron Collider) – ускоритель заряженных частиц на встречных пучках, предназначенный для разгона протонов и тяжёлых ионов (ионов свинца) и изучения продуктов их соударений.

Коллайдер построен в научно-исследовательском центре Европейского совета ядерных исследований (фр. Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, сокр. CERN), на границе Швейцарии и Франции, недалеко от Женевы. БАК является самой крупной экспериментальной установкой в мире. В строительстве и исследованиях участвовали и участвуют более 10000 учёных и инженеров из более чем 100 стран.

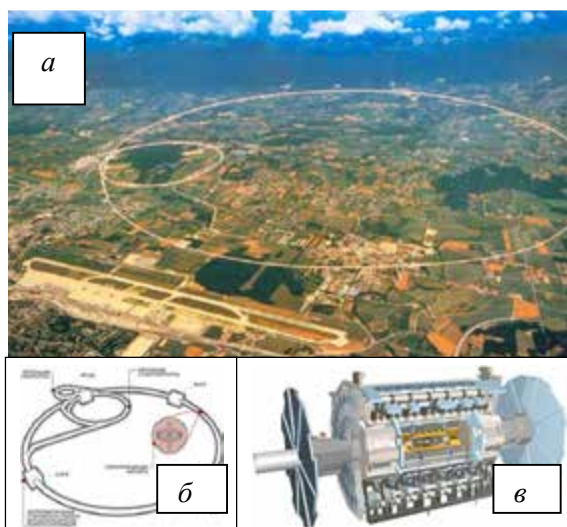


Рис. 15.15. **Большой адронный коллайдер**: *а* – ускорительное кольцо БАК (обозначено окружностью белого цвета); на снимке представлен Женевский аэропорт длиной 4 км, позволяющий оценить размер ускорителя CERN; *б* – расположение протонного синхротрона, протонного суперсинхротрона и детекторов; *в* – детектор ATLAS (от англ. **A** Toroidal LHC Apparatu**S**).

Большим назван из-за своих размеров: длина основного кольца ускорителя составляет 26 659 м; адронным — из-за того, что он ускоряет адроны, то есть тяжёлые частицы, состоящие из кварков; коллайдером (англ. collider – сталкиватель) – из-за того, что пучки частиц ускоряются в противоположных направлениях и сталкиваются в специальных точках столкновения.

Поставленные задачи: изучение топ-кварков, механизма электрослабой симметрии, кварк-глюонной плазмы, фотон-адронных и фотон-фотонных столкновений, поиск суперсимметрии, проверка экзотических теорий.

Ускоритель расположен в туннеле с длиной окружности 26,7 км на территории Франции и Швейцарии. Глубина залегания туннеля — от 50 до 175 метров. Для удержания, коррекции и фокусировки протонных пучков используются 1624 сверхпроводящих магнита, общая длина которых превышает 22 км. Магниты работают при температуре 1,9 К ( $-271\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

4 июля 2012 года представители CERN заявили о наблюдении новой частицы. Возможно, она является бозоном Хиггса, которая играет ключевую роль в современной физике микромира и которую ученые искали почти полвека.

# 16. МАГНИТНАЯ АКТИВНОСТЬ ОРГАНИЗМА

## 16.1. ИСТОЧНИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЖИВОМ ОРГАНИЗМЕ

В процессе жизнедеятельности организма мышечные и нервные клетки проявляют электрическую активность. Результатом такой активности является возникновение биомагнитных полей, которые порождаются электрическими токами. Например, клеточная мембрана проявляет способность пропускать через себя ионы веществ. В случае неоднородной поляризации мембраны на всей клеточной поверхности могут возникнуть внеклеточные токи, которые замыкаются внутри клетки и являются источниками биомагнитных полей. Биомагнитные явления могут возникнуть во время работы или движения отдельных органов (сердца, глаз и т.д.), а также прохождения нервных импульсов, в результате взаимодействия организма или его органов с внешней средой. Кроме того, источниками магнитных полей могут быть магнитные включения, находящиеся в живом организме.

## 16.2. ПРИНЦИПЫ МАГНИТОГРАФИИ

Изменения электрофизиологических процессов, имеющих место в сердечной мышце, обуславливают соответствующие изменения магнитных характеристик сердца; анализ их представляет суть *магнитокардиографии*. Следует отметить, что при этом измеряются компоненты вектора магнитной индукции, перпендикулярные к поверхности грудной клетки. Количество измерений варьирует от 30 до 50; зондируемые участки расположены на одинаковых интервалах (около 5 см) по вертикали и по горизонтали. Магнитную индукцию регистрируют с помощью приемных катушек; кривые изменения во времени компонентов магнитной индукции называют *магнитокардиограммами*.

Электрическая активность головного мозга приводит к появлению магнитного поля, регистрация которого лежит в основе *магнитоэнцефалографии*.

Регистрация собственного магнитного поля скелетной мышцы составляет суть *магнитомиографии*. Под действием импульса возбуждения, проходящего по аксону, в мышечном волокне возникает импульс довольно сложной формы. Именно изменению электрического сигнала отвечает возникновение магнитного поля.

Магнитные поля могут быть индуцированы в процессе электрической активности сетчатой оболочки глаза; регистрация соответствующих магнитных полей лежит в основе *магниторетинографии*. Во время действия внешних раздражителей на зрительный анализатор возникают магнитные поля на роговой оболочке глаза, измерения которых называют *магнитоокулографией*.

## 17. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ

Под влиянием корпускулярных потоков солнечного излучения происходят кратковременные изменения магнитного поля Земли – так называемые *магнитные бури*, которые сопровождаются сжатием магнитосферы, усилением в ней электрических токов и возникновением на поверхности Земли иррегулярных магнитных возмущений. На протяжении магнитных бурь увеличивается количество сердечно-сосудистых заболеваний, ухудшается состояние больных, страдающих гипертонией и т.д. Кроме того, магнитные бури вызывают полярные сияния, ионосферные возмущения, рентгеновское и низкочастотное излучения.

Линии электропередачи являются источниками не только электрических, но и магнитных полей. В 90-х годах ученые Швеции, Дании, США провели масштабные эпидемиологические исследования, которые доказали, что влияние магнитных полей ЛЭП на здоровье жителей может проявиться в коридорах шириной 400–800 м вдоль линий электропередачи. В 1996 г. величина индукции магнитного поля в 0,2 мкТл была рекомендована в качестве предельно допустимого уровня магнитного поля промышленной частоты. Превышение этой нормы приводит к раку крови и мозга.

Известно, что обитатели моря – акулы, скаты, угри, черепахи, киты, дельфины – способны использовать магнитное поле Земли в поисках лучших условий существования.

Птицы ориентируются во время миграции не только по звездам, положению Солнца, но и по магнитному полю Земли.

Пещерная саламандра способна находить дорогу в полной темноте, ориентируясь по магнитному полю.

Экспериментальные исследования с улитками и планариями показали, что эти существа способны реагировать на магнитные поля, близкие по величине к геомагнитному полю. Так, улитка *Nassarius* различает полюса магнита. Планария *Dugesia*, удаляющаяся от источника света, всегда отклоняется от прямолинейной траектории; величина и направление отклонения зависят от ориентации и напряженности внешнего магнитного поля. Чувствительность планарии к магнитному полю составляет  $4 \cdot 10^6$  Тл.

Магнитное поле Земли используют пчелы для ориентации. Магнитная ориентация проявляется у пчел в процессе строительства новых сот. Можно утверждать, что амплитуды 1–10 нТл соответствуют чувствительности пчел к магнитным полям.

## 18. МАГНИТОРЕЦЕПЦИЯ

Способность живых организмов воспринимать и использовать внешние магнитные поля называется *магниторецепцией*. На современном уровне самой вероятной является гипотеза магниторецепции, которая основывается на концепции *магнетита* – специфического неорганического соединения железа (оксиды, сульфаты, сульфиды и фосфаты железа). У животных основным соединением железа, отвечающим за магниторецепцию, является ферригидрит  $5Fe_2O_3 \cdot 9H_2O$  ; у пчел –  $Fe_3O_4$  . Магнетит найден у голубей, пелагических китов, некоторых моллюсков и бактерий, живущих в иле. Минимальная структурная единица магнетита с постоянными магнитными свойствами называется *доменом*. Помещенный в магнитное поле, этот домен ведет себя как магнитная стрелка компаса, ориентируясь вдоль поля. Целиком возможна суммарная ориентация всех доменов в случае наложения внешнего магнитного поля (так называемый *суперпарамагнетизм*).

# 19. ПРИКЛАДНОЙ МАГНЕТИЗМ

## 19.1. МЕТОДЫ МАГНИТОТЕРАПИИ

*Низкочастотная магнитотерапия.* В основе этой техники лежит использование переменных магнитных полей с частотой 50 Гц и индукцией до 35 мТл. Механизмы действия связаны с возбуждением переменными магнитными полями вихревых токов, которые вызывают тепловые эффекты, влияющие на окислительно-восстановительные и ферментативные процессы. Кроме того, магнитные поля изменяют концентрации ионов на поверхности мембран и влияют на функциональное состояние клетки.

*Индуктометрия.* Эта техника основывается на использовании переменных магнитных полей высокой частоты. Количество теплоты  $Q$ , выделяемое в единице объема тела животного, определяется по формуле:

$$Q \sim \frac{\omega^2 B_0^2}{\rho} \sim \sigma \omega^2 B_0^2, \quad (19.1)$$

где  $\omega$  – частота переменного магнитного поля;  $\rho$  – удельное сопротивление ткани;  $\sigma$  – удельная электропроводность ткани;  $B_0$  – амплитуда напряженности магнитного поля.

Таим образом, повышение частоты магнитного поля до десятков мегагерц способствует нагреванию ткани.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что изучает магнетизм?
2. Что такое магнитное поле?
3. Что такое сила Лоренца? Какие закономерности характерны для нее?
4. Записать закон Ампера.
5. Сформулировать правило левой руки для определения направления действия силы Лоренца и силы Ампера.
6. Сформулировать закон полного тока для магнитного поля в вакууме.
7. Сформулировать теорему Гаусса для магнитного поля в вакууме.
8. Что такое ток смещения?
9. В чем заключается эффект Холла?
10. Записать закон Био-Савара-Лапласа.
11. Какие вещества называют диамагнетиками, парамагнетиками, ферромагнетиками?

12. Дать определение магнитной восприимчивости.
13. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
14. Сформулировать закон Фарадея.
15. Сформулировать правило Ленца.
16. Охарактеризовать магнитное поле Земли.
17. Пояснить уравнения Максвелла.
18. Что такое самоиндукция? взаимоиנדукция?
19. Дать определение действующим значениям тока и напряжения.
20. От чего зависит реактивное сопротивление электрической цепи?
21. Что такое резонанс напряжений?
22. Какую цепь называют колебательным контуром?
23. Пояснить формулу Томсона.
24. Пояснить принцип действия токамака.
25. Как влияют магнитные поля на живые организмы?
26. Назвать источники магнитных полей в живом организме.
27. Пояснить принципы магнитографии.
28. Как осуществляется магниторецепция в живых организмах?
29. Назвать методы магнитотерапии.

## 20. ОПТИКА

*Оптика* – раздел физики, который изучает оптическое излучение (свет), процессы его распространения и явления, наблюдаемые во время взаимодействия света и вещества.

### 20.1. ПРИРОДА СВЕТА

*Оптическое излучение* – это электромагнитные волны, длина  $\lambda$  которых в вакууме лежит в диапазоне от 10 нм до 1 мм. Различают ультрафиолетовое ( $\lambda < 400$  нм), видимое ( $\lambda = 400\text{--}700$  нм) и инфракрасное ( $\lambda > 700$  нм) излучения (табл. 20.1).

20.1 – Диапазоны спектра оптического излучения

Диапазон длин волн, нм	Спектральная область излучения
	Ультрафиолетовая область
100–280	УФ-С
280–315	УФ-В
315–380	УФ-А
	Видимая область
380–440	Фиолетовый свет
440–495	Синий свет
495–580	Зеленый свет
580–640	Желтый свет
640–760	Красный свет
	Инфракрасная область
760–2500	Ближняя
2500–25000	Средняя
25000–500000	Дальняя

### 20.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

*Геометрическая оптика* – это раздел оптики, использующий представления о прямолинейности распространения световых лучей независимо один от другого, которые преломляются и отражаются на границах сред с разными оптическими свойствами.

Расчеты на основе геометрической оптики используют в процессе разработки и создания оптических приборов – линз, призм, микроскопов и др.

### 20.2.1. Основные законы геометрической оптики

На границе раздела двух сред свет претерпевает отражение и преломление (рис. 20.1). Выводы геометрической оптики базируются на основе нескольких простых законов, установленных экспериментальным путем.

1. Закон прямолинейного распространения света: в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Линия, вдоль которой переносится световая энергия, называется лучом. В однородной среде лучи света – прямые линии.

2. Закон независимого распространения лучей: отдельные лучи не влияют друг на друга и распространяются независимо.

3. Законы отражения света – падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; угол отражения равен углу падения:

$$i = i'. \quad (20.1)$$

4. Законы преломления света – падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная и равна относительному коэффициенту преломления данных сред:

$$\sin i / \sin r = n_{21}. \quad (20.2)$$

Абсолютным показателем преломления среды называется величина  $n$ , равная отношению скорости  $c$  распространения света в вакууме к скорости  $v$  в данной среде:

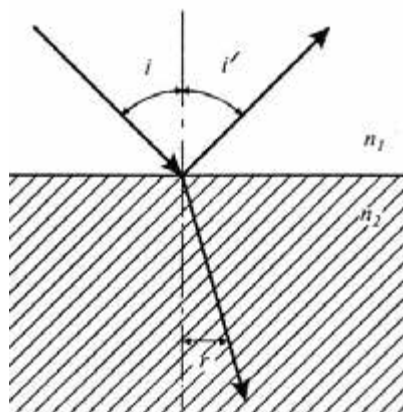


Рис. 20.1. Отражение и преломление света на границе раздела двух сред

$$n = \frac{c}{v}. \quad (20.3)$$

Относительным показателем преломления  $n_{21}$  второй среды относительно первой называется отношение скоростей света в первой  $v_1$  и второй  $v_2$  средах:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (20.4)$$

На основе последних двух уравнений можно записать:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (20.5)$$

### 20.2.2. Полное внутреннее отражение

Внутреннее отражение имеет место, когда световой луч из среды оптически более плотной падает в среду оптически менее плотную (рис. 20.2). В зависимости от угла падения может происходить или отражение и преломление, или *полное отражение*, когда

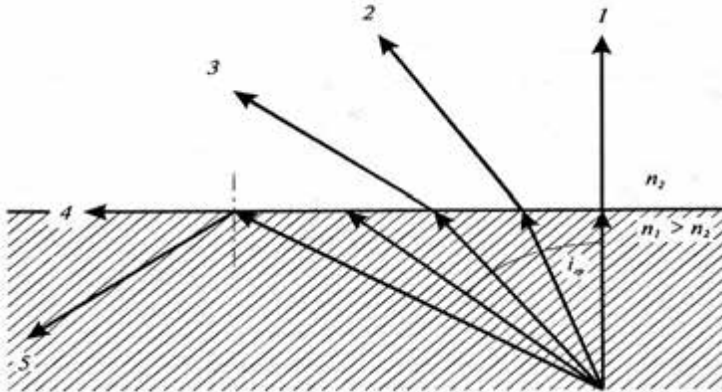


Рис. 20.2. Полное внутреннее отражение

весь свет отражается в ту же самую среду, откуда он распространяется. Угол падения  $i_{np}$ , при котором происходит полное отражение, называется *предельным углом* полного отражения, который определяется из соотношения:

$$\sin i_{np} = \frac{1}{n}, \quad (20.6)$$

где  $n$  – относительный показатель преломления первой среды (оптически более плотной) относительно второй.

#### Пример

Определить предельный угол для луча, проходящего границу раздела “вода–воздух”, если показатель преломления равен 1,33.

**Решение**

Используя уравнение (20.6), находим предельный угол:

$$\sin i_{np} = \frac{1}{n} = 1 / 1,33 = 0,752.$$

Откуда

$$i_{np} = 48,8^\circ.$$

Поле зрения рыбы зависит от предельного угла. Так, под углом  $i < i_{np}$  (например  $40^\circ$ ) она видит предметы, расположенные на берегу водоема и на поверхности воды, тогда как под углом  $i > i_{np}$  (например  $60^\circ$ ) она способна наблюдать дно водоема.

Рассмотрим примеры практического использования полного отражения.

**Принцип действия световода.** Тонкие прозрачные нити, изготовленные из стекла, кварца или пластмассы, могут быть использованы для направленной передачи (канализации) света. Если сердцевина такой нити имеет показатель преломления больший, чем показатель преломления внешней оболочки, происходит полное отражение лучей, распространяющихся под углами, достаточно малыми относительно оси нити (рис. 20.3). Такая нить называется *световодом*.

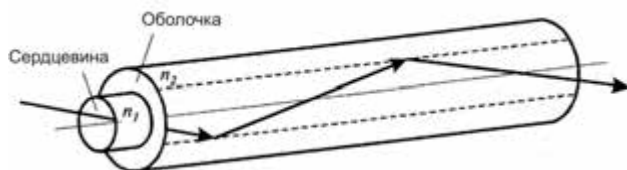


Рис. 20.3. Принцип действия световода

Комбинация двух световодов образует *фиброскоп* – один световод используют для освещения объекта, а второй для передачи изображения этого объекта (рис. 20.4).

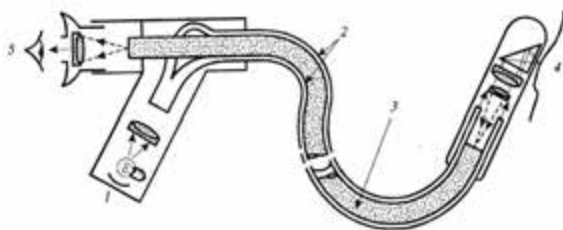


Рис. 20.4. **Фиброскоп:** 1 – источник света; 2 – внешний световод, обеспечивающий освещение объекта; 3 – внутренний световод, предназначенный для передачи световой информации наблюдателю; 4 – объект; 5 – глаз наблюдателя

*Увеличение числовой апертуры микроскопа.* Важной характеристикой микроскопа является его разрешающая способность. Наименьшее линейное (или угловое) расстояние между двумя точками, при котором их изображения сливаются, называется *линейным* (или *угловым*) *пределом разрешения*, который обратно пропорционален апертуре микроскопа.

Увеличить числовую апертуру микроскопа  $A = n \sin \theta / 2$  можно за счет увеличения показателя преломления  $n$  среды между объектом и объективом, или апертурного угла  $\theta$  (угла между крайними лучами конечного светового луча, выходящего из точки объекта и входящего в объектив). Если апертурный угол очень большой, крайние лучи

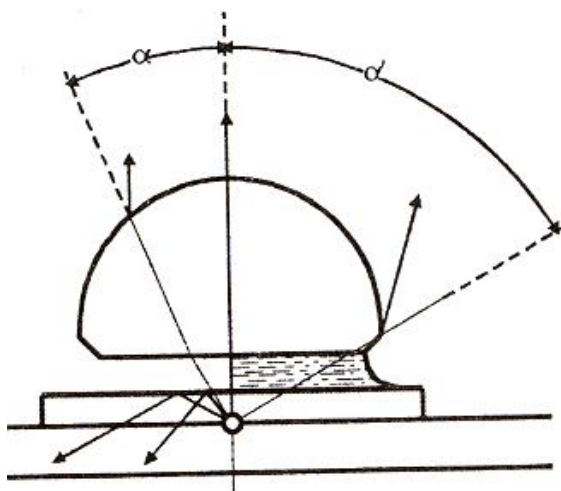


Рис. 20.5. Использование иммерсионной жидкости в микроскопе

могут не попасть в объектив, что ухудшает изображение объекта. Во избежание этого необходимо использовать *иммерсионные жидкости*, которыми заполняют промежуток пространства между покрывным стеклом и объективом (рис. 20.5). В силу того, что показатель преломления иммерсионной жидкости высокий (например, кедровое масло имеет  $n=1,515$ ), апертура микроскопа увеличивается. Так, для обычного “сухого” объектива  $n=1$ ;  $\theta / 2=72^\circ$ ;  $A=0,95$ , тогда как для объектива с иммерсионным маслом  $n=1,515$ ;  $\theta / 2=67,5^\circ$ ;  $A=1,40$ .

### 20.2.3. Тонкие линзы

*Линза* – это прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями, преломляющими световые лучи, которое способно формировать оптические изображения предметов.

Линза называется *тонкой*, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) существенно меньше, чем

радиусы поверхностей, ограничивающих линзу.

Прямая, проходящая через центры кривизны линзы, называется *главной оптической осью*.

Точка, лежащая на главной оптической оси и через которую лучи проходят без преломления, называется *оптическим центром линзы*.

Рассмотрим линзу, показатель преломления которой  $n$ , а радиусы кривизны –  $R_1$  и  $R_2$ . Предмет  $AB$  расположен от оптического центра  $O$  на расстоянии  $s$ , а его изображение  $A'B'$  – на расстоянии  $s'$ .

Формула тонкой линзы имеет вид:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (20.7)$$

Если лучи падают на линзу параллельным пучком, уравнение (20.7) преобразуется как:

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (20.8)$$

где  $f$  – *фокусное расстояние линзы*. Точки  $F$ , лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются *фокусами линзы*.

Формулу линзы можно записать так:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}. \quad (20.9)$$

Величина, обратная фокусному расстоянию  $f$ , называется *оптической силой  $\Phi$  линзы*:

$$\Phi = \frac{1}{f}. \quad (20.10)$$

Оптическая сила характеризует преломляющее действие линзы; измеряется  $\Phi$  в *диоптриях* ( $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$ ).

Если линза собирает параллельные лучи в одной точке, она называется *собирающей* (рис. 20.6, *а*); если параллельные лучи, прошедшие через линзу, расходятся, она называется *рассеивающей* (рис. 20.6, *б*). Для рассеивающей линзы расстояния  $s$  и  $s'$  следует считать отрицательными.

Отношение линейных размеров изображения  $y'$  и предмета  $y$  называется *линейным увеличением линзы*:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}. \quad (20.11)$$

Для построения изображений предметов в линзе используют такие лучи:

1) луч, падающий на линзу параллельно главной оптической оси и после преломления проходящий через фокус;

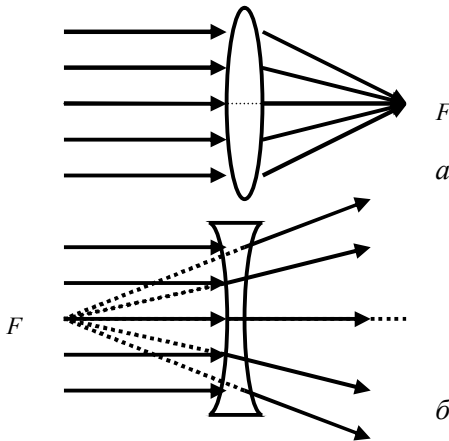


Рис. 20.6. Если линза собирает параллельные лучи в одной точке, она называется собирающей (*a*); если параллельные лучи, проходящие через линзу, расходятся, она называется рассеивающей (*b*)

2) луч, проходящий через оптический центр линзы и не изменяющий своего направления после выхода из линзы;

3) луч, проходящий через фокус, а после преломления и выхода из линзы идет параллельно главной оптической оси.

Причем для построения изображения предмета в линзе достаточно провести два из трех указанных лучей. Построение изображения при разных положениях предмета относительно линзы приведены на рис. 20.7.

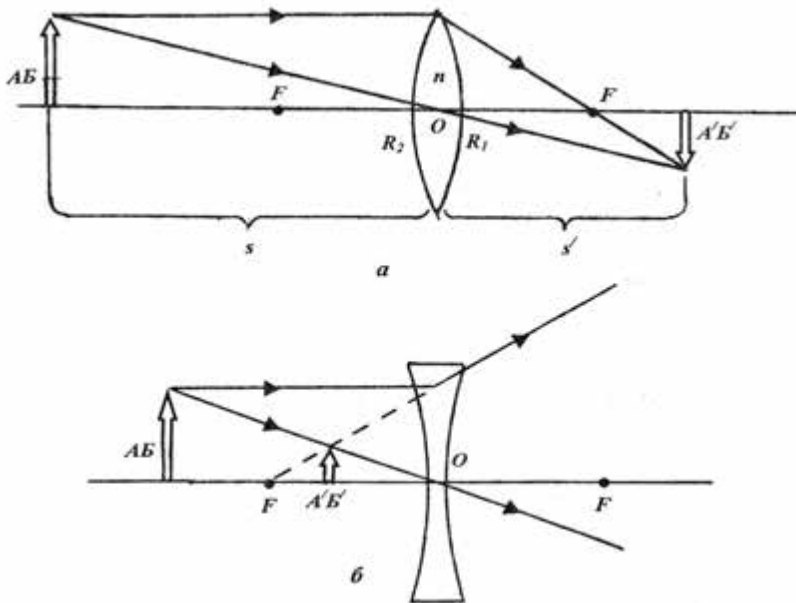


Рис. 20.7. Построение изображения при разных положениях предмета относительно линзы

#### 20.2.4. Оптический микроскоп

*Микроскоп* – это оптическая система, состоящая в простейшем случае из короткофокусной (фокусное расстояние  $f_0 < 1$  см) собирающей линзы (объектива) и длиннофокусной (фокусное расстояние  $f_e$  – несколько сантиметров) собирающей линзы (окуляра). Внешний вид современного микроскопа приведен на рис. 20.8, а ход лучей в микроскопе – на рис. 20.9. Две линзы расположены на расстоянии  $L$  одна от другой, причем  $L > f_0, f_e$ . Объект  $O$  находится за фокусом объектива на расстоянии  $s_1$  от него. Объектив создает реальное перевернутое изображение  $I_1$  вблизи фокуса  $F_e$  окуляра. Окуляр, в свою очередь, создает мнимое перевернутое изображение  $I_2$  на расстоянии  $s_1'$  от объектива.



Рис. 20.8. Внешний вид современного микроскопа



Рис. 20.9. Ход лучей в микроскопе

Увеличение  $M_I$  реального изображения составляет:

$$M_I = -\frac{s'_1}{s_1}. \quad (20.12)$$

С учетом того, что  $s_1 \approx f_0$ , а  $s'_1 \approx L$ , можно получить выражение для увеличения объектива:

$$M_I = -\frac{L}{f_0}, \quad (20.13)$$

где  $L$  – оптическая длина тубуса микроскопа (160 мм).

Угловое изображение окуляром объекта, находящегося в фокусе объектива, равно:

$$m_{ок} = \frac{250 \text{ мм}}{f_e}, \quad (20.14)$$

где 250 мм – расстояние наилучшего зрения.

Итак, общее увеличение микроскопа составляет:

$$M = M_1 \cdot m_e = - \frac{L}{f_0} \left( \frac{250 \text{ мм}}{f_e} \right). \quad (20.15)$$

Знак „минус” свидетельствует о том, что изображение – перевернутое

Основные характеристики объективов и окуляров микроскопов приведены в табл. 20.2 та 20.3.

### 20.2 – Объективы микроскопов

Обозначение	Увеличение	Числовая апертура	Фокусное расстояние, мм
3,5×0,10	3,5	0,10	29,92
8×0,20	8,0	0,20	18,20
10×0,30	10,0	0,30	16,10
20×0,40	20,0	0,40	8,40
40×0,65	40,0	0,65	4,25
40×0,70 ВИ	40,0	0,75	4,30
90×1,25 МИ	90,0	1,25	1,90

### 20.3 – Окуляры микроскопов

Обозначение	Увеличение	Фокусное расстояние, мм
7×	7	18
10×	10	14
15×	15	8
К7×	7	18
К10×	10	13
К15×	15	11

#### 20.2.5. Окуляр-микрометр и объект-микрометр

Для определения линейных размеров микрообъектов используют *окуляр-микрометр* и *объект-микрометр*. Во время измерений вместо препарата размещают объект-микрометр и фокусируют изображение его шкалы, которая имеет длину 1 мм и разделена на 100 делений; одно деление равно 10 мкм. Далее устанавливают окуляр-микрометр и определяют, сколько делений объект-микрометра приходится на определенное количество делений окуляр-микрометра. Для случая, изображенного на рис. 20.10,а, на 13 делений ( $n_2 = 13$ ) окуляр-микрометра приходится 4 деления ( $n_1 = 4$ ) объект-микрометра. Находят, какую долю деления объект-микрометра составляет деление окулярной линейки, и умножают полученное число на 10. Далее определяют цену деления шкалы объект-микрометра по формуле:

$$\Delta_{ок} = \frac{n_1 \cdot 10 \text{ мкм}}{n_2} = \frac{4 \cdot 10 \text{ мкм}}{13} = 3,08 \text{ мкм.} \quad (20.16)$$

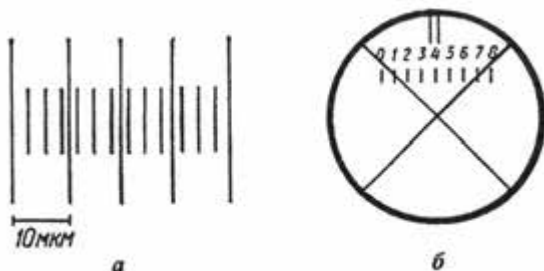


Рис. 20.10. **Определение линейных размеров:** *а* – с помощью окуляра микрометра; *б* – с помощью окулярного винтового микрометра (пояснения в тексте)

Учитывая цену деления объект-микрометра  $\Delta_{ок}$ , можно определить линейные размеры  $d$  микрообъекта:

$$d = \Delta_{ок} \cdot N_x = \frac{n_1 \cdot 10 \text{ мкм}}{n_2} N_x. \quad (20.17)$$

### 20.2.6. Окулярный винтовой микрометр

Для измерения размеров микрообъектов можно также использовать *окулярный винтовой микрометр* (типа МОВ-1-15×), который состоит из двух размещенных в фокальной плоскости пластин. На неподвижной пластине нанесена восьмимиллиметровая шкала с ценой деления 1 мм; на подвижной пластине имеется перекрестие и индекс в виде двух рисок (рис. 20.10, *б*). Вращая барабан, совмещают перекрестие с одним из концов измеряемого микрообъекта и отмечают деление на барабане. Далее, продолжая вращать барабан, совмещают перекрестие с другим концом микрообъекта и делают отсчет на барабане. Полученную разность отсчетов умножают на цену деления барабана при данном увеличении микроскопа.

## 20.3. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

### 20.3.1. Свет как электромагнитная волна

*Волновая оптика* изучает совокупность явлений, в которых проявляется волновая природа света. В соответствии с представлениями волновой оптики, которые основываются на

результатах большого числа экспериментальных исследований интерференции, дифракции, поляризации и дисперсии, свет представляет собой электромагнитную волну. Такая волна распространяется в пространстве в виде взаимосвязанных колебаний электрических и магнитных полей, векторы напряженности которых  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда перпендикулярны друг к другу и к направлению распространения волны (рис. 20.11).

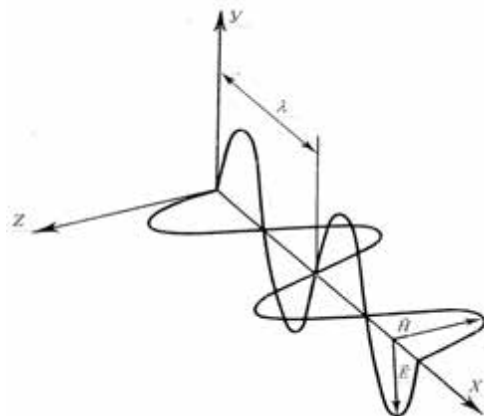


Рис. 20.11. Свет как поперечная электромагнитная волна, распространяющаяся в пространстве в виде взаимосвязанных колебаний электрических и магнитных полей, векторы напряженности которых  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда перпендикулярны друг к другу и к направлению распространения волны

То-есть свет – это *поперечная* электромагнитная волна. Скорость распространения света в вакууме составляет  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с (точное значение  $c = 2,99792458 \cdot 10^8$  м/с).

### 20.3.2. Интерференция света

*Интерференция света* – это пространственное перераспределение энергии светового излучения при наложении двух или нескольких световых волн.

Необходимым условием интерференции световых волн является их *когерентность* – согласованное протекание во времени и пространстве нескольких волновых процессов. Колебания называют *когерентными*, если разность их фаз остается постоянной (или закономерно изменяется) во времени. Типичная интерференционная картина приведена на рис. 20.12.

*Опыт Юнга.* В 1801 г. Томас Юнг впервые наблюдал явление интерференции с помощью следующего опыта (рис. 20.13): источником света является ярко освещенная щель  $S_0$ , от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели  $S_1$  и  $S_2$ , которые играют роль источников когерентных колебаний. На экране

наблюдают интерференционную картину. Видно, что лучи проходят до определенной точки на экране неодинаковые пути, разница между которыми равна:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta, \quad (20.18)$$

где  $d$  – расстояние между щелями;  $\theta$  – угол, под которым наблюдается интерференция в точке  $P$ .

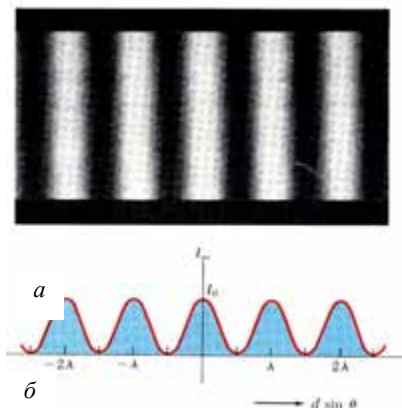


Рис. 20.12. Интерференция света:  $a$  – интерференционная картина,  $b$  – распределение интенсивности света во время интерференции (пояснения в тексте)

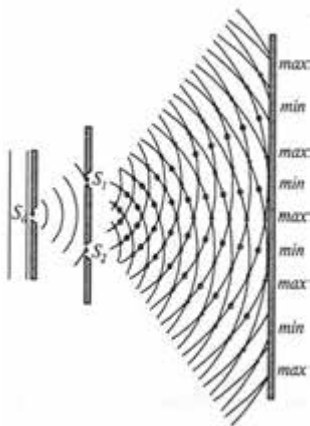


Рис. 20.13. Опыт Юнга

Условием наблюдения усиления света вследствие интерференции (максимума интерференции) является соотношение:

$$\delta = d \sin \theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots), \quad (20.19)$$

где  $m$  – число (порядок интерференционной полосы).

Условием наблюдения ослабления света вследствие интерференции (минимума интерференции) является соотношение:

$$\delta = d \sin \theta = m \lambda, \quad (m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots). \quad (20.20)$$

*Принцип Гюйгенса.* Каждый элемент поверхности, которого достигла в данный момент волна, является центром вторичных элементарных волн, огибающая которых будет волновой поверхностью в следующий момент времени (рис. 20.14).

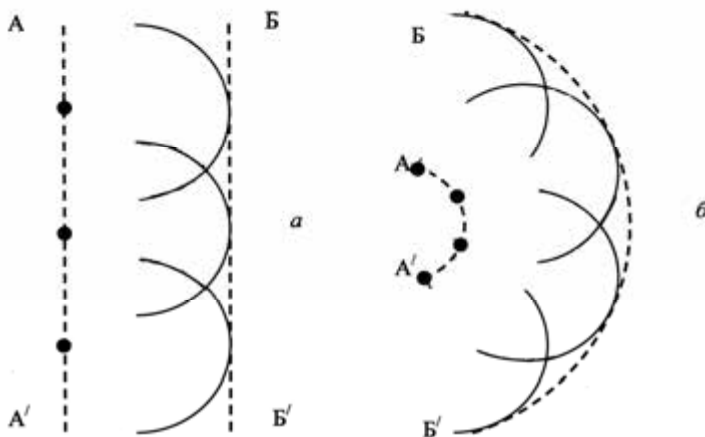


Рис. 20.14. **Принцип Гюйгенса:** *a* ~ плоская волна; *б* – сферическая волна. Здесь: AA' – первичный фронт волны; BB' – вторичный фронт волны



### Томас ЮНГ (1773–1829)

Английский ученый, один из основателей волновой теории света. Сформулировал принцип интерференции (1801 г.), выразил идею о поперечности световых волн (1817 г.). Ввел характеристику упругости (модуль Юнга).

### Христиан ГЮЙГЕНС (1629–1695)

Голландский ученый. Установил законы колебаний физического маятника, создал (1678 г.) волновую теорию света, пояснил двойное лучепреломление. Усовершенствовал телескоп, сконструировал окуляр, названный его именем.



## 20.3.3. Методы наблюдения интерференции света

В основе всех методов наблюдения интерференции света лежат приемы, позволяющие разделить первичный световой луч на два вторичных луча с их дальнейшим наложением. Поскольку оба

вторичных луча происходят от первичного, они являются когерентными и интерферируют во время наложения.

*Зеркала Френеля.* Свет от точечного источника  $S$  падает на систему двух зеркал, угол между плоскостями которых мал (рис. 20.15). После отражения от зеркал свет распространяется в виде двух лучей, которые можно считать исходящими из двух мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , являющимися изображениями источника  $S$  в зеркалах. Эти лучи – когерентные; в процессе наложения они создают на экране интерференционную картину.

*Бипризма Френеля.* После преломления светового луча от источника  $S$  в бипризме (системе двух одинаковых призм, сложенных основаниями и изготовленными как одно целое) образуются световые лучи, которые как бы выходят из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ ; эти лучи являются когерентными и интерферируют во время наложения (рис. 20.16).

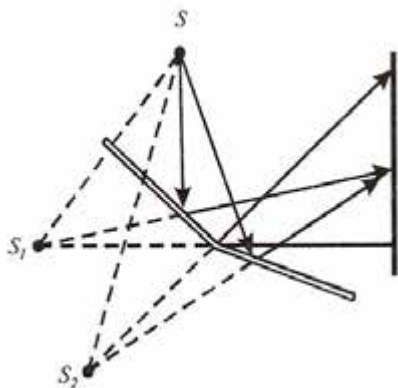


Рис. 20.15. Зеркала Френеля

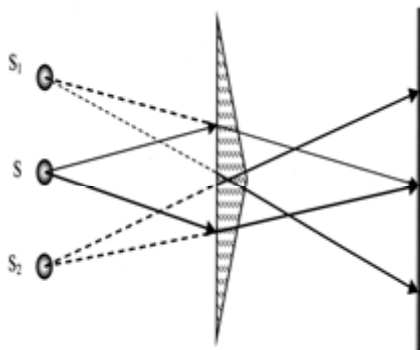


Рис. 20.16. Бипризма Френеля

*Интерференция света в тонких пленках.* Пусть на плоскопараллельную пленку толщиной  $d$  и с показателем преломления  $n$  падает под углом  $i$  плоская монохроматическая волна (рис. 20.17). Во время взаимодействия светового луча с пленкой происходит отражение света от верхней поверхности пленки (луч 1), преломление (луч 2) и отражение от нижней поверхности пленки (луч 3) с дальнейшим преломлением (луч 4). Лучи 1 и 4 являются когерентными и интерферируют во время наложения.

### Пример

Опеделить минимальную толщину мыльной пленки ( $n = 1,33$ ), которая усиливает свет вследствие интерференции, если длина световой волны 600 нм.

### Решение

Минимальная толщина пленки, при которой обеспечивается усиление света, определяется из уравнения:

$$2d = (m+1/2)\lambda_n, (m = 0, 1, 2, \dots)$$

где  $\lambda_n = \lambda/n$ .

Отсюда:  $2dn = (m+1/2)\lambda$

Минимальная толщина пленки отвечает  $m=0$ , откуда:

$$d = \lambda/4n = 600/(4 \cdot 1,33) = 113 \text{ нм.}$$

*Интерферометр Майкельсона.* Этот прибор предназначен для точного (порядка  $10^{-7}$  м) измерения длин волн. Монохроматический свет от источника  $S$  падает под углом  $45^\circ$  на полупрозрачную плоскопараллельную пластину  $\Pi_1$ , которая делит световой луч на два (рис. 20.18). Один из них проходит через пластину, другой – отражается.

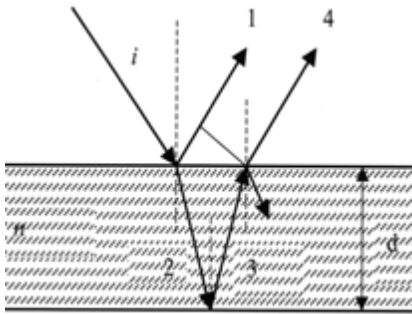


Рис. 20.17. Интерференция света в тонких пленках

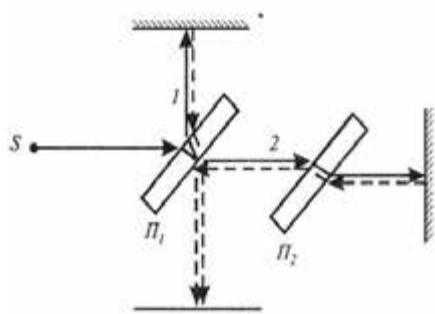


Рис. 20.18. Интерферометр Майкельсона

После отражения обоих лучей от зеркал они возвращаются и взаимодействуют между собой как когерентные. Поскольку луч  $1$  проходит через пластинку дважды, для компенсации разности хода на пути второго луча  $2$  располагают пластину  $\Pi_2$  (которая выполняет функции компенсатора).

## 20.3.4. Дифракция света

*Дифракция света* – явление огибания светом непрозрачных тел и проникновения света в область геометрической тени.

Дифракция происходит, когда свет проходит через маленькие отверстия, вблизи небольших препятствий или около резких границ (рис.

20.19). Первая количественная теория дифракции света была развита Френелем, который пояснил ее как результат интерференции вторичных волн (так называемый *принцип Гюйгенса-Френеля*). Различают *дифракцию Фраунгофера* в параллельных лучах света (рис. 20.20, *а*) и *дифракцию Френеля* в непараллельных лучах (рис. 20.20, *б*). Оба типа дифракции отличаются характером *дифракционной картины* – распределением света, связанным с чередованием светлых и темных участков на экране.

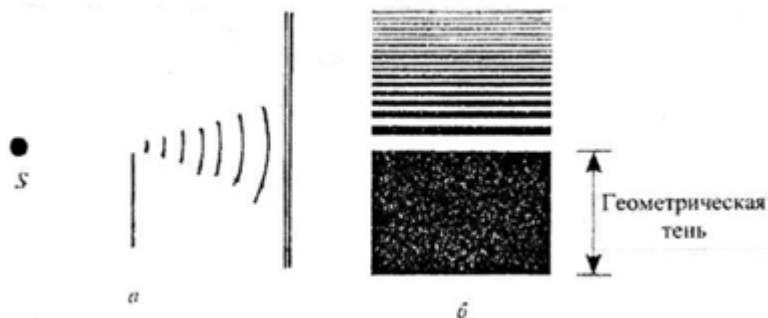


Рис. 20.19. Дифракция света: *а* – прохождение света около резких границ, сопровождаемое дифракцией; *б* – дифракционная картина

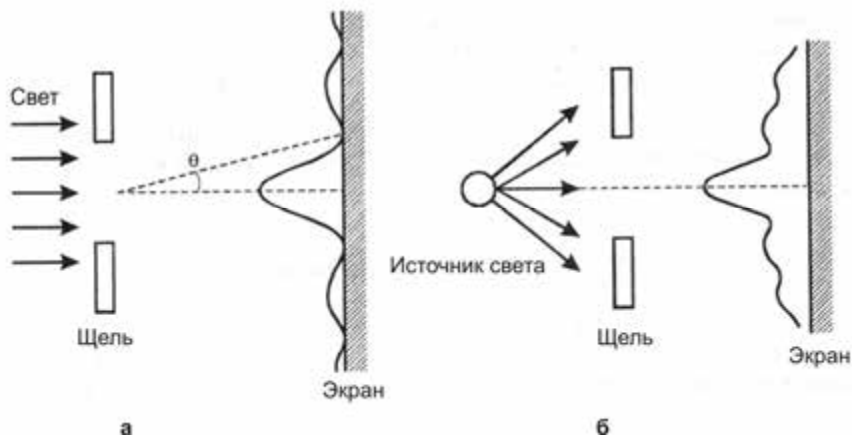


Рис. 20.20. Типы дифракции: *а* – дифракция Фраунгофера параллельного пучка света на щели; *б* – дифракция Френеля светового пучка, расходящегося на щели

### **Огюстен Жан ФРЕНЕЛЬ (1788–1827)**

Французский физик, один из основателей волновой оптики. Разработал теорию дифракции света (1818 г.). Доказал поперечность световых волн, пояснил поляризацию света, создал зеркала и линзы, названные его именем.



### **Йозеф ФРАУНГОФЕР (1787–1820)**

Немецкий физик. Усовершенствовал изготовление линз, дифракционных решеток. Детально описал линии поглощения в спектре Солнца (1814 г.), названных его именем.

Рассмотрим параллельный луч, который падает нормально на щель шириной  $b$ . В соответствии с принципом Гюйгенса, каждая точка щели является вторичным источником волн, которые колеблются в одной фазе. Рассмотрим волны  $1$  и  $2$  (рис. 20.21). Если они находятся в противофазе, то они компенсируют друг друга и на экране наблюдается минимум дифракции. Такие соображения можно применить к волнам  $1'$  и  $2'$  и ко всем парам волн, фазы которых противоположны. Условие дифракционного минимума имеет вид:

$$b \sin \theta = m \lambda;$$

$$m = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots, \quad (20.21)$$

где  $\theta$  – угол наблюдения дифракционного минимума  $m$ -го порядка.

Если волны  $1$  и  $2$  колеблются в фазе, на экране наблюдается дифракционный максимум, условием которого является:

$$b \sin \theta = (2m + 1) \lambda / 2;$$

$$m = \pm 1; \pm 2; \pm 3 \quad (20.22)$$

Измерение расстояния между дифракционными минимумами или максимумами дает возможность оценить размеры тел, на которых дифрагирует свет.

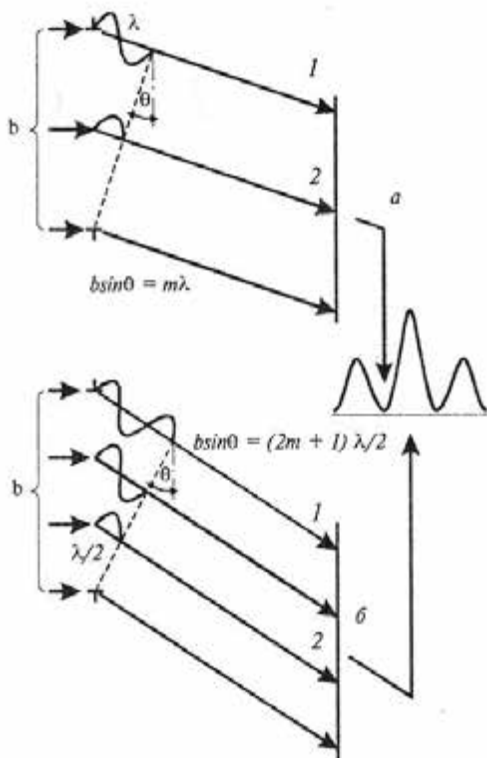


Рис. 20.21. Механизмы дифракции: условия наблюдения дифракционных минимумов (а) и максимумов (б)

регулярно расположенных элементов, на которых происходит дифракция света. Такими элементами могут быть штрихи,

### 20.3.5. Дифракционная решетка

*Дифракционная решетка* – это оптический прибор, представляющий собою

периодическую структуру с большим количеством элементов, на которых происходит дифракция света. Такими элементами могут быть штрихи,

нанесенных фотографическим или голографическим методами на плоскую или вогнутую пластину. Количество штрихов на миллиметр колеблется от 300 до 6000 для видимой и ультрафиолетовой областей спектра.

Самая простая дифракционная решетка представляет собой систему из  $N$  одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, расположенных в одной плоскости и разделенных непрозрачными промежутками, одинаковыми по размерам (рис. 20.22). Если ширина щели  $b$ , а размер промежутка  $a$ , то величина  $d = a + b$  называется *периодом* дифракционной решетки. Период  $d$  связан с количеством  $N$  штрихов соотношением:

$$d = 1/N. \quad (20.23)$$

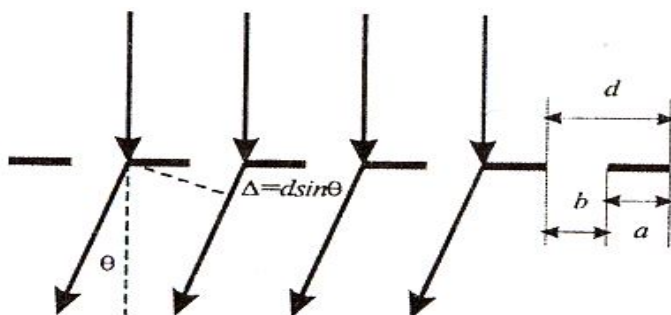


Рис. 20.22. Дифракционная решетка

Если свет падает нормально на поверхность дифракционной решетки, то положение дифракционных максимумов на экране можно найти с помощью *уравнения дифракционной решетки*:

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad (20.24)$$

где  $\theta$  – угол наблюдения дифракционного максимума  $m$ -го порядка.

Если свет падает под углом  $\theta_i$  к плоскости дифракционной решетки, уравнение имеет вид:

$$d(\sin \theta + \sin \theta_i) = m \lambda. \quad (20.25)$$

Характер дифракционной картины, полученной с помощью дифракционной решетки, приведен на рис. 20.23.

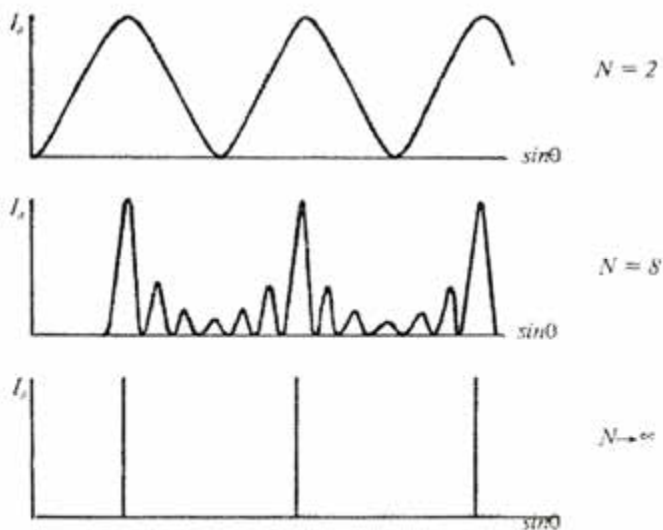


Рис. 20.23. Зависимость характера дифракционной картины от количества штрихов  $N$

### Контрольное задание

Излучение гелий-неонового лазера с длиной волны 632,8 нм падает нормально на поверхность дифракционной решетки, количество штрихов на поверхности которой составляет  $6000 \text{ см}^{-1}$ . Найти угол, при котором наблюдается дифракционный максимум первого порядка.

Ответ:  $22,31^\circ$ .

## 20.3.6. Дисперсия света

*Дисперсия света* – это зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ) света. На рис. 20.24 показано, как изменяется показатель преломления разных оптических материалов с изменением длины волны. Если показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны, такой характер зависимости  $n(\lambda)$  называется *нормальной дисперсией*; в противоположном случае дисперсия называется *аномальной*.

Если пропустить белый свет через стеклянную призму, то вследствие дисперсии происходит разложение света в спектр (который называется *дисперсионным*), причем фиолетовый луч преломляется сильнее, чем красный (рис. 20.25). Величина, показывающая, как быстро изменяется

показатель преломления с длиной волны, называется *дисперсией вещества*:

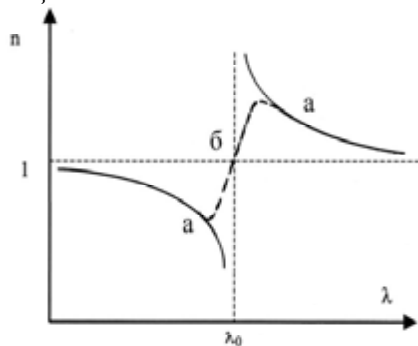


Рис. 20.24. Зависимость показателя преломления от длины световой волны: *a* — аномальная дисперсия; *б* — нормальная дисперсия

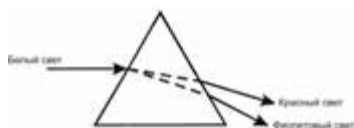


Рис. 20.25. Разложение света в спектр при прохождении через призму

$$D = dn/d\lambda. \quad (20.26)$$

На использовании явления нормальной дисперсии основано действие призматических спектральных приборов.

### 20.3.7. Принцип действия спектральных приборов

*Классификация спектральных приборов.* Основными компонентами спектрального прибора являются: источник оптического излучения; кювета с исследуемым образцом; дисперсионный элемент (призма или дифракционная решетка); фотоприемник; система регистрации.

В зависимости от принципа работы и своего предназначения, спектральные приборы делят на такие типы:

1. *Спектрометр* — прибор для измерения спектра, то-есть зависимости распределения энергии световых потоков от длины волны излучения. Приборы этого типа оборудованы фотоэлектрической регистрацией спектра и используются для проведения всех возможных анализов

2. *Спектрофотометр* — прибор, в котором осуществляется сравнение потока излучения, который измеряется, с эталонным для непрерывного или дискретного ряда длин волн излучения. Эти приборы используют также для определения концентрации элементов и веществ в образце путем сравнения интенсивностей спектральных линий или полос поглощения или излучения.

3. *Спектрограф* – прибор, в котором приемник регистрирует излучение практически всего оптического спектра, который развернут в фокальной плоскости оптической системы. Для регистрации излучения используют фотоматериалы, многоэлементные электронно-оптические преобразователи.

4. *Монохроматор* – прибор для выделения узких участков спектра оптического излучения.

5. *Флуориметр* – прибор для измерения интенсивности флуоресценции.

6. *Спектрофлуориметр* – прибор для измерения спектров возбуждения и излучения флуоресценции вещества.

*Принцип действия спектральных приборов.* В зависимости от дисперсионного элемента различают спектральные приборы с призмой или дифракционной решеткой. Схема прибора первого типа изображена на рис. 20.26, *а*. Оптическое излучение источника проходит через входную щель прибора, где формируется изображение источника. Свет, который выходит из щели, проходит через коллимирующую линзу; преломленные призмой лучи света собираются линзой в плоскости наблюдения. В приборах второго типа в качестве дисперсионного элемента используют дифракционную решетку. Схема прибора приведена на рис. 20.26, *б*. При одинаковых размерах дисперсионного элемента спектральное разрешение дифракционной решетки выше, чем у призмы.

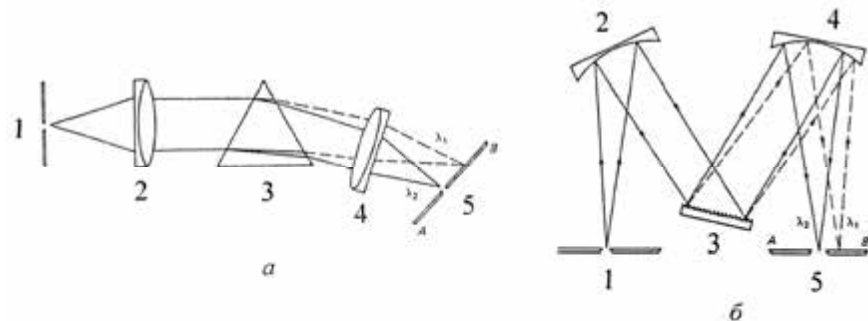


Рис. 20.26. Типы спектральных приборов: *а* – с призмой в качестве дисперсионного элемента. Здесь: 1 – входная щель, 2, 4 – линзы, 3 – призма; 5 – выходная щель; *б* – с дифракционной решеткой в качестве дисперсионного элемента. Здесь: 1 – входная щель, 2, 4 – конфокальные зеркала; 3 – дифракционная решетка; 5 – выходная щель

### 20.3.8. Поляризация света

*Поляризация света* – явление упорядочивания направления

колебаний вектора  $\vec{E}$  напряженности электрического поля световой волны. Таким образом, поляризация света описывает поперечную анизотропию световых волн, то-есть неэквивалентность разных направлений в плоскости, перпендикулярной световому лучу.

Для описания явления поляризации света, который представляет собой электромагнитную волну, достаточно анализировать поведение одного из векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  – обычно выбирают вектор  $\vec{E}$ .

Любой источник света состоит из большого числа элементарных излучателей (атомов, молекул); пространственная ориентация векторов  $\vec{E}$  в каждый момент времени характеризуется хаотическим распределением. Свет, излучаемый такими источниками, называется *неполяризованным* (рис. 20.27, а).

Если вектор  $\vec{E}$  колеблется в одной плоскости, свет называется *линейно поляризованным* (рис. 20.27, б).

Если вектор  $\vec{E}$  колеблется в одной плоскости так, что конец вектора  $\vec{E}$  описывает окружность, такой свет называется *циркулярно поляризованным* (рис. 20.27, в).

Промежуточный случай (между линейной и циркулярной поляризациями), когда конец вектора  $\vec{E}$  описывает эллипс, соответствует *эллиптически поляризованному* свету (рис. 20.27, г).

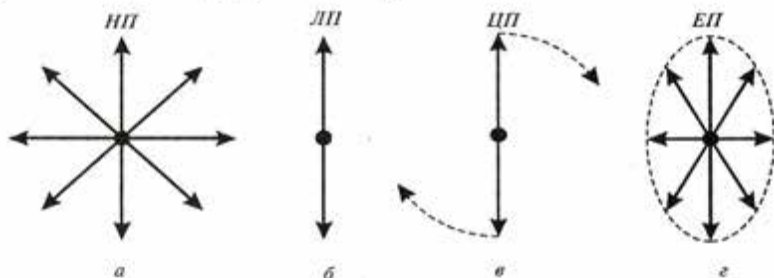


Рис. 20.27. Схематическое изображение поведения вектора  $\vec{E}$  напряженности электрического поля световой волны: а – неполяризованный свет (НП); б – линейно поляризованный свет (ЛП); в – циркулярно поляризованный свет (ЦП); г – эллиптически поляризованный свет (ЕП)

Условно неполяризованный свет изображается как совокупность векторов  $\vec{E}$ , колеблющихся в плоскости падения светового луча и перпендикулярно ей (рис. 20.28, а, б), а поляризованный свет – как совокупность векторов  $\vec{E}$ , колеблющихся или в плоскости падения, или перпендикулярно ей (рис. 20.28, в, г).

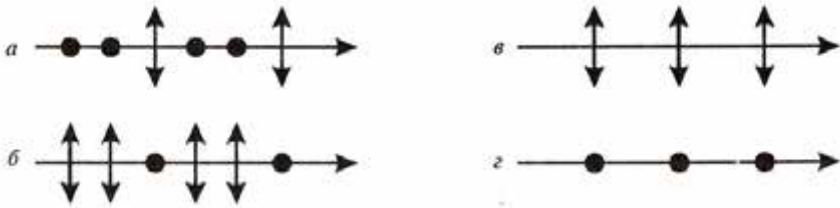


Рис. 20.28. Схематическое изображение типов поляризации: а, б – частично поляризованный свет; в, г – линейно поляризованный свет

### 20.3.9. Методы получения поляризованного света

1. Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела двух сред. Если неполяризованный свет падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера (который определяется соотношением  $\text{tg}i_{\text{Бр}} = n_{21}$ , где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой), то отраженный луч будет полностью поляризованным,

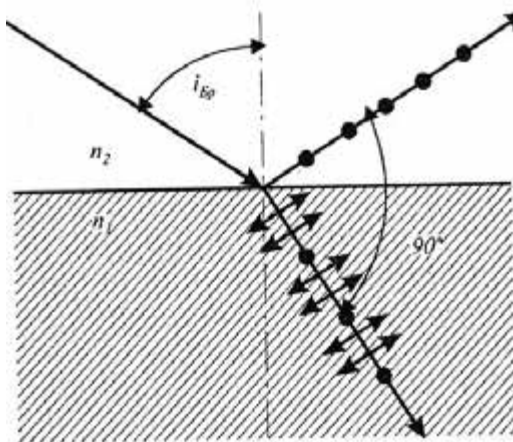


Рис. 20.29. Поляризация света во время отражения света от границы раздела двух сред которого отражается луч.

а преломленный – частично поляризованным (рис. 20.29). Характерно, что в этой ситуации отраженный и преломленный лучи взаимноперпендикулярны.

#### Контрольное задание

Угол падения светового луча на поверхность постоянно изменяется. Отраженный луч становится полностью поляризованным, если угол падения равен  $48^\circ$ . Определить показатель преломления вещества, от поверхности

Ответ: 1,11.

2. Анизотропия поглощения (оптический дихроизм). Некоторые кристаллы (турмалин, герпатит) характеризуются анизотропией поглощения – уровень поглощения зависит от ориентации вектора  $\vec{E}$  световой волны. Это явление называется *оптическим дихроизмом*. Неполяризованный свет в процессе прохождения через дихроичный кристалл выходит из кристалла линейно поляризованным (рис. 20.30).

3. *Анизотропия преломления (двойное лучепреломление)*. Если свет распространяется через стекло, скорость света остается одинаковой для всех направлений. В то же время, определенные кристаллы (кальцит, кварц) характеризуются

анизотропией преломления – световые лучи, вектор  $\vec{E}$  которых колеблется в разных плоскостях, преломляются под разными углами. Даже если неполяризованный свет падает на такой кристалл нормально, световой луч разделяется на два – один из них продолжает траекторию падающего луча (*обыкновенный луч*), а другой отклоняется (*необыкновенный луч*). Оба эти луча поляризованы в разных плоскостях.

Если построить из такого кристалла (например, из исландского шпата – разновидности кальцита) систему из двух призм, разделенных слоем из канадского бальзама (такая система называется *призмой Николя*), то неполяризованный свет разделится на обыкновенный ( $n_o=1,658$ ) и необыкновенный ( $n_e=1,486$ ) лучи (рис. 20.31). Нетрудно понять, что поскольку показатель преломления канадского бальзама составляет  $n=1,55$ , обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение ( $n_e > n$ ) и поглощается зачерненной гранью призмы. Таким образом, оба луча, характеризующиеся разной поляризацией, пространственно разделяются. Явление раздвоения светового луча вследствие анизотропии преломления называется *двойным лучепреломлением*.

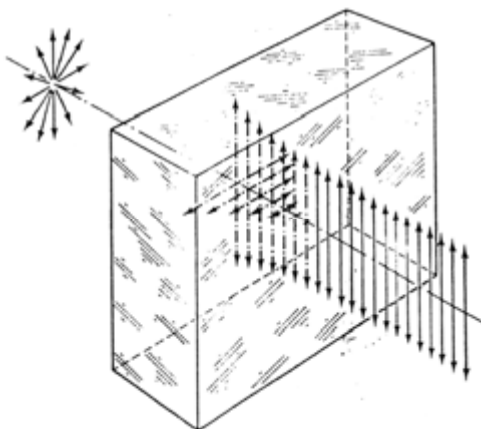


Рис. 20.30. **Анизотропия поглощения** (оптический дихроизм)

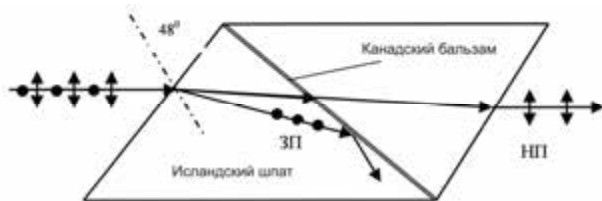


Рис. 20.31. **Анизотропия преломления** (двойное лучепреломление)

4. *Поляризация света во время рассеивания.* Рассеивание света связано с изменением какой-либо характеристики потока оптического излучения. Такими характеристиками могут быть пространственное распределение интенсивности, частотный спектр, поляризация света. В случае рассеивания природного света на малых частицах, размеры которых существенно меньше длины световой волны, зависимость интенсивности  $I_\theta$  рассеивания света от угла рассеивания  $\theta$  имеет вид:

$$I_\theta = I_{\pi/2}(1 + \cos^2\theta), \quad (20.27)$$

где  $I_{\pi/2}$  – интенсивность света, наблюдаемого под углом  $\theta = \pi/2$ .

Если молекулы рассеивающего вещества электрически изотропны (неполярные молекулы), то свет, рассеиваемый под углом  $\theta = \pi/2$ , будет полностью поляризованным.

Солнечное излучение рассеивается на молекулах воздуха в результате флуктуаций плотности молекул среды (в частности,  $O_2$  и  $N_2$ ). Отметим, что когда размеры молекул  $d$  значительно меньше длины световой волны  $\lambda$ , относительная интенсивность рассеянного света характеризуется соотношением, получившем название *закона Рэлея*:

$$I \sim I/\lambda^4. \quad (20.28)$$

Поскольку размеры молекул кислорода и азота составляют около 0,2 нм, очевидно, что коротковолновое солнечное излучение, рассеиваемое на молекулах атмосферного воздуха, будет иметь большую интенсивность. Именно этим объясняется голубой цвет неба.

### 20.3.10. Оптическая активность вещества

*Оптическая активность* – это способность вещества вращать плоскость поляризации поляризованного света, который проходит через вещество. Оптически активными являются некоторые кристаллы (кварц) и растворы некоторых веществ (сахара, скипидара, белков, нуклеиновых кислот). Для оптически активных растворов угол вращения  $\varphi$  плоскости поляризации зависит от концентрации  $C$  раствора и толщины  $l$  слоя вещества, через который проходит свет:

$$\varphi = \alpha Cl, \quad (20.29)$$

где  $\alpha$  – удельная оптическая активность, измеряемая в  $\text{град}\cdot\text{м}^3/\text{кг}\cdot\text{м}$ .

Удельная оптическая активность зависит от природы вещества, температуры и длины световой волны  $\lambda$ . Зависимость  $\alpha$  от  $\lambda$  называется *спектром дисперсии оптического вращения*.

В зависимости от знака  $\alpha$  различают *правовращающие* ( $\alpha > 0$ ) и *левоповорачивающие* ( $\alpha < 0$ ) оптически активные вещества. Право- и левоповорачивающие оптически активные вещества неодинаково поглощают оптическое излучение, вследствие чего линейно поляризованный свет преобразуется после прохождения раствора в эллиптически поляризованный. Это явление называется *круговым дихроизмом*.

Явление оптической активности лежит в основе прибора для точного измерения концентраций растворов – *поляриметра*. Он состоит из источника света  $S$ , поляризатора, имеющего две поляризационные призмы –  $P_1$  и  $P_2$ , кюветы  $K$  с раствором, анализатора  $A$ , системы  $CB$  отсчета угла вращения и световых фильтров  $\Phi$  (рис. 20.32,а). Конструкция прибора предусматривает разделение светового потока на две части – одна проходит через поляризационную призму  $P_1$ , а другая – через обе призмы  $P_1$  и  $P_2$ . Призма  $P_2$  обуславливает дополнительное вращение плоскости поляризации света. Анализатор  $A$  может быть настроен на полное затемнение или первой, или второй половины светового потока. Поэтому в окуляре можно увидеть две половины поля зрения с разным уровнем освещенности (рис.20.32, б). Если анализатор находится в промежуточном положении и пропускает колебания, перпендикулярные биссектрисе угла, обусловленного дополнительным вращением плоскости поляризации призмой  $P_2$ , то обе половины поля зрения становятся одинаково освещенными. Вследствие размещения кюветы  $K$  с раствором, концентрацию которого определяют, условие одинаковой освещенности нарушается; для ее восстановления необходимо повернуть анализатор  $A$  на угол  $\varphi$ .

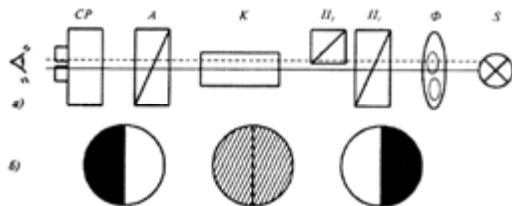


Рис. 20.32. Поляриметр: а – строение прибора; б – разные уровни освещенности двух половин зрения поляриметра (пояснения в тексте)

Методика измерений предусматривает определение угла  $\varphi_0$  вращения плоскости поляризации света раствором с известной концентрацией  $C$ , затем – угла  $\varphi_x$  вращения плоскости поляризации света раствором с неизвестной концентрацией  $C_x$ , откуда неизвестную концентрацию определяют по формуле:

$$C_x = C \frac{\varphi_x}{\varphi_0}. \quad (20.30)$$

### Пример

Определить концентрацию сахара в растворе, если в трубке поляриметра длиной 20 см угол вращения плоскости поляризации составляет  $40^\circ$ . Удельная оптическая активность сахара равна  $66,5 \text{ град} \cdot \text{см}^3 / (\text{г} \cdot \text{дм})$ .

### Решение

Определим концентрацию сахара из уравнения (20.29):  $C = \frac{\varphi}{\alpha l}$ .

Подставим числовые значения:

$$C = \frac{40 \text{град}}{66,5 \text{град} \cdot \text{см}^3 / (\text{г} \cdot \text{дм}) \cdot 2,0 \text{дм}} = 0,3 \text{ г} \cdot \text{см}^3.$$

## 20.4. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

### 20.4.1. Квантовая природа света

*Квантовая оптика* рассматривает оптические явления, в которых проявляется квантовая природа света. Основные идеи квантовой теории были разработаны в период с 1900 по 1930 гг. В соответствии с гипотезой М. Планка, энергия излучается не непрерывно, а дискретно, то-есть определенными порциями – *квантами*. Энергия кванта равна:

$$E = h\nu, \quad (20.31)$$

где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – постоянная Планка;  $\nu$  – частота излучения.

В 1905 г. А. Эйнштейн разработал квантовую теорию фотоэффекта, в которой он допустил, что свет не только поглощается и излучается, но и распространяется квантами, то-есть свет можно представить как поток световых квантов – *фотонов*. Следует отметить, что в этой теории сохраняются черты как волновых, так и корпускулярных взглядов на природу света.



### Макс ПЛАНК (1858–1947)

Немецкий физик, один из основоположников квантовой теории. Ввел понятие кванта (1900 г.), автор закона излучения. Лауреат Нобелевской премии по физике 1918 года.

## 20.4.2. Фотоэлектрический эффект

Явление вырывания электронов из вещества под действием света называется *фотоэлектрическим эффектом*.

Схема экспериментального прибора, с помощью которого наблюдают фотоэлектрический эффект (фотоэффект), изображена на рис. 20.33. Стекланный или кварцевый баллон содержит два металлических электрода, один из которых (катод) соединен с отрицательным полюсом источника тока, а другой (анод) – с положительным. Когда баллон находится в темноте, ток в электрической цепи, который фиксируется амперметром, равен нулю. При освещении катода из него вырываются электроны, которые движутся к аноду – в цепи возникает электрический ток (*фототок*).

Закон сохранения энергии для процесса взаимодействия фотона с электроном во время фотоэффекта (рис. 20.34) описывается *уравнением Эйнштейна*:

$$h\nu = A + \frac{m\nu^2}{2}, \quad (20.32)$$

где  $A$  – работа выхода электрона из вещества;  $\frac{m\nu^2}{2}$  – кинетическая энергия электрона.

Работа выхода  $A$  зависит от природы вещества и состояния его поверхности.

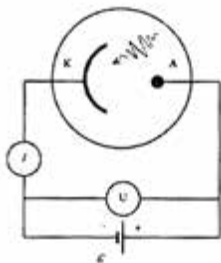


Рис. 20.33. Схема экспериментального прибора, с помощью которого наблюдают явление фотоэффекта: А – анод, К – катод

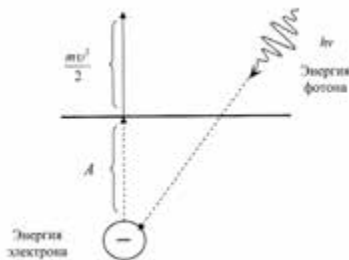


Рис. 20.34. Закон сохранения энергии во время взаимодействия фотона с электроном

Минимальная энергия фотона, достаточная для получения фотоэффекта, равна:

$$h\nu_{\min} = A. \quad (20.33)$$

С учетом того, что  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  (где  $c$  – скорость света;  $\lambda$  – длина световой волны), уравнение (20.33) можно переписать как:

$$h \frac{c}{\lambda_{\max}} = A. \quad (20.34)$$

Поскольку в видимом диапазоне максимальной длине волны соответствует красный цвет, длина волны  $\lambda_{\max}$ , входящая в уравнение (20.34), называется *красной границей фотоэффекта*.



### Альберт ЭЙНШТЕЙН (1879–1955)

Физик-теоретик, один из основателей современной физики. Создал частную (1905 г.) и общую (1907–1916 гг.) теорию относительности. Автор фундаментальных трудов по квантовой природе света: ввел понятие фотона (1905 г.), установил законы фотоэффекта, основной закон фотохимии, предсказал стимулированное излучение (1917 г.). Лауреат Нобелевской премии по физике 1921 года.

### Пример

Натриевая поверхность облучается светом, длина которого составляет 300 нм. Определить кинетическую энергию электрона, вырываемого из поверхности вследствие фотоэффекта, если работа выхода равна 2,46 эВ.

### Решение

Энергия электрона определяется с помощью уравнения (20.32) :

$$E = \frac{mv^2}{2} = h\nu - A = h \frac{c}{\lambda} - A = (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с})(3 \cdot 10^8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}) / (300 \cdot 10^{-9} \text{ м}) - 2,46 \text{ эВ} = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} / (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}) - 2,46 \text{ эВ} = 4,14 \text{ эВ} - 2,46 \text{ эВ} = 1,68 \text{ эВ}.$$

### Контрольное задание

Используя условие предыдущей задачи, определить красную границу фотоэффекта.

Ответ: 505 нм.

## 20.4.3. Эффект Комптона

*Эффект Комптона* – это упругое рассеивание электромагнитного излучения на свободных электронах, которое сопровождается увеличением длины волны; наблюдается во время рассеивания излучения малых длин волн – рентгеновского и  $\gamma$ -излучений. В соответствии с классической теорией длина световой волны во время рассеивания не должна изменяться. В 1923 г. А. Комpton исследовал зависимость интенсивности рассеянного рентгеновского излучения от длины волны. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падал на вещество с легкими атомами (парафин). После рассеивания на угол  $\theta$  излучение попадало на вход рентгеновского спектрографа, где измерялась длина волны излучения.

Во время своих экспериментов Комpton исследовал зависимость интенсивности рентгеновского излучения от длины волны на разных ( $45^\circ$ ,  $90^\circ$  та  $135^\circ$ ) углах  $\theta$  рассеивания (рис. 20.35).

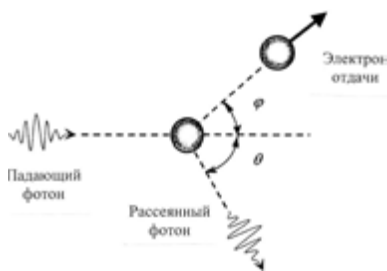


Рис. 20.35. Диаграмма, иллюстрирующая комптоновское рассеивание фотона электроном. Рассеиваемый фотон имеет меньшую энергию (или большую длину волны) по сравнению с падающим фотоном.

Графики этой зависимости демонстрировали наличие двух максимумов – на длинах волн  $\lambda_0$  и  $\lambda'$ . Максимум при  $\lambda_0$  возникал благодаря рассеиванию рентгеновского излучения на электронах, тесно связанных с атомами вещества (парафина), тогда как максимум при  $\lambda'$  вызывался рассеиванием рентгеновского излучения на свободных электронах вещества. Анализ уравнений, выражающих законы сохранения энергии и импульса, позволил Комптону получить выражение для сдвига  $\Delta\lambda$  длины волны:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta), \quad (20.35)$$

где  $\lambda_k = \frac{h}{m_0c}$  – комптоновская длина волны электрона ( $\lambda_k = 0,00243$  нм);  $m_0$  – масса покоя электрона;  $h$  – постоянная Планка;  $c$  – скорость света.

Таким образом, длина волны  $\lambda'$  рассеянного излучения превышает длину волны  $\lambda$  излучения, падающего на образец. Разность  $\lambda' - \lambda$  зависит только от угла рассеивания  $\theta$ . Опыт Комптона доказал правомерность квантовой природы электромагнитных волн.

### Артур Холли КОМПТОН (1892–1962)

Американский физик, который открыл и пояснил (1922 г.) эффект упругого рассеивания электромагнитного излучения на свободных электронах (эффект Комптона). Выявил полное внутреннее отражение рентгеновских лучей. Лауреат Нобелевской премии 1927 года.



#### Пример

На вещество действует рентгеновское излучение длиной волны 0,20 нм. Рассеиваемое излучение наблюдают под углом  $45^\circ$  к направлению действующего излучения. Определить длину волны рассеянного излучения.

#### Решение

Подставим числовые данные в уравнение (20.35):

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}} (1 - \cos 45^\circ) = 7,1 \cdot 10^{-13} \text{ м} = 0,00071 \text{ нм}.$$

Отсюда:  $\lambda' = \Delta\lambda + \lambda_0 = 0,00071 + 0,20 = 0,20071$  нм.

### Контрольное задание

Определить длину волны рентгеновского излучения, рассеиваемого под углом  $30^\circ$  к направлению падающего излучения, если длина волны последнего равна 0,12 нм.

Ответ: 0,1203 нм.

## 20.5. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ

Каждое тело излучает при какой-либо температуре, кроме абсолютного нуля, энергию в виде электромагнитных волн. Это электромагнитное излучение, возникающее за счет внутренней энергии тела, называется *тепловым излучением*. При низких температурах такое излучение находится в инфракрасном диапазоне, то-есть оно невидимо для глаза. С повышением температуры тело краснеет, а при достаточно высоких температурах приобретает белый цвет. Анализ теплового излучения свидетельствует о том, что оно состоит из набора разных длин волн инфракрасного, видимого и ультрафиолетового диапазонов. В конце XIX столетия стало очевидным, что классическая теория не способна пояснить спектральное распределение теплового излучения. Основные проблемы возникли в процессе понимания спектрального распределения излучения, образуемого *абсолютно черным телом*, которое полностью поглощает весь поток падающего излучения. Рассмотрим кратко ход событий.

Экспериментально полученное спектральное распределение энергии абсолютно черного тела при разных температурах приведено на рис. 20.36, откуда видно, что полная энергия, которая излучается, представлена площадью под кривой и быстро увеличивается с увеличением температуры.



Рис. 20.36. Зависимость энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны

Частота  $\nu_{\text{макс}}$ , на которой находится максимум излучательной способности, также увеличивается с увеличением температуры. Этот коротковолновый сдвиг максимума распределения в случае увеличения температуры сформулировал как закон в 1893 г. В. Вин.

Закон смещения Вина – длина волны  $\lambda_{\text{макс}}$ , на которую приходится максимум энергии в спектре равновесного излучения, обратно пропорциональна абсолютной температуре  $T$

излучающего тела:

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (20.36)$$

где  $b = 2,897756 \cdot 10^{-3}$  м/К.

### Пример

Температура поверхности листка составляет 280 К. На какую длину волны приходится максимум излучения поверхности листка?

### Решение

Используя закон Вина, получим:

$$\lambda_{\max} = 2,8978 \cdot 10^{-3} / T = 2,8978 \cdot 10^{-3} / 280 = 10 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 10 \text{ мкм.}$$

Классическая модель излучения абсолютно черного тела предлагает такую зависимость интенсивности излучения тела от длины волны и абсолютной температуры, которая получила название закона Рэлея–Джинса:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}, \quad (20.37)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $c$  – скорость света;  $T$  – абсолютная температура.

Спектр излучения абсолютно черного тела, полученный экспериментально (рис. 20.37, *a*), не совпадает с теоретической кривой спектральной зависимости излучения абсолютно черного тела, которая описывается законом Рэлея-Джинса (рис. 20.37, *б*).

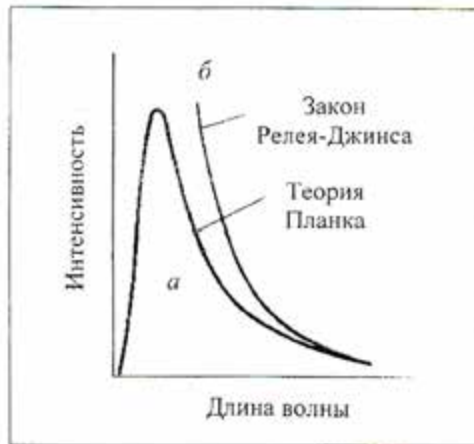


Рис. 20.37 – Сравнение спектра излучения абсолютно черного тела, полученного экспериментально (*a*), с теоретической кривой спектральной зависимости излучения абсолютно черного тела (*б*), описываемой законом Рэлея-Джинса.

Эти расходимости являются особенно существенными в коротковолновой области спектра: при стремлении  $\lambda$  к нулю функция  $I(\lambda, T)$  бесконечно увеличивается. Такая противоречивая ситуация получила название “ультрафиолетовой катастрофы”. Таким образом, в рамках классической физики нельзя было объяснить законы распределения в спектре абсолютно черного тела.

Лишь М. Планк в 1900 г. предложил теоретическое обоснование спектральных закономерностей излучения абсолютно черного тела, которое было сформулировано как закон излучения Планка (формула Планка):

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)}, \quad (20.38)$$

где  $h$  – постоянная Планка ( $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с);  $\lambda$  – длина волны;  $c$  – скорость света;  $T$  – абсолютная температура;  $k$  – постоянная Больцмана;  $e$  – основание натурального логарифма.

Как следствие закона излучения Планка вытекает закон излучения Стефана–Больцмана – *полная испускательная способность  $R$  абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени температуры*:

$$R = \sigma T^4, \quad (20.39)$$

где  $R$  измеряется в  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана ( $\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8}$   $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ ).

Этот закон используется для оценки излучения атмосферы, земной поверхности и излучательного баланса растительного листка.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что изучает оптика?
2. Что называют оптическим излучением?
3. Сформулировать законы геометрической оптики.
4. Что называют абсолютным показателем преломления? относительным показателем преломления?
5. Пояснить, что такое полное внутреннее отражение?
6. В чем заключается принцип действия световода? фиброскопа?
7. Что такое линза?
8. Записать формулу тонкой линзы.
9. Пояснить принцип действия микроскопа.
10. Для чего используют окуляр-микрометр и объект-микрометр?
11. Что изучает волновая оптика?
12. Что такое интерференция света?

13. Пояснить опыт Юнга.
14. Сформулировать необходимое условие интерференции света.
15. Сформулировать принцип Гюйгенса.
16. Пояснить методы наблюдения интерференции света.
17. Написать условия наблюдения дифракционных минимумов и максимумов.
  18. Что такое дифракция света?
  19. Где используется дифракционная решетка?
  20. Написать уравнение дифракционной решетки для случая: когда свет падает нормально на поверхность решетки; когда свет падает под углом  $\theta$  к поверхности решетки.
  21. Что такое дисперсия света?
  22. Пояснить принцип действия спектральных приборов.
  23. Дать определение поляризации света и назвать основные типы поляризации света.
  24. Охарактеризовать методы получения поляризации света.
  25. Что называют оптической активностью вещества?
  26. Пояснить принцип действия поляриметра.
  27. Что изучает квантовая оптика?
  28. Что такое фотоэлектрический эффект?
  29. Написать закон сохранения энергии во время фотоэффекта (уравнение Эйнштейна).
  30. Пояснить эффект Комптона.
  31. Сформулировать закон смещения Вина.
  32. Сформулировать закон Рэлея–Джинса.
  33. Пояснить суть “ультрафиолетовой катастрофы”.
  34. Сформулировать закон излучения Планка.
  35. Сформулировать закон излучения Стефана–Больцмана.

# 21. ОСНОВЫ ФОТОБИОЛОГИИ

## 21.1. ПАРАМЕТРЫ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В соответствии с представлениями волновой оптики, *оптическое излучение* (*свет* в широком смысле слова) представляет собой электромагнитные волны, длины которых находятся в диапазоне от нескольких нанометров до десятых долей миллиметра. Эти волны распространяются в пространстве в виде взаимноперпендикулярных колебаний электрических и магнитных полей, векторы напряженности которых  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны. Скорость распространения света в вакууме составляет  $3 \cdot 10^8$  м/с. Отличают ультрафиолетовое ( $\lambda < 400$  нм), видимое ( $\lambda = 400 - 700$  нм) и инфракрасное ( $\lambda > 700$  нм) излучение (см. табл. 20.1).

Совокупность электромагнитных волн с разными длинами волн или частотами, которые входят в состав солнечного излучения, составляет *спектр* солнечного излучения. В то же время, в соответствии с квантовой теорией, свет рассматривается как поток элементарных световых частиц – квантов электромагнитного излучения или фотонов. Каждый фотон имеет энергию  $E = h\nu = hc/\lambda$ , где  $\nu$  – частота излучения;  $\lambda$  – длина волны;  $h$  – постоянная Планка ( $6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с);  $c$  – скорость света ( $3 \cdot 10^8$  м/с).

Величины, с помощью которых оценивают оптическое излучение, делятся на *энергетические*, характеризующие излучение безотносительно к его действию на приемники излучения, и *световые*, которые характеризуют излучение относительно к условному приемнику – среднему человеческому глазу (см. приложение).

## 21.2. СОЛНЕЧНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Солнце является основным источником света и энергии для Земли и ее атмосферы, благодаря которому существует жизнь на планете. Солнце представляет собой раскаленный шар радиусом  $6,96 \cdot 10^8$  м, масса которого составляет  $1,991 \cdot 10^{30}$  кг. Расстояние между Солнцем и Землей равно  $1,496 \cdot 10^{11}$  м. Состав солнечной среды – водород (64%), гелий (32%) и смесь тяжелых элементов (4%). Температура Солнца в центре –  $2 \cdot 10^7$  °С, на поверхности – 6000 °С. При такой высокой температуре происходят ионизация атомов солнечной среды и ядерные реакции. Эти процессы сопровождаются выделением большого количества энергии. Ежегодная энергия Солнца, принимаемая Землей, составляет  $5,5 \cdot 10^{24}$  Дж; мощность –  $1,5 \cdot 10^{18}$  кВт.

Солнце можно сравнить с абсолютно черным телом, температура которого равна 6000 К. Спектр солнечного излучения занимает область 200–5000 нм; максимум излучения приходится на 500 нм. Спектр солнечного излучения, достигающий земную поверхность, состоит из ультрафиолетовой (200–400 нм), видимой (400–700 нм) и инфракрасной (более 700 нм) частей. На ультрафиолетовую часть спектра приходится 5%, на видимую 35 и на инфракрасную – 60% солнечного излучения. Спектр солнечного излучения вне атмосферы и на земной поверхности представлен на рис. 21.1. Видно, что спектр внешнего солнечного излучения напоминает спектр излучения абсолютно черного тела при температуре 6000 К с максимумом около 0,5

мкм;

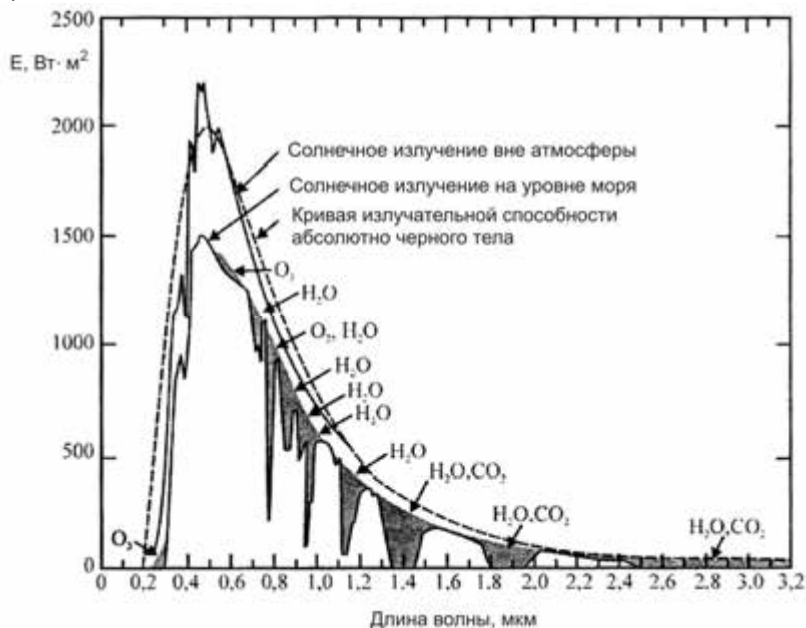


Рис. 21.1. Спектр солнечного излучения вне атмосферы и на земной поверхности

после прохождения земной атмосферы солнечное излучение существенно поглощается на определенных длинах волн (озоном в ультрафиолетовой области спектра, водяным паром и двуокисью углерода – в инфракрасной). На изменение характера солнечного спектра влияют также процессы рассеивания света малыми по размерам молекулами воздуха (*рассеивание Рэлея*) и большими частицами пыли, дыма и аэрозолей (*рассеивание Ми*). Кроме того, на

характер спектра солнечного излучения влияют высота стояния Солнца, облачность неба, состав атмосферы.

Солнце характеризуется постоянством своих излучательных свойств. Итак, *солнечная постоянная* ( $1368 \text{ Вт/м}^2$ ) – интенсивность солнечного излучения, которая измеряется на уровне земной атмосферы. С учетом общей площади земного диска, наблюдаемого со стороны Солнца, средняя интенсивность солнечного излучения, достигающего земной поверхности, составляет  $342 \text{ Вт/м}^2$ .

#### **А.Л. ЧИЖЕВСКИЙ (1897–1964)**

Российский биофизик, основатель гелиобиологии. Установил зависимость между циклами активности Солнца и многими явлениями в биосфере. Автор работ по аэроионизации, исследований пространственной организации структурных элементов крови. В 1942–1958 гг. был репрессирован.



### **21.3. ВЛИЯНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВИДИМОГО ДИАПАЗОНА НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ**

Свет является одним из важнейших внешних факторов, влияющих на живой организм. Влияние света связано с такими основными параметрами света как *интенсивность света (освещенность)*, *спектральный состав* и *продолжительность освещения (фотопериод)*. Некоторые птицы и насекомые способны реагировать на *поляризацию* оптического излучения.

Благоприятные с точки зрения интенсивности света условия в животноводческих помещениях влияют на обмен веществ у животных и окислительно-восстановительные процессы в тканях, функции эндокринной системы, сопротивляемость, воспроизводительную способность и продуктивность животных. В то же время, обеспечение высокого уровня освещенности помещений требует энергетических затрат. Поиски выхода из этого противоречия привели к разработке оптимальных норм освещенности животноводческих помещений, находящихся в пределах около 50–100 лк.

Спектральный состав света также влияет на животного; в зависимости от длины волны оптического излучения можно добиться повышения продуктивности и ускорения воспроизводительных функций животных, увеличения содержания гемоглобина в крови.

Отмечено влияние спектрального состава света на развитие эмбрионов, поведение птицы, увеличение массы, количества оплодотворенных яиц, повышения яйценоскости.

Продолжительности освещенности учитывается в птицеводстве. Выбор определенных режимов фотопериода дает возможность сократить период линьки кур, повысить яйценоскость, активизировать двигательную активность и интенсивность поедания корма цыплятами.

Под влиянием солнечного излучения совершаются *фотобиологические реакции* – физические или химические изменения в растительных системах. Все фотобиологические реакции можно поделить на четыре основных группы:

1. *Энергетические* – реакции, при которых световая энергия вследствие синтеза новых органических молекул трансформируется в химическую. Примером таких реакций может быть *фотосинтез* – процесс преобразования зелеными растениями и фотосинтезирующими микроорганизмами энергии Солнца в энергию химических связей органических веществ. Ежегодно вследствие фотосинтеза на Земле образуется около 150 млрд т органического вещества, осваивается 300 млрд т двуокиси углерода и выделяется около 200 млрд т свободного кислорода.

2. *Информационные* – реакции, при которых свет является управляющим сигналом, который вызывает посредством специализированных механизмов образование фотопродуктов и обеспечивает информацию относительно окружающей среды. К информационным можно отнести:

а) *фотодвижение* – движение или изменение движения организмов, вызываемое светом. Свет – это важный внешний фактор, который благодаря фотодвижению используется подвижными организмами (в первую очередь – водорослями и простейшими) в поисках оптимальных условий существования;

б) *фотоморфогенез* – вся совокупность контролируемых светом процессов, связанных с развитием и ростом растения. Фотоморфогенетическими реакциями можно считать прорастание семян, удлинение стебля, формирование листьев, развитие хлоропластов и т.д.;

в) *фототропизм* – индуцированное светом движение части (стебля, корня, листьев) фиксированного растительного организма, которое представляет собой реакцию растения на градиент света. Различают *положительный* (движение к источнику света) и *отрицательный* (от источника) фототропизм.

з) *фотопериодизм* – ритмические изменения разнообразных морфологических, биохимических и физиологических свойств и функций организмов под действием чередования и продолжительности световых и темновых интервалов. От фотопериода зависят такие процессы как цветение, покой почек, сбрасывание листьев, прорастание семян, формирование луковиц, клубней и т.д.

3. *Биосинтетические* – реакции, при которых в сложной цепи последовательных этапов синтеза органических молекул имеются отдельные фотохимические стадии, протекающие лишь под влиянием света. К этим реакциям относятся биосинтез хлорофилла, индукция синтеза пигментов и витаминов.

4. *Деструктивно-модифицирующие* – реакции, связанные с повреждением светом молекул биологического субстрата, приводящее к летальным или мутагенным последствиям. К этому типу реакций относят *фотосенсибилизацию* – процесс, при котором световая энергия, поглощенная молекулами, имеющими хромофоры (сенситизаторы), передается другим молекулам, не способным самостоятельно поглощать свет. Это явление распространено в природе: известно, что некоторые дикорастущие растения содержат сильнодействующие химические соединения; животные, поедающие эти растения, становятся чувствительными к свету в непигментированных участках кожи, особенно около глаз, рта, ушей и копыт, где волосяной покров редкий. Основные симптомы – зуд, возникновение пузырьков размером с горошину (которые лопаются), конъюнктивит, стоматит, лихорадочное состояние, воспалительный процесс (даже в мозге), возбуждение и угнетение. Животное начинает тереться, вносить инфекцию и может погибнуть через 8–10 часов.

#### **21.4. ВЛИЯНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ УЛЬТРАФИОЛЕТОВОГО ДИАПАЗОНА НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ**

Ультрафиолетовый диапазон делится на три основных участка: УФ-С (200–280 нм), УФ-В (280–320 нм) и УФ-А (320–400 нм). Считается, что УФ-С-излучение является чрезвычайно опасным для живых организмов; УФ-В-излучение может вызвать специфические, но не всегда разрушающие эффекты в живых организмах; УФ-А-излучение не представляет собой опасности. Солнечное ультрафиолетовое излучение поражает нуклеиновые кислоты и белки, вызывает эритему, канцерогенные эффекты, конъюнктивит, ослабляет

фотосинтетическую активность растительных организмов, ингибирует подвижность и ориентацию микроорганизмов в пространстве. Таким образом, живые организмы вынуждены разрабатывать собственную стратегию в отношении оптимизации их состояния и положения в окружающей среде с точки зрения обеспечения процесса жизнедеятельности под влиянием излучения видимого диапазона и в то же время избежания разрушающего действия излучения ультрафиолетового диапазона.

Ультрафиолетовое облучение животных способствует получению здорового потомства, предотвращает заболевания молодняка рахитом, увеличивает прирост живой массы, ускоряет интенсивность обменных процессов, повышает плодовитость, обуславливает интенсивное развитие шерсти ягнят. Использование ультрафиолетового излучения в птицеводстве приводит к бактерицидным эффектам, способствует лучшему развитию эмбрионов, улучшению выводимости цыплят, повышению обмена веществ, компенсированию дефицита витамина *D* в рационе птицы и избеганию заболеваний. Все это повышает яйценоскость птицы и увеличивает приросты живой массы.



### **Сергей ЧАХОТИН (1883–1973)**

Российский биофизик, который впервые применил сфокусированное ультрафиолетовое излучение для воздействия на клетки и разработал серию уникальных методов и приборов для исследования микрообъектов.

## 22. ФИЗИОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИКА

### 22.1. ФОТОРЕЦЕПЦИЯ У ЖИВЫХ ОРГАНИЗМОВ

Основное предназначение фоторецепторной системы живых организмов – обеспечение информацией о состоянии условий окружающей среды, в частности, интенсивности светового стимула, пространственных и временных характеристик, с помощью которых организм в состоянии ориентироваться относительно одного из важнейших внешних факторов – света. Пространственные и временные изменения интенсивности и направления светового потока могут вызвать соответствующие изменения двигательной и поведенческой активности этих организмов.

#### 22.1.1. Фоторецепция у насекомых

Реакция на свет у насекомых осуществляется с помощью двух сложных глаз и трех простых (рис.22.1). Состоит простой глаз из прозрачной линзы, слоя зрительных клеток (около 800) и зрительного нерва (рис.22.2). На сетчатке простого глаза не формируется изображение; в то же время, простые глаза в состоянии воспринимать такие параметры оптического излучения как интенсивность, период и спектральный состав. Считается, что простые глаза способны реагировать на сумерки или восход, обеспечивая ориентацию насекомого в условиях пониженной освещенности.

*Сложные глаза* имеют фасеточную структуру, которая формирует мозаичную картину. Состоит сложный глаз из набора *омматидиев*, количество которых составляет 25000 у жуков, 8000–10000 у пчел, 4000 у мух, 100–1000 у муравьев. Основными элементами омматидия является кристаллическая линза (роговица), кристаллический конус, пигментные клетки, фоторецептор, рабдом (ретиная клетка).

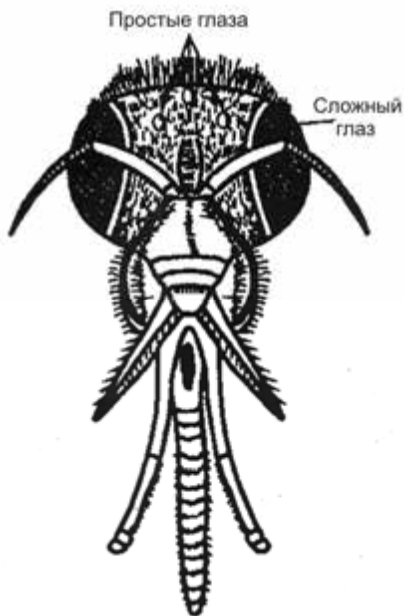


Рис. 22.1. Зрительный анализатор насекомого (пчелы)

Внешний вид сложного глаза представлен на рис.22.3, *а*, а омматидия – на рис.22.3, *б*. У пчелы, например, к внутреннему окончанию кристаллического конуса присоединено восемь радиально расположенных зрительных клеток, благодаря которым насекомое способно воспринимать поляризацию отраженного солнечного излучения и осуществлять ориентацию в пространстве.



Рис. 22.2. Простой глаз насекомого: *а* – латеральный; *б* – дорсальный

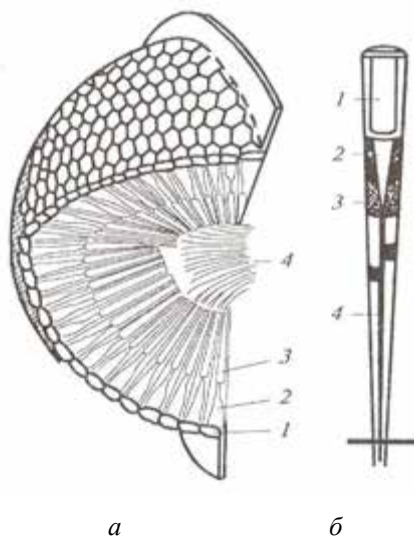


Рис. 22.3. Сложный глаз пчелы: *а* – фасеточная структура сложного глаза (1 – роговица; 2 – кристаллический конус; 3 – палочки сетчатки; 4 – зрительный нерв); *б* – структура омматидия (1 – кристаллическая линза; 2 – кристаллический конус; 3 – пигментная клетка; 4 – ретинальная клетка)

Что касается способности насекомых воспринимать цвет, то следует отметить стимулирующее действие длин волн в диапазоне 250–700 нм. Считается, что бабочки, мухи и некоторые жуки реагируют на синий цвет; пчелы – на красный, желтый, зеленый и

сине-зеленый. Кроме того, насекомым присуща чувствительность к ультрафиолетовому излучению. Однако возможным объяснением посещения насекомыми цветов является их способность различать интенсивность излучения, отраженного от разных частей цветка.

### 22.1.2. Зрительный анализатор рыб

Структура глаза рыбы приведена на рис.22.4. Для защиты роговицы от больших давлений и песка глаз оснащен *оболочкой* – твердым прозрачным образованием.

Коэффициенты преломления оболочки, роговицы и воды примерно одинаковы. Фокусирование глаза на объект осуществляется с помощью *тягивающей мышцы*, которая передвигает кристаллик вдоль оптической оси роговицы.

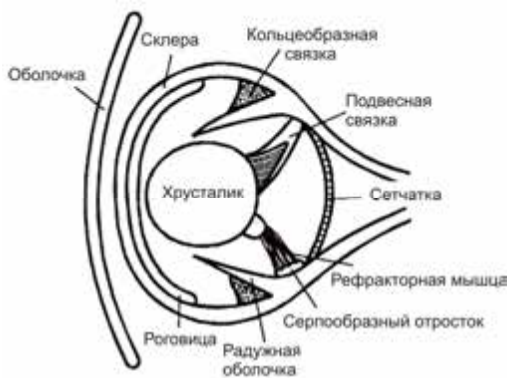


Рис. 22.4. Зрительный анализатор рыбы

### 22.1.3. Зрительный анализатор птиц

Зрительный анализатор птиц предназначен не только для создания зрительных изображений; функции его заключаются также в формировании цветных образов, что важно с точки зрения распознавания половых партнеров, соперников и врагов. Большинство птиц проводит все свое время в поисках корма, но образ жизни у них различный. Они могут вести дневной или ночной образ жизни; некоторые из них летают высоко над поверхностью земли. Все это накладывает отпечаток на строение и функции зрительного анализатора, сформировавшегося в процессе эволюции. Можно различать четыре основных типа строения глаза у птиц (рис. 22.5): *трубчатый (цилиндрический)* тип глаза встречается у сов; *плоский* – присущий курам; *шарообразный* – характерный для птиц-хищников;

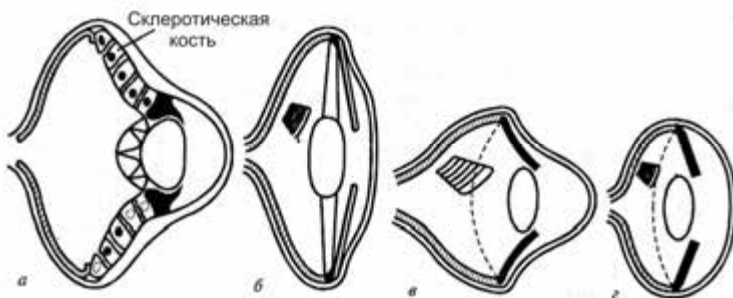


Рис. 22.5. Основные типы строения глаза у птиц: *а* – трубчатый (цилиндрический); *б* – плоский; *в* – шарообразный; *г* – плоскосферический

*плоскосферический* можно найти у поющих птиц. Таким образом, птицы отличаются не только формой глаза, но и его внутренней структурой. Глазные яблоки большинства птиц оснащены двумя специфическими устройствами для повышения остроты зрения – центральной ямкой и гребешком.

#### 22.1.4. Зрительный анализатор млекопитающих

Сенсорная информация относительно окружающей среды воспринимается человеком или животным в виде изменений таких параметров как интенсивность света, длина световой волны, форма, размеры и положение объекта. Основным элементом *зрительного анализатора* (сенсорной системы, которая преобразовывает оптические стимулы в последовательность нервных импульсов) есть *глаз*; его предназначение – фокусирование изображения на сетчатку, регуляция количества света, участвующего в формировании изображения, преобразование изображения фоторецепторной системой глаза и передача информации в мозг.

Строение глаза млекопитающих в горизонтальной плоскости приведено на рис. 22.6. Внешний защитный слой, окружающий глазное яблоко, называется *склерой*. На передней части глаза склера переходит в прозрачную слоистую структуру, называемую *роговицей*. Задние две трети глаза покрывает пигментированный слой – *сосудистая оболочка*. Именно в этой оболочке находится *сетчатка*, которая содержит фоторецепторы. Свет попадает в глаз через роговицу в *переднюю камеру*; так же как и *задняя камера*, она заполнена прозрачной жидкостью – *водянистой влагой*. Между передней и задней камерами расположена *радужная оболочка*, которая выполняет функции диафрагмы. Благодаря сокращению или расслаблению мышц изменяется величина диаметра *зрачка* – отверстия, через которое свет проходит в заднюю часть глаза. За радужной оболочкой находится *хрусталик*, радиус кривизны которого может быть изменен с помощью *ресничной мышцы*. Пространство между хрусталиком и сетчаткой заполнено *стекловидным телом* – желеобразной жидкостью.

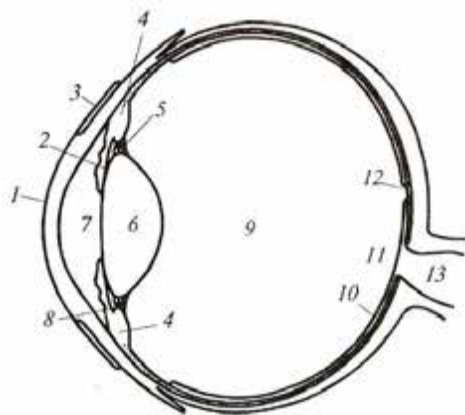


Рис. 22.6. **Строение глаза млекопитающих:** 1 – роговица; 2 – радужная оболочка; 3 – конъюнктива; 4 – ресничная мышца; 5 – связки; 6 – хрусталик; 7 – передняя камера; 8 – связки; 9 – стекловидное тело; 10 – сетчатка; 11 – оптический диск; 12 – центральная ямка; 13 – зрительный нерв

На сетчатке, которую в конце концов достигает свет, находится *оптический диск*, к которому сходятся нервные волокна. Там же расположена *центральная ямка*, которая является местом наилучшего зрения.

Интересно рассмотреть свойства зрительного анализатора некоторых животных, которые в процессе эволюции приобрели специфические черты. К таким животным можно отнести лошадь.

Глазное яблоко лошади асимметрично (рис. 22.7); роговица расположена вблизи верхнего участка глаза; сетчатка сдвинута относительно оптической оси глаза. Ресничные мышцы играют незначительную роль в изменении радиуса кривизны хрусталика.

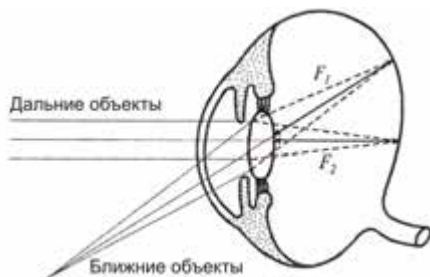


Рис. 22.7. Асимметричная форма глазного яблока лошади

Способность лошади фокусировать зрительный анализатор на объекты, расположенные на различных расстояниях, достигается простым наклоном головы. С каждым изменением головы лошади изменяется фокусное расстояние – от 40 до 45 мм. Еще одной особенностью зрительного анализатора лошади является форма зрачка – у молодых лошадей она круглая, а после 5–6 лет форма зрачка приближается к эллипсоидальной.

### 22.1.5. Механизмы зрения млекопитающих

Световой поток, попадающий в глаз, претерпевает преломление на роговице ( $n = 1,376$ ;  $r = 7,8$  мм). После этого имеет место преломление при переходе из роговицы в переднюю камеру ( $n = 1,336$ ). Дальнейшее преломление происходит в хрусталике, показатель преломления которого постепенно возрастает от 1,386 до 1,406 в направлении его ядра. За хрусталиком следует внутренняя камера глаза ( $n = 1,336$ ). Таким образом, структура глаза содержит четыре сферических границы раздела сред с разными показателями преломления (рис. 22.8). Сетчатка млекопитающих состоит из пяти типов клеток – фоторецепторных, биполярных, горизонтальных, амакриновых и ганглиозных (рис. 22.9). Фоторецепторные клетки (палочки и колбочки) находятся в контакте с биполярными клетками,

способными осуществить связь с ганглиозными клетками. Последние передают потенциал действия мозгу. Горизонтальные клетки соединяют по горизонтали фоторецепторные и ганглиозные клетки; амакриновые соединяют по горизонтали биполярные и ганглиозные клетки.

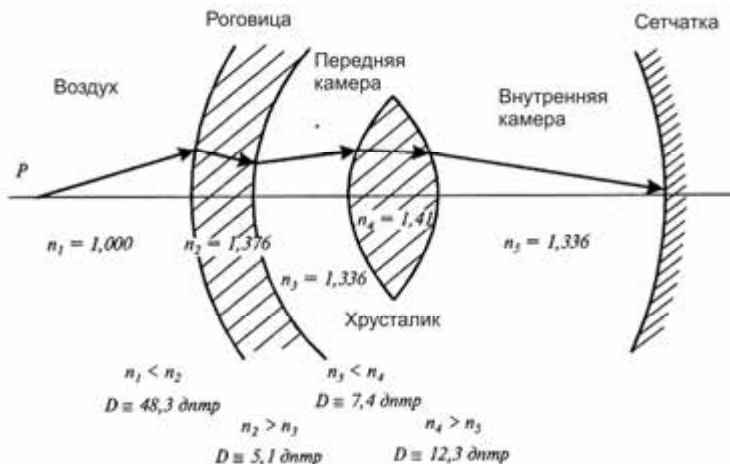


Рис. 22.8. Преломляющая способность глаза

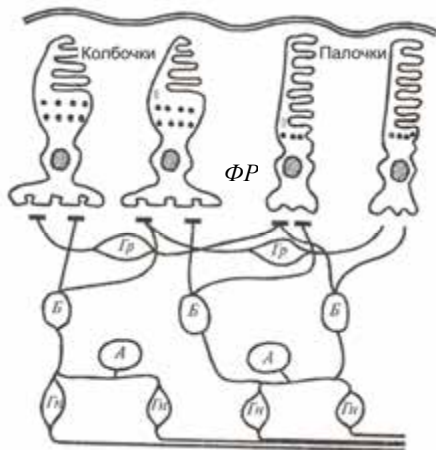


Рис. 22.9. Основные типы клеток сетчатки:  $\Phi P$  – фоторецепторные; Б – биполярные;  $Гр$  – горизонтальные; А – амакриновые; Гн – ганглиозные

Фоторецепторные клетки содержат зрительные пигменты – родопсин в палочках и йодопсин в колбочках. Максимальная световая

чувствительность родопсина приходится на 510 нм в сине-зеленой области спектра. В результате освещения родопсин принимает участие в последовательности химических реакций, известных как родопсиновый цикл. Поглощение родопсином кванта света приводит к его химическому разложению на более простые компоненты; заканчивается родопсиновый цикл обратной рекомбинацией простых компонентов в родопсин. Все эти процессы сопровождаются появлением рецепторного потенциала. Таким образом, зрение представляет собой сложную цепь инициирования светом фотохимических реакций в зрительных пигментах, преобразований молекул фотопигментов, изменений проницаемости мембраны фоторецептора, образования электрического потенциала в фоторецепторной мембране и передачи электрического импульса от зрительного нерва мозгу.

✓ *Для любознательных*

Птицы-хищники, такие как орлы, соколы, ястребы имеют зрение в 8 раз более острое, чем у человека. Беркут (*Aquila chrysaetos*) способен увидеть зайца на расстоянии 1,6 км.

**П.П. ЛАЗАРЕВ (1878–1942)**

Российский физик, биофизик, геофизик. Основатель и директор Института физики и биофизики Наркомздрава. Имел научные труды в области физиологии, молекулярной физики, фотохимии.

В 1931г. был репрессирован.



## 23. ПРИКЛАДНАЯ ОПТИКА

### 23.1. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ СОЛНЕЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Приборы, предназначенные для измерения природных излучений, называются *радиометрами*. Сенсоры радиометров могут быть разделены на два типа: тепловые и квантовые детекторы.

#### 23.1.1. Тепловые детекторы

В основе действия сенсоров этого типа лежит поглощение излучения и его преобразование в тепловую энергию такой формы, которую можно измерять. К основным типам тепловых детекторов можно отнести *калориметры*, в которых регистрируются изменения температуры материала детектора; *термопары* и *термобатареи*, в которых регистрируется электродвижущая сила (напряжение) в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты которых имеют разную температуру; *болометры*, принцип действия которых заключается в регистрации зависимости сопротивления проводника, полупроводника или сверхпроводника от температуры; *пирозлектрические детекторы*, в основе которых лежит использование зависимости поляризации пироактивного кристалла от изменения его температуры при его облучении; ток, проходящий через кристалл, регистрируется.

Радиометры с тепловыми детекторами классифицируются как:

- *пиргелиометры* – приборы для измерения прямого солнечного излучения при условии нормального падения;
- *пиранометры* – приборы для измерения солнечного излучения, поступающего с полусферы (угол зрения  $2\pi$  ср);
- *пиргеометры* – приборы для измерения нисходящего (атмосферного) или восходящего (земной поверхности) длинноволнового излучения в границах полусферы;
- *пиррадиометры* – приборы для измерения суммарного излучения (коротко- и длинноволнового), проходящего через горизонтальную плоскость.

Рассмотрим принцип действия пиргелиометра. Прибор состоит из металлического цилиндра, на дне которого расположен детектор (калориметр), системы диафрагм для попадания на детектор только прямого солнечного излучения и металлических заслонок. Калориметр оборудован ванной, по которой циркулирует жидкость. Измерение температуры жидкости на входе и выходе ванны позволяет оценить скорость теплового потока и, таким образом,

поглощенную солнечную энергию. Внешний вид пиргелиометра приведен на рис. 23.1.

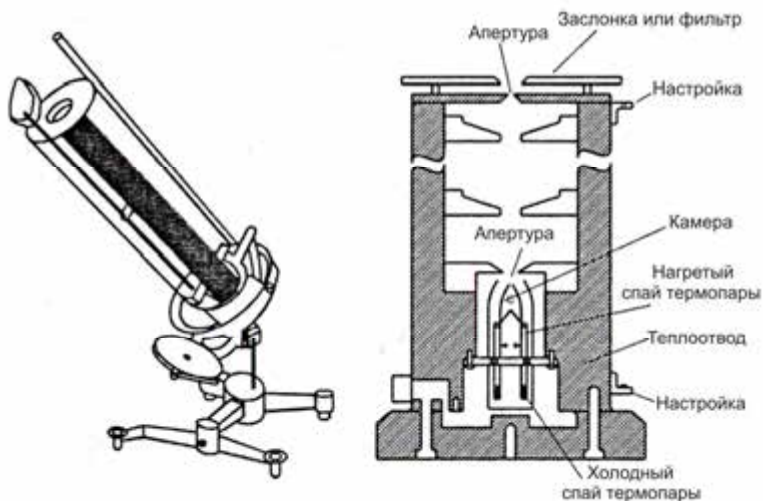


Рис. 23.1. Внешний вид пиргелиометра

Для измерения солнечного излучения, попадающего на горизонтальную поверхность с полусферы в пределах угла  $2\pi$  стерadian, используют *пиранометры*. Принцип действия пиранометра поясняется на рис. 23.2. Основным элементом прибора является звездообразный детектор, оборудованный чувствительными элементами – покрашенными в черный и белый цвет термопарами. Черные поверхности поверхности поглощают солнечное излучение более интенсивно, чем белые. Контроль теплообмена между черными и белыми секторами детектора дает возможность оценить солнечное излучение. Прибор оснащен двумя стеклянными или кварцевыми полусферами для избежания влияния конвекции (которая летом может быть существенной), а также для

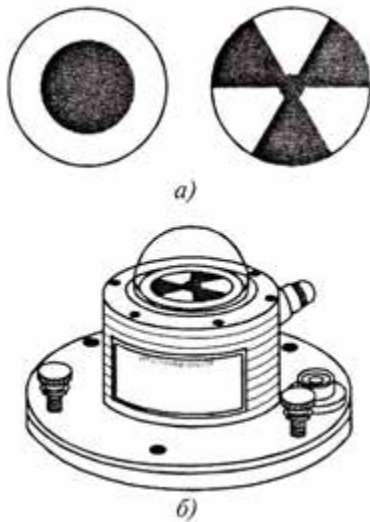


Рис. 23.2. Принцип действия пиранометра

фильтрации излучения.

Для измерения альбедо (доли суммарного излучения, отражаемого природной поверхностью) необходимо использовать два пиранометра – один направлен вверх и измеряет суммарное излучение, тогда как другой направлен к земной поверхности для измерения отраженного излучения. Такая система называется *альбедометром* (или *балансометром*). Детектор этого прибора содержит термобатарею. Во избежание влияния росы и ветра предусмотрено обдувание детектора воздушным потоком с помощью вентилятора. Обычно альбедометры располагают на высоте 1–2 м над земной поверхностью.

### 23.1.2. Квантовые детекторы

Действие сенсоров основывается на поглощении энергии фотона, освобождении электронов и образовании электрического тока. Конечным параметром, который регистрируется, может быть напряжение, изменение скорости испускания электронов или проводимость сенсора. В зависимости от этого радиометры с квантовыми детекторами делятся на *фотогальванические детекторы*, в которых регистрируется напряжение, возникающее на фотоэлементе под влиянием внешнего излучения; *фотоизлучательные детекторы*, принцип действия которых заключается в преобразовании энергии оптического излучения в электрическую вследствие внешнего (*фотоэлектронные умножители*) или внутреннего (*фотодиоды*) фотоэффекта; *фотопроводящие детекторы*, которые используют анализ зависимости электропроводимости материала детектора от потока излучения, попадающего на этот материал.

## 23.2. ИЗМЕРЕНИЕ ЦВЕТА ПРОДУКТОВ

### 23.2.1. Параметры цвета

*Цвет* – это психофизическое свойство света, связанное со зрительным ощущением. Цвет зависит от оптического излучения, падающего на продукт, и дифференцированного отражения этого излучения на определенных длинах волн. Для точной качественной характеристики цвета используют три его субъективных параметра: цветовой тон, насыщенность и яркость (светлота).

*Цветовой тон* человек воспринимает как оттенок цвета, который ассоциируется с окраской объекта определенным типом пигмента, краски, красителя. Он зависит от доминирующей длины

волны оптического излучения, которое отражается от продукта. В качестве примера можно привести красный тон помидора или фиолетовый тон баклажана.

*Насыщенность* характеризует “цветную яркость”, то-есть степень, уровень или силу отражения цветного тона. Розовый цвет является одного тона с красным, но эти два цвета отличаются уровнем насыщенности.

*Яркость (светлоту)* связывают с наличием белого или черного пигмента или с освещенностью. Этот параметр определяется как отношение светового потока, выходящего из элемента поверхности, к площади этого элемента.

### **23.2.2. Колориметрия**

Цвет является важным параметром качества продукта. Ориентируясь на цвет, покупатель принимает решение в отношении свежести или зрелости продукта, который он покупает. Появление на хлебо-булочных продуктах зелено-голубой плесени, изменение цвета мяса, фруктов и овощей являются тревожными сигналами для потребителя, свидетельствующими о бактериальном загрязнении продуктов. Для исключения субъективных факторов при оценке цвета продуктов целесообразно использовать инструментальные методы оценивания цвета. Методы измерения и количественного выявления цвета и цветовых отличий составляют суть *колориметрии*.

### **23.2.3. Спектрофотометр с $0^0/45^0$ геометрией**

Прибор предполагает освещение образца излучением, падающим нормально, под углом  $0^0$ , на поверхность образца, и регистрацию отраженного от этой поверхности излучения под углом  $45^0$  (рис. 23.3). Такая геометрия прибора позволяет избежать влияния зеркально отраженного излучения, которое направлено противоположно излучению, падающему на образец. Именно так человек, оценивающий продукт, вращает его с тем, чтобы избежать попадания в глаза зеркально отраженного света.

### **23.2.4. Колориметр со сферической геометрией**

Основная проблема, возникающая во время измерения цвета продуктов, связана с неоднородностью их поверхности. Во избежание этого целесообразно использовать колориметри со сферической геометрией. Образец размещают внутри сферы, внутренняя сторона которой покрыта белым веществом, которое диффузно отражает свет. Кроме того, сфера оборудована заслонками,

предотвращающими попадание прямого излучения на образец и детектор. Расположение детектора под углом около  $8^\circ$  относительно вертикальной оси позволяет избежать влияния зеркально отраженного излучения. Схема колориметра со сферической геометрией приведена на рис. 23.4.

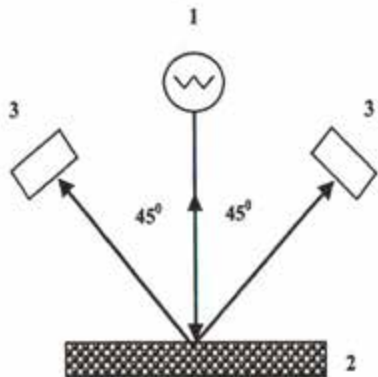


Рис. 23.3. Спектрофотометр с  $0^\circ/45^\circ$  геометрией: 1 – источник света; 2 – образец; 3 – детекторы

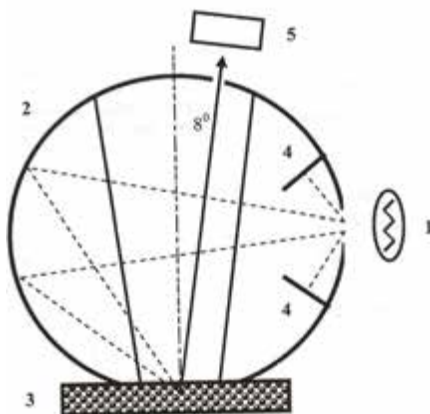


Рис. 23.4. Схема колориметра со сферической геометрией: 1 – источник света; 2 – сфера, внутренняя поверхность которой покрыта белым веществом; 3 – образец; 4 – заслонки; 5 – детектор

### 23.2.5. Использование колориметрических методов

Методы колориметрии дают возможность оценивать цвет вареного мяса лангустов, крабов, лосося и сырой мякоти лосося, форели, тунца. Известно, что приобретение коричневой или черной окраски сухими кальмарами является признаком ухудшения их качества. Важным признаком является цвет кожи рыбы – представители океанского лосося существенно изменяют свой внешний вид по мере приближения к месту нереста. Использование источников видимого излучения и фильтров позволяет осуществить быстрое и неразрушающее определение наличия кровяных пятен и механических повреждений на теле свежей и соленой рыбы на конвейере.

Красный цвет лосося в консервных банках является привлекательным признаком качества. На протяжении многих лет рыбная промышленность стоит перед проблемой необходимости выбраковки бледных по цвету образцов рыбы. Было доказано, что отражательные свойства мяса рыбы в видимой области спектра

отличаются для разных видов лососевых – нерки (*Oncorhynchus nerka*) и кижуча (*Oncorhynchus kisutch*), причем наблюдается корреляция между цветом сырого и обработанного для консервирования мяса рыбы. В качестве индексов окраски были выбраны значения коэффициентов отражения при 650 нм (красный цвет) и 510 нм (зеленый цвет), которые оценивали сравнительно с отражением стандарта – пластины MgO.

Колориметр, предназначенный для полуавтоматической сортировки рыбы (рис. 23.3), состоит из источника света 1, свет с выхода которого поступает через инфракрасный фильтр 2 и модулятор 3 в один из трех каналов трехзвенного фиброскопа 4 для освещения образца

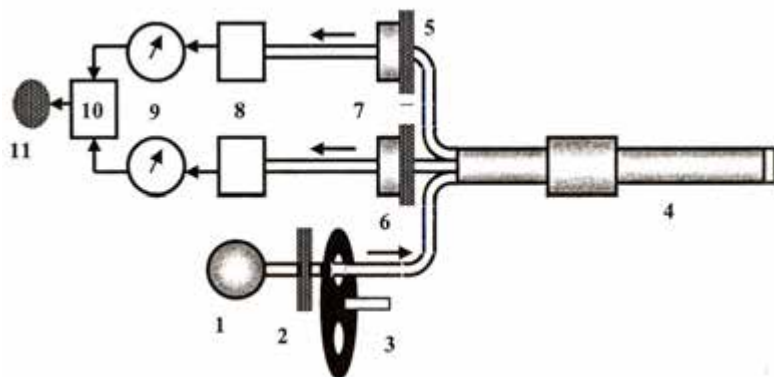


Рис. 23.3. Колориметр, предназначенный для полуавтоматической сортировки рыбы (пояснения в тексте)

рыбы путем прямого контакта. Отраженное излучение поступает на два других канала через оптические фильтры 5 (650 нм) и 6 (510 нм) на входы фотоприемников 7, сигналы с которых подаются на усилители 8, измерители 9 и дифференциальный измеритель 10, который оценивает соотношение сигналов на двух длинах волн. В зависимости от величины этого соотношения, которое определяется тем, бледно- или ярко-красный цвет имеет образец, индикатор 11 дает световой сигнал. Такую систему сортировки обслуживают два оператора; скорость сортировки составляет 60 рыб за минуту.

### 23.3. КОСМИЧЕСКИЙ ТЕЛЕСКОП «ХАББЛ»

Космический телескоп «Хаббл» (англ. Hubble Space Telescope) – автоматическая обсерватория на орбите вокруг Земли, названная в честь Эдвина Хаббла. Телескоп «Хаббл» — совместный проект НАСА и Европейского космического агентства.

Шаттл «Дискавери» STS-31 вывел 25 апреля 1990 года телескоп «Хаббл» на расчётную орбиту.

Благодаря отсутствию влияния атмосферы, разрешающая способность телескопа в 7–10 раз больше, чем у аналогичного телескопа, расположенного на Земле



Рис. 23.4. Вид «Хаббла» с борта космического корабля «Атлантис»

За время работы на околоземной орбите «Хаббл» получил 1 млн изображений 22 тыс. небесных объектов – звёзд, туманностей, галактик, планет. К наиболее значимым наблюдениям можно отнести измерения расстояний до цефеид в Скоплении Девы; предоставление высококачественных изображений столкновения кометы Шумейкеров – Леви 9 с Юпитером в 1994 году; получение карты поверхности Плутона и Эриды; наблюдение ультрафиолетовых полярных сияний на Сатурне, Юпитере и Ганимеде; получение данных о планетах вне солнечной системы; частичное подтверждение теории о сверхмассивных чёрных дырах в центрах галактик; выдвижение на основе наблюдений гипотезы, связывающей массу чёрных дыр и свойства галактики; получение современной космологической модели, представляющей собой Вселенную, расширяющуюся с ускорением, заполненную тёмной энергией; уточнение возраста Вселенной – 13,7 млрд лет.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Назвать параметры оптического излучения.
2. Что такое энергетические и световые величины?
3. Охарактеризовать солнечную постоянную.
4. Какие характеристики оптического излучения влияют на животное?
5. Назвать фотобиологические реакции растительных систем.
6. Как влияет ультрафиолетовое излучение на живые организмы?
7. Охарактеризовать особенности зрительного анализатора у насекомых.
8. Изобразить и назвать основные элементы зрительного анализатора млекопитающих.
9. Дать характеристику отличительных особенностей зрительного анализатора лошади.
10. Дать характеристику отличительных особенностей зрительного анализатора рыб.
11. Какие функции гребешка в зрительном анализаторе птиц?
12. Назвать основные фоторецепторные клетки и зрительные пигменты.
13. Назвать основные приборы для измерения природных излучений.
14. Какими параметрами характеризуется цвет?
15. В чем заключается принцип колориметрии?

## 24. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

В разделе 20.4 была сформулирована основная концепция квантовой теории. Данный раздел посвящен *квантовой механике* – теории, которая устанавливает способ описания и законы движения микрочастиц – атомов, молекул, атомных ядер и т.д.

### 24.1. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ

Экспериментальными исследованиями доказано, что в некоторых явлениях (интерференция, дифракция, поляризация) свет ведет себя как электромагнитная волна, тогда как в других (фотоэффект, эффект Комптона) свет характеризуется корпускулярными (от лат. *corpusculum* – частица) свойствами. В этом заключается суть *корпускулярно-волнового дуализма* (от лат. *dualis* – двойной).

### 24.2. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ

Нам трудно понять, что микрочастицы, окружающие нас, могут быть рассмотрены одновременно как частицы и волны. Однако, микрочастицы способны проявлять волновые свойства. Первые шаги в понимании корпускулярно-волнового дуализма микрочастиц были сделаны Луи де Бройлем в 1923 году. Кроме того, он установил, что поскольку фотоны демонстрируют свойства и волн, и частиц, любые формы вещества также имеют свойства и волн, и частиц. Рассмотрим основные моменты теории Л. де Бройля, за которую он получил в 1929 г. Нобелевскую премию.

Фотон характеризуется энергией:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (24.1)$$

и импульсом:

$$p = \frac{E}{c}. \quad (24.2)$$

Комбинируя два последних выражения, можно определить импульс фотона:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda}, \quad (24.3)$$

откуда можно получить выражение для длины *волны де Бройля*:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}. \quad (24.4)$$

Следует отметить, что длина волны де Бройля обратно пропорциональна массе частицы и ее скорости; для частицы массой 1 г, которая движется со скоростью 1 м/с, длина волны составляет  $6,62 \cdot 10^{-31}$  м, то-есть лежит за пределами наблюдений. Однако, для таких частиц как фотоны, электроны, протоны, атомы и др. эта теория допустима.

Концепцию волны де Бройля можно применить к электрону, двигающемуся по круговой орбите вокруг ядра. По длине орбиты электрона укладывается целое число волн (рис. 24.1):

$$n\lambda = 2\pi r, \quad (24.5)$$

где  $n$  – целое число;  $r$  – радиус орбиты.

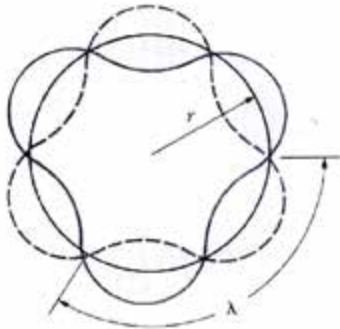


Рис. 24.1. Все возможные состояния электрона как совокупность стоячих волн, каждая из которых имеет свою длину, скорость и энергию

С учетом уравнения (24.4) последнее выражение можно привести к виду:

$$mvr = nh/2\pi, \quad (24.6)$$

где  $mvr$  – момент импульса электрона.

Таким образом, квантовая механика допускает, что момент импульса микрочастицы квантованый, то-есть его величина может принимать только дискретные значения, отвечающие  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля было получено в 1927 году

Девиссоном и Джермером, которые ускорили пучок электронов в электрическом поле и направили его на кристалл никеля. Энергия электронов составила около 54 эВ, что соответствует длине волны около 20 нм.

Было доказано, что электроны дифрагируют так, как дифрагировали бы волны, длина которых определяется по формуле (24.4).



### Луи де БРОЙЛЬ (1892–1987)

Французский физик-теоретик, один из основателей квантовой механики. Выдвинул идею относительно волновых свойств материи (1924 г.). Лауреат Нобелевской премии по физике 1929 года.

#### Пример

Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося со скоростью  $10^7$  м/с.

#### Решение

Подставим числовые данные в уравнение (24.4):

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(10^7 \text{ м/с})} = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

#### Контрольное задание

Определить длину волны де Бройля для камня массой 100 г, брошенного со скоростью 20 м/с.

Ответ:  $3,3 \cdot 10^{-34}$  м.

### 24.3. ЭЛЕКТРОННЫЙ МИКРОСКОП

*Электронный микроскоп* – это прибор, предназначенный для наблюдения и фотографирования увеличенного во много раз изображения объектов, в котором вместо световых лучей (как в оптическом микроскопе) используют пучки электронов, ускоренных до больших энергий (30–100 кэВ) в условиях глубокого вакуума. Целесообразность создания электронного микроскопа стала очевидной после выдвижения де Бройлем своей гипотезы. Увеличение электронного микроскопа достигает  $10^6$ . Важным свойством прибора является его высокая разрешающая способность: благодаря высоким значениям энергии длина волны в соответствии с уравнением (24.1) становится очень малой – в 100 раз меньше, чем длины волн, используемые в оптическом микроскопе. Таким образом, с помощью электронного микроскопа можно

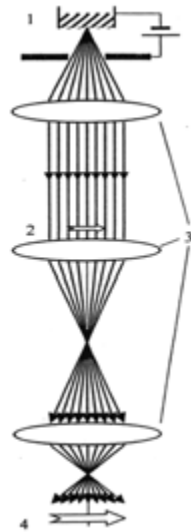


Рис. 24.2.

**Схема электронного микроскопа:**  
1 – источник электронов;  
2 – объект; 3 – магнитные линзы;  
4 – изображение

наблюдать детали объектов в 100 раз меньше. Образец для электронной микроскопии готовят в виде тонкого слоя толщиной в несколько десятков нанометров с тем, чтобы избежать влияния поглощения или рассеивания электронов. Электронный пучок фокусируется благодаря магнитным линзам – системам катушек из изолированного проводника, расположенных в металлических оболочках, которые имеют кольцевую щель для усиления и концентрации магнитного поля (рис. 24.2). Совокупность этих линз дает возможность получить изображение объекта на экране с нанесенным флуоресцирующим покрытием.

#### 24.4. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

*Соотношение неопределенностей* – это фундаментальные положения квантовой механики, сформулированные В. Гейзенбергом в 1927 г., в соответствии с которыми принципиально невозможно одновременно измерить положение частицы и ее импульс с любой наперед заданной точностью. Иначе говоря, если измерение положения частицы было осуществлено с точностью  $\Delta x$ , а одновременное измерение импульса частицы – с точностью  $\Delta p$ , то произведение двух неопределенностей никогда не может быть меньшим величины порядка постоянной Планка  $\hbar$ :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar, \quad (24.7)$$

где  $\hbar = h/2\pi$ .

То-есть, если неопределенность  $\Delta x$  мала, неопределенность  $\Delta p$  велика и наоборот.

Соотношение неопределенностей можно записать для энергии и времени:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (24.8)$$

где  $\Delta E$  – неопределенность значения энергии системы;  $\Delta t$  – неопределенность времени (продолжительности процесса измерения).

Рассмотрим в качестве примера движение электронов через узкую щель. До прохождения через щель электроны движутся параллельным потоком, который характеризуется неопределенностями импульса  $\Delta p = 0$  и координаты  $\Delta x \rightarrow \infty$ . В момент прохождения электронов через щель неопределенность импульса увеличивается за счет дифракции электронов на щели, тогда как неопределенность координаты  $\Delta x$  ограничивается шириной щели.



### Вернер ГЕЙЗЕНБЕРГ (1901–1976)

Немецкий физик-теоретик, один из основателей квантовой механики. Сформулировал соотношение неопределенностей (1927 г.). Лауреат Нобелевской премии по физике 1932 года.

#### Пример

Скорость электрона, составляющая  $5 \cdot 10^3$  м/с, измерили с точностью 0,003 %. Найти неопределенность положения этого электрона.

#### Решение

Импульс электрона равен:

$$p = mv = (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(5 \cdot 10^3 \text{ м/с}) = 4,56 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Неопределенность импульса по условию задачи составляет:

$$\Delta p = 0,00003p = (0,00003)(4,56 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}) = 1,37 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Находим неопределенность положения электрона:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi\Delta p} = (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}) / (2\pi \cdot 1,37 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot \text{м/с}) = 0,77 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,77 \text{ мм}.$$

## 24.5. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ

Луи де Бройль утверждал, что все формы вещества характеризуются волновыми свойствами. Таким образом, есть определенное сходство между поведением света и вещества. Величина, которая полностью описывает состояние микрочастицы и вообще любой квантовой системы, называется *волновой функцией*. Эта функция  $\Psi$  носит вероятностный характер: она зависит от положения частицы, то-есть от ее координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , и времени  $t$  и вообще записывается в виде  $\Psi(x, y, z, t)$ . Квадрат модуля волновой функции  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$  определяет вероятность нахождения частицы в точке с координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в момент времени  $t$ .

## 24.6. СТАЦИОНАРНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Волны де Бройля описывают поведение частицы только в случае свободного движения. Для частицы, двигающейся со скоростью  $v$  под действием силы, обусловленной потенциалом  $U$ , волновая функция определяется дифференциальным уравнением, которое получило название *стационарного уравнения Шредингера*:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi. \quad (24.9)$$

Это уравнение является важным соотношением квантовой механики. Функции  $\psi$ , удовлетворяющие уравнению Шредингера при данном значении  $U$ , называются *собственными функциями*. Для квантовых систем, движение которых происходит в ограниченном пространстве, решения уравнения Шредингера существуют лишь для определенных дискретных значений энергии; каждому значению энергии отвечает своя собственная функция.

### Эрвин ШРЕДИНГЕР (1887–1961)

Австрийский физик-теоретик, один из основоположников квантовой механики. Разработал волновую механику (1926 г.), сформулировал ее основное уравнение (уравнение Шредингера). Лауреат Нобелевской премии (вместе с П. Дираком) 1933 года.



## 24.7. ЛИНЕЙНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Рассмотрим в качестве примера возможного использования стационарного уравнения Шредингера линейный гармонический осциллятор – систему, осуществляющую одномерное движение под влиянием упругой силы.

Пусть частица массой  $m$  принимает участие в колебаниях под влиянием упругой силы  $F = -kx$ , где  $x$  – отклонение частицы от состояния равновесия. Потенциальную энергию такой системы можно определить с помощью выражения (5.12) как:

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}, \quad (24.10)$$

где  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  – угловая частота колебаний;  $k$  – жесткость пружины.

Классическая механика определяет полную энергию такой системы (см. уравнение (5.13)), как  $E = \frac{mA^2\omega^2}{2}$ ; амплитуда малых колебаний классического осциллятора определяется его полной энергией, которая в точках  $\pm x_{max}$  равна потенциальной энергии. Следовательно, за границы области  $(-x_{max}, +x_{max})$  классический осциллятор выйти не может.

Запишем уравнение Шредингера для такого осциллятора:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\left[\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right) - \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 x^2\right] \Psi. \quad (24.11)$$

Решение этого уравнения следует искать в виде:

$$\psi = B e^{-Cx^2}, \quad (24.12)$$

где  $C = \frac{m\omega}{2\hbar}$  и  $E = \frac{\hbar\omega}{2}$ .

Волновая функция для основного состояния имеет вид:

$$\psi = B e^{-(m\omega/2\hbar)x^2}. \quad (24.13)$$

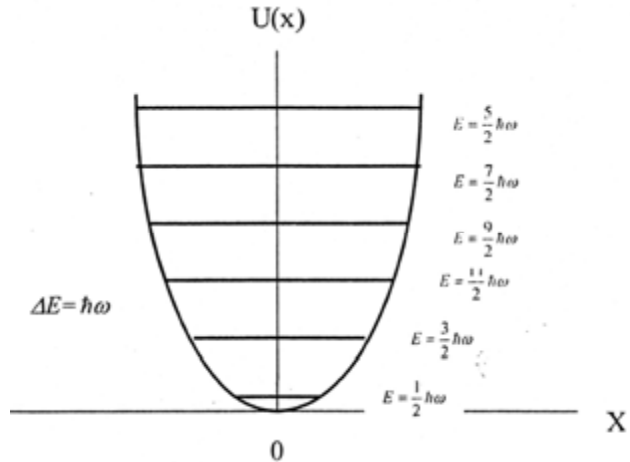
Энергия возбужденных состояний описывается выражением:

$$E = (n + 1/2) \hbar\omega, \quad (24.14)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Таким образом, квантовомеханический подход к линейному осциллятору подтверждает, что его энергия имеет дискретные уровни энергии. Энергия основного состояния (так называемая *энергия нулевых колебаний*) системы равна  $\frac{\hbar\omega}{2}$ ; разница энергий между уровнями составляет  $\Delta E = \hbar\omega$  (рис. 24.3).

Рис. 24.3.  
**Дискретные уровни энергии линейного осциллятора:**  
 энергия основного состояния (так называемая энергия нулевых колебаний) системы равна  $\frac{\hbar\omega}{2}$ ; разница энергий между уровнями составляет  $E = \hbar\omega$





### О.С. ДАВЫДОВ (1912–1993)

Украинский физик-теоретик. Разработал теорию неаксиальных ядер, модель коллективных возбуждений, теорию экситонов в молекулярных кристаллах. Автор монографий “Квантовая механика” (1963), “Теория молекулярных экситонов” (1968), “Биология и квантовая механика” (1979), “Теория твердого тела” (1980), “Солитоны в молекулярных системах” (1984), в которых полнота и высокий уровень сочетаются с простотой изложения и доступностью.

## 24.8. СКАНИРУЮЩИЙ ТУННЕЛЬНЫЙ МИКРОСКОП

Принцип действия сканирующего туннельного микроскопа поясняется на рис. 24.4. Проводник, имеющий заостренную форму, расположен поблизости анализируемой поверхности. Благодаря притяжению со стороны положительных ионов электрон на поверхности имеет меньшую общую энергию, чем электрон в свободном пространстве между поверхностью и проводником. То же самое можно сказать в отношении электрона на заостренном конце проводника. В соответствии с законами классической механики, электроны неспособны передвигаться между поверхностью и заостренным концом, поскольку им не хватает энергии, необходимой для выхода из материала. Но квантовая механика приводит к принципиально новому выводу относительно возможности прохождения частиц через потенциальный барьер; это явление получило название “туннельного эффекта”. Для того, чтобы покинуть поверхность, энергия электрона должна быть равной ( $U - E$ ), где  $U$  – высота потенциального барьера, отвечающего разности потенциальных энергий, которые имел электрон вне и внутри материала поверхности;  $E$  – кинетическая энергия электрона. Итак, работа выхода электрона равна ( $U - E$ ). Вероятность туннельного прохождения частицы определяется коэффициентом пропускания  $T$ :

$$T \approx e^{-2KL}, \quad (24.15)$$

где коэффициент  $K$  определяется выражением:

$$K = \frac{\sqrt{2m(U - E)}}{\hbar}, \quad (24.16)$$

где  $m$  – масса частицы;  $\hbar$  – постоянная Планка;  $L$  – ширина потенциального барьера.

Для типичных значений  $(U - E) = 4,0$  эВ длина туннелирования  $\delta = 1/T$  составляет около 10 нм (или  $10^{-10}$  м).

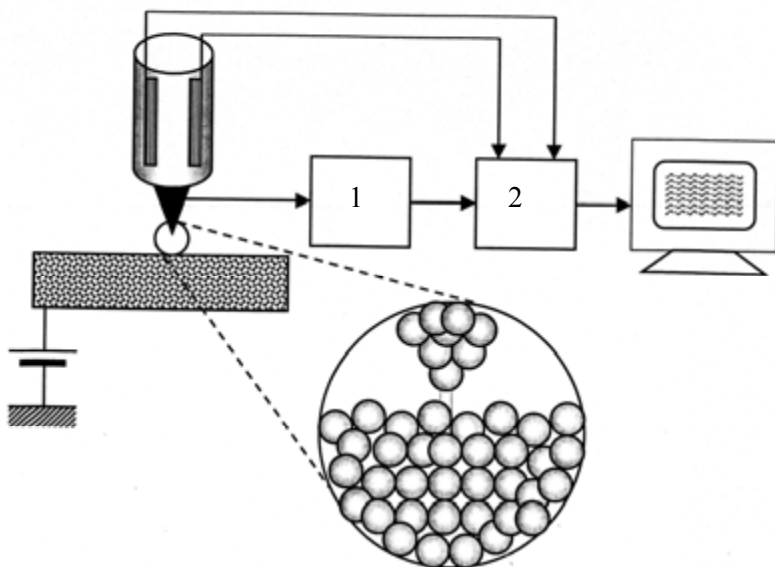


Рис. 24.4. Принцип действия сканирующего туннельного микроскопа: 1 – источник тока; 2 – блок соединения пьезопреобразователей с дисплеем.

Процесс построения микроскопических изображений происходит таким образом. Между анализируемой поверхностью и заостренным концом (зондом) пропускают электрический ток, чувствительный к расстоянию  $L$ . Во время сканирования зонда относительно рельефа поверхности происходит преобразование его механического перемещения в электрический сигнал с помощью пьезоэлектрических преобразователей; такая система дает возможность построить трехмерное изображение поверхности с высокой разрешающей способностью (около 0,2 нм).

### Пример

Электрон с кинетической энергией 30 эВ проходит через потенциальный барьер высотой 40 эВ. Определить вероятность туннельного перехода электрона через барьер шириной 1 нм.

### Решение

Энергия электрона, необходимая для того, чтобы покинуть поверхность, равна:  $(U - E) = 40$  эВ  $- 30$  эВ = 10 эВ =  $1,6 \cdot 10^{-18}$  Дж.

Используя уравнение (24.16), определим величину  $2KL$ :

$$2KL = \frac{\sqrt{2(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж})}}{1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} (1 \cdot 10^{-9} \text{ м}) = 32,4.$$

Таким образом, вероятность туннельного перехода электрона через барьер составляет:

$$T \approx e^{-2KL} = e^{-32,4} = 8,49 \cdot 10^{-15}.$$

### Контрольное задание

Определить вероятность туннельного перехода электрона с кинетической энергией 30 эВ, который проходит через потенциальный барьер высотой 40 эВ и шириной 0,1 нм.

*Ответ:* 0,0392.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что изучает квантовая механика?
2. В чем заключается суть корпускулярно-волнового дуализма?
3. Пояснить основные моменты теории Луи де Бройля.
4. В чем заключается опыт Девиссона и Джермера?
5. Пояснить принцип действия электронного микроскопа.
6. Сформулировать соотношение неопределенностей Гейзенберга.
7. Что характеризует волновая функция?
8. Записать стационарное уравнение Шредингера.
9. Пояснить принцип действия сканирующего туннельного микроскопа. В чем состоят его преимущества?

## 25. ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ

Раздел физики, изучающий строение и свойства атомов и элементарные процессы, которые происходят на атомном уровне, называется *атомной физикой*.

Атомная физика применяет основные положения квантовой механики к реальному миру атомной структуры, в частности, к атому как квантовой системе, изучает уровни энергии атомов, возможные переходы между этими уровнями, возбуждение атомов и их поведение во внешних полях.

### 25.1. МОДЕЛИ АТОМА

В историческом плане атом представлялся неделимой частицей вещества во взглядах древних ученых (Левкипп, Демокрит, Эпикур). В начале XIX столетия атом рассматривали как мельчайшую частицу химического элемента. В 1902 году Д. Томсон предложил модель атома, получившую название “пудинг со сливами”, – атом представляет собой сплошную сферу, заряженную положительно, которая содержит внутри электроны (рис. 25.1). Заряд сферы равен общему заряду электронов.

Японский физик-теоретик Хантаро Нагаока предположил в 1904 году, что структура атома состоит из положительно заряженного ядра, вокруг которого вращается кольцо из электронов (рис. 25.2). Такая модель напоминает планету Сатурн с концентрическими кольцами вокруг планеты.

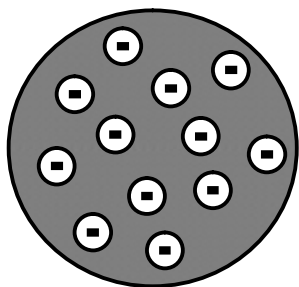


Рис. 25.1. Модель атома по Д. Томсону

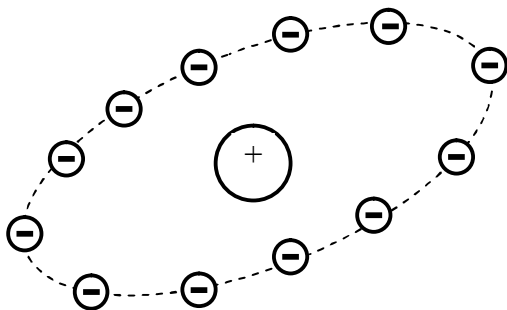


Рис. 25.2. Модель атома по Х. Нагаоке

В 1911 г. Э. Резерфорд провел опыт, который доказал некорректность модели атома Томсона. Схема опыта Резерфорда представлена на рис. 25.3. Пучок положительно заряженных  $\alpha$ -частиц

направляли на тонкую металлическую фольгу и анализировали характер рассеивания частиц. Выводы были удивительными: большинство  $\alpha$ -частиц проходили через фольгу как через пустое место.

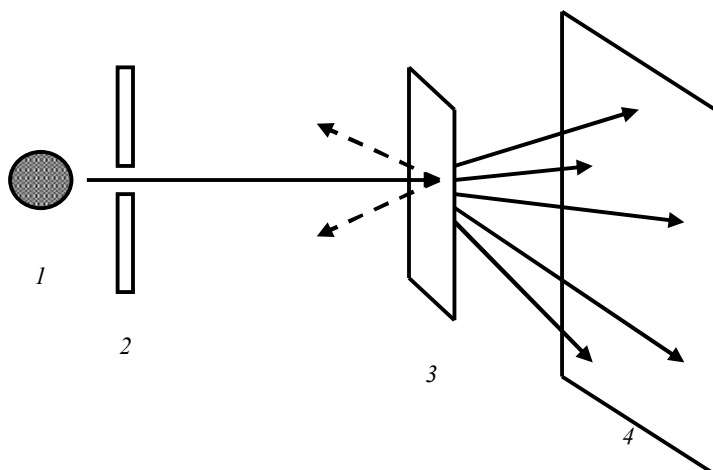


Рис. 25.3. Схема опыта Резерфорда: пучок положительно заряженных  $\alpha$ -частиц направляли на тонкую металлическую фольгу и анализировали характер рассеивания частиц: 1 – источник частиц; 2 – диафрагма; 3 – фольга; 4 – экран.

Многие  $\alpha$ -частицы отклонялись незначительно от начальной прямолинейной траектории, хотя имелись частицы, которые резко отклонялись на большие углы. Некоторые частицы (примерно одна из 20000 частиц) изменяли направление движения на противоположное. Резерфорд вспоминал: “Для меня это было самое невероятное событие в моей жизни. Эту невероятность можно было сравнить с пулей, которую выстрелили в бумагу, а она возвратилась и поразила вас”. Такое поведение  $\alpha$ -частиц нельзя было пояснить моделью Томсона, в соответствии с которой атом представлял собой нейтральную сферу. Такую сферу  $\alpha$ -частицы должны были пробивать, поскольку они двигались с большой скоростью. Резерфорд предположил, что положительный заряд сконцентрирован в области, достаточно малой по сравнению с размерами атома, причем в ней сконцентрирована почти вся масса атома. Он назвал эту область *ядром* атома. То-есть, модель атома Резерфорда напоминает солнечную планетарную систему (именно поэтому она получила название *планетарной*) – вся масса атома сконцентрирована в малом по размерам положительно заряженном ядре, а все электроны, принадлежащие атому, двигаются по орбитам вокруг ядра. Число

электронов в атоме равно атомному номеру  $Z$  элемента, а заряд атома равен  $Ze$ , где  $e$  – заряд электрона. Электроны связаны с ядром благодаря кулоновскому притяжению.



### Эрнст РЕЗЕРФОРД (1871–1937)

Английский физик, который сформулировал планетарную модель строения атома (1911 г.). Открыл альфа- и бета-лучи и установил их природу. Один из основателей теории радиоактивности. Лауреат Нобелевской премии 1908 года.

К недостаткам модели Резерфорда следует отнести то, что по законам классической электродинамики движение электрона как заряженной частицы сопровождается электромагнитным излучением и соответствующими потерями энергии, вследствие чего электрон должен в конце концов упасть на ядро (рис.25.4). Но это не подтверждалось экспериментально. Кроме того, модель Резерфорда не способна была пояснить, почему атом излучает определенные характерные частоты, а не другие. Действительно, если атом излучает свет, частота излучения фиксирована и зависит от типа атома (рис. 25.5). Но благодаря изменению размеров атома во время излучения частота излучения должна постепенно изменяться так же, как и спектр излучения (рис. 25.6).

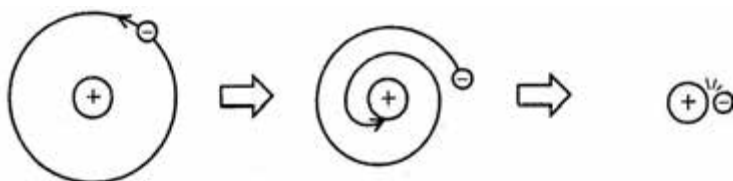


Рис. 25.4. Движение электрона как заряженной частицы сопровождается электромагнитным излучением и соответствующими потерями энергии, вследствие чего электрон должен в конце концов упасть на ядро

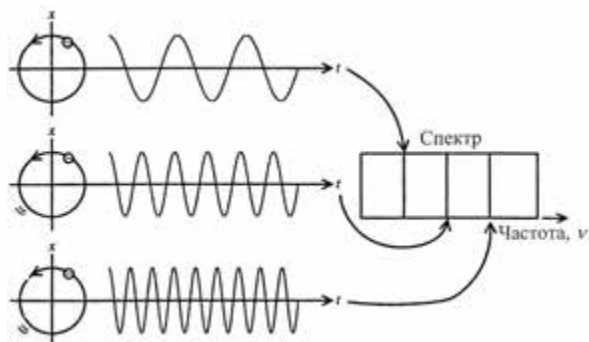


Рис. 25.5. Излучение атомом определенных характерных частот в зависимости от типа атома

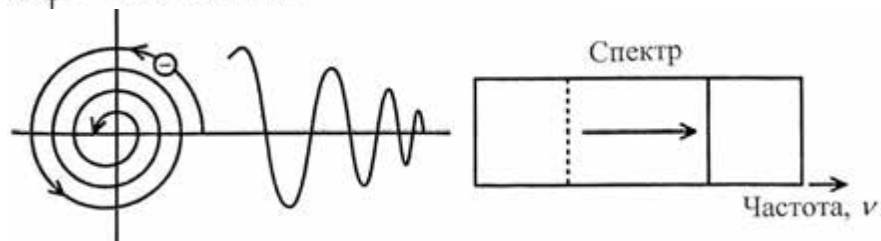


Рис. 25.6. Постепенное изменение частоты излучения вследствие изменения размеров атома во время излучения согласно классической теории

Дальнейший вклад в развитие взглядов относительно строения атома внес Н. Бор, который применил идею квантования энергии к теории строения атома и предложил модель атома водорода.

## 25.2. АТОМ ВОДОРОДА

Атом водорода состоит из одного электрона и одного протона. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода равна:

$$E_k = m\nu^2/2 = p^2/2m, \quad (25.1)$$

где  $m$  – масса электрона;  $\nu$  – скорость его движения;  $p$  – импульс электрона.

Потенциальная энергия атома водорода определяется по формуле:

$$U(r) = -k \frac{e^2}{r}, \quad (25.2)$$

где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  – кулоновская постоянная ( $k = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ );  $r$  – расстояние электрона от ядра.

Методы квантовой механики позволяют получить точную характеристику состояний электрона в атоме водорода. В соответствии с законами квантовой механики энергии разрешенных состояний атома водорода определяются как:

$$E_n = - \left( \frac{ke^2}{2a_0} \right) \frac{1}{n^2} = - 13,6/n^2 \text{ эВ}, \quad (25.3)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  – целое число, определяющее возможные уровни энергии и называемое *главным квантовым числом*;  $a_0$  – радиус Бора ( $a_0 = 0,0529$  нм) – радиус ближайшей к ядру орбиты электрона.

Рассмотрение атома водорода в трехмерном пространстве вызывает необходимость введения трех квантовых чисел для каждого стационарного состояния, которые бы соответствовали трем степеням свободы электрона. Рассмотрим эти квантовые числа.

*Главное квантовое число  $n$*  определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать целочисленные значения  $n = 1, 2, 3, \dots$

*Орбитальное квантовое число  $l$*  определяет момент импульса электрона в атоме и может принимать  $n$  разрешенных значений от 0 до  $n - 1$ . Из решений уравнения Шредингера вытекает, что орбитальный момент импульса электрона может принимать лишь дискретные значения, определяемые по формуле:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad (25.4)$$

где  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ .

*Орбитальное магнитное квантовое число  $m_l$*  определяет проекцию момента импульса электрона на заданное направление  $z$  и может принимать  $2l+1$  разрешенных значений. Квантовая механика предлагает разрешенные значения проекции момента импульса таким выражением:

$$L_z = m_l \hbar, \quad (25.5)$$

где  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ .

Собственный момент импульса электрона, имеющий квантовую природу и не связанный с движением электрона как целого, называется *спином* (от англ. *spin* – вращаться). Спину электрона соответствует собственный *магнитный момент*. Таким образом, возникает необходимость введения четвертого квантового числа для каждого состояния, которое назвали *спиновым магнитным квантовым числом  $m_s$* . Числовое значение спина электрона можно найти по формуле:

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, \quad (25.6)$$

где  $s$  – *спиновое квантовое число*, величина которого равна  $1/2$ .

Проекция  $S_z$  спинового момента импульса на направление поля определяется как:

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar . \quad (25.7)$$

Спиновый магнитный момент электрона связан со спиновым моментом импульса соотношением:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} . \quad (25.8)$$

Поскольку  $S_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$ , проекция спинового магнитного момента на направление  $z$  может принимать значения:

$$\mu_{sz} = \pm \frac{e}{2m} \hbar . \quad (25.9)$$

Величина  $\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar$  называется *магнетон Бора* ( $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$  Дж/Тл).

Все эти квантовые числа для атома водорода сведены в табл. 25.1.

#### 25.1 – Квантовые числа для атома водорода

Квантовое число	Название	Разрешенные значения	Число разрешенных значений
$n$	Главное квантовое число	1,2,3,...	Любое число
$l$	Орбитальное квантовое число	0,1,2,..., $n - 1$	$N$
$m_l$	Орбитальное магнитное квантовое число	$-l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$	$2l + 1$
$m_s$	Спиновое магнитное квантовое число	$-1/2, +1/2$	2

Для обозначения состояний  $n=1,2,3,\dots$  используют буквы  $K, L, M, \dots$ , а состояний  $l = 0,1,2,\dots, n - 1$  – буквы  $s, p, d, f, g, h, \dots$ . Например, состояние  $2s$  характеризуется квантовыми числами  $n = 2$  и  $l = 0$ , а состояние  $3p$  – квантовыми числами  $n = 3$  и  $l = 1$ .



### Нильс БОР (1885–1962)

Датский физик, один из основателей современной физики. Разработал теорию атома, предложил постулаты Бора. Лауреат Нобелевской премии по физике 1922 года.

#### Пример

Определить квантовые числа, характеризующие возможные состояния атома водорода с главным квантовым числом  $n = 2$ .

#### Решение

Основные квантовые числа атома водорода для  $n = 2$  такие:

$n$	$l$	$m_l$	$m_s$	Под-оболочка	Оболочка	Количество электронов в подоболочке
2	0	0	$\frac{1}{2}$	2s	L	2
2	0	0	$-\frac{1}{2}$			
2	1	1	$\frac{1}{2}$	2p	L	6
2	1	1	$-\frac{1}{2}$			
2	1	0	$\frac{1}{2}$			
2	1	0	$-\frac{1}{2}$			
2	1	-1	$\frac{1}{2}$			
2	1	-1	$-\frac{1}{2}$			

### 25.3. ПРИНЦИП ПАУЛИ

Из предыдущего раздела стало известно, что состояние атома водорода характеризуется четырьмя квантовыми числами. Эти четыре числа можно использовать для описания всех электронных состояний независимо от числа электронов в атомной структуре. Возникает вопрос – сколько электронов может иметь тот же самый набор квантовых чисел? Ответ на этот вопрос был предложен В. Паули в 1925 году в виде квантово-механического закона, называемого принципом Паули (принципом исключения): *в любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в двух одинаковых стационарных состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел – главного  $n$ , орбитального  $l$ , орбитального магнитного  $m_l$  и спинового магнитного  $m_s$ .*

В табл. 25.2 приведены разрешенные квантовые состояния для атома до  $n = 3$ . Направления стрелок соответствует:  $\uparrow - m_s \hbar = \frac{1}{2}$ , а  $\downarrow - m_s \hbar = -\frac{1}{2}$ .

25.2 – Разрешенные квантовые состояния для атома до  $n = 3$

$n$	1	2					3							
$l$	0	0	1			0	1			2				
$m_l$	0	0	1	0	-1	0	1	0	-1	2	1	0	-1	-2
$m_s$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$

Так, атом водорода имеет один электрон, который в основном состоянии описывается такими квантовыми числами:  $1;0;0;1/2$  или  $1;0;0;-1/2$ . Электронная конфигурация атома обозначается как  $1s^1$ . Символ  $1s$  соответствует состоянию, для которого  $n = 1$  и  $l = 0$ ; индекс сверху свидетельствует, что только один электрон находится на этом уровне.



### Вольфганг ПАУЛИ (1900–1958)

Швейцарский физик-теоретик, один из основателей квантовой механики и релятивистской квантовой теории поля. Сформулировал принцип, названный его именем (1925 г.). Лауреат Нобелевской премии по физике 1945 года.

## 25.4. НАНОТЕХНОЛОГИЯ И НАНОМЕДИЦИНА

В научной и популярной литературе последних лет, а также в Интернете можно найти сведения относительно *нанотехнологии* – технологии объектов, размеры которых находятся в нанометрической шкале (0,1–100 нм), то-есть в пределах размеров нескольких атомов или небольших молекул. Подразделом этого направления является *наномедицина*, которая изучает медицинские применения нанотехнологии. Префикс “нано” происходит от греческого слова *нанос* (карлик), что означает  $10^{-9}$  чего-нибудь. Оставляя за читателем право оценивать правдоподобие выдвинутых апологетами наномедицины идей, приведем их основную суть.



### **Ричард Филип ФЕЙНМАН (1918–1988)**

Американский физик-теоретик, один из основателей квантовой электродинамики. Ему принадлежит первое упоминание относительно методов, которые позднее назовут нанотехнологией (1959). Он допустил, что возможно отдельно, механически перемещать атомы с помощью манипулятора соответствующих размеров. Лауреат Нобелевской премии по физике 1965 года.

### **Норио ТАНИГУТИ (1912–1999)**

Японский ученый. Впервые использовал в 1974 году термин “нанотехнология”, которым назвал производство изделий размерами порядка нанометров. Был пионером применения высокоэнергетических лучей (электронных, ионных, лазерных) для обработки материалов со сверхвысокой точностью.



Средствами наномедицины могут быть нанороботы, миниатюрные двигатели, манипуляторы, сенсоры, микрокомпьютеры, которые внедряются в человеческий организм, переносят молекулы важных веществ в клетки и из клеток, манипулируют микроскопическими объектами и выполняют команды врача.

Классическим гипотетическим нанороботом является *респироцит*, описанный впервые в 1998 г. Робертом Фрейтасом (Robert A. Freitas Jr.) и представляющий собой искусственную красную кровяную клетку (Рис. 25.7). Выполнен этот респироцит из 18 миллиардов атомов углерода, который имеет кристаллическую решетку алмаза, образующую сферическую оболочку робота диаметром около 1 мкм. Такой материал обеспечивает высокую прочность и химическую инертность наноробота.

Респироцит способен нагнетать внутрь 9 миллиардов молекул кислорода и двуокиси углерода. Эти газы образуют внутреннее давление около 1000 атмосфер. Поверхность респироцита покрыта 29160 молекулярными помпами, которые могут накачивать и выпускать газы. Кроме того, респироцит оборудован

микросенсорами, предназначенными для определения концентрации кислорода  $O_2$  и двуокиси углерода  $CO_2$ , а также для подачи сигналов, управляющих через микрокомпьютер деятельностью помп. Если респироцит с потоком крови переносится в капилляры легких, где давление  $O_2$  превышает давление  $CO_2$ , компьютер дает команду помпам накачивать в резервуар  $O_2$  и выпускать  $CO_2$ . Если респироцит оказывается в тканях, где кислорода мало, управляющая система исполняет противоположную процедуру. Следует отметить, что эффективность респироцитов в отношении накопления и транспортировки газов в 200 раз выше по сравнению с их природными аналогами – красными кровяными клетками. Связь респироцита с врачом осуществляется с помощью микросенсоров, реагирующих на акустические сигналы, которые может подавать врач с помощью ультразвукового устройства с целью изменения поведения респироцитов.

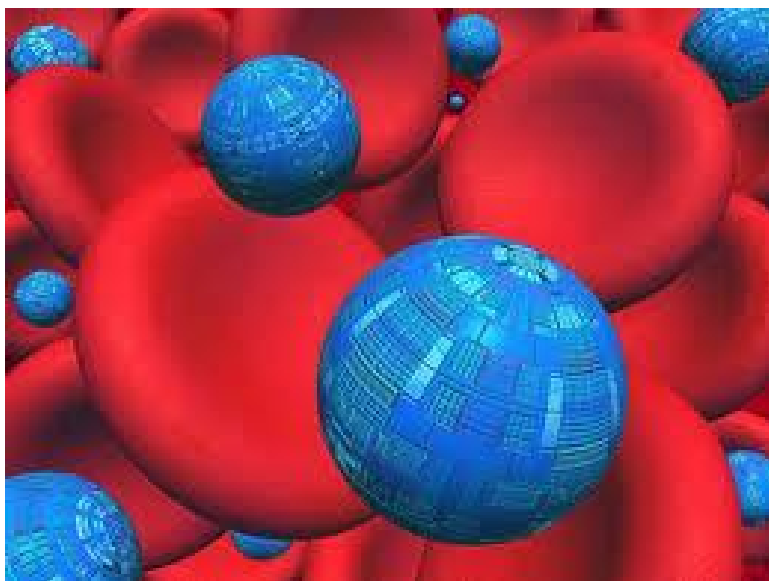
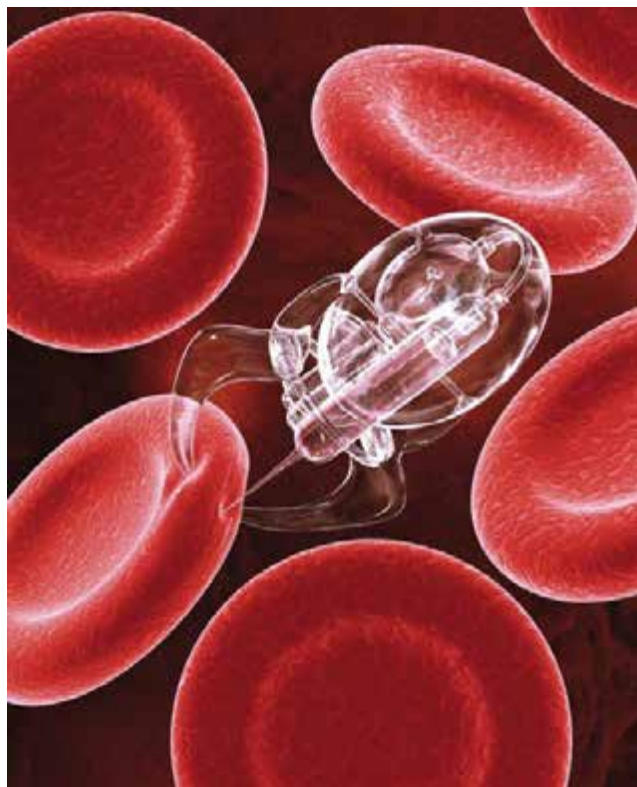


Рис. 25.7. Респироциты среди красных кровяных телец

Нанороботы сопоставимы по размерам (менее 10 нм) с молекулами, способны перемещаться, обрабатывать, передавать информацию и исполнять заданные программы (Рис. 25.8).



**Рис. 25.8. Нанороботы среди эритроцитов**

Нанороботы могут быть использованы для борьбы с различными заболеваниями, транспортировки лекарств в необходимые участки организма, изучения молекулярной структуры биологических объектов, проведения разнообразных операций и манипуляций с тканями и сосудами, уничтожения токсичных и патогенных веществ.

## 26. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЛАЗЕРОВ

### 26.1. ЛАЗЕР И ПРИНЦИП ЕГО ДЕЙСТВИЯ

*Принцип действия лазера.* Устройство, которое генерирует когерентные электромагнитные волны за счет стимулированного испускания света активной средой, содержащейся в оптическом резонаторе, называется *лазером*. Принцип действия лазера поясняется английской фразой «*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*»; *LASER*, таким образом, является аббревиатурой словосочетания на английском языке, означающего «усиление света за счет стимулированного излучения».

В 1913 г. датский физик Н. Бор ввел два допущения для пояснения устойчивости атома и спектральных закономерностей, которые получили название *постулатов Бора*. Согласно им существуют стационарные состояния атома, которые соответствуют ряду разрешенных значений  $E_i$  ( $i=1,2,3\dots$ ) его энергий. Изменение этой энергии связано с квантовым (скачкообразным) переходом с одного стационарного состояния в другое; условие частот электромагнитного излучения во время квантового перехода атома из состояния с энергией  $E_i$  в состояние с энергией  $E_j$  имеет вид:

$$E_i - E_j = h\nu. \quad (26.1)$$

Рассмотрим двухуровневую энергетическую структуру атома. Уровень  $E_0$  называется *основным*, тогда как уровень  $E_1$  – *возбужденным*. Атомы находятся в возбужденном состоянии около  $10^{-8}$  с, после чего оставляют уровень  $E_1$ . Система возбужденных атомов также будет переходить на основной уровень с излучением фотонов; однако, процесс этот хаотический и все излучаемые фотоны отличаются своими направлениями и фазами (рис. 26.1). Такое излучение неупорядоченных (некогерентных) фотонов называется *спонтанным*.

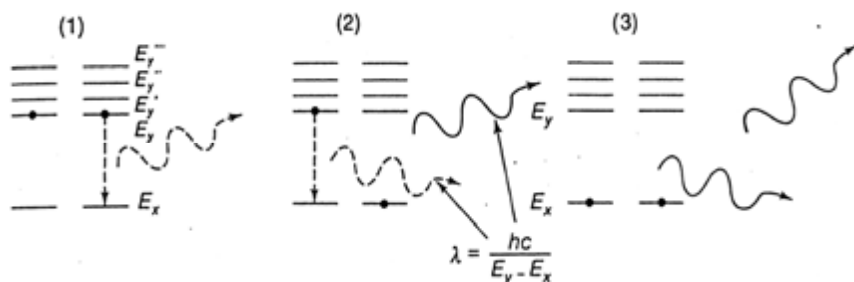


Рис. 26.1. Спонтанное излучение фотонов атомами, которые находятся в возбужденном состоянии (пояснения в тексте)

Если атом пребывает в возбужденном состоянии  $E_1$  и на него действует внешний фотон с энергией  $h\nu = E_1 - E_0$ , то фотон будет стимулировать переход атома с уровня  $E_1$  на уровень  $E_0$  с излучением нового фотона с такой же энергией  $h\nu$ . Причем, направления распространения и фазы обоих фотонов одинаковы, то-есть они – когерентны (рис. 26.2). Такое излучение называется *стимулированным*. Результатом стимулированного излучения является увеличение количества фотонов, то-есть усиление света.

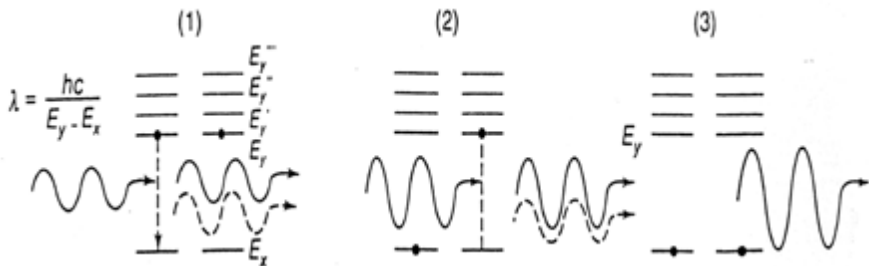


Рис. 26.2. Стимулированное излучение фотонов атомами, находящимися в возбужденном состоянии (пояснения в тексте)

*Строение лазера.* Лазер состоит из трех основных компонентов – активной среды, источника накачки и оптического резонатора (рис. 26.3). *Активными средами* могут быть кристаллические или стеклообразные материалы, жидкие среды, газы или смеси газов, полупроводники. *Источниками оптической накачки* могут быть потоки сфокусированного света, электрические разряды, пучки электронов и т.д. *Оптический резонатор* – это устройство, в котором могут возбуждаться стоячие или бегущие волны оптического диапазона. Состоит оптический резонатор, как правило, из двух зеркал.

*Инверсия населенности.* Для того, чтобы излучение имело преобладание над поглощением, следует обеспечить так называемую *инверсию населенности* – увеличение количества возбужденных атомов по сравнению с теми, которые находятся в основном состоянии. Для реализации инверсии населенности осуществляют *оптическую накачку*. Если обычно количество атомов в основном состоянии превышает количество возбужденных атомов (рис.26.4,*а*), то под влиянием накачки ситуация изменяется (рис. 26.4,*б*).

*Формирование лазерного луча.* После того, как в результате накачки в активной среде реализуется инверсия населенности, возбужденные

атомы переходят в основное состояние, что сопровождается излучением фотонов. Фотоны, распространяющиеся параллельно продольной оси оптического резонатора, претерпевают многократное отражение от зеркал; во время прохождения через активную среду они становятся источником стимулированного излучения. Фотоны, распространяющиеся под углом к оси оптического резонатора, покидают его. Многократные акты стимулированного излучения способствуют генерации оптического излучения. Длина волны лазерного излучения определяется структурой энергетических уровней активной среды лазера и наличием среди них долгоживущих уровней.

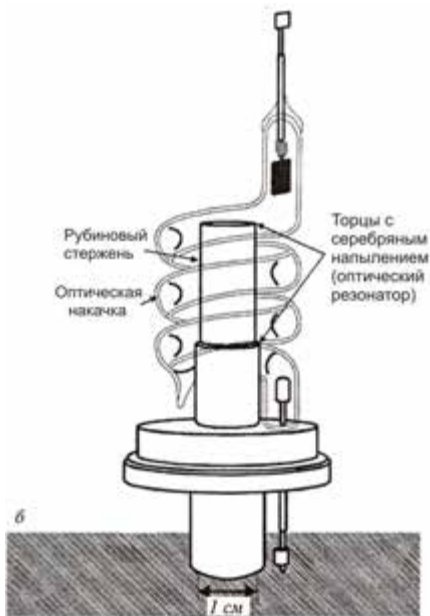


Рис. 26.3. Лазер:

*а* – строение лазера

*б* – внешний вид первого лазера на рубине

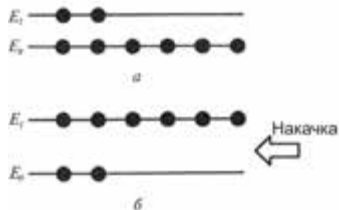


Рис. 26.4. Инверсия

**населенности:** *а* – населенность уровней в обычном состоянии; *б* – неравновесное состояние вещества под влиянием накачки

Рассмотрим движение трех фотонов, образованных вследствие спонтанных процессов (рис. 26.5). Фотон 1 покидает оптический резонатор; фотон 2 отражается от зеркала  $D_2$  и тоже исчезает. Фотон 3, распространяющийся параллельно продольной оси лазера, отражается от зеркала  $D_2$ , движется в противоположном направлении и взаимодействует с частицей  $A$ , находящейся в возбужденном состоянии под влиянием накачки. Эта частица участвует в стимулированном излучении. Таким образом, следствием взаимодействия фотона 3 с частицей  $A$  будет появление двух когерентных фотонов 4 и 5, которые после отражения от зеркала  $D_1$  взаимодействуют с возбужденными частицами  $B$  и  $C$ , вследствие чего далее распространяются четыре когерентных фотона: 6, 7, 8 и 9.

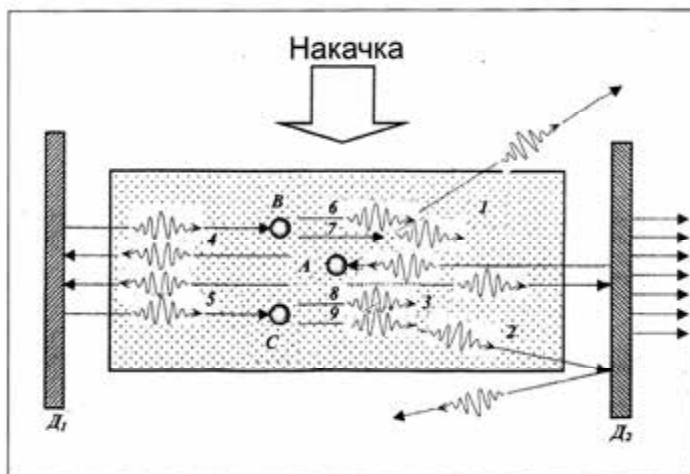


Рис. 26.5. Процессы, происходящие в активной среде лазера под влиянием накачки (пояснения в тексте)



### **Чарлз Хард ТАУНС (род. 1915 г.)**

Американский физик, один из основателей квантовой электроники. Создал первый квантовый генератор – мазер (1954 г.). Обосновал вместе с А.Л. Шавловым возможность создания лазера. Лауреат Нобелевской премии по физике 1964 года.

Итак, в конце концов, после многократного взаимодействия фотонов,двигающихся вдоль активного вещества, с возбужденными за счет накачки частицами возникает поток когерентных фотонов, которые проникают через частично прозрачное зеркало  $D_2$  и формируют лазерный луч.

### **Н.Г. БАСОВ (1922–2001)**

Российский физик, один из основоположников квантовой электроники. Открыл принцип генерации и усиления излучения квантовыми генераторами. Лауреат Нобелевской премии по физике 1964 года.



### **А.М. ПРОХОРОВ (1916–2002)**

Российский физик, один из основоположников квантовой электроники. Открыл принцип генерации и усиления излучения квантовыми генераторами. Лауреат Нобелевской премии по физике 1964 года.

Таким образом, для реализации действия лазера следует выполнить такие условия: 1 – обеспечить инверсию населенности; 2 – возбужденное состояние системы должно быть *метастабильным*, время жизни которого существенно больше по сравнению с обычными короткоживущими возбужденными состояниями; именно поэтому

стимулированное излучение превышает спонтанное излучение; 3 – излучаемые фотоны должны быть ограничены достаточно протяженной системой двух зеркал (оптическим резонатором) для реализации процесса стимулирования этими фотонами других возбужденных атомов.

## 26.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Лазерному излучению присущи такие характеристики:

- *Интенсивность излучения* – полный поток энергии излучения, проходящий за единицу времени через единичную площадь в направлении нормали к ней и рассчитанный на единицу телесного угла. Высокая интенсивность лазерного излучения связана со способностью лазера концентрировать световую энергию в пространстве. Так, интервал интенсивности современных мощных лазеров составляет  $10^6$ – $10^{10}$  Вт/см<sup>2</sup>.

- *Монохроматичность* – способность лазера излучать на одной определенной и постоянной частоте. Ширина лазерной линии может составлять 0,1–1 нм, то-есть монохроматичность составляет  $\Delta\nu/\nu = 10^{-12}$ – $10^{-13}$ .

- *Когерентность* – согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов, которое проявляется при их наложении. С когерентностью связана высокая направленность лазерного излучения. Это свойство лазерного излучения объясняется тем, что в формировании луча принимают участие лишь те фотоны, которые двигаются вдоль оси лазера. Направленность лазерного излучения характеризуется распространением его в пределах телесного угла – угла расходимости.

- *Расходимость лазерного излучения*. Лазерный луч характеризуется гауссовым распределением профиля интенсивности в поперечном сечении. Радиус луча  $\omega$  определяется как расстояние в поперечном направлении от оси луча до точки, в которой интенсивность уменьшается до  $1/e^2$  величины, которую она имела на оси (рис. 26.6).

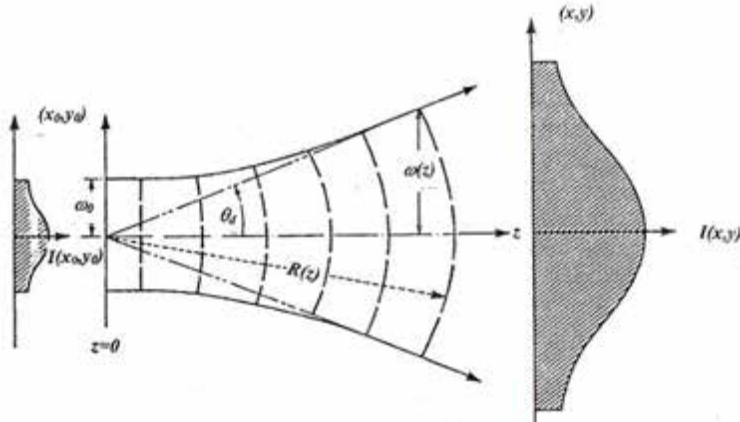


Рис. 26.6. Гауссово распределение профиля интенсивности в поперечном сечении лазерного луча: радиус луча  $\omega$  определяется как расстояние в поперечном направлении от оси луча до точки, в которой интенсивность уменьшается до  $1/e^2$  величины, которую она имела на оси

Размер поперечника луча  $\omega(z)$  на расстоянии  $z$  от наиболее узкого сечения луча определяется выражением:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (\lambda z / \pi \omega_0^2)^2}, \quad (26.2)$$

где  $\omega_0$  – радиус самой узкой части луча;  $\lambda$  – длина волны.

Луч расходится с расстоянием; угол  $\theta$  расходимости луча определяется выражением:

$$\theta = \omega(z)/z = \lambda / \pi \omega_0. \quad (26.3)$$

Для газовых лазеров  $\theta \approx 10'$ ; для твердотельных –  $\theta \approx 10' - 40'$ ; для полупроводниковых –  $\theta \approx 30^0$ .

### Пример

Рассчитать диаметр неколлимированного лазерного луча диаметром 1 мм на поверхности перистых облаков, высота которых составляет 10 км, если расходимость лазерного луча равна  $10^{-3}$  радиан.

### Решение

Подставим в уравнение (26.2) числовые данные:

$$\begin{aligned} \omega(z) &= \omega_0 \sqrt{1 + (\lambda z / \pi \omega_0^2)^2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \left[ 1 + (633 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 10^4 \text{ м}) / (3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2) \right]^{1/2} = \\ &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \left[ 1 + 6,33 \cdot 10^{-3} / 78,5 \cdot 10^{-8} \right]^{1/2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 90 = 450 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,45 \text{ м}. \end{aligned}$$

### Контрольное задание

Расходимость лазерного луча может быть существенно меньшей при использовании *коллиматора*, который представляет собой две последовательно расположенные линзы с фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$ , причем фокусы обеих линз

находятся в одной точке. Диаметр коллимированного луча определяется выражением:  $D_q = (f_2 / f_1) D_i$ , где  $D_0$  – диаметр неколлимированного луча. Основным следствием коллимирования лазерного луча является уменьшение расходимости до уровня  $\theta_0 = (f_1 / f_2) \theta_i = (D_1 / D_2) \theta_i$ .

Рассчитать диаметр неколлимированного лазерного луча диаметром 1 мм на поверхности Луны (расстояние до которой от Земли составляет  $L = 384400$  км). Расходимость лазерного луча равна  $10^{-3}$  радиан.

*Импульсный режим работы.* Лазеры последних поколений способны генерировать ультракороткие импульсы, продолжительность которых достигает сотен фемтосекунд (1 фемтосекунда равна  $10^{-15}$  с). С помощью таких приборов можно исследовать быстротекущие процессы.

*Плавная перестройка частоты.* Некоторые типы лазеров имеют возможность плавно перестраивать частоту в широком спектральном диапазоне. Среди лазеров, частота которых плавно перестраивается, следует отметить лазеры с переворачиванием спина, параметрический генератор света, волноводный лазер высокого давления, лазеры на красителях, полупроводниковые лазеры, эксимерные лазеры. Разработка лазеров с перестраиваемой частотой с целью расширения диапазона частот, перекрываемого лазерами, является одной из важнейших задач современной спектроскопии.



Рис. 26.7. Газоразрядная трубка волноводного лазера высокого давления (фото автора)

Характеристики основных типов лазеров приведены в табл. 26.1.

26.1 – Основные типы лазеров

Тип лазера	Длина волны	Активная среда	Мощность
He:Сd	325,0 нм; 442,0 нм	Газовый	50–150 мВт
Ar	488,0 нм; 514,5 нм	Газовый	20 Вт
Kr	413,1 нм; 530,9 нм; 647,1 нм	Газовый	5 Вт
Лазеры на красителях	400–1000 нм	Жидкие красители	2 Вт
He:Ne	632,8 нм	Газовый	50 мВт
GaAlAs	750–900 нм	Полупроводниковый	100 мВт
Nd:YAG	1,06 мкм	Твердотельный	600 Вт
HF	2,6–3,0 мкм	Химический	150 Вт
CO <sub>2</sub>	10,6 мкм	Газовый	100 Вт

### 26.3. ФОКУСИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Процедура фокусирования лазерного излучения используется во время микроопераций на клеточном уровне. Если пропустить лазерный луч через линзу диаметром  $D$  и с фокусным расстоянием  $f$ , то диаметр сфокусированного луча будет равным  $2\omega_0$ . Соотношения между диаметром  $2\omega$  несфокусированного и диаметром  $2\omega_0$  сфокусированного лазерных лучей имеет вид:

$$2\omega = D = (2/\pi)(\lambda f / \omega_0). \quad (26.4)$$

Отсюда

$$\omega_0 = \lambda f / (\pi \omega) = (2/\pi)(\lambda f / D). \quad (26.5)$$

Из теории дифракции известно, что интенсивность в центре фокального пятна равна:

$$I_0 = P \left( \frac{\pi D^2}{4 \lambda^2 f^2} \right) \sim \left( \frac{D}{\lambda f} \right)^2 P, \quad (26.6)$$

где  $P$  – мощность лазерного излучения.

Сфокусированное лазерное излучение может использоваться для селективного действия на отдельные органеллы растительной клетки, размеры которых одного порядка с длиной световой волны.

#### Пример

Оценить интенсивность излучения гелий-неонового лазера ( $\lambda = 632,8$  нм;  $P = 1$  мВт), которая создается на сетчатке (фокусное расстояние  $f = 22,4$  мм) во время фокусирования этого излучения кристалликом глаза. Сравнить полученную интенсивность с интенсивностью солнечного излучения, которая равна  $7 \cdot 10^3$  Вт·м<sup>-2</sup>.

### Решение

Если допустить типичные для глаза значения  $D = 1$  мм,  $f = 1,5$  см, то на основе выражения (26.5) можно получить:

$$I = \left( \frac{10^{-3} \cdot \text{м}}{632,8 \cdot 10^{-9} \cdot \text{м} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot \text{м}} \right)^2 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} = 10^7 \text{ Вт/м}^2.$$

## 26.4. ПРИМЕНЕНИЕ ЛАЗЕРОВ

### 26.4.1. Использование лазеров в медицине

Обычное оптическое излучение (Солнца или лампы) состоит из многих световых волн, распространяющихся в различных направлениях без особых фазовых соотношений между отдельными волнами. Лазерное излучение характеризуется такими свойствами как высокая интенсивность, монохроматичность и когерентность, которые обуславливают высокую пространственную направленность лазерного излучения. Именно поэтому лазерный луч имеет большую плотность фотонов, чем монохроматический и сколлимированный луч обычной лампы.

В зависимости от характеристик каждый лазер находит применение в той или иной области медицины. Так, Nd:YAG-лазер отличается глубоким проникновением в ткань и используется для нагревания, коагуляции ткани, разрушающего действия на злокачественные опухоли. Аргонный лазер нашел свое применение в офтальмологии, поскольку длина волны его излучения находится в синезеленой области спектра, хорошо пропускается и фокусируется глазом, и используется для действия на сетчатку. Длина волны излучения полупроводникового AlGaAs-лазера находится в области “терапевтического окна” и именно поэтому этот лазер применяют для неинвазивного мониторинга глюкозы в крови больных диабетом. Высокая мощность и способность генерировать инфракрасное излучение обусловило широкое применение CO<sub>2</sub>-лазера в хирургии. Лазеры на красителях и свободных электронах в состоянии плавно перестраивать частоту генерации в широких границах, что существенно с точки зрения спектроскопических исследований. Ультрафиолетовое излучение эксимерных лазеров способно разрушать молекулярные связи и именно поэтому нашло свое применение в офтальмологических операциях.

### 26.4.2. Лазерная диагностика

*Лазерная флуоресцентная спектроскопия* основывается на облучении исследуемого вещества, возбуждении молекул этого

вещества и переизлучении света в виде флуоресценции – оптического излучения с большей длиной волны. Анализ характера спектров флуоресценции и временного поведения излучения флуоресценции предоставляет ценную информацию относительно состояния биомедицинских объектов. Примерами использования лазерных флуоресцентных методов в медицине является диагностика злокачественных опухолей на ранних стадиях, выявление кровяных бляшек, определение концентрации глюкозы в крови у больных диабетом.

*Опτικο-акустическая спектроскопия* биомедицинских объектов предусматривает облучение объекта амплитудно-модулированным светом, вследствие чего происходят периодические изменения давления окружающего воздуха. Эти изменения давления в качестве акустических сигналов регистрируются чувствительным микрофоном. Преимуществом метода является возможность анализировать непрозрачные и дисперсные среды.

*Комбинационная спектроскопия* биомедицинских объектов использует неупругое рассеяние света, за счет которого происходит изменение направления и частоты излучения. Комбинационное рассеяние света предоставляет информацию о структуре и конформационных изменениях биомолекул, взаимодействии этих молекул с окружающей средой, кинетике разнообразных процессов. В медицине метод лазерной комбинационной спектроскопии используется в офтальмологии с целью ранней диагностики катаракты у кроликов, анализа *in vivo* процесса развития заболеваний и изучения влияния различных медикаментов. Техника комбинационной спектроскопии может быть использована для определения атеросклеротических бляшек.

*Лазерная спектроскопия квазиупругого рассеяния* использует регистрацию временных изменений (динамики) амплитуды и фазы (частоты) рассеянного излучения. Этот метод дает возможность оценивать динамические характеристики биологических микрообъектов, а именно: коэффициенты диффузии, скорости движения, параметры внутриклеточной подвижности. В биологических исследованиях спектроскопия квазиупругого рассеяния используется для электрофоретического светорассеяния, измерений скоростных характеристик потоков крови (лазерной доплеровской анемометрии) даже в сосудах сетчатки, для измерения подвижности спермиев самцов с целью оценки их качества.

*Лазерная интерферометрия* дает возможность направлять в глаз два лазерных когерентных пучка так, чтобы они перекрывались на сетчатке, вследствие чего на ней образуется интерференционная картина в виде световых полос. Анализ этой картины разрешает определить ретинальную остроту зрения даже при наличии катаракты, измерять толщину роговой оболочки во время операции кератомии.

*Оптическая когерентная томография* основывается на построении изображений поперечных сечений внутриглазных структур. Метод характеризуется высокой разрешающей способностью и неразрушающим действием.

*Голографические методы* диагностики широко используются в офтальмологии для получения трехмерных изображений глаза в целом и отдельных его частей, а также для исследования внутренних структур глаза с высокой степенью разрешения. Высокие возможности голографических методов подтверждены также в ортопедии, радиологии, урологии.

*Лазерный микроанализ* происходит во время взаимодействия мощного лазерного излучения с биомедицинскими объектами, сопровождаемого испарением небольших количеств материала, которые анализируются спектроскопически. Метод перспективен для количественного определения химических элементов, металлов, токсикантов и загрязнений, для сравнительного исследования нормальных и раковых клеток, для изучения процессов диффузии арматурных металлов в костях.

### **26.4.3. Лазерная терапия**

*Лазерная фототерапия.* Для лечения патологических состояний и стимуляции жизненных процессов в медицине и ветеринарной практике используются низкоэнергетические (гелий-неоновые) лазеры, которые излучают монохроматический когерентный поляризованный свет с длиной волны 632,8 нм при интенсивности от 2-х до 25 мВт/см<sup>2</sup>. Считается доказанным, что красный лазерный свет небольшой мощности действует на организм в целом и отдельные органы и системы стимулирующе, поскольку их частоты очень близки к частотам тех жизненных процессов, которые протекают в тканях организма, особенно в нервной системе: под действием лазерного света усиливается энергетический потенциал, метаболизм в тканях, изменяется тонус сосудов, оптимизируется клеточное деление и дифференцирование клеток, активизируются защитные механизмы, регенеративно-восстановительные процессы,

ферментативные и иммунологические системы, резко повышается сопротивляемость организма заболеваниям.

Авторы этих исследований часто ссылаются на особую роль когерентности лазерного излучения, хотя этот аргумент не является убедительным, поскольку скорость возбуждения молекул низкоинтенсивным светом на несколько порядков (в  $10^{10}$ – $10^{14}$  раз) меньшая скорости потери когерентности возбуждения молекулами в конденсированной фазе при нормальной температуре. Возможности использования низкоэнергетического лазерного излучения в ветеринарной практике необходимо обязательно рассматривать с точки зрения когерентного взаимодействия лазерного излучения с биологическим объектом; такое когерентное взаимодействие осуществляется только при высоких (около  $2 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>) интенсивностях лазерного излучения.

*Лазерная фотохемотерапия.* В основе этой медицинской технологии лежит взаимодействие лазерного излучения с химическими соединениями – *фотосенсибилизаторами*, которые селективно поглощаются злокачественными опухолями. Вследствие этого взаимодействия опухоль может флуоресцировать (что используется для диагностики опухолей на ранних стадиях) или разрушаться (в чем заключается суть лазерной фотохемотерапии). За 48–72 часа в организм вводят путем инъекции фотосенсибилизатор (например, гематопорфириновые производные), который избирательно концентрируется в злокачественной опухоли. Далее через световод освещают опухоль; активированный лазерным излучением сенсибилизатор флуоресцирует. Излучение флуоресценции поступает через другой световод на оптическую систему, состоящую из линз, фильтра и интенсификатора изображения, которое анализируется или визуально, или с помощью фотоприемника и системы регистрации.

*Лазерная акупунктура* связана со способностью лазерного излучения проникать через ткань, что используется для индикации биологически активных точек на поверхности тела животного (рис. 26.8). Преимуществом лазерной акупунктуры является неразрушающее действие, асептичность, безболезненность, быстрое действие.

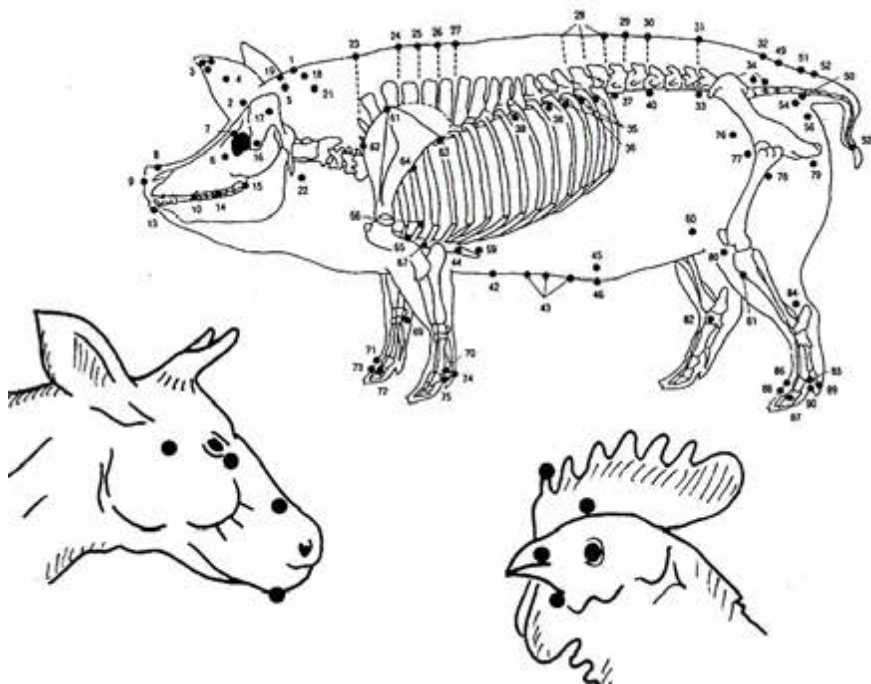


Рис. 26.8. Типичные иллюстрации применения лазерной акупунктуры животных

#### 26.4.4. Лазерная хирургия

*Лазерная хирургия* основывается на поглощении лазерного излучения тканью, ее нагревании и разрушении за счет фотохимических, тепловых или гидродинамических процессов. В зависимости от интенсивности лазерного излучения и длительности облучения можно достигнуть разнообразных эффектов – денатурации или инактивации белков и ферментов за счет конвекции теплоты и теплопроводности ткани, гипертермии, коагуляции, сваривания, удаления или разрушения ткани. В ветеринарной хирургии используют CO<sub>2</sub>-лазеры, Nd-YAG-лазеры, рубиновые и аргоновые лазеры. Схема возможного лазерного скальпеля изображена на рис. 26.9. Такие лазерные инструменты используют во время лазерной кератотомии – хирургических надрезов и рассечений роговой оболочки, лечения глаукомы – заболевания глаз, связанное с повышением внутриглазного давления, и катаракты – помутнения хрусталика. Преимуществом лазерной хирургии является уменьшение продолжительности операции, стерильность лазерного луча, меньшее количество некротических преобразований тканей и гематом. Ярким примером возможного применения лазера в

зооинженерной практике является кастрация самцов сельскохозяйственных животных и ампутация крыльев у домашней птицы с целью повышения продуктивности и яйценоскости.

### 26.4.5. Лазерные системы в дистанционном зондировании окружающей среды

Дистанционное зондирование на основе лазеров заключается в облучении объектов окружающей среды и регистрации отраженного от объекта или рассеянного от него лазерного излучения. Прибор для дистанционного зондирования компонентов биосферы называется ЛИДАРом (от английской фразы **Light Detection And Ranging**).

Лазерные системы используются для дистанционного зондирования атмосферы, в частности, определения высоты облаков, исследования структуры и свойств облаков, измерения параметров ветра, измерения влажности и температуры воздуха, оценки осадков.

Лазерные системы, установленные на борту авианосителя или спутника, способны проводить топографические измерения на земной поверхности, оценивать растительные покровы, водные потоки, эрозийные процессы.

Лидары используют для оценки присутствующих в атмосфере частиц пепла с предприятий, использующих уголь; соединений кальция и ртути с плавильных и металлургических заводов; флуоридов, которые сопровождают производство алюминия или фосфора; частиц сульфатов, хлоридов, ванадия, мышьяка, оксидов и сульфидов разнообразных элементов; наличия и количественной оценки атмосферных аэрозолей и молекул; измерений температуры поверхности водоемов.

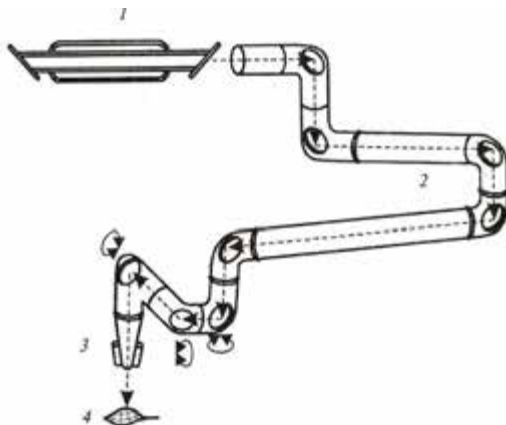


Рис. 26.9. Хирургическая система на основе CO<sub>2</sub>-лазера: 1 – лазер; 2 – манипулятор луча; 3 – система освещения; 4 – объект

### 26.4.6. Лазеры в управляемом термоядерном синтезе

Для осуществления реакций управляемого термоядерного синтеза необходимо сблизить реагирующие ядра до очень близких расстояний. Для преодоления электростатического барьера, обусловленного взаимным отталкиванием ядер одинаково заряженных частиц, необходимо обеспечить достаточно высокую (около 10 кэВ) энергию, отвечающую температуре около  $10^6$  К.

Такая ситуация реализуется с помощью фокусирования лучей значительного (около 190) количества лазеров на сферическую капсулу диаметром несколько миллиметров, заполненную топливом – дейтерием и тритием (рис. 26.10). Этот процесс сопровождается испарением и ионизацией внешнего слоя топлива и возникновением плазмы.

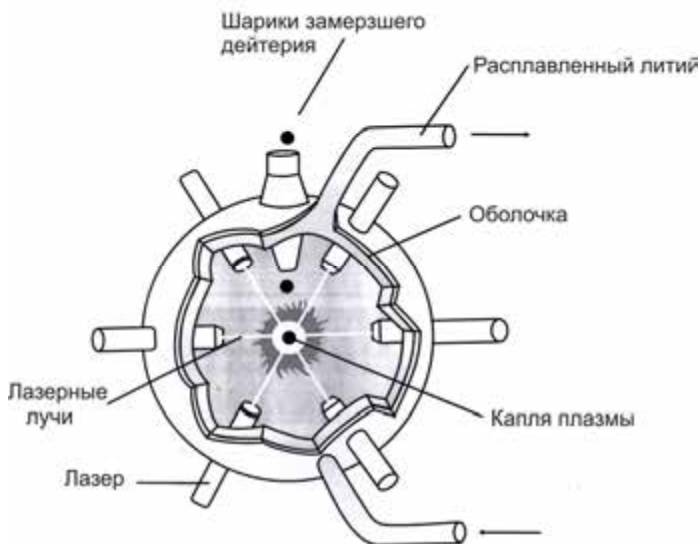


Рис. 26.10. Схема использования лазеров в управляемом термоядерном синтезе

Вследствие расширения плазмы топливо сжимается, что вызывает нагрев его внутренних слоев.

# 27. ОСНОВЫ СПЕКТРОСКОПИИ

## 27.1. СПЕКТРЫ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

### 27.1.1. Спектры атомов

Обычно атомы проявляют тенденцию оставаться в основном состоянии  $E_0$  с минимальной энергией. Переход из основного уровня  $E_0$  на возбужденный уровень  $E_1$  соответствует поглощению кванта света  $h\nu$  (рис. 27.1, а); при переходе с уровня  $E_1$  на уровень  $E_0$  имеет место излучение кванта света  $h\nu$  (рис. 27.1, б). Переходы сопровождаются резким изменением поглощения (или излучения) во время изменения частоты оптического излучения (рис. 27.1, в) или длины волны (рис. 27.1, г), то-есть характеризуются появлением узких спектральных линий поглощения (или излучения).

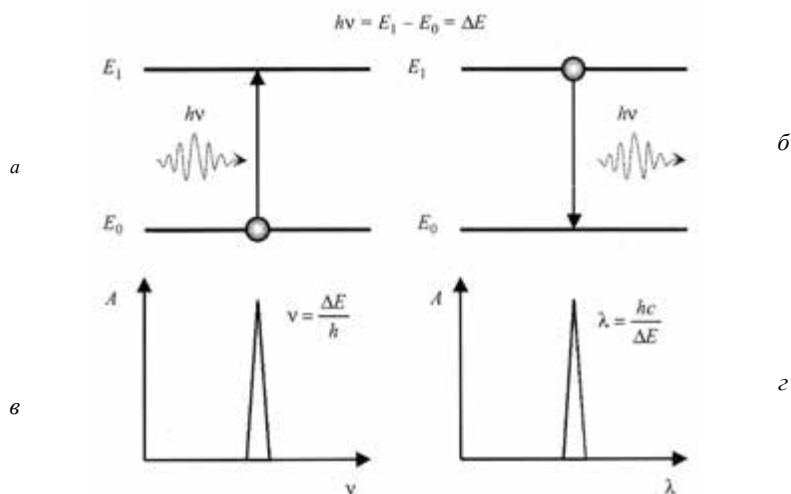


Рис. 27. 1. Спектральные свойства атома: а – поглощение атомом кванта света; б – излучение атомом кванта света; в – спектральная линия поглощения (или излучения); г – то же самое в масштабе длин волн

### 27.1.2. Спектры молекул

Спектры молекул характеризуются более сложной структурой, чем спектры атомов. Это связано, прежде всего, с участием молекулы как динамической системы (состоящей из атомов), в трех видах движений: *электронном* (движении электронов вокруг ядер), *колебательном* (колебания ядер вокруг положений равновесия) и *вращательном* (вращение молекул как целого в пространстве). Таким образом, энергия молекулы может быть представлена как:

$$E = E_{эл} + E_{кол} + E_{вр}. \quad (27.1)$$

В соответствии с постулатами Бора, молекула может находиться в определенных энергетических состояниях. Полная энергия  $E$  молекулы имеет дискретные значения, которые характеризуются набором электронных, колебательных и вращательных уровней. Переходы с этих уровней сопровождаются образованием

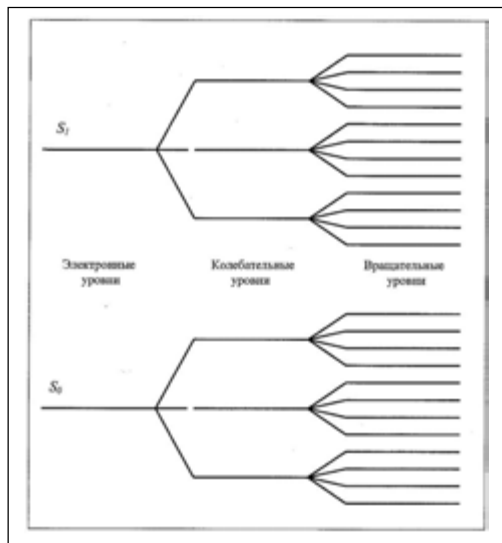


Рис. 27.2. Энергетическая диаграмма молекулы

электронно-колебательно-вращательных спектров. Причем чисто электронные спектры расположены в ультрафиолетовой и видимой областях спектра, колебательные – в инфракрасной, вращательные – в дальней инфракрасной и сверхвысокочастотной областях спектра. Энергетическая диаграмма молекулы показана на рис. 27.2. Естественно, что и спектры молекул имеют более сложный характер, что связано с набором отдельных спектральных линий, которые перекрываются. Именно

поэтому спектры поглощения молекул характеризуются широкими полосами (рис. 27.3). Что касается процессов излучения, следует отметить, что после поглощения кванта света и перехода молекулы в возбужденное состояние она принимает участие в переходах между подуровнями (рис. 27.4). В силу этого пик поглощения расположен в области более высоких частот (или коротких длин волн), чем пик излучения (рис. 27.5).

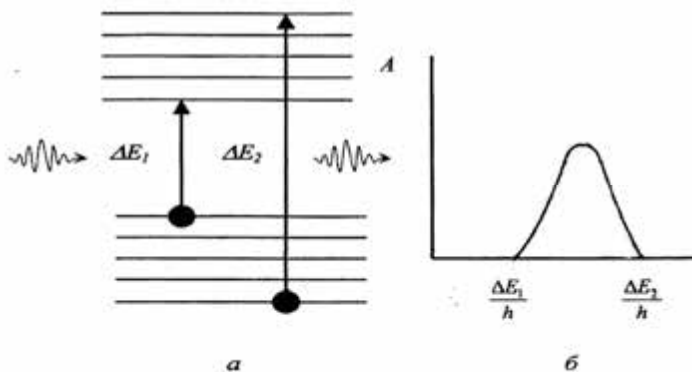


Рис. 27.3. Энергетические уровни молекулы (а) и полоса поглощения (б)

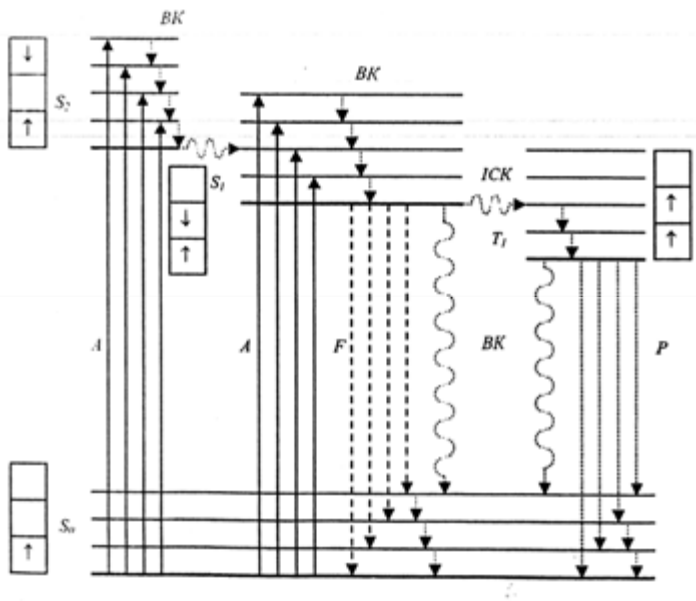


Рис. 27.4. Схема энергетических уровней и возможных переходов между ними:  $S_0$  – основной уровень;  $S_1$ ,  $S_2$  – синглетные уровни;  $T_1$  – триплетные уровни;  $KP$  – колебательная релаксация;  $ICK$  – интерсистемная релаксация;  $BK$  – внутренняя конверсия;  $A$  – поглощение;  $F$  – флуоресценция;  $P$  – фосфоресценция

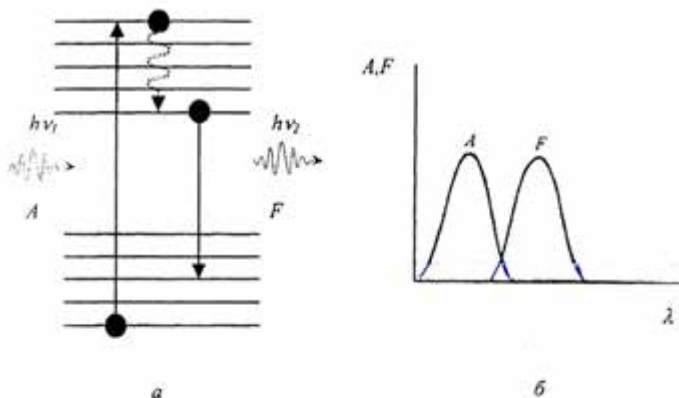


Рис. 27.5. Спектральные свойства молекул: *a* – поглощение и излучение кванта света молекулой; *б* – полосы поглощения (*A*) и излучения (*F*) молекулы

### 27.1.3. Электронные уровни энергии

Каждому электронному состоянию соответствует определенная равновесная конфигурация и определенные значения энергии  $E_{эл}$ . Набор электронных уровней молекулы определяется свойствами ее электронной оболочки. Следует отметить, что каждый электрон в молекуле принимает участие в орбитальном движении, принимая дискретные значения энергии. Важной характеристикой электрона является *спин* – собственный момент количества движения электрона, который может складываться с вращательным моментом количества движения или вычитаться из него. Абсолютная величина полного спинового момента всех электронов определяется *квантовым числом S*. Химически устойчивые молекулы имеют парное число электронов, для которых  $S = 0, 1, 2, \dots$ . В соответствии с *принципом Паули*, в одном энергетическом состоянии не может быть более двух электронов, причем один из них имеет положительный, а другой – отрицательный спин.

Если при возбуждении электрона его спин не изменяется, такие энергетические уровни называются *синглетными* ( $S_1, S_2$  и т.д.). Если спин изменяется, уровни называют *триплетными* ( $T_1, T_2$  и т.д.). Таким образом, с учетом суммарного спина возбужденных электронов энергетическая диаграмма будет характеризоваться

набором синглетных и триплетных уровней. Типичная энергетическая диаграмма хлорофилла приведена на рис. 27.6.

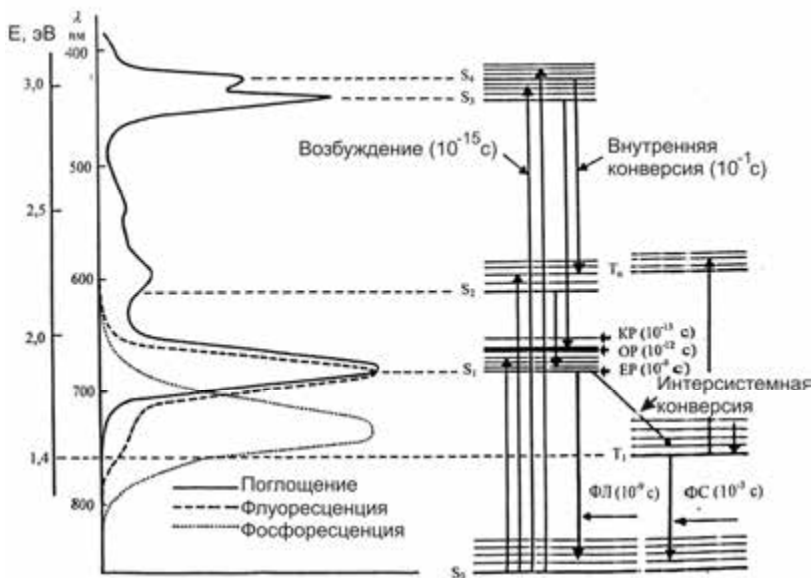


Рис. 27.6. Типичная энергетическая диаграмма хлорофилла

### 27.1.4. Колебательные уровни энергии

Молекула – это гибкая структура, в которой атомы, связанные между собой, принимают участие в колебаниях относительно положения равновесия. Рассмотрим самую простую молекулу, состоящую из двух атомов, связанных между собой. Такую молекулу можно моделировать двумя телами массами  $m_1$  и  $m_2$ , связанных пружиной, жесткость которой  $k$ . В соответствии с классической механикой частота колебаний такой системы определяется по формуле:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \quad (27.2)$$

где  $\mu$  – приведенная масса ( $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ ).

В соответствии с квантовомеханической теорией колебательная энергия молекулы квантуется. Разрешенные колебательные энергии для каждой определенной системы могут быть найдены путем

решения некоторых дифференциальных уравнений. Решение этих уравнений в приближении линейного осциллятора имеет вид:

$$E_{\text{кол}} = (V + 1/2)h\nu, \quad (27.3)$$

где  $V = 0, 1, 2, \dots$  – колебательное квантовое число.

Комбинируя выражения (27.2) и (27.3), можно получить:

$$E_{\text{кол}} = (V + 1/2) \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}. \quad (27.4)$$

Квантовая теория определяет правила отбора, в соответствии с которыми разрешены лишь такие колебательные переходы, для которых выполняется условие  $\Delta V = \pm 1$ .

Из последнего уравнения видно, что разность энергий между колебательными уровнями равна:

$$\Delta E_{\text{кол}} = \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} = h\nu. \quad (27.5)$$

Переходы между колебательными уровнями находятся в инфракрасной области спектра. Именно за счет поглощения теплового длинноволнового излучения Земли, которое имеет место между колебательными уровнями атмосферных газов ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CH}_4$ ), возникает парниковый эффект.

### 27.1.5. Вращательное движение молекул

Продолжим обсуждение двухатомной молекулы (хотя все приведенные соображения можно использовать для любой многоатомной молекулы). Кинетическая энергия вращения (см. раздел 2.9.2) определяется выражением:

$$E_{\text{об}} = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (27.6)$$

где  $I$  – момент инерции молекулы;  $\omega$  – круговая частота.

Момент инерции двухатомной молекулы равен:

$$I = \left( \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) r^2 = \mu r^2. \quad (27.7)$$

Момент импульса  $I\omega$  в классической механике может принимать любые значения, тогда как квантовая теория предусматривает квантованные значения, отвечающие уравнению:

$$I\omega = \sqrt{J(J+1)} \hbar, \quad (27.8)$$

где  $J = 0, 1, 2, \dots$  – вращательное квантовое число.

Комбинируя выражения (27.6) и (27.8), можно получить:

$$E_{ep} = \frac{(\sqrt{J(J+1)}\hbar)^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1). \quad (27.9)$$

Квантовая теория определяет правила отбора, в соответствии с которыми разрешены лишь такие вращательные переходы, для которых выполняется условие  $\Delta J = \pm 1$ .

Из последнего уравнения видно, что разность энергий между вращательными уровнями равна:

$$\Delta E_{ep} = \frac{\hbar^2 J}{I}. \quad (27.10)$$

Переходы между вращательными уровнями находятся в микроволновой области спектра.

### 27.1.6. Процессы дезактивации

После возбуждения молекул посредством поглощения кванта света она принимает участие в переходе на основное состояние вследствие безызлучательных и излучательных процессов. К основным безызлучательным процессам можно отнести:

1. *Колебательную релаксацию (КР)*, которая длится  $10^{-14}$ – $10^{-12}$  с и сопровождает переход молекулы в основное колебательное состояние электронного возбужденного состояния с излучением инфракрасного кванта света или с перенесением энергии за счет столкновений.

2. *Внутреннюю конверсию (ВК)*, которая длится  $10^{-12}$  с и происходит между электронными состояниями вследствие перекрывания нижних колебательных уровней высшего электронного состояния с верхними колебательными уровнями нижнего электронного состояния.

3. *Интерсистемную конверсию (ИСК)*, которая имеет место, например, между синглетными и триплетными уровнями.

К излучательным процессам следует отнести *флуоресценцию F*, которая сопровождает переход из возбужденного синглетного состояния в основное (например,  $S_1 \rightarrow S_0$ ), и *фосфоресценцию P*, если существует переход из возбужденного триплетного состояния в основное (например,  $T_1 \rightarrow S_0$ ). Спектры электромагнитного излучения в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях спектра называют *оптическими*. Оптический диапазон занимает лишь часть шкалы электромагнитных волн. Однако, действие, оказываемое оптическим излучением на биологические объекты, довольно значительные. Это можно пояснить наличием полос поглощения

важных биологических молекул– ДНК, белков в ультрафиолетовой области; хлорофилла, каротиноидов, гемоглобина, меланинов, родопсина и др. в видимой области спектра.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ**

1. В чем заключается опыт Резерфорда?
2. Назвать основные квантовые числа, характеризующие энергии разрешенных состояний атома водорода.
3. В чем заключается принцип Паули?
4. Сформулировать постулаты Бора.
5. Пояснить принцип действия лазера.
6. Какое излучение называют спонтанным? стимулированным?
7. Что такое инверсия населенности?
8. Как происходит усиление света в активной среде лазера?
9. Из каких компонентов состоит лазер?
10. Назвать основные характеристики лазерного излучения.
11. Где используются лазеры?
12. Из чего состоят спектры молекул?
13. Пояснить энергетическую диаграмму молекулы.
14. Назвать основные процессы дезактивации возбужденной молекулы.

## 28. ЭЛЕМЕНТЫ ТВЕРДОГО ТЕЛА

*Физика твердого тела* изучает физические свойства и структуру твердых тел и разрабатывает теоретические представления, поясняющие эти свойства.

*Твердое тело* – это агрегатное состояние вещества, отличающееся стабильностью формы и характером теплового движения атомов, которые осуществляют небольшие колебания относительно положения равновесия. Различают кристаллические и аморфные твердые тела. Кристаллы характеризуются пространственной периодичностью в расположении равновесных положений атомов, тогда как в аморфных твердых телах атомы колеблются около хаотически расположенных точек.

### 28.1. ТИПЫ СВЯЗЕЙ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Различают твердые тела с ионным, ковалентным, металлическим и другими типами связей.

#### 28.1.1. Ионные кристаллы

Многие кристаллы (например,  $NaCl$ ,  $KCl$ ) формируют ионные связи, где доминирующим является кулоновское взаимодействие между ионами. Например, в кристалле  $NaCl$  каждый ион  $Na^+$  имеет шесть соседних ионов хлора  $Cl^-$ , тогда как каждый ион хлора окружен шестью ионами натрия. Потенциальная энергия притяжения каждого иона натрия шестью ионами хлора определяется как

$-6 \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$ , где  $r$  – расстояние между ионами натрия и хлора. Кроме

того, каждый ион натрия окружен двенадцатью другими ионами натрия на расстоянии  $\sqrt{2} r$ , которые характеризуются слабым отталкивающим действием на этот ион натрия. Суммарный эффект всех этих взаимодействий описывается результирующей потенциальной энергией:

$$U = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (28.1)$$

где  $\alpha$  – постоянная Маделунга ( $\alpha = 1,7476$  для  $NaCl$ ).

Если атомы плотно сгруппированы, потенциальная энергия такой системы определяется по формуле:

$$U = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^m}, \quad (28.2)$$

где  $r$  – расстояние между ядрами;  $B$  – постоянная,  $m$  – число.

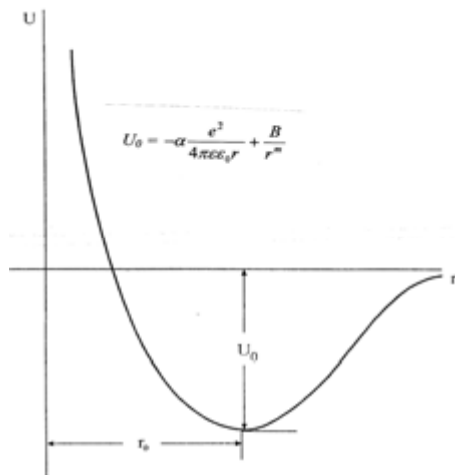


Рис. 28.1. График зависимости суммарной потенциальной энергии от расстояния между ионами (пояснения в тексте)  
 в воде.

Зависимость суммарной потенциальной энергии от расстояния между ионами показана на рис. 28.1. Видно, что силы притяжения уравниваются силами отталкивания; суммарная потенциальная энергия имеет минимальное значение на расстояниях  $r_0$  (около  $10^{-8}$  см).

Ионные кристаллы стабильны, имеют малую электропроводимость, высокую температуру испарения, прозрачны в видимой области спектра и поглощают инфракрасное излучение, растворяются в

### 28.1.2. Ковалентные кристаллы

В ковалентных кристаллах химическая связь осуществляется парами электронов, которые локализованы между близко расположенными атомами. Примерами таких ковалентных кристаллов могут быть кристаллы алмаза, кремния, германия и др. Так, в кристалле алмаза каждый атом ковалентно связан с четырьмя другими атомами углерода. Ковалентные кристаллы характеризуются высокими значениями энергии связи, твердостью, прозрачностью в видимой области спектра, изолирующими свойствами.

### 28.1.3. Металлические кристаллы

У большинства металлов энергия связи обуславливается взаимодействием подвижных электронов с ионными решетками,

между которыми существуют силы притяжения. Энергия металлической связи меньше энергии ионной и ковалентной связи.

## 28.2. ЗОННАЯ ТЕОРИЯ

*Зонная теория* твердых тел – это квантовая теория энергетического спектра электронов в кристалле, в соответствии с которой разрешенные значения энергии электронов в твердом теле образуют определенные интервалы – так называемые *разрешенные зоны*, которые чередуются с *запрещенными зонами*.

Если два каких-либо атома расположены довольно далеко один от другого, они не взаимодействуют. В результате приближения атомов (как это происходит в кристалле) их волновые функции перекрываются; при достаточно сильном взаимодействии электроны всех атомов становятся общими. В кристалле каждый из атомных уровней преобразуется в полосу, если количество атомов велико. Если твердое тело содержит  $N$  атомов, то каждая энергетическая полоса состоит из  $N$  уровней, или с учетом спина – из  $2N$  уровней.

Можно говорить о *валентной зоне*, которая полностью заполнена электронами (при температуре  $T = 0$  К), и о *зоне проводимости*, которая или частично заполнена электронами, или свободна от электронов (при температуре  $T = 0$  К). Область энергий между верхним уровнем валентной зоны и нижним уровнем зоны проводимости называется *запрещенной зоной*.

Вероятность нахождения электрона на определенном энергетическом уровне определяется *функцией распределения Ферми–Дирака*:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}, \quad (28.3)$$

где  $E_F$  – энергия Ферми – значение энергии, ниже которой все состояния системы частиц, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака (так называемых *фермионов*), заняты при температуре  $T = 0$  К.

График зависимости функции  $f(E)$  от энергии  $E$  приведен на рис. 28.2, *а* для  $T = 0$  К и на рис. 28.2, *б* для  $T > 0$  К. Видно, что  $f(E) = 1$  для  $E < E_F$  и  $f(E) = 0$  для  $E > E_F$ , то-есть при температуре  $T = 0$  К все уровни энергии, лежащие ниже энергии Ферми, заняты, а те, что превышают энергию Ферми, – вакантны. При температуре  $T > 0$  К и  $E = E_F$  функция  $f(E) = 1/2$ ; лишь незначительная часть уровней с энергией, превышающей энергию Ферми, занята электронами. Более того, незначительная часть уровней, энергия которых меньше энергии Ферми, свободна от электронов.

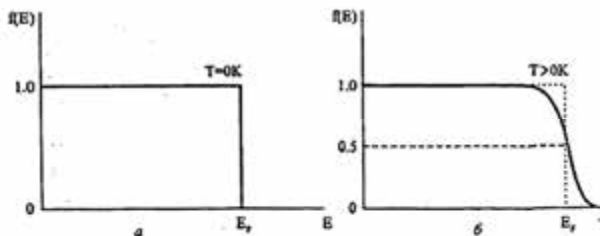


Рис. 28.2. График зависимости функций распределения Ферми-Дирака  $f(E)$  от энергии  $E$ :  $a$  – для  $T = 0$  К;  $b$  – для  $T > 0$  К

Свойства твердых тел зависят от характера расположения разрешенных и запрещенных зон и степенью заполнения зон электронами (рис. 28.3). Если ширина запрещенной зоны составляет  $\Delta E = 5-10$  эВ, то такое твердое тело является *диэлектриком*; ширина запрещенной зоны  $\Delta E = 1-2$  эВ присуща *полупроводникам*; твердые тела, в которых валентная зона частично заполнена или валентная зона и зона проводимости перекрываются, являются *металлами*.

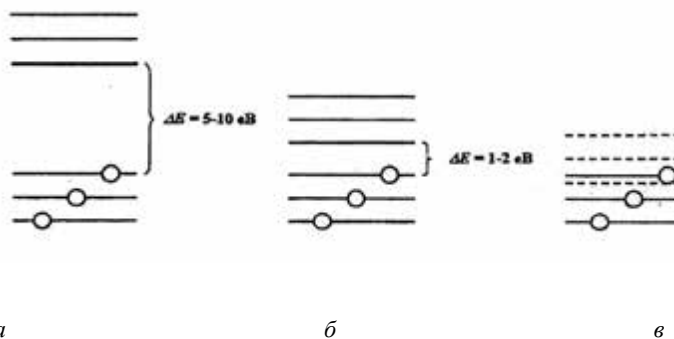
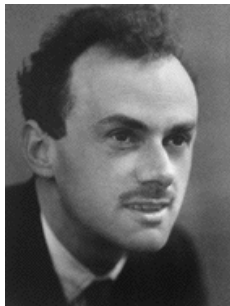


Рис. 28.3. Если ширина запрещенной зоны составляет  $\Delta E = 5-10$  эВ, то такое твердое тело является *диэлектриком*( $a$ ); ширина запрещенной зоны  $\Delta E = 1-2$  эВ присуща *полупроводникам*( $b$ ); твердые тела, в которых валентная зона частично заполнена или валентная зона и зона проводимости перекрываются, являются *металлами*( $b$ ).



### Поль ДИРАК (1902–1984)

Английский физик, один из основателей квантовой механики. Разработал квантовую статистику Ферми-Дирака, релятивистскую теорию движения электрона (уравнение Дирака). Лауреат Нобелевской премии по физике 1933 года

### Энрико ФЕРМИ (1901–1954)

Итальянский физик, один из основоположников ядерной и нейтронной физики. Разработал квантовую статистику Ферми-Дирака. Создал первый ядерный реактор. Лауреат Нобелевской премии по физике 1938 года.



## 28.3. ПОЛУПРОВОДНИКИ

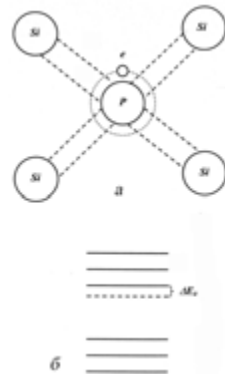
Большой класс веществ, характеризующихся удельным сопротивлением в пределах  $10^{-6}$ – $10^9$  Ом·м, возрастанием электропроводности с температурой и шириной запрещенной зоны 1–2 эВ, называется *полупроводниками*. Различают элементарные полупроводники (*Si, Ge, Te, Se*), соединения типа  $A^{III}B^V$ , где  $A^{III}$  – элемент III группы,  $B^V$  – элемент V группы (*GaAs, InSb, InAs, InP*), соединения типа  $A^{II}B^{VI}$  (*CdS, CdTe, ZnTe, ZnSe, ZnОб, HgTe*), а также соединения элементов VI группы с переходными металлами и редкоземельными элементами, в которых внутренняя оболочка атомов заполнена частично (*NiS, Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>* и др.).

При низких температурах полупроводники совсем не имеют электропроводности и не отличаются от диэлектриков. С повышением температуры увеличивается тепловое движение атомов, которые способны передавать энергию электрону, вследствие чего он может перейти с валентной зоны на зону проводимости. Однако на месте электрона остается *дырка* – свободный носитель положительного заряда. За счет электрических полей возможны переходы электронов на другие уровни (*электронная проводимость*),

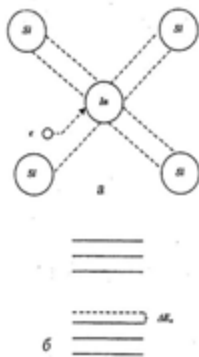
или на место дырки (*дырочная* проводимость). В целом, проводимость химически чистого полупроводника, обусловленная собственными электронами атомов данного вещества, называется *собственной*.

Кроме того, есть класс полупроводников, в которых электропроводность обусловлена электронами примесных атомов (*примесная* проводимость).

Добавление примесей к полупроводнику существенно изменяет зонную структуру и электропроводимость. Например, если добавить к полупроводнику из четырехвалентного кремния примесь – пятивалентный атом фосфора, то четыре электрона примут участие в ковалентных связях, тогда как пятый остается свободным (рис. 28.4,*а*). Это приведет к появлению в зонной структуре кремния нового уровня, расположенного рядом ( $\Delta E_\delta = 0,05$  эВ) с зоной проводимости (рис. 28.4, *б*). Такая примесь называется *донором*, а проводимость принадлежит к *n*-типу.



**Рис. 28.4.** Если добавить к полупроводнику из четырехвалентного кремния примесь – пятивалентный атом фосфора, то четыре электрона примут участие в ковалентных связях, тогда как пятый остается свободным (*а*); это приведет к появлению в зонной структуре кремния нового уровня, расположенного рядом ( $\Delta E_\delta = 0,05$  эВ) с зоной проводимости (*б*). Такая примесь называется *донором*, а проводимость принадлежит *n*-типу.



Если добавить к полупроводнику из четырехвалентного кремния примесь – трехвалентный атом германия, то три электрона индия ковалентно связываются с соседними атомами, оставляя свободное место для еще одного электрона (рис. 28.5,*а*). Такая ситуация сопровождается появлением в зонной структуре кремния нового уровня (рис. 28.5,*б*) вблизи валентной зоны ( $\Delta E_a = 0,05$  эВ). Такая примесь называется *акцептором*, а проводимость принадлежит к *p*-типу.

**Рис. 28.5. Проводимость *p*-типа полупроводника:** *а* – добавление к полупроводнику из четырехвалентного кремния примеси – трехвалентного атома индия; *б* – появление в зонной структуре кремния нового уровня, расположенного вблизи ( $\Delta E_a = 0,05$  эВ) валентной зоны.

## 28.4. ПОЛУПРОВОДНИКИ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ

### 28.4.1. Терморезистор

*Терморезистор (термистор)* – полупроводниковый термометр, принцип действия которого основан на использовании зависимости сопротивления полупроводника от температуры в широких пределах:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (28.4)$$

где  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны;  $R_0$  – постоянная, характерная для данного полупроводника.

### 28.4.2. Полупроводниковый диод

Рассмотрим контакт двух полупроводников:  $p$ -типа и  $n$ -типа. В  $n$ -области имеется высокая концентрация электронов, тогда как в  $p$ -области – высокая концентрация дырок. За счет диффузии дырки переходят в  $n$ -область, а электроны – в  $p$ -область. Благодаря этому в области контакта образуется так называемый  $p$ - $n$ -переход. Если приложить к такому соединению внешнее электрическое поле, то ширина и сопротивление  $p$ - $n$ -перехода будут существенно зависеть от направления поля (рис. 28.6). То-есть такой  $p$ - $n$ -переход выполняет функции диода – прибора, характеризующегося свойством униполярности (однаправленности) электропроводности.

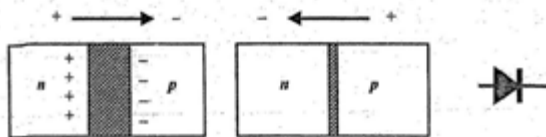


Рис. 28.6. Полупроводниковый диод – прибор, характеризующийся свойством униполярности (однаправленности) электропроводности

### 28.4.3. Полупроводниковый триод

*Полупроводниковый триод (транзистор)* состоит из узкой  $n$ -области, размещенной между двумя  $p$ -областями (рис. 28.7). Внешние области такого  $p$ - $n$ - $p$ -транзистора называются *эмиттером* и *коллектором*, а средняя область – *базой*. Таким образом, в таком соединении есть два перехода. При такой схеме левый  $p$ - $n$ -переход

работает в пропускном режиме (ширина перехода и его сопротивление малы), а правый *n-p*-переход – в запирающем режиме (ширина перехода и его сопротивление велики). При одинаковых изменениях тока, определяемых подвижностью носителей, изменение напряжения в цепи коллектора будет значительно большим изменения напряжения в цепи эмиттера, то-есть:

$$I_{эм}R_{эм} \ll I_{кол}R_{кол}, \quad (28.5)$$

или

$$U_{вх} \ll U_{вых}. \quad (28.6)$$

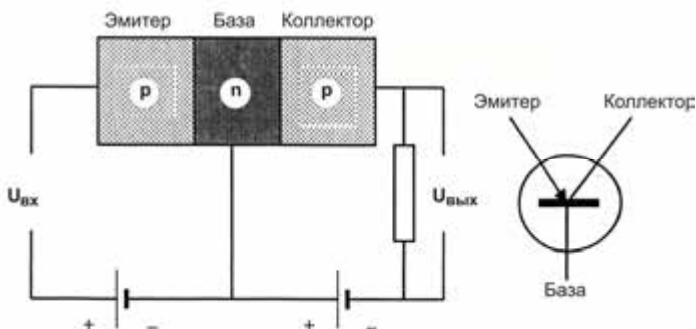


Рис. 28.7. Полупроводниковый триод – прибор, используемый как усилитель слабых, изменяющихся во времени сигналов

Таким образом, полупроводниковый триод может использоваться в качестве усилителя слабых, изменяющихся во времени сигналов. Коэффициент усиления  $k = U_{вых}/U_{вх}$  может достигать  $10^4$ .

#### 28.4.4. Полупроводниковый фотоприемник

Полупроводниковый прибор, изменение состояния которого под действием потока оптического излучения используется для оценивания этого излучения, называется *полупроводниковым фотоприемником*. В основе прибора лежит регистрация увеличения электропроводности полупроводника под действием электромагнитного излучения. Фотоны света “вырывают” электроны из валентной зоны и переносят их в зону проводимости (рис. 28.8). Вследствие этого увеличивается количество электронов проводимости и дырок.

#### 28.4.5. Полупроводниковый лазер

В полупроводниковом лазере используются излучательные переходы между разрешенными энергетическими зонами, а не

дискретными уровнями энергии. За счет накачки происходит переход электронов с валентной зоны в зону проводимости, причем количество электронов на верхних уровнях зоны проводимости больше, чем на нижних уровнях валентной зоны, то-есть осуществляются условия для инверсии населенности. Генерация когерентного оптического излучения осуществляется за счет перехода с нижнего уровня зоны проводимости на верхний уровень валентной зоны (рис. 28.9). Преимуществами полупроводникового лазера является его малые размеры, возможность плавного перестраивания частоты генерации, высокая интенсивность излучения.

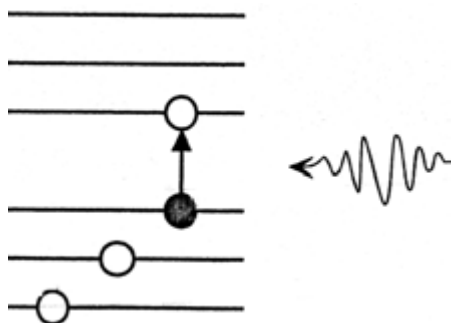


Рис. 28.8. Полупроводниковый фотоприемник (пояснения в тексте)

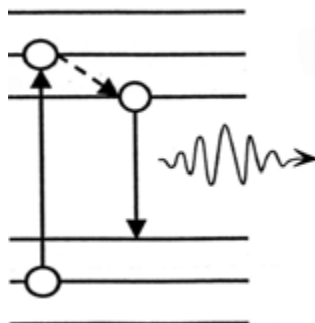


Рис. 28.9. Полупроводниковый лазер, в котором реализуются излучательные переходы между разрешенными энергетическими зонами, а не дискретными уровнями энергии (пояснения в тексте)

### 28.4.6. Моделирование фотосинтеза

Зеленые листья растений представляют собой природные устройства, в которых солнечный свет преобразует углекислый газ и воду в углеводы и кислород. Благодаря фотосинтетической активности листа, таким образом, являются первичными источниками энергии на земле.

Естественной представляется попытка исследователей разработать искусственные фотосинтетические системы (*сенсibilизированные красителями солнечные ячейки*) на основе полупроводников и красителей, являющихся аналогами хлорофиллу. Такая ячейка, схема которой приведена на рис. 28.10, имеет сэндвичеобразную конструкцию, состоящую из полупроводникового кристалла  $TiO_2$ , монослоя красителя, электролита (гелеобразного вещества, в котором

присутствуют в заметной концентрации ионы, способные перемещаться и проводить электрический ток) и катализатора (вещества, которое ускоряет реакцию, но не претерпевает при этом существенных изменений), расположенных между двумя электродами и стеклянными пластинами. В результате освещения молекула красителя возбуждается и переводит электрон в зону проводимости полупроводника. Краситель восстанавливается благодаря электрону, переносимого за счет окислительно-восстановительного процесса. Так происходит высокоэффективное преобразование солнечного излучения в электрический ток.

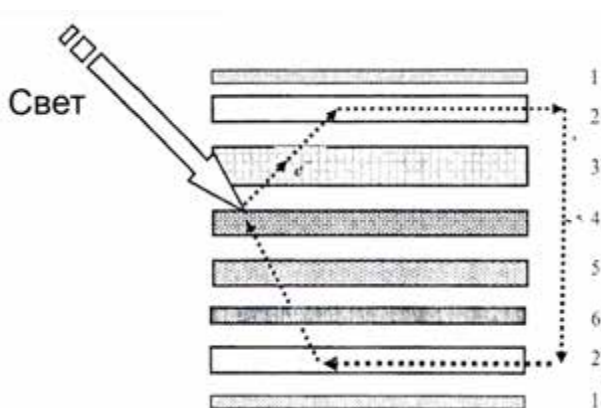


Рис. 28.10. Моделирование фотосинтеза: искусственная фотосинтетическая система (солнечная ячейка на красителях) на основе полупроводников и красителей, являющихся аналогами хлорофилла: 1 – стеклянная пластина; 2 – проводящий прозрачный слой; 3 – полупроводниковый кристалл  $TiO_2$ ; 4 – краситель; 5 – электролит; 6 – катализатор

### 28.4.7. Графен

*Графен* – двумерная аллотропная модификация углерода, образованная слоем атомов углерода толщиной в один атом.

Его можно представить как одну плоскость графита, отделённую от объёмного кристалла. Графен обладает большой механической жёсткостью и хорошей теплопроводностью. Высокая подвижность носителей заряда (максимальная подвижность электронов среди всех известных материалов)

делает его перспективным материалом для использования в самых различных приложениях, в частности, как будущую основу нанoeлектроники и возможную замену кремния в интегральных микросхемах.

Графен впервые был получен только в 2004 году, он ещё недостаточно хорошо изучен и привлекает к себе повышенный интерес.

За передовые опыты с двумерным материалом графеном А. К. Гейму и К. С. Новосёлову была присуждена Нобелевская премия по физике за 2010 год.

**ГЕЙМ**                      **Андрей**  
**Константинович**  
**(род. 1958 г.)**

Российский                      и  
нидерландский                      физик,  
лауреат Нобелевской  
премии по физике 2010  
года (совместно с  
Константином  
Новосёловым), известный  
в первую очередь как  
один                      из  
первооткрывателей  
графена.



**НОВОСЁЛОВ**  
**Константин**   **Сергеевич**  
**(род. 1974 г.)**

Российский                      и  
британский]                      физик.  
Лауреат Нобелевской  
премии по физике 2010  
года (совместно с  
Андреем Геймом).



## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что изучает физика твердого тела?
2. Что называют твердым телом?
3. Назвать основные типы связей в твердых телах.
4. Пояснить суть зонной теории твердых тел.
5. Какую зону называют валентной? проводимости? запрещенной?
6. Пояснить механизмы электронной и дырочной проводимости.
7. Какие примеси называют донорами, а какие – акцепторами?
8. Назвать основные полупроводниковые приборы.
9. Пояснить принцип действия искусственной фотосинтетической системы.

## 29. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

*Ядерная физика* – раздел физики, изучающий структуру и свойства атомных ядер и их превращения – процессы радиоактивного распада и ядерные реакции.

В 1913 г. Э. Резерфорд провел серию исследований по рассеянию  $\alpha$ -частиц, которые дали возможность установить, что ядро атома необходимо рассматривать как точечную массу и точечный заряд, причем большая часть массы атома сконцентрирована в ядре. Кроме того, эти исследования продемонстрировали наличие нового типа сил – ядерных сил, которые действуют на расстоянии около  $10^{-14}$  м и исчезают при больших расстояниях.

### 29.1. СВОЙСТВА АТОМНОГО ЯДРА

Все ядра состоят из двух типов частиц – протонов и нейтронов (за исключением ядра атома водорода, которое содержит лишь один протон). Общее название протона и нейтрона – *нуклон*. Масса атомного ядра приблизительно в  $4 \cdot 10^3$  раз больше массы всех электронов атома. Размеры ядра составляют  $10^{-14}$ – $10^{-15}$  м.

Ядро характеризуется *массовым числом*  $A$  (общим числом нуклонов), *атомным номером*  $Z$  (равным числу протонов и порядковому номеру химического элемента в периодической системе) и *числом нейтронов*  $N = A - Z$ .

Ядро обозначается символом  ${}^A_Z X$ , где  $X$  – символ химического элемента. Например,  ${}^{56}_{26} Fe$  означает, что массовое число железа равно 56, а атомный номер – 26.

Ядра с одинаковыми атомными номерами  $Z$ , но с разными массовыми числами  $A$  и числами нейтронов  $N$  называются *изотопами*. Например, йод  ${}^{127} I$  имеет массовое число  $A=127$ , число протонов  $Z=53$  и число нейтронов  $N=74$ ; в то же время, в природе существуют изотопы йода  ${}^{123} I$ ,  ${}^{125} I$  и  ${}^{131} I$ , в которых число нейтронов  $N$  составляет 70, 72 и 78 соответственно. В качестве примера приведем изотопы углерода  ${}^{11}_6 C$ ,  ${}^{12}_6 C$ ,  ${}^{13}_6 C$ ,  ${}^{14}_6 C$ .

Заряд протона равен  $e = +1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Нейтрон электрически нейтрален.

Для оценки массы в ядерной физике используют термин *атомная единица массы* (*а.е.м.*). Одна а.е.м. равна  $1/12$  массы изотопа  ${}^{12}_6 C$ , или  $1,660559 \cdot 10^{-27}$  кг. Таким образом, массы протона, нейтрона и электрона равны:

$$m_n = 1,66726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,007276 \text{ а.е.м.};$$

$$m_p = 1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,008665 \text{ а.е.м.};$$

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 0,0005486 \text{ а.е.м.}$$

Радиус ядра при допущении его сферической формы определяется по формуле:

$$r = r_0 A^{1/3}, \quad (29.1)$$

где  $r_0$  – постоянная, близкая к радиусу действия ядерных сил ( $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$  м),  $A$  – массовое число.

### Пример

Определить плотность атомного ядра.

### Решение

Плотность ядра (допустим, что оно имеет сферическую форму) определим как

отношение его массы к объему: 
$$\rho = Am/V = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3}.$$

Используя формулу (29.1), получим:

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = 3(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг})/4\pi(1,2 \cdot 10^{-15} \text{ м})^3 = 2,3 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3.$$

## 29.2. ЯДЕРНЫЙ СПИН И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ

Ядро, как и электрон, имеет собственный момент импульса (ядерный спин) и связанный с ним ядерный магнитный момент. Величина этого момента определяется выражением:

$$J = \sqrt{I(I+1)}\hbar, \quad (29.2)$$

где  $I$  – спиновое квантовое число.

Ядерный спин обуславливает дипольный магнитный момент ядра (ядерный магнетон):

$$\mu_{яд} = \frac{e\hbar}{2m_n} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}. \quad (29.3)$$

## 29.3. ЯДЕРНЫЙ МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

В основе техники ядерного магнитного резонанса (ЯМР) лежит селективное поглощение электромагнитной энергии веществом, обусловленное квантовыми переходами атомных ядер между энергетическими состояниями с разными ориентациями *спина*  $I$  (собственного момента импульса) атомного ядра. Наблюдается ЯМР, когда на образец действуют взаимно перпендикулярные магнитные поля: интенсивное  $B_0$  и слабое радиочастотное  $B_1$  ( $10^6$ – $10^7$  Гц). Известно, что ядра всех элементов имеют электрический заряд, который

положителен и равен по абсолютной величине сумме зарядов атомных электронов. Благодаря спину ядро в процессе вращения ведет себя как элементарный магнит (рис. 29.1). Таким образом, ядро характеризуется магнитным моментом, величина которого зависит от природы ядра. Ядра с

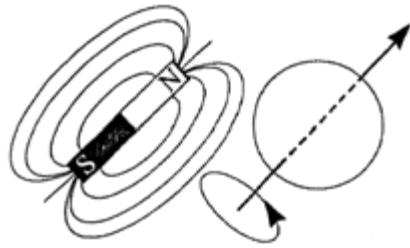


Рис. 29.1. Ядро во время вращения как элементарный магнит

четным числом протонов и четным числом нейтронов не имеют спина и магнитного момента, тогда как ядра с четным числом протонов и нечетным числом нейтронов имеют спин и дипольный магнитный момент  $\mu$ . Если образец поместить в интенсивном однородном поле  $B_0$ , все диполи начинают прецессировать вокруг направления магнитного поля с *ларморовской* частотой, определяемой как:

$$\omega_0 = -\gamma_{np}B_0. \quad (29.4)$$

где  $\gamma_{np}$  – гиромагнитное отношение или отношение магнитного момента ядра к его моменту импульса

Определяется гиромагнитное отношение выражением:

$$\gamma_{np} = \frac{g\mu_B}{\hbar}, \quad (29.5)$$

где  $g$  – множитель Ланде;  $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$  Дж/Тл – магнетон Бора;  $\hbar$  – постоянная Планка.

Магнитные параметры элементарных частиц приведены в табл. 29.1.

### 29.1 – Магнитные параметры элементарных частиц

Элементарная частица	Множитель Ланде $g$	Магнитный момент	Гиромагнитное отношение $\gamma$
Электрон	-2,002	$\mu_e = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл	$1,761 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}\text{Тл}^{-1} = 28024 \text{ МГц/Тл}$
Протон	5,586	$\mu_{np} = 1,41 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл	$2,675 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}\text{Тл}^{-1} = 42,577 \text{ МГц/Тл}$
Нейтрон	-3,826	$\mu_n = -0,966 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл	$1,832 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}\text{Тл}^{-1} = 29,165 \text{ МГц/Тл}$

**Примечание:** Тот неожиданный факт, что нейтрон, у которого отсутствует заряд, имеет магнитный момент, свидетельствует о наличии у нейтрона сложной внутренней структуры и существовании внутренних электронных токов, образующих магнитный момент.

За открытие явления ядерного магнитного резонанса были удостоены нобелевской премии И. Раби (1938 г.), Ф. Блох и Э.М. Парселл (1952 г.).

### Пример

Определить ларморовскую частоту протона, находящегося в магнитном поле 1 Тл.

### Решение

Используя формулу (29.4) и данные таблицы 29.1, получим:

$$\omega_0 = -\gamma B_0 = 2,675 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \text{T}^{-1} \cdot 1 \text{ Т} = 42,577 \text{ МГц.}$$

### Контрольное задание

Определить ларморовскую частоту протона, находящегося в магнитном поле Земли (50 мкТл).

Ответ: 2 кГц.

Причем, одна группа диполей проявляет суммарную ориентацию вдоль магнитного поля, тогда как другая – против поля (рис. 29.2). Следует отметить, что в состоянии равновесия количество диполей, ориентирующихся вдоль поля, превышает количество противоположно ориентированных диполей. Это можно пояснить тем, что в основном энергетическом состоянии, когда магнитные диполи ориентируются вдоль магнитного поля, энергия ядра меньшая, чем в возбужденном состоянии, которому присуща ориентация, противоположная магнитному полю.

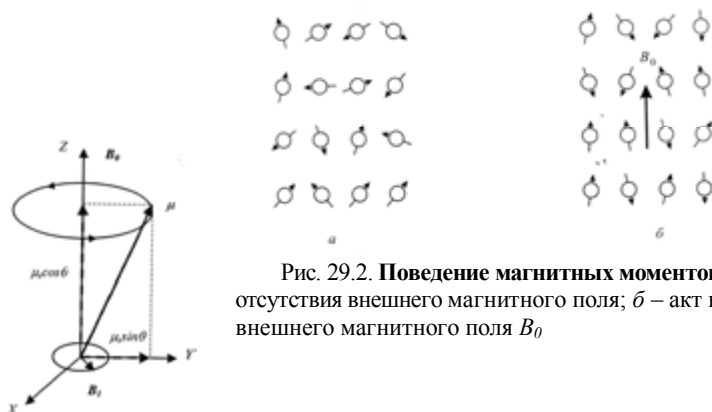


Рис. 29.2. Поведение магнитных моментов ядер: *a* – акт отсутствия внешнего магнитного поля; *б* – акт наличия внешнего магнитного поля  $B_0$

Рис. 29.3. Образование за счет прецессии переменного магнитного момента  $\mu \sin \varphi$ , который вращается в плоскости, перпендикулярной  $B_0$

Благодаря прецессии образуется переменный магнитный момент  $\mu \sin \varphi$  (рис. 29.3), который вращается в плоскости, перпендикулярной  $B_0$ . Поле  $B_1$ , которое вращается в той же плоскости с частотой  $\omega$ , взаимодействует с моментом  $\mu$ , это взаимодействие становится заметным, если  $\omega \sim \omega_0$ , а направления вращения  $\mu$  и  $B_1$  одинаковы. Правила отбора определяют лишь определенную ориентацию магнитного момента относительно направления

магнитного поля  $B_0$ : для спина  $I$  возможны  $2I + 1$  разрешенных ориентаций, а именно  $I, (I - 1), \dots, -(I - 1), -I$ . Так, для изотопов  $^1H$  и  $^{13}C$ , спин которых  $I = 1/2$ , разрешены ориентации, отвечающие значениям  $+1/2$  и  $-1/2$ . Для изотопов, спин которых  $I = 2$ , количество разрешенных энергетических уровней составляет  $2I + 1 = 5$ . Разность энергий  $\Delta E$  между соответствующими уровнями пропорциональна магнитной индукции (рис. 29.4):

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0. \quad (29.6)$$

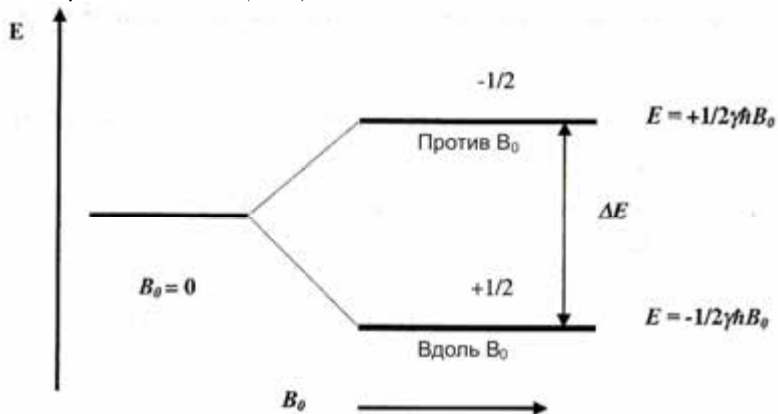


Рис. 29.4. Энергетическая диаграмма ядерного спина: разность энергий  $\Delta E$  между уровнями пропорциональна магнитной индукции

Разность населенностей основного и возбужденного уровней определяется по формуле:

$$\frac{N_{зб}}{N_0} = e^{-\Delta E/kT}, \quad (29.7)$$

где  $N_{зб}$  и  $N_0$  – населенности возбужденного и основного уровней соответственно;  $T$  – температура.

Схема ЯМР-спектрометра приведена на рис. 29.5.

Чувствительность, с которой воспринимается ЯМР-сигнал, зависит от природы изотопа и разности населенностей основного и возбужденного уровней. Техника ЯМР используется для оценивания качества сельскохозяйственных и пищевых продуктов,

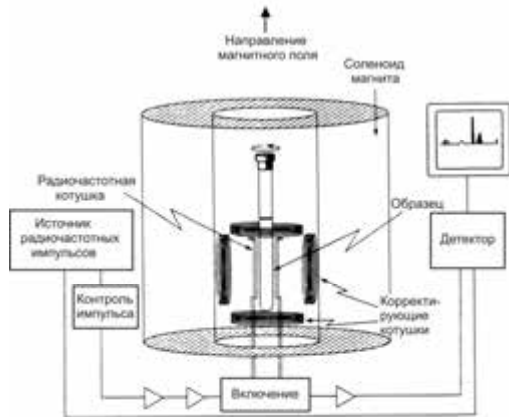


Рис. 29.5. Схема ЯМР-спектрометра

исследования распределения воды в почве, подвижности воды в растении и взаимодействии клеточной воды с мембранами или макромолекулами.

## 29.4. ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ

Энергия связи равна работе, которую необходимо выполнить, чтобы разделить систему на отдельные частицы, из которых она состоит, и удалить их на такое расстояние, где можно пренебречь взаимодействием частиц. Для устойчивых систем энергия связи отрицательна, поскольку образование связанной системы сопровождается выделением энергии. Энергия связи тем больше, чем устойчивее система. Для атомного ядра энергия связи определяется сильным взаимодействием, и, в соответствии с Эйнштейном, пропорциональна дефекту масс  $\Delta m$ :

$$\Delta E = \Delta mc^2 = [Zm_n + (A - Z)m_n - M_\alpha], \quad (29.7)$$

где  $M_\alpha$  – масса ядра.

### Пример

Определить энергию связи атома гелия, масса ядра которого равна  $M_\alpha = 4,00260$  а.е.м.

### Решение

Ядро атома гелия содержит два протона массой  $m_p = 1,007276$  а.е.м. и два нейтрона массой  $m_n = 1,008665$  а.е.м. Таким образом, масса нуклонов, образующих ядро, равна:

$$2m_p + 2m_n = 2(1,007276 \text{ а.о.м.} + 1,008665 \text{ а.о.м.}) = 4,031882 \text{ а.о.м.}$$

Дефект массы атомного ядра равен:

$$\begin{aligned} \Delta m &= (2m_p + 2m_n) - M_\alpha = 4,031882 \text{ а.е.м.} - 4,00260 \text{ а.е.м.} = 0,029282 \text{ а.е.м.} = \\ &= 0,029282 \text{ а.е.м.} \cdot 1,660559 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 4,86 \cdot 10^{-29} \text{ кг}. \end{aligned}$$

Энергия связи ядра гелия равна:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta mc^2 = 4,86 \cdot 10^{-29} \text{ кг} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = 43,74 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = \\ &= 43,74 \cdot 10^{-13} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 27,34 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

## 30. ИОНИЗИРУЮЩЕЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### 30.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*Ионизирующее излучение* – это потоки частиц или электромагнитных квантов, взаимодействие которых со средой обуславливает ионизацию – образование ионов и свободных электронов из электрически нейтральных атомов и молекул.

Ионизирующее излучение имеет достаточно энергии для выбивания электронов из орбит, вследствие чего атом приобретает заряд и становится ионизированным. К ионизирующему излучению относятся:  *$\alpha$ -частицы* – ядра гелия  ${}^4\text{He}$ , содержащие 2 протона и 2 нейтрона;  *$\beta$ -частицы* – электроны и позитроны, выбрасываемые атомными ядрами во время бета-распада; *рентгеновское излучение* – электромагнитное излучение, занимающее спектральную область между  $\gamma$ - и ультрафиолетовым излучением в пределах длин волн  $10^{-8}$ – $10^{-10}$  м;  *$\gamma$ -излучение* – коротковолновое электромагнитное излучение с длинами волн от  $10^{-11}$  м до  $10^{-12}$  м; *космические лучи* – поток элементарных частиц высокой энергии, преимущественно протонов, приходящих на Землю изотропно со всех направлений космического пространства, а также вторичное излучение, образующееся вследствие взаимодействия протонов с атомными ядрами воздуха.

Значения энергии ионизирующего излучения приведены в табл. 30.1.

#### 30.1 – Энергия ионизирующего излучения

Тип излучения	Частота, Гц	Энергия, кДж·мль <sup>-1</sup>
<i>Частицы</i>		
<i><math>\alpha</math>-частицы</i>		$4,1 \cdot 10^8$
<i><math>\beta</math>-частицы</i>		$1,5 \cdot 10^7$
<i>Электромагнитное излучение</i>		
Рентгеновское излучение	$3 \cdot 10^{15}$	$1,2 \cdot 10^5$
$\gamma$ -излучение	$3 \cdot 10^{20}$	$1,2 \cdot 10^8$
Космические лучи	$6 \cdot 10^{21}$	$2,4 \cdot 10^9$

## 30.2. РАДИОАКТИВНОСТЬ

### 30.2.1. Радиоактивный распад

В 1896 г. французский физик А. Беккерель открыл явление *радиоактивности* – способности некоторых атомных ядер произвольно (спонтанно) преобразовываться в другие ядра с излучением частиц. К радиоактивному преобразованию относятся  *$\alpha$ -распад* (распад атомных ядер, сопровождаемый излучением  $\alpha$ -частиц), все виды  *$\beta$ -распада* (произвольных преобразований

нейтрона в протон и протона в нейтрон внутри атомного ядра) и *спонтанное деление ядер* (произвольное деление тяжелых ядер). Радиоактивный распад часто сопровождается  $\gamma$ -излучением. Различают естественную и искусственную радиоактивность, между которыми нет принципиальной разницы. Естественная радиоактивность происходит вследствие бомбардировки молекул газа в верхних слоях атмосферы ионизирующим космическим излучением Солнца и за счет присутствующих в земной коре радиоактивных элементов (уран, актиний, торий, нептуний). Радиоактивные материалы, имеющие разрушающий характер и распределяющиеся в окружающей среде, называются *радиоактивным загрязнением*.

Основными источниками ионизирующего излучения и радиоактивного загрязнения биосферы является естественная радиоактивность, разработка, добыча и обогащение ископаемых, использование радиоактивного сырья в реакторах, переработка ядерного топлива в установках, испытания и эксплуатация ядерного оружия, сохранение отработанного топлива и радиоактивных отходов.



### **Антуан Анри БЕККЕРЕЛЬ (1852–1908)**

Французский физик, который открыл естественную радиоактивность солей урана (1896 г.). Лауреат Нобелевской премии по физике 1903 года.

### **30.2.2. Закон радиоактивного распада**

Произвольный распад атомных ядер подчиняется закону радиоактивного распада: для большого количества ядер число актов распада в единицу времени (скорость распада) пропорционально исходному количеству ядер  $N$ :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (30.1)$$

Это уравнение представляет собой дифференциальную форму закона радиоактивного распада; интегральная форма этого закона имеет вид:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (30.2)$$

где  $N_0$  – количество радиоактивных ядер в момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – количество ядер в момент времени  $t$ ;  $\lambda$  – постоянная распада ( $\text{с}^{-1}$ ).

Скорость радиоактивного распада называют *абсолютной активностью*  $a$ :

$$a = -\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (30.3)$$

Единицей радиоактивности является *беккерель* (*Бк*), который соответствует одному распаду в секунду ( $1\text{Бк} = \text{с}^{-1}$ ); на практике используют *кюри* (*Ки*). 1 Ки – это абсолютная активность такого препарата, в котором происходит  $3,7 \cdot 10^{10}$  распадов за секунду ( $1\text{Ки} = 3,7 \cdot 10^{10}\text{Бк}$ ).

Промежуток времени, в течение которого происходит распад половины радиоактивных ядер элемента, называется *периодом полураспада*  $T_{1/2}$ :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \quad (30.4)$$

откуда

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (30.5)$$

Например, период полураспада  $T_{1/2}$  составляет для: радиоактивного изотопа углерода  ${}^{14}_6\text{C}$  – 5730 лет; радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  –  $1,6 \cdot 10^3$  лет; йода  ${}^{131}_{53}\text{I}$  – 8,04 дня.

### Пьер КЮРИ (1859–1906)

Французский физик, один из основателей теории радиоактивности. Открыл и исследовал пьезоэлектрический эффект (1880 г.).

Исследовал радиоактивное излучение, ввел термин “радиоактивность”. Лауреат Нобелевской премии 1903 года.





### Мария СКЛОДОВСКАЯ-КЮРИ (1867–1934)

Французский физики и химик, одна из создателей теории радиоактивности. Впервые предложила использование радиоактивного излучения в медицинских целях. Лауреат Нобелевской премии по физике 1903 года и Нобелевской премии по химии 1911 года.

#### Пример

Период полураспада изотопа  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  составляет  $1,6 \cdot 10^3$  лет. Определить активность образца, который содержит  $3 \cdot 10^{16}$  ядер радия, в данный момент времени.

#### Решение

Используя уравнение (30.5), найдем величину периода полураспада:

$$T_{1/2} = 1,6 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{16} \text{ с} = 5,0 \cdot 10^{10} \text{ с}.$$

Отсюда:

$$\lambda = 0,693 / T_{1/2} = 0,693 / 5,0 \cdot 10^{10} \text{ с} = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ с}.$$

Активность образца в данный момент времени ( $t = 0$ ) вычислим по формуле:

$$a = \lambda N_0 = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ с} \cdot 3 \cdot 10^{16} = 4,1 \cdot 10^5 \text{ Бк} = 4,1 \cdot 10^5 / 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Ки} = 11,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ки} = 11,1 \text{ мКи}.$$

#### Контрольное задание

Чему равна активность 1 кг изотопа  ${}^{226}\text{Ra}$ , если период полураспада равен 1600 лет?

Ответ:  $3,62 \cdot 10^{13}$  Бк.

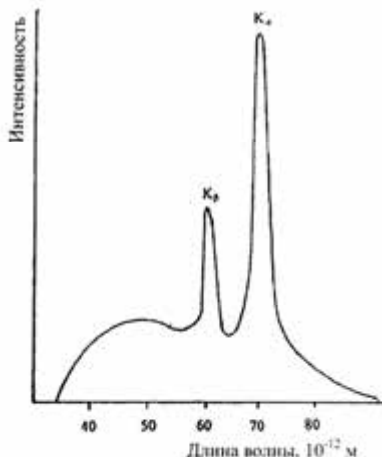


Рис. 30.1. Спектр рентгеновского излучения состоит из широкой полосы, на фоне которой можно различить серию резких максимумов

### 30.3. РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

*Рентгеновское излучение* – это электромагнитное ионизирующее излучение, занимающее спектральную область в пределах от  $10^{-10}$  м до  $10^{-8}$  м. Открыто в 1895 г. В. Рентгеном.

Рентгеновское излучение образуется в результате бомбардировки металлической мишени

высокоэнергетическими электронами. Источниками рентгеновского излучения

могут быть также некоторые радиоактивные изотопы. Спектр рентгеновского излучения состоит из широкой полосы, на фоне которой можно отличить серию резких максимумов (рис. 30.1). Во время взаимодействия рентгеновского излучения с веществом под действием внешнего электрона или высокоэнергетического фотона вырывается один из двух электронов внутренней оболочки атома мишени, который оставляет атом. На вакантное место может перейти электрон с более удаленных от ядра оболочек. Этот переход, длящийся  $10^{-9}$  с, сопровождается излучением рентгеновского кванта. Энергия такого перехода составляет более 1000 эВ. Высокая энергия рентгеновского излучения обуславливает его распространенное практическое применение в рентгеновском анализе, микроскопии и спектроскопии.

### **Вильгельм Конрад РЕНТГЕН (1845–1923)**

Немецкий физик, который открыл и исследовал рентгеновские лучи (1895 г.).  
Лауреат Нобелевской премии 1901 года.



## **30.4. ДОЗИМЕТРИЯ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

### **30.4.1. Дозы ионизирующего излучения**

Измерение характеристик ионизирующего излучения во время его взаимодействия со средой, от которых зависят радиационные эффекты в облучаемых объектах неживой и живой природы, составляют суть *дозиметрии*.

*Доза* – это энергия ионизирующего излучения, которая поглощается облучаемым веществом. Доза зависит от типа излучения, его интенсивности, длительности облучения и состава облучаемого вещества. Различают такие дозы:

- *Поглощенная доза* – это рассчитанная на единицу массы облучаемого вещества поглощенная энергия ионизирующего излучения:

$$D_n = \frac{dE}{dm}, \quad (30.6)$$

где  $dE$  – средняя поглощенная энергия;  $dm$  – масса вещества.

Единицы поглощенной дозы:  $1\text{Гр} = 1\text{Дж}/1\text{кг}$ ;  $1\text{рад} = 10^{-2}\text{Гр}$  (термин «*рад*» происходит от английской фразы “*Radiation Absorbed Dose*”).

Приращение поглощенной дозы за единицу времени называется *мощностью поглощенной дозы*:

$$P_n = \frac{dD_n}{dt}. \quad (30.7)$$

Единица мощности поглощенной дозы –  $\text{Гр}/\text{с}$ ,  $\text{рад}/\text{с}$ .

• *Экспозиционная доза* определяется как отношение суммарного заряда всех ионов одного знака, образованных в воздухе вторичными частицами (электронами и позитронами, которые образуются в элементарном объеме во время их полного торможения) к массе воздуха в этом объеме:

$$X = \frac{dQ}{dm}, \quad (30.8)$$

где  $dQ$  – суммарный заряд всех ионов одного знака;  $dm$  – масса воздуха.

Единицы экспозиционной дозы:  $1\text{Кл}/\text{кг}$ ; внесистемная единица – *рентген*:  $1\text{Р} = 2,58 \cdot 10^{-4}\text{Кл}/\text{кг}$  или  $1\text{Кл}/\text{кг} = 3,88 \cdot 10^{-3}\text{Р}$ . Доза в  $1\text{Р}$  соответствует образованию  $2,08 \cdot 10^{-4}$  пар ионов в  $1\text{см}^3$  воздуха при  $0^\circ\text{C}$  и  $760\text{мм рт. ст.}$

Приращение экспозиционной дозы за единицу времени называется *мощностью экспозиционной дозы*:

$$P_e = \frac{dD_e}{dt}. \quad (30.9)$$

Единица мощности экспозиционной дозы излучения –  $\text{Кл}/\text{кг}\cdot\text{с}$ .

• *Эквивалентная доза* – это поглощенная энергия излучения, биологически эквивалентная одному рентгену. Во время облучения живых организмов, в частности людей, могут возникнуть пагубные последствия, которые определяют уровень радиационной опасности. Дело в том, что биологические эффекты зависят не только от дозы, но и от типа ионизирующего излучения. Например, при одинаковой дозе  $\alpha$ -частицы приводят к биологическим разрушениям в десятки раз большим, чем во время действия рентгеновского излучения. Таким образом, знания поглощенной дозы недостаточно для оценки радиационно-индуцированного эффекта. Биологические эффекты, вызываемые каким-либо ионизирующим излучением, принято сравнивать с биологическими эффектами, возникающими под действием рентгеновского излучения с предельной энергией  $250\text{кэВ}$ . Это сравнение осуществляется с помощью *коэффициента качества излучения K*,

определяемого как количество рад рентгеновского или  $\gamma$ -излучения и вызывает такие же самые биологические эффекты, что и 1 рад данного ионизирующего излучения. Для рентгеновского и  $\gamma$ -излучения  $K = 1,0$ ;  $\alpha$ -частиц – 20;  $\beta$ -частиц и электронов – 1,0; нейтронов – 5–20; протонов – 5; тяжелых ионов – 20. Влияние иных факторов (участок тела или облучаемый объем, длительность облучения, вид живого организма) учитывается безразмерным фактором  $N$ . Так, для костей, кишок, легких, желудка фактор  $N = 0,12$ ; мозга, почек, печени, мышц, поджелудочной железы, селезенки, щитовидной железы – 0,05; кожи – 0,01.

Таким образом, эквивалентная доза определяется выражением:

$$H = D_n K N, \quad (30.10)$$

где  $D_n$  – поглощенная доза.

Единицы эквивалентной дозы – *зиверт*:  $1\text{Зв} = 1\text{Дж/кг}$ ;  $1\text{Зв} = 100\text{ рем}$  (единица *рем* происходит от английской фразы “*Radiation Equivalent in Man*”).

Типичные эквивалентные дозы, встречающиеся в нашей повседневной жизни, приведены в табл. 30.2.

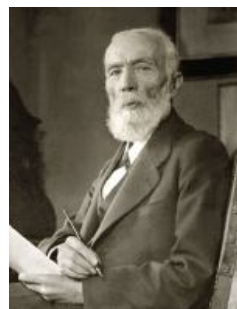
### 30.2 – Типичные эквивалентные дозы

Тип излучения	Доза
Космическое излучение	200 мкЗв (20 мрем) в течение 1 года
Естественное ионизирующее излучение	300 мкЗв (30 мрем) в течение 1 года
Естественно существующие радиоактивные материалы в организме человека	300 мкЗв (30 мрем) в течение 1 года
Флуорография легких	500 мкЗв (50 мрем) во время одной рентгеновской процедуры
Рентгенологическое исследование артерий и вен	20 мкЗв (2 мрем) во время одной рентгеновской процедуры
Ядерная электростанция	< 1 мЗв (100 мрем) в течение 1 года на расстоянии 1 км от станции

#### Иван ПУЛЮЙ (1845–1918)

Украинский физик, изобретатель трубки (лампы Пулюя), которая генерировала “холодный свет” (как его называл изобретатель), или рентгеновское излучение по современной терминологии.

Пулюй первым использовал прибор для получения рентгеновского изображения сломанной руки своей дочери.



### 30.4.2. Поглощение ионизирующего излучения

Поглощение ионизирующего излучения образцом толщиной  $x$  определяется по формуле:

$$I = I_0 \exp(-\mu x), \quad (30.11)$$

где  $I$  – интенсивность излучения, прошедшего образец;  $I_0$  – интенсивность излучения, падающего на образец;  $\mu$  – коэффициент поглощения.

Следует отметить, что коэффициент поглощения  $\mu = 1/\delta$ , где  $\delta$  – глубина проникновения, то-есть такая толщина, которая уменьшает интенсивность излучения, падающего на образец, в  $e$  раз (то-есть на 37 %).

Уменьшение интенсивности часто характеризуется слоем половинного поглощения  $D_{1/2}$ , который уменьшает интенсивность излучения в два раза:

$$D_{1/2} = \ln 2 / \mu. \quad (30.12)$$

Тогда закон поглощения ионизирующего излучения запишется как:

$$I = I_0 \exp[-(\ln 2 / D_{1/2})x] \quad (30.13)$$

или

$$I = I_0 2^{-x/D_{1/2}}. \quad (30.14)$$

#### Пример

Свинцовая пластина толщиной 0,9 см уменьшает интенсивность  $\gamma$ -излучения изотопа  $^{137}\text{Cs}$  на 65 %. Плотность свинца равна  $11,3 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ . Определить слой половинного поглощения  $D_{1/2}$  поглотителя, коэффициент поглощения и глубину проникновения излучения.

#### Решение

Используем уравнение (30.10) с учетом условия задания:

$$I/I_0 = \exp(-\mu x) = 0,35.$$

Отсюда

$$\ln 0,35 = -\mu x = -\mu \cdot 0,9 \text{ см.}$$

Вычислим коэффициент поглощения:

$$\mu = -\ln 0,35 / 0,9 \text{ см} = 1,0498 / 0,9 = 1,166 \text{ см}^{-1}.$$

Слой половинного поглощения найдем с помощью выражения (30.11):

$$D_{1/2} = \ln 2 / \mu = 0,693 / 1,166 \text{ см}^{-1} = 0,594 \text{ см.}$$

Найдем глубину проникновения:

$$\delta = 1 / \mu = 1 / 1,166 \text{ см}^{-1} = 0,858 \text{ см.}$$

#### Контрольное задание

Слой половинного поглощения свинцового поглотителя равен 6 мм. Какую толщину необходимо сообщить поглотителю, чтобы уменьшить интенсивность  $\gamma$ -излучения изотопа  $^{137}\text{Cs}$  в десять раз?

Ответ: 20 мм.

## 30.5. ИЗМЕРЕНИЕ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### 30.5.1. Основные методы измерения ионизирующего излучения

Основные методы измерения ионизирующего излучения основываются на сборе и регистрации электронов и ионов, освобождаемых в процессе ионизации; наблюдении флуоресценции вещества, которое поглощает ионизирующее излучение; использовании и анализе химических реакций, вызываемых ионизирующим излучением; измерении тепла, образующегося за счет поглощения ионизирующего излучения. Среди параметров ионизирующего излучения, которое регистрируется, следует отметить тип излучения, энергию квантов или частиц, величину потока или скорости изменения потока квантов или частиц, временное или пространственное распределение ионизирующего излучения. Рассмотрим основные методы измерения ионизирующих излучений.

*Заполненные газом детекторы.* В основе работы детекторов этого типа является приложение напряжения к пространственно разделенным электродам, расположенным в камере, заполненной ионизированным газом. Положительные ионы и электроны, образующиеся в камере, собираются на электродах и способствуют появлению электрического тока или импульсов. Количество пар “ион-электрон” прямо пропорционально энергии излучения. Среди основных типов заполненных газом детекторов можно выделить ионизационную камеру, пропорциональные счетчики и счетчик Гейгера-Мюллера. Различие между этими детекторами поясняется на рис. 30.2, на котором приведена зависимость собирающихся на



Рис. 30.2. Области действия заполненных газом детекторов:

1 – ионизационная камера; 2 – пропорциональный счетчик; 3 – счетчик Гейгера-Мюллера

электродах ионов от приложенного напряжения. Это напряжение вызывает конкуренцию между потерей ионных пар за счет рекомбинации и их собиранием на электродах. Увеличение напряжения (область 1) приводит к увеличению скорости движения ионов, уменьшению времени, необходимого на рекомбинацию, за счет чего заряд на электродах становится пропорциональным количеству ионных пар, образующихся в междуэлектродном пространстве. На этом принципе работает ионизационная камера. Дальнейшее увеличение напряжения сопровождается тем, что электроны, образующиеся за счет первичных ионизационных процессов, принимают участие в дополнительной ионизации. Заряд на электродах в данной ситуации прямо пропорциональный приложенному напряжению (область 2). Использование этой зависимости составляет принцип действия пропорционального счетчика. Продолжение увеличения напряжения дает возможность получить ситуацию, при которой заряд на электродах не зависит от приложенного к ним напряжения (область 3). Эта ситуация реализуется в счетчиках Гейгера-Мюллера.

*Ионизационная камера* – детектор, действие которого основывается на способности заряженных частиц вызывать ионизацию газа. Принципиальным преимуществом детектора этого типа является возможность получения непосредственной информации относительно экспозиционной или поглощенной дозы. Действительно, поскольку рентген является единицей экспозиционной дозы и соответствует количеству зарядов, образуемых ионизирующим излучением в  $1 \text{ см}^3$  воздуха при нормальных условиях, именно ионизационная камера

дает возможность оценивать ионизирующее излучение в этих единицах. Внешний вид камеры приведен на рис. 30.3.

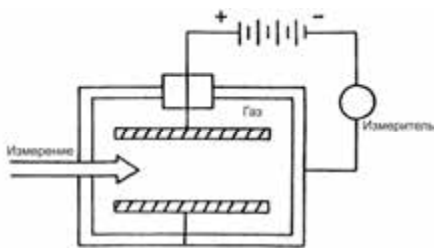


Рис. 30.3. Ионизационная камера

Образование каждой ионной пары сопровождается потерей энергии около 34 эВ ( $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ). Если допустить, что ионизирующие частицы проходят через камеру со скоростью  $N(\text{с}^{-1})$  и каждая из них затрачивает энергию  $E(\text{МэВ})$ , то величина заряда, собирающегося на электродах за единицу времени, определяется по формуле:

$$Q(\text{Кл} \cdot \text{с}^{-1}) = NEe \cdot 10^6 / 34. \quad (30.15)$$

Приложение напряжения величиной несколько сот вольт дает возможность собирать на электродах все электроны и положительные ионы.

*Пропорциональный счетчик* образует сигнал, амплитуда которого пропорциональна энергии, которая выделяется в его объеме регистрируемой частицей. Конструкция детектора (рис. 30.4) предусматривает наличие центрального электрода, к которому стремятся электроны, освобожденными в результате ионизации. Напряженность поля  $E$ , образуемого на расстоянии  $r$  от электрода, равна:

$$E = U/[r \ln(d_1/d_2)], \quad (30.16)$$

где  $U$  – приложенное напряжение (В);  $d_1$  – диаметр счетчика;  $d_2$  – диаметр центрального электрода.

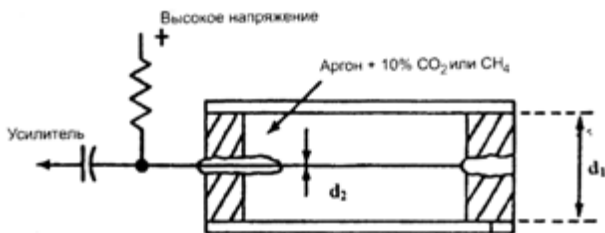


Рис. 30.4. Пропорциональный счетчик

Вблизи электрода напряженность электрического поля настолько велика, что первичные электроны приобретают энергию, достаточную для вторичной ионизации. Вследствие этого на центральный электрод поступает лавина электронов. Отношение полного количества собранных на электроде электронов к их первоначальному количеству называется *коэффициентом газового усиления*; величина его может достигать  $10^2$ – $10^4$ .

*Счетчик Гейгера-Мюллера* представляет собой газоразрядный детектор, который работает в процессе прохождения через его объем заряженных частиц. Рабочий объем счетчика приведен на рис. 30.5. К электродам прикладывают напряжение величиной несколько сотен вольт. Вследствие прохождения ионизирующей частицы в газе образуются свободные электроны,двигающиеся к центральному электроду. Вблизи электрода напряженность электрического поля увеличивается, электроны ускоряются настолько, что начинают в свою очередь ионизировать газ. Возникает коронный разряд, который распространяется вдоль электрода. Во внешней электрической цепи образуются электрические импульсы,

соответствующие вспышкам разряда. Количество этих импульсов за единицу времени равно количеству ионизирующих частиц.

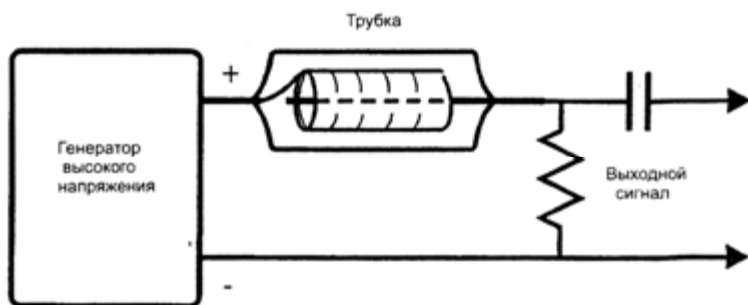


Рис. 30.5. Счетчик Гейгера-Мюллера

*Сцинтилляционный счетчик* – детектор, основными элементами которого является вещество, люминесцирующее под действием быстрых частиц, и фотоэлектронный умножитель. Заряженная частица проходит через вещество, вызывая не только ионизацию атомов и молекул, но и их возбуждение. Переход атомов и молекул из возбужденного состояния в основное сопровождается излучением кванта видимого или ультрафиолетового диапазона. Каждая такая световая вспышка, называемая *сцинтилляцией*, регистрируется фотоэлектронным умножителем, электрические импульсы с выхода которого подаются на систему регистрации. Типичными материалами для сцинтилляционных счетчиков являются кристаллы  $ZnS(Ag)$ ,  $NaI(Tl)$ ,  $CsI(Tl)$  (в скобках указан активатор, который вызывает сцинтилляции в кристалле), кадмиевые и кальциевые соли вольфрамовой кислоты, галиды лития, а также органические сцинтилляторы – антрацен  $C_{14}H_{10}$ , стильбен  $C_{14}H_{12}$ , растворы толуола, ксилола, фенилциклогексана. Внешний вид сцинтилляционного счетчика приведен на рис. 30.6. Преимуществом такого счетчика является высокая чувствительность (из-за высокой плотности рабочего вещества), особенно к  $\gamma$ -излучению, быстроедействие и способность определять энергию частицы или кванта излучения.



Рис. 30.6. Сцинтилляционный счетчик

*Полупроводниковый счетчик* – в основе лежит ионизация атомов твердого тела, вследствие которой образуются свободные электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне. Частица, проникающая в кристалл, генерирует в нем дополнительные электронно-дырочные пары. Носители заряда (электроны и дырки) под действием приложенного электрического поля перемещаются к электродам, вследствие чего в электрической цепи образуется электрический импульс, который усиливается и регистрируется. Ширина запрещенной зоны составляет 2–3 эВ; таким образом, энергия, необходимая для образования пары электрон-дырка, является величиной такого ж порядка (напомним, что в газовых ионизационных камерах для образования пары ионов необходима энергия 34 эВ (для воздуха)). Таким образом, полупроводниковые счетчики имеют на порядок большую чувствительность, чем газовые. Типичными материалами полупроводниковых счетчиков являются германий, кремний, *CdTe*, *HgI*.

*Термолюминесцентные детекторы* используют процесс люминесценции во время нагревания вещества, которое предварительно возбуждается излучением. Во время нагревания вещества электроны, захватываемые улавливателями, высвобождаются и переходят на уровни с меньшей энергией, излучая квант света. Термолюминесцентные детекторы состоят из камеры, связанной с системой нагревания, фотоэлектронным умножителем, усилителем и термопарой для измерения температуры.

*Трековые детекторы* – в основе их работы лежит ионизация атомов или молекул вещества; образующиеся ионы регистрируют благодаря конденсации пересыщенного пара (*камера Вильсона*),

парообразованию перегретой жидкости (*пузырьковая камера*), образованию разрядов в газах (*искровая камера*).

*Фотографическое детектирование* основывается на использовании пленок, в которых слой эмульсии (бромистое серебро на желатиновой основе) имеет в десятки раз большую толщину, чем в обычных фотопленках, что повышает эффективность взаимодействия ионизирующего излучения с веществом. Механизм этого взаимодействия лежит в поглощении ионизирующего излучения веществом вследствие фотоэлектрического процесса, в силу которого энергия излучения передается электрону. Этот электрон за счет ионизации образует другие свободные электроны, которые взаимодействуют с положительными ионами серебра и изменяют их распределение на пленке. Уровень почернения пленки оценивается с помощью денситометра (рис.30.7) по формуле:

$$D = \lg(I_0 / I), \quad (30.17)$$

где  $D$  – плотность серебра на пленке;  $I_0$  – интенсивность излучения, падающего на пленку;  $I$  – интенсивность излучения, прошедшего пленку.

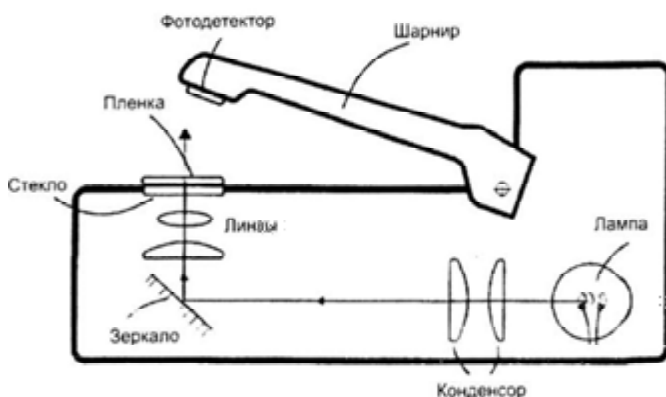


Рис. 30.7. Оценивание почернения пленки с помощью денситометра

Величина  $D = 2$  соответствует зачерненной пленке; через пленку с  $D = 1$  можно читать текст.

### 30.5.2. Принципы $\gamma$ -спектроскопии

Поскольку  $\gamma$ -излучение представляет собой электромагнитное излучение с очень короткими ( $< 2 \cdot 10^{-10}$  м) волнами, на первый план выступают корпускулярные свойства. Рассмотрим основные

процессы, происходящие во время взаимодействия  $\gamma$ -излучения с веществом.

*Фотоэлектрическое поглощение* сопровождается перенесением всей энергии  $\gamma$ -излучения на внутренние электронные орбиты атома, вследствие чего электрон оставляет атом, а  $\gamma$ -излучение исчезает (рис. 30.8). Но вакантное место на внутренней орбите занимает электрон с внешней орбиты; этому процессу соответствует высвобождение определенной энергии в виде кванта рентгеновского излучения. Этот квант называется *характеристическим*, поскольку он характеризует вещество, поглощающее  $\gamma$ -излучение. Фотоэлектрический эффект происходит при действии совсем малых (десятки кэВ) энергий.



Рис. 30.8. Фотоэлектрическое поглощение

*Комптоновский эффект* заключается в упругом рассеивании квантов рентгеновского или  $\gamma$ -излучения на свободных или внешних, слабо связанных с атомом электронах. В этом случае квант передает часть своей энергии электрону и изменяет направление движения, то-есть рассеивается; уменьшение энергии означает увеличение длины волны рассеянного излучения (рис. 30.9).

*Образование пар* – процесс, происходящий при достаточно высоких уровнях энергии, при которых  $\gamma$ -квант поглощается атомным ядром вещества. Вследствие этого поглощения образуется пара “электрон-позитрон” (рис. 30.10). Это тот самый случай, когда энергия преобразуется в массу. Для образования пары (в соответствии с соотношением  $E = mc^2$ ) необходима энергия 1,022

МэВ. Позитрон живет недолго, поскольку при встрече с электроном он соединится с последним, излучая два кванта с энергией 0,51 МэВ.

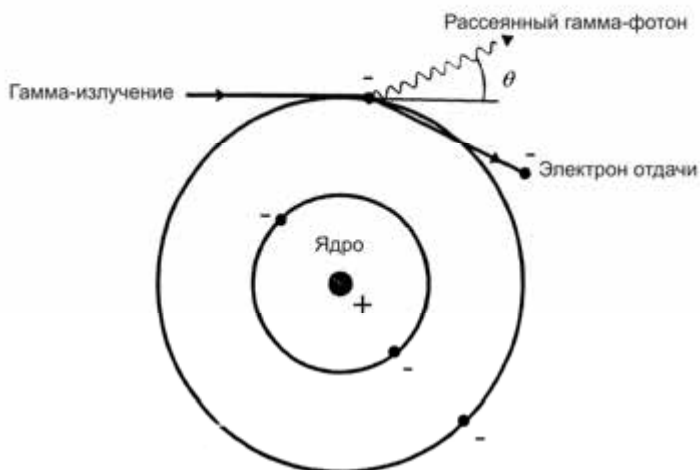


Рис. 30.9. Комptonовский эффект

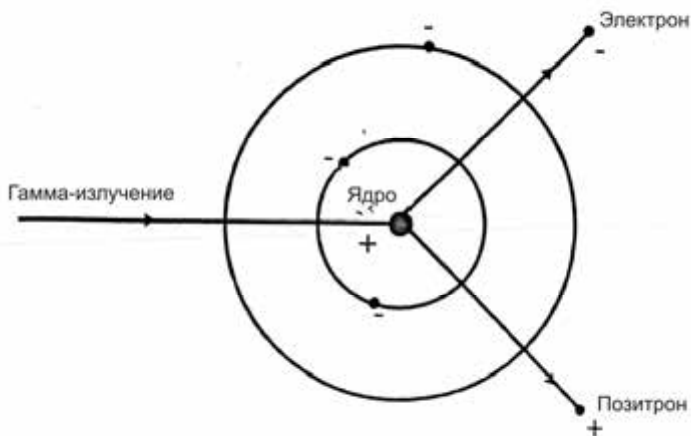


Рис. 30.10. Образование пар

Все рассмотренные выше процессы проиллюстрированы на рис. 30.11, *a*, который представляет собой пример энергетического спектра электронов, образующихся в кристалле *NaI* под действием  $\gamma$ -излучения источника  $^{60}\text{Co}$ . За наличие максимумов при 1,15 и 1,33 МэВ отвечает процесс фотоэлектрического поглощения; небольшой максимум при 0,51 МэВ связан с аннигиляцией излучения вследствие образования пар;

наконец, широкий максимум при 0,2 МэВ вызывается комптоновским рассеянием. Очень узкий максимум при 0,88 МэВ возникает за счет свинца, в котором размещен кобальт. Свинец поглощает  $\gamma$ -излучение и излучает кванты рентгеновского излучения. Эти кванты проходят через кристалл *NaI*, где поглощаются за счет фотоэлектрических процессов. Относительная вероятность рассмотренных процессов поглощения  $\gamma$ -излучения в зависимости от энергии приведена рис. 30.11, б.

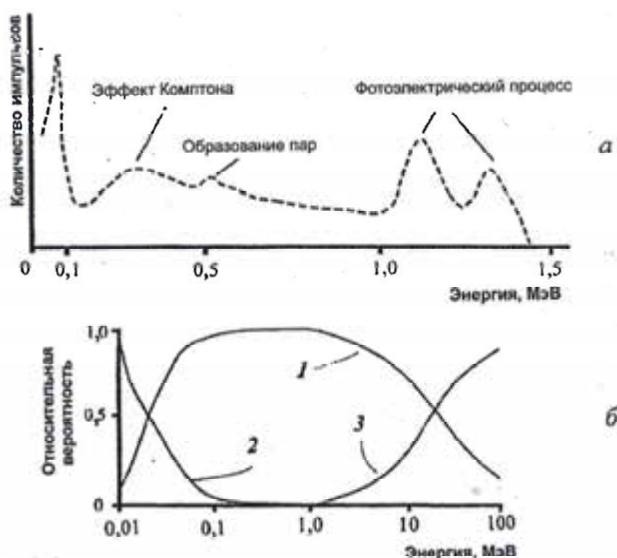


Рис. 30.11. Энергетический спектр электронов, образующихся в кристалле *NaCl* под влиянием  $\gamma$ -излучения (а) и относительная вероятность процессов поглощения  $\gamma$ -излучения (б): 1 – комптоновский эффект; 2 – фотоэлектрический процесс; 3 – образование пар

Таким образом, измерение интенсивности  $\gamma$ -излучения в зависимости от длины волны или энергии квантов составляет суть рентгеновской и  $\gamma$ -спектрометрии. Основной целью спектрометрии ионизирующего излучения является идентификация радионуклидов. В качестве примера можно привести спектр радионуклидов, собранных в мышечной ткани тунца, которого выловили в районе атолла Бикини, где проводили испытания ядерного оружия (рис. 30.12).

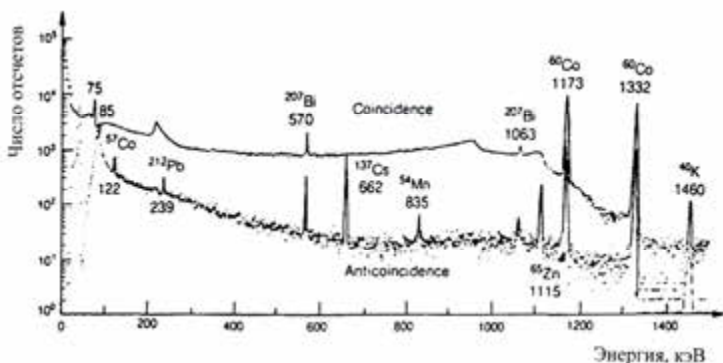


Рис 30.12. Гамма-спектр радионуклидов в мышечной ткани тунца, которого выловили в районе атолла Бикини, где проводили испытания ядерного оружия. Здесь N – количество отсчетов на канал

## 30.6. ВЛИЯНИЕ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ

### 30.6.1. Механизмы влияния ионизирующего излучения

Вследствие того, что энергия квантов ионизирующего излучения существенно превышает энергию каких-либо химических связей, происходит разрушение молекул живой ткани, что приводит к гибели клеток и нарушению систем жизнедеятельности организма. Процесс ионизации атомов и молекул связан с их возбуждением, вследствие чего они приобретают повышенную реакционную способность за счет появления неспаренных электронов. Все это может способствовать образованию новых химических соединений или изменению отдельных участков молекул.

Влияние ионизирующего излучения на воду, которая содержится в биологических клетках, связано с образованием свободных радикалов, способных привести к серьезному повреждению биологически важных молекул. Кроме того, тонизирующее излучение действует на молекулы ДНК (разрушение нуклеотидов, разрывы полинуклеотидных цепей), белков (изменения аминокислотных остатков, нарушение системы водородных связей, утрата конформационных состояний), липидов (процессы радиоллиза). Все эти повреждения биологически важных молекул и клеточных структур приводят к развитию *лучевого поражения* – патологическим изменениям в организме, органах и тканях. Помимо разнообразных непосредственных нарушений процессов

жизнедеятельности возможны отдаленные эффекты облучения, которые проявляются в форме возникновения злокачественных опухолей, сокращения длительности жизни, ослабления иммунитета, мутагенных последствий.

### 30.6.2. Радиоактивные загрязнения

С точки зрения здоровья человека наиболее опасными являются радиоактивные элементы с периодом полураспада от нескольких недель до нескольких лет. Например, стронций  $^{90}\text{Sr}$ , который накапливается в костных тканях (28 лет) и цезий  $^{137}\text{Cs}$  (32 года). Кроме того, опасными являются изотопы простых элементов, которые входят в состав живого вещества –  $^{14}\text{C}$ ,  $^{32}\text{P}$ ,  $^{45}\text{Ca}$ ,  $^{35}\text{S}$ . Небезопасными могут быть радиоактивные осадки, выпадающие вследствие испытаний ядерного оружия. Радиоактивные примеси рассеиваются в атмосфере, а затем через почву и воду попадают в биомассу. Источником радиоактивного загрязнения может быть атомная промышленность. Загрязнения могут происходить во время добычи и обогащения ископаемых, использования сырья в реакторах, обработки ядерного топлива в установках. Чрезвычайно острой для окружающей среды является проблема утилизации радиоактивных отходов. Процессы обработки и эксплуатации ядерного топлива можно поделить с точки зрения возможных влияний на здоровье человека на две категории. К первой следует отнести технологические операции, сопровождающиеся образованием невысокого уровня отходов – это разработка урановых ископаемых и их очистка. Эти операции могут нанести вред человеческому организму лишь на протяжении длительного времени. Отходы высокого уровня имеют место во время работы с урановыми стержнями, когда на короткое время можно получить высокие уровни радиоактивности.



#### **Д.М. ГРОДЗИНСКИЙ (род. в 1929 г.)**

Ведущий украинский радиобиолог. Основной круг научных интересов – радиобиология и радиоэкология, репарационные и ионные процессы в клетке после облучения, механизмы противолучевой защиты, механизмы действия малых доз ионизирующего излучения, отдаленные эффекты облучения. Разработал теорию надежности биологических систем.

Воды океана могут быть сильно радиоактивными вследствие испытаний ядерного оружия. Активно подвергается радиоактивному загрязнению планктон и водоросли, с которых начинаются пищевые цепи, что приводит к попаданию радиоактивных веществ в водные организмы. Такие быстроходные рыбы как меч-рыба и, в частности, тунец могут опережать на несколько месяцев скорость северного экваториального течения, перенося радиоактивно зараженные вследствие ядерных взрывов воды, и могут в целом чистых водах становиться источником радиоактивности для своих врагов, а поступая на рынок, и для человека. Есть сведения о том, что крылатые насекомые, личинки которых жили и кормились в радиоактивно зараженных средах, имеют в своем теле большое количество радиоактивных изотопов и способны переносить их в полете на большие расстояния от места выхода насекомых в природу. Перелетные птицы также способны переносить радиоактивные частицы загрязненного водохранилища, в другие страны и материки, особенно водоплавающие, которые имеют в процессе кормления непосредственный контакт с илом и донными организмами.

Зараженные участки почвы будут постепенно высвобождаться от загрязнений благодаря участию бактерий и растений, которые концентрируют изотопы и передают их другим животным, а также за счет миграции и перемещения радиоактивно зараженных организмов, семян и частиц почвы в пространстве. Чисто эрозийные процессы также делают свое дело. Кроме того, деятельность и судьба подвижных почвенных организмов – червяков, личинок насекомых, кротов, сусликов, грызунов, которые так или иначе воспринимают радиоактивные загрязнения, неминуемо сообщают ускорение процессу рассеивания загрязнений.

# 31. РАДИОИЗОТОПЫ

## 31.1. АТОМНОЕ ЯДРО И ИЗОТОПЫ

Ядерная медицина охватывает комплекс диагностических и терапевтических процедур, которые предусматривают использование *радиоизотопов* – изотопов, принадлежащих радиоактивным элементам. Для потребностей диагностики целесообразно использовать радиоизотопы, способные образовывать  $\gamma$ -излучение, которое в состоянии проникать через биологическую ткань и быть зарегистрированным вне тела пациента с дальнейшим определением распределения этого излучения внутри тела. Для терапии необходимо использовать изотопы, излучающие  $\beta$ -частицы, небольшая проникаемость которых в ткань обуславливает обеспечение высоких доз излучения в участке локализации изотопа.

## 31.2. РАДИОИЗОТОПЫ В МЕДИЦИНЕ

Использование радиоизотопов дает возможность изучать физиологические процессы, происходящие в живом организме, особенно за счет замены тех элементов, из которых состоит организм, и которые принимают участие в обмене веществ. Радиоизотопы образуют соединения с другими атомами, что приводит к формированию так называемых “меченых” молекул, которые ведут себя так же, как и обычные молекулы, но которые можно легко отличить. В целом, радиоизотопы позволяют получить сведения о динамике процессов в организме; методы использования радиоизотопов характеризуются высокой чувствительностью – для количественного измерения достаточно  $10^5$ - $10^6$  атомов (тогда как для традиционных аналитических методов необходимо  $10^{12}$ - $10^{14}$  атомов); небольшие количества радиоизотопов не влияют на состояние и процессы жизнедеятельности организма.

Радиоизотопы широко используют в исследованиях живых организмов. Так, изотоп  $^{132}\text{I}$  используют для лечения щитовидной железы. Эта железа в обычных условиях извлекает йод из крови для образования щитовидных гормонов. Радиоактивный йод химически идентичный нормальному йоду; после введения в организм он появляется в щитовидной железе через определенный промежуток времени. Железы, функции которых нарушены, поглощают большее количество радиоактивного йода в сравнении с нормальными железами, что регистрируется детектором.

Очень удобным для визуализации биомедицинских объектов

является радиоизотоп технеция  $^{99m}\text{Tc}$ , который имеет очень малый (6 часов) период полураспада, в силу чего он исчезает из организма после исследования.

В медицине радиоизотопы нашли свое применение для диагностики щитовидной железы ( $^{99m}\text{Tc}$ ,  $^{123}\text{I}$ ,  $^{131}\text{I}$ ), сердечно-сосудистой системы ( $^{201}\text{Tl}$ ,  $^{99m}\text{Tc}$ ), центральной нервной системы ( $^{99m}\text{Tc}$ ), желудочно-кишечного тракта ( $^{99m}\text{Tc}$ ,  $^{111}\text{In}$ ,  $^{113m}\text{In}$ ), показателей крови ( $^{51}\text{Cr}$ ,  $^{59}\text{Fe}$ ), воспалительных и инфекционных процессов ( $^{99m}\text{Tc}$ ,  $^{111}\text{In}$ , цитрат  $^{67}\text{Ga}$ ), легких ( $^{99m}\text{Tc}$ ), дыхательной системы ( $^{81m}\text{Kr}$ ,  $^{133}\text{Xe}$ ,  $^{127}\text{Xe}$ ), костей ( $^{99m}\text{Tc}$ ), злокачественных опухолей ( $^{123}\text{I}$ ,  $^{131}\text{I}$ ,  $^{111}\text{In}$ ,  $^{99m}\text{Tc}$ ).

### 31.3. РАДИОИЗОТОПЫ И РАСТЕНИЯ

Изотоп  $^{11}\text{C}$  используют для изучения процессов транспорта углеводов *in vivo* в растениях благодаря тому, что излучение этого изотопа можно регистрировать счетчиком Гейгера. Меченная изотопом  $^{14}\text{C}$  двуокись углерода широко используется для изучения углеродного метаболизма растений и измерения скорости ассимиляции  $\text{CO}_2$ . В процессе измерений лист подвергается влиянию  $^{14}\text{CO}_2$  на протяжении определенного промежутка времени (меньшего чем 60 с). После удаления растительной ткани определяют количество  $^{14}\text{C}$ , которое пропорционально скорости ассимиляции  $\text{CO}_2$ . Скорость ассимиляции  $\text{CO}_2$  листом зависит от площади листа, промежутка времени и пропорциональна количеству отсчетов, фиксируемых ионизационным счетчиком. Стабильные изотопы  $^{12}\text{C}$  и  $^{13}\text{C}$  не излучают; идентификацию стабильных изотопов можно реализовать с помощью масс-спектрометрии или техники ядерного магнитного резонанса. Преимуществом приборов, основывающихся на использовании радиоизотопов, является компактность, низкая себестоимость по сравнению с инфракрасными газоанализаторами. Если обработать образец жидким азотом, можно разделить лист на фрагменты и оценить распределение скорости ассимиляции  $\text{CO}_2$  по всей площади листа. Недостатком является разрушающее действие и возможная неточность измерений за счет присутствующих в листьях естественных изотопов.

### 31.4. СОЗДАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Основная идея создания изображений с помощью радионуклидов заключается в регистрации пространственного распределения радиоизотопов в человеческом организме путем перемещения или

сканирования детектора ионизирующего излучения; иногда детектор неподвижный, но используют кристалл детектора больших размеров. Такая система (гамма-камера или сцинтиграфия) в состоянии регистрировать активность, накапливаемую отдельными частями тела. Строение гамма-камеры приведено на рис. 31.1. Основными элементами прибора является коллиматор, состоящий из 50-миллиметрового слоя свинца, в котором имеются отверстия, и системы локализации фотонов. Гамма-излучение из тела пациента проходит через отверстие коллиматора только при условии, если оно распространяется параллельно отверстию. На выходе каждого отверстия находится сцинтиляционный детектор, который регистрирует активность определенного участка тела пациента. Вся система детекторов дает возможность создать полную карту человеческого тела.

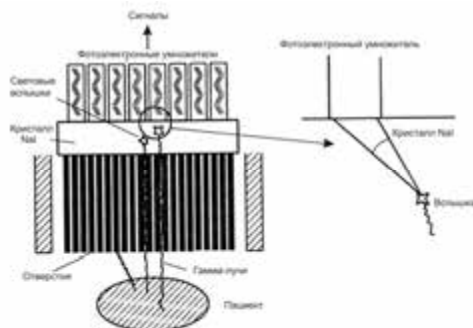


Рис. 31.1. Строение гамма-камеры

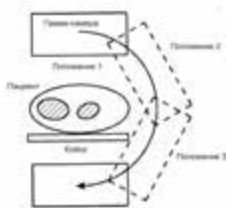


Рис. 31.2. Система для создания трехмерных изображений пациента с помощью гамма-камеры

Система для создания трехмерных изображений пациента (рис. 31.2) предусматривает перемещение гамма-камеры вокруг пациента. В каждом положении гамма-камеры фиксируется определенный срез тела; с помощью компьютерной системы можно построить объемное изображение.

### 31.5. ИЗОТОПНАЯ ХРОНОЛОГИЯ

*Изотопная хронология* определяет абсолютный возраст горных пород, минералов, следов старинных человеческих культур по накопленным в них продуктам распада радионуклидов. Распад каждого радионуклида осуществляется с постоянной скоростью и приводит к накоплению конечных стабильных нуклидов, содержание которых  $D$  связано с возрастом исследуемого объекта соотношением:

$$D = N(e^{\lambda t} - 1), \quad (31.1)$$

где  $N$  – количество атомов радионуклида;  $\lambda$  – постоянная распада;  $t$  – возраст объекта.

Отсюда возраст объекта равен:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln(1 + D/N). \quad (31.2)$$

Ярким примером радионуклидов, используемых во время изотопной хронологии, является углерод. Космические лучи поступают в верхние слои атмосферы, где происходят ядерные реакции с образованием изотопа  $^{14}\text{C}$ . Вследствие этого окружающая среда и живые организмы содержат радионуклид  $^{14}\text{C}$  с периодом распада 5700 лет. Когда живой организм погибает, поглощение радионуклида из атмосферы приостанавливается и содержание  $^{14}\text{C}$  в организме постепенно уменьшается. Измерение концентрации  $^{14}\text{C}$  дает возможность определить возраст (до 25000 лет) органических остатков – древесины, древесного угля, костей и др.

#### Пример

Активность изотопа  $^{14}\text{C}$  в образце древесного угля массой 25 г, который нашли во время археологических раскопок, составляет 250 распадов в минуту. Чему равен возраст дерева, из которого был получен образец?

#### Решение

Определим постоянную распада образца угля:

$$\lambda = \frac{0,693}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{(5730 \text{ л})(3,16 \cdot 10^7 \text{ с/л})} = 3,83 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}.$$

Количество ядер  $^{12}\text{C}$  в 25 г углерода равно:

$$N(^{12}\text{C}) = [(6,02 \cdot 10^{23} \text{ ядер/моль}) / (12 \text{ г/моль})] (25 \text{ г}) = 1,25 \cdot 10^{24} \text{ ядер}.$$

Допуская, что отношение радионуклида к стабильному изотопу составляет  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 1,3 \cdot 10^{-12}$ , определим, что количество ядер  $^{14}\text{C}$  у 25 г образца перед распадом составило:

$$N_0(^{14}\text{C}) = (1,3 \cdot 10^{-12}) (1,25 \cdot 10^{24} \text{ ядер}) = 1,63 \cdot 10^{12} \text{ ядер}.$$

Начальная активность образца равна:

$$a_0 = \lambda N_0 = (3,83 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}) (1,63 \cdot 10^{12} \text{ ядер}) = 6,25 \text{ распадов/с} = 375 \text{ распадов/мин}.$$

Активность образца в какой-либо момент времени  $t$  связана с начальной активностью как:

$$a = a_0 e^{-\lambda t},$$

откуда:

$$-\lambda t = \ln(a/a_0) = \ln(250/375) = -0,405.$$

Таким образом, возраст образца равен:

$$t = 0,405 / 3,83 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1} = 1,06 \cdot 10^{11} \text{ с} = 3350 \text{ лет.}$$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Назвать основные характеристики атомного ядра.
2. Что называют изотопом? радиоизотопом?
3. Как оценивают радиус атомного ядра?
4. Пояснить принцип техники ядерного магнитного резонанса.
5. Что такое энергия связи?
6. Какое излучение называют ионизирующим?
7. Назвать основные типы ионизирующего излучения.
8. В чем заключается явление радиоактивного распада?
9. Сформулировать закон радиоактивного распада.
10. Что такое абсолютная активность?
11. Назвать основные дозы и единицы доз.
12. По какому закону осуществляется поглощение ионизирующего излучения веществом?
13. Назвать и пояснить основные методы измерений ионизирующего излучения.
14. В чем заключаются принципы  $\gamma$ -спектроскопии?
15. Какие процессы лежат в основе взаимодействия  $\gamma$ -излучения с веществом?
16. В чем заключается суть использования радиоизотопов в качестве индикаторов?
17. Пояснить принцип создания изображений на основе использования  $\gamma$ -излучения.
18. Назвать механизмы влияния ионизирующего излучения на живые организмы.
19. Какие загрязнения называют радиоактивными?
20. Как используются радиоизотопы в медицине?
21. Пояснить использование радиоизотопов для изучения процессов транспорта углеводов в растениях.
22. Как образуются изображения человеческого организма с помощью радионуклидов?
23. Пояснить принципы изотопной хронологии.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Физические константы

Символ	Название	Величина и единицы
$c$	Скорость света в вакууме	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
$N_A$	Число Авогадро	$6,0221367(36) \cdot 10^{23} (\text{моль})^{-1}$
$R=N_A \cdot k$	Универсальная газовая постоянная	$8,3145510(70) \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ; $8,314 \cdot 10^{-3} \text{ л} \cdot \text{МПа} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
$k = R/N_A$	Постоянная Больцмана	$1,380658(12) \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$
$kT$	Постоянная Больцмана · температура	$0,0235 \text{ эВ}$ при $0^\circ\text{C}$ $0,0253 \text{ эВ}$ при $20^\circ\text{C}$
$RT$	Универсальная газовая постоянная · температура	$2,271 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1}$ при $0^\circ\text{C}$ ; $2,437 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1}$ при $20^\circ\text{C}$ .
$e$	Элементарный заряд	$1,60217733(49) \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
$\epsilon_0$	Электрическая постоянная	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$
$\mu_0$	Магнитная постоянная	$12,56637061410^{-7} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}$
$F = N_A \cdot e$	Число Фарадея	$9,648456 \cdot 10^4 \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$
$RT/F$		$25,3 \text{ мВ}$ при $20^\circ\text{C}$
$2,303RT/F$		$58,2 \text{ мВ}$ при $20^\circ\text{C}$
$h$	Постоянная Планка	$6,626075(40) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
$\hbar = h/2\pi$	Постоянная Планка	$1,05457266(63) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
$\sigma$	Постоянная Стефана – Больцмана	$5,67051(19) \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$
$B$	Постоянная в законе смещения Вина	$0,002897756 \text{ м} \cdot \text{К}$
$D$	Атомная единица массы (а.е.м. или дальтон)	$1,6605402(10) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
$\mu_B = e\hbar/2m_e$	Магнетон Бора	$9,2750154(31) \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
$\mu_{яд} = e\hbar/2m_{пр}$	Ядерный магнетон	$5,0507866(17) \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$
$\lambda_K = h/m_e c$	Постоянная Комптона	$2,42631058(22) \cdot 10^{-12} \text{ м}$
$m_e$	Масса электрона	$9,1093897(54) \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
$m_{пр}$	Масса протона	$1,672623(10) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
$m_n$	Масса нейтрона	$1,6749286(10) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
$eB$	Электрон-Вольт	$1,60217733 (49) \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

### Множители, префиксы и их обозначения кратных и частичных единиц СИ

Множитель	Префикс	Обозначение	Множитель	Префикс	Обозначение
$10^{18}$	экса	Э	$10^{-1}$	деци	д
$10^{15}$	пета	П	$10^{-2}$	санتي	с
$10^{12}$	тера	Т	$10^{-3}$	милли	м
$10^9$	гига	Г	$10^{-6}$	микро	мк
$10^6$	мега	М	$10^{-9}$	нано	н
$10^3$	кило	к	$10^{-12}$	пико	п
$10^2$	гекто	г	$10^{-15}$	фемто	ф
$10^1$	дека	д	$10^{-18}$	атто	а

**Психрометрические таблицы**  
**1. Упругость водного пара, мм рт. ст.**

Температура воздуха, С	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	4,58	4,61	4,65	4,68	4,71	4,75	4,79	4,82	4,85	4,89
1	4,92	4,96	5,00	5,03	5,07	5,10	5,15	5,18	5,21	5,25
2	5,29	5,33	5,37	5,41	5,45	5,48	5,52	5,57	5,60	5,64
3	5,69	5,72	5,76	5,84	5,89	5,93	5,93	5,97	6,02	6,05
4	6,10	6,14	6,18	6,23	6,27	6,32	6,36	6,41	6,45	6,50
5	6,54	6,59	6,63	6,68	6,73	6,77	6,82	6,87	6,92	6,96
6	7,01	7,06	7,11	7,16	7,21	7,26	7,31	7,36	7,41	7,46
7	7,52	7,54	7,61	7,67	7,72	7,77	7,83	7,88	7,94	7,99
8	8,04	8,10	8,15	8,21	8,27	8,33	8,38	8,44	8,49	8,55
9	8,61	8,67	8,72	8,78	8,84	8,90	8,96	9,02	9,08	9,15
10	9,21	9,27	9,33	9,40	9,46	9,53	9,59	9,65	9,71	9,78
11	9,85	9,91	9,98	10,0	10,11	10,1	10,2	10,3	10,3	10,45
12	10,5	10,5	10,6	10,7	10,8	10,8	10,9	11,0	11,0	11,16
13	11,2	11,31	11,3	11,4	11,5	11,61	11,69	11,7	11,8	11,91
14	11,9	12,0	12,1	12,2	12,3	12,3	12,4	12,5	12,6	12,72
15	12,7	12,8	12,9	13,0	13,1	13,2	13,29	13,3	13,4	13,55
16	13,6	13,7	13,8	13,8	13,9	14,0	14,1	14,2	14,3	14,43
17	14,5	14,6	14,71	14,81	14,9	15,0	15,09	15,1	15,2	15,38
18	15,4	15,5	15,6	15,7	15,8	15,9	16,0	16,1	16,2	16,38
19	16,4	16,5	16,6	16,7	16,8	17,0	17,1	17,2	17,3	17,43
20	17,5	17,6	17,7	17,8	17,9	18,0	18,19	18,3	18,4	18,54
21	18,6	18,7	18,8	18,9	19,1	19,2	19,3	19,4	19,5	19,71
22	19,8	19,9	20,0	20,2	20,3	20,4	20,5	20,6	20,8	20,94
23	21,0	21,1	21,3	21,4	21,5	21,7	21,8	21,9	22,1	22,24
24	22,3	22,5	22,6	22,7	22,9	23,0	23,2	23,3	23,4	23,62
25	23,7	23,9	24,0	24,1	24,3	24,4	24,6	24,7	24,9	25,06
26	25,21	25,3	25,51	25,6	25,8	25,9	26,1	26,2	26,4	26,59
27	26,7	26,9	27,0	27,2	27,3	27,5	27,7	27,8	28,1	28,18
28	28,3	28,5	28,6	28,8	29,0	29,1	29,3	29,5	29,7	29,87
29	30,0	30,2	30,4	30,5	30,7	30,9	31,1	31,2	31,4	31,64
30	31,8	32,0	32,2	32,3	32,5	32,7	32,9	33,1	33,3	33,51
31	33,7	33,8	34,0	34,2	34,4	34,6	34,8	35,0	35,2	35,47
32	35,6	35,8	36,0	36,2	36,4	36,6	36,8	37,1	37,3	37,52
33	37,7	37,9	38,1	38,3	38,5	38,8	39,0	39,2	39,4	39,68
34	39,9	40,1	40,3	40,5	40,8	41,0	41,2	41,4	41,7	41,95
35	42,1	42,4	42,6	42,8	43,1	43,3	43,61	43,8	44,0	44,33
36	44,5	44,8	45,0	45,3	45,5	45,8	46,0	46,3	46,5	46,83
37	47,0	47,3	47,6	47,8	48,1	48,3	48,6	48,9	49,1	49,44
38	49,7	49,9	50,2	50,5	50,8	51,0	51,3	51,6	51,0	52,18
39	52,4	52,6	53,0	53,3	53,6	53,8	54,1	54,4	54,7	55,05

## 2. Упругость водного пара, Па

Температура воздуха, °С	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	611	615	620	624	629	633	638	642	647	652
1	656	661	666	671	676	680	686	690	695	700
2	705	710	716	721	726	731	736	742	747	752
3	758	763	768	779	785	790	790	796	802	807
4	813	819	824	830	836	842	848	854	860	866
5	872	878	884	891	897	903	909	916	922	928
6	935	941	948	954	961	968	974	981	988	995
7	1002	1008	1015	1022	1029	1036	1044	1051	1058	1065
8	1072	1080	1087	1095	1102	1110	1117	1125	1132	1140
9	1148	1156	1163	1171	1179	1187	1195	1203	1211	1220
10	1228	1236	1244	1253	1261	1270	1278	1287	1295	1304
11	1313	1321	1330	1339	1348	1357	1366	1375	1384	1393
12	1403	1412	1421	1431	1440	1450	1459	1469	1478	1488
13	1498	1508	1518	1528	1538	1548	1558	1568	1578	1588
14	1599	1609	1620	1630	1641	1651	1662	1673	1684	1695
15	1704	1715	1726	1737	1749	1760	1771	1783	1794	1806
16	1817	1829	1840	1852	1864	1876	1888	1900	1912	1924
17	1937	1949	1961	1974	1986	2000	2011	2024	2036	2050
18	2063	2076	2089	2102	2115	2129	2142	2155	2169	2183
19	2196	2210	2224	2238	2252	2266	2280	2294	2308	2323
20	2337	2352	2366	2381	2396	2410	2425	2440	2455	2471
21	2486	2501	2517	2532	2548	2563	2579	2595	2611	2627
22	2643	2659	2675	2692	2708	2724	2741	2758	2775	2791
23	2808	2825	2843	2860	2877	2894	2912	2930	2947	2965
24	2983	3001	3019	3037	3055	3074	3092	3110	3129	3148
25	3167	3186	3205	3224	3243	3262	3282	3301	3321	3341
26	3361	3381	3401	3421	3441	3461	3482	3502	3523	3544
27	3565	3586	3607	3628	3649	3671	3692	3714	3735	3757
28	3779	3801	3824	3846	3868	3891	3913	3936	3959	3982
29	4005	4028	4052	4075	4099	4122	4146	4170	4194	4218
30	4243	4267	4292	4316	4341	4366	4391	4416	4441	4467
31	4492	4518	4544	4570	4596	4622	4648	4675	4701	4728
32	4755	4782	4809	4836	4863	4891	4918	4946	4974	5002
33	5030	5059	5087	5116	5144	5173	5202	5231	5261	5290
34	5320	5349	5379	5409	5439	5470	5500	5531	5561	5592
35	5623	5654	5686	5717	5749	5781	5813	5845	5877	5909
36	5942	5975	6007	6040	6074	6107	6140	6174	6208	6242
37	6276	6310	6345	6379	6414	6449	6484	6519	6555	6590
38	6626	6662	6698	6734	6771	6807	6844	6881	6918	6955
39	6993	7031	7068	7106	7145	7183	7221	7260	7299	7338

## ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ И РАЗМЕРНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ЕДИНИЦ

### Механика

Величина	Единица измерения	Размерность	Связь между единицами в разных системах
Работа $A$ , энергия $E$	джоуль (Дж)	$\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}$	1 Дж=0,2389 кал; 1 кал=4,186 Дж; 1 Дж=10 <sup>7</sup> эрг; 1 эрг = 10 <sup>-7</sup> Дж
Мощность $N$	ватт (Вт)	$\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-3}$	1 Вт = 1 Дж·с <sup>-1</sup> ; 1 к.с. = 735,5 Вт
Сила $F$	ньютон (Н)	$\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-2}$	1 Н = 1 Дж·м <sup>-1</sup> ; 1 Н = 10 <sup>5</sup> дин
Давление $p$	паскаль (Па)	$\text{кг}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^{-2}$	1 Па = 1 Н·м <sup>-2</sup> ; 1 Па=9,87·10 <sup>-6</sup> атм; 1 Па=7,5·10 <sup>-3</sup> мм рт. ст.; 1 атм=1,013·10 <sup>5</sup> Па; 1 мм рт. ст.=133 Па; 1 Па = 10 <sup>-5</sup> бар; 1 бар=10 <sup>5</sup> Па=750 тор = 0,9869 атм; 1 мбар=100Па; 1 тор=133 Па; 1 гПа=100Па
Плотность $\rho$	$\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$	$\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$	1 $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$ = 10 <sup>-3</sup> г·см <sup>-3</sup> 1 г·см <sup>-3</sup> = 10 <sup>3</sup> $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$

### Молекулярная физика и термодинамика

Величина	Единица измерения	Размерность	Связь между единицами в разных системах
Температура $t^\circ$	количество градусов Цельсия °C		°C = K - 273,15 K = °C+273,15
Теплота $Q$	джоуль (Дж)	$\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}$	1 Дж= 0,2389 кал; 1 кал=4,186 Дж; 1 Дж=10 <sup>7</sup> эрг; 1 эрг=10 <sup>-7</sup> Дж
Энтальпия $H$	кДж·моль <sup>-1</sup>	$\frac{10^3}{\text{моль}^{-1}} \text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}$	

Энтропия $S$	Дж $K^{-1}$	$1$	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} K^{-1}$	
Теплоемкость $C$	Дж $K^{-1}$	$1$	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} K^{-1}$	
Удельная теплоемкость $c$	Дж $кг^{-1} \cdot K^{-1}$		$м^2 \cdot с^{-2} K^{-1}$	
Молярная удельная теплоемкость $C_n$	Дж $моль^{-1} K^{-1}$	$1$		
Коэффициент теплопроводности $\lambda$	Вт $м^{-1} K^{-1}$			
Коэффициент температуропроводности $\chi$	$м^2 \cdot с^{-1}$		$кг \cdot м \cdot с^{-3} K^{-1}$	
Вязкость $\eta$	Па $\cdot с$		$кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-1}$	1 Па $\cdot с = 10$ пуаз 1 пуаз = 0,1 Пас

### Электричество и магнетизм

Величина	Единица измерения	Размерность	Связь между единицами в разных системах
Электрический заряд $q$	кулон (Кл)	$кг^{1/2} \cdot м^{3/2} \cdot с^{-1}$	1 Кл = 1 А $\cdot с$
Потенциал $\varphi$ , напряжение $U$ , э.д.с.	вольт (В)	$кг \cdot м^2 \cdot А^{-1} \cdot с^{-3}$	1 В = 1 Дж $\cdot Кл^{-1}$
Ток $I$	ампер (А)	А	1 А = 1 Кл $\cdot с^{-1}$
Плотность тока $j$	А $\cdot м^{-2}$	А $\cdot м^{-2}$	
Емкость $C$	фарад (Ф)	$кг^{-1} \cdot м^{-2} \cdot А^2 \cdot с^4$	1 Ф = 1 Кл $\cdot В^{-1}$
Электрический дипольный момент $p$	Кл $\cdot м$	А $\cdot с \cdot м$	
Напряженность электрического поля $E$	В $\cdot м^{-1}$	$кг \cdot м \cdot А^{-1} \cdot с^{-3}$	1 В $\cdot м^{-1} = 1 Н \cdot Кл^{-1}$
Сопротивление $R$	Ом	$кг \cdot м^2 \cdot А^{-2} \cdot с^{-3}$	
Удельное электрическое сопротивление $\rho$	Ом $\cdot м$	$кг \cdot м^3 \cdot А^{-2} \cdot с^{-3}$	
Магнитный поток $\Phi$	вебер (Вб)	$кг \cdot м^2 \cdot А^{-1} \cdot с^{-2}$	
Магнитная индукция $B$	тесла (Тл)	$кг \cdot А^{-1} \cdot с^{-2}$	1 Тл = 1 Вб $\cdot м^{-2}$ 1 Тл = $10^4$ Гс 1 Гс = $10^{-4}$ Тл

Напряженность магнитного поля $H$	$A \cdot m^{-1}$	$A \cdot m^{-1}$	
Индуктивность $L$	генри (Гн)	$кг \cdot м^2 \cdot А^{-2} \cdot с^{-2}$	

### Оптика

Величина	Единица измерения	Размерность	Связь между единицами в азных системах
Длоина световой волны $\lambda$	м	м	$1 м = 10^6 мкм;$ $1 мкм = 10^{-6} м;$ $1 м = 10^9 нм;$ $1 нм = 10^{-9} м;$ $1 м = 10^{10} \text{ \AA};$ $1 \text{ \AA} = 10^{-10} м$
Волновое число $\sigma$	$м^{-1}$	$м^{-1}$	$1 м^{-1} = 10^{-2} см^{-1};$ $1 см^{-1} = 10^2 м^{-1}$
Энергия одного кванта $E$	$(1,240/\lambda)$ эВ		$1 эВ = 1,60210 \cdot 10^{19}$ Дж

### Энергетические и световые величины

Энергетическая величина	Единица измерения	Световая величина	Единица измерения
Поток излучения $\Phi_e$	Ватт (Вт)	Световой поток $\Phi_c$	люмен (лм)
Сила излучения $I_e$	ватт на стерадиан $(Вт \cdot ср^{-1})$	Сила света $I_c$	кандела (кд) $(лм \cdot ср^{-1})$
Энергетическая яркость $L_e$	ватт на стерадиан – квадратный метр $(Вт \cdot ср^{-1} \cdot м^2)$	Яркость $L_c$	кандела на квадратный метр $(кд \cdot м^{-2})$
Энергетическая освещенность $E_e$	ватт на квадратный метр $(Вт \cdot м^{-2})$	Освещенность $E_c$	люкс (лк) $(лм \cdot м^{-2})$
Энергетическая освещенность $M_e$	ватт на квадратный метр $(Вт \cdot м^{-2})$	Светимость $M_c$	люмен на квадратный метр $(лм \cdot м^{-2})$

## Соотношения между единицами оптического излучения, измеряемыми в естественных условиях

$E, \text{мкЭ}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}$	$E, \text{Вт}/\text{м}^2$	$E, \text{лк}$
10000	2500	595238
5000	1250	297619
3000	750	178571
2500	625	148809
2000	500	119047
1500	375	89285
1000	250	59523
500	125	29761

### Связь между градусами, минутами, секундами и радианами

$$1^{\circ} = 0,01745 \text{ радиана} = 1,745 \cdot 10^{-2} \text{ радиана}$$

$$1' = 0,00029 \text{ радиана} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ радиана}$$

$$1'' = 0,0000048 = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ радиана}$$

### Некоторые часто встречающиеся числа:

$$\pi = 3,141593 \qquad e = 2,718282$$

$$\ln 2 = 0,6931 \qquad \ln 10 = 2,3026 \qquad \lg e = 0,4343$$

### ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Α α альфа	Ι ι йота	Ρ ρ ро
Β β бета	Κ κ каппа	Σ σ сигма
Γ γ гамма	Λ λ лямбда	Τ τ тау
Δ δ дельта	Μ μ мю	Υ υ ипсилон,
Ε ε эпсилон	Ν ν ню	ипсилон
Φ φ фи	Ο ο омикрон	Ω ω омега
Χ χ хи	Π π пи	Ξ ξ кси
Η η эта	Θ θ, ϑ тета	Ψ ψ пси
		Ζ ζ дзета

### ЛАТИНСКИЙ АЛФАВИТ

A a а	J j йот	S s эс
B b бэ	K k ка	T t тэ
C c це	L l эль	U u у
D d дэ	M m эм	V v вэ
E e е,э	N n ээ	W w дубль-вэ
F f эф	O o о	X x икс
G g гэ (жэ)	P p пэ	Y y игрек
H h аш	Q q ку	Z z зет
I i иэ	R r эр	

# СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

## УЧЕБНА ЛІТЕРАТУРА

- Биофизика: Учебник*/П.Г. Костюк, В.Л. Зима, И.С. Магура и др. Под ред. П.Г. Костюка. – К.: Вища школа, 1988. – 503 с.
- Белановский А.С. Основы биофизики в ветеринарии.– М.:Агропромиздат, 1989. – 271 с.
- Владимиров Ю.А., Рошупкин Д.И., Потапенко А.Я., Деев А.И. *Биофизика: Учебник*. – М.: Медицина, 1983. – 272 с.
- Грабовский Р.И. *Курс физики*. – М.: Высш. шк., 1980.– 607 с.
- Детлаф А. А., Яворский Б. М. *Курс физики*.– М.: Высш. шк., 1989. – 607 с.
- Лекции по биофизике*/ Под ред.П.О.Макарова. – Л-д: Изд-во ЛГУ, 1968. – 272 с.
- Мерион Д.Б. *Общая физика с биологическими примерами*.– М.: Высш. шк., 1986. – 623с.
- Рубин А.Б. *Биофизика*, В 2-х кн.: Учеб. для биол. спец. вузов. Кн.1. Теоретическая биофизика. – М.: Высш. шк., 1987. – 319 с.
- Тарьян И. *Физика для врачей и биологов*.– Будапешт: Akademiai Kiado, 1969. – 600 с.
- Трофимова Т. И. *Курс физики*.– М.: Высш. шк., 1990. – 478 с.
- Посудін Ю.І. *Біофізика* Київ:Урожай, 1995.-222 с.
- Посудін Ю.І. *Фізика і біофізика навколишнього середовища*. Київ, Світ, 2000.-300 с.
- Посудін Ю.І. *Методи вимірювання параметрів навколишнього середовища*. Київ, Світ, 2003.-286 с.
- Посудін Ю.І. *Фізика з основами біофізики*. Київ, Світ, 2003.-400 с.
- Посудін Ю.І. *Біофізика рослин*. Нова книга, Вінниця, 2004.-252 с.
- Посудін Ю.І. *Методи неруйнівної оцінки якості та безпеки сільськогосподарських і харчових продуктів*. Київ: Арістей, 2005.-407 с.
- Посудін Ю.І. *Фізика*. Біла Церква: Вид-во БНАУ, 2008.-463 с.
- Посудін Ю.І. *Біофізика і методи аналізу навколишнього середовища*, 2011. -296 с.
- Posudin, Yuriy. *Environmental Biophysics* / Y. Posudin. - Fukuoka-Kiev, 2011  
URI: <http://www.ekmair.ukma.kiev.ua/handle/123456789/951>
- Посудін Ю.І., Грицай В.Й. *Біофізика водного середовища*. Вид-во Нац. Університета біоресурсів і природокористування України. 2011.-126 с.
- Konderpudi D., Prigogine I. *Modern Thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures*. John Wolliey & Sons. Chichester-N.Y.-Wiinheim-Brisbane-Toronto-Singapore. 1998–486p.
- Posudin Yu. *Physics with Fundamentals of Biophysics*. Agrarna Nauka, 2004. – 195 p.
- Serway R.A. *Physics*. Sounders College Publishing, 1990.– Part I. – 623 p.; Part II. – 1444 p.
- Sybesma C. *Biophysics. An Introduction*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht-Boston-London. 1988. – 320 p.
- Tipler P.A. *Invito alla Fisica*. Zanichelli, 2001. – 882 p.

## НАУЧНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Спэрроу Э.М., Сесс Р.Д. *Теплообмен излучением*: Пер. с англ.– Л-д: Энергия, Ленинград. отделение, 1971.– 294 с.

Гродзинский Д.М. *Биофизика растений*. – К.: Наук. думка, 1972. – 253 с.

Люттге У., Хигинботам Н. *Передвижение веществ в растениях* / Пер. с англ.; Под ред. Ю.Я. Мазеля, П.В. Мельникова и Э.Е.

Хавкина; Под ред. и с предисл. А.Е. Петрова-Спиридонова. – М.: Колос, 1984. – 408 с.

Нерпин С.В., Чудновский А.Ф. *Энерго- и массообмен в системе растение-почва-воздух*. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 358 с.

Посудин Ю.И. *Биофизик Сергей Чахотин*. – Киев: Изд-во НАУ, 1995. – 80 с.

Посудин Ю.И. *Лазерная микрофлуориметрия биологических объектов*. – Киев: Вища школа, 1985. – 108 с.

Посудин Ю.И. *Лазерная фотобиология*. – Киев: Вища школа, 1989. – 246 с.

Посудин Ю.И. *Наука и контроль окружающей среды*. В монографии: *Человек-техника-природа*. – Киев: Вища школа, 1990. – С.26-33.

*Сравнительная физиология животных*. – М.: Мир, 1977. – Т.1.– 606 с; 1977. – Т.2. – 571 с; 1978. – Т.3. – 653 с.

Хазе Р. *Термодинамика необратимых процессов*: Пер. с нем. – М: Мир, 1967. – 544 с.

Хргиан Ф.Х. *Физика атмосферы*. – Л.: Гидрометеиздат, 1969. – 647 с.

Хэнкс Р. Дж., Аси Крофт Дж. Л. *Прикладная физика почв. Влажность и температура почв*. – Л.: Гидрометеиздат, 1995. – 151 с.

Чальый А.В. *Неравновесные процессы в физике и биологии*. – К: Наукова думка, 1997. – 183 с.

Чальый А.В. *Синергетичні принципи освіти та науки*.– К: АПН, НМУ, 2000. – 253 с.

Эдсолл Дж., Гатфренд Х. *Биотермодинамика*: Пер. с англ. – М: Мир, 1986. – 296 с.

Эккерт Р., Рэнделл Д., Огастин Дж. *Физиология животных*. – М.: Мир, 1991. – Т.1. – 424 с.; Т.2. – 343 с.

Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. *Теория тепло- и массообмена*. Пер. с англ.; Под ред. А.В. Лыкова.– М. – Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 680 с.

*A Topical Approach to Biophysical Concepts*. New York: John Willey & Sons, Inc., 1982. – 320p.

Akoev G.N., Alekseev N.P., Krylov B.V. *Mechanoreceptors. Their Functional Organization*. Springer Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York/ London / Paris / Tokyo, 1988. – 197 p.

Alexander R.M. *Animal Mechanics*. University of Washington Press, Seattle, 1968. – 346 p.

Brown B.H., Smallwood R.H., Barber D.C., Lawford P.V., Hose D.R. *Medical Physics and Biomedical Engineering*. Bristol-Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1999. – 736 p.

Bullock T.H., Heiligenberg W.F. *Electroreception*. Melbourne: Krieger Publishing Company, 1986. – 722 p.

Campbell G.S., Norman J.M. *Environmental Biophysics*. 2nd ed. Springer: New York, 1998. – 286 p.

Crane E. *Bees and Beekeeping*. Science, practice and world resources. Comstock Publishing Associates, Cornell University Press, Ithaca, N.Y., 1990. – 614 p.

- Cunningham J.G. *Textbook of Veterinary Physiology*. W.B. Saunders Company, Philadelphia / London / Toronto / Montreal / Sydney / Tokyo, 1992. – 656 p.
- Curtis S.E. *Environmental management in animal agriculture*. Iowa, The Iowa State University Press, 1983. – 409 p.
- Duncan G. *Physics for Biologists*. Blackwell Scientific Publications, Oxford, London, Edinburgh, Melbourne, 1975. – 200 p.
- Environmental aspects of housing for animal production*. Clark J.A., ed. Butterworths, London, 1981.
- Farm Animals and the Environment* /Phillips C. and Piggins D., eds. CAB International, 1992. – 430 p.
- Franson R. D., Spurgeon T. L. *Anatomy and Physiology of Farm Animals*. Lea and Febiger, Philadelphia, 1992. – 572 p.
- Freitas R.A., "Exploratory Design in Medical Nanotechnology: A Mechanical Artificial Red Cell," *Artificial Cells, Blood Substitutes, and Immobil. Biotech.* 26(1998):411-430
- Gates D. M. *Biophysical Ecology*. New York-Heidelberg-Berlin: Springer-Verlag, 1980. – 611 p.
- Goodman L.J., Fisher R.C. *The Behaviour and Physiology of Bee*. G.A.B. International, 1991. – 362 p.
- Gray J. *Animal Locomotion*. W.W. Norton and Company Inc. N.Y., 1968. – 479p.
- Guyot G. *Physics of the Environment and Climate*. John Wiley & Sons, Inc.: New York, 1998.– 632 p.
- Hallet R.F. *Physics for the Biological Sciences. A Topical Approach to Biophysical Concepts*. Chapman and Hall, 1982.– 255 c.
- Ksenzhek O.S., Volkov A.G. *Plant Energetics*. Academic Press: San Diego, 1998. – 416 p.
- Lambers H., Chapin III F/S/. Pons T.L. *Plant Physiological Ecology*. Springer: New York, 1998. – 540 p.
- Montheith J.L., Unsworth M. *Principles of Environmental Physics*. 2nd ed. Edward Arnold: London, 1990. – 291 p.
- Nobel P.S. *Biophysical Plant Physiology and Ecology*. W.H. Freeman and Company: San Francisco, 1983. – 608 p.
- Posudin Yuri, *Lasers in Agriculture*. Science Publishers, Ltd, USA, 1998. – 220 p.
- Posudin Yuri, *Practical Spectroscopy in Agriculture and Food Science*. Science Publishers, Ltd, USA, 2007. – 196 p.
- Posudin, Yu.U., Massjuk, N.P., Lilitskaya G.G.. *Photomovement of Dunaliella Teod.*. Vieweg + Teubner Research. 2010.-224 p.
- Rose A.H. *Thermobiology*. Academic Press, London, N.Y., 1967. – 653 p.
- Schmidt–Nielsen K. *Animal Physiology*. Adaptation and Environment. Cambridge University Press, 1975. – 699 p.
- Smythe R.H. *Vision in the Animal World*. New York: Saint Martin's Press, LLC., 1975. – 175 p.
- Thermobiology*. Rose A.H., ed. Academic Press, London, New York. 1967. – 653 p.
- Wiltshcko R., Wiltshcko W. *Magnetic Orientation in Animals*. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 1995. – 336 p.
- Woodward F.I., Sheehy J.E. *Principles and measurements in environmental biology*. London: Butterworths, 1983. – 263 p.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

## ПРЕДИСЛОВИЕ, 3

## Глава 1. ВСТУПЛЕНИЕ, 5

- 1.1. Физические величины, 5
- 1.2. Стандарты длины, массы и времени, 5
- 1.3. Плотность, 7
- 1.4. Скаляры и векторы, 11
  - 1.4.1. Действия над векторами, 11
  - 1.4.2. Скалярное и векторное произведения, 13

## Глава 2. МЕХАНИКА, 15

- 2.1. Основные определения, 15
- 2.2. Кинематика, 15
  - 2.2.1. Кинематика материальной точки и поступательного движения твердого тела, 15
  - 2.2.2. Кинематика движения материальной точки по окружности, 18
- 2.3. Динамика, 19
  - 2.3.1. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела, 19
  - 2.3.2. Закон сохранения импульса замкнутой системы, 21
  - 2.3.3. Центр масс и закон его движения, 22
  - 2.3.4. Реактивное движение в природе, 23
- 2.4. Силы тяготения, 24
  - 2.4.1. Закон всемирного тяготения, 24
  - 2.4.2. Гравитационное поле, 25
  - 2.4.3. Гравитация и живые организмы, 26
  - 2.4.4. Вес тела, 27
- 2.5. Упругие силы, 28
  - 2.5.1. Деформации твердого тела, 28
  - 2.5.2. Закон Гука, 29
  - 2.5.3. Измерение модуля Юнга, 34
  - 2.5.4. Потенциальная энергия упруго-деформированного тела, 36

- 2.5.5. Упругие свойства биологических материалов, 36
- 2.6. Силы трения, 40
- 2.7. Силы, возникающие во время криволинейного движения, 42
- 2.8. Работа, мощность и энергия, 43
  - 2.8.1. Работа постоянной силы, 43
  - 2.8.2. Работа переменной силы, 43
  - 2.8.3. Мощность, 44
  - 2.8.4. Консервативные силы, 44
  - 2.8.5. Энергия, 45
  - 2.8.6. Энергия и обмен веществ, 46
- 2.9. Кинематика и динамика вращательного движения твердого тела, 48
  - 2.9.1. Кинематические характеристики вращательного движения, 48
  - 2.9.2. Динамические характеристики вращательного движения, 49
  - 2.9.3. Основное уравнение динамики вращательного движения, 51
  - 2.9.4. Закон сохранения момента импульса, 52
  - 2.9.5. Измерение параметров ветра, 54
  - 2.9.6. Ветроэнергетика, 56
- 2.10. Статика твердого тела, 56
  - 2.10.1. Условия статического равновесия, 56
  - 2.10.2. Рычаг. Условия равновесия рычага, 57
  - 2.10.3. Опорно-двигательный аппарат животного, 58

### **Глава 3. МЕХАНОРЕЦЕПЦИЯ, 60**

- 3.1. Механорецепторы кожи, 60
  - 3.1.1. Тактильная чувствительность, 60
  - 3.1.2. Вестибулорецепция, 61
  - 3.1.3. Интерорецепция, 62
  - 3.1.4. Тигмонастические движения растений, 63

### **Глава 4. МЕХАНИКА ЖИДКОСТНЫХ И ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ, 67**

- 4.1. Давление, 67
  - 4.1.1. Определение давления, 67
  - 4.1.2. Атмосферное давление, 67
  - 4.1.3. Давление воды, 69

- 4.1.4. Закон Архимеда, 69
- 4.1.5. Методы измерения давления, 70
- 4.2. Гидродинамика, 72
  - 4.2.1. Движение идеальной жидкости, 72
  - 4.2.2. Движение вязкой жидкости, 75
  - 4.2.3. Ламинарное и турбулентное течения, 76
  - 4.2.4. Закон Гагена-Пуазейля, 77
  - 4.2.5. Седиментация, 78
  - 4.2.6. Ультрацентрифугирование, 80
- 4.3. Основы гемодинамики, 83
  - 4.3.1. Состав крови, 83
  - 4.3.2. Физические принципы измерения скорости оседания эритроцитов, 83
  - 4.3.3. Физические принципы заболеваний кровеносных сосудов, 86
- 4.4. Работа сердца, 87
- 4.5. Давление крови, 88
  - 4.5.1. Артериальное давление, 88
  - 4.5.2. Измерение давления крови, 89
- 4.6. Поверхностное натяжение, 91
- 4.7. Капиллярные явления, 93
- 4.8. Аэродинамика, 96
  - 4.8.1. Атмосферные частицы, 97
  - 4.8.2. Движение атмосферных частиц, 97
  - 4.8.3. Аэродинамика птичьего полета, 100

## **Глава 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ, 103**

- 5.1. Механические колебания, 103
- 5.2. Основные характеристики гармонического колебания, 104
- 5.3. Энергия механических гармонических колебаний, 105
- 5.4. Математический маятник, 106
- 5.5. Затухающие колебания, 108
- 5.6. Вынужденные колебания, 109
- 5.7. Бегущая волна, 110
- 5.8. Стоячая волна, 111
- 5.9. Биения колебаний, 112
- 5.10. Разложение сложных колебаний в ряд Фурье, 114
- 5.11. Механические колебания антропогенного и естественного происхождения, 115

- 5.11.1. Вибрации, 116
- 5.11.2. Влияние вибраций на живые организмы, 116
- 5.11.3. Землетрясения, 117
- 5.12. Колебательные процессы в природе, 120
  - 5.12.1. Экологическая модель Вольтерра-Лотка, 119
  - 5.12.2. Образование колоний коллективными амебами, 122

## **Глава 6. АКУСТИКА, 125**

- 6.1. Волны в упругой среде, 125
- 6.2. Звук и его характеристики, 126
  - 6.2.1. Энергия, интенсивность и давление звуковых колебаний, 126
  - 6.2.2. Уровень интенсивности звуковых колебаний, 129
  - 6.2.3. Субъективные характеристики звуковых волн, 129
  - 6.2.4. Резонансные явления, 130
  - 6.2.5. Эффект Доплера, 131
  - 6.2.6. Падение звуковой волны на границу раздела двух сред, 134
  - 6.2.7. Физические процессы, сопровождающие распространение звука в окружающей среде, 134
- 6.3. Ультразвук и его характеристики, 136
  - 6.3.1. Генерация ультразвука, 136
  - 6.3.2. Поглощение и глубина проникновения ультразвука, 137
  - 6.3.3. Расходимость ультразвуковой волны в среде, 138
- 6.4. Инфразвук, 139
- 6.5. Шум, 140
  - 6.5.1. Распределение шума по интенсивности, 140
  - 6.5.2. Суммарный шум, 141
  - 6.5.3. Распределение шума по частоте, 141
  - 6.5.4. Шумовое загрязнение, 142
  - 6.5.5. Измерение уровней шума, 143
- 6.6. Основы биологической акустики, 144
  - 6.6.1. Образование звуков животными, 144
  - 6.6.2. Акустическая коммуникация животных, 145
  - 6.6.3. Ультразвук в животном мире, 146

6.7. Влияние акустических стимулов на живые организмы, 147

6.7.1. Механизмы влияния ультразвука на биологические объекты, 147

6.7.2. Влияние инфразвука на живые организмы, 148

6.8. Акусторецепция, 148

6.9. Прикладная акустика, 153

6.9.1. Использование акустических сигналов искусственного происхождения, 153

6.9.2. Использование ультразвука в медицине, 153

## **Глава 7. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА, 156**

7.1. Идеальный газ, 156

7.2. Молекулярно-кинетическая теория газов, 158

7.3. Молекулярная интерпретация температуры, 159

7.4. Изопроцессы, 160

7.5. Распределение молекул по скоростям, 161

7.6. Средняя длина свободного пробега молекул, 162

7.7. Испарение и конденсация, 163

7.8. Реальный газ, 164

7.9. Влажность воздуха, 166

7.9.1. Характеристики влажности воздуха, 166

7.9.2. Методы измерения влажности воздуха, 167

7.10. Осмос, 172

7.11. Аромат продуктов, 174

7.12. Обоняние и вкус, 175

7.12.1. Обоняние, 175

7.12.2. Обонятельный анализатор, 177

7.12.3. Механизмы обоняния, 178

7.12.4. Методы анализа запахов, 179

7.12.5. Вкус, 181

7.12.6. Вкусовой анализатор, 181

7.13. Принципы фиторемедиации, 182

## **Глава 8. ТЕРМОДИНАМИКА, 185**

8.1. Температура и тепловое расширение тел, 185

8.1.1. Температура, 185

8.1.2. Температурные шкалы, 185

8.1.3. Единицы температуры, 187

8.1.4. Температура атмосферы, 188

- 8.1.5. Тепловое расширение тел, 191
- 8.2. Измерения температуры, 192
- 8.3. Термодинамика равновесных состояний, 198
  - 8.3.1. Параметры термодинамической системы, 198
  - 8.3.2. Внутренняя энергия системы, 198
  - 8.3.3. Теплоемкость и удельная теплоемкость, 199
  - 8.3.4. Работа и энергия, 300
  - 8.3.5. Первый закон термодинамики, 201
  - 8.3.6. Применение первого закона термодинамики к определенным термодинамическим процессам, 203
  - 8.3.7. Энтальпия. Закон Гесса, 204
  - 8.3.8. Тепловой двигатель, 206
  - 8.3.9. Цикл Карно, 207
  - 8.3.10. Второй закон термодинамики, 211
  - 8.3.11. Энтропия и ее свойства, 212
  - 8.3.12. Энтропия и неупорядоченность, 215
- 8.4. Термодинамика необратимых процессов, 217
  - 8.4.1. Стационарное состояние, 217
  - 8.4.2. Изменение энтропии, 218
  - 8.4.3. Продукция энтропии, 220
  - 8.4.4. Локальная продукция энтропии, 221
- 8.5. Неравновесная термодинамика, 221
  - 8.5.1. Диссипативная функция, 221
  - 8.5.2. Явления переноса, 222
  - 8.5.3. Перенос массы (диффузия), 225
  - 8.5.4. Перенос массы (объемный поток воды), 226
  - 8.5.5. Перенос теплоты (теплопроводность), 227
  - 8.5.6. Перенос теплоты (конвекция), 229
  - 8.5.7. Перенос импульса (вязкость), 231
  - 8.5.8. Принцип симметрии феноменологических коэффициентов, 232
  - 8.5.9. Теорема Пригожина, 233

## **Глава 9. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО, 236**

- 9.1. Электростатика, 236
  - 9.1.1. Электрический заряд. Свойства электрических зарядов, 236
  - 9.1.2. Законы электрического поля, 237
  - 9.1.3. Напряженность электрического поля, 237
  - 9.1.4. Электрический диполь, 239

- 9.1.5. Движение заряженной частицы в однородном электрическом поле, 240
- 9.1.6. Осциллограф, 241
- 9.1.7. Поток вектора напряженности, 242
- 9.1.8. Теорема Остроградского - Гаусса, 242
- 9.1.9. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля, 244
- 9.1.10. Потенциал электростатического поля, 244
- 9.1.11. Электростатический улавливатель, 247
- 9.1.12. Ионный микроскоп, 248
- 9.1.13. Проводники в электростатическом поле, 249
- 9.1.14. Диэлектрики в электростатическом поле, 250
- 9.1.15. Электрическая емкость, 252
- 9.2. Постоянный электрический ток, 254
  - 9.2.1. Электрический ток, 254
  - 9.2.2. Электрическая цепь, 255
  - 9.2.3. Аналоги сопротивлений в растительном организме, 257
  - 9.2.4. Законы постоянного тока, 259
  - 9.2.5. Термоэлектрические явления, 262
  - 9.2.6. Электрические приборы, 265

## **Глава 10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ЕСТЕСТВЕННОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ, 269**

- 10.1. Ионосфера, 269
- 10.2. Молнии, 271
- 10.3. Полярные сияния, 273

## **Глава 11. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ ЖИВОГО ОРГАНИЗМА, 274**

- 11.1. Биологические потенциалы, 274
- 11.2. Техника измерения мембранных токов, 277
- 11.3. Электрическая активность сердца. Принципы электрокардиографии, 279
- 11.4. Электрическая активность мозга. Принципы электроэнцефалографии, 281
- 11.5. Создание электрических полей рыбами, 281

## **Глава 12. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ, 283**

12.1. Электрофорез, 283

12.2. Влияние электрических полей антропогенного происхождения на живые организмы, 285

## **Глава 13. ЭЛЕКТРОРЕЦЕПЦИЯ, 287**

### **Глава 14. ПРИКЛАДНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСТВО, 288**

14.1. Использование электрофизических методов в животноводстве, 288

14.2. Методы электролечения, 289

### **Глава 15. МАГНЕТИЗМ, 294**

15.1. Магнитное поле. Магнитная индукция, 294

15.2. Сила Лоренца, 294

15.3. Закон Ампера, 296

15.4. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме, 297

15.5. Ток смещения, 298

15.6. Эффект Холла, 299

15.7. Закон Био-Савара-Лапласа, 300

15.8. Магнитные свойства вещества, 301

15.9. Магнитное поле Земли, 303

15.10. Электромагнитная индукция, 304

15.11. Уравнения Максвелла, 306

15.12. Самоиндукция, 308

15.13. Взаимоиндукция, 309

15.14. Электрическая цепь переменного тока, 310

15.15. Резонанс напряжений, 313

15.16. Электромагнитные колебания, 313

15.17. Токамак, 315

15.18. Большой адронный коллайдер, 316

### **Глава 16. МАГНИТНАЯ АКТИВНОСТЬ ОРГАНИЗМА, 318**

16.1. Источники магнитного поля в живом организме, 318

16.2. Принципы магнитографии, 318

## **Глава 17. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ, 320**

## **Глава 18. МАГНИТОРЕЦЕПЦИЯ, 321**

## **Глава 19. ПРИКЛАДНОЙ МАГНЕТИЗМ, 322**

### **19.1. Методы магнитотерапии, 322**

## **Глава 20. ОПТИКА, 324**

### **20.1. Природа света, 324**

### **20.2. Геометрическая оптика, 325**

#### **20.2.1. Основные законы геометрической оптики, 326**

#### **20.2.2. Полное внутреннее отражение, 327**

#### **20.2.3. Тонкие линзы, 329**

#### **20.2.4. Оптический микроскоп, 332**

#### **20.2.5. Окуляр-микрометр и объект-микрометр, 334**

#### **20.2.6. Окулярный винтовой микрометр, 335**

### **20.3. Волновая оптика, 335**

#### **20.3.1. Свет как электромагнитная волна, 335**

#### **20.3.2. Интерференция света, 336**

#### **20.3.3. Методы наблюдения интерференции света, 338**

#### **20.3.4. Дифракция света, 340**

#### **20.3.5. Дифракционная решетка, 343**

#### **20.3.6. Дисперсия света, 345**

#### **20.3.7. Принцип действия спектральных приборов, 346**

#### **20.3.8. Поляризация света, 347**

#### **20.3.9. Методы получения поляризованного света, 349**

#### **20.3.10. Оптическая активность вещества, 351**

### **20.4. Квантовая оптика, 353**

#### **20.4.1. Квантовая природа света, 358**

#### **20.4.2. Фотоэлектрический эффект, 354**

#### **20.4.3. Эффект Комптона, 356**

### **20.5. Квантовые свойства излучения, 358**

## **Глава 21. ОСНОВЫ ФОТОБИОЛОГИИ, 362**

### **21.1. Параметры оптического излучения, 362**

### **21.2. Солнечное излучение, 362**

### **21.3. Влияние оптического излучения видимого диапазона на живые организмы, 364**

21.4. Влияние оптического излучения ультрафиолетового диапазона на живые организмы, 366

## **Глава 22. ФИЗИОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИКА, 368**

- 22.1. Фоторецепция у живых организмов, 368
  - 22.1.1. Фоторецепция у насекомых, 368
  - 22.1.2. Зрительный анализатор рыб, 370
  - 22.1.3. Зрительный анализатор птиц, 370
  - 22.1.4. Зрительный анализатор млекопитающих, 371
  - 22.1.5. Механизмы зрения млекопитающих, 373

## **Глава 23. ПРИКЛАДНАЯ ОПТИКА, 376**

- 23.1. Методы измерения солнечного излучения, 376
  - 23.1.1. Тепловые детекторы, 376
  - 23.1.2. Квантовые детекторы, 378
- 23.2. Измерение цвета продуктов, 378
  - 23.2.1. Параметры цвета, 378
  - 23.2.2. Колориметрия, 379
  - 23.2.3. Спектрофотометр с 00/450 геометрией, 379
  - 23.2.4. Колориметр с сферической геометрией, 379
  - 23.2.5. Использование колориметрических методов, 380
- 23.3. Космический телескоп «Хаббл», 381

## **Глава 24. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ, 384**

- 24.1. Корпускулярно-волновой дуализм, 384
- 24.2. Волновые свойства частиц, 384
- 24.3. Электронный микроскоп, 386
- 24.4. Соотношение неопределенностей, 387
- 24.5. Волновая функция, 388
- 24.6. Стационарное уравнение Шредингера, 388
- 24.7. Линейный гармонический осциллятор, 389
- 24.8. Сканирующий туннельный микроскоп, 391

## **Глава 25. ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ, 394**

- 25.1. Модели атома, 394
- 25.2. Атом водорода, 397
- 25.3. Принцип Паули, 400
- 25.4. Нанотехнология и наномедицина, 402

## **Глава 26. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЛАЗЕРОВ, 405**

- 26.1. Лазер и принцип его действия, 405
- 26.2. Характеристики лазерного излучения, 410
- 26.3. Фокусирование лазерного излучения, 413
- 26.4. Применение лазеров, 414
  - 26.4.1. Использование лазеров в медицине, 414
  - 26.4.2. Лазерная диагностика, 415
  - 26.4.3. Лазерная терапия, 416
  - 26.4.4. Лазерная хирургия, 418
  - 26.4.5. Лазерные системы в дистанционном зондировании окружающей среды, 419
  - 26.4.6. Лазеры в управляемом термоядерном синтезе, 420

## **Глава 27. ОСНОВЫ СПЕКТРОСКОПИИ, 421**

- 27.1. Спектры атомов и молекул, 421
  - 27.1.1. Спектры атомов, 421
  - 27.1.2. Спектры молекул, 421
  - 27.1.3. Электронные уровни энергии, 424
  - 27.1.4. Колебательные уровни энергии, 425
  - 27.1.5. Вращательное движение молекул, 426
  - 27.1.6. Процессы дезактивации, 427

## **Глава 28. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА, 429**

- 28.1. Типы связей в твердых телах, 429
  - 28.1.1. Ионные кристаллы, 429
  - 28.1.2. Ковалентные кристаллы, 430
  - 28.1.3. Металлические кристаллы, 430
- 28.2. Зонная теория, 431
- 28.3. Полупроводники, 433
- 28.4. Полупроводниковые приборы, 435
  - 28.4.1. Терморезистор, 435
  - 28.4.2. Полупроводниковый диод, 435
  - 28.4.3. Полупроводниковый триод, 435
  - 28.4.4. Полупроводниковый фотоприемник, 436
  - 28.4.5. Полупроводниковый лазер, 436
  - 28.4.6. Моделирование фотосинтеза, 437
  - 28.4.7. Графен, 438

## **Глава 29. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 441**

- 29.1. Свойства атомного ядра, 441
- 29.2. Ядерный спин и магнитный момент, 442
- 29.3. Ядерный магнитный резонанс, 442
- 29.4. Энергия связи, 446

## **Глава 30. ИОНИЗИРУЮЩЕЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, 447**

- 30.1. Классификация ионизирующего излучения, 447
- 30.2. Радиоактивность, 447
  - 30.2.1. Радиоактивный распад, 447
  - 30.2.2. Закон радиоактивного распада, 448
- 30.3. Рентгеновское излучение, 450
- 30.4. Дозиметрия ионизирующего излучения, 451
  - 30.4.1. Дозы ионизирующего излучения, 451
  - 30.4.2. Поглощение ионизирующего излучения, 454
- 30.5. Измерение ионизирующего излучения, 455
  - 30.5.1. Основные методы измерения ионизирующего излучения, 455
  - 30.5.2. Принципы  $\gamma$ -спектроскопии, 460
- 30.6. Влияние ионизирующего излучения на живые организмы, 464
  - 30.6.1. Механизмы влияния ионизирующего излучения, 464
  - 30.6.2. Радиоактивные загрязнения, 465

## **Глава 31. РАДИОИЗОТОПЫ, 467**

- 31.1. Атомное ядро и изотопы, 467
- 31.2. Радиоизотопы в медицине, 467
- 31.3. Радиоизотопы и растения, 468
- 31.4. Создание изображений, 468
- 31.5. Изотопная хронология, 470

## **ПРИЛОЖЕНИЯ, 472**

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ, 479**

### **ОГЛАВЛЕНИЕ, 482**



Посудин Юрий Иванович – доктор биологических наук, профессор Национального университета биоресурсов и природопользования Украины.

Закончил в 1969 году радиофизический факультет Киевского государственного университета им. Шевченко.

Защитил диссертации на соискание ученой степени: в 1977 г. – кандидата физико-математических наук (Институт радиотехники и электроники АН СССР, Москва), в 1992 г. – доктора биологических наук (Агрофизический Институт, Санкт-Петербург).

Сферой научных интересов является исследование фотобиологических реакций высших и низших растений (фотодвижение водорослей, флуоресцентный анализ растений).

Педагогическая деятельность Ю.И. Посудина связана с чтением курсов «Физика с основами биофизики», «Биофизика» и спецкурсов «Биофизика окружающей среды», «Методы измерения параметров окружающей среды», «Мониторинг окружающей среды с основами метрологии».

*Автор будет искренне благодарен читателям за замечания и пожелания по улучшению учебника.*

*Национальный университет биоресурсов и  
природопользования Украины,  
ул. Героев Оборона, 15,  
Киев 03041  
Украина*

*posudin@nubip.edu.ua*