

**Національний університет біоресурсів
і природокористування України**



ЗБІРНИК

ТЕЗ ДОПОВІДЕЙ

**XV МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ
КОНФЕРЕНЦІЇ**

«ОБУХОВСЬКІ ЧИТАННЯ»

**з нагоди 94-ї річниці від дня народження
доктора технічних наук, професора, академіка АН ВШ України,
Обухової Віолетти Сергіївни
(1926-2005)**

10 березня 2020 року



м. Київ

УДК 514.18

РУХОМИЙ І НЕРУХОМИЙ АКСОЇДИ ТРИГРАННИКА ФРЕНЕ**Т.А. Кресан, С.Ф. Пилипака***Національний університет біоресурсів і природокористування України*

При русі супровідного тригранника Френе по просторовій напрямній кривій він здійснює певний рух, який можна розкласти на два складових рухи: поступальний в напрямі орта дотичної $\bar{\tau}$ із швидкістю V і обертальний навколо миттєвої осі обертання $\bar{\omega}$ з кутовою швидкістю ω (рис. 1,а). Миттєвою віссю обертання тригранника є вектор Дарбу $\bar{\omega}$ [1], який розташований в спрямній площині тригранника і складає кут φ із ортом $\bar{\tau}$.

Напрямок і величина вектора Дарбу залежить від значень кривини k і скруту σ кривої в точці A розташування тригранника, причому його проекція на орт $\bar{\tau}$ чисельно рівна скрутові σ , а на орт бінормалі $\bar{b}$ - кривині k . Звідси можна знайти модуль вектора $\bar{\omega}$, тобто чисельне значення кутової швидкості ω :

$$|\bar{\omega}| = \omega = \sqrt{k^2 + \sigma^2}. \quad (1)$$

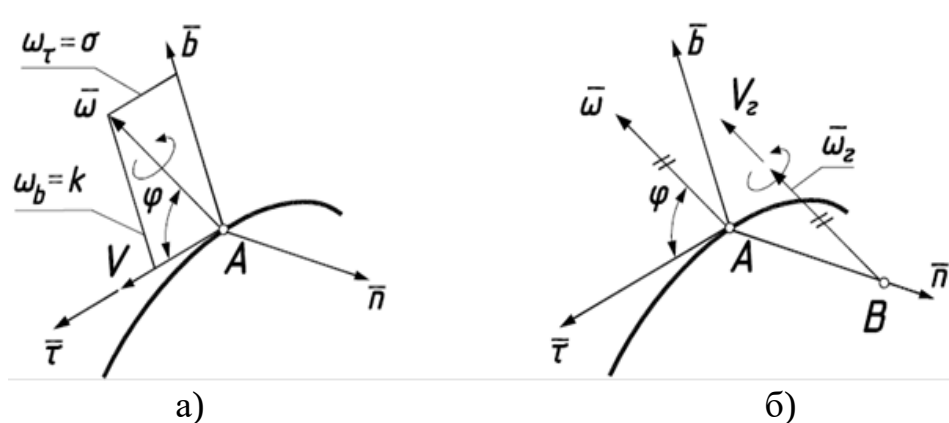


Рис. 1. Варіанти розкладання поступального і обертового рухів тригранника Френе просторової кривої: а) обертовий рух навколо вектора Дарбу і поступальний вздовж орта дотичної; б) обертовий рух навколо миттєвої осі обертання і ковзання і поступальний вздовж неї

Обертовий і поступальний рухи тригранника можна замінити одним гвинтовим рухом. Він буде обертатися навколо нової осі з тією ж кутовою швидкістю ω і ковзати вздовж неї із новою швидкістю V_z :

$$V_z = V\sigma / \sqrt{k^2 + \sigma^2}. \quad (2)$$

Нова вісь називається миттєвою віссю обертання і ковзання $\bar{\omega}_z$ (рис. 2,б). Вона паралельна вектору Дарбу і зміщена вздовж головної нормалі $\bar{n}$ тригранника на відстань [6]:

$$AB = \frac{k}{k^2 + \sigma^2}. \quad (3)$$

Для плоскої кривої скрут $\sigma=0$, отже $\varphi=90^\circ$. Це означає, що миттєва вісь обертання $\bar{\omega}$ збігається із бінормаллю $\bar{b}$. При переході до нової осі ми отримаємо чисте обертання без ковзання, оскільки поступальна швидкість ковзання згідно (2) дорівнюватиме нулю (рис. 2,а). Відстань розташування нової миттєвої осі обертання згідно (3) буде визначатися радіусом кривини ρ кривої в поточній точці (рис. 2,а):

$$AB = \rho = 1/k. \quad (4)$$

Побудуємо декілька положень осі миттєвого обертання тригранника, сукупність яких утворює циліндричну поверхню – нерухомий аксоїд

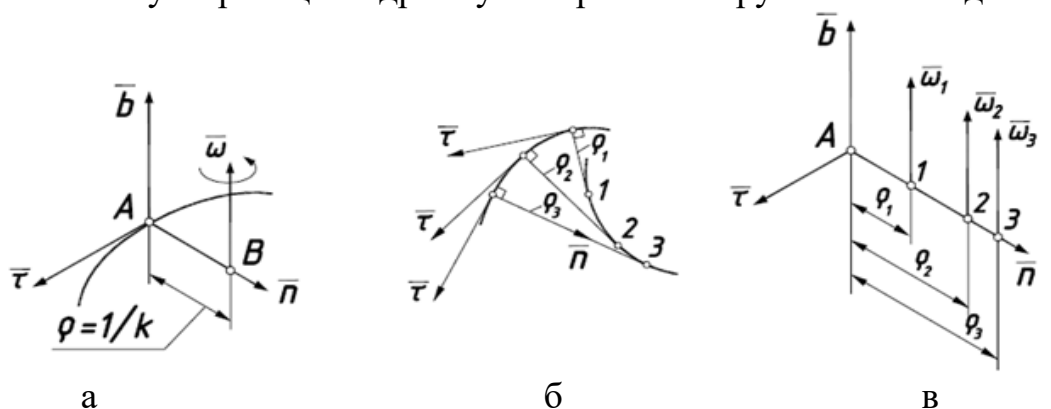


Рис. 2. До побудови рухомого і нерухомого аксоїда тригранника плоскої напрямної кривої: а) розташування в системі тригранника миттєвої осі обертання $\bar{\omega}$; б) окремі положення миттєвої осі обертання тригранника при його русі по кривій, які належать нерухомому аксоїду; в) три окремі положення миттєвої осі обертання тригранника в його системі, які належать аксоїду

Твердження. При русі супровідного тригранника Френе по плоскій напрямній кривій його нерухомим аксоїдом є полярний торс кривої, а рухомим – розгортка полярного торса.

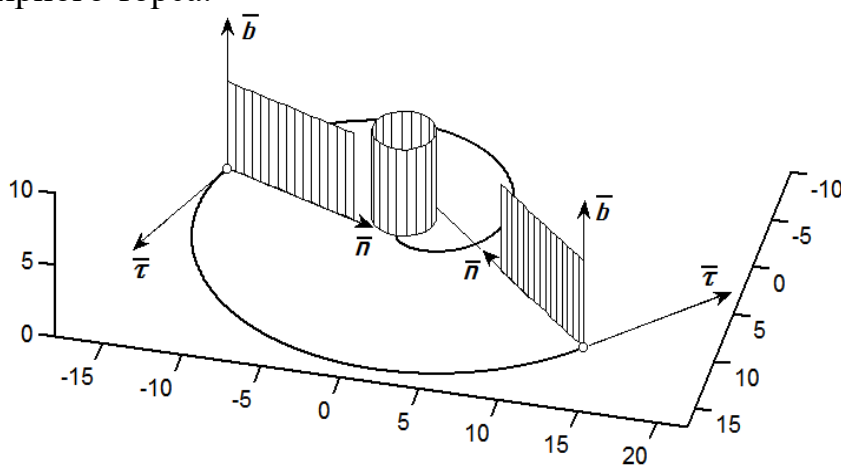


Рис. 3. Обкочування рухомого аксоїда по нерухомому на прикладі плоскої напрямної кривої – евольвенти кола

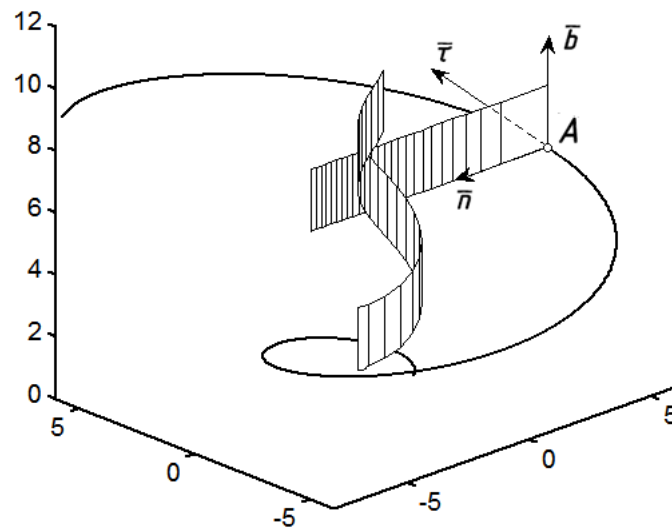


Рис. 4. Нерухомий і рухомий аксоїди кривої укосу

Параметр кінематичного гвинта p і відстань AB і згідно виразів для кривої укосу набувають вигляду:

$$AB = \frac{\cos^2 \beta}{k}; \quad p = \frac{\sin \beta \cos \beta}{k}. \quad (5)$$

Твердження. При русі супровідного тригранника Френе по просторовій кривій укосу його нерухомим аксоїдом є полярний торс плоскої кривої – горизонтальної проєкції кривої, тобто еволютний циліндр, а рухомим – його розгортка. При русі тригранника по кривій укосу із швидкістю $V=1$ м/с рухомий аксоїд обкочується по нерухомому з кутовою швидкістю $\omega=k/\cos\beta$ і одночасно ковзає вздовж спільної прямої дотику із швидкістю $V=\sin\beta$, де β – кут підйому кривої укосу.

Література

1. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье . В двух томах – Т. 1: Статика и кинематика. –М.: Наука, 1982. -352 с.
2. Лурье А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.:ФМ, 1961.-823 с.
3. Ядгаров Д.Я. Применение дифференциальных уравнений к конструированию ротативных поверхностей с аксоидами торс-торс / Д.Я. Ядгаров, И.Х. Шоломов // Исслед. в области теории дифференциальных уравнений и теории приближений. – Ташкент, 1982. – С. 96 – 100.
4. Кирилов С.В. Параметрические уравнения некоторых спироидальных поверхностей / С.В. Кирилов // Кибернетика графики и прикладная геометрия поверхностей: Труды МАИ. – Вып. 296. – М.: МАИ, 1972. – С. 81 – 85.
5. Кривошاپко С.Н. Исследование и визуализация ротативных и спироидальных поверхностей / С.Н. Кривошاپко, С.Л. Шамбина // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Вип. 4. Прикл. геометрія та інж. графіка. – Том 49. –Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – С. 33 – 41.
6. Панчук К.Л. Элементы кинематической геометрии кривой линии / К.Л. Панчук // Омский научный вестник. – Омск: ОГТУ, 2005. - № 2 (31). – С. 68 – 69.